

# ELEMENTÁRNA ZMENA BÁZY V MAXIME

Jozef Fecenko

## Abstrakt

Cieľom príspevku je prezentovať zdrojový kód algoritmus elementárnej zmeny bázy v Maxime, jeho použitie a ukázať väčšie výhody tohto programu oproti programu napísanému vo VBA.

## Kľúčové slová

lineárna algebra, elementárna zmena bázy, VBA, Maxima

## 1. ELEMENTÁRNA ZMENA BÁZY

**Definícia 1** ([1], str. 146). Nech  $L_n$  je lineárny priestor,  $B_0 = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$  je jeho báza,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_k, \dots, b_n)_{B_0} \in L_n$  a  $b_k \neq 0$ . Potom zmena bázy  $B_0$  na bázu  $B_1 = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{b}, \mathbf{a}_{k+1}, \dots, \mathbf{a}_n\}$  lineárneho priestoru  $L_n$ , ktorá vznikne zamenou vektora  $\mathbf{b}$  za vektor  $\mathbf{a}_k$ , sa nazýva elementárna zmena bázy  $B_0$  lineárneho priestoru  $L_n$  alebo len elementárna zmena bázy (skrátene EZB) a číslo  $b_k \neq 0$  sa nazýva vedúci prvok elementárnej zmeny bázy.

**Poznámka 1.** Pod lineárnym priestorom  $L_n$  budeme v našich úvahách vždy rozumieť množinu všetkých  $n$ -zložkových (aritmetických) vektorov.

**Veta 1** (o zmene súradníc po elementárnej zmene bázy, [1], str. 146). Nech báza  $B_1 = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{b}, \mathbf{a}_{k+1}, \dots, \mathbf{a}_n\}$  lineárneho priestoru  $L_n$  vznikla elementárnou zmenou bázy z bázy  $B_0 = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$  lineárneho priestoru  $L_n$ . Nech ľubovoľný vektor  $\mathbf{x} \in L_n$  má v báze  $B_0$  súradnice

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n)_{B_0}.$$

Potom vektor  $\mathbf{x}$  má v báze  $B_1$  súradnice

$$\mathbf{x} = (x_1 - \delta b_1, x_2 - \delta b_2, \dots, x_{k-1} - \delta b_{k-1}, \delta, x_{k+1} - \delta b_{k+1}, \dots, x_n - \delta b_n)_{B_1},$$

kde  $\delta = \frac{x_k}{b_k}$ .

**Poznámka 2.** Algoritmus EZB môžeme prehľadne zobrazit' v tabuľke ([1], [2]).

## 2. ZDROJOVÝ KÓD ELEMENTÁRNEJ ZMENY BÁZY A UKÁŽKA PRAKTICKÉHO VÝPOČTU

```

EZB(X):=block([p,q,r,s],[p,q]:matrix_size(X), print(X),
  loop,
  [r,s]:read(" Vloz riadok 'r' a stlpec 's' veduceho prvku EZB v
  tvare [r,s]="),
  if r<=p and r>0 and s<=q and s>0 and X[r,s]#0 then (vezb:X[r,s],
  for i:1 while i<= q do (X[r,i]:X[r,i]/vezb),
  for j:1 while j<= p do (if j=r then return else
  X:ratsimp(rowop(X,j,r,X[j,s]))),print(X), go(loop)) else
  print("Vypocet nie je mozne vykonat. Vysledna matica: "), X)
/* J. Fecenko*/$

```

```

(%i3) EZB(B):

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & \alpha & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 3 & \alpha \end{bmatrix}$$

Vloz riadok 'r' a stlpec 's' veduceho prvku EZB v tvare [r,s]= [1,1]:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & \alpha+4 & -4 & 7 \\ 0 & -3 & 7 & \alpha-4 \end{bmatrix}$$

Vloz riadok 'r' a stlpec 's' veduceho prvku EZB v tvare [r,s]= [2,3]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & \frac{13+2\alpha}{2} \end{bmatrix}$$

Vloz riadok 'r' a stlpec 's' veduceho prvku EZB v tvare [r,s]= [4,2]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{5+2\alpha}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1+2\alpha}{8} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{-8+13\alpha+2\alpha^2}{8} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{13+2\alpha}{8} \end{bmatrix}$$


```

**Obr. 1.** Ukážka výstupu aplikácie zdrojového kódu na výpočet elementárnej zmeny bázy na maticu B v systéme Maxima.

Zdrojový kód skopírujeme a vložíme do systému wxMaxima. Spustíme ho príkazom CTRL+Enter. Zadáme maticu. Môžeme ju označiť napr. B:matrix([riadok 1],[riadok 2],...,[riadok m]). Vložíme ju príkazom CTRL+Enter. Alebo ju môžeme vložiť cez hornú lištu v Maxime cez Algebra kliknutím na príkaz Vloženie matice. Vložíme príkaz EZB(B) a spustíme ho stlačením CTRL+Enter. Spustí sa program, ktorý postupne od nás žiada voľbu vedúceho prvku EZB. Ak zvolíme za vedúci prvok elementárnej zmeny bázy prvok nula alebo neexistujúci prvok, výpočet sa ukončí. Ak by sme namiesto príkazu EZB(B) vložili príkaz B: EZB(B), tak výsledná matica po aplikácii elementárnej zmeny bázy bude navyše uložená v objekte B.

### 3. ZÁVER

Z vlastných skúsenosti si dovoľím uviesť nevýhody a výhody programov na výpočet elementárnej zmeny bázy vo VBA a v Maxime.

*Nevýhody programov na výpočet EZB v:*

#### **Maxime**

- Grafická úprava výstupu nedosahuje úroveň výstupu z VBA.
- Vedúci prvok EZB sa musí zadávať iba prostredníctvom klávesnice.

#### **VBA**

- Excel je komerčný softvér.
- VBA v Exceli nepočíta so zlomkovou aritmetikou.
- Presnosť výpočtov vo VBA v Exceli je podstatne nižšia než v Maxime.
- VBA v Exceli nepočíta s parametrami matice.
- Program napísaný v jednej verzii VBA v Exceli mnohokrát nezbehnú v inej verzii VBA.
- Program napísaný vo VBA je zložitejší a väčší než v Maxime.

*Výhody programu na výpočet EZB v:*

#### **Maxime**

- Maxima je open source softvér.
- Maxima počíta v zlomkovej aritmetike.
- Presnosť výpočtov v Maxime je podstatne vyššia než vo VBA.
- Maxima pracuje aj s parametrami.
- Program napísaný v Maxime zbehnú v každej verzii systému Maxima.
- Program napísaný v Maxime je oveľa jednoduchší a kratší než vo VBA.
- Program napísaný v Maxime beží aj pod operačným systémom Android v smartphonoch a tabletoch v aplikácii MaximaOnAndroid.

#### **VBA**

- Grafická úprava výstupu vo VBA je vyššia než v Maxime.
- Technicky voľba vedúceho prvku EZB je jednoduchšia a možno ju realizovať myšou.

### **Zdroje**

- [1] Fecenko, J.- Sakálová, K.: Matematika 2, IURA EDITION, Bratislava 2004.  
 [2] Sakálová, K.- Simonka, Zs.- Strešňáková, A.: MATEMATIKA – Lineárna Algebra, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2015.

## **Kontaktné údaje**

Fecenko, Jozef, doc. RNDr., CSc., Katedra matematiky a aktuárstva, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, tel. +421 2/672 95 814, e-mail: fecenko.euba@gmail.com