

Riešenie: Ide o výpočet prítomnej hodnoty polehotej renty, ktorej splátky tvoria geometrickú postupnosť. Dané je $R = 40\,000$, $n = 30$, $i = 0,12$, $q = 1,12$. Keďže $q = 1 + i$, použijeme vzťah (13):

$$A_{\cdot 30; 1,12} = 30 \cdot 40\,000 \cdot 1,12^{-1} = 1\,071\,428,57.$$

Keďže náš vklad je vyšší (1 120 000 Sk), bude postačovať na čerpanie uvedených súm.

2.8. ÚLOHY K 2. KAPITOLE

1. Vypočítajte budúcu hodnotu polehotej renty po desiatich rokoch pri ročnej splátke 5 000 p. j. a 7 % ročnej úrokovej miere. [69 082,24]
2. Podnikateľ si koncom každého roka ukladá na konto 15 000 p. j. pri 8 % ročnej úrokovej miere. Po desiatich rokoch vklady ukončí. Koľko bude mať na konte?
 - a) po 10 rokoch, [217 298,44]
 - b) po 15 rokoch. [319 282,70]
3. Podnik sa rozhodol poskytovať študentovi počas posledných dvoch rokov štúdia podporu 500 p. j. mesačne polehotne, ktorú bude musieť vrátiť jednorazovou splátkou 3 roky po skončení štúdia.
 - a) Koľko bude musieť zaplatiť, ak pôžička je úrokovaná 1 % ročnou úrokovou mierou? [12 482,28]
 - b) Predpokladajme, že študent hneď po skončení školy začne pracovať. Koľko si musí štvrťročne ukladať do banky pri 4 % ročnej úrokovej miere, aby za 3 roky mal potrebnú sumu na svojom konte? [985,01]
4. Rodičia po narodení syna začali ukladať na jeho konto mesačne polehotne 400 p. j. pri 6 % ročnej úrokovej miere.
 - a) Koľko mal syn na konte po 3 rokoch? [15 697,09]
 - b) Po troch rokoch sa rodičom narodila dcéra. Po jej narodení založili rodičia konto aj jej a mesačnú čiastku 400 p. j. striedavo ukladali na kontá detí. Koľko z nich každý mal po dovŕšení svojho desiateho roka? [44 245,75; 32 415,80]
5. Pán Novák si z časti dedičstva chce založiť fond v banke pri 6 % ročnej úrokovej miere, z ktorej by mesačne počas 15 rokov čerpal 1 000 p. j. Aký veľký má byť vklad, ak prvý výber sa má uskutočniť za mesiac? [119 718,33]
6. Sponzor chce počas 9 rokov každé Vianoce darovať detskému domovu sumu 20 000 p. j. na nákup darčiekov. Aký vklad musí na tento účet deponovať v banke

pri 8 % ročnej úrokovej miere, ak konto zriaďuje 1 a 1/2 roka pred prvými Vianocami, na ktoré chce prispieť? [120 221,41]

7. Pán Novák si chce kúpiť záhradu. Majiteľ je ochotný záhradu predať za 10 polročných splátok á 8 000 p. j. Prvá splátka sa má realizovať za pol roka. Pán Novák má momentálne v banke uložených 70 000 p. j. na 7 % ročnú úrokovú mieru. Postačí pánovi Novákovi tento kapitál na krytie splátok? [áno, lebo 70 000 > 66 731,80]
8. Mladomanželia získali výhodnú pôžičku na byt v sume 200 000 p. j. pri 2 % ročnej úrokovej miere. Džobu chcú splatiť dvadsiatimi štvrťročnými splátkami. Vypočítajte veľkosť splátky, ak prvá splátka sa má uskutočniť za 2 a 1/4 roka! [10 954,66]
9. Pán Kováč si chce kúpiť ojazdené auto. Majiteľ súhlasí, aby ~~cená~~ 60 000 p. j. bola uhradená 12 štvrťročnými splátkami pri 8 % ročnej úrokovej miere. Prvá splátka sa má realizovať za 3 mesiace. Pán Kováč je sehopný štvrťročne našetriť 8 000 p. j. Bude to stačiť na krytie splátok? [áno, alebo 8 000 > 5 673,57]
10. Uvažujme dva nasledujúce plány sporenia:
 1. Desiat ročných vkladov, každý vo výške 200 p. j. vložených na začiatku roka dá 3 312,06 p. j. za 10 rokov.
 2. Dvanásť ročných vkladov, každý vo výške 200 p. j. vložených na začiatku roka dá 4 704,54 p. j. za 12 rokov.
 - a) Vypočítajte efektívnu úrokovú mieru pre oba plány sporenia! [9 %, 10 %].
 - b) Predpokladajme, že sa rozhodneme pre plán č. 1. Po 8 rokoch výslednú sumu uložíme na účet pri ročnej úrokovej miere 9,5 % a na tento účet priplatíme koncom každého roka sumu 200 p. j. Akú sumu budeme mať na účte po ďalších 4 rokoch? [4 377,83]
11. Nájďte prítomnú hodnotu ročnej polehotej renty, ktorá je splatná za 15 rokov, pričom prvých 5 rokov sa platí po 100 p. j., ďalších 6 rokov po 120 p. j. a ďalšie 4 roky po 150 p. j., ak uvažujeme
 - a) ročnú úrokovú mieru 10 %, [870,24]
 - b) nominálnu úrokovú mieru 10 % so štvrťročným úrokováním! [849,93]
12. Sporenie sa uskutočňuje 15 platbami na začiatku každého roka, každá vo veľkosti 100 p. j. a to pri ročnej úrokovej miere 10 % prvých 10 rokov a 12 % nasledujúcich 5 rokov.
 - a) Nájďte akumulovanú sumu na konci 15. roka sporenia! [3 801,12]
 - b) Nájďte priemernú efektívnu ročnú úrokovú mieru celej tejto transakcie! [10,945 %]

13. Najdite přítomnú hodnotu postupnosti platieb vo výške 100 p. j. počas 10 rokov, ak

- a) je daná ročná úroková miera 12 % a ak sú platby platené
 - raz ročne predlehotne, [632,82]
 - polročne polehotne, [1 162,99]
 - mesačne polehotne, [7 145,55]
 - spojite ročne. [582,34]

b) Najdite přítomnú hodnotu renty z bodu a), ak je daná nominálna úroková miera 12 %, konvertibilná štvrťročne. [621,85; 1 138,66; 7 003,32; 582,34]

14. 40-ročný občan spori na dôchodok tak, že prvých 10 rokov ukladá koncom každého mesiaca sumu 500 p. j., ďalších 5 rokov sumu 10 000 p. j. koncom každého polroka a ďalších 5 rokov sumu 1000 p. j. koncom každého mesiaca. Úroková miera sa počas tohto obdobia menila nasledovne:

- prvých 6 rokov 12 % p. a.,
- ďalších 6 rokov 10 % p. a.,
- ďalšie 4 roky 9 % p. a.,
- posledné 4 roky 8 % p. a.

Určte:

- a) Akú sumu mal občan na účte na konci roka, v ktorom dosiahol 60 rokov? [497 211]
- b) Akú sumu môže občan vybrať začiatkom každého mesiaca počas ďalších 20 rokov, ak banka poskytuje nominálnu úrokovú mieru 8 %, konvertibilnú polročne? [4091,85]
- c) Akú sumu môže občan vybrať koncom každého mesiaca nepretržite, ak banka poskytuje úrokovú intenzitu 8 %? [3325,68]
- d) Pri akej úrokovej intenzite by mohol občan vybrať spojitte platby v ročnej výške 40 000 p. j.? [0,08045].

15. Najdite přítomnú hodnotu večnej renty pri nominálnej úrokovej miere 12 % so štvrťročným úrokovaním a so splátkou vo výške 1 p. j. ~~z~~ vyplácanou polročne polehotne [16,42]

16. Občan uzavrel s bankou zmluvu, podľa ktorej vložil 1. 1. 1999 na účet 500 p. j. a potom v trojmesačných intervaloch bude vkladat 500 p. j. Posledná platba sa uskutoční 1. 10. 2002. Dňa 1. 1. 2003 si chce občan vybrať celý svoj vklad aj s úrokmí. Vypočítajte, koľko si vyberie, ak je daná úroková miera

- a) 10 % p. a. [9 855,21]
- b) 10 % p. a. s polročným úrokovaním, [9 905,74]
- c) 10 % p. a. so spojitým úrokovaním. [9 959,85]

17. Renta sa vypláca polehotne počas 10 rokov, a to polročne počas prvých 5 rokov a štvrťročne počas nasledujúcich 5 rokov. Po prvých 5 rokoch sa výška splátok zdvojnásobila. Úroková miera je daná takto: prvých 5 rokov nominálna úroková miera 10 % úročená štvrťročne a druhých 5 rokov nominálna úroková miera 8 % úročená polročne. Prítomná hodnota tejto renty je 16 616,27 p. j. Najdite začiatkovú splátku tejto renty! [660] [53,7]

18. Uvažujme nasledujúci plán sporenia: koncom každého roka sa vloží vklad X p. j. Toto sa opakuje n -krát. Po poslednom vklade koncom každého nasledujúceho roka sa vyberie suma Y p. j. Toto sa opakuje m -krát.

- a) Napíšte rovnicu ekvivalencie tejto transakcie $[X \cdot a_{n;i} = Y \cdot a_{m;i}$ alebo $Y \cdot a_{n+m;i} - (X + Y) \cdot a_{n;i} = 0$]
- b) Položme $X = 100$, $Y = 150$, $n = 5$. Najdite efektívnu úrokovú mieru tejto transakcie pre $m = 5$ [8,4 % p. a.]
- c) Položme $X = 100$, $Y = 200$, $n = 10$. Pre akú hodnotu m je efektívna úroková miera rovná 8 % p. a.? [$m = 11,26$]

19. Investor sa má rozhodnúť medzi dvoma projektmi:

Projekt A: Začiatkový výdavok 10 000 p. j., 6-krát výdavok 5 000 p. j. na konci každého nasledujúceho roka, príjem 70 000 p. j. na konci 7. roka investície.

Projekt B: Začiatkový výdavok 10 000 p. j., 8-krát výdavok 3 000 p. j. na konci každého nasledujúceho polroka, príjem 60 000 p. j. na konci 6. roka investície

Určte:

- a) Ktorý projekt je výhodnejší pri nominálnej úrokovej miere 8 %, konvertibilnej mesačne? [projekt A]
- b) Pri akej ročnej efektívnej úrokovej miere by celkový výnos z projektu B bol väčší ako z projektu A? [pre úrokovú mieru väčšiu ako 8,8 %]

20. Na účet sa vloží začiatkom roka $X + Y$ p. j. Potom sa začiatkom každého roka vloží Y p. j. To sa robí $(m - 1)$ -krát. Po m rokoch od prvého vkladu sa ďalších k rokov s účtom nerobí nič. Potom sa ďalších n rokov (keď sa účet vyčerpá) vyberá suma R p. j. polehotne p -krát ročne. Určte:

- a) Rovnicu ekvivalencie v bode $t = 0$, ak sa uvažuje ročná úroková sadzba i

$$[X + Y \cdot \ddot{a}_{n+i} = R \cdot a_{n+i}^{(p)}]$$

- b) Rovnicu ekvivalencie v bode $t = 0$, ak sa uvažuje nominálna úroková sadzba $i^{(2)}$

$$[X + Y \cdot \ddot{a}_{2m; \frac{i^{(2)}}{2}} = R \cdot a_{2n; \frac{i^{(2)}}{2}}^{(p)}]$$

$$R = A_{\infty} \left[\left(1 + \frac{i^{(2)}}{2} \right)^{2n} - 1 \right]$$

VEČNÁ R

- c) Dané je $X = 100$, $Y = 10$, $i = 0,08$, $m = n = 10$, $k = 3$, $p = 2$. Určte R [$R = 34,27$]
 d) Dané je $Y = 10$, $R = 40$, $i^{(2)} = 0,08$, $m = n = 10$, $k = 3$, $p = 2$. Určte X [$X = 124$].

21. Investor sa rozhodol, že bude ukladať začiatkom každého mesiaca sumu 1 000 p. j. na účet v banke, ktorá poskytovala na úroky nominálnu úrokovú sadzbu $i^{(2)} = 0,08$. Po 9. splátke si to rozmyslel a od 10. splátky začal ~~príplácať~~ na účet pravidelné vklady 1 500 p. j. Koľko mal na účte na konci 2. roka od začiatku sporenia? [33 975,85]

22. Karol v rámci dedičského konania získal rentu, ktorú bude v deň jeho narodenín 1. 7. banka začínajúc dňom 1. 7. 2002 vyplácať v sume 50 000 Sk raz ročne po 10 rokov. Renta bola dohodnutá pri nominálnej úrokovej miere 8 %, konvertibilnej štvrťročne. Karol sa dohodol s bankou na ekvivalentnej zmene podmienok: banka mu vypláť 8 polročných platieb počnúc dňom 1. 7. 2005. Aké veľké budú tieto platby? [65 144,07 Sk]

23. Juraj si chce prenajať auto a po 4 rokoch ho kúpiť. Požičovňa áut mu ponúka takéto podmienky: platba pri prevzatí vozidla je 12 000 Sk, mesačný poplatok platený na začiatku každého mesiaca je 300 Sk, zostatková cena vozidla (splátaná ku koncu nájmu) je 30 000 Sk. Namiesto nájmu však môže Juraj kúpiť vozidlo za 50 000 Sk.

- a) Čo je pre Juraja výhodnejšie, ak sa uvažuje nominálna úroková sadzba $i^{(2)} = 0,09$? [nájom]
 b) Pri akej nominálnej úrokovej sadzbe $i^{(2)}$ sú kúpa a nájom ekvivalentné? [0,047]

24. Finančný pracovník predáva konštantnú rentu vo výške 100 p. j. splatnú odtiaľ za 2 roky koncom každého mesiaca po 6 rokov.

- a) Nájmite jej predajnú cenu kalkulovanú na nominálnu úrokovú mieru $i^{(4)} = 0,08$! [4875]
 b) Finančný pracovník predáva rentu za 5000 p. j. Zistíte, akej ročnej úrokovej miere zodpovedá táto ponuka! [7,67 % p. a.]

25. Jozef vyhral v lotérii 1 000 000 Sk. Uložil ich do banky, ktorá poskytuje nominálnu úrokovú sadzbu $i^{(2)} = 0,08$. Potom, po troch rokoch, sa rozhodol, že bude mesačne polehote vyberať sumu 5 000 Sk. Po ďalších 5 rokoch odcestoval do zahraničia a prestal vyberať z vkladu. Po dvoch rokoch sa vrátil späť a rozhodol sa, že bude koncom každého mesiaca vyberať sumu R Sk počas ďalších 20 rokov, keď sa konto v banke vyčerpá. Aké veľké budú výbery R ? [$R = 14 602,21$]

26. Nájmite súčasnú hodnotu večnej renty, ktorá sa vypláca mesačne polehote vo výške 100 p. j. prvých 5 rokov, vo výške 120 p. j. ďalších 5 rokov a vo výške 150 p. j. v ďalších rokoch, ak sa uvažuje:

- a) ročná úroková miera 9 % [17 437 p. j.]
 b) nominálna úroková miera $i^{(4)} = 0,09$ [16 809 p. j.]
 c) 9 % úroková intenzita [16 598 p. j.]

27. Viera chce nový televízor. Môže si ho kúpiť za 15 000 Sk alebo najat za sumu 150 Sk platenú raz mesačne, pričom prvá splátka je splatná mesiac po uzavretí zmluvy.

- a) Koľko rokov by mala užívať televízor, aby sa presvedčila, že „kúpa“ je lepšia ako „nájom“ pri úrokovej miere 8 % p. a.? [13,5 roka]
 b) Viera chce užívať televízor večne. Pri akej úrokovej miere sú potom „kúpa“ a „nájom“ ekvivalentné? [12,7 % p. a.]

28. Na účet sa ukladá predlehotne suma X p. j. p -krát ročne počas n rokov. Po ďalších k rokoch (keď sa s účtom nehýbe) sa z účtu začne vyplácať večná renta r -krát ročne polehote v sume R p. j. Určte:

- a) Rovnicu ekvivalencie v bode $t = 0$ pre ročnú úrokovú sadzbu i

$$X \cdot \dot{a}_{n;i}^{(p)} = \frac{R}{(1+i)^r - 1} \cdot (1+i)^{-n-k}$$

- b) Rovnicu ekvivalencie v bode $t = 0$, pre nominálnu úrokovú sadzbu $i^{(m)}$

$$X \cdot \dot{a}_{n;i}^{(p)} = \frac{R}{\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^p - 1} \cdot \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-m(n+k)}$$

- c) Je dané $X = 10$, $p = 12$, $n = 20$, $k = 5$, $r = 2$, $i = 0,1$. Určte R [$R = 569,1$]
 d) Je dané $R = 500$, $p = 12$, $n = 20$, $k = 5$, $r = 2$, $i^{(4)} = 0,1$. Určte X [$X = 7,96$]

29. Renta sa vypláca ročne počas 10 rokov. Výška splátky v t -tom roku je $2t$ p. j. Na základe úrokovej miere 8 % p. a. nájmite prítomnú hodnotu tejto renty, ak sa splátky uskutočňujú ročne vopred! [70,604]

30. Občan si 1. marca 2001 dohodol s poisťovnou inštitúciou nasledujúce dve renty:
 a) 500 p. j. vyplácaných od r. 2002 každý rok 1. marca počas 8 rokov,
 b) 600 p. j. vyplácaných od r. 2002 polročne, a to 1. marca a 1. septembra každý rok počas 5 rokov.