

Katedra ekonometrie
Fakulty informatiky a statistiky VŠE v Praze



a

Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave



MEDZINÁRODNÝ SEMINÁR MLADÝCH VEDECKÝCH PRACOVNÍKOV

Katedry ekonometrie FIS VŠE v Praze

a

Katedry operačného výskumu a ekonometrie FHI EU v Bratislave

ZBORNÍK

2. – 4. december 2008

2. – 4. prosinec 2008

Praha

Programový výbor – recenzenti:

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Michal Fendek, PhD., EU Bratislava
prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., EU Bratislava
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., VŠE Praha
doc. Ing. Ivan Brezina, CSc., EU Bratislava
prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc., VŠE Praha
Mgr. Juraj Pekár, PhD., EU Bratislava

Organizačný výbor:

Ing. Karol Szomolányi, PhD.
Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Ing. Jan Fábry, PhD.
doc. dr. Ing. Martin Dlouhý, PhD.

Kontakt:

reiff@euba.sk, jablon@vse.cz

Editor: Ing. Marian Reiff, PhD., prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Web editor: Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Prahe,
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
a Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Vysoká škola ekonomická v Praze,
Nakladatelství Oeconomica, Praha 2008

ISBN 978-80-245-1405-5

Obsah

Zuzana Čičková:	Nastavenie riadiacich parametrov algoritmu diferenciálnej evolúcie	5
Tomáš Domonkos, Miroslav Krumplík:	Simulačná optimalizácia	10
Petr Fiala:	Návrhování aukcí pro elektronický obchod	15
Zuzana Fialová:	Analýza efektivity penzijních společností působících v České republice za období 2000 až 2007	21
Andrea Furková:	Fixné a náhodné vplyvy v panelových modeloch stochastických nákladových hraníc	35
Rastislav Gábik:	Vplyv fiškálnej a monetárnej politiky na ekonomiku SR	40
Pavel Gežík:	Reverzná logistika a jej legislatíva	46
Michal Grell:	Modelovanie ukazovateľov výkonnosti podniku	54
Michaela Chocholatá:	Vplyv novej centrálnej parity SKK/EUR na volatilitu výmenného kurzu SKK/EUR	59
Vladislav Chýna:	Naprogramujte si vlastní sudoku řešitel v Lingu	67
Josef Jablonský:	Alokaci zdrojů – DEA modely a jejich aplikace	73
Jana Kalčevová:	Vývoj vlivu vzdělání na mzdy v ČR	79
Peter Komáromy:	Výdavky finálnej spotreby domácností a ich klasifikácia v SNU	88
Milada Lagová:	Proč a jak využívat počítače ve výuce lineárního programování	93
Šárka Lejnarová:	Optimalizace v marketingu	102
Martin Lopatník:	Dopyt po peniazoch	108
Martin Lukáčik:	Ekonomické aplikácie modelu Logit	115
Nora Mikušová, Iveta Kufelová:	Použitie viackriteriálneho rozhodovania	120
Vladimír Mlynarovič, Branislav Tuš:	Metodológia optimalizácie investičnej stratégie dôchodkového fondu	126
Ivana Novosádová:	Sú nemocnice efektívne?	132
Jakub Novotný, Martina Kuncová:	Projektové řízení na VŠPJ	138

Juraj Pekár, Ivan Brezina:	<u>Problém umiestnenia zberných miest</u>	146
Jan Pelikán, Jan Fábry:	<u>Heuristiky pro SDVRP</u>	151
Adéla Ráčková:	<u>Model ekonomiky ČR v době konvergenčního procesu</u>	155
Marian Reiff:	<u>Stochastická optimalizácia v dodávateľskom reťazci</u>	163
Veronika Skočdoplová, Josef Jablonský:	<u>SYMCLIP – aplikace pro řešení úloh vícekriteriálního lineárního programování</u>	168
Karol Szomolányi, Adriana Lukáčiková:	<u>Úvaha nad jednorazovým monetárnym zásahom</u>	181
Hana Vysloužilová:	<u>Vyjednávání v elementárním redistribučním systému</u>	189
Jan Zouhar:	<u>Numerické metody nalezení rovnovážných cen v modelu vícenásobné marginalizace pro paralelní dodavatelský řetězec</u>	197

NASTAVENIE RIADIACICH PARAMETROV ALGORITMU DIFERENCIÁLNEJ EVOLÚCIE

CONTROL PARAMETERS SETTING OF THE DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM

Zuzana Čičková

Abstrakt

Na riešenie rôznych optimalizačných úloh možno použiť evolučné algoritmy, ktoré sú zameraná na hľadanie globálnych extrémov. Výhodou týchto algoritmov je, že pracujú efektívne aj pri úlohách ktorých riešenie nie je efektívne použitím klasických techník. Ich nevýhodou je, že závisia od nastavenia tzv. riadiacich parametrov. V príspevku bude prezentovaná možnosť nastavenia riadiacich parametrov pre algoritmus diferenciálnej evolúcie pri riešení úlohy obchodného cestujúceho.

***Kľúčové slová:** diferenciálna evolúcia, nastavenie riadiacich parametrov, evolučné algoritmy*

Abstract

For solving many optimization problems, the evolutionary techniques could be employed successfully. The merits of those algorithms are that they work well also for solving so that problems that is not possible to solve in a classical way. Disadvantage lies in slight dependence on control parameters. In this paper, the possibility of setting the control parameters of differential evolution algorithm will be presented.

***Keywords:** differential evolution, setting of control parameters, evolutionary algorithms*

1 ALGORITMUS DIFERENCIÁLNEJ EVOLÚCIE

Evolučné algoritmy je zastrešujúci termín pre algoritmy riešiace určitý problém použitím výpočtových modelov, ktoré využívajú niektorý zo známych princípov evolúcie, teda prírodného výberu a rozmnožovania (Kvasnička,2000). Evolučné algoritmy sú algoritmy paralelné, t.z. pracujú súčasne s množinou riešení - jedincov (zvyčajne množina argumentov účelovej funkcie), ktoré si medzi sebou vymieňajú informácie. Sú to algoritmy prehľadavacie, zamerané na hľadanie extrémov globálnych, t.j. vďaka tzv. mutácii, sú schopné opustiť oblasti lokálnych extrémov aj vtedy, keď takýto extrém bol už lokalizovaný. S každým jedincom je spojená tzv. *fitness* (zvyčajne reprezentuje príslušnú hodnotu účelovej funkcie).

Evolučné algoritmy sú definované veľmi voľne a záleží na užívateľovi, aby si zvolil formu vhodnú pre riešenie jeho problému (reprezentáciu dát, veľkosť populácie, pravdepodobnosť a forma mutácie, či kríženia, forma náhrady populácie atď.) Táto všeobecnosť je súčasne ich silnou aj slabou stránkou. Slabá stránka spočíva práve v neexistencii hlbšej teórie, ktorá by pomohla napr. pre nastavenie parametrov (odporúčané nastavenia boli skôr získané na základe experimentov). V príspevku sa budeme venovať možnosti nastavenia riadiacich parametrov pre pomerne nový typ evolučného algoritmu - *algoritmu diferenciálnej evolúcie* (DE). Nesprávne nastavenie riadiacich parametrov môže viesť k tzv. *stagnačnému javu*, pri ktorom dochádza k zastaveniu vývoja hodnoty účelovej funkcie (*fitness*) k lepším hodnotám

pred dosiahnutím globálneho extrému. Tento jav je odlišný od konvergenzie k lokálnemu extrému v tom, že populácia v tomto prípade stále vykazuje diverzibilitu.

2 NASTAVENIE RIADIACICH PARAMETROV

Algoritmus DE závisí od nasledujúcich parametrov:

- Dimenzia - d . Tento parameter predstavuje počet argumentov účelovej funkcie a možno ho zmeniť iba preformulovaním problému.
- Počet jedincov v populácii - np . Parameter určuje veľkosť populácie a jeho odporúčané nastavenie je $10d$, resp. $100d$, ak je funkcia vysoko multimodálna (Zelinka, 2002). Aktuálna veľkosť tohto parametra závisí na užívateľovi a na možnosti jeho hardvéru.
- Počet generácii - g . Parameter udáva počet evolučných cyklov (generácii), počas ktorých dochádza k vývoju populácie. Parameter g je súčasne ukončujúcim parametrom.
- Prah kríženia - $cr \in \langle 0, 1 \rangle$. V prípade, ak sa jedná o separovateľnú funkciu, je doporučené tento parameter nastaviť na hodnoty blízke 0, v opačnom prípade na hodnoty blízke 1. Ak by bola hodnota cr nastavená na 0, mutácia nebude v procese vytvárania skúšobného jedinca prítomná, ak by bola hodnota cr nastavená na 1, DE bude pracovať len na náhodnom hľadaní, preto by parameter cr nemal byť nastavený na tieto hodnoty.
- Mutačná konštanta - $f \in \langle 0, 1 \rangle$ ¹
- Vzorový jedinec (Specimen) - definuje jednotlivé parametre jedinca

Výsledky dosiahnuté použitím algoritmu DE sú vo všeobecnosti veľmi citlivé na nastavenie riadiacich parametrov, čo sa často považuje za nevýhodu evolučných algoritmov vôbec. Pre nastavenie týchto parametrov je možné použiť aj tzv. *meta – prístup*, pri ktorom sa daný algoritmus použije pre optimalizáciu parametrov podriadeného algoritmu, ktorým sa rieši optimalizácia konkrétneho problému. V takomto prípade hovoríme o *meta – diferenciálnej evolúcii*. Aj keď je možné, že pomocou takéhoto prístupu dosiahneme lepšie výsledky, je omnoho výpočtovo a časovo náročnejší.

Nastavenie riadiacich parametrov oboch uvedených algoritmov bolo realizované na základe riešenia úlohy obchodného cestujúceho, ktorá je jednou z najznámejších NP – ťažkých úloh a jej význam vyplýva nielen z jej nespochybniteľného praktického využitia, ale aj z jej dôležitosti pre oblasť teórie výpočtovej zložitosti. Rozmer úlohy bol 8 uzlov. Parameter np nastavený na hodnotu 80 a parameter gen na hodnotu 300. Všeobecne pri nastavení oboch algoritmov platí kritérium „čím viac, tým lepšie“, zvyšovanie týchto parametrov však ovplyvňuje čas potrebný na výpočet. Samotné simulácie boli realizované na počítači s procesorom AMD64 3200+ s 1024 Mb RAM. Pri simuláciách nebol použitý iný ukončovaci parameter ako je vyčerpanie zadaného počtu generácii, pretože pri akceptovateľnom čase potrebnom na vykonanie simulácie bolo žiaduce, aby prebehol celý počet naplánovaných generácii.

Pre analýzu nastavenia parametrov DE bol použitý jednofaktorový a dvojfaktorový model experimentu (Chajdiak, 2003). Pri jednofaktorovom pláne experimentu je podstatou špecifikovať vplyv úrovni faktorov (všeobecne faktora A s úrovňami a_1, a_2, \dots, a_m) na

¹ V literatúre nie je horná hranica pre parameter f definovaná jednoznačne. Napr. v (Zelinka, 2002) je f definované na intervale $\langle 0, 2 \rangle$, v (Onwubolu, 2004) je f definované na intervale $\langle 0; 1, 2 \rangle$

variabilitu premennej reakcie (pri úlohe obchodného cestujúceho je premennou reakcie hodnota účelovej funkcie, t.j. hodnota nájdenej okružnej trasy – všeobecne fc). K vyhodnoteniu experimentu sa využíva metóda analýzy rozptylu (ANOVA). Pre štatistické spracovanie bol použitý systém STATGRAPHICS Plus for Windows 3.0. Všetky testy boli spracované na hladine významnosti $\alpha = 0,05$.

Pri jednofaktorovej analýze rozptylu overujeme hypotézu o zhodnosti priemeru hodnôt fc pri rôznych úrovniach faktora A:

$$H_0 : \overline{fc_{A1}} = \overline{fc_{A2}} = \dots = \overline{fc_{Am}}$$

H_1 : aspoň jeden priemer je iný

Ak sú všetky priemery pri jednotlivých úrovniach faktora A rovnaké, úrovne faktora A neovplyvňujú variabilitu premennej reakcie fc . O zamietnutí resp. prijatí hypotézy H_0 sme rozhodovali na základe p – hodnoty². Ak platí $p_A < \alpha$ je dôvod zamietnuť hypotézu H_0 a prijať hypotézu H_1 o významnosti vplyvu úrovni faktora A na variabilitu premennej reakcie fc .

Jednou z podmienok použitia ANOVA je homogenita súboru. K jej testovaniu sa používa Cochran-Barlettov a Hartleyho test zhody rozptylov v podsúboroch špecifikovaných úrovňami faktora A, pri ktorom testujeme hypotézy:

$$H_0 : s_{A1}^2 = s_{A2}^2 = \dots = s_{Am}^2$$

H_1 : aspoň jeden rozptyl je iný

Ak pri použití Cochran-Barlettov a Hartleyho testu došlo k prijatiu hypotézy H_1 o významnosti rozdielov rozptylov pri rôznych úrovniach faktora A (nehomogenita súboru), na testovanie bol následne použitý Kruskal –Wallisov test, ktorým testujeme hypotézu o zhodnosti mediánov pri rôznych úrovniach faktora A:

$$H_0 : x_{cr1}^{0,5} = x_{cr2}^{0,5} = x_{cr3}^{0,5} = x_{cr4}^{0,5}$$

H_1 : aspoň jeden medián je iný

Keďže algoritmus DE závisí od kombinácie nastavenia riadiacich parametrov (parametre cr a f), pri testovaní bol využitý aj test dvojfaktorovej analýzy rozptylu (Two Way Anova), ktorý skúma variabilitu premennej reakcie fc pri rôznych úrovniach dvoch faktorov (všeobecne faktora A a faktora B). Pri tomto teste testujeme okrem hypotézy o rovnosti priemerov pri rôznych úrovniach faktorov A a B ešte hypotézu o vzájomnej interakcii faktorov:

$$H_0 : \overline{fc_{A1}} = \overline{fc_{A2}} = \dots = \overline{fc_{Am}}$$

H_1 : aspoň jeden priemer je iný

$$H_0 : \overline{fc_{B1}} = \overline{fc_{B2}} = \dots = \overline{fc_{Am}}$$

H_1 : aspoň jeden priemer je iný

$$H_0 : \overline{fc_{A1B1}} = \overline{fc_{A1B2}} = \dots = \overline{fc_{AmBm}}$$

H_1 : existuje interakcia medzi faktormi

O zamietnutí resp. prijatí jednotlivých hypotéz H_0 tiež rozhodujeme na základe príslušnej p – hodnoty.

Pri nastavení riadiacich parametrov cr a f sme sa riadili odporúčanými intervalmi pre nastavenie týchto parametrov a to:

$$cr \in \langle 0,1 \rangle$$

² Najnižšia hladina významnosti, na ktorej sa ešte dá prijať H_0

$$f \in \langle 0,1 \rangle$$

Cieľom experimentu bolo zistiť vplyv parametrov (faktorov) cr a f na variabilitu premennej reakcie fc , ktorá predstavuje hodnotu nájdenej okružnej trasy. Pre testovanie účinnosti parametrov cr a f boli pre obidva vstupné parametre v počiatočnej fáze zvolené úrovne: 0,2; 0,4; 0,6; 0,8. Pretože všeobecne platí, že pri vyváženom pláne experimentu (ak pre každú dvojicu realizujeme rovnaký počet pokusov) dostávame spoľahlivejšie údaje ako pri nevyváženom pláne experimentu (ak pre každú dvojicu realizujeme rôzny počet pokusov), pre každú dvojicu úrovní faktorov cr a f boli realizované simulácie v rovnakom počte 8. Takto bolo v prvej fáze realizovaných celkovo 128 simulácií³. Pri zisťovaní, či úrovne faktora cr štatisticky významne alebo nevýznamne ovplyvňujú variabilitu fc bola najskôr použitá jednofaktorová analýza rozptylu (One Way ANOVA), na základe ktorej sa ukázalo, že je dôvod zamietnuť hypotézu H_0 o rovnosti priemerov pri rôznych úrovniach faktora cr . Podiel variability vysvetlenej faktorom cr bol 48 %. Z porovnania výsledkov za jednotlivé vyplynulo, že skupiny s $cr = 0,2$ a $cr = 0,4$ možno považovať za homogénne skupiny s približne rovnakým priemerom, pričom pri ostaných dvojiaciach úrovní faktora cr sa prejavili štatisticky významné rozdiely. Pri hodnotení boli uplatnené aj základné opisné štatistiky. Minimum a Maximum špecifikujú variačné rozpätie hodnôt premennej reakcie fc , čím dávajú prvotnú predstavu o variabilite jej hodnôt. Priemer a Medián špecifikujú stred rozdelenia hodnôt premennej reakcie fc . Hodnoty smerodajných odchýlok dáva základnú predstavu o variabilite hodnôt premennej fc . Pri homogénnych skupinách $cr = 0,2$ a $cr = 0,4$ je variabilita premennej fc najnižšia, najvyššia variabilita je pri hodnote $cr = 0,8$, čo je logický dôsledok zvyšujúceho sa vplyvu mutácie (cez kríženie) na diverzibilitu populácie. Pre testovanie homogenity bol vykonaný Cochran, Barlettov a Hartleyho test homogenity pri rôznych úrovniach faktora cr . Z použitia Cochranovho, Barlettovho a Hartleyho testu vyplýva, že na 5 % hladine významnosti je dôvod zamietnuť hypotézu H_0 o rovnosti rozptylov, teda rozdelenie hodnôt premennej reakcie fc nie je symetrické, čo by mohlo viesť k skresleniu výsledkov získaných analýzou rozptylu. Preto na testovanie bol následne použitý Kruskal – Wallisov test zhody mediánov. Kruskal – Wallisov test však tiež potvrdil štatisticky významné rozdiely medzi mediánmi pri jednotlivých úrovniach cr . Úroveň premennej reakcie fc sa líši pri rôznych úrovniach faktora cr . Vidíme teda, že pri zvyšujúcom sa krížení jedincov v populácii dochádza k zvyšovaniu variability premennej reakcie, čoho dôsledkom je zvyšovanie tvorby nových jedincov. Pri nižšej hodnote cr sa algoritmus správa viac podľa deterministických pravidiel, čiže variabilita klesá. Pri ďalších simuláciách je výhodnejšie používať menšie hodnoty krížiacej konštanty cr , pretože pri príliš veľkom krížení sa narušajú časti jedincov, čo môže viesť k tomu, že nebudú zachované sľubné úseky jedinca, ktoré môžu obsahovať časť najlepšej novej trasy.

Takýmto spôsobom sa postupovalo aj pri testovaní parametra f . Úrovne faktora f boli zvolené nasledovne: $f_1 = 0,2$, $f_2 = 0,4$, $f_3 = 0,6$, $f_4 = 0,8$. Z výsledku analýzy rozptylu možno konštatovať, že úrovne faktora f štatisticky významne neovplyvňujú na variabilitu premennej fc . Pre testovanie homogenity bol tiež vykonaný test zhody rozptylov pri rôznych úrovniach f . Z použitia Cochranovho, Barlettovho a Hartleyho testu vyplýva, že na hladine významnosti 0,05 je dôvod zamietnuť hypotézu H_0 o rovnosti rozptylov, čiže rozdelenie hodnôt premennej reakcie fc nie je symetrické, čo by mohlo viesť k skresleniu výsledkov získaných analýzou rozptylu. Preto na testovanie bol opäť použitý Kruskal – Wallisov test rozdielu mediánov.

Kruskal – Wallisov test však tiež nepotvrdil štatisticky významné rozdiely medzi mediánmi pri jednotlivých úrovniach f . Z rozboru základných štatistík bolo zrejmé, že najmenšia variabilita premennej fc súvisela s nízkou hodnotou f , čo môžeme tiež vysvetliť znižujúcou sa

³ Výsledky jednotlivých simulácií sú k dispozícii na požiadanie

stochastickou zložkou DE algoritmu. Výsledky pri ostatných úrovniach faktora f môžeme považovať za približne rovnaké. Ani jeden z testov (ANOVA, Kruskal –Wallis) nepreukázal štatistickú závislosť hodnôt premennej reakcie fc od úrovni faktora f . Závislosť fc od f sa preukázala až pri teste dvojfaktorovej analýzy rozptylu (Two Way Anova). Keďže variabilita premennej f vysvetlila len malú časť premennej fc , a test tiež nepotvrdil štatistickú významnosť vzájomných interakcií faktorov cr a f , v ďalších simuláciách bola hodnota f zhodne nastavená na hodnotu 0,2.

Pre spresnenie nastavenia parametra cr boli realizované ďalšie simulácie s úrovňami faktora cr^4 : $cr 1=0,1$, $cr 2=0,2$, $cr 3=0,3$, $cr 4=0,4$, $cr 5=0,5$ pri $f = 0,2$. Pre každú úroveň faktora cr bolo realizovaných osem simulácií. Na hladine významnosti 0,05 bola prijatá hypotéza H_0 o rovnosti priemerov pri jednotlivých úrovniach faktora cr . Test nepreukázal štatistickú významnosť vplyvu cr na fc .

Výsledok testu homogenity viedol k prijatiu hypotézy H_0 . Možno konštatovať, že podmienky pre použitie testu ANOVA sú vyhovujúco splnené. Z analýzy základných opisných štatistík vyplýva, že najvyššia variabilita premennej fc sa paradoxne prejavila pri úrovni faktora $cr = 0,1$, pričom najnižšia variabilita bola zistená pri úrovniach faktora $cr = 0,2$ a $cr = 0,3$ (tiež môžeme konštatovať, že ide o homogénne skupiny). V ďalších simuláciách bola hodnota cr nastavená na 0,3. Táto pomerne nízka hodnota zabezpečí to, že sa príliš nenarúšajú sľubné časti jedincov, zároveň však zabezpečí dostatočné kríženie a tým aj dostatočný evolučný vývoj populácie.

Použitá literatúra

1. CHAJDIAK, J. 2003. Štatistika jednoducho. Statis. Bratislava.
2. KVASNIČKA, V., Pospíchal J., Tiňo P. 2000. Evolučné algoritmy. STU Bratislava.
3. ONWUBOLU, G.C., BABU, B.V. 2004. New Optimization Techniques in Engineering, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Berlin, Heidelberg, New York, Hong Kong, London, Milano, Paris, Tokyo. Springer, Volume 14.
4. ZELINKA, I. 2002. Umělá intelligence v problémech globální optimalizace. BEN-technická literatúra.

Kontaktné údaje

Ing. Zuzana Čičková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 820

email: cickova@euba.sk

⁴ Výsledky jednotlivých simulácií sú k dispozícii na požiadanie

SIMULAČNÁ OPTIMALIZÁCIA

SIMULATION OPTIMIZATION

Tomáš Domankos, Miroslav Krumplík

Abstrakt

Simulačné modelovanie ako jedna z metód operačného výskumu umožňuje analyzovať a optimalizovať aj také zložité systémy, ktoré s použitím klasických optimalizačných metód nie je možné z dôvodu príliš zložitej štruktúry modelovaného systému alebo z dôvodu matematickej náročnosti nájdania jej riešenia. Kombinácia simulácie a optimalizácie, tzv. simulačná optimalizácia patrí medzi relatívne krátko sa vyvíjajúce vedné odbory. Jej praktická využiteľnosť rástla priamo úmerne s rozvojom výpočtovej techniky. Cieľom tejto práce je stručne charakterizovať simulačnú optimalizáciu a poukázať na jej možné praktické využitie.

***Kľúčové slová:** simulácia, simulačná optimalizácia, simulačné modelovanie*

Abstract

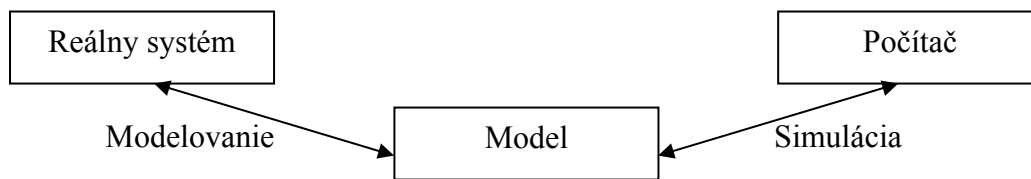
Sometimes it is difficult to analyse and optimize very complicated systems with standard optimization methods as they have very complicated structure or we can not reach the mathematical solution. In these cases we can use simulation modelling as one of the method of operation research to analyse and optimize these complicated systems. Combination of the simulation modelling and the optimization i.e. simulation modelling is a relatively young scientific field. Its practical exploitation growing together with the progress in computer sciences. The aim of this paper is to define the simulation optimization and show its practical exploitation.

***Keywords:** simulation, simulation optimization, simulation modelling*

ÚVOD

S pojmom simulácia sa v každodennom živote stretol skoro každý. V širšom slova zmysle znamená napodobňovať, predstierať, tj. napodobňovať možné stavy určitého systému. Na úvod uvádzame základné pojmy týkajúce sa simulačných modelov. Pod pojmom systém rozumieme určitú časť reálneho sveta, ktorá je objektom nášho bádania. Model je viac či menej presným zjednodušením reality (IVANIČOVÁ, BREZINA, PEKÁR, 2002). V prípade počítačovej simulácie, pod pojmom model rozumieme simulačný model realizovaný na počítači. Nasledujúci obrázok znázorňuje vzťah jednotlivých elementov simulačného procesu.

Obrázok č. 1: Zobrazenie vzťahov jednotlivých elementov simulačného procesu



Zdroj: HUŠEK, R., LAUBER, J. Simulačný modely

V praxi sa často stretávame so situáciou, kedy je potrebné systém nielen analyzovať ale aj optimalizovať, t.j. z viacerých variant usporiadania systému vybrať optimálny na základe určitého kritéria.

1 OPTIMALIZÁCIA A POROVNÁVANIE RÔZNYCH VARIANTOV

Kombinácia simulácie a optimalizácie, tzv. simulačná optimalizácia patrí medzi relatívne krátko sa vyvíjajúce vedné odbory. Simulačná optimalizácia sa začala rozvíjať intenzívnejšie v poslednom desaťročí a to najmä z toho dôvodu, že jej realizácia je výpočtovo náročná a bez dostupnosti výkonnej výpočtovej techniky prakticky neuskutočiteľná.

Výstupné charakteristiky simulačných modelov (odozvy) sú determinované jej vstupnými charakteristikami (faktormi). Faktory delíme na kvalitatívne a kvantitatívne. Kvantitatívne môžu byť spojitého alebo diskrétného charakteru. Z hľadiska riadenia systému ďalej rozlišujeme faktory kontrolovateľné a nekontrolovateľné.

Simulačná optimalizácia je štrukturovaný prístup k stanoveniu optimálnych hodnôt faktorov, pričom optimum je merané funkciou odozvy simulačného modelu. Ináč povedané ide o porovnávanie jednotlivých variant s cieľom nájsť tú najlepšiu. Na to, aby sme mohli simulačnú optimalizáciu realizovať, potrebujeme mať k dispozícii simulačný model. Tento model je vlastne funkcia (ktorej explicitný tvar nie je známy) na ohodnocovanie nastavenia faktorov. Ak simulačný experiment má stochastický charakter, potom sa nemôže ani jedna z variant nazvať optimálnou, ale iba najlepšou na určitej hladine štatistickej významnosti.

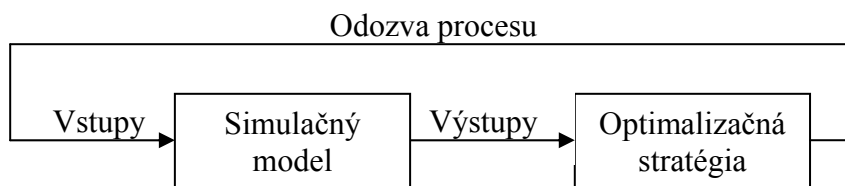
Možnosti optimalizácie sú závislé od zložitosti modelovaného systému. Ak je počet možných variant príliš veľký a/alebo ich nasimulovanie výpočtovo náročné, môže sa stať, že porovnanie všetkých možných alternatív nebude možné. Počet variant nastavenia faktorov považujeme za „malý“, ak je možné porovnať všetky existujúce možnosti, v takomto prípade hovoríme o porovnávaní variantov. Naopak, ak počet variant je taký veľký, že nie je možné ich preskúmať všetky, tak ho označujeme za „veľký“. Čiže nie je možné porovnať všetky alternatívy nastavenia faktorov systému ale iba ich určitú podmnožinu, v takomto prípade budeme hovoriť o optimalizácii (DLOUHÝ a kol. 2007).

1.1 Optimalizácia

Pod pojmom simulačná optimalizácia budeme ďalej rozumieť prístup, ktorého cieľom je z „veľkého“ počtu variantov nájsť takej kombinácie vstupných faktorov, ktorá generuje čo možno najlepšie hodnoty výstupných premenných s ohľadom na nejaké hodnotiace kritérium. Pričom však nepreskúmame všetky varianty, ale iba ich určitú podmnožinu na základe nejakého (optimalizačného) algoritmu. V literatúre je dostupných viacero definícií, ako napr. „simulačná optimalizácia predstavuje optimalizáciu výstupov zo simulačných modelov“ (FU, 2001). „Optimalizácia simulačného modelu je zameraná na situáciu, kedy analytik zisťuje, že ktorá z možných špecifikácií modelu (tj. vstupné parametre a/alebo štrukturálne predpoklady) vedie k optimálnemu výstupu“ (APRIL, GLOVER, KELLY, LAGUNA, 2003). „Simulačná optimalizácia umožňuje štruktúrovaný prístup k určeniu optimálnych hodnôt vstupných parametrov, pričom optimum je merané funkciou výstupných premenných zo simulačného modelu“ (SWISHER, JACOBS, HYDEN, SCHRUBEN, 2000). „Simulačná optimalizácia môže byť definovaná ako proces hľadania najlepších vstupných hodnôt premenných spomedzi všetkých možností bez explicitného hodnotenia každej možnosti“ (CARSON, MARIA, 1997)¹.

Y. Carson a A. Maria uvádzajú takéto grafické znázornenie simulačného optimalizačného modelu:

Obrázok č. 2: Model simulačnej optimalizácie



Zdroj: CARSON, Y., MARIA, A. Simulation Optimization: Methods and Applications

Pre simulačnú optimalizáciu existuje veľa metód. Členenie najdôležitejších metód môže byť napr. takéto² (VAŽAN, 2006):

- Gradientné metódy
- Stochastická optimalizácia
- Heuristické metódy
- Metódy odozvovej plochy
- Štatistické metódy

Veľmi populárne sú v súčasnosti najmä v okruhu softvérových vývojárov tzv. heuristické metódy typu genetických algoritmov, evolučných stratégií, neurónových sietí, simulovaného žihania (simulated annealing), zakázaného hľadanie (tabu search) a iné. Tieto prístupy poskytujú relatívne dobré a rýchlo dosiahnuteľné výsledky a sú aplikovateľné na širokú škálu

¹ Problematikou simulačnej optimalizácie sa ďalej zaoberajú napr. [VAŽAN, 2005; TUČEK, 2006; POOL, STAFFORD 1998].

² Podrobnejšiu klasifikáciu metód simulačnej optimalizácie uvádza [CARSON, MARIA, 1997] alebo [FU, 2002].

problémov. Väčšina softvérových aplikácií, poskytujúcich aj optimalizáciu používa práve tieto metódy³.

Najmä z dôvodu v súčasnosti čoraz bežnejšie dostupnej kvalitnej výpočtovej techniky, je hľadanie čo najefektívnejších optimalizačných algoritmov jedným z potenciálnych oblastí rozvíjania simulačného modelovania. V nasledujúcej časti uvedieme princíp troch vybraných metód simulačnej optimalizácie.

Princíp metódy Monte Carlo je založený na náhodnom generovaní hodnôt faktorov, pomocou ktorých získame odhady odoziev modelu. Následne tieto hodnoty odoziev porovnávame s doteraz najlepšou známou variantou. Tento postup opakujeme dovtedy, kým nebude splnené nejaké nami zadané kritérium na jeho ukončenie⁴. Z dôvodu, že táto metóda porovnáva varianty náhodne, negarantuje nájdenie optimálneho riešenia, čo však negarantuje ani jedna zo simulačných optimalizačných postupov (DLOUHÝ a kol. 2007).

Základná myšlienka metódy postupnej jednorozmernej optimalizácie je prevedenie viacrozmernej optimalizácie na jednorozmernú optimalizáciu, pri ktorej optimalizujeme hodnotu odozvy s ohľadom iba na jeden faktor. Ostatné faktory sú pritom nemenné. Ak už nie je možné zlepšiť hodnotu odozvy s ohľadom na jeden faktor, potom prechádzame na ďalší faktor. Po jednorozmernej optimalizácii vzhľadom na všetky faktory, opakujeme tento postup znova od začiatku. Algoritmus končí, ak už nebude možné zlepšiť výsledok zmenou žiadneho z faktorov⁵.

Metóda odozvovej plochy predpokladá, že medzi faktormi a odozvou existuje určitý funkčný vzťah, ktorý je možné aproximovať nejakou nelineárnou funkciou, ktorá aproximuje plochu odozvy. Na vyjadrenie funkčného vzťahu, ktorý zachytáva transformáciu faktorov na odozvu sa používa tzv. regresný metamodel, ktorý zovšeobecňuje výsledky simulačného experimentu pomocou regresného odhadu. Regresný metamodel sa najčastejšie formuluje vo forme polynómu prvého alebo druhého rádu a môže zahrňovať aj vzájomné interakcie medzi faktormi. Pomocou takéhoto modelu sa uskutočňuje optimalizácia a aj analýza senzitivnosti.

ZÁVER

Simulačné modelovanie a simulačná optimalizácia predstavuje účinný nástroj analýzy a optimalizácie zložitých procesov. Možnosti ich praktického využitia išli „ruka v ruke“ s rozvojom výpočtovej techniky. Dalo by sa povedať, že simulovanie správania sa nejakého zložitého systému a jej optimalizácia bez použitia výpočtovej techniky nie je možné. V súčasnosti už existuje množstvo softvérových balíkov, ktoré umožňujú pohodlné grafické kreovanie modelu alebo aj programovanie zložitých systémov pomocou špeciálnych objektovo orientovaných simulačných programovacích jazykov.

³ Napr. Witness používa metódu simulovaného žihania, Extend genetické algoritmy. Viac tejto problematike sa venujú v článkoch [APRIL, GLOVER, KELLY, LAGUNA, 2003] alebo [VAŽAN, 2006].

⁴ Takéto kritérium môže byť napr. vypršanie stanoveného času, splnenie nejakej vopred definovanej požiadavky na hodnoty odozvy alebo vykonanie určitého počtu pokusov.

⁵ Tento algoritmus končí nájdením lokálneho optima, čo však nemusí byť súčasne aj globálne optimum.

Použitá literatúra

1. APRIL, J., GLOVER, F., KELLY, J.P., LAGUNA, M. 2003. [Practical Introduction to Simulation Optimization](#). In: *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*. USA, 2003, 71-78 s. Článok je dostupný na WWW: < <http://www.informs-sim.org/wsc03papers/010.pdf> > Stiahnuté 15.11.2007
2. CARSON, M., MARIA, A. 1997. Simulation optimization: Methods and applications. In: *Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference*. USA, 1997, 118-126 s. Článok je dostupný na WWW: < <http://www.informs-sim.org/wsc97papers/0118.PDF> > Stiahnuté 15.11.2007
3. DLOUHÝ, M.: *Simulace pro ekonomy*. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 2001, 126 s. ISBN 80-245-0155-4
4. DLOUHÝ, M., FÁBRY, J., KUNCOVÁ, M., HLADÍK, T.: *Simulace podnikových procesů*. Brno: Computer Press, 2007, 208 s. ISBN 978-80-251-1649-4
5. FISHMAN, G. S.: *Discrete-event simulation*. New York: Springer, 2001, 558 s. ISBN 978-0-387-95160-7
6. FU, M.C. 2001. Simulation Optimization. In: *Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference*. USA, 2001, 53-61 s. Článok je dostupný na WWW: < <http://www.informs-sim.org/wsc01papers/008.PDF> > Stiahnuté 15.11.2007
7. HUŠEK, R., LAUBER, J.: *Simulačný modely*. Praha: STNL/ALFA, 1987, 349 s.
8. IVANIČOVÁ, Z., BREZINA, I., PEKÁR, J.: *Operačný výskum*. Bratislava: Iura Edition, 2002, 286 s. ISBN 80-89047-43-2
9. LAW, A. M.: *Simulation Modeling and Analysis*. Fourth Edition. Tuscon, Arizona, USA: McGraw-Hill, 2007, 768 s. ISBN 0-07-110336-8
10. POOL, M., STAFFORD, R. 1998. Optimization and Analysis of Performance in Simulation. In: *Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference*. USA, 1998, 1689-1691 s. Dostupné na WWW: < <http://www.informs-cs.org/wsc00papers/019.PDF> > Stiahnuté 15.12.2007
11. SWISHER, J.R., JACOBSON, S.H., HYDEN, P.D., SCHRUBEN, L.W. 2000. A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures. In: *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference*. USA, 2000, 119-128 s. Článok je dostupný na WWW: < <http://www.informs-cs.org/wsc00papers/019.PDF> > Stiahnuté 15.12.2007
12. TUČEK, D. 2006. *Simulace a optimalizace při plánování výroby* Dostupné na WWW: < <http://www2.humusoft.cz/www/akce/witkonf06/prispevky/pdf/tucek.pdf> > Stiahnuté 14.11.2007
13. VAŽAN, P. 2006. *Simulačná optimalizácia - jej možnosti a problémy*. Dostupné na WWW: < <http://www2.humusoft.cz/www/akce/witkonf06/prispevky/pdf/vazan.pdf> > Stiahnuté 15.11.2007

Kontaktné údaje

Ing. Tomáš Domonkos
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: tdomonkos@gmail.com

Ing. Miroslav Krumplík
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: miroslav.krumplik@email.cz

NÁVRHOVÁNÍ AUKCÍ PRO ELEKTRONICKÝ OBCHOD

DESIGN OF AUCTIONS FOR ELECTRONIC BUSINESS

Petr Fiala

Abstrakt

Aukce jsou důležitý tržní mechanismus pro alokaci zboží. Popularita aukcí a požadavky e-obchodu vedly ke zvýšenému zájmu o vyvinutí komplexních modelů obchodování. Kombinatorické aukce vyvolaly v poslední době významný zájem jako automatizovaný mechanismus pro nákup a prodej balíčků zboží. Prokázaly, že jsou velmi užitečné v řadě aplikací e-obchodu. Jsou prezentovány důležité otázky navrhování kombinatorických aukcí. Iterační postup umožňuje dražitelům poučit se z hodnocení jejich konkurentů během dražebního procesu. Iterační aukce převládají v e-obchodu. Použití Internetu zvyšuje komunikační možnosti a iterační aukce se snáze implementují s využitím počítačů. Vícekriteriální přístup může být užitečný pro detailní analýzu kombinatorických aukcí. Příspěvek se zabývá vícekritériálními iteračními kombinatorickými aukcemi jako modely pro elektronický obchod.

***Klíčová slova:** elektronický obchod, kombinatorické aukce, iterační aukce, vícekriteriální aukce*

Abstract

Auctions are important market mechanisms for the allocation of goods. The popularity of auctions and the requirements of e-business have led to growing interest in the development of complex trading models. Combinatorial auctions have recently generated significant interest as an automated mechanism for buying and selling bundles of goods. They are proving to be extremely useful in numerous e-business applications. Important issues in the design of combinatorial auctions are presented. An iterative approach allows bidders to learn about their rivals' valuations through the bidding process. Iterative auctions are predominant in e-business. Use of the Internet enhances communication capabilities, and iterative auctions are easier to implement with use of computers. Multi-criteria approach can be helpful for detailed analysis of combinatorial auctions. The paper deals with multi-criteria iterative combinatorial auctions as models for electronic business.

***Keywords:** electronic business, combinatorial auctions, iterative auctions, multicriteria auctions*

1 ÚVOD

Teorie aukcí dosáhla obrovského zájmu jak ze strany ekonomie, tak i z oblasti Internetu. Navrhování aukcí je multidisciplinární zájem, založeným na přínosech z ekonomie, operačního výzkumu, informatiky a dalších disciplín. Popularita aukcí a požadavky e-obchodu vedly ke zvýšenému zájmu o vyvinutí komplexních modelů obchodování (viz Bellosta et al., 2004, Bichler, 2000, Oliveira et al., 1999).

Aukce je konkurenční mechanismus pro alokaci zdrojů kupujícím, založený na předem definovaných pravidlech. Tato pravidla definují dražební proces, způsob určení vítěze a finální dohody. Při transakcích elektronického obchodu řídí aukce softwarový agent, kteří vyjednávají v zájmu kupujících a prodávajících. Pro prezentovaný model elektronických

aukcí je navrženo použití multidimensionálních aukcí. Tyto aukce je možno klasifikovat jako:

- více-jednotkové aukce,
- více-položkové aukce,
- více-kolové aukce,
- více-kriteriální aukce,

Více-jednotkové aukce obsahují více jednotek obchodovaných položek a umožňují aukce s množstevním diskontem. Více-položkové aukce umožňují nabídky na kombinaci položek, tzv. kombinatorické aukce. Při iteračním postupu existuje několik kol nabídek a rozdělení a problém se řeší postupně. Iterační kombinatorické aukce jsou atraktivní pro dražitele, protože se učí z hodnocení jejich konkurentů během dražebního procesu, což jim umožňuje upravit jejich vlastní nabídky. V kombinatorických aukcích může být definováno více kritérií:

- maximalizace příjmu – prodávající by měl získat největší možnou cenu,
- efektivnost – kupující s nejvyšším ohodnocením by měli dostat dané zboží,
- možnost koluzí.

Aukce s komplexní nabídkovou strukturou se často také nazývají vícekriteriální, protože se týkají více ukazatelů položek (kvalita, množství, cena) ve vyjednávacím prostoru. Vícekriteriální přístup může být užitečný pro detailní analýzu kombinatorických aukcí. Existují různé kombinace těchto multidimensionálních charakteristik.

2 KOMBINATORICKÉ AUKCE

Kombinatorické aukce jsou takové aukce, ve kterých mohou dražitelé dávat nabídky na kombinaci položek, tzv. balíčky. Výhodou kombinatorických aukcí je skutečnost, že dražitel může plněji vyjádřit svoje preference. To je zejména důležité, jestliže jsou položky komplementární. Organizátor aukce také získává hodnotu z kombinatorických aukcí. To, že umožňují úplnější vyjádření preferencí, vede k vyšší ekonomické efektivnosti a většího příjmu z aukcí. Avšak kromě výhod, přinášejí kombinatorické aukce také řadu otázek a problémů (Cramton et al., 2006). Problém, nazvaný problém určení vítěze, dosáhl značné pozornosti v literatuře. Iterační aukce jsou brány jako alternativa pro řešení problému určení vítěze.

Problém určení vítěze

Problém je formulován následovně: Pro danou množinu nabídek v kombinatorické aukci najít alokaci položek dražitelům, která maximalizuje příjem prodejce. Předpokládejme, že prodávající nabízí množinu M s m položkami, $j = 1, 2, \dots, m$, n potenciálním kupcům. Položky jsou k dispozici v jediné jednotce. Nabídka, učiněná kupujícím i , $i = 1, 2, \dots, n$, je definována jako

$$B_i = \{S, v_i(S)\},$$

$S \subseteq M$, je kombinace položek,

$v_i(S)$, je hodnota nebo nabízená cena kupujícím i za kombinaci položek S .

Cílem je maximalizace příjmu prodávajícího, při zadaných nabídkách kupujících. Omezení vyjadřují podmínky, že žádná položka není alokována více než jednomu kupujícímu a žádný kupující nezíská více než jednu kombinaci. Pro formulaci problému jsou použity bivalentní proměnné:

$x_i(S)$ je bivalentní proměnná, určující, zda kombinace S je přiřazena kupujícímu i ($x_i(S) = 1$).

Problém určení vítěze může být formulován následovně

$$\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq M} v_i(S) x_i(S) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall j \in M, \quad (1)$$

$$x_i(S) \in \{0, 1\}, \quad \forall S \subseteq M, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Účelová funkce vyjadřuje příjem. První omezení vyjadřuje, že žádný kupující nedostane více než jednu kombinaci položek. Druhé omezení vyjadřuje, že se nepřikládají překrývající se množiny položek.

3 ITERAČNÍ POSTUP

V iteračních aukcích nemusí dražitelé dávat nabídky na všechny možné balíčky položek najednou, ale mohou nabízet jen malé počty balíčků v každém kole aukce. Jedním ze způsobů jak snížit výpočetní složitost při řešení problému určení vítěze je vytvoření fiktivního trhu, který bude určovat alokace položek a ceny decentralizovaným způsobem. Při iteračním postupu probíhá řada kol nabídek a problém je řešen postupně (Parkes, 2001).

Existuje vztah mezi efektivními aukcemi pro více položek a teorií duality. Vickreyova aukce může být brána jako efektivní cenová rovnováha, která odpovídá optimálnímu řešení určité úlohy lineárního programování a její duální úlohy. Simplexový algoritmus může být bran jako statický přístup k určení Vickreyova výstupu. může být alternativně bran jako decentralizovaná a dynamická metoda určení cenové rovnováhy. Základní práce (Bikhchandani, Ostroy, 2002) demonstruje silný vztah mezi iteračními aukcemi a primárně-duální algoritmus lineárního programování.

Pro problem určení vítěze formulujeme LP relaxaci a její duál. Uvažujme LP relaxaci problému určení vítěze winner (1):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq M} v_i(S) x_i(S) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall j \in M, \quad (2)$$

$$x_i(S) \geq 0, \quad \forall S \subseteq M, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Odpovídající duál k problému (2)

$$\sum_{i=1}^n p(i) + \sum_{j \in S} p(j) \rightarrow \min$$

při omezeních

$$\begin{aligned} p(i) + \sum_{j \in S} p(j) &\geq v_i(S) \quad \forall i, S, \\ p(i), p(j) &\geq 0, \quad \forall i, j, \end{aligned} \quad (3)$$

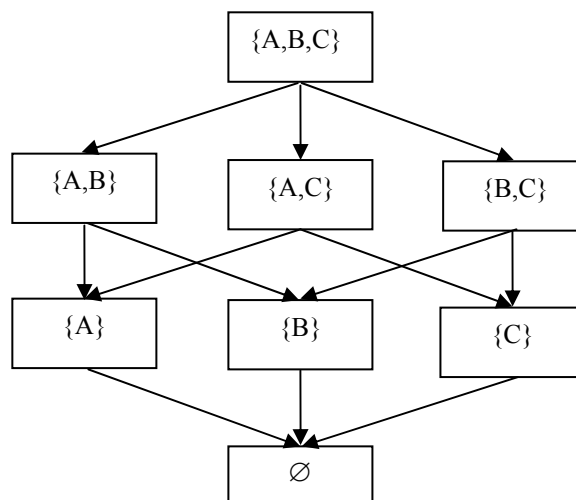
Duální proměnné $p(j)$ mohou být interpretovány jak anonymní lineární ceny položek, výraz $\sum_{j \in S} p(j)$ je potom cena za balíček S a $p(i) = \max_S [v_i(S) - \sum_{j \in S} p(j)]$ je maximální užitek pro dražitele i při cenách $p(j)$.

V literatuře byla navržena řada formátů aukcí, založených na primárně-duálním algoritmu. Ačkoliv se tyto aukce liší v řadě aspektů, obecné schéma může být vyjádřeno následovně:

1. Určit minimální počáteční ceny.
2. Zveřejnit průběžné ceny a sbírat nabídky. Nabídky musí být vyšší nebo rovny průběžným cenám.
3. Vypočítat průběžné duální řešení při interpretaci duálních proměnných jako cen položek. Pokusit se najít přípustné řešení, celočíselné primární řešení, které splňuje pravidlo zastavení. Pokud takové řešení existuje, skončit a použít toto řešení jako finální alokaci položek. V ostatních případech aktualizovat ceny a jít zpět na krok 2.

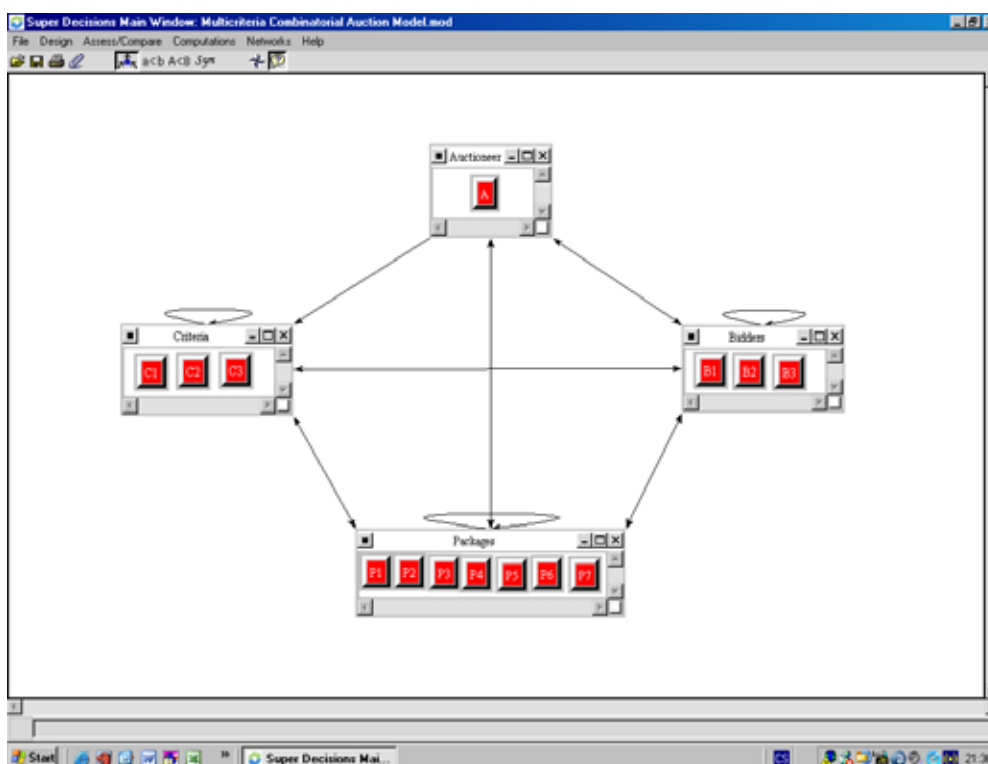
4 VÍCEKRITERIÁLNÍ PŘÍSTUP

Klíčovou vlastností, která činí kombinatorické aukce nanejvýš zajímavé, je schopnost vyjádřit komplexně preference na balíčcích položek, včetně komplementarity a substituce. Sandholm a Boutilier (2006) popisují obecnou metodu pro reprezentaci hodnotících funkcí. Tzv. preferenční síť je orientovaný graf, kde každý uzel odpovídá balíčku b a hrany reprezentují znalosti o preferencích dražitele. Orientovaná hrana (a, b) označuje, že balíček a je preferován před balíčkem b . Obrázek 1 reprezentuje příklad preferenční sítě pro balíčky ze tří položek (A,B,C).



Obr. 1 Preferenční síť

Pro odvození preferencí balíčků v preferenční síti může být použita metoda ANP (Analytic Network Process). ANP je metoda (Saaty, 2001), která umožňuje pracovat systematicky se všemi druhy závislostí a zpětných vazeb mezi prvky systému. Známá metoda AHP (Analytic Hierarchy Process) je speciálním případem metody ANP. Klastry ve vícekriteriálních kombinatorických aukcích mohou být, prodávající, kupující, balíčky položek, a také hodnotící kritéria. Používáme ANP software Super Decisions, vyvinutý firmou Creative Decisions Foundation (CDF), pro experimenty při testování možností pro vyjádření a hodnocení v modelech vícekriteriálních kombinatorických aukcí (Obrázek 2).



Obr. 2 Model vícekriteriální kombinatorické aukce

5 ZÁVĚR

V článku jsou navrženy vícekriteriální iterační kombinatorické aukce jako modely pro elektronický obchod. Kombinatorické aukce jsou důležitým subjektem intenzivního ekonomického výzkumu. Iterační proces pomáhá dražitelům vyjádřit jejich preference. Vícekriteriální přístup může být nápomocen při detailní analýze kombinatorických aukcí. Kombinace takových přístupů může poskytnout mnohem komplexnější pohled na elektronické aukce. Je navržen možný flexibilní nástroj pro e-obchod.

Poděkování

Výzkumný projekt byl podporován grantem č. 402/07/0166 „Kombinatorické aukce – modelování a analýza“, uděleným Grantovou agenturou České republiky.

Použitá literatura

1. M. Bellosta, I. Brigui, S. Kornman, and D. Vanderpooten (2004). A multi-criteria model for electronic auctions. In *ACM Symposium on Applied Computing*: 759-765.
2. M. Bichler (2000). An experimental analysis of multi-attribute auctions. *Decision Support Systems*, 29:249- 268.
3. Bikhchandani, S., Ostroy, J. M. (2002): The package assignment model. *Journal of Economic Theory*, 107(2), 377–406.
4. P. Cramton, Y. Shoham and R. Steinberg (eds.) (2006). *Combinatorial Auctions*. MIT Press, Cambridge.
5. Parkes, D. C. (2001): Iterative Combinatorial Auctions: Achieving Economic and Computational Efficiency. PhD thesis, University of Pennsylvania.
6. E. Oliveira, J.M. Fonesca, and A. Steiger-Garao (1999). Multi-criteria negotiation in multi-agent systems. In *1st International Workshop of Central and Eastern Europe on Multi-agent Systems (CEEMAS'99)*, St. Petersburg.
7. T. L. Saaty (2001). Decision making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process, Pittsburgh, RWS Publications.
8. T. Sandholm, C. Boutilier (2006). Preference elicitation in combinatorial auctions. P. Cramton, Y. Shoham and R. Steinberg (eds.). *Combinatorial Auctions*. MIT Press, Cambridge.

Kontaktní údaje

Prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha, Česká republika

Tel: (420 2) 24 095 447

email: pfiala@vse.cz

ANALÝZA EFEKTIVNOSTI PENZIJNÍCH SPOLEČNOSTÍ PŮSOBÍCÍCH V ČESKÉ REPUBLICĚ ZA OBDOBÍ 2000 AŽ 2007

EFFICIENCY ANALYSIS OF PENSION FUNDS IN THE CZECH REPUBLIC FOR THE PERIOD 2000 - 2007

Zuzana Fialová

Abstrakt

Tato práce se zabývá aplikací metody analýzy obalu dat na trh penzijního připojištění v České Republice. Demografický vývoj v České Republice donutil vládu v roce 1992 k otevření trhu penzijního pojištění soukromým subjektům. Státní důchodový systém přestal být dostačující a občanům byla nabídnuta alternativa v podobě penzijního připojištění. Během patnácti let došlo k mnoha sloučením a zánikům původních 44 penzijních společností a na trhu jich zůstalo 11. Stále více občanů pociťuje nejistotu v podobě nízkého státního příspěvku v důchodu a rozhodují se i pro soukromé spoření u penzijního fondu. I přes nízký počet penzijních fondů může být volba náročná. Fondy jsou často řazeny podle velikosti anebo podle vyhlášených připsaných výnosů. Cílem této práce je nabídnout možnost hodnocení penzijních fondů na základě více kritérií.

Klíčová slova: efektivita, penzijní fondy, analýza obalu dat

Abstract

This paper deals with evaluation of pension funds' performance in the Czech Republic using Data envelopment analysis method. In 1992, the Czech government, concerned with the demographic development and projections, decided to open the pension market to private entities. Due to insufficiency of the public pension system, Czech citizens have been proposed an alternative of a pension savings account managed by private pension funds. During the following 15 years, many of the firstly created 44 pension funds have been closed or taken over by their competitors. Nowadays only 11 fund managers exist. Despite this small number, growing portion of the population being attracted by the advantages of the private pension insurance, have difficulties in choosing a fund to contribute to. The aim of this paper is to propose a possible evaluation of pension funds' efficiencies based on multiple criteria.

Keywords: efficiency, pension funds, data envelopment analysis

1 ÚVOD

Hlavní formu zabezpečení občanů České Republiky ve stáří představuje tzv. průběžný státní důchodový systém, který přerozděluje prostředky získané od aktivní části obyvatelstva osobám splňujícím dané podmínky. V roce 2007 bylo vypláceno 2 043 565 starobních důchodů v celkové výši 203 932 mil. Kč.

Vzhledem ke stárnoucímu obyvatelstvu a stále se zvyšující naději dožití, byl v roce 1992 otevřen trh komerčnímu penzijnímu připojištění, aby doplnilo státní systém a poskytlo penzistům dodatečné prostředky. Avšak z původních 44 penzijních fondů zbylo na trhu po

různých sloučeních a převzetích menších fondů či jejich zániku 10 fondů počítaje i nově vzniklý fond AEGON (červen 2007).

K dnešnímu datu využívá služeb penzijního připojištění se státním příspěvkem přes 4,1 milionu obyvatel České republiky, navíc tento počet stále roste. Nárůst mezi druhým a třetím čtvrtletím roku 2008 je o téměř 80 tisíc účastníků ze 4 056 241 na 4 135 169. Přičemž oproti konci roku 2007 je to o více než čtyřprocentní nárůst z 3 962 098 příspěvateľů. To znamená, že do systému dobrovolného penzijního připojištění je zapojeno přes 60 % aktivního obyvatelstva. Do systému se aktivně zapojují i zaměstnavatelé. Příspěvek zaměstnavatele dnes dostává každý čtvrtý pojištěnec.

Celkově jsou v systému uloženy prostředky ve výši 175,9 miliardy ke konci poloviny roku 2008. Meziroční nárůst přesáhl neskutečných 25,8 miliard Kč, resp. 17%.

Ke konci roku 2000 přesáhl počet účastníků penzijního připojištění 2,3 milionu. Oproti předchozímu roku to představovalo o téměř 230 tisíc klientů více. Na svou penzi si tak ve fondech spořilo téměř čtyřicet procent obyvatel v produktivním věku. Ti měli v penzijních fondech uloženo čtyřicet miliard korun, což je o osm procent více než v roce 1999, počet účastníků však za to samé období vzrostl o 11 procent. Tento nesoulad vznikl především díky tomu, že v loňském roce do fondů přišlo 840 tisíc nových účastníků, současně však odešlo téměř půl milionu starých klientů, kterým již vznikl nárok na penzi. Odcházející klienti si z fondů odnesli více než čtyři miliardy korun, většinou ve formě jednorázového vyrovnání.

Tato práce se zabývá hodnocením soukromých penzijních fondů, přesněji penzijních společností, které operují na našem trhu a nabízejí možnost připojištění na stáří. Toto připojištění je dostupné všem občanům České Republiky a hlavním cílem je poskytnout pojištěncům dodatečné prostředky ke státnímu důchodovému příspěvku. Budoucí prognózy počítají s nárůstem občanů v důchodovém věku oproti pracující populaci, která zajišťuje přísun peněz do důchodového systému. Soukromé pojištění se tedy zdá pro budoucí generace nezbytné.

Jaká soukromá penzijní společnost může občanovi zajistit bezpečné uložení jeho peněz a jejich zhodnocení, tak aby se při odchodu do důchodu dočkal dostačujícího přísunu peněz, je nelehké rozhodnutí. Na trhu je 10 různě velkých společností s různou historií své působnosti a výsledky své činnosti. Výběr té správné společnosti závisí na více kritériích.

Vzhledem k této skutečnosti použijí k analýze vícekritériální metodu analýzy obalu dat, jejíž vhodnost bude vysvětlena níže.

2 Analýza efektivity penzijních fondů v České republice

1.1 Penzijní společnosti v České Republice

Jak již bylo řečeno, v České Republice v současné době působí 10 penzijních společností. Co do počtu účastníků je největší penzijní společností Česká pojišťovna s více než jedním miliónem účastníků. Následuje Česká spořitelna s téměř o polovinu nižším stavem.

Třetí největší penzijní společností je Axa. Ta má za sebou nejen několik fúzí a akvizic, ale i několik změn jména. Co do velikosti následuje Komerční banka, ING, ČSOB penzijní fond Stabilita a ČSOB penzijní fond Progres, který se nedávno sloučil se Zemským fondem. Nejnižší podíly na trhu má Allianz a Generali. Nejkratší dobu je u nás zastoupena společnost s názvem AEGON penzijní fond, která vstoupila na náš trh v červnu 2007. Její podíl je proto v současné době velmi malý.

V následující tabulce se nachází souhrnný přehled penzijních společností u nás a jejich základní ekonomické údaje za druhé čtvrtletí roku 2008. Zdrojem těchto dat je Asociace penzijních fondů.

Tabulka 1: Vybraná ekonomická data za 2. čtvrtletí 2008

Název penzijního fondu	Počet aktivních účastníků	v mil. Kč	v Kč	V tis. Kč
		Prostředky evidované ve prospěch účastníků	Průměrné příspěvky	Základní kapitál
AEGON PF	28 910	268	9 270	50 000
Allianz PF	118 200	6 447	50 267	60 000
Axa PF	567 768	33 469	54 543	184 920
ČSOB PF Progres	247 473	6 296	58 948	320 000
ČSOB PF Stabilita	397 518	15 226	25 441	297 167
Generali PF	32 411	1 473	38 303	50 000
ING PF	446 391	20 247	45 448	50 000
PF České pojišťovny	1 117 150	40 893	45 357	213 700
PF České spořitelny	696 091	27 371	36 605	100 000
PF Komerční banky	483 257	24 292	39 321	200 000
CELKEM / TOTAL	4 135 169	175 982	403 502	-828 751

Zdroj: Asociace penzijních fondů

Průměrné příspěvky se však u jednotlivých společností liší. Záleží na průměrném věku přispěvatelů a jejich finančních možnostech, stejně tak jako na zapojení jejich zaměstnavatelů. Fondy Allianz, AXA, ČSOB Progres i ING mají vyšší průměrný příspěvek než Česká Pojišťovna.

Velikost penzijního fondu, hodnocená na základě výše spravovaných prostředků či počtu účastníků, může být jedním z kritérií pro výběr penzijní společnosti. Odráží se v něm kvalita managementu, lepší schopnost diverzifikace investičních rizik a možnost snižovat náklady díky efektům úspor z rozsahu.

Dalším kritériem pro rozhodování o výkonnosti společností mohou být hospodářské výsledky a výnosy. V následující tabulce jsou uvedené hospodářské výsledky opět za 2. čtvrtletí roku 2008.

Tabulka 2: Vybraná ekonomická data za 2. čtvrtletí 2008

Název penzijního fondu	v %	v mil. Kč
	Poměr objemu vytvořeného zisku k průměrnému objemu vlastního jmění	Hospodářský výsledek za běžné účetní období ke konci čtvrtletí

	účastníků	
AEGON PF	0	-24
Allianz PF	3,4	107,0
Axa PF	1,0	171,3
ČSOB PF Progres	0,4	12,0
ČSOB PF Stabilita	1,2	92,0
Generali PF	5,4	37,0
ING PF	2,7	260,0
PF České pojišťovny	2,1	409,0
PF České spořitelny	1,4	182,5
PF Komerční banky	1,8	212,0
CELKEM / TOTAL	19,5	1 458,8

Zdroj: Asociace penzijních fondů

Souhrnný hospodářský výsledek penzijních fondů ke konci 2. čtvrtletí 2008 činil 1,459 miliardy. S ohledem na nepříznivý vývoj na finančním a kapitálovém trhu ve sledovaném období se jedná o pozitivní výsledek. Ke stejnému datu v loňském roce vykázaly penzijní fondy zisky vyšší (2,632 miliardy).

Penzijní fondy i v druhém čtvrtletí zachovaly konzervativní investiční strategii. Z celkového objemu prostředků účastníků bylo 76,8 % umístěno v dluhopisech a 11,5 % na účtech a termínovaných vkladech. Do akcií bylo uloženo 4,9 % a do podílových listů 3,6 % spravovaných prostředků.

Tato kritéria hodnotí penzijní fondy zcela z jiného pohledu. Počet klientů obecně odráží kvalitu penzijního fondu, ale nejde o reálný výsledek hospodaření společnosti. Navíc ne vždy platí. Penzijní fond Generali dokáže hospodařit lépe než jeho větší konkurenti. To je patrné z poměrového ukazatele objemu zisku k průměrnému objemu vlastního jmění účastníků. Tento Penzijní fond dokázal svůj kapitál nejlépe zhodnotit.

V absolutní hodnotě dosáhla nejvyššího hospodářského výsledku ke konci 2. čtvrtletí 2008 opět Česká Pojišťovna, což by se však k její velikosti dalo předpokládat. Všechny penzijní fondy hospodařily se ziskem, vyjma nedávno vzniklého fondu AEGON.

Velmi důležitým ukazatelem pro účastníky jsou připsané výnosy. O těch ale rozhodují akcionáři a zveřejňují se až v následujícím roce. Proto jsou dnes k dispozici pouze údaje do roku 2007.

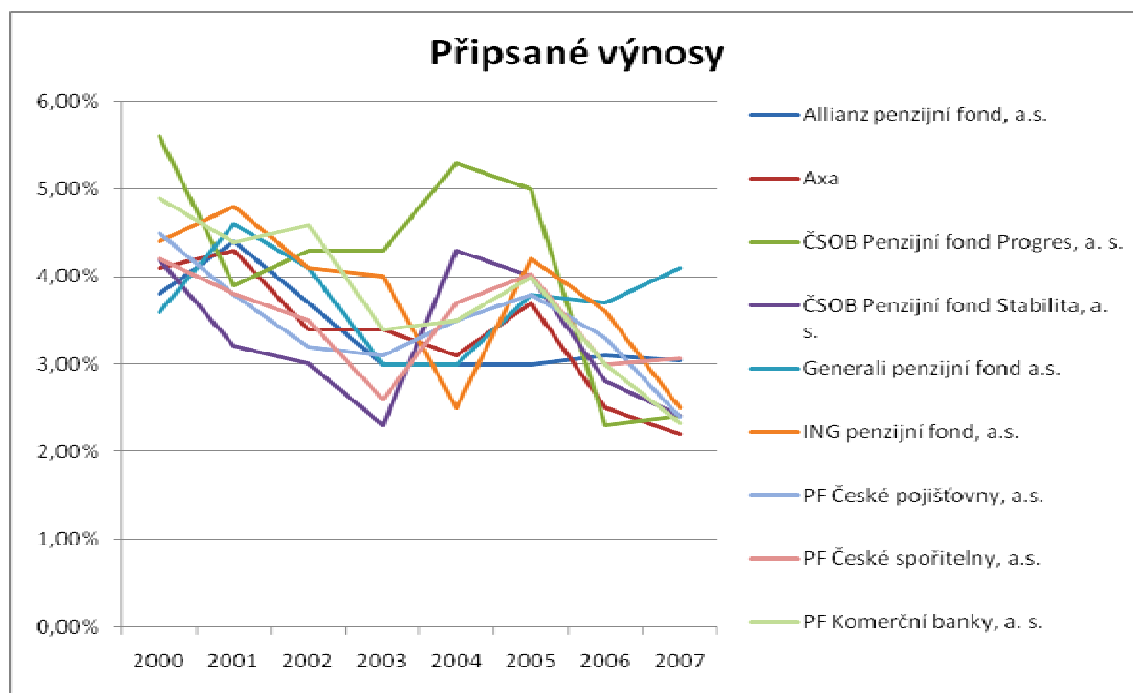
Tabulka 3: Připsané výnosy od roku 2000 do roku 2007

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Allianz PF	3,80%	4,40%	3,70%	3,00%	3,00%	3,00%	3,10%	3,05%
Axa PF	4,10%	4,30%	3,40%	3,40%	3,10%	3,70%	2,50%	2,20%
ČSOB Progres	5,60%	3,90%	4,30%	4,30%	5,30%	5,00%	2,30%	2,40%

ČSOB Stabilita	4,20%	3,20%	3,00%	2,30%	4,30%	4,00%	2,80%	2,40%
Generali PF	3,60%	4,60%	4,10%	3,00%	3,00%	3,80%	3,70%	4,10%
ING penzijní fond	4,40%	4,80%	4,10%	4,00%	2,50%	4,20%	3,60%	2,50%
PF České pojišťovny	4,50%	3,80%	3,20%	3,10%	3,50%	3,80%	3,30%	2,40%
PF České spořitelny	4,20%	3,80%	3,50%	2,60%	3,70%	4,03%	3,00%	3,07%
PF Komerční banky	4,90%	4,40%	4,60%	3,40%	3,50%	4,00%	3,00%	2,33%

Zdroj: Finance.cz

Obrázek 1: Připsané výnosy od roku 2000 do roku 2007



Z grafu je zřejmé, že si účastníci všech fondů vyjma Generali od roku 2000 pohoršili. Vývoj výnosů v této tržní oblasti je obecně negativní, tedy klesající. Otázkou je, co je tomu příčinou. Zda jde o tržní faktory, nebo fondy zadržují větší část zisku pro sebe a připisují nižší výnosy klientům. Zatímco v roce 2000 se výnosy pohybovaly okolo 4 procent, někdy dokonce i nad 5 procent, v roce 2007 je to spíše okolo 3 procent, nad 4 se dostal pouze jeden fond. Průměrná meziroční míra inflace v roce 2007 byla 2,8 %. To značí, že mnohé fondy neumožnili ani reálné zhodnocení prostředků klientů a nabídly výnosy nižší, než byla míra inflace.

Celkové výnosy penzijních fondů pak závisely na jejich investiční strategii. Fondy, které investovaly více do akcií, dosáhly vyššího zhodnocení než ty fondy, které zůstaly u konzervativní strategie. Ta je jim z části dána zákonem, který nastavil limity možných investic do rizikových instrumentů. Jejich cílem je ochránit investice účastníků.

Na druhé straně nám informaci o výkonnosti penzijní společnosti poskytnou i nákladové položky a to zejména položka provozních nákladů. Tato položka nám udává, jak úsporně penzijní společnosti hospodaří. Provozní náklady zahrnují položky za lidské zdroje, administrativní náklady, marketing a ostatní provozní náklady.

Hodnotit celkovou efektivnost penzijních společností na základě jednotlivých kritérií by bylo obtížné. Problém je v tom, jak vybrat váhy jednotlivých vstupů a výstupů, tak abychom mohli použít jednoduchý výpočet vážené produktivity. Proto byly vyvinuty tzv. vícekritériální metody, které jak již název napovídá, hodnotí objekt na základě více kritérií. K takovým metodám patří i metoda analýzy obalu dat, která řeší problémy hodnocení efektivnosti produkčních jednotek na základě většího počtu vstupů a výstupů. Produkční jednotkou je i penzijní společnost a jejím produktem je penzijní pojištění.

Penzijní společnost svým klientům nabízí výhodnou formu spoření, zhodnocení naspořených prostředků, výplatu starobní, pozůstalostní, invalidní či výsluhové penze jako doplňku ke státnímu příspěvku a jiné doplňující služby. V současné době jsou tedy penzijní společnosti u nás jakýmsi spojením investiční a pojišťovací společnosti.

Hlavním výstupem je zhodnocení příspěvku účastníků, tedy výnosy z těchto peněz. Jaké jsou výnosy penzijní společnosti, to závisí zejména na povaze investiční strategie. I když jsou současné zákony velmi limitující, co se týče druhů investic, i tak existují jisté rozdíly. Procentní podíly investic penzijních společností do jednotlivých instrumentů za rok 2007 jsou uvedené v následující tabulce.

Tabulka 4: Umístění prostředků penzijních fondů v roce 2007

Název penzijního fondu	Dluhopisy celkem	Pokladniční poukázky	Akcie	Podílové listy	Nemovitosti pořízené za účelem zhodnocení prostředků PF	Peníze na účtech a termínovaných vkladech	Ostatní
AEGON PF	61,6	0,0	8,3	0,0	0,0	30,1	0,0
Allianz PF	96,9	0,0	0,0	0,0	0,0	3,1	0,0
Axa PF	70,2	0,9	4,2	4,7	3,9	15,3	0,8
ČSOB PF Progres	76,3	0,0	7,6	0,9	0,1	14,7	0,4
ČSOB PF Stabilita	79,1	2,1	3,8	2,3	0,0	12,1	0,5
Generali PF	80,4	0,0	4,9	0,0	0,6	11,9	2,2
ING PF	79,0	6,4	8,5	0,4	0,0	5,6	0,2
PF České pojišťovny	80,1	0,0	7,8	4,9	0,0	6,1	1,1
PF České spořitelny	68,7	1,8	3,3	4,9	0,0	20,7	0,2
PF Komerční banky	80,7	3,2	0,9	3,9	0,7	10,4	0,3
CELKEM / TOTAL	76,8	1,8	4,9	3,6	0,9	11,5	0,6

Zdroj: Asociace penzijních fondů

1.2 Metoda analýzy obalu dat

Modely analýzy obalu dat, z anglického překladu Data Envelopment Analysis, byly vyvinuty jako nástroj pro hodnocení výkonnosti homogenních produkčních jednotek. Původně byla tato metoda vyvinuta pro veřejnoprávní subjekty a neziskové organizace Charnesem a Cooperem v roce 1978. Metoda analýzy obalu dat je tudíž vhodná pro analýzu efektivnosti penzijních společností, zejména i proto, že tyto společnosti podléhají značným státním regulacím. Produktem těchto jednotek je výstup či výstupy, k jejichž tvorbě je zapotřebí nějakých vstupů.

Efektivnost je pak měřena jako podíl váženého součtu výstupů a váženého součtu vstupů, kde váhy jsou výsledkem řešení modelu CCR navrhnutého Charnesem, Cooperem a Rhodesem. Matematický zápis je následující:

$$\max h_o = \frac{\sum_r u_r y_{rj_o}}{\sum_i v_i x_{ij_o}}$$

Za podmíněk:

$$\frac{\sum_r u_r y_{rj}}{\sum_i v_i x_{ij}} \leq 1$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

Kde

y_{rj} = hodnota výstupu r z jednotky j,
 x_{ij} = hodnota vstupu i do jednotky j.
 u_r = váha přiřazená výstupu r,
 v_i = váha přiřazená vstupu i,

Cílem modelu je maximalizovat hodnotu efektivnosti jednotky j_0 za předpokladu, že hodnoty efektivnosti všech jednotek jsou menší nebo rovno 1. Výše uvedený model zajišťuje, že jsou vybrány nejlepší možné váhy vstupů a výstupů jednotky j_0 tak, aby její efektivnosti byla co možná nejvyšší. Jednotka je pak relativně efektivní v případě, že míra efektivnosti h_0 je rovna 1. Tento model je nutné postupně aplikovat na všechny jednotky.

Po převedení modelu do lineární podoby je možné k řešení použít metod lineárního programování. Jmenovatel položíme rovný nějaké konstantě a podmínky převedeme jednoduchými úpravami na lineární rovnice. Výsledný model pak vypadá takto:

$$\max h_o = \sum_r u_r y_{rj_o}$$

Za podmíněk:

$$\sum_i v_i x_{ij_o} = 100$$

$$\sum_r u_r y_{rj} - \sum_i v_i x_{ij} \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

Kde

y_{rj} = hodnota výstupu r z jednotky j,
 x_{ij} = hodnota vstupu i do jednotky j.
 u_r = váha přiřazená výstupu r,
 v_i = váha přiřazená vstupu i,

Výsledkem je míra efektivnosti pro každou jednotku, která je relativní vzhledem k ostatním. Tento model byl pak rozšířen i o podmínku variabilních výnosů z rozsahu a to autory Banker, Charnes, Cooper. Proto se modelu zkráceně říká BCC model. Doplňující podmínkou je, že suma vah se musí rovnat jedné.

Metoda DEA je metodou neparametrickou, což s sebou také přináší určité nevýhody. Jejím výsledkem je pouze míra efektivnosti produkční jednotky a neposkytuje žádné další informace o dané technologii. Jejím většímu rozšíření brání i použití lineárního programování k výpočtu namísto oblíbené regrese.

Na druhou stranu nepotřebujeme znát váhy jednotlivých vstupů a výstupů, které by byly nutné k zjištění vážených produktivit. Tyto váhy jsou proměnnými, které naopak pomocí lineárního programování přiřazujeme a jsou to takové váhy, které jsou pro danou jednotku nejlepší. Tedy takové, které zajistí nejvyšší možný koeficient efektivnosti.

1.3 Hodnocení efektivnosti penzijních fondů pomocí metody analýzy obalu dat

Při aplikaci modelů analýzy obalu dat je jedním z nejdůležitějších otázek výběr vstupů a výstupů. Nejlepší by samozřejmě bylo zahrnout všechny výstupy a vstupy, ale ne všechny jsou přesně měřitelné. Počet výstupů a vstupů je také omezený velikostí souboru produkčních jednotek. Těch by mělo být minimálně tolik, kolik je výstupů a vstupů a nejlépe třikrát více než je vstupů a výstupů dohromady.

V následující analýze proto budu uvažovat dva výstupy:

poměr objemu vytvořeného zisku k průměrnému objemu vlastního jmění účastníků a, hospodářský výsledek po zdanění.

Jako vstup do systému budu uvažovat prostředky nutné k zajištění výnosů:

prostředky účastníků penzijního připojištění a, vlastní kapitál a, podíl provozních nákladů na vložené prostředky.

Analýza bude provedena ve sledovaném období sedmi let, od roku 2000 do roku 2007. Jde tedy o dynamickou analýzu, jejíž výsledky umožní lépe dlouhodobou efektivnost jednotlivých fondů. Období před rokem 2000 je z hlediska dostupných dat nekompatibilní.

Do analýzy bude zahrnuto 9 jednotek. Zemský fond ani zcela nový penzijní fond AEGON nebude uvažován, stejně tak jako ostatní jednotky, které v průběhu sledovaného období přestaly existovat nebo byly pohlceny jinými společnostmi.

V roce 2000 ještě existovalo 18 samostatně působících fondů. Postupně došlo k několika akvizicím a k dnešnímu dni je na trhu pouze 10 fondů. V roce 2000 došlo k převzetí Stavebního PF bankou ABN AMRO, která na český trh penzijního připojištění vstoupila v červnu 2000, kdy koupila 100% podíl Penzijního fondu ŠKODA, a.s., později přejmenovaného na ABN AMRO Penzijní fond. Následovala koupě 70% podílu JISTOTA a KORUNA penzijního fondu, a.s. v září roku 2000. Ve stejném roce společnost Winterthur získává 100% podíl v *Báňském a hutním PF* a *PF VZP*. Vzhledem k tomu, že podíl *PF VZP* a *Báňského a hutního PF* na trhu penzijního připojištění tvoří asi jedno procento a

souhrnná výše jejich aktiv je cca 600 mil. Kč, sloučení těchto fondů nezmění výrazně situaci na trhu. V roce 2001 je i Vojenský otevřený PF sloučen s fondem Winterthur. Vojenský otevřený fond se stal členem skupiny Winterthur již koncem roku 2000, ale do konce roku 2001 ještě působil jako samostatný subjekt.

V roce 2002 přebrala penzijní fond Commercial Union Česká pojišťovna a tím získala dalších cca sto tisíc klientů. V následujícím roce podepsala smlouvu o koupi ABN AMRO Penzijního fondu. V letech 2003 až 2005 jméno Winterthur úplně mizí a všechny produkty jsou komunikovány pod značkou Credit Suisse Life. Na konci roku 2005 se však Winterthur opět vrací na scénu. V červnu 2006 oznamuje Axa převzetí společnosti Winterthur Group a v rámci této akvizice i mění jméno penzijního fondu na PF AXA. Ještě v tomtéž roce přechází Zemský fond pod ČSOB PF Progres.

Koncem roku se tedy počet penzijních společností ustavuje na dnešním čísle 10. Všechny tyto změny ve struktuře fondů se odrážejí v nesourodosti dat, a proto do analýzy může být zahrnuto pouze devět fondů, které je možné hodnotit na základě jejich vykazovaných výsledků za celou sledovanou periodu, tedy od roku 2000 do konce roku 2007.

Tabulka 5: Data pro analýzu efektivnosti

Název penzijního fondu	Vlastní jmění v tis. Kč {I}	Prostředky účastníků v tis. Kč {I}	Poměr provozních nákladů na objem prostředků {I}	Poměr objemu vytvořeného zisku k průměrnému objemu vlastního jmění účastníků {O}	HV v tis. Kč {O}
Allianz PF T0	124283	1646000	0,0113	0,0410	56236
Axa PF T0	221485	3336204	0,0079	0,0208	53531
PF ČSOB Progres T0	423757	87652	0,0309	0,0520	4302
PF ČSOB Stabilita T0	50747	4699005	0,0093	0,0393	146907
Generali PF T0	115256	286107	0,0065	0,0424	9314
ING PF T0	69535	3480213	0,0048	0,0466	135405
PF České pojišťovny T0	472146	4002664	0,0116	0,0452	153621
PF České spořitelny T0	20668	4236021	0,0118	0,0450	166937
PF Komerční banky T0	259980	6234870	0,0061	0,0521	292242
Allianz PF T1	188832	2267000	0,0077	0,0500	98156
Axa PF T1	367893	5259318	0,0078	0,0433	182730
PF ČSOB Progres T1	47892	127686	0,0323	0,0410	4370
PF ČSOB Stabilita T1	117175	5754055	0,0087	0,0325	166549
Generali PF T1	110320	396114	0,0047	0,0527	18222
ING PF T1	134928	4789844	0,0031	0,0574	225049
PF České pojišťovny T1	324491	5378590	0,0107	0,0386	170220
PF České spořitelny T1	99749	4988726	0,0105	0,0372	179594
PF Komerční banky T1	478020	7476890	0,0063	0,0483	327102
Allianz PF T2	304652	2946932	0,0106	0,0446	113351
Axa PF T2	993137	17206726	0,0175	0,0544	611204
PF ČSOB Progres T2	53996	206244	0,0402	0,0474	7913
PF ČSOB Stabilita T2	336607	6694122	0,0181	0,0331	205755
Generali PF T2	82477	521312	0,0177	0,0482	22154

ING PF T2	538422	6411970	0,0122	0,0446	242587
PF České pojišťovny T2	640801	6919812	0,0148	0,0327	200957
PF České spořitelny T2	373656	7017596	0,0160	0,0399	237889
PF Komerční banky T2	788390	8881047	0,0106	0,0517	420323
Allianz PF T3	198392	3637947	0,0080	0,0486	119198
Axa PF T3	1052412	20213935	0,0088	0,0328	613394
PF ČSOB Progres T3	60353	330984	0,3775	0,0452	12152
PF ČSOB Stabilita T3	329040	7586471	0,0012	0,0240	171086
Generali PF T3	93256	631820	0,0166	0,0353	20350
ING PF T3	536285	8285328	0,0124	0,0444	322335
PF České pojišťovny T3	674981	10390555	0,0124	0,0341	294764
PF České spořitelny T3	392697	9213282	0,0093	0,0302	243466
PF Komerční banky T3	743099	10290396	0,0098	0,0382	365097
Allianz PF T4	360609	4286690	0,0080	0,0310	122090
Axa PF T4	1404958	23372163	0,0081	0,0350	767319
PF ČSOB Progres T4	83961	485815	0,0195	0,0640	24273
PF ČSOB Stabilita T4	687919	8820461	0,0115	0,0490	403235
Generali PF T4	123548	740130	0,0172	0,0350	24297
ING PF T4	1101935	10768638	0,0143	0,0285	270167
PF České pojišťovny T4	1513560	20157816	0,0098	0,0410	707025
PF České spořitelny T4	828120	12022233	0,0080	0,0385	407633
PF Komerční banky T4	1099795	12242098	0,0088	0,0390	439735
Allianz PF T5	451770	4819076	0,0067	0,0365	165469
Axa PF T5	1650785	26287472	0,0089	0,0423	1047764
PF ČSOB Progres T5	95531	1092275	0,0144	0,0514	39636
PF ČSOB Stabilita T5	715376	10383864	0,0094	0,0426	405308
Generali PF T5	209342	900508	0,0153	0,0445	36509
ING PF T5	1764770,65	13381892	0,0105	0,0480	578072,65
PF České pojišťovny T5	1853445	24540836	0,0076	0,0433	967336
PF České spořitelny T5	1205836	15120596	0,0070	0,0465	629525
PF Komerční banky T5	1292296	15199163	0,0090	0,0460	620910
Allianz PF T6	502779	5393251	0,0053	0,0357	181725
Axa PF T6	1448604	29475283	0,0087	0,0277	757524
PF ČSOB Progres T6	197591	3383035	0,0113	0,0234	64000
PF ČSOB Stabilita T6	616568	12252496	0,0082	0,0300	339318
Generali PF T6	196904	1075801	0,0208	0,0431	42793
ING PF T6	1463827	16019513	0,0089	0,0423	619350
PF České pojišťovny T6	2146147	30238372	0,0066	0,0378	1032735
PF České spořitelny T6	983088	19226446	0,0110	0,0312	530607
PF Komerční banky T6	1060060	18771591	0,0077	0,0314	528754
Allianz PF T7	270067	6073898	0,0045	0,0350	201200
Axa PF T7	722805	32228016	0,0089	0,0296	790438
PF ČSOB Progres T7	143266	5466257	0,0005	0,0257	121031
PF ČSOB Stabilita T7	175204	14224471	0,0069	0,0256	338713
Generali PF T7	156101	1275274	0,0105	0,0441	52172
ING PF T7	351050	18857648	0,0084	0,0391	509642
PF České pojišťovny T7	978537	37182519	0,0063	0,0279	938616
PF České spořitelny T7	702231	24424229	0,0060	0,0357	775563
PF Komerční banky T7	358380	22667727	0,0063	0,0270	562256

Zdroj: Výroční zprávy penzijních společností

Cílem této analýzy je zjistit efektivnost penzijních fondů. Pro klienta je při rozhodování důležité, jak vysoké výnosy je penzijní fond schopen vytvořit s náklady a vklady, které do systému vstupují. Z toho vyplývá, že pro metodu analýzy obalu zvolíme *model orientovaný na maximalizaci výstupu* a budeme hledat ty jednotky, které se budou nacházet na hranici efektivnosti. Po výpočtu můžeme za efektivní považovat právě ty, které dosahují efektivnosti rovné jedné, resp. 100 procent.

Dalším předpokladem jsou *variabilní výnosy z rozsahu*. Úspory z rozsahu souvisí s vzrůstající nebo klesající efektivností v závislosti na velikosti jednotky. V případě konstantních výnosů z rozsahu změna všech vstupů vede ke stejně velkému zvýšení výstupu. S tímto typem výnosu z rozsahu se ale v reálném světě moc neseťkáváme, proto jejich případné použití je nutné dobře zdůvodnit. Pokud změna vstupu vede k jinak velké změně výstupů, jde o variabilní výnosy z rozsahu, často značené VRS (variable returns to scale). Ty mohou být buďto rostoucí nebo klesající.

V našem případě budu předpokládat variabilní výnosy z rozsahu. Vložené prostředky jako vstupy nejsou v lineárním vztahu s výnosy a tudíž konstantní výnosy z rozsahu nejsou v tomto případě použitelné. Předpoklad variabilních výnosů z rozsahu také znamená, že jednotka může být efektivní, i když poměrný nárůst výnosů bude nižší anebo vyšší, než je nárůst vstupů. To vede k lepším výsledkům výkonnosti než u konstantních výnosů.

Výpočet se provádí pomocí matematického programování a je možné jej provést v Excelu za pomoci doplňku Řešitele. Provádí se za každý rok zvlášť a pro každou jednotku zvlášť. Výsledkem jsou míry efektivnosti, váhy jednotlivých vstupů a výstupů a hodnoty přídatných proměnných. I ty mají ve výsledku svou ekonomickou interpretaci.

Následující tabulka shrnuje výslednou míru efektivnosti každé z 9 jednotek za sledované období. Celkově si většina fondů od roku 2000 polepšila a i počet efektivních jednotek se zvýšil z původních pěti v roce 2000 na všech devět v roce 2007. Meziroční vývoj je uvedený hned v řádku pod vypočtenými efektivnostmi. Červeně jsou zvýrazněné hodnoty efektivnosti rovné 1, resp. 100 procent v případě konstantních výnosů a fialově i ty, které dosáhly na hranici efektivnosti díky podmínce variabilních výnosů z rozsahu.

Tabulka 6: Výsledné hodnoty efektivnosti

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	Průměr
Allianz PF	110,02%	108,29%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	101,18%
Vývoj		-1,57%	-7,65%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Axa PF	230,92%	129,99%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	104,28%
Vývoj		-43,71%	-23,07%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
PF ČSOB Progres	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Vývoj		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
PF ČSOB Stabilita	112,31%	121,35%	102,54%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	103,41%
Vývoj		8,05%	-15,50%	-2,48%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Generali PF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Vývoj		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
ING PF	100,00%	100,00%	111,04%	100,00%	167,53%	100,00%	100,00%	100,00%	111,22%
Vývoj		0,00%	11,04%	-9,94%	67,53%	-40,31%	0,00%	0,00%	

PF České pojišťovny	111,93%	143,92%	155,68%	124,94%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	117,79%
Vývoj		28,58%	8,17%	-19,75%	-19,96%	0,00%	0,00%	0,00%	
PF České spořitelny	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Vývoj		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
PF Komerční banky	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	101,39%	102,36%	100,00%	100,54%
Počet efektivních DMU	5	5	6	8	8	8	8	9	
Min. efektivita	230,92%	143,92%	155,68%	124,94%	167,53%	101,39%	102,36%	100,00%	

Zdroj: Vlastní výpočty

Výsledky výpočtu efektivnosti za celé sledované období naznačují, že tři devíti fondů si za celé období udržely svou produktivitu a je možné je považovat za zcela efektivní. Jde o fondy PF ČSOB Progres, PF Generali a PF České Spořitelny.

Naopak nejhorších výsledků dosáhla Česká pojišťovna, a to i přes svou velikost, ze které by naopak měla těžit. Její výsledky jsou ve třech letech nejhorší z celé skupiny fondů.

Metoda analýzy obalu dat vyhledává nejlepší váhy pro každou jednotku tak, aby mohla dosáhnout co nejlepšího výsledku. Výpočet se provádí tak dlouho, dokud buď sledovaná jednotka nedosáhne hodnoty efektivnosti rovné jedné, anebo některá jiná ze skupiny. Dochází tedy k určité diskriminaci a někdy i nižší efektivnost nemusí znamenat zcela špatný výsledek. Je proto dobré srovnat jednotky se špatnými výsledky s jejich referenčními jednotkami. Tyto jednotky musí být na hranici efektivnosti.

V následující tabulce jsou detailnější výsledky pro PF České Pojišťovny.

Tabulka 7: Výsledné hodnoty efektivnosti

PF České pojišťovny			
Efektivnost	1,5568		
Referenční DMU	DMU 5	DMU 9	
Lambda	0,2346	0,7654	
Vstupy	Vlastní jmění v tis. Kč {I}	Prostředky účastníků v tis. Kč {I}	Poměr provozních nákladů na objem prostředků {I}
Reálné hodnoty	640801	6919812	0,0148
Přídavné proměnné	18021,6662	0	0,0025
Cílové hodnoty	622779,3338	6919812,00000	0,0123
Výstupy	Poměr objemu vytvořeného zisku k průměrnému objemu vlastního jmění účastníků {O}	HV v tis. Kč {O}	
Reálné hodnoty	0,03268	200957	
Přídavné proměnné	0	14059,71955	

Cílové hodnoty	0,05088	326910,59175	
-----------------------	---------	--------------	--

Zdroj: Vlastní výpočty

Referenčními jednotkami České pojišťovny jsou, DMU 5, PF Generali a DMU 9, PF Komerční banky. Virtuální DMU, se kterou je Česká pojišťovna srovnávána, je tvořena ze 76,5 procent DMU 9 a ze zbylých 23,5 procent DMU 5.

Tabulka 8: Data pro analýzu efektivnosti

	Vlastní jmění v tis.Kč {I}	Prostředky účastníků v tis. Kč {I}	Poměr provozních nákladů na objem prostředků {I}	Poměr objemu vytvořeného zisku k průměrnému objemu vlastního jmění účastníků {O}	HV v tis. Kč {O}
PF České pojišťovny T2	640801	6919812	0,014760661	0,032680181	200957
PF Komerční banky T2	788390	8881047	0,010606632	0,0517	420323

Zdroj: Vlastní výpočty

Komerční Banka dokázala s o 30 procent nižšími náklady dosáhnout 1,58 krát vyššího ziskového poměru. Je tedy zřejmé, že nemůže být efektivní, když jiná jednotka dokáže vyprodukovat vyšší výnos s nižší výší vstupu.

Dosažená efektivita může být interpretována jako ukazatel možného zvýšení výstupu. Pokud jednotka dosáhne efektivitu například 1,556, znamená to, že pokud by jednala efektivně, mohla by dosáhnout výstupu o 56% vyšším.

Doplňující informací k míře efektivnosti jsou i přídatné proměnné, které nám udávají, o kolik by měla jednotka zvýšit svoje vstupy, aby mohla být efektivní. Cílové hodnoty získáme tedy vynásobením původní hodnoty výstupu hodnotou efektivnosti a přičteme případné hodnoty přídatných proměnných.

Přídatné hodnoty u proměnných znamenají možné úspory. V případě České pojišťovny jde o úsporu vlastního jmění i nákladů, která by vedle ke zlepšení produktivity.

3 Závěr

Závěrem této analýzy je doporučení budoucím i současným klientům k výběru penzijní společnosti a stejně tak i doporučení všem neefektivním jednotkám, na jaké oblasti by se měli jejich manažeři zaměřit, aby dosáhli vyšších výnosů a tím i vyššího počtu svých klientů. V závěru práce jsou uvedené detailní výsledky s uvedenými cílovými hodnotami i referenčními jednotkami.

Penzijní společnosti byly hodnoceny za sledované období osmi let, tak aby byl zachycen vývoj a bylo možné lépe určit dlouhodobou efektivnost penzijních společností.

V rámci hodnocení penzijních společností na základě jejich výkonnosti za sledované období od roku 2000 do roku 2007 se jako efektivní jednotky na našem trhu penzijního připojištění

jeví: PF ČSOB Progres, PF Generali a PF Česká Spořitelna. Tyto tři fondy se zdají být vhodnou volbou pro pojištěnce.

Použitá literatura

1. JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M.. Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Praha: PROFESSIONAL PUBLISHING, 2004.
2. RAY, Subhash C., Data Envelopment Analysis, Theory and Techniques for Economics and Operations Research. University of Connecticut: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2004
3. ŠULC, J.. Penzijní připojištění - 2. aktualizované a rozšířené vydání. Praha: GRADA PUBLISHING, 2004.
4. Ali Emrouznejad's DEA HomePage, URL: www.deazone.com
5. Asociace Penzijních Fondů, URL: www.apf.cz
6. AXA Česká Republika, URL: www.axa.cz
7. ČSOB Penzijní Fondy, URL: www.csobpf.cz
8. Finance.cz, URL: www.finance.cz
9. Penzijní Fond České Pojišťovny, URL: www.pfcp.cz
10. Penzijní Fond České Spořitelny, URL: www.pfcs.cz
11. Penzijní Fond Generali, URL: www.generalipf.cz
12. Penzijní Fond Komerční Banky, URL: www.pfkb.cz

FIXNÉ A NÁHODNÉ VPLYVY V PANELOVÝCH MODELOCH STOCHASTICKÝCH NÁKLADOVÝCH HRANÍC

FIXED AND RANDOM EFFECTS IN PANEL DATA STOCHASTIC COST FRONTIER MODELS

Andrea Furková

Abstrakt

V príspevku bola zameraná pozornosť na panelové modely stochastických nákladových hraníc s časovo konštantnou nákladovou efektívnosťou. Pri odhade nákladovej efektívnosti v panelových modeloch stochastických nákladových hraníc je možné využiť niektoré odhadové procedúry používané pri tradičných modeloch panelových dát. Zaoberali sme sa odhadom panelového modelu s fixnými vplyvmi ako aj modelu s náhodnými vplyvmi. Na odhad panelového modelu s fixnými vplyvmi bol využitý LSDV estimátor a na odhad modelu s náhodnými vplyvmi estimátor GLS. Poukázali sme na možné nedostatky a prednosti daných modelov ako aj možnosti ich využitia.

Kľúčové slová: *nákladová efektívnosť, panelové modely stochastických nákladových hraníc, fixné a náhodné vplyvy*

Abstract

This paper focus on panel data stochastic cost frontier models with time invariant efficiency. There is a possibility of application traditional panel data estimation procedures at cost efficiency prediction in panel data stochastic cost frontier models. We deal with fixed effects model estimation as well as random effects model estimation. Having used LSDV estimator on fixed effects model estimation and GLS estimator on random effects model estimation was point out on possible limitations and attractions of these models as well as opportunities of its exploitation.

Keywords: *cost efficiency, panel data cost frontier models, fixed and random effects*

1 ÚVOD

Panelové modely stochastických nákladových hraníc majú viacero výhod v porovnaní s prierezovými modelmi stochastických nákladových hraníc. Panel údajov (opakované pozorovania pre každú sledovanú jednotku) obyčajne obsahuje viac pozorovaní ako súbor prierezových údajov čo umožňuje získať efektívnejšie odhady neznámych parametrov a efektívnejšie predikcie nákladovej efektívnosti. Použitie panelových dát umožňuje ustúpiť od niektorých silných predpokladov o rozdeleniach použitých v modeloch s prierezovými údajmi. Schmidt a Sickles [Schmidt a Sickles (1984)] poukázali na tri problémy týkajúce sa prierezových modelov stochastických (nákladových aj produkčných) hraníc:

1. odhad modelu stochastickej hranice metódou maximálnej vierohodnosti a následná separácia nákladovej neefektívnosti od štatistickej poruchy vyžadujú silné predpoklady o rozdelení pre každý poruchový člen,

2. odhad metódou maximálnej vierohodnosti tiež vyžaduje predpoklad, že poruchový člen nákladovej neefektívnosti je nezávislý od regresorov, hoci si môžeme ľahko predstaviť, že nákladová neefektívnosť môže byť korelovaná s vektormi cien vstupov alebo s výstupom,
3. na odhad nákladovej efektívnosti môže byť aplikovaná JLMS procedúra (bližšie pozri v [Kumbhakar a Lovell (2000)]) avšak daný estimátor nie je konzistentný (keďže rozptyl podmienenej strednej hodnoty alebo podmieneného modusu ($u_i | \varepsilon_i$) pre každú jednotku sa s rastúcim počtom prierezových údajov neblíži k nule).

Každému z týchto obmedzení sa dá vyhnúť, ak máme prístup k panelovým údajom. Ak máme prístup k panelovým údajom, umožňuje nám to použiť na meranie nákladovej efektívnosti bežné techniky odhadu používané pri panelových dátach, pričom nie všetky tieto techniky vyžadujú silné predpoklady o rozdeleniach. Opakované pozorovania vo výbere jednotiek môžu byť náhradou silných predpokladov o rozdelení.

Nie všetky techniky používané pri panelových dátach vyžadujú predpoklad nezávislosti člena nákladovej neefektívnosti od regresorov. Opakované pozorovania vo výbere jednotiek môžu byť aj náhradou predpokladu o nezávislosti.

Pridávanie pozorovaní ku každej jednotke poskytuje informácie, ktoré nie je možné získať pridávaním ďalších jednotiek do vzorky údajov, nákladová efektívnosť každej jednotky vo výbere môže byť odhadnutá konzistentne s $T \rightarrow +\infty$, pričom T je počet pozorovaní pri každej jednotke. Pridávanie pozorovaní do existujúceho výberu jednotiek odstraňuje problém nekonzistentnosti pri JLMS procedúre. Tento prínos, však môže byť nadsadený, pretože veľa panelov je relatívne krátkych.

V príspevku sa budeme zaoberať panelovými údajmi v modeloch stochastických nákladových hraníc, pri ktorých budeme uvažovať o rôznej nákladovej efektívnosti jednotlivých jednotiek, avšak táto efektívnosť bude pre každú jednotku konštantná v čase. V takomto prípade je možné využiť pri odhade nákladovej efektívnosti niektoré klasické modely používané pri panelových údajoch.

2 PANELOVÉ MODELY STOCHASTICKÝCH NÁKLADOVÝCH HRANÍC

Pre člen neefektívnosti (u_{it}) urobme nasledujúci predpoklad:

$$u_{it} = u_i \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

Budeme teda uvažovať, že nákladová efektívnosť je konštantná v čase a tiež budeme predpokladať, že deterministické jadro stochastickej nákladovej hranice má Cobb-Douglasov funkčný tvar. Na základe týchto predpokladov môžeme panelový model stochastickej nákladovej hranice vyjadriť nasledujúco:

$$\ln C_{it} = \beta_0 + \beta_y \ln y_{it} + \sum_n \beta_n \ln w_{nit} + v_{it} + u_i \quad (2)$$

kde $\ln C_{it}$ je logaritmus nákladov, $\ln w_{it}$ a $\ln y_{it}$ sú logaritmy cien vstupov a hodnôt výstupov, β je vektor neznámych parametrov, v_{it} je obojstranná (symetrická) náhodná zložka a u_i predstavuje časovo invariantnú nákladovú neefektívnosť zloženého poruchového člena $\varepsilon_{it} = v_{it} + u_i$. O člene neefektívnosti u_i v takomto modeli môžeme uvažovať ako o fixnom parametri alebo o náhodnej premennej, tieto modely sú známe ako modely s fixnými vplyvmi a modely s náhodnými vplyvmi.

2.1 Model s fixnými vplyvmi (Fixed Effects Model)

Najjednoduchším modelom panelových údajov je model s fixnými vplyvmi (FE model). Na prispôbenie takéhoto modelu na meranie efektívnosti je potrebné zmeniť iba jeden predpoklad, vyžaduje sa aby $u_i \geq 0$. Táto podmienka je zohľadnená v rovniciach (4) a (5). Predpokladáme, že $v_{it} \sim iid(0, \sigma_v^2)$ a sú nekorelované s regresormi. Neurobíme žiadne predpoklady o rozdelení a nezávislosti u_i [Schmidt a Sickles (1984)]. Model (2) môžeme upraviť na:

$$\ln C_{it} = \beta_{0i} + \beta_y \ln y_{it} + \sum_n \beta_n \ln w_{nit} + v_{it}, \quad (3)$$

kde $\beta_{0i} = \beta_0 + u_i$ sú špecifické úrovňové konštanty pre sledované jednotky.

Model môžeme odhadnúť metódou najmenších štvorcov, pridaním umelých premenných pre každú jednotku. Tento model sa nazýva aj „Least Square Dummy Variable“ model (LSDV) alebo „Analysis of Covariance Model“. Po odhade nákladovej hranice, úrovňová konštanta je odhadnutá nasledujúco:

$$\hat{\beta}_0 = \min_i \left\{ \hat{\beta}_{0i} \right\} \quad (4)$$

a nákladová neefektívnosť u_i je odhadnutá ako vzdialenosť β_{0i} od minimálnej úrovňovej konštanty vo vzorke:

$$\hat{u}_i = \hat{\beta}_{0i} - \hat{\beta}_0 \geq 0. \quad (5)$$

Hranica je preto posunutá k jednotke s najmenšou úrovňovou konštantou a akákoľvek odchýlka od tejto úrovňovej konštanty je interpretovaná ako neefektívnosť. Nakoniec odhady nákladovej efektívnosti sledovaných jednotiek získame zo vzťahu $CE_i = \exp\left\{-\hat{u}_i\right\}$ (bližšie pozri napr. v [Furková (2007)]). V modeli s fixnými vplyvmi najmenej jedna jednotka dosahuje $CE_i = 1$, a zvyšné jednotky dosahujú $CE_i < 1$.

Prednosťou modelu s fixnými vplyvmi je jeho jednoduchosť a príjemné vlastnosti týkajúce sa konzistentnosti, hlavne v protiklade s priereзовým modelom odhadovaným metódou maximálnej vierohodnosti. Model FE nám poskytuje konzistentné odhady nákladovej efektívnosti keďže $N \rightarrow +\infty$ a $T \rightarrow +\infty$. Napriek tomu model má určité nedostatky:

- keďže jednotka s najmenšou úrovňovou konštantou bola označená ako efektívna, potom neefektívnosť ostatných jednotiek je meraná relatívne k tejto jednotke. Toto implikuje, že kedykoľvek sa vzorka údajov zmení, zmení sa taktiež odhad neefektívnosti. Preto neefektívnosti odhadnuté FE modelom môžeme považovať iba za relatívnu mieru efektívnosti (k najefektívnejšej jednotke vo vzorke), pretože veľkosť vzorky je relatívne malá,
- komponent neefektívnosti je považovaný za konštantný v čase. Tento predpoklad je zdôvodniteľný iba v prípade krátkeho panelu,
- fixné vplyvy u_i by mali zachytávať rozdiely medzi jednotlivými jednotkami pri konštantnej nákladovej efektívnosti. Avšak, tiež zachytávajú vplyvy všetkých fenoménov (ako napr. regulačné prostredie) ktoré sú u jednotlivých jednotiek odlišné ale časovo konštantné pre každú jednotku.

2.2 Model s náhodnými vplyvmi (Random Effects Model)

V modeli s fixnými vplyvmi sme predpokladali, že u_i sú fixné, avšak mohli byť korelované s regresormi. Teraz budeme uvažovať s opačnou situáciou, pri ktorej u_i majú náhodné rozdelenie s konštantnou strednou hodnotou a rozptylom ale nie sú korelované s regresormi a s v_{it} . Nezavádzame žiadny predpoklad o rozdelení u_i , avšak naďalej požadujeme, aby nadobúdali nezáporné hodnoty. Tak ako predtým, predpokladáme, že $v_{it} \sim iid(0, \sigma_v^2)$. Výhodou tejto modifikácie predpokladov je, že nám dovoľuje zahrnúť do modelu časovo nemenné regresory [Schmidt a Sickles (1984)]. Prepíšme rovnicu (2) na:

$$\ln C_{it} = \beta_0^* + \beta_y \ln y_{it} + \sum_n \beta_n \ln w_{nit} + v_{it} + u_i^* \quad (6)$$

kde $u_i^* = u_i - E(u_i)$, $\beta_0^* = [\beta_0 + E(u_i)]$ a $E(u_i^*) = E[u_i - E(u_i)] = 0$. Predpoklad, že u_i sú skôr náhodné ako fixné, dovoľuje aby niektoré z regresorov boli časovo nemenné. Tento model môžeme odhadnúť zovšeobecnenou metódou najmenších štvorcov (GLS). Po odhade rovnice (6), odhad u_i^* získame z reziduálov regresie nasledujúcim spôsobom:

$$\hat{u}_i^* = (1/T) \sum_t \left(\ln C_{it} - \hat{\beta}_0^* - \hat{\beta}_y \ln y_{it} - \sum_n \hat{\beta}_n \ln w_{nit} \right) \quad (7)$$

Odhady u_i sa získajú nasledujúco:

$$\hat{u}_i = \hat{u}_i^* - \min_i \left\{ \hat{u}_i^* \right\} \geq 0 \quad (8)$$

Tieto odhady sú tiež konzistentné keďže $N \rightarrow +\infty$ a $T \rightarrow +\infty$. Odhady nákladovej efektívnosti sa potom získajú obdobne ako v modeli s fixnými vplyvmi, a to dosadením \hat{u}_i do vzťahu $CE_i = \exp\left\{-\hat{u}_i\right\}$.

V modeli s náhodnými vplyvmi sú neefektívnosti konštruované rovnako ako v FE modeli, t.j. hranica je posunutá na najnižší odhadovaný komponent. Preto jednotka s najnižším komponentom je považovaná za úplne efektívnu, čo môže byť problém v prípade malej vzorky údajov, pretože nie je garantované, že najefektívnejšia jednotka sa v tejto vzorke nachádza.

Odhad GLS je vhodné použiť pri veľkých hodnotách N (pretože pre konzistentný odhad σ_u^2 je potrebné, aby $N \rightarrow +\infty$) a keď náhodné vplyvy (u_i) nie sú korelované s regresormi (keďže nekorelovateľnosť zvyšuje efektívnosť odhadu). Hausman a Taylor vyvinuli test hypotézy o nekorelovateľnosti. Tento test sa nazýva Hausmanovým testom (bližšie pozri napr. [Greene (2000)]) významnosti rozdielov medzi estimátorom s fixnými vplyvmi (LSDV estimátor) a estimátorom s náhodnými vplyvmi (GLS estimátor). Test vychádza z odhadnutého modelu s náhodnými vplyvmi. Nulová a alternatívna hypotéza sú formulované nasledovne:

$$\begin{aligned} H_0 : \hat{\beta}_{FEM} &= \hat{\beta}_{REM} \\ H_1 : \hat{\beta}_{FEM} &\neq \hat{\beta}_{REM} \end{aligned} \quad (9)$$

za predpokladu rovnakej špecifikácie oboch modelov. Nulová hypotéza tohto testu znamená, že hodnoty estimátorov odhadnuté pomocou modelu s fixnými vplyvmi a modelu s náhodnými vplyvmi sa podstatne neodlišujú. Test má asymptotické χ_K^2 rozdelenie s počtom stupňov voľnosti rovným K , čo je počet vysvetľujúcich premenných. Pri zamietnutí nulovej hypotézy prijímame záver (hypotézu H_1) o adekvátnosti modelu s fixnými vplyvmi.

3 ZÁVER

V príspevku sme venovali pozornosť panelovým modelom s fixnými a náhodnými vplyvmi a ich prispôsobeniu na meranie nákladovej efektívnosti. Zaoberali sme sa odhadom panelového modelu s fixnými vplyvmi, na odhad ktorého bol využitý LSDV estimátor a na odhad panelového modelu s náhodnými vplyvmi estimátor GLS. Cieľom príspevku bolo poukázať na možné nedostatky a prednosti daných modelov ako aj možnosti ich využitia. Hlavnou prednosťou GLS estimátora je, že umožňuje prítomnosť časovo nemenných regresorov, vplyv ktorých by mohol byť premiešaný s vplyvom zmien v nákladovej efektívnosti pri modeloch s fixnými vplyvmi. Avšak, estimátor GLS závisí na predpokladoch, že u_i nie sú korelované s regresormi, kým LSDV estimátor nie. Ak sa potvrdí predpoklad o nezávislosti a ak si želáme urobiť predpoklady o rozdelení členov v a u , môžeme aplikovať metódu maximálnej vierohodnosti na odhad rovnice (6). Metóda maximálnej vierohodnosti môže dať efektívnejšie odhady parametrov ako LSDV alebo GLS, pretože využíva informácie o rozdelení, ktoré LSDV estimátor a GLS estimátor nevyužívajú.

Použitá literatúra

1. BATTESE, G. E., COELLI, T. J. (1992): Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India, *Journal of Productivity Analysis* 3 (1-2), 153 - 169.
2. CORNWELL, C., SCHMIDT, P., SICKLES, R. (1990): Production Frontiers with Cross - Sectional and Time - Series Variation in Efficiency Levels. *Journal of Econometrics* 46, 185 - 200.
3. FURKOVÁ, A. (2007): Analýza nákladovej efektívnosti slovenských a českých distribučných podnikov elektrickej energie, dizertačná práca, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave.
4. GREENE, W. H. (2000): *Econometric Analysis*, New Jersey, Prentice Hall International, Inc..
5. JONDROW, J., LOVELL, C. A. K., MATEROV, I. S, SCHMIDT, P. (1982): On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model, *Journal of Econometrics* 19 (2-3), 233 - 238.
6. KUMBHAKAR, S. C. (1990): Production Frontiers, Panel Data and Time - Varying Technical Inefficiency, *Journal of Econometrics* 46, 201 - 211.
7. KUMBHAKAR, S. C., LOVELL, C. A. K. (2000): *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press.
8. LEE, Y. H, SCHMIDT, P. (1993): A Production Frontier Model with Flexible Temporal Variation in Technical Inefficiency, *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*, Oxford University Press.
9. SCHMIDT, P., SICKLES, R. (1984): Production Frontiers with Panel Data, *Journal of Business and Economic Statistics* 2 (4), 367 - 374.

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 832

email: furkova@euba.sk

VPLYV FIŠKÁLNEJ A MONETÁRNEJ POLITIKY NA EKONOMIKU SR

INFLUENCE OF FISCAL AND MONETARY POLICY ON ECONOMIC SR

Rastislav Gábik

Abstrakt

Cieľom tohto príspevku je analyzovať vplyv nástrojov fiškálnej a monetárnej politiky na správanie sa hlavných makroekonomických veličín v rámci ekonomiky Slovenskej republiky. Na analýzu bol použitý Mundell – Flemingov model.

Kľúčové slová

IS/LM model, Mundell – Flemingov model, fiškálna a monetárna politika

Abstract

The aim of this paper is to analyse influence of fiscal and monetary policy instruments on behaviour of main macroeconomic indicators in economic SR. The Mundell – Fleming model has been used for analysis.

Keywords

IS/LM model, Mundell – Fleming model, fiscal and monetary policy

1. Mundell – Flemingov model

Mundell – Flemingov model je aplikáciou štandardného IS/LM modelu na otvorenú ekonomiku. Kombinuje agregátny dopyt na trhu tovarov a služieb (IS krivka) a na peňažnom trhu (LM) krivka s platobnou bilanciou zahraničného obchodu (FE priamka).

Rovnováha na trhu tovarov a služieb je vyjadrená definíciou hrubého domáceho produktu

$$Y = C + I + G + (X - M) \quad (1)$$

Rovnováha na trhu tovarov a služieb je dosiahnutá, keď dopyt po peniazoch je rovný ponuke peňazí.

$$M_D = M_S \quad (2)$$

V prípade platobnej bilancie pre zjednodušenie priamky FE prijmem tieto predpoklady

- výmenný kurz je flexibilný monetárna autorita sa zdržiava intervencií na trhu zahraničných mien

- ďalej predpokladáme dokonalú mobilitu kapitálu, $i = i^*$, domáca úroková miera je rovná svetovej úrokovej miere. Ak však domáca úroková miera je vyššia ako svetová, bude to znamenať obrovský prítok kapitálu do krajiny. Naproti tomu ak $i < i^*$ zapríčini to masívny odlev kapitálu z krajiny.
- očakávania ohľadom výmenného kurzu sú statické. Ľudia očakávajú, že výmenný kurz v budúcnosti bude rovnaký ako dnes.

Na základe týchto predpokladov odvodíme FE priamku

$$i = i^w \quad (3)$$

Tri podmienky rovnováhy modelu sú

$$i = -\frac{(1-b+bt_1-d+m_1)}{e}Y + \frac{(v_2+m_2)}{e}R + \frac{(c+v_1Y^w+G+a-bt_0)}{e} \quad (4)$$

$$i = \frac{k}{h}Y - \frac{M_s}{h} \quad (5)$$

$$i = i^w \quad (6)$$

1.1 Účinky fiškálnej a monetárnej politiky pri predpoklade dokonalej mobility kapitálu a flexibilnom výmennom kurze

Zvýšenie G spôsobí posun IS krivky vpravo hore. Táto zmena znamená tlak na rast domácej úrokovej miery a vzniká nová rovnováha, pri ktorej je vyšší ako output, tak aj domáca úroková miera. Opierajúc sa o predpoklad dokonalej mobility kapitálu môžeme očakávať značný prílev zahraničného kapitálu. Následkom veľkého dopytu po domácej mene sa posilní nominálny ako aj reálny výmenný kurz. Dovozy tovarov sa stanú lacnejšie a vývozy drahšie, čo povedie k zhoršovaniu obchodnej bilancie, pokiaľ sa nevyváži počiatočné zvýšenie vládnych výdavkov. IS krivka je stlačená späť do pôvodnej polohy a HDP sa nemení. Výsledkom zvýšenia vládnych výdavkov je zvýšenie domáceho dopytu, ktoré je sprevádzané zhoršením platobnej bilancie. Záver je, že pri plávajúcom menovom kurze a dokonalej mobilite kapitálu je fiškálna politika neefektívna.

Vývoj HDP môže ovplyvniť Národná banka zvýšením ponuky peňazí na trhu. Vplyvom tejto zmeny sa LM krivka posunie vpravo dole a vzniká nová rovnováha na trhu. Ale v tomto bode je domáca úroková miera pod úrovňou svetovej úrokovej miery a dochádza k výraznému odlivu kapitálu z krajiny. Zvyšuje sa ponuka domácej meny a klesá výmenný kurz. Import sa stáva drahším a export lacnejším, čo pozitívne vplyva na obchodnú bilanciu krajiny. IS krivka sa posúva vpravo hore a vzniká nová rovnováha v hospodárstve. Úroková miera sa zachovala na pôvodnej úrovni a output vzrástol. To znamená, že pri flexibilnom výmennom kurze a dokonalej mobilite kapitálu, monetárna politika je efektívna a dokáže stimulovať rast HDP.

2. Aplikácia modelu na ekonomiku SR

Pri odhade sme pracovali so štvrtročnými časovými radmi od prvého kvartálu 1995 do tretieho kvartálu 2007. Systém bol odhadnutý dvojestupňovou metódou najmenších štvorcov. Jednotlivé rovnice boli oproti teoretickému modelu čiastočne modifikované.

IS priamka

$$\begin{aligned} \text{HDP} &= C + I + G + (X - M) \\ C &= 6.921802 + 0.646863 * YD \\ I &= 38.52884 + 0.679466 * I(-1) - 2.195993 * i \\ X &= -135.6020 + 0.0000899 * \text{EU15} + 0.687369 * X(-1) \\ M &= 10.17188 + 1.664719 * C - 1.418090 * \text{EUR} \\ X(-1) &= 387,134 \\ G &= 77,072 \\ I(-1) &= 132,158 \\ YD &= \text{HDP} - T \\ T &= G \\ \text{EU15} &= 2831574 \end{aligned}$$

LM priamka

$$\begin{aligned} M_D &= -2.602471 + 0.334271 * \text{HDP} - 0.681214 * i \\ M_D &= M_S \\ M_S &= 148,88 \end{aligned}$$

PB priamka

$$\begin{aligned} i &= i^* \\ i^* &= 3 \end{aligned}$$

kde,

HDP ...hrubý domáci produkt, mld. Sk, bežné ceny
C konečná spotreba domácností, mld. Sk, bežné ceny
I tvorba hrubého kapitálu, mld. Sk, bežné ceny
Gkonečná spotreba verejnej správy, mld. Sk, bežné ceny
Xvývoz výrobkov a služieb, mld. Sk, bežné ceny
Mdovoz výrobkov a služieb, mld. Sk, bežné ceny
YDdisponibilný príjem, mld. Sk, bežné ceny
Tdane, mld. Sk, bežné ceny
EURvýmenný kurz SKK/EUR
idomáca úroková miera z vkladov v %
EU15HDP 15 krajín Európskej únie, mil. Eur, bežné ceny
M_ddopyt po peniazoch, Sk
M_sponuka peňazí, Sk
i*svetová úroková miera (EÚ) %

Z modelu odvodíme funkcie IS, LM a FE.

$$\text{IS priamka} \quad \text{HDP} = 461,076 - 1,536 * i$$

$$\text{LM priamka} \quad \text{HDP} = 453,135 + 2,0377 * i$$

PB priamka $i = i^*$
 $i^* = 3,00$

Z modelu sme vypočítali rovnovážnu hodnotu HDP a rovnovážnu hodnotu úrokovej miery.

HDP = 457,666 mld. SK

$i = 2,22 \%$

Riešenie modelu pre obdobie 2007 Q3 je v Tab. 3.1.

Tab. 3.1 Riešenie modelu pre obdobie 2007 Q3

HDP	459,25	EUR	38,40
KSD	254,14	i	3,00
I	121,74	MS	148,88
X	385,07	i^*	3,00
M	378,78	Yd	382,17

3.1 Vplyv fiškálnej politiky na HDP

Pri predpoklade, že konečná spotreba verejnej správy vzrastie napr. o 5 mld. Sk, očakávame, že vplyv tejto zmeny na HDP bude nulový, a kvôli zvýšenému domácomu dopytu sa zhorší platobná bilancia.

Tab. 3.2 Fiškálna expanzia

HDP	459,25	EUR	33,36
KSD	250,90	i	3,00
I	121,74	MS	148,88
X	385,07	i^*	3,00
M	380,54	Yd	377,17

Pri zvýšení konečnej spotreby verejnej správy o 5 mld. Sk sa podľa predpokladu nezmenila výška HDP, ktoré zostalo na úrovni 459,246 mld. SK. Zhoršila sa platobná bilancia. Pri pôvodnej rovnováhe bola platobná bilancia v prebytku 6,3 mld. Sk, po zvýšení výdavkov verejnej správy bola 4,5 mld. Sk. Zníženie bolo dôsledkom posilnenia výmenného kurzu, z 38,4 SKK/EUR na 33,358 SKK/EUR, ktorý stál za rastom importu. Hodnota investícií zostala nezmenená.

3.2 Vplyv monetárnej politiky na HDP

Tvorcom monetárnej politiky je Národná banka Slovenska. Predpokladáme, že banka zvýši ponuku peňazí v hospodárstve o 5 mld. Sk. Tento krok by mal byť v hospodárstve s pohyblivým menovým kurzom účinný a mal by viesť k rastu HDP. Podľa nášho modelu by rast ponuky peňazí viedol k rastu HDP z úrovne 459,2 mld. Sk na úroveň 474,2 mld. Sk. čo je rozdiel 15 mld. Sk. To znamená, že každé zvýšenie ponuky peňazí o 1 mld. Sk vedie k nárastu HDP o 3 mld. Ako vidieť z Tab. 3.3, rástli aj ostatné zložky HDP. Spotreba domácností vzrástla o 9,7 mld. Sk, disponibilný príjem o 14,9 mld. Sk. Naproti tomu import poklesol o 5,3 mld. Sk. Tento pokles je spôsobený hlavne neočakávane veľkým oslabením výmenného kurzu. Potvrdilo sa, že oproti fiškálnej politike, monetárna politika v režime plávajúcich výmenných kurzov dokáže ovplyvniť rast HDP.

Tab. 3.3 Monetárna expanzia

HDP	474,20	EUR	53,48
KSD	263,81	i	3,00
I	121,74	MS	153,88
X	385,07	i*	3,00
M	373,49	Yd	397,13

3.3 Kombinácia fiškálnej a monetárnej politiky

Predpokladajme, že dôjde k zvýšeniu vládnych výdavkov a ponuky peňazí o 2 mld. Sk Keď porovnáme súčasný stav (Tab. 3.16) a pôvodný stav (Tab. 3.12) vidíme, že došlo ku viacerým zmenám. HDP vzrástlo oproti pôvodnému riešeniu modelu takmer 6 mld. Sk. Najväčší podiel na tom mal nárast konečnej spotreby domácností o 2,6 mld. Sk. Investície a export sa nezmenili, keďže v modeli nezávisia od HDP ani od inej veličiny, ktorá sa zmenila. Hodnota dovozu poklesla o 1,4 mld. Sk oproti pôvodnej hodnote. Za týmto poklesom stojí hlavne oslabenie výmenného kurzu o 4 Sk, ktoré zneogovalo nárast importu v závislosti od rastúcej konečnej spotreby domácností. Kombinácia fiškálnej a monetárnej expanzie priniesla účinok v podobe rastu HDP. Ale v porovnaní so samotnou monetárnou expanziou jej účinky neboli také výrazné.

Tab. 3.4 Kombinácia fiškálnej a monetárnej politiky

HDP	465,23	EUR	42,42
KSD	256,71	i	3,00
I	121,74	MS	150,88
X	385,07	i*	3,00
M	377,37	Yd	386,16

V tabuľke 3.4 je porovnanie účinkov rastu spotreby verejnej správy na vybrané ukazovatele, rastu ponuky peňazí a ich kombinácia . V prípade výmenného kurzu znamená znamienko plus zhodnotenie a znamienko mínus pokles výmenného kurzu

Tabuľka 3.5 Porovnanie účinkov fiškálnej a monetárnej politiky

	rast G	rast Ms	rast G a Ms
HDP	0	+	+
KSD	-	+	+
X	0	0	0
M	+	-	-
EUR	+	-	-

Na základe skonštruovaného modelu môžeme skonštatovať, že predpoklady o pôsobení fiškálnej a monetárnej politiky v prostredí flexibilného výmenného kurzu na hlavné makroekonomické ukazovatele sú v rámci ekonomiky SR platné. Čo znamená, že na rast HDP je možné pôsobiť monetárnou politikou (zmena ponuky peňazí) alebo kombináciou fiškálnej a monetárnej politiky. Pri predpoklade flexibilného výmenného kurzu a dokonalej mobility kapitálu sa samotná fiškálna politika vo vzťahu k rastu HDP javí ako neúčinná.

Použitá literatúra

- 1, Gujarati, D.N.: Basic econometrics, New York: Mc Graw – Hill 2003
- 2, Husár, J.: Aplikovaná makroekonómia, Bratislava: SPRINT 2003
- 3, Husár, J.: Makroekonomická analýza, Bratislava: EKONÓM 2007
- 4, Husár, J. – Lukáčik, M.: Aplikovaná ekonometria, Bratislava: EKONÓM 2004
- 5, Husár, J.: Rovnováha hospodárstva a Mundell – Flemingov model. In: Ekonomické rozhľady č.3/2005, str. 325
- 6, Ivaničová, Z.: Mundellov – Flemingov model v režime pevného a voľného výmenného kurzu – pohľad na vývoj Slovenskej koruny. In: Ekonomický časopis č.1/2006, str. 36

Kontaktné údaje

Ing. Rastislav Gábik
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 6729 5826
email: rgabik@centrum.sk

REVERZNÁ LOGISTIKA A JEJ LEGISLATÍVA[#]

LEGISLATION OF THE REVERSE LOGISTICS

Pavel Gežík

Abstrakt

Súčasný trend hospodárstva vedie k neudržateľnému využívaniu materiálov a energie, ktoré spôsobuje radikálny úbytok obnoviteľných i neobnoviteľných zdrojov. Tento úbytok spolu s rastúcou produkciou odpadu spôsobujú vážne ekologické problémy. Preto bolo nutné pristúpiť k vypracovaniu takých právnych predpisov, ktoré by nútili výrobcov zaoberať sa nielen ekonomickými ale i environmentálnymi aspektmi výroby. Výrobcovia sa tak musia začať zaoberať nie len spôsobom, ako zabezpečiť transport výrobok k zákazníkovi ale i o to, čo sa stane s ich výrobkami po dovŕšení životnosti. Procesom návratu výrobku k výrobcovi sa zaoberá reverzná logistika.

Kľúčové slová: *legislatíva, reverzná logistika, odpad, odpade z elektrických a elektronických zariadení, nebezpečné látky, recyklovanie*

Abstract

Current trends in economics lead to extensive material and energy consumption which cause extreme decrease of both renewable and non renewable resources. This decrease together with growing production of waste causes serious ecological problems. Therefore it was necessary to design such legislation that would force the producers to deal not only with economical but also with environmental aspects of production. This means to be concerned with transportation of goods to customers as well as with what happens with the goods after their end of life. Reverse logistics deals with the process of returning the goods to the producers.

Keywords: *Legislation, Reverse Logistics, Waste, Waste Electrical and Electronic Equipment, Hazardous Substances, recycling*

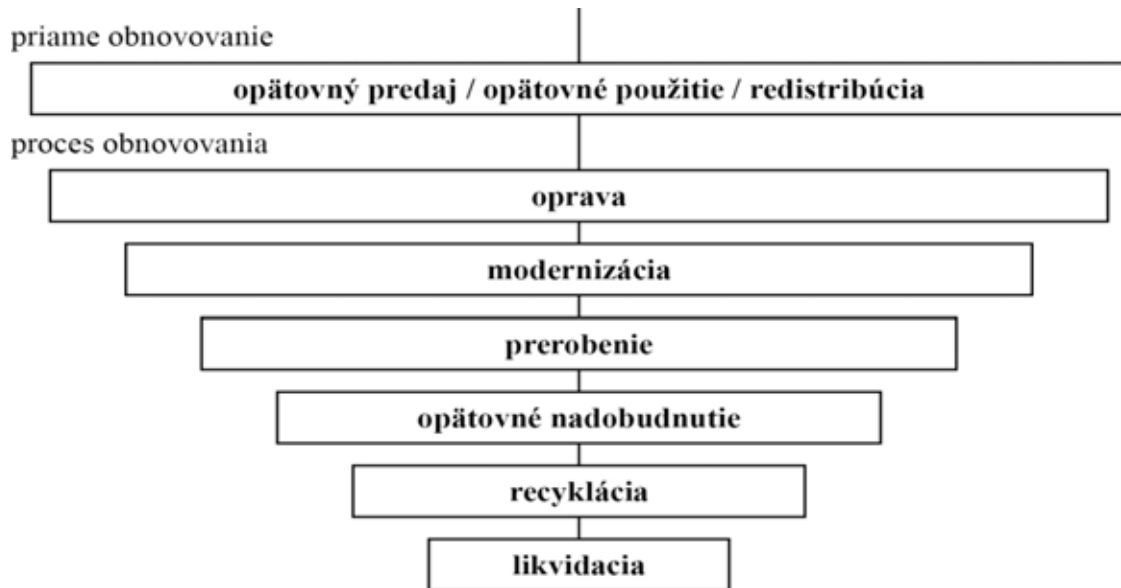
1 REVERZNÁ LOGISTIKA

Reverzná logistika sleduje spätne orientovaný pohyb tovaru, odpadu, obalov a znovu použiteľných materiálov od zákazníka k distribútorovi, respektíve až k výrobcovi. Cieľom reverznej logistiky je buď reklamácia, oprava, opätovné použitie, recyklácia alebo likvidácia v zmysle platných predpisov a smerníc ekologicky žiaducim spôsobom.¹

[#] Príspevok je spracovaný ako jeden z výstupov výskumného projektu MODELOVANIE REVERZNEJ LOGISTIKY – OPTIMALIZÁCIA PROCESOV RECYKLÁCIE A LIKVIDÁCIE ODPADU registrovaného Grantovou agentúrou Slovenskej republiky pod evidenčným číslom 1/4588/07

¹ BREZINA, I., Čičková, Z., REIFF, M.: Kvantitatívne metódy na podporu logistikých procesov, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2008

Podľa obrátenej pyramídy obnovovacích možností² je možné vidieť, z akých procesov sa skladá reverzná logistika a aká časť im náleží.



obr. č. 1 Obrátená pyramída obnovovacích možností

Opätovný predaj, resp. použitie alebo redistribúcia nemenia podstatu produkty a proces s nimi zahŕňa iba presun na iné miesto. Tieto procesy sa riadia zväčša firemnou politikou výrobcu, resp. distribútora alebo predajcu. Ďalšie časti tejto pyramídy sa zaoberajú zmenou produktu. Jeho opravou alebo modernizáciou sa stane tento produkt opätovne použiteľný alebo zaujímavejší na účely.

Recyklácia a likvidácia sú procesy, ktoré nevyplývajú z rozhodnutí výrobcov ale sú zakotvené v právnych predpisoch danej krajiny, resp. spoločenstva. Teda, to čo sa stane s výrobkom po skončení jeho životnosti je presne dané príslušnou legislatívou.

2. LEGISLATÍVA ES

Legislatíva Európskeho spoločenstva (Európskej únie) je obsiahnutá v mnohých právnych predpisoch – nariadeniach Európskeho parlamentu a Rady ES (ďalej len „smerniciach“), ktoré sú základom pre legislatívu jednotlivých členských štátov. Tieto smernice sú rozdelené do piatich skupín³:

- Rámcová legislatíva Európskej únie o odpadoch
- Právne predpisy Európskej únie o nakladaní s odpadmi
- Právne predpisy Európskej únie o špecifických druhoch odpadov
- Oznamovacie dotazníky a legislatíva
- Súvisiace právne predpisy

² DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization in Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004

³ <http://ec.europa.eu/environment/waste/legislation/index.htm>

Z týchto vyplývajú pre členské krajiny aj nasledujúce ciele⁴:

- minimalizácia využívania nebezpečných substancií a plastov, niektoré materiály musia byť postupne nahradené,
- podpora dizajnu vhodného na recykláciu,
- výrobcovia môžu prebrať zodpovednosť za ukončenie životného cyklu produktu, pripraviť produkt na identifikáciu a poskytnúť túto informáciu pre spracovateľov na vhodnú recykláciu,
- do domácností a na verejné miesta musia byť umiestnené systémy na separovaný zber, ktoré sú označené ako bezplatný zber,
- producenti musia vybudovať a financovať vhodné systémy na zaistenie vhodného spracovania a recyklácie produktov a sú zaňho zodpovední už v miestach ich zberu, ...

Najznámejšie sú smernice ES 2002/95/ES a 2002/96/ES z februára 2003, k problematike odpadov z elektrických a elektronických zariadení, keďže predstavovala najširšiu oblasť odpadového hospodárstva a vychádza zo súčasného stavu modernej spoločnosti, kde odpad z elektrických a elektronických zariadení predstavuje radikálne narastá z roka na rok.

Každý rok sa v EÚ vytvorí asi 1,3 miliardy ton odpadu, z toho zhruba 40 miliónov ton predstavuje nebezpečný odpad. Znamená to asi 3,5 tony na jedného obyvateľa a toto množstvo sa zvyšuje. Odhaduje sa, že ak sa nič nezmení, v roku 2020 budeme vytvárať o 45% odpadkov viac, než v 1995⁵.

Smernica 2002/96/ES o odpade z elektrických a elektronických zariadení⁶ (ďalej len „OEEZ“), ktorá je založená na čl. 175 Zmluvy o ES. Smernica ukladá zodpovednosť výrobcov týchto zariadení za likvidáciu OEEZ. Tieto spoločnosti by mali vytvoriť infraštruktúru pre zber OEEZ, a to takým spôsobom, aby užívatelia elektrických a elektronických zariadení z domácností by mali mať možnosť odovzdať OEEZ

Účelom tejto smernice je prevencia vzniku OEEZ a jeho opätovné použitie, recyklácia a ďalšie formy jeho využívania v záujme znížiť množstvo odpadu určeného na zneškodnenie. Tak isto sleduje zlepšenie ochrany životného prostredia prostredníctvom všetkých subjektov zapojených do životného cyklu elektrických a elektronických zariadení, t.j. výrobcov, distribútorov, spotrebiteľov a subjektov priamo zapojených do spracovania odpadu z elektrických a elektronických zariadení.

Smernica 2002/95/ES o obmedzení používania určitých nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach⁷, bežne označovaná ako smernica o obmedzení nebezpečných látok alebo smernica RoHS⁸ je založená na čl. 95 zmluvy o ES. Cieľom smernice je zosúladienie právnych predpisov členských štátov o obmedzení používania nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach a tým prispieť k ochrane životného prostredia ako i k využitiu odpadu z elektrických a elektronických zariadení environmentálne vhodným spôsobom.

⁴ BREZINA, Ivan; ČIČKOVÁ, Zuzana; PEKÁR, Juraj; Modeling aspects of reverse logistics, Quantitative Methods in Economics [Multiple Criteria Decision Making XIV], June 5-7, 2008, High Tatras, Slovak Republic

⁵ <http://ec.europa.eu/environment/waste/index.htm>

⁶ The Waste Electrical and Electronic Equipment Directive (WEEE Directive)

⁷ The Directive on the Restriction of the Use of Certain Hazardous Substances in Electrical and Electronic Equipment 2002/95/EC (Pronunciation)

⁸ The Restriction of Hazardous Substances Directive or RoHS

Táto smernica obmedzuje používanie šiestich nebezpečných látok (olovo, ortuť, kadmium, zlúčeniny chrómu, polybrómované bifenyly - PBB a polybrómovaný difenyl etér - PBDE) pri výrobe rôznych druhov elektronických a elektrických zariadení

V smernici stanovila 10 kategórií elektrozariadení, z ktorých elektroodpad pochádza:

1. veľké a malé domáce spotrebiče,
2. IT vybavenie,
3. telekomunikačné zariadenia,
4. spotrebná elektronika,
5. osvetľovacie zariadenia vrátane žiaroviek,
6. elektrické a elektronické nástroje,
7. hračky, zariadenia určené na voľný čas, športové a rekreačné účely,
8. zdravotnícke zariadenia,
9. prístroje na monitorovanie a kontrolu,
10. predajné automaty.

Smernice ES sú jedným z najvýznamnejších prostriedkov boja proti ohrozeniu prostredia odpadom zo zastaranej elektroniky. Zahŕňajú nielen počítače, monitory a ďalšie periférne zariadenia, ale aj videohry, digitálne fotoaparáty a kamery, chladničky, práčky, hriankovače či sušiče vlasov. Okrem iného, z nich vyplýva množstvo nariadení, ktoré by mali zjemniť dopad produkcie odpadu na životné prostredie, napr. aby výrobcovia našli náhradu za prvky ohrozujúce životné prostredie - olovo, ortuť či kadmium.

K týmto smerniciam je vypracované i metodické usmernenie Ministerstva životného prostredia⁹ v slovenskom jazyku, ktoré vysvetľuje spomínané dve smernice EU a pomocou ktorého je možné zistiť, čo všetko sa považuje za OEEZ a či spadá do pôsobnosti daných smerníc.

3. LEGISLATÍVA SR

Vychádzajúc z európskej legislatívy, sa v troch krokoch uskutočnila príprava legislatívy Slovenskej Republiky. Ako prvý krok sa považuje prijatie zákona č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov a predpisov na jeho vykonanie, druhým prijatie zákona č. 529/2002 Z. z. o obaloch a o zmene a doplnení niektorých zákonov, a tretím krokom prijatie zákona č. 733/2004 Z.z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

Spomínané tri zákony sa stali základnou právnou normou na úseku odpadov a odpadového hospodárstva, ktorá upravuje práva a povinnosti právnických a fyzických osôb pri predchádzaní vzniku odpadov a pri nakladaní s odpadmi ako i pôsobnosť orgánov štátnej správy a obcí a zodpovednosť za ich porušenie. Tieto zákony sú dopĺňané Nariadeniami vlády Slovenskej Republiky (ďalej len „NV SR“) a Vyhláškami Ministerstva životného prostredia Slovenskej republiky¹⁰ (ďalej len „Vyhláška MŽP SR“) napr.:

- Vyhláška MŽP SR č. 126/2004 Z. z. o autorizácii, o vydávaní odborných posudkov vo veciach odpadov, o ustanovovaní osôb oprávnených na vydávanie odborných posudkov a o overovaní odbornej spôsobilosti týchto osôb,
- Vyhláška MŽP SR č. 284/2001 Z.z., ktorou sa ustanovuje Katalóg odpadov.

⁹ Metodické usmernenie k smernici č. 2002/95/ES o obmedzení používania určitých nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach

¹⁰ <http://www.enviro.gov.sk>

Zákon č. 529/2002 Z.z. o obaloch a o zmene a doplnení niektorých zákonov vytvoril právny rámec aj pre získavanie údajov z oblasti obalov a odpadov z obalov. Ten ďalej dopĺňa Nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 220/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity pre rozsah zhodnocovania odpadov z obalov a pre rozsah ich recyklácie vo vzťahu k celkovej hmotnosti odpadov z obalov. V ňom boli ustanovené záväzné predpisy týkajúce sa obalov pre materiály ako sklo, plasty (bez PET), papier, kovy a osobitne pre polyetyléntereftalát (PET).

Ďalšie doplňujúce právne predpisy v oblasti odpadového hospodárstva týkajúce sa obalov boli:

- Zákon č. 17/2004 Z. z. o poplatkoch za uloženie odpadov v znení zákona č. 587/2004 Z. z.,
- NV SR č. 220/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity pre rozsah zhodnocovania odpadov z obalov a pre rozsah ich recyklácie vo vzťahu k celkovej hmotnosti odpadov z obalov,
- Vyhláška MŽP SR č. 283/2001 Z.z., o vykonaní niektorých ustanovení zákona o odpadoch,
- Vyhláška MŽP SR č. 732/2002 Z.z., o zozname zálohovaných obalov, ktoré nie sú opakovane použiteľné, a o výške zálohy za ne a o výške zálohy za zálohované opakovane použiteľné obaly,
- Vyhláška MŽP SR č. 210/2005 Z.z. o vykonaní niektorých ustanovení zákona o obaloch.

Okrem obalov a odpadov týkajúcich sa obalov sa odpadové hospodárstvo zaoberá i odpadmi súvisiacim s automobilovým priemyslom:

- NV SR č. 153/2004 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity a termíny pre rozsah opätovného použitia častí starých vozidiel, zhodnocovania odpadov zo spracovania starých vozidiel a ich recyklácie,
- Vyhláška MŽP SR č. 125/2004 Z. z., ktorou sa ustanovujú podrobnosti o spracúvaní starých vozidiel a o niektorých požiadavkách na výrobu vozidiel.

Ďalším odvetným odpadového hospodárstva, ktoré bolo ešte viac prepracované ako oblasť týkajúca sa obalov bolo práve nakladanie s elektrozariadeniami a s elektroodpadom. Základ právnej úpravy pre túto oblasť vytvára zákon NR SR č. 773/2004 Z.z., ktorý mení a dopĺňa zákon č. 223/2001 Z.z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.

Tieto zákony boli práve na základe smerníc EU rozpracované a doplnené ďalšími právnymi predpismi Slovenskej Republiky, ako sú:

- NV SR č. 388/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú limity pre zhodnotenie elektroodpadu a pre opätovné použitie a recykláciu komponentov, materiálov a látok,
- Vyhláška MŽP SR č. 208/2005 Z.z., o nakladaní s elektrozariadeniami a s elektroodpadom,
- Vyhláška MŽP SR č. 209/2005 Z.z. , Vyhláška MŽP SR, ktorou sa mení a dopĺňa Vyhláška MŽP SR č. 126/2004 Z.z. o autorizácii, o vydávaní odborných posudkov vo veciach odpadov, o ustanovovaní osôb oprávnených na vydávanie posudkov a o overovaní odbornej spôsobilosti týchto osôb,
- Vyhláška MŽP SR č. 359/2005 Z.z., ktorou sa mení Vyhláška MŽP SR č. 127/2004 Z. z. o sadzbách pre výpočet príspevkov do Recyklačného fondu, o zozname výrobkov, materiálov a zariadení, za ktoré sa platí príspevok do Recyklačného fondu, a o podrobnostiach o obsahu žiadosti o poskytnutie prostriedkov z Recyklačného fondu.

Z daných právnych predpisov vyplýva výrobcom/dovozcom/predajcom elektrozariadení povinnosť financovať, zaisťovať a spolupodieľať sa na zbere a likvidácii elektroodpadov a odpadov z obalov. Tento proces sa vykonáva formou tzv. Recyklačného poplatku, ktorý bude fakturovaný na doklade predaja ako samostatná položka pre každý druh produktu.

Predajcovia by mali výšku recyklačných poplatkov uvádzať minimálne pri prvom umiestnení výrobkov na slovenskom trhu. Ďalšie subjekty v následnom predaji nemajú túto povinnosť, ale i tak, by mali túto informáciu poskytovať. Informácia o recyklačných poplatkoch by sa mala uvádzať na všetkých predajných miestach. Z recyklačných poplatkov je následné tvorený Recyklačný fond.

3.1 Recyklačný fond

Recyklačný fond¹¹ (ďalej len „RF“) je neštátny účelový fond zriadený 1. júla 2001 zákonom č. 223/2001 Z. z.¹², ktorý zhromažďuje finančné prostriedky dovozcom a výrobcov komodít povinných platiť príspevky v zmysle tohto zákona. Výška príspevkov, ktoré platia výrobcovia a dovozcovia je stanovená vo vykonávacej vyhláške č.359/2005 Z.z.¹³. Zdroje RF tvoria v zmysle § 62 zákona č. 223/ 2001 Z. z. v prvom rade príspevky výrobcov a dovozcom za jednotlivé komodity, teda prispievateľov.

Primárnou funkciou RF je kumulovať finančné prostriedky a tie použiť na podporu zberu, zhodnotenia a spracovania opotrebovaných batérií a akumulátorov, odpadových olejov, opotrebovaných pneumatík, viacvrstvových kombinovaných materiálov, elektrických a elektronických zariadení, kombinovaných plastov, papiera, skla, vozidiel a kovových obalov.

Ďalšou funkciou RF je finančná podpora obciam a ich združeniam za separovanie odpadu a jeho odovzdávanie na ďalšie zhodnotenie. Finančné prostriedky, ktoré sa doň odvedú, sa budú používať len na úhradu investičných a prevádzkových nákladov potrebných na postupné zavádzanie triedeného zberu a zhodnocovania odpadov v mestách a obciach SR, a s tým súvisiace činnosti (napr. na osvetu a pod.).

Prostriedky RF možno, v súlade s účelom odpadového hospodárstva, použiť na:

- úhradu investičných a prevádzkových nákladov potrebných na zabezpečenie zberu a zhodnotenia odpadov a spracovania starých vozidiel,
- úhradu ekonomicky oprávnených nákladov súvisiacich s dopravou niektorých starých vozidiel, najmä v prípadoch, ak ich držiteľ nie je známy alebo neexistuje,
- úhradu ekonomicky oprávnených nákladov súvisiacich so zabezpečovaním prevádzky určeného parkoviska,
- úhradu vyplatených finančných príspevkov,
- úhradu výdavkov spojených so správou RF vrátane činnosti sekretariátu RF,
- úhradu nákladov na odber odpadov z obalov a ich zhodnotenie alebo recykláciu,
- propagáciu zhodnocovania odpadov,
- zabezpečovanie informačných systémov na podporu zhodnocovania odpadov,
- podporu zameranú na vyhľadávanie a aplikáciu nových technológií zhodnocovania odpadov.

¹¹ <http://www.recfond.sk/>

¹² Zákon č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov

¹³ Vyhláška MŽP SR, ktorou sa mení vyhláška Ministerstva životného prostredia Slovenskej republiky č. 127/2004 Z. z. o sadzbách pre výpočet príspevkov do Recyklačného fondu, o zozname výrobkov, materiálov a zariadení, za ktoré sa platí príspevok do Recyklačného fondu, a o podrobnostiach o obsahu žiadosti o poskytnutie prostriedkov z Recyklačného fondu

Prostriedky na projekty sa z RF poskytujú na základe zákona o odpadoch a môžu sa použiť ako účelová dotácia alebo úver v súlade s účelom odpadového hospodárstva, aktuálnym Programom odpadového hospodárstva Slovenskej republiky, schváleným rozpočtom fondu, v súlade s komoditnými programami jednotlivých sektorov fondu, resp. programom činnosti všeobecného sektora a v súlade s pravidlami fondu pre poskytovanie prostriedkov. Prostriedky z fondu sa poskytujú ako nenárokovateľné právnickým a fyzickým osobám, najmä ako príspevok na úhradu investičných a prevádzkových nákladov potrebných na zabezpečenie zberu a zhodnotenia odpadov a spracovania starých vozidiel, ako aj na úhradu ďalších nákladov podľa § 63 zákona o odpadoch.

Trvalou úlohou RF je podpora triedeného zberu komunálneho odpadu v obciach a mestách tak, aby do roku 2010 separovali všetky obce a mestá všetky predpísané druhy odpadu - papier, plasty, sklo a kovové obaly.

3.2 Realizácia povinností vyplývajúcich z legislatívy

Je zjavné, že najväčšie povinnosti plynúce z legislatívy o odpadovom hospodárstve sú k problematike odpadov z elektrických a elektronických zariadení. To je celkom pochopiteľné, keďže elektorodpad má najširšie zaistenie v tvorbe odpadu modernej spoločnosti.

V súvislosti so zavedením spomínaných právnych predpisov rozoznávame dva druhy elektroodpadov a povinností s nimi spojených, a to podľa dátumu uvedenia elektrozariadení na trh:

- „pred 13.8.2005“ - odpad z týchto elektrozariadení sa označuje ako historický odpad. Pri tomto druhu elektorodpadu sú zodpovední všetci výrobcovia elektrozariadení na trhu podľa ich trhového podielu kolektívnym spôsobom.
- „po 13.8.2005“ - odpad z týchto elektrozariadení sa označuje ako nový odpad. Za tento odpad je zodpovedný každý subjekt, ktorý tieto elektrozariadenia uviedol na trh, a to buď individuálne (musí však vytvárať garancie a rezervy na ich budúcu likvidáciu) alebo účasťou v primeranom kolektívnom systéme, ktorý túto garanciu nahradzuje. Tieto elektrozariadenia sú už pri výrobe označené špeciálnym znakom, ktorý by mal zabezpečiť, aby sa dané elektrozariadenia zlikvidovali predpísaným spôsobom.



obr. č. 2 Vzor grafického symbolu na označenie elektrozariadenia

Na základe možnosti realizácie zodpovednosti za elektroodpad a v súvislosti s právnou legislatívou a povinnosťami z nej vyplývajúcimi vzniklo na území Slovenskej Republiky viacero organizácií s cieľom zabezpečenie týchto povinností pri nakladaní s elektrozariadeniami a s elektroodpadom. Jedná sa o kolektívne systémy veľkých a malých výrobcou domácich spotrebičov so zámerom dlhodobo a systematicky riešiť otázky spojené so zberom a ekologickou likvidáciou elektroodpadu.

Tieto spoločnosti riešia problém s umiestňovaním zberných miest a tak isto sa zaoberajú systémom spätného odberu cez predajne elektrospotrebičov s centrálnou logistikou. Medzi dve najznámejšie patria ENVIDOM a SEWA.

Združenie ENVIDOM¹⁴, ktoré vzniklo 15. marca 2005, nadväzuje na aktivity Združenia európskych výrobcov domácich spotrebičov (CECED Slovakia). Zakladajúcimi členmi združenia sú: BSH domáci spotrebiče, s.r.o. (BOSCH, SIEMENS), East Trading Company, s.r.o. (ARDO, CALEX), Electrolux Slovakia, s.r.o. (ELECTROLUX, ZANUSSI, AEG), ETA-Slovakia, s.r.o. (ETA, VEGA), Gorenje Slovakia, s.r.o. (GORENJE, MORA), Groupe SEB Central-Europe Ltd. (ROWENTA, TEFAL, MOULINEX, KRUPS), Indesit Company Magyarorság Kft (ARISTON, INDESIT), Philips Slovakia, s.r.o., divízia DAP (PHILIPS) a Whirlpool Slovakia, s.r.o. (WHIRLPOOL, IGNIS, BAUKNECHT).

Slovak Electronic Waste Agency (SEWA¹⁵) je akciová spoločnosť, ktorú založili profesijné združenie Asociácia dovozcov audiovizuálnej techniky (ADAT) a IT asociácia Slovenska (ITAS). Jej poslaním je zabezpečiť kolektívne plnenie povinností povinných osôb pri nakladaní s elektroodpadom, vyplývajúcich z platnej slovenskej i európskej legislatívy. Združuje dovozcov a výrobcov audiovizuálnej a IT techniky pôsobiacich na slovenskom trhu. Zabezpečuje nielen spracovanie elektroodpadu, ale aj jeho zber v komunálnej sfére vrátane zberu zo spätného odberu výrobkov realizovaného predajcami a servisnými strediskami.

Použitá literatúra

- BREZINA, I., ČIČKOVÁ, Z., REIFF, M.: Kvantitatívne metódy na podporu logistikých procesov, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2008
BREZINA, I.; ČIČKOVÁ, Z.; PEKÁR, J.: Modeling aspects of reverse logistics, Quantitative Methods in Economics [Multiple Criteria Decision Making XIV], June 5-7, 2008, High Tatras, Slovak Republic
DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASENHOF, L. N. v. (Eds.): OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization in Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004

linky:

- <http://ec.europa.eu/environment/waste/index.htm>
<http://www.enviro.gov.sk>
<http://www.refond.sk/>
<http://envidom.sk/>
<http://www.sewa.sk/>
<http://www.sizp.sk/>
<http://enviroportal.sk>

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: pavelgezik@gmail.com

¹⁴ <http://envidom.sk/>

¹⁵ <http://www.sewa.sk/>

MODELOVANIE UKAZOVATEĽOV VÝKONNOSTI PODNIKU

MODELLING OF EFFECIENCY'S INDICATORS IN FIRM

Michal Grell

Abstrakt

V príspevku sa zaoberáme modelovaním pomerových ukazovateľov ekonomickej výkonnosti podniku. Prezentujeme matematickú formuláciu väzieb v systéme ukazovateľov reprezentovaného maticovou sústavou, ktorá vznikne vertikálnou a horizontálnou kombináciou ukazovateľov. Načrtávame možné praktické využitie maticového modelu systému ukazovateľov.

Kľúčové slová: systém ukazovateľov, model systému ukazovateľov, maticový model

Abstract

In the contribution we go into modeling of proportional indicators of firm's economic efficiency. We present the mathematical formulation of relations in indicators system represented by matrix compages, which is created by vertical and horizontal combination of indicators. We describe possible practical utilization of the matrix model of indicators system.

Keywords: indicators system, model of indicators system, matrix model

ÚVOD

Jednoznačná formulácia väzieb ukazovateľov má na kvantitatívne hodnotenie ekonomickej reality rovnaký vplyv ako jednoznačná definícia jednotlivých ukazovateľov, prvkov systému. Potom vymedzenie väzieb prvkov je súčasťou definície akéhokoľvek systému. V systémovej teórii sa systém chápe ako *účelovo definovaná množina prvkov a množina väzieb medzi prvkami, ktoré spoločne určujú vlastnosti celku*. Ak teda hovoríme o *systéme ukazovateľov*, mali by byť medzi príslušnými ukazovateľmi definované väzby¹[1].

Väzby ukazovateľov (indikátorov) môžu byť v podstate vyjadrené *slovným opisom, graficky a matematicky*. V príspevku sa zaoberáme matematickou formuláciou väzieb.

1 DEFINOVANIE SYSTÉMU UKAZOVATEĽOV. MATEMATICKÝ MODEL SYSTÉMU

Matematická formulácia väzieb môže byť reprezentovaná napr. *maticovou sústavou*, ktorá vznikne vertikálnou a horizontálnou kombináciou ukazovateľov [5]. Ukazovatele usporiadané vertikálne predstavujú riadky matice a stĺpce matice vytvárajú ukazovatele usporiadané horizontálne. Ich kombinácia tvorí prvky matice, ktoré môžu reprezentovať rozličné typy *pomerných ukazovateľov*. Pomerné ukazovatele môžu opisovať ekonomicke javy na makroekonomickej, ale aj mikroekonomickej úrovni. Ďalej sa zaoberáme mikroekonomickej (podnikovou) úrovňou, a potom prvky matice môžu byť reprezentované kombináciou ukazovateľov súvahy a výsledovky, vstupov a výstupov a pod.

¹ Formulácia väzieb ukazovateľov je predpokladom na prechod od *sústavy ukazovateľov* k vyššiemu kvalitatívnemu stupňu: *systému ukazovateľov*.

Príkladom môže byť sústava ukazovateľov, ktorá vznikne kombináciou ukazovateľov súvahy a výsledovky (tab. 1)².

S - V	v ₁	v ₂	...	v _j	...	v _n
s ₁	v ₁ / s ₁	v ₂ / s ₁		v _j / s ₁		v _n / s ₁
s ₂	v ₁ / s ₂	v ₂ / s ₂				
·						
·						
s _i	v ₁ / s _i	v ₂ / s _i				
·						
·						
s _m	v ₁ / s _m	v ₂ / s _m				

Tab. 1 Maticová sústava ukazovateľov

Samozrejme, že jednotlivé prostriedky formulácie väzieb možno kombinovať. Napríklad v pyramidovej sústave možno zapísať aj matematické väzby ukazovateľov. V niektorých sústavách nie je však typ matematickej väzby explicitne uvedený, ale môže vyplývať z názvu typu sústavy a slovného opisu väzby (napr. v bilancii sa automaticky predpokladajú aditívne väzby ukazovateľov). Zaoberáme sa matematickým modelom systému ukazovateľov.

Matematický model predstavuje sústavu matematických vzťahov, ktorá jednoznačne opisuje skúmaný jav alebo proces. Matematický zápis modelu možno formulovať takto:

$$F(z) = 0, \quad z \in Z, \quad (1)$$

kde $F(z)$ je vektorová funkcia, ktorá v implicitnom tvare opisuje zvolenú oblasť ekonomickej reality. Symbol z vyjadruje vektor ekonomických veličín a parametrov funkčných vzťahov medzi týmito veličinami a θ je nulový vektor. Množina Z predstavuje dopĺňujúce obmedzenie na vektor z ekonomických veličín a parametrov. Pomocou tejto množiny možno napr. vyjadriť požiadavku nezápornosti niektorých ekonomických veličín. Identifikáciou modelu potom rozumieme rozklad vektora z na vstupné a výstupné veličiny, čo zapíšeme $z = (x, y)$, kde x je vektor vstupných veličín a y je vektor výstupných premenných. Vektor x môžeme ďalej rozložiť na vektor vstupných premenných e modelu, ktoré sú predmetom modelovej transformácie, a vektor parametrov p modelu, ktoré definujú priebeh transformácie (voľba funkčného vzťahu, koeficienty v danej funkcii), čo zapíšeme $x = (e, p)$. Identifikovaný model možno potom chápať ako operátor (transformáciu), ktorý transformuje vektor vstupných veličín x na vektor výstupných veličín y , čo možno vyjadriť takto: $y = T(x)$ alebo $y = T(e, p)$. Rozklad vektora x nie je však vždy jednoznačne možný a závisí od spôsobu fungovania identifikovaného modelu. Charakter transformácie T v modeli priamo súvisí s vecným obsahom modelových výpočtov. Týmto výpočtom môžu zodpovedať rôzne typy spravidla lineárnej transformácie.

² Napríklad vektor ukazovateľov súvahy S = (aktíva, kmeňové imanie, dlhy, investičný majetok, hmotný investičný majetok, obežný majetok, zásoby) a vektor ukazovateľov výsledovky V = (výnosy, pridaná hodnota, čisté výkony, hrubý a čistý zisk).

2 Maticový model

Východiskom na formuláciu *maticového modelu* sú absolútne ukazovatele, ktoré usporiadame podľa tab. 2.

$V - N$ $N - V$			1, 2, 3, ..., n		1, 2, 3, ..., m							
			j		k							
			$v_1, v_2, v_3, \dots, v_j, \dots, v_n$		$n_1, n_2, n_3, \dots, n_k, \dots, n_n$							
1	i	n_1	$A = (a_{ij})$				1					
2		n_2										
·		·										
·		·										
·		n_i										
m		n_m	$B = (b_{ik})$				1					
1	l	v_1						$D = (d_{ij})$				1
2		v_2										
·		·										
·		·										
·		v_l										
n		v_n	$C = (c_{lk})$				1					

Tab. 2 Maticový zápis ukazovateľov

Ak tieto ukazovatele ďalej rozdelíme na ukazovatele *výsledkov* (výstupov) - V - a *nárokov* (vstupov) - N - ekonomiky napr. v oblasti výkonnosti podniku, tak možno konštruovať číselné indikátory pomocou vzťahu V/N, ktoré sú z hľadiska charakteru relatívne ukazovatele a z hľadiska konštrukcie sú kombináciou vzťahov medzi absolútnymi ukazovateľmi typu *vstup* a *výstup*. Význam použitých označení v tab. 2 je takýto:

- V je stĺpcový vektor výstupov rozmeru n,
- N - stĺpcový vektor vstupov rozmeru m,
- A - matica účinnosti vstupov rozmeru m.n, kde $a_{ij} = v_j/n_i$,
- C - matica náročnosti výstupov rozmeru n.m, kde $c_{lk} = n_k/v_l$,
- B - matica štruktúry vstupov rozmeru m.m, kde $b_{ik} = n_k/n_i$,
- D - matica štruktúry výstupov rozmeru n.n, kde $d_{ij} = v_j/v_i$.

Naznačíme stručnú matematickú analýzu problému:

Nech platí, že m, n sú prirodzené čísla a p_j, q_i (kde $i = 1, 2, \dots, m$ a $j = 1, 2, \dots, n$) sú reálne čísla rôzne od nuly, potom definujeme stĺpcové vektory $P^T = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $Q^T = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, $P'^T = (p'_1, p'_2, \dots, p'_n)$ a $Q'^T = (q'_1, q'_2, \dots, q'_m)$, pričom $p'_j = 1/p_j$ a $q'_i = 1/q_i$ (T je znak transponovania). Definujeme súčinom $Q'P^T$ súbor m . n reálnych čísel, ktoré označíme s_{ij} . Potom $S = (s_{ij})$ je matica o m riadkoch a n stĺpcoch, pre ktorú platí

$$S = Q'P^T \quad (2)$$

Ďalej sa budeme zaoberať spôsobom transformácie vektora P na vektor Q alebo naopak. Úpravou vzťahu (2) môžeme tieto transformácie zapísať takto:

$$S P' = n Q' \quad (3)$$

resp. $Q^T S = m P^T \quad (4)$

Vo vzťahoch (3) a (4) S vystupuje ako matica transformácie. Za predpokladu, že poznáme maticu S a jeden z vektorov P, Q je riešenie takejto transformácie veľmi jednoduché. Takáto interpretácia poskytuje tiež obmedzený priestor na kvantitatívnu analýzu takejto transformácie.

Upravme preto vzťah (4) na tvar

$$S^T Q = m P \quad (4 a)$$

položme $x^{(1)} = P'$, $d^{(1)} = n Q'$, $x^{(2)} = Q$, $d^{(2)} = m P$.

Potom, ak máme zadanú maticu S, vzťah

$$S x^{(1)} = d^{(1)} \quad (5)$$

predstavuje výpočet vektora P na základe zadaného vektora Q a vzťah

$$S^T x^{(2)} = d^{(2)} \quad (6)$$

predstavuje výpočet vektora Q na základe vektora P a tieto vzťahy riešime ako všeobecnú sústavu $m(n)$ lineárnych rovníc pre $n(m)$ neznámych. Matica S má niektoré špeciálne charakteristiky, ktoré umožňujú odvodiť, z hľadiska praktických aplikácií, typy výpočtových vzťahov.

Lahko sa možno presvedčiť, že matice A, B, C a D v maticovom modeli sú špeciálnym prípadom matice S.

Niektoré typy výpočtových vzťahov

V podstate sú možné riešenia, ktorých východiskom je pôvodná matica S alebo modifikovaná matica S. Možno rozlíšiť:

- riešenie s pôvodnou maticou S,
- riešenie s modifikovanou maticou S,
- iné výpočtové postupy.

Predpoklady na výpočet variantných riešení vytvárajú predovšetkým riešenia s modifikovanou maticou S. Výpočtové postupy možno definovať z hľadiska riešiteľnosti sústavy lineárnych rovníc alebo ekonomickej aplikovateľnosti výpočtov. Tak napríklad základné charakteristiky matice S sa v praktických aplikáciách z rôznych dôvodov nemusia vždy prejavovať s rovnakou intenzitou (napr. maticu S môžeme získať prognózovaním, čo predstavuje v praxi problém extrapolácie časových radov koeficientov s_{ij} , napr. na základe lineárnej funkcie času v tvare $g_0 + g_1 t$, kde g_0, g_1 sú regresné koeficienty a t je čas).

Možnosti realizácie výpočtových postupov

V nadväznosti na zápis v tab. 2 možno formulovať maticovú rovnicu:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ N' \end{pmatrix} = (n + m) \begin{pmatrix} N \\ V' \end{pmatrix} \quad (7)$$

kde V' je vektor, pre ktorého prvky platí $v_j' = 1/v_j$,
 N' - vektor, pre ktorého prvky platí $n_i' = 1/n_i$.

V podstate sú možné tieto výpočty:

- v rámci jednotlivých matic, kde možno odvodiť celý rad vzťahov ako napr. $A V' = n N'$, $C N' = m V'$, $A C = n B$, $A^T N = m V$, $C^T V = n N$ a ďalšie,
- prognózovanie matic A_{it} , B_{it} , C_{it} , D_{it} , pričom index i predstavuje zvolenú organizačnú štruktúru (napr. SR, podniky, domácnosti a pod.) a index t je časové obdobie,
- riešenie systému lineárnych rovníc s pôvodnou alebo modifikovanou maticou A , B , C , alebo D .

ZÁVER

Maticové usporiadanie ukazovateľov však vytvára priestor aj na iné výpočtové postupy. Vychádzame z toho, že matica S vyjadruje určitú štruktúru vzťahov na mikroekonomickej, ale aj na makroekonomickej úrovni. Možno napr. rozpracúvať použitie Markovových reťazcov na skúmanie týchto štruktúrnych vzťahov, s cieľom navrhnúť vhodný výpočtový postup na skúmanie stability a predikciu štruktúrnych vzťahov.

Použitá literatúra

- [1] Matějka, M.: Základní operace s ekonomickými ukazateli. Praha: SNTL/ALFA, 1987.
- [2] Svätokrížny, P.: Lineárna algebra v úlohách. Bratislava: ALFA, 1985.
- [3] Grell, M.: Informačná ekonomika. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2002.
- [4] Štefánek, J., Grell, M., Klinec, I.: Informatizácia ekonomických objektov v informačnej spoločnosti. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2005.
- [5] Zalai, K. a kol.: Finančno-ekonomická analýza podniku. Bratislava: SPRINT, 1998.
- [6] Sojka, J., Šimkovic, J.: Modelovanie národohospodárskych procesov. Bratislava: ALFA, 1981.
- [7] Higgins, R., C.: Analýza pro finanční management. Praha: Grada Publishing, 1997.
- [8] Vlachynský, K. a kol.: Podnikové financie. Bratislava: SÚVAHA s.r.o., 2002.

Kontaktné údaje

Ing. Michal Grell, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra aplikovanej informatiky

Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava

tel.: +421/2/67295856

e-mail: grell@euba.sk.

VPLYV NOVEJ CENTRÁLNEJ PARITY SKK/EUR NA VOLATILITU VÝMENNÉHO KURZU SKK/EUR

IMPACT OF THE NEW CENTRAL PARITY SKK/EUR ON THE SKK/EUR EXCHANGE RATE VOLATILITY

Michaela Chocholatá

Abstrakt

Cieľom príspevku je analýza volatility logaritmického tempa rastu výmenného kurzu SKK/EUR v roku 2008 (2. január 2008 – 2. december 2008, t.j. 232 pozorovaní) na báze modelu podmienenej heteroskedasticity EGARCH (1,1). Predmetom analýzy bolo i otestovanie vplyvu zmeny centrálnej parity SKK/EUR v ERM II dňa 29. mája 2008 a oznámenie konverzného kurzu SKK/EUR dňa 8. júla 2008, pričom bol preukázaný štatisticky významný vplyv týchto zmien na úroveň logaritmického tempa rastu výmenného kurzu a v prípade oznámenia konverzného kurzu i na úroveň volatility.

Kľúčové slová: *výmenný kurz, volatility, centrálna parita, podmienená heteroskedasticita, EGARCH(1,1)*

Abstract

This paper deals with the volatility analysis of the logarithmic returns of the exchange rate SKK/EUR in 2008 (2 January 2008 – 2 December 2008, i.e. 232 observations) using the EGARCH (1,1) model of the conditional heteroscedasticity. The effects of the central parity change on 29 May 2008 and of the announcement of the fixed conversion rate on 8 July 2008 were also investigated. It was proved the influence of the above mentioned changes on the logarithmic returns of the exchange rate and in case of announcement of the fixed conversion rate also on the exchange rate volatility.

Keywords: *exchange rate, volatility, central parity, conditional heteroskedasticity, EGARCH(1,1)*

ÚVOD

1. mája 2004 sa Slovenská republika v rámci doteraz najväčšieho rozšírenia Európskej únie stala jedným z jej členských štátov. Podpísaním Prístupovej zmluvy k Európskej únii v apríli 2003 v Aténach sa Slovenská republika zaviazala i k vstupu do Hospodárskej a menovej únie, a tým k zavedeniu eura. Zavedeniu eura predchádza splnenie tzv. maastrichtských kritérií týkajúcich sa verejných financií, miery inflácie, stability dlhodobých úrokových sadzieb a stability výmenného kurzu. Z hľadiska stability výmenného kurzu je pred vstupom do eurozóny nevyhnutné obdobie dvojročného členstva v mechanizme výmenných kurzov ERM II, počas ktorého má ekonomika krajiny preukázať schopnosť udržiavať hodnotu výmenného kurzu národnej meny voči euru v rozmedzí $\pm 15\%$ okolo dohodnutej parity. 29. novembra 2005 slovenská koruna vstúpila do mechanizmu výmenných kurzov ERM II, pričom centrálna parita slovenskej koruny (SKK) voči euru (EUR) bola stanovená na úrovni trhového kurzu 38,4550 SKK/EUR, 19. marca 2007 centrálna parita SKK v ERM II revalvovala a bola stanovená na úrovni 35,4424 SKK/EUR. K ďalšej revalvácii centrálnej parity v ERM II prišlo 29. mája 2008, pričom nová centrálna parita bola stanovená na úrovni 30,1260 SKK/EUR. 20.

júna 2008 Rada Európskej únie potvrdila prijatie Slovenskej republiky do eurozóny a 8. júla 2008 bol stanovený neodvolateľný prepočítavací koeficient (konverzný kurz) medzi SKK a EUR na úrovni 30,1260 SKK/EUR. Analýza vývoja výmenného kurzu v období tesne pred vstupom do eurozóny predstavuje teda lákavú a zaujímavú problematiku.

Vývoj hodnôt výmenného kurzu v určitom časovom období má vo všeobecnosti charakter časového radu, ktorého hodnoty sú zaznamenávané s pomerne vysokou frekvenciou (napr. dennou). Pre finančné časové rady, medzi ktoré možno zaradiť aj časové rady výmenných kurzov je typická nestacionarita, čo znamená, že analyzovaná premenná nemá tendenciu vrátiť sa k nejakej konštantnej hodnote, prípadne k trendu. Typickou črtou časových radov prvých diferencií (označovaných aj ako časové rady výnosov, resp. tempá rastu) je v čase sa meniaci variabilita/volatilita alebo tzv. zhlukovanie volatility. Je možné domnievať sa, že táto variabilita je spôsobená volatilitou na finančných trhoch, ktoré veľmi citlivo reagujú na rôzne fámy, akékoľvek politické zmeny, zmeny v monetárnej či fiškálnej politike. Za priekopníka v modelovaní volatility možno považovať nositeľa Nobelovej ceny R.F.Engleho, ktorý v roku 1982 (pozri [7]) navrhol model podmienenej heteroskedasticity - ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) model. Tento model bol v roku 1986 zovšeobecnený Bollerslevom (pozri [3]) a dostal názov GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) model. V dôsledku toho, že ani modely ARCH ani modely GARCH neboli schopné zachytiť tzv. asymetrické efekty, t.j. rôzny vplyv pozitívnych a negatívnych šokov na podmienenú volatilitu, prichádza v roku 1991 Nelson [13] s modelom EGARCH (Exponential GARCH). V súčasnosti existuje široké spektrum modifikácií modelov ARCH (pozri napr. [9]), v tomto príspevku sa však budeme zaoberať len modelmi EGARCH. Takisto sa možno v literatúre stretnúť s množstvom článkov a štúdií testujúcich vplyv napr. pondelkového efektu, efektu jednotlivých dní týždňa, či fázy hospodárskeho cyklu na úroveň volatility (pozri napr. [2], [12], [14], [15], [16]).

Cieľom tohto príspevku je analýza vplyvu zmeny centrálnej parity SKK/EUR dňa 29. mája 2008 a taktiež vplyv vyhlásenia konverzného kurzu 8. júla 2008 na úroveň a volatilitu logaritmického tempa rastu výmenného kurzu v roku 2008 (2. január 2008 – 2. december 2008).

1 LOGARITMICKÉ TEMPO RASTU A MODELY VOLATILITY

Časové rady výmenných kurzov možno zaradiť medzi tzv. finančné časové rady. Typickou črtou finančných časových radov je ich nestacionarita (t.j. existencia aspoň jedného jednotkového koreňa). Testovanie existencie jednotkových koreňov je možné pomocou viacerých testov (pozri napr. [1], [6], [9]), pričom najčastejšie používanými sú rozšírený Dickeyho – Fullero (ADF – Augmented Dickey-Fuller) test a Phillipsov – Perronov (PP) test¹.

Predmetom záujmu analytikov však spravidla nie sú časové rady úrovne, ale časové rady výnosov, resp. časové rady temp rastu, ktoré sa vyznačujú vysokou volatilitou. Analýzy sa zvyčajne realizujú na logaritmických transformáciách jednotlivých časových radov. Ak označíme ako P_t cenu aktíva v čase t , logaritmické tempo rastu r_t možno vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

¹ Enders uvádza, že v prípade analýzy štrukturálnych zmien je vhodné použiť Perronov test štrukturálnej zmeny (bližšie pozri [6]).

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1}) = \mu + \varepsilon_t \quad (1)$$

Časový rad r_t možno vyjadriť ako súčet predikovateľnej a nepredikovateľnej zložky (pozri napr. [9]), pričom o nepredikovateľnej zložke ε_t sa často predpokladá, že je nepodmienené i podmienené homoskedastická. Predpoklad podmienenej homoskedasticity však často nebýva splnený. Na modelovanie v čase premenlivej volatility (podmienená heteroskedasticita) možno využiť modely triedy (G)ARCH, resp. ich modifikácie. Už vyššie spomínaným modelom umožňujúcim zachytiť i vplyv asymetrických efektov je Nelsonom prezentovaný model EGARCH(p,q) s logaritmom podmieneného rozptylu v tvare:

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sqrt{h_{t-i}}} + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(h_{t-i}) + \sum_{i=1}^q \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \quad (2)$$

kde h_t označuje podmienený rozptyl, ε_t nepredikovateľnú zložku (resp. náhodnú poruchu, šok), p predstavuje rád GARCH člena, q rád ARCH člena a α_i , β_i a γ_i sú neznáme hodnoty parametrov. Z charakteru modelu (2) je zrejme, že opisuje vzťah medzi minulými šokmi a logaritmom podmieneného rozptylu, z čoho vyplýva, že nezápornosť h_t je zabezpečená pri akýchkoľvek hodnotách parametrov α_i , β_i a γ_i . Najčastejšie používanou formou je model EGARCH(1,1), pričom o asymetrii vo volatilitě hovoríme, keď $\gamma_1 \neq 0$. Vplyv negatívnych šokov na logaritmus podmieneného rozptylu je daný rozdielom parametrov $\alpha_1 - \gamma_1$, kým vplyv pozitívnych šokov súčtom týchto parametrov, t.j. $\alpha_1 + \gamma_1$.

1.1 Testovanie rozdielnosti logaritmických temp rastu

V súvislosti s testovaním vplyvu napr. pondelkového efektu, efektu jednotlivých dní týždňa, či fázy hospodárskeho cyklu na úroveň volatility (pozri napr. [2], [12], [14], [15], [16]) sa zvyčajne do modelu úrovne analyzovaného časového radu zahrnú zodpovedajúce umelé premenné, a potom sa testuje štatistická významnosť zodpovedajúcich parametrov. Zahrnutie umelých premenných súčasne do rovnice úrovne i do rovnice podmieneného rozptylu umožňuje testovanie vplyvu príslušného efektu jednak na úroveň logaritmického tempa rastu a jednak na úroveň volatility (pozri [2]). Model úrovne s umelou premennou D_t nadobúdajúcou hodnotu 1 v testovanom období (napr. v pondelok) a 0 vo zvyšnom období (napr. v ostatné dni týždňa) má potom tvar:

$$r_t = \mu + \phi D_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

kde ϕ je neznáma hodnota parametra. Ak danú umelú premennú zahrnieme aj do rovnice podmieneného rozptylu (2), táto bude mať potom tvar:

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{|\varepsilon_{t-i}|}{\sqrt{h_{t-i}}} + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(h_{t-i}) + \sum_{i=1}^q \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} + \mathcal{G} D_t \quad (4)$$

pričom \mathcal{G} je opäť neznáma hodnota parametra.

2 ANALÝZA VÝMENNÉHO KURZU SKK/EUR

2.1 Analýza úrovne časového radu SKK/EUR

Predmetom analýzy bol časový rad 232 denných hodnôt výmenného kurzu SKK/EUR za obdobie 2. január 2008 – 2. december 2008 získaný z internetovej stránky Národnej banky Slovenska [17], priebeh ktorého je znázornený na grafe č.1:

Graf č.1 – Priebeh denných hodnôt výmenného kurzu SKK/EUR



Celá analýza bola realizovaná pre logaritmickú transformáciu tohto časového radu, ktorá nemení priebeh jeho hodnôt. Časový rad logaritmov výmenného kurzu, t.j. časový rad $\ln(\text{SKK/EUR})_t$ sme pomocou ADF i PP testu otestovali na existenciu jednotkového koreňa (spôsob testovania bližšie pozri napr. [6], [10]), pričom výsledky testov sú uvedené v tabuľke č.1:

Tabuľka č.1 – Výsledky ADF a PP testu pre časový rad $\ln(\text{SKK/EUR})$

	ADF	PP
Úroveň		
<i>Trend + konštanta</i>	-0,736904	-0,937781
<i>Konštanta</i>	-1,493608	-1,616810
<i>Bez trendu a bez konštanty</i>	-2,247888**	-2,196951**
1.diferencie		
<i>Trend + konštanta</i>	-11,76802***	-12,63832***

Pozn.: Symboly **, *** označujú zamietnutie H_0 o existencii jednotkového koreňa na hladine významnosti 0,05, resp. 0,01.

Ak uvažujeme hladinu významnosti 0,01, potom na základe výsledkov z tabuľky č.1 je zrejmé, že analyzovaný časový rad $\ln(\text{SKK/EUR})_t$ má jeden jednotkový koreň, t.j. je nestacionárny (integrovanej rádu 1 – $I(1)$). V ďalšom kroku bolo predmetom analýzy logaritmické tempo rastu výmenného kurzu, t. j. časový rad prvých diferencií, ktorý je stacionárny.

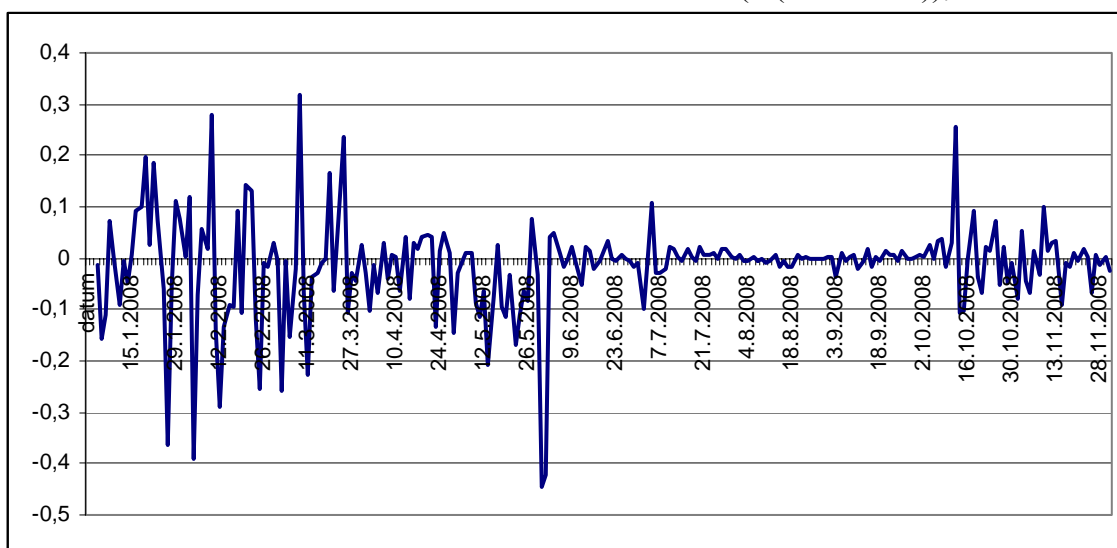
2.2 Analýza logaritmického tempa rastu výmenného kurzu SKK/EUR

Časový rad logaritmických temp rastu (t.j. časový rad prvých diferencií) výmenného kurzu SKK/EUR sme získali nasledovným spôsobom:

$$d(\ln(\text{SKK/EUR}))_t = \ln(\text{SKK/EUR})_t - \ln(\text{SKK/EUR})_{t-1}$$

a priebeh jeho hodnôt je súčasťou grafu č.2:

Graf č.2 – Priebeh hodnôt časového radu $d(\ln(\text{SKK/EUR}))_t$



Z grafu č. 2 vyplýva, že volatilita časového radu $d(\ln(\text{SKK/EUR}))_t$ je v čase premenlivá, čo indikuje možnú existenciu podmienenej heteroskedasticity, ktorú potvrdzujú i výsledky testu Langrangeových multiplikátorov (LM test) pri porovnaní s tabuľkovou hodnotou χ^2 -rozdelenia pre hladinu významnosti 0,01 a 2 stupne voľnosti:

$$TR^2 = 13,9117 > \chi_{0,01}^2(2) = 9,2103,$$

pričom T označuje počet pozorovaní a R^2 koeficient determinácie.

Na modelovanie podmienenej heteroskedasticity využijeme model EGARCH umožňujúci zachytiť i existenciu asymetrických efektov, pričom ako najvhodnejší sa po zohľadnení štatistickej významnosti parametrov a hodnôt informačných kritérií (AIC – Akaikevo informačné kritérium, SC – Schwarzovo kritérium) ukázal model EGARCH(1,1). Postupne sme odhadli 5 variantov modelov a označili sme ich ako Model 1 – Model 5, pričom odhady jednotlivých parametrov sú súčasťou tabuľky č.2.

Model 1 pozostáva z modelu úrovne (1) a modelu podmienenej heteroskedasticity (2), t.j. ide o model bez testovania vplyvu umelej premennej. Modely 2 a 3 vychádzajú z modelu úrovne (3) a modelu podmienenej heteroskedasticity (2), t.j. ide o modely s testovaním vplyvu umelej premennej na úroveň logaritmického tempa rastu výmenného kurzu. V prípade Modelu 2 sa umelá premenná D_t vzťahovala na zmenu centrálnej parity v ERM II dňa 29. mája 2008 a nadobúdala hodnoty 0 do 29. mája 2008 a hodnoty 1 od 30. mája 2008 (ozn. prvá umelá premenná). V Modeli 3 sa umelá premenná D_t týkala vyhlásenia konverzného kurzu

SKK/EUR dňa 8. júla 2008, pričom nadobúdala nulové hodnoty do 8. júla 2008 a jednotkové hodnoty od 9. júla 2008 (ozn. druhá umelá premenná). Modely 4 a 5 umožňujú testovanie vplyvu príslušného efektu (Model 4 – prvá umelá premenná; Model 5 – druhá umelá premenná) jednak na úroveň logaritmickeho tempa rastu a jednak na úroveň volatility, pričom vychádzajú z modelu úrovne (3) a modelu podmienenej heteroskedasticity (4).

Tabuľka č.2 – Odhady parametrov modelov úrovne a modelov podmienenej heteroskedasticity

Parameter	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
μ	-0,00011***	-0,00140***	-0,00066***	-0,00086***	-0,00037***
ϕ	-	0,00141***	0,00054***	0,00085***	0,00028***
α_0	-0,82442***	-1,43213	-0,86552	-2,13848	-1,38644
α_1	0,57376***	0,65713*	0,64898*	0,60143*	0,59700*
β_1	0,96343***	0,92039**	0,96616**	0,84270**	0,91174**
γ_1	0,09243***	0,16447**	0,09586**	0,12124**	0,17314*
ϱ	-	-	-	-0,39788	-0,26814*

Pozn.: Symboly *, **, *** označujú štatistickú významnosť parametra na hladine významnosti 0,1, 0,05, resp. 0,01.

Z výsledkov uvedených v tabuľke č.2 je zrejmé, že využitie modelu podmienenej heteroskedasticity EGARCH(1,1) bolo oprávnené, keďže všetky parametre tohto modelu (okrem konštanty) boli v každom z analyzovaných prípadov štatisticky významné. Existenciu asymetrie vo volatilitate potvrdzujú štatisticky významné hodnoty parametra γ_1 . Štatistická významnosť parametra ϕ vzťahujúceho sa k obom typom umelej premennej svedčí o potvrdení vplyvu zmeny centrálnej parity SKK/EUR dňa 29. mája 2008 (prvá umelá premenná) i vyhlásenia konverzného kurzu SKK/EUR dňa 8. júla 2008 (druhá umelá premenná) na úroveň logaritmickeho tempa rastu analyzovaného výmenného kurzu. Pri testovaní vplyvu príslušnej umelej premennej súčasne na úroveň logaritmickeho tempa rastu a na úroveň volatility bol preukázaný súčasný vplyv len v prípade druhej umelej premennej, keďže prvá umelá premenná bola štatisticky významná len v rovnici úrovne analyzovaného časového radu.

Vhodnosť Modelov 1 - 5 sme overili i otestovaním štandardizovaných reziduí na nekorelovanosť, homoskedasticitu a normalitu. Hodnoty testovacích štatistík: Ljungovej – Boxovej Q-štatistiky pre štandardizované reziduá aj pre ich druhé mocniny, LM štatistiky TR^2 i hodnoty Jarqueho – Berovej štatistiky sú v tabuľke č. 3.

Tabuľka č. 3 – Výsledky testovania štandardizovaných reziduí na nekorelovanosť, homoskedasticitu a normalitu

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
<i>Nekorelovanosť</i>					
Q(58)	67,715	73,015	77,248**	62,951	69,528
<i>Homoskedasticita</i>					
$Q^2(58)$	21,455	25,717	19,966	16,171	20,302
$TR^2(1)$	0,18796	0,2583	0,2658	0,1158	0,1007
<i>Normalita</i>					
J-B	568,89***	503,598***	576,215***	857,817***	661,962***

Pozn.: Symbolom **, resp. *** označujeme zamietnutie nulovej hypotézy na hladine významnosti 0,05, resp. na akejkol'vek hladine významnosti.

Vzhľadom na hodnoty Ljungovej - Boxovej Q – štatistiky možno štandardizované reziduá až do oneskorenia 58 (informácie ohľadom voľby oneskorenia pozri bližšie v [6]) považovať za nekorelované na hladine významnosti 0,01. Z hodnôt Ljungovej - Boxovej Q – štatistiky pre druhé mocniny štandardizovaných reziduí je zrejmé, že i tieto sú na hladine významnosti 0,01 až do oneskorenia 58 nekorelované, čo je dôkazom neprítomnosti tzv. zvyškovej podmienenej heteroskedasticity. O jej neprítomnosti svedčia i hodnoty TR^2 . Pokiaľ ide o normalitu rozdelenia, tá je vo všetkých prípadoch porušená na akejkol'vek hladine významnosti. Použitie vyššie uvedených modelov teda bolo adekvátne, výsledky však vzhľadom na nesplnenie podmienky normality štandardizovaných reziduí možno považovať za konzistentné len v zmysle kvázi-metódy maximálnej vierohodnosti (pozri napr. [9]).

ZÁVER

Pri analýze logaritmickej transformácie výmenného kurzu SKK/EUR bol preukázaný jej nestacionárny charakter pomocou ADF i PP testu. Predmetom ďalšej analýzy boli logaritmické tempá rastu výmenného kurzu s využitím modelu podmienenej heteroskedasticity EGARCH(1,1), pričom bol potvrdený vplyv efektov zmeny centrálnej parity v ERM II dňa 29. mája 2008 a vyhlásenia konverzného kurzu SKK/EUR dňa 8. júla 2008 na úroveň logaritmického tempa rastu výmenného kurzu SKK/EUR. Pokiaľ ide o vplyv týchto efektov na úroveň volatility, ako štatisticky významný sa ukázal len efekt vyhlásenia konverzného kurzu.

Použitá literatúra

- [1] ARLT, J.- ARLTOVÁ, M.: *Finanční časové řady*. Praha, Grada 2003.
- [2] BLENMAN, L.P. – CHATTERJEE, A. – AYADI, O.F.: *Volatility Persistence, Market Anomalies and Risk in Latin American Equity Markets*. The International Journal of Finance 17, 2005, No. 2.
- [3] BOLLERSLEV, T.: *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Journal of Econometrics 31, 1986, č.3.
- [4] BOLLERSLEV, T. – CHOU, R. – KRONER, F.K.: *ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence with Suggestions for Future Research*. Journal of Econometrics 52, 1992.
- [5] DICKEY, D. – FULLER, W.A.: *Distribution of the Estimates for Autoregressive Time Series with a Unit Root*. Journal of the American Statistical Association 74, jún 1979.
- [6] ENDERS, W.: *Applied Econometric Time Series*. New York, John Wiley&Sons, Inc. 1995.
- [7] ENGLE, R.F.: *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica 50, 1982, č.4.
- [8] ENGLE, R.F.: *Statistical Models for Financial Volatility*. Financial Analysts Journal, January – February 1993.
- [9] FRANCES, P.H. – DIJK, D. van: *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge, Cambridge University Press 2000.
- [10] CHOCHOLATÁ, M.: *Modely a metódy pre analýzu výmenného kurzu*. Dizertačná práca, KOVE FHI EU, Bratislava 2005, 154 s.
- [11] CHOCHOLATÁ, M.: *Modelovanie a prognózovanie vývoja výmenných kurzov SKK/EUR, SKK/USD a USD/EUR*. In: BIATEC, ročník 16, 2008, č. 2, s. 7 – 12.
- [12] LAKONISHOK, J. – SMIDT, S.: *Are Seasonal Anomalies Real? A Ninety-Year Perspective*. Review of Financial Studies 1, 1988, č.4.

- [13] NELSON, D.: Conditional *heteroskedasticity in asset returns: A new approach*. *Econometrica* 59, 1991, s. 347-370.
- [14] ROSENBERG, M.: *The Monthly Effect in Stock Returns and Conditional Heteroscedasticity*. *The American Economist* 48, 2004, č.2.
- [15] RUBLÍKOVÁ, E.: *ARCH and GARCH Models for Daily Exchange Rate of SKK/USD*. *Ekonomické rozhľady* XXXIII, 2004, č.3.
- [16] WANG, K. – YUIMING, L. – ERICKSON, J.: *A New Look at Monday Effect*. *Journal of Finance* 52, 1997, č.5.
- [17] www.nbs.sk
- [18] EViews 5 User's Guide

Kontaktné údaje

Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave

Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava

Tel.: 00421-2-67295 832

Email: chocholatam@yahoo.com

NAPROGRAMUJTE SI VLASTNÍ SUDOKU ŘEŠITEL V LINGU

PROGRAM YOUR OWN SUDOKU SOLVER IN LINGO

Vladislav Chýna

Abstrakt

Sudoku je velmi populární logický hlavolam, který se již nějakou dobu objevuje téměř ve všech novinách a časopisech. Spočívá v doplnění předem zadaných čísel na čtverci rozměru 9x9 tak, aby v každém řádku, v každém sloupci a v každém malém čtverci o rozměru 3x3 byla každá z číslic 1-9 obsažena právě 1-krát. Na internetu je možno stáhnout řadu programů, které nabízí automatizované řešení sudoku. Většinou jsou založeny na rekurzivním prohledávání do hloubky s ořezáváním (často jde dokonce pouze o několika vnořených cyklů). V následujícím textu budeme daný problém řešit jiným způsobem – pomocí formulace optimalizační úlohy. Hlavní část příspěvku se poté zabývá tím, jak pomocí vhodného optimalizačního software naprogramovat funkční a uživatelsky příjemný sudoku řešitel založený na optimalizační úloze včetně ukázaní několika postupů, které bohužel nevedou k cíli.

***Klíčové slová:** Sudoku řešitel, Lingo*

Abstract

Sudoku is very popular logic puzzle which can be found in nearly ever newspaper and magazine. The problem lies in filling a 9×9 square, which already contains some given numbers, so that in each row, in each column, and in each 3×3 subsquare is located each number 1-9 exactly once. There can be found some Sudoku solvers (mostly based on backtracking) on the net. This article deals with another way how to solve Sudoku – we will formulate an optimization problem and describe some possibilities, how to solve it in SW Lingo.

***Keywords:** Sudoku solver, Lingo*

1 SUDOKU JAKO OPTIMALIZAČNÍ PROBLÉM

Sudoku je bezesporu jedna z nejoblíbenějších logických her na světě, kterou hrají denně statisíce lidí po celém světě. Účelem sudoku je logicky doplnit do tabulky o 81 polích chybějící čísla číslicemi 1-9 tak, aby splňovala několik pravidel.

- v každém řádku může být každá číslice pouze jednou
- v každém sloupci může být každá číslice pouze jednou
- v každém zvyrazněném čtverci o 9 políčkách může být každá číslice pouze jednou

Kdo si nechce lámat hlavu (případně potřebuje zkontrolovat svůj postup řešení), může si lehce na internetu stáhnout jeden z mnoha řešitelů. Tyto programy jsou většinou založeny na rekurzivním prohledávání do hloubky s ořezáváním nepřipustných variant (i když často jde pouze o několik vnořených cyklů).

Jinou možností je vytvořit si vlastní (originální) řešitel, který může být založen například na řešení optimalizační úlohy. V následujícím textu si ukážeme několik možností, které však ne

vždy vedou k cíli, kterým bude vytvoření uživatelsky příjemného programu, který rychle vyřeší zadanou úlohu. Jako ukázkový SW bylo zvoleno Lingo, které se používá na VŠE k výuce matematického modelování.

1.1 Matematický model A (využití absolutních hodnot) – cesta, která nevede k cíli

Výše popsaná pravidla můžeme poměrně lehce přepsat do matematického modelu. Pro jednoduchost zkusme nejprve vyřešit lehčí úlohu – vyplňme čtverec 3x3 tak, aby v každém řádku a sloupci byla číslice 1-3 obsažena právě 1x. Tuto úlohu se pak pokusíme rozšířit na rozměr 9x9.

Zavedme si celočíselné proměnné $Y_{ij}, i = 1, \dots, 3; j = 1, \dots, 3$, které nám budou reprezentovat příslušné číslice. Pomocí těchto proměnných zapíšeme následující podmínky:

- Každý řádek obsahuje konkrétní číslici právě 1x: $\forall i \forall j \forall k \quad |Y_{ij} - Y_{ik}| \geq 1 \quad k \neq j$
(stačí i $k > j$).
- Každý sloupec obsahuje konkrétní číslici právě 1x: $\forall i \forall j \forall k \quad |Y_{ij} - Y_{kj}| \geq 1 \quad k \neq i$
(stačí i $k > i$).
- Jedná se o číslice 1, 2, 3: $\forall i \forall j \quad 1 \leq Y_{ij} \leq 3$

Vlastní přepis do zdrojového kódu Linga vypadá následovně:

Model:

Sets:

```
Cisllice/1..3/;
Sachovnice(Cisllice,Cisllice):Y;
```

Endsets

```
@for(Sachovnice:Y<=3);
@for(Sachovnice:Y>=1);
@for(Sachovnice:@gin(Y));

@for(Cisllice(i):
    @for(Cisllice(j):
        @for(Cisllice(k) | k#NE#j:@abs(Y(i,j)-Y(i,k))>=1)
    )
);

@for(Cisllice(j):
    @for(Cisllice(i):
        @for(Cisllice(k) | k#NE#i:@abs(Y(i,j)-Y(k,j))>=1)
    )
);
```

end

1.2 Načtení dat

Výše popsaný model skutečně vygeneruje čtverec 3x3 s požadovanými vlastnostmi. Potřebujeme však ještě, aby se proměnné shodovali s již zadanými číslicemi. Protože Lingo velmi dobře spolupracuje s MS Excel, ke vstupu zvolíme právě tento SW. Zde si vytvoříme uživatelsky příjemnou tabulku (v prvním kroku) 3x3, do které vyplníme zadaná čísla. Oblast

zadání si vhodně pojmenujeme – např. „vstup“ a excel uložíme (např. jako sudoku.xls). V datové sekci nadefinujeme příslušnou konstantu a načteme data:

```
Sets:
    Cislice/1..3/;

    Sachovnice(Cislice,Cislice):Y,Zadani;
Endsets
Data:
    Zadani=@ole('Sudoku.xls','Vstup');
Enddata
```

Zde však narazíme na prvním problém – lingo vyžaduje zadání 9 číslic (3x3), v excelu je jich však vyplněno méně. Zkusme tedy následující trik: vytvořme si v excelu pomocnou oblast, kam vzorcem doplníme 0, pokud nebude číslo zadané – tuto oblast si opět vhodně pojmenujeme (např. „zadani“) a načteme do Lingo místo původní poloprázdné tabulky.

Nyní již vše funguje, jak má. Zbývá nám zajistit rovnost proměnné Y na nenulových hodnotách. Bohužel logická podmínka typu $Zadani_{ij} * Zadani_{ij} = Y_{ij} * Zadani_{ij}$, která by měla v případě nulových hodnot $Zadani$ dovolit jakoukoliv hodnotu Y nefunguje. Musíme tedy zkusit jiný postup – vytvořme další pomocnou oblast, která bude obsahovat číslo 1, pokud je příslušná číslice sudoku již v zadání, jinak 0. Tuto oblast nazveme např. „vyplneno“. K vlastnímu zajištění správných hodnot proměnné Y pak použijeme následující podmínku:

$$Y_{ij} - 3 * (1 - Vyp\ln\ eno_{ij}) \leq Zadani_{ij} \ \& \ Y_{ij} + 3 * (1 - Vyp\ln\ eno_{ij}) \geq Zadani_{ij}$$

Výsledný (funkční) program má následující podobu:

Oblasti v excelu:

Vstup				Řešení			
	1	2	3		1	2	3
1		2	3	1	1	2	3
2		1		2	3	1	2
3				3	2	3	1

Zadání				Vyplněno			
	1	2	3		1	2	3
1	0	2	3	1	0	1	1
2	0	1	0	2	0	1	0
3	0	0	0	3	0	0	0

```
Model:
Sets:
    Cislice/1..3/;
    Sachovnice(Cislice,Cislice):Y,Zadani,Vyplneno;
Endsets
Data:
    Zadani,Vyplneno=@ole('Sudoku.xls'); !načtení vstupních hodnot;
    @ole('Sudoku.xls','Reseni')=Y; !výpis výstupních hodnot;
Enddata
Rozmer=@size(Cislice);
!Čísla 1-9;
@for(Sachovnice:Y<=Rozmer);
@for(Sachovnice:Y>=1);
```

```

@for(Sachovnice:@gin(Y));

!zadání pevných hodnot - kde je nula, může být Y libovolné, jinak musí být
rovno zadanému číslu;
@for(Sachovnice:Y-Rozmer*(1-Vyplneno)<=Zadani);
@for(Sachovnice:Y+Rozmer*(1-Vyplneno)>=Zadani);
!v řádku různé číslice, tj. Y(pevný řádek i,j)<> Y(pevný řádek i,k) - platí
pro každý řádek i;
@for(Cisllice(i):
@for(Cisllice(j):
@for(Cisllice(k)|k#NE#j:@abs(Y(i,j)-Y(i,k))>=1)
)
);
!v sloupci různé číslice, tj. Y(i, pevný sloupec j)<> Y(k, pevný sloupec
j) - platí pro každý sloupec;
@for(Cisllice(j):
@for(Cisllice(i):
@for(Cisllice(k)|k#NE#i:@abs(Y(i,j)-Y(k,j))>=1)
)
);

end

```

Bohužel se však ukazuje, že při pokusu rozšířit tento postup na velikost již 4x4 Lingo výpočet s absolutními hodnotami nezvládá. Musíme tedy zvolit trochu složitější postup.

1.3 Matematický model B (binární proměnné) – správná cesta

Problematickým místem je zapsat, že se dvě hodnoty Y_{ij} liší. Využijeme tedy dalšího známého postupu z celočíselné optimalizace (viz. např. [1]) – zapíšeme proměnné Y pomocí součtu binárních proměnných X (v tomto případě se nevyhneme přenesení úlohy do trojrozměrného

prostoru): $\forall i \forall j \quad Y_{ijk} = \sum_{k=1}^9 kX_{ijk}, \sum_{k=1}^9 X_{ijk} = 1$

Vlastní podmínky sudoka pak zapíšeme pomocí proměnných X :

- Každý řádek obsahuje konkrétní číslici právě 1x: $\forall i \forall k \quad \sum_{j=1}^9 X_{ijk} = 1$
- Každý sloupec obsahuje konkrétní číslici právě 1x: $\forall j \forall k \quad \sum_{i=1}^9 X_{ijk} = 1$
- Každý tučně vyznačený čtverec 3x3 obsahuje konkrétní číslici právě 1x:

$$\forall k \quad \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 X_{i+1-l, j+m-1, k} = 1; i = 1,4,7; j = 1,4,7$$

Pro načtení dat použijeme výše zmíněný postup.

Pozn.: pro úsporu psaní ve for-cyklech si ještě v Lingu můžeme nadefinovat dvojrozměrné a trojrozměrné pole (např. s názvem Sachovnice a Krychle).

2 ZDROJOVÝ KÓD

Oblasti v excelu:

	Vstup								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		8		5					9
2			5		9	3	7		
3	4		9						6
4				9		2		6	
5			2				3		
6		7		8		5			
7	5						8		2
8			3	7	6		1		
9	7					4		9	

	Řešení								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	8	7	5	2	6	4	3	9
2	6	2	5	4	9	3	7	1	8
3	4	3	9	1	8	7	2	5	6
4	8	4	1	9	3	2	5	6	7
5	9	5	2	6	7	1	3	8	4
6	3	7	6	8	4	5	9	2	1
7	5	6	4	3	1	9	8	7	2
8	2	9	3	7	6	8	1	4	5
9	7	1	8	2	5	4	6	9	3

	Zadání								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	8	0	5	0	0	0	0	9
2	0	0	5	0	9	3	7	0	0
3	4	0	9	0	0	0	0	0	6
4	0	0	0	9	0	2	0	6	0
5	0	0	2	0	0	0	3	0	0
6	0	7	0	8	0	5	0	0	0
7	5	0	0	0	0	0	8	0	2
8	0	0	3	7	6	0	1	0	0
9	7	0	0	0	0	4	0	9	0

	Vyplněno								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	1	0	0	0	0	1
2	0	0	1	0	1	1	1	0	0
3	1	0	1	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	1	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	0	0	1	0	0
6	0	1	0	1	0	1	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	1	0	1
8	0	0	1	1	1	0	1	0	0
9	1	0	0	0	0	1	0	1	0

Model:

Sets:

Cislice/1..9/;

Sachovnice(Cislice,Cislice):Y,Zadani,Vyplneno;

Krychle(Sachovnice,Cislice):X;

Endsets

Data:

@ole('Sudoku.xls','Reseni')=Y;

Zadani,Vyplneno=@ole('Sudoku.xls');

Enddata

Rozmer=@size(Cislice);

!zadání pevných hodnot - kde je nula, může být Y libovolné, jinak musí být rovno zadanému číslu;

@for(Sachovnice:Y<=Zadani+Rozmer*(1-Vyplneno));

@for(Sachovnice:Y>=Zadani-Rozmer*(1-Vyplneno));

!číslo 1-9;

@for(Krychle:@bin(X));

!nedefinování vlastních číslíc 1..9 pomocí 0-1 proměnných;

@for(Sachovnice(i,j):

Y(i,j)=@sum(Cislice(k):k*X(i,j,k))

);

```

!zajištění v řádku právě 1 číslo, ve sloupci právě 1 číslo, v prostoru
právě 1 číslo;
@for(Sachovnice(i,j):
  @sum(Cisllice(k):X(i,j,k))=1
);
@for(Sachovnice(i,k):
  @sum(Cisllice(j):X(i,j,k))=1
);
@for(Sachovnice(j,k):
  @sum(Cisllice(i):X(i,j,k))=1
);

!všechny malé čtverce;
@for(Cisllice(i)|i#EQ#1 #OR# i#EQ#4 #OR# i#EQ#7:
  @for(Cisllice(j)|j#EQ#1 #OR# j#EQ#4 #OR# j#EQ#7:
    @for(Cisllice(k):
      @Sum(Sachovnice(l,m)|l#LE#3 #AND# m#LE#3:X(i+1-1,j+m-1,k))=1
    )
  )
);

```

3 ZÁVĚR

Podařilo se nám naprogramovat řešitel sudoku, která je snad dostatečně uživatelsky příjemný (zadání vstupních čísel v excelu, výstup řešení do excelu) a i dostatečně rychlý (řešení se vypočte během několika setin vteřiny). Řešení sudoka přes optimalizaci (pokud máme k dispozici odpovídající SW) tedy může být zdatnou konkurencí klasických řešitelů založených na backtrackingu.

Použitá literatura

1. Pelikán, Jan: Diskrétní modely. Praha, VŠE 1999
2. Lingo: the modeling language and optimizer

Kontaktní údaje

Ing. Mgr. Vladislav Chýna, PhD.
Vše Praha, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4 130 67 Praha 3
email: vladislav.chyna@vse.cz

ALOKACI ZDROJŮ – DEA MODELY A JEJICH APLIKACE

ALLOCATION OF RESOURCES – DEA MODELS AND THEIR APPLICATIONS

Josef Jablonský

Abstrakt

Alokace zdrojů sledovaných jednotek pro budoucí období na základě informací o výkonu a efektivnosti těchto jednotek z období minulých je úloha, která může mít četné reálné aplikace. Modelové přístupy pro alokaci zdrojů jsou založeny na vyhodnocení výkonu z předchozích období. Jedná se o úlohu vícekriteriálního rozhodování, pro kterou lze zvolit standardní metody vícekriteriálního hodnocení variant. Článek se zabývá možností využití modelů analýzy obalu dat jako alternativního přístupu pro alokaci zdrojů. Navržený model je ilustrován na numerickém příkladu.

***Klíčová slova:** analýza obalu dat, alokace zdrojů, vícekriteriální rozhodování*

Abstract

Allocation of resources for decision making units for future time periods based on information about past performance and efficiency of the units is the problem that can find many real applications. Modeling approaches for allocation of resources are based on evaluation of results from the past periods. It is a typical multiple criteria decision making (MCDM) problem that can be solved by standard MCDM methods. The aim of the paper is to verify possibilities of data envelopment analysis models for allocation resources as an alternative approach in this problem. The proposed model is shown on a simple numerical example.

***Keywords:** data envelopment analysis, resource allocation, multiple criteria decision making*

1 ÚVOD

V mnoha reálných situacích se můžeme setkat s problémem rozdělování zdrojů mezi daný počet jednotek (firem, regionů, oddělení atd.) na následující plánovací období. Toto rozdělování může být na rezortní úrovni v rámci celé republiky, na regionální úrovni, na podnikové úrovni apod. Toto rozdělování fondů se často provádí na základě posuzování výkonnosti a efektivnosti sledovaných jednotek za jedno či několik minulých období. Výkonnost a efektivnost jsou přitom charakteristiky, které nelze definovat jednoznačně, závisí vždy na celé řadě dílčích ukazatelů. Při uvažování pouze dvojice ukazatelů můžeme dostat jako charakteristiku výkonnosti či efektivnosti různé poměrové ukazatele. Uvažujeme-li více ukazatelů současně, což je situace, která více odpovídá realitě, je třeba pro měření efektivnosti použít sofistikovanější nástroje. Do úvahy přicházejí nástroje vícekriteriálního rozhodování a potom především modely analýzy obalu dat, které jsou speciálně určeny pro vyhodnocování efektivnosti souboru homogenních jednotek. Metody vícekriteriálního rozhodování nejčastěji přiřazují hodnoceným jednotám míru užítka, která každou metodou jistým způsobem definovaná. Tato míra může být podkladem pro rozdělování zdrojů mezi hodnocené jednotky. V článku se soustředíme na diskusi o možnostech použití alternativních přístupů pro

alokaci zdrojů, založených především na použití modelů analýzy obalu dat. Vlastní text příspěvku.

2 MODELY ANALÝZY OBALU DAT

Uvažujme, že máme soubor n -homogenních jednotek U_1, U_2, \dots, U_n . Každá z těchto jednotek produkuje r výstupů a přitom spotřebovává m vstupů. Označme $\mathbf{X} = \{x_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m\}$ matici vstupů a podobně $\mathbf{Y} = \{y_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, r\}$ matici výstupů. Míru efektivnosti jednotky U_q můžeme vyjádřit obecně jako vážený součet vstupů dělený váženým součtem výstupů

$$\frac{\sum_j u_j y_{qj}}{\sum_p v_p x_{qp}},$$

kde $v_p, p = 1, 2, \dots, m$ jsou váhy přiřazené p -tému vstupu a $u_j, j = 1, 2, \dots, r$ jsou váhy přiřazené i -tému výstupu. Pro odhad míry efektivnosti definované uvedeným způsobem lze použít modely analýzy obalu dat (DEA modely).

DEA modely hodnotí relativní efektivnost daných jednotek, tzn. posuzují efektivnost ve vztahu k ostatním jednotkám celého souboru. Cílem je přitom odhadnout efektivní hranici, která ke tvořena tzv. efektivními jednotkami. Základní DEA model, který předpokládá konstantní výnosy z rozsahu a je orientovaný na vstupy, může být formulovaný následovně.

$$\begin{aligned} \text{minimalizovat} \quad & z(U_q) = \theta_q - \varepsilon(\mathbf{e}^T \mathbf{s}^+ + \mathbf{e}^T \mathbf{s}^-), \\ \text{za podmínek} \quad & \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{s}^+ = \mathbf{Y}_q, \\ & \mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{s}^- = \theta_q \mathbf{X}_q, \\ & \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^+, \mathbf{s}^- \geq \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (1)$$

kde $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$, je vektor vah přiřazený jednotlivým produkčním jednotkám, \mathbf{s}^+ a \mathbf{s}^- jsou vektory přidatných proměnných v omezeních pro vstupy a výstupy, \mathbf{X}_q a \mathbf{Y}_q jsou vektory vstupů a výstupů jednotky U_q , θ_q je radiální proměnná modelu přiřazená jednotce U_q , $\mathbf{e}^T = (1, 1, \dots, 1)$ a ε je infinitezimální konstanta. Interpretace uvedeného modelu je následující. Při hodnocení jednotky U_q se model pokouší najít virtuální jednotku charakterizovanou vstupy $\mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda}$ a výstupy $\mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda}$, které jsou lineární kombinací vstupů a výstupů ostatních jednotek daného souboru, a které jsou lepší (nebo přesněji nejsou horší) než vstupy a výstupy hodnocené jednotky U_q . Pro vstupy virtuální jednotky musí tedy platit $\mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{X}_q$ a $\mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{Y}_q$. Jednotka U_q je označena za efektivní, pokud virtuální jednotka s uvedenými vlastnostmi neexistuje, resp. virtuální jednotka je totožná s hodnocenou jednotkou, tzn. platí $\mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{X}_q$ a $\mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Y}_q$. Při řešení modelu (1) se tato skutečnost projeví tak, že platí:

1. Hodnota proměnné θ_q je rovna jedné,
2. Hodnoty všech přidatných proměnných jsou rovny nule, tj. $\mathbf{s}^+ = \mathbf{0}$ a $\mathbf{s}^- = \mathbf{0}$.

Jednotka U_q je tedy efektivní, pokud je optimální hodnota účelové funkce modelu (1) $z(U_q)^* = 1$. V opačném případě jednotka efektivní není. Optimální hodnota účelové funkce $z(U_q)^*$ se označuje jako míra efektivnosti hodnocené jednotky. Je evidentní, že čím nižší je tato míra, tím méně je hodnocená jednotka efektivní v rámci uvažovaného souboru jednotek. U neefektivních jednotek je zpravidla proměnná θ_q menší než jedna. Tato hodnota potom ukazuje potřebu proporcionálního snížení (tedy zlepšení) vstupů tak, aby se jednotka U_q stala efektivní. Tuto vlastnost DEA modelů lze s výhodou využít při alokaci zdrojů. Jednotky, které nejsou efektivní, tzn. v minulém období s přidělenými zdroji dosáhly, v porovnání s ostatními jednotkami, nedostatečné výkony, musí pro dosažení efektivní hranice snížit své vstupy, tj. přidělené zdroje na další období.

Při hodnocení efektivnosti souboru jednotek pomocí modelu (1) je třeba úlohu (1) řešit opakovaně pro všechny jednotky souboru, tj. pro $U_q, q = 1, 2, \dots, n$. I když je úloha (1) sama o sobě relativně malá - počet proměnných je $(n+m+r+1)$ a počet omezujících podmínek pouze $(m+r)$ - může být její opakované řešení relativně časově náročné (pro velký počet jednotek souboru n). Pro zjištění míry efektivnosti může být proto někdy výhodnější řešit jedinou úlohu, která vlastně obsahuje všech n -samostatných úloh. Tato úloha má sice značný počet proměnných i omezení - $n(n+m+r+1)$ proměnných a $n(m+r)$ omezení - ale s použitím kvalitního optimalizačního produktu může být její řešení velmi rychlé. Formulace této agregované úlohy je následující:

$$\begin{aligned} \text{minimalizovat} \quad & \sum_{q=1}^n \left(\theta_q - \varepsilon \left(\sum_{p=1}^r s_{qp}^+ + \sum_{j=1}^m s_{qj}^- \right) \right) \\ \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^n y_{ij} \lambda_{iq} - s_{qp}^+ = y_{qp}, \quad p = 1, 2, \dots, r, \quad q = 1, 2, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} \lambda_{iq} + s_{qj}^- = \theta_q x_{qj}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad q = 1, 2, \dots, n, \\ & \lambda_{qj} \geq 0, s_{qj}^+ \geq 0, s_{qj}^- \geq 0, \theta_q \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Jednou z výstupních informací DEA modelů je informace o míře efektivnosti analyzovaných jednotek. Další, a pro naše potřeby neméně důležitou, informací je informace o tom, jak by měly neefektivní jednoty zlepšit svoje chování, aby se staly efektivními. Tyto cílové hodnoty pro jednotku U_q lze snadno určit takto:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'_q &= \mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda}_q^*, \\ \mathbf{Y}'_q &= \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda}_q^*, \end{aligned} \quad (3)$$

kde $\boldsymbol{\lambda}_q^*$ je vektor optimálních hodnot proměnných λ pro jednotku U_q .

3 DEA MODEL PRO ALOKACI ZDROJŮ

Základní myšlenka pro použití modelů analýzy obalu dat pro alokaci zdrojů spočívá v úpravě vstupů (zdrojů) tak, aby všechny jednotky sledovaného souboru byly efektivní. Snažíme se tedy naformulovat takový model, který při minimální změně zdrojů, tj. při jejich snížení pro neefektivní jednotky a případném zvýšení pro jednotky efektivní, povede k tomu, že všechny jednotky daného souboru budou efektivní. Mají-li být všechny jednotky efektivní, musí platit, že $\theta_q=1, q = 1, 2, \dots, n$ a současně jsou všechny případné proměnné s^+ a s^- rovny nule. Označíme-li $\alpha_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$, snížení zdrojů pro jednotky, které byly běžným DEA modelem (1) identifikovány jako neefektivní, a dále $\beta_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$, navýšení zdrojů pro jednotky, které byly naopak DEA modelem označeny jako efektivní, můžeme potom formulovat následující optimalizační úlohu:

$$\begin{aligned} \text{minimalizovat} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) \\ \text{za podmíněk} \quad & \sum_{i=1}^n y_{ij} \lambda_{iq} = y_{qp}, \quad p = 1, 2, \dots, r, \quad q = 1, 2, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \alpha_{ij}) \lambda_{iq} = x_{qj} - \beta_{qj}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad q \in U_e, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_{ij} + \beta_{ij}) \lambda_{iq} = x_{qj} + \beta_{qj}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad q \in U_n,$$

$$\lambda_{qj} \geq 0, \alpha_{ij} \geq 0, \beta_{ij} \geq 0.$$

Výše uvedený model je relativně jednoduchý, ale bohužel není to model lineární (v omezujících podmínkách je součin proměnných). Dalším problémem je, že tento model nemusí mít obecně vždy přípustné řešení. Vzhledem k problémům s řešením a s řešitelností modelu (4) navrhneme pro alokaci zdrojů jednodušší iterační postup, který je možno popsat v následujících krocích:

1. Pro každou jednotku sledovaného souboru U_q , $q = 1, 2, \dots, n$, řešíme úlohu (1). Výsledkem řešení je míra efektivity každé z jednotek $z^*(U_q)$. Tato míra je buď menší než 1 u neefektivních jednotek a rovna jedné u jednotek efektivních. Pokud jsou všechny jednotky značeny jako efektivní, potom celý proces končí.
2. Pro efektivní jednotky z prvního kroku vypočteme míru super efektivity - podrobněji o modelech super efektivity v Jablonský (2004). Jedná se o charakteristiku, která je větší než 1 a jejím cílem je diskriminovat mezi efektivními jednotkami – vyšší míra super efektivity indikuje vyšší efektivnost.
3. Redukce všech vstupů (zdrojů) neefektivních jednotek vynásobením jejich mírou efektivity. Tím dojde k uvolnění zdrojů, které mohou být rozděleny mezi původně efektivní jednotky.
4. Rozdělení uvolněných zdrojů z předchozího kroku mezi efektivní jednotky proporcionálně podle jejich míry super efektivity.
5. Zpět na krok 1.

4 NUMERICKÁ ILUSTRACE

Tabulka 1: Vstupní data a DEA výsledky

Útvar	Fondy [tis. Kč]	Prima [hod.]	Neprána [hod.]	Publikace [body]	$z^*(U_q)$	Redukce fondů
K1	1500	1598	571	4.25	0.7885	1183
K2	2000	2006	552	9.78	0.8427	1685
K3	4000	4540	2422	15.75	0.9654	3862
K4	7000	7627	3794	32.75	0.9628	6740
K5	4000	5387	1587	22.47	1.1854	4000
K6	1000	474	93	6.65	1.1838	1000
K7	7000	8601	4194	26.00	1.0015	7000
K8	3000	4302	1212	11.33	1.0648	3000
K9	5000	5980	3136	22.83	1.0801	5000
Suma	34500					33470

Pro ilustraci popsaného postupu použijeme jednoduchou úlohu, která spočívá v rozdělení mzdových fondů mezi jednotlivá pracoviště (katedry) fakulty. Uvažujme, že rozdělování fondů závisí na výkonech z minulého období, přičemž se uvažují tři hlavní charakteristiky, které toto dělení ovlivňují – objem hodin přímé a nepřímé výuky a publikační aktivita. V následující tabulce jsou hypotetické údaje pro devět pracovišť. V prvním sloupci je uvažovaná alokace fondů na následující rok, v dalších třech sloupcích je objem hodin přímé a nepřímé výuky a bodové ohodnocení publikační aktivity. V tabulce je i míra efektivity vypočtená modelem (1). Pro efektivní jednotky uvádíme i míru super efektivity. Pro

neefektivní jednotky jsou dále v tabulce cílové hodnoty, v našem případě jediného vstupu, pro dosažení efektivnosti vypočtené modelem (1) podle (3). Tyto hodnoty uvádí tedy potřebnou redukci fondů pro neefektivní jednotky tak, aby se staly efektivními. Jak je patrné z údajů v tabulce 1, uvolní redukce fondů v souladu s mírou efektivnosti celkovou částku 1030 tis. Kč. Tato částka může být tedy rozdělena mezi původní efektivní jednotky. Toto sekundární dělení lze provést podle míry super efektivnosti, která je rovněž uvedena v tabulce 1. Výsledek je uvedený v tabulce 2 současně s mírou efektivnosti za nových podmínek, tj. při změně rozdělení fondů oproti původnímu dělení.

Tabulka 2: Alokace fondů – kroky 2 a 3.

Útvar	Fondy krok 2	$z^*(U_q)$	Redukce krok 3	Fondy krok 3	$Z^*(U_q)$
K1	1183	1.0264	1183	1190	1.0000
K2	1685	1.1247	1685	1736	1.0000
K3	3862	1.0496	3862	3908	1.0000
K4	6740	1.0461	6740	6814	1.0000
K5	4499	0.9667	4350	4350	1.0000
K6	1124	1.0198	1124	1129	1.0000
K7	7007	1.0088	7007	7022	1.0000
K8	3131	1.0170	3131	3144	1.0000
K9	5270	0.9883	5208	5208	1.0000
Suma	34500		34288	34500	

Výsledná alokace daného objemu prostředků podle navrženého algoritmu je uvedena v předposledním kroku tabulky 2.

Pro porovnání výše uvedených výsledků uvádíme v tabulce 3 i výsledky alokace fondů podle DEA modelu s nekontrolovatelnými výstupy – DEA_NO (model (1), ve kterém jsou přídatné proměnné $s^+ = 0$) a podle standardní metodiky, která využívá techniku vícekriteriálního rozhodování s váhou pro publikační aktivity 30 % a pro hodinové výkony 70 %. V případě DEA modelu s nekontrolovatelnými výstupy používáme techniku rozdělování shodnou s výše popsanou. Tabulka 3 již neobsahuje postup výpočtu, ale porovnává pouze výsledky.

Tabulka 3: Alokace fondů – porovnání.

Útvar	DEA model (1)	DEA_NO model	MCDM WSA
K1	1190	1523	1193
K2	1736	1834	1730
K3	3908	4061	3969
K4	6814	6774	6982
K5	4350	4061	4432
K6	1129	1015	689
K7	7022	7108	7093
K8	3144	3046	3065
K9	5208	5077	5347
Suma	34500	34500	34500

Z porovnání výsledků plyne, že navržená alokace je navzájem velmi blízká v prvním a třetím případě s výjimkou jednotky K6, která dostává podle DEA alokace výrazně vyšší objem prostředků než při použití WSA metody. Poměrně velké odchylky od obou zbývajících přístupů vykazuje DEA model s nekontrolovanými výstupy. Podrobnější analýza důvodů zjištěných diferencí bude předmětem dalšího výzkumu.

5 ZÁVĚR

Alokace zdrojů představuje zajímavou třídu úloh, jejíž řešení spočívá v porovnání minulých výkonů souboru sledovaných jednotek a na základě tohoto porovnání v přiřazení nových zdrojů pro příští období. V článku jsme formulovali modely pro alokaci zdrojů, které vycházejí z metodologie analýzy obalu dat. Navržené postupy byly testovány na jednoduchém numerickém příkladu a porovnány s výsledky, získanými na základě jednoduché aditivní funkce užítka. Výsledky získané pomocí navržených postupů ukazují na relativní blízkost získaných výsledků pomocí obou metodik. Článek lze tedy považovat za příspěvek do diskuse o možnosti alternativních přístupů při alokaci zdrojů a další formalizaci v této důležité oblasti.

Použitá literatura

1. CHARNES,A., COOPER,W.W., LEWIN,A., SEIFORD,L.: Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications. Boston, Kluwer Publ. 1994.
2. COOPER,W.W., SEIFORD,L.M, TONE,K.: Data Envelopment Analysis. Boston, Kluwer Publ. 2000.
3. JABLONSKÝ,J.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Politická ekonomie, č. 2, 2004, s. 206-220.
4. JABLONSKÝ,J.: Measuring the efficiency of production units by AHP models. Mathematical and Computer Modelling, 46(2007), s. 1091-1098.
5. SEIFORD,L.M., ZHU,J.: Sensitivity Analysis of DEA models for Simultaneous Changes in All the Data. Journal of the Operational Research Society, vol. 49 (10), s.1060-1071.
6. ZHU,J.: Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking. Boston, Kluwer Publ. 2003.

Kontaktní údaje

Prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: jablon@vse.cz,

URL: <http://nb.vse.cz/~jablon>

Článek vznikl s podporou grantu Grantové agentury ČR – grant č. 402/06/0150 *Kvantitativní modely pro analýzu ekonomické efektivnosti v prostředí nedokonalých trhů.*

VÝVOJ VLIVU VZDĚLÁNÍ NA MZDY V ČR

TREND OF EDUCATION IMPACT TO CZECH WAGES

Jana Kalčevová

Abstrakt

Tento příspěvek pojednává o vlivu vzdělání na výši celkových měsíčních příjmů občanů České republiky v letech 1996 a 2002 a na výši hrubých i čistých mezd v daných letech. K analýze jsou použity datové soubory z mikrocensů Českého statistického úřadu z příslušných let a různé metody odhadů regresních parametrů respektující vlastnosti datových souborů. V závěru jsou shrnuty a zhodnoceny dosažené výsledky.

***Klíčové slová:** ekonometrické modely mezd, robustní regrese, kvantilová regrese*

Abstract

This paper presents the impact of education on the selected economic indicators in the Czech Republic. Several methods for relevant analyses are introduced and in the next part of this paper these methods are used for wage regression applied to data for years 1996 and 2002. These data came from the Czech Republic and were published by the Czech Statistical Office. In the last part of this paper, numerical results of regressions are introduced and in conclusion the economic interpretations of results are presented.

***Keywords:** econometric wage models, robust regression, quantile regression*

1 ÚVOD

Následkem vstupu České republiky do Evropské unie dochází k častějšímu zkoumání ekonomických ukazatelů a jejich chování, stejně jako k jejich vzájemnému porovnávání s ostatními zeměmi EU. Je pochopitelné, že sama EU provádí pro své potřeby mnoho výzkumných projektů zaměřených do různých oblastí. Jednou z nich je trh práce a vzdělávání. Značná část výsledků těchto projektů je publikována v [3] a několika dalších, např. [8] a [10]. Záměrem tohoto příspěvku je analýza vlivu vzdělání na vybrané příjmové ukazatele v České republice¹.

Vzdělávání je bezesporu důležitým problémem nejen v zemích Evropské Unie ale i ve většině zemí světa. Tento problém stojí za analýzu nejen pro samotný fakt, že lidé získají nějaké vzdělání, ale hlavně proto, že léta strávená studiem na školách, či následnými vzdělávacími kursy, přináší mnoho dalších důsledků. Vzdělání jistě ovlivňuje výši výdělků, mezd a jiných peněžních zisků, ale také produktivitu, vyhlídky na další zaměstnání a kariéru, délku hledání zaměstnání i trvání tohoto zaměstnání a v důsledku toho také délku doby nezaměstnanosti, jistotu či nejistotu zaměstnání, profesní mobilitu a mnoho dalších faktorů. Tyto vlivy ovšem nemohou být připisovány samotnému vzdělávání a odborné přípravě, neboť jsou ovlivňovány i dalšími faktory, kterými jsou jednoznačně osobní charakteristiky (vlastnosti) – např. zručnost, spolehlivost, inteligence a mnoho různých schopností a dovedností. Nicméně vzdělání zde hraje velmi důležitou roli. Cílem tohoto příspěvku je analyzovat vliv vzdělání na výši mezd a srovnat vývoj těchto ukazatelů od roku 1996 do roku 2002. Samotná analýza

¹ Tato práce byla vypracována v rámci výzkumného projektu GA ČR 402/07/0049.

mezd a příjmů bude provedena alternativně za použití různých vhodných metod a výsledky jednotlivých metod budou porovnány.

2 MINCEROVA ROVNICE PRO MODELOVÁNÍ PŘÍJMŮ

V literatuře zabývající se problémem vlivu vzdělání na výši mezd můžeme nalézt několik různých přístupů. Většina se zakládá na myšlenkách Jacoba Mincera, kterými se začal zabývat v letech 1957 a 1958 a zveřejnil v roce 1974 v [9], a sice vyjádřit příjmy (E) jako funkci nejvyššího dosaženého vzdělání (Edu) a zkušeností (Exp), které člověk získá po ukončení svého studia: $E_i = f(Edu_i, Exp_i)$. Mincer se ve svých pracích zabýval analýzou lidského kapitálu a návratností investic do tohoto kapitálu. To byl důvod pro hledání vhodné funkce vzdělání a také funkce, která by ohodnotila, nebo alespoň aproximovala ohodnocení lidských zkušeností. Mincerova formule pro funkci vzdělání zavádí proměnnou S_i , definovanou jako počet let, která osoba i strávila ve škole při svém vzdělávání. Pomocí této proměnné pak vyjadřuje potenciální zkušenosti $Exp_i = Age_i - S_i - 6$. Proměnná Age_i označuje aktuální věk osoby i a potenciální zkušenosti jsou pak vyjádřeny jako aktuální věk snížený o školní léta a předškolní věk, který je šest let. Za použití těchto proměnných lze vyjádřit příjmy (jejich logaritmus) jako $\ln E_i = \alpha + \beta S_i + \gamma Exp_i + \delta Exp_i^2 + u_i$. Toto vyjádření závislosti příjmů na vzdělání a zkušenostech má několik nesporných výhod. Uvedme zde dvě hlavní. Uvedená rovnice je lineární, což umožňuje odhadnout neznámé parametry pomocí lineární regrese. Druhou výhodou je logaritmus na levé straně rovnice. Náhodné složky příjmů, mezd apod. bývají často zatížené problémem heteroskedasticity a logaritmická transformace proměnných tento problém odstraňuje nebo alespoň značně redukuje.

K odhadu regresních koeficientů lze použít různé metody. Mezi nejběžněji užívané patří metoda nejmenších čtverců (OLS – ordinary least squares). Popis metody můžeme najít např. v [6]. Vzhledem k faktu, že v datech je statisticky významná heteroskedasticita, je odhad regresních parametrů za pomoci OLS sice nestranný a konzistentní, ale ztrácí svou vydatnost a není dokonce ani asymptoticky vydatný. Odhad rozptylu chyb je navíc vychýlený. V takovém případě je třeba volit jinou metodu odhadu parametrů.

Jsme-li schopni přesně specifikovat typ heteroskedasticity, můžeme použít GLS. Neznáme-li přesný typ, ale jsme-li schopni ho odhadnout z regrese aplikované na rezidua, užijeme v takovém případě FGLS (feasible GLS). A nakonec, pokud není v našich silách odhadnout typ heteroskedasticity žádným způsobem, můžeme použít Whiteovy (robustní) standardní chyby. V takovém případě aplikujeme robustní regresi (RR – robust regression). Popisem robustní regrese se zabývá např. [5].

Vzhledem k práci s několika regresními rovnicemi (např. závislost celkových měsíčních příjmů, hrubé měsíční mzdy a čisté měsíční mzdy na vzdělání, zkušenostech a pohlaví), lze parametry těchto regresí odhadnout postupně metodou OLS. Neboť však všechny regresní rovnice pocházejí ze stejného ekonomického prostředí a data ze stejného datového souboru, můžeme předpokládat, že jednotlivé proměnné jsou ovlivňovány stejnými nebo podobnými činiteli. V takovém případě je možné na rovnice pohlížet jako na zdánlivě nesouvisející regresní rovnice a parametry odhadovat metodou SUR (seemingly unrelated regressions) založené na zobecněné metodě nejmenších čtverců.

Poslední metodou představenou v tomto příspěvku je ve srovnání s OLS nový přístup tzv. kvantilovou regresí (QR – quantile regression). Tato regrese je známá také pod názvy LAV (least-absolute value) modely, MAD (minimum absolute deviation) modely a L1-norm modely. Speciální případ kvantilové regrese – mediánová kvantilová regrese – odhaduje medián závislé proměnné v závislosti na hodnotách nezávislé proměnné. To je podobné OLS,

kteřá odhaduje průměr závislé proměnné. Řečeno jinými slovy, zatímco OLS minimalizuje součet druhých mocnin reziduí, mediánová kvantilová regrese minimalizuje součet absolutních hodnot těchto reziduí. Kvantilová regrese ovšem umí pracovat i s jinými kvantily než pouze s mediánem. Popis této metody je možno najít v [4], [7] a [12], včetně problematiky heteroskedasticity, kterou tato regrese, stejně jako RR, řeší.

3 DATOVÉ SOUBORY

Cílem tohoto příspěvku je nejen analyzovat vliv vzdělání na vybrané ekonomické ukazatele v ČR, ale hlavně porovnat vývoj těchto ukazatelů od roku 1996 do roku 2002. Tyto dva roky byly vybrány proto, že během nich provedl Český statistický úřad (ČSÚ) výběrové šetření nazvané Mikrocensus 1996 a Mikrocensus 2002 – příjmy hospodařících domácností.

K regresní analýze i jiným testováním je vhodné použít velký datový soubor, kterým údaje v Mikrocenzu 1996 i 2002 rozhodně jsou. Soubor Mikrocensus 1996 obsahuje data pro téměř 65 tisíc osob žijících v České republice ve zkoumaném roce. Pro zkoumání závislosti výše mezd na vzdělání v tomto roce bylo však použito jen přibližně 28 tisíc údajů (27 748), neboť pouze takový počet osob ve výběru (43%) pracoval alespoň jeden měsíc ve zkoumaném roce a mohl tedy získávat mzdu. Mikrocensus 2002 neprobíhal na tak velkém vzorku populace jako o 6 let dříve, a tak jsou k dispozici údaje pouze pro necelých 19 tisíc osob – což je méně než třetina. Hlavní zaměstnání v té době mělo pouze 7620 osob ve výběru, což je o málo více než 40%. Osobami, které v analyzovaném výběru nejsou zahrnuty (zbývajících 57, resp. 60%) jsou děti mladší 15 let, které v České republice pracovat nesmí a nemají tedy příjmy z hlavní ani vedlejší činnosti, a pak také osoby výdělečně nečinné, např. studenti, nezaměstnaní (velká část), lidé v invalidním důchodu a nepracující osoby v důchodovém věku.

Obě výběrová šetření probíhala oslovením tazatelů a následným vyplněním dotazníků o příjmech domácnosti. Bohužel v roce 2002 byl sice použit stejný dotazník jako v roce 1996, nicméně značná část otázek byla zjednodušena nebo jim bylo změněno kódování, a tak se poskytnuté údaje místy liší. Problematiku předzpracování těchto datových souborů lze nalézt v [7]. Pro potřeby tohoto příspěvku byly z datových souborů použity informace o vzdělání, výši příjmů z hlavního a vedlejšího zaměstnání, celkové příjmy, rok narození a informace o pohlaví občana.

4 EKONOMETRICKÉ ODHADY

V této části příspěvku jsou prezentovány analýzy závislosti výše celkových příjmů (*gtotalwage*), hrubých příjmů ze zaměstnání (*grosswage*) a čistých příjmů ze zaměstnání (*netwage*) na vzdělání v letech 1996 a 2002. Pro analýzu byly použity metody nastíněné v teoretické části.

4.1 Konečný regresní model

V souladu s Mincerovou rovnicí má konečný regresní model následující tvar: $y_i = \alpha + \beta S_i + \gamma Exp_i + \delta Exp_i^2 + u_i$, kde α, β, γ a δ jsou neznámé parametry, které je možno odhadnout lineární regresí, S_i je proměnná vyjadřující počet studijních let, Exp_i jsou potenciální (Mincerovy) zkušenosti a u_i je chyba. Levá strana rovnice představuje logaritmus příjmů.

Pro modely testující významnost parametrů odděleně podle pohlaví je do regresního modelu navíc přidána proměnná G_i , která nabývá hodnoty 0 pro ženy a hodnoty 1 pro muže. Model bude v takovém případě vypadat:

$$y_i = \alpha + \beta S_i + \gamma Exp_i + \delta Exp_i^2 + \varepsilon G_i + u_i, \quad (1)$$

kde $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ a ε jsou neznámé parametry a ostatní jsou proměnné popsané výše.

Za pomoci statistických a ekonometrických programů jsou odhadnuty hodnoty regresních parametrů a testována jejich statistická významnost. Je-li některý parametr statisticky nevýznamný, je vhodné příslušný člen z regresního modelu vypustit. Vyšel-li by statisticky nevýznamně parametr ε , je třeba konstatovat, že výše příjmů není závislá na pohlaví a mzdy (resp. příjmy) jsou stejné pro muže i ženy. Statisticky nevýznamný parametr β by značil, že výše příjmů (mezd) není závislá na dosaženém vzdělání.

4.2 Výsledky regrese

Odhadem lineárního regresního modelu (1), který zahrnuje výše uvedené proměnné, lze získat výsledky uvedené v Tabulce 1, 2 a 3, kde *gtotalwage* označuje celkové hrubé příjmy z pracovní činnosti (hlavní zaměstnání, vedlejší zaměstnání i podnikání), *netwage* je čistý příjem z hlavního zaměstnání a *grosswage* značí hrubý příjem z hlavního zaměstnání. Všechny odhadnuté parametry v regresních modelech jsou statisticky významné s očekávanými znaménky a žádnou z proměnných nelze z modelu vynechat. Všechny metody ukazují na relativně malé R^2 , nicméně příslušné F-testy ukazují na statistickou významnost těchto modelů.

Problémem je však heteroskedasticita v náhodných složkách, která se ukázala (použitím Breuschova—Paganova testu, viz. např. [2]) jako statisticky významná ve všech analyzovaných modelech. Díky tomu jsou standardní chyby v OLS a SUR zkreslené a je vhodné použít metodu, která zahrnuje předpoklad heteroskedasticity náhodných složek. Takovými metodami jsou robustní a kvantilová regrese.

Výsledky obou metod lze snadno srovnat. Téměř ve všech případech dává QR nižší standardní chyby než RR, nicméně odhady jsou lehce vychýlené oproti OLS, SUR a RR, což je dáno jiným základem metody. QR totiž minimalizuje součet absolutních hodnot reziduí, zatímco ostatní metody jsou založené na minimalizaci součtu druhých mocnin reziduí. Také je vhodné podotknout, že v konkrétních analyzovaných případech dávala zobecněná QR lepší odhady (statisticky významnější s nižšími standardními chybami) než mediánová. Problematika volby vhodného kvantilu je diskutována např. v [7].

5 ZÁVĚR A SHRUTÍ ZÍSKANÝCH VÝSLEDKŮ

Výše uvedené postupy umožnily analyzovat vývoj příjmů na českém trhu od roku 1996 do roku 2002. Za pomoci čtyř představených metod byly odhadnuty parametry lineárního regresního modelu (1). Statistická významnost parametrů β (pro S_i) znamená, že výše příjmů (čistých i hrubých) je pozitivně závislá na nejvyšším ukončeném vzdělání. S rostoucím vzděláním byly tedy očekávány vyšší pracovní mzda i celkové měsíční příjmy. Hodnotu parametru β lze ekonomicky prezentovat jako pružnost. Odhad pro celkové hrubé příjmy činí pro tento parametr přibližně 0,0925 v roce 1996 a 0,0954 v roce 2002. Toto číslo jinými slovy říká, že návratnost každého roku investovaného do vzdělání v roce 1996 činila 9,25% zatímco v roce 2002 to již bylo 9,54%. Také parametr odpovídající potenciálním zkušenostem je pozitivní a statisticky významný. Odtud je tedy možné usuzovat, že výše příjmů je závislá nejen na dosaženém vzdělání, ale roste také se zkušenostmi (praxí). Závislost výše příjmů na pohlaví dokládá statistická významnost parametru ε . Vzhledem ke skutečnosti, že proměnná

G_i nabývá hodnoty 0 pro ženy a hodnoty 1 pro muže, pozitivní hodnota tohoto parametru ukazuje, že muži mají za stejných podmínek (rovné vzdělání a potenciální zkušenosti) v průměru vyšší platy než ženy. To je výsledek, který byl ze zkušeností očekáván.

<i>ln_gtotalwage</i>		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 1996			
		OLS	SUR	RR	QR(0,49)
<i>abs. člen</i>	α	7,554349 (0,151576)	7,554349 (0,151562)	7,554349 (0,0168762)	7,648765 (0,0157794)
S_i	β	0,0925478 (0,0011104)	0,0925478 (0,0011103)	0,0925478 (0,0012751)	0,0860905 (0,0011559)
Exp_i	γ	0,0325156 (0,0007185)	0,0325156 (0,0007185)	0,0325156 (0,0009053)	0,0283785 (0,0007495)
Exp_i^2	δ	-0,0006742 (0,0000161)	-0,0006742 (0,0000161)	-0,0006742 (0,000022)	-0,0005647 (0,0000166)
G_i	ε	0,3426181 (0,0047530)	0,3426181 (0,0047526)	0,3426181 (0,004733)	0,3326657 (0,0049476)
R^2 (pseudo R^2)		0,3501	0,3501	0,3501	(0,2013)

		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 2002			
		OLS	SUR	RR	QR(0,48)
<i>abs. člen</i>	α	8,021761 (0,0334735)	8,021761 (0,0334625)	8,021761 (0,036561)	8,018974 (0,0304067)
S_i	β	0,0953867 (0,0022623)	0,0953867 (0,0022615)	0,0953867 (0,0026123)	0,0915908 (0,0020573)
Exp_i	γ	0,0234696 (0,0016309)	0,0234696 (0,0016303)	0,0234696 (0,0019025)	0,0225523 (0,0014818)
Exp_i^2	δ	-0,0004999 (0,0000351)	-0,0004999 (0,0000351)	-0,0004999 (0,0000428)	-0,0004543 (0,0000319)
G_i	ε	0,3157854 (0,0096697)	0,3157854 (0,0096666)	0,3157854 (0,0096916)	0,3216753 (0,0087611)
R^2 (pseudo R^2)		0,2923	0,2923	0,2923	(0,1762)

Tabulka 1 Srovnání získaných výsledků pro *ln_gtotalwage*

<i>ln_netwage</i>		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 1996			
		OLS	SUR	RR	QR(0,40)
<i>abs. člen</i>	α	7,446641 (0,0138143)	7,446641 (0,0138131)	7,446641 (0,151611)	7,436892 (0,0139811)
S_i	β	0,0816526 (0,0010120)	0,0816526 (0,0010119)	0,0816526 (0,0011399)	0,0769508 (0,0010230)
Exp_i	γ	0,0324589 (0,0006549)	0,0324589 (0,0006548)	0,0324589 (0,0008763)	0,0302629 (0,0006767)
Exp_i^2	δ	-0,0006903 (0,0000147)	-0,0006903 (0,0000147)	-0,0006903 (0,0000215)	-0,0006272 (0,0000152)
G_i	ε	0,3299375 (0,0043318)	0,3299375 (0,0043314)	0,3299375 (0,0043319)	0,3295772 (0,0043723)
R^2 (pseudo R^2)		0,3596	0,3596	0,3596	(0,2104)

		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 2002			
		OLS	SUR	RR	QR(0,47)
<i>abs. člen</i>	α	7,891153 (0,0307353)	7,891153 (0,0307252)	7,891153 (0,0333758)	7,896202 (0,0251957)
S_i	β	0,085155 (0,0020772)	0,085155 (0,0020765)	0,085155 (0,0024066)	0,0811846 (0,0017051)
Exp_i	γ	0,0246755 (0,0014975)	0,0246755 (0,0014970)	0,0246755 (0,0017874)	0,0229488 (0,0012271)
Exp_i^2	δ	-0,0005385 (0,0000322)	-0,0005385 (0,0000322)	-0,0005385 (0,0000406)	-0,0004755 (0,0000264)
G_i	ε	0,3046011 (0,0088788)	0,3046011 (0,0088758)	0,3046011 (0,0089067)	0,316353 (0,0072451)
R^2 (pseudo R^2)		0,2985	0,2985	0,2985	(0,1821)

Tabulka 2 Srovnání získaných výsledků pro *ln_netwage*

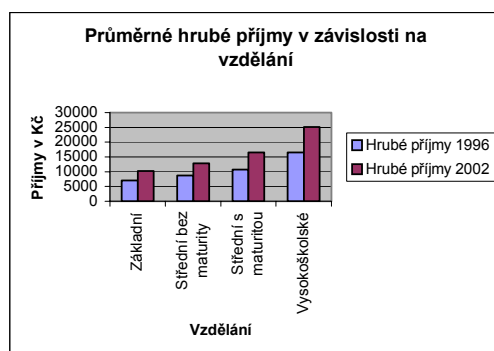
<i>ln_grosswage</i>		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 1996			
		OLS	SUR	RR	QR(0,60)
<i>abs. člen</i>	α	7,589389 (0,0148589)	7,589389 (0,0148575)	7,589389 (0,164035)	7,754671 (0,0150578)
S_i	β	0,0893012 (0,0010885)	0,0893012 (0,0010884)	0,0893012 (0,0012373)	0,0853896 (0,0011039)
Exp_i	γ	0,0317564 (0,0007044)	0,0317564 (0,0007043)	0,0317564 (0,0008962)	0,0268428 (0,0006992)
Exp_i^2	δ	-0,0006587 (0,0000158)	-0,0006587 (0,0000158)	-0,0006587 (0,0000219)	-0,0005278 (0,0000156)
G_i	ε	0,3366276 (0,0046594)	0,3366276 (0,0046590)	0,3366276 (0,0046512)	0,3245045 (0,0047155)
R^2 (pseudo R^2)		0,3466	0,3466	0,3466	(0,1998)

		Metoda odhadu parametrů pro data z r. 2002			
		OLS	SUR	RR	QR(0,49)
<i>abs. člen</i>	α	8,04201 (0,0331729)	8,04201 (0,0331621)	8,04201 (0,0360968)	8,060477 (0,0304374)
S_i	β	0,0933379 (0,0022420)	0,0933379 (0,0022412)	0,0933379 (0,0026067)	0,0892107 (0,0020581)
Exp_i	γ	0,022901 (0,0016162)	0,022901 (0,0016157)	0,022901 (0,0018915)	0,0210386 (0,0014838)
Exp_i^2	δ	-0,0004876 (0,0000348)	-0,0004876 (0,0000348)	-0,0004876 (0,0000425)	-0,0004221 (0,0000319)
G_i	ε	0,3085185 (0,0095829)	0,3085185 (0,0095798)	0,3085185 (0,0096009)	0,318902 (0,0087841)
R^2 (pseudo R^2)		0,2868	0,2868	0,2868	(0,1727)

Tabulka 3 Srovnání získaných výsledků pro *ln_grosswage*

Z Obrázku 1 je zřejmé, že průměrné hrubé měsíční příjmy byly v roce 1996 i 2002 rostoucí s vyšším vzděláním, což potvrzují také výsledky analýz. Dále je také patrný nárůst mezd, který se projeví nejen rostoucí hodnotou mezd, ale i vyššími diferencemi mezi platy při jednotlivých stupních vzdělání. Nárůstu mezd odpovídá rostoucí absolutní člen v regresním vyjádření, nárůstu diferencí mezi jednotlivými stupni vzdělání pak odpovídá rostoucí hodnota parametru β . Například, zatímco v roce 1996 byl průměrný hrubý měsíční příjem občana ČR s vysokoškolským vzděláním 16530 Kč, v roce 2002 byl tento příjem už 25130 Kč. Důležité je si ovšem uvědomit, že minimální měsíční mzda vzrostla „jen“ o 3200 Kč/měsíc (to se odrazilo ve vyšší hodnotě absolutního členu). Nicméně průměrný měsíční příjem vysokoškoláků vzrostl od roku 1996 do roku 2002 o 8600 Kč/měsíc. Na této částce má svůj podíl nejen rostoucí minimální mzda, ale také to, že vliv vzdělání na výši příjmů se zvyšuje, což se potvrzuje rostoucí hodnotou parametru β .

Po vzájemném porovnání výsledků pro rok 1996 a 2002 je možné si v Tabulkách 1, 2 a 3 všimnout, že pro všechny analyzované příjmy dosahuje konstanta v roce 2002 vyšší hodnoty než v roce 1996. Tato skutečnost byla očekávána v důsledku rostoucí minimální mzdy a průměrných platů. Oproti roku 1996 jsou ve všech případech v roce 2002 vyšší regresní koeficienty pro léta strávená ve škole a nižší pro potenciální zkušenosti. To znamená, že výše příjmů v roce 2002 odrážela více vzdělání a méně praxi než o 6 let dříve. Také hodnota regresních koeficientů pro pohlaví klesla, což vede k pozitivnímu závěru, že se snižuje rozdíl ve výši mezd daný pohlavím. Ženy se pomalu přibližují svými platy mužům, a pokud tato tendence setrvá, budeme v budoucnu mluvit o platové rovnoprávnosti.



Obr. 1 Srovnání průměrných příjmů v letech 1996 a 2002

Použitá literatura

1. BECKER, G: Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education. University of Chicago Press, Chicago, 1975
2. BREUSCH, T.S., PAGAN, A.R.: A simple test for heteroskedasticity and random coefficient variation. *Econometrica*, Vol. 47, s. 1287-1294, 1982.
3. DESCY, P., TESSARING, M.: Training and learning for competence. Second report on current vocational training research in Europe: synthesis report 2000. Luxembourg, Office for Official Publications of the European Communities, 2001.
4. GOULD, W., ROGERS, W.H.: Quantile regression as an alternative to robust regression. *Proceedings of the Statistical Computing Section*, 1994.
5. HUBER, P.J.: Robust estimation of a location parametr. *Annals of Mathematical Statistics* 35, s. 73-101, 1964

6. HUŠEK, R.: Ekonometrická analýza. Praha, Ekopress, 1999.
7. KALČEVOVÁ, J.: Ekonometrická analýza mikroekonomických procesů; aplikace na mzdy ČR. Doktorská disertační práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, 2008.
8. MARTINS, P.S., PEREIRA, P.T.: Does education reduce wage inequality? Quantile regression evidence from 16 countries. *Labour Economics* 11, s.355-371, 2004.
9. MINCER, J.: Schooling, experience and earnings. NBER, New York, 1974.
10. PEREIRA, P.T., MARTINS, P.S.: Is there a return-risk link in education? *Economics Letters* 75, s. 31–37, 2002.
11. POLACHEK, S., SIEBERT, S.: *The Economics of Earnings*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
12. ROGERS, W.H.: sg11: Quantile regression standard errors. *Stata Technical Bulletin Reprints*, Vol. 2, s. 133-137, 1992.
13. WILLIS, R.: „Wage Determinants: A Survey and Reinterpretation of Human Capital Earnings Functions,” in Ashenfelter, O. and Layard, R.: *Handbook of Labor Economics*. Amsterdam: North-Holland, 1986.

Kontaktné údaje

Mgr. Jana Kalčevová, PhD.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 444

email: kalcevov@vse.cz

VÝDAVKY FINÁLNEJ SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ A ICH KLASIFIKÁCIA V SNÚ

HOUSEHOLDS FINAL CONSUMPTION EXPENDITURE AND THEIR CLASSIFICATION IN NATIONAL ACCOUNTS

Peter Komáromy

Abstrakt

Článok sa zaoberá výdavkami domácností na finálnu spotrebu a jej klasifikáciou v systéme národných účtov. Finálna spotreba domácností tvorí popri investičných výdavkoch podnikov (hrubá tvorba fixného kapitálu), finálnej spotrebe vlády a čistom exporte (export mínus import) jednu zo zložiek HDP. Avšak svojím podielom na HDP predstavujú výdavky domácností na finálnu spotrebu jeho najvýznamnejšiu časť. Konkrétne v treťom štvrtroku roku 2008 dosiahli cca. 55%-ný podiel. V článku sa kladie dôraz na rozlíšenie výdavkov finálnej spotreby a skutočné spotrebné výdavky.

KLúčové slová: *systém národných účtov, výdavky finálnej spotreby, skutočná finálna spotreba, individuálne výdavky, kolektívne výdavky, neziskové inštitúcie slúžiace domácnostiam*

Abstract

This paper deal with households final consumption expenditures and their classification in national accounts. Households final consumption expenditures forms one of the items of GDP. Another items of GDP form investment expenditures of enterprises (gross fixed capital formation), final expenditures of general government and net export (export minus import). However, households final consumption expenditures form the most important part of GDP. At the present, it takes 55% of GDP. Paper focuces about articulation between final consumption expenditures and actual final consumption.

Keywords: *national accounts, final consumption expenditures, actual final consumption, individual expenditures, collective expenditures, non-profit institutions serving households*

1 VÝDAVKY FINÁLNEJ SPOTREBY

Podľa ESA 1995 môžeme používať termín finálna spotreba v dvoch prípadoch: výdavky na finálnu spotrebu a skutočná finálna spotreba. Výdavky na finálnu spotrebu sú pojem, ktorý zodpovedá sektoru výdavkov spotrebných tovarov a služieb. Na druhej strane, skutočná finálna spotreba zodpovedá nadobudnutiu spotrebných tovarov a služieb. Rozdiel medzi týmito dvomi pojmami spočíva v určitých tovaroch a službách, financovaných vládou alebo neziskovými inštitúciami slúžiacich domácnostiam, ktoré sú poskytované domácnostiam vo forme sociálnych transferov.

Tabuľka 1: Výdavky finálnej spotreby a skutočné spotrebné výdavky

	Výdavky vlády	Výdavky neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam (NPISH)	Výdavky domácností	Celkovo

Individuálna spotreba	X (=sociálne transfery)	X (=sociálne transfery)	X	Skutočná individuálna finálna spotreba domácností
Kolektívna spotreba	X	0	0	Skutočná kolektívna finálna spotreba vlády
Celkovo	Výdavky vlády na finálnu spotrebu	Výdavky na finálnu spotrebu NPISH	Výdavky domácností na finálnu spotrebu	Skutočná finálna spotreba = Celkové výdavky na finálnu spotrebu

Skutočná finálna spotreba domácností nie je vykazovaná explicitne v sekcii konečného použitia, ale môže byť ľahko odvodená pridaním nasledujúcich troch stĺpcov do tabuľky 1

- Výdavky finálnej spotreby domácností (vrátane výdavkov domácností na tovary a služby poskytnuté vládou);
- Výdavky finálnej spotreby neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam (stále považované za individuálne);
- Výdavky finálnej spotreby vlády, ktoré sú individuálne.

Výdavky finálnej spotreby vlády a neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam zahŕňajú nielen ich netrhový output (ocenený nákladmi), ale aj ich priame nákupy tovarov a služieb, ktoré nie sú súčasťou ich medzispotreby, pretože sú prerozdeľované do spoločnosti bez nejakej zmeny. Jedná sa o tovary a služby, ktoré sú vyrábané trhovými výrobcami a sú priamo prerozdeľované domácnostiam, ale sú financované vládou a neziskovými inštitúciami slúžiacich domácnostiam.

Tabuľka 2: Príklad ako pomôcka pre rozlíšenie medzi výdavkami finálnej spotreby a skutočnými spotrebnými výdavkami

		Kolektívna spotreba vlády	Skutočná spotreba domácností	Skutočná spotreba domácností	Skutočná spotreba domácností	Skutočná spotreba domácností
		Kolektívna spotreba vlády	Spotreba neziskových inštitúcií	Individuálna spotreba vlády	Súkromná spotreba	Celkovo
		1	2	3	4	5=2+3+4
1	Poľnohospodárske výrobky	0	0	0	52	52
2	Priemyselné výrobky	0	0	2	74	76
3	Obchod	0	0	0	2	2
4	Obchodné služby	0	0	3	32	35
5	Ostatné služby	6	1	5	2	8
6	celkovo	6	1	10	162	173

Finálna spotreba trhových výrobkov pozostáva z nemocenských trhových produktov (zubári, doktori, liečba, atď.), ktoré sú hradené pre sociálny blahobyť.

2 VÝDAVKY FINÁLNEJ SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ

Výdavky finálnej spotreby domácností primárne zahrňujú výdavky, ktoré vznikli v domácnostiach za účelom nadobudnutia tovarov a služieb. Nezahrňujú výdavky domácností vynaložené na nadobudnutie bytov, ktoré predstavujú investície do fixných aktív a tiež výdavky vynaložené na nadobudnutie cenností.

Výdavky domácností na finálnu spotrebu môžu byť rozdelené do troch veľkých skupín:

- nákup tovarov a služieb;
- tovary a služby vyrobené ako output podnikmi nezapísanými do obchodného registra, ktoré sú vo vlastníctve domácností a sú udržiavané pre spotrebu členov domácností (spotreba vlastných tovarov a služieb);
- odmeny v naturáliach

2.1 Nákupy tovarov a služieb

Trhové tovary a služby predstavujú hlavnú skupinu. Avšak platby domácností v súvislosti so spotrebou netrhových služieb sú tu tiež zahrnuté. Zahŕňajú:

Nákupy nových tovarov

Nezahŕňajú nákupy bytov a iných obydlií, klasifikovaných do tvorby hrubého fixného kapitálu, ale zahŕňajú nákupy tovarov dlhodobého použitia, ako motorové vozidlá, vrátane tých, ktoré boli nadobudnuté prostredníctvom leasingu.

Nadobudnutie použitých tovarov

V prípade predaja použitého tovaru medzi domácnosťami, celkové spotrebné výdavky domácností zahrňujú len obchodné prírážky, ktoré môžu vzniknúť pri spomínanom predaji. Ak domácnosť kupuje vozidlo, ktoré bolo predtým vlastnené výrobcom, napríklad nefinančnou spoločnosťou ako základné imanie, jeho nadobudnutie sa započítava do spotrebných výdavkov domácností plnou hodnotou. To isté platí aj v prípade, že sa jedná o nákup importovaného použitého tovaru.

Ak domácnosť predáva tovar, ktorý sa kvôli jeho predaju preradí z kategórie spotrebného tovaru do inej kategórie, hovoríme o negatívnych spotrebných výdavkoch domácností. Tento prípad môže nastať, keď domácnosť predá tovar výrobcovi pre neskoršiu tvorbu fixného kapitálu alebo ak ho predá obyvateľovi cudzieho štátu. Do tejto kategórie môžeme zaradiť napr. situáciu, keď domácnosť predá vozidlo do šrotoviska za účelom vyradenia. Môžeme sem zaradiť aj prípad, keď sa spotrebná položka v čase predaja stáva cennosťou.

Nákupy trhových služieb

Ako príklad môžem uviesť: oprava automobilov, výdavky v hoteloch, platby taxikárom, poplatky, lekári (v kontexte sociálneho poistenia, len pre časť výdavkov, ktoré zostávajú splatné domácnosťami), kiná, poplatky za televízne prijímače, umývanie vlasov, atď.

Také isté rozlišovanie platí pre dlhodobé tovary nadobudnuté domácnosťami pre spotrebné účely ako aj pre investičné tovary nadobudnuté pomocou výrobného alebo finančného leasingu. S výrobným leasingom sa stretávame napríklad pri prenajímaní si automobilov. Ak je automobil nadobudnutý cez finančný leasing, jeho plná hodnota môže byť zobrazená ako spotrebné výdavky: platby spojené s leasingom by mali byť rozdelené medzi splátky úveru a úroky. Táto operácia spôsobuje vznik spotreby finančných služieb.

Platby za netrhové služby

Ak sa domácnostiam poskytujú nejaké netrhové služby, stáva sa že nepokryjú hlavnú časť nákladov služieb takto zabezpečených: poplatky za vstup do múzea, školné poplatky. Výdavky domácností na konečnú spotrebu zahrňujú len tieto čiastkové platby (pozri ESA 1995 paragraf 3.45 a 3.76 i).

Priemyselné tovary a služby

Zaradenie výrobkov zahrňujúcich poskytovanie tovarov aj služieb zároveň, je dôležitá otázka kvôli jej vzťahu so zostavovaním harmonizovaného cenového indexu, ktorý závisí od váh jednotlivých výrobkov. Tento prípad môžeme ilustrovať napríklad na zmene pneumatík vykonanej v autoservise. V krajinách kde dominuje maloobchod, je možné robiť rozdiel medzi spotrebou tovarov a spotrebou služieb a následne zapísať ich hodnoty pri príslušných produktoch. To znamená, že zvlášť by sme zaznamenali nový tovar (nové pneumatiky) a zvlášť by sme zaznamenali novú službu (výmena pneumatík). Avšak je známe, že takéto delenie môže byť nepresné. V krajinách kde prevládajú domácnosti, naopak, všetky výdavky sú zaznamenané ako spotreba opravárenských služieb. V našom prípade by to znamenalo, že celá operácia výmeny pneumatík by sa zobrazila v položke spotreby opravárenských služieb.

2.2 Vlastná spotreba tovarov a služieb

Vlastná spotreba tovarov a služieb predstavuje opak outputu domácností, ktorý je určený pre ich vlastnú finálnu spotrebu.

Teória hovorí, že všetky tovary môžu byť použité pre vlastnú spotrebu. V súlade s ESA 1995, vlastná spotreba musí byť zaznamenávaná len v krajinách kde roľníctvo zohráva významnú rolu v porovnaní s celkovou ponukou tovarov. Z poľnohospodárskych produktov sem zahrňujeme zemiaky, ovocie, med, mäso, hydinu, mlieko, maslo, víno, brandy, šumivé víno, atď.

2.3 Príjmy zarobené v naturáliách

Táto položka pozostáva z tovarov a služieb, ktoré sú zabezpečované zamestnávateľmi pre zamestnancov bezplatne alebo za cenu nižšiu ako je ich obvyklá nákupná cena. Môže sa jednať o tovary a služby, ktoré sa vyrábajú alebo predávajú v podniku vo vlastníctve zamestnávateľa. Tieto tovary a služby vždy vyplývajú z trhového outputu. Príkladom môžu byť: plyn alebo uhlie ponúkané pracovníkom zdarma, zabezpečená strava pre pracovníkov v reštaurácii, istý počet voľných minút na telefonovanie pre zamestnancov telekomunikačných spoločností, atď.

Do tejto položky sa započítavajú aj odmeny v naturáliách pre vojakov (oblečenie, strava, doprava) a tiež aj platby zamestnávateľov podnikovým výborom. Vo všeobecnosti ak tovar alebo služba je bezplatná, cena ktorá sa započítava pri odmenách v naturáliách je nákupná cena ak sa jedná o výrobky kúpené zamestnávateľom a základná cena, ak sa jedná o výrobky vyrobené zamestnávateľom. Ak je tovar alebo služba zabezpečovaná pri zníženej cene, do položky odmeny v naturáliách sa započítava len časť financovaná zamestnávateľom. V tomto prípade však do výdavkov konečnej spotreby domácností vstupuje úplná hodnota tovaru alebo spotrebovanej služby.

3 SKUTOČNÁ FINÁLNA SPOTREBA A VÝDAVKY FINÁLNEJ SPOTREBY

Skutočnú finálnu spotrebu domácností získame, keď k výdavkom na finálnu spotrebu pripočítame sociálne transfery od vlády a od neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam. Naproti tomu skutočnú finálnu spotrebu vlády získame, keď od finálnej spotreby vlády odrátame sociálne transfery, ktoré zabezpečuje. Skutočná finálna spotreba vlády sa potom rovná kolektívnym výdavkom finálnej spotreby vlády. Skutočná finálna spotreba neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam je rovná nule. Všetky ich výdavky finálnej spotreby sa podľa dohody stávajú individuálnymi vo forme transferov domácnostiam.

Individuálne výdavky finálnej spotreby vlády súvisia s tovarmi a službami známymi ako individuálne. Sú to tovary a služby, pri ktorých je možné skúmať ich nadobudnutie konkrétnou domácnosťou alebo nejakou skupinou domácností, s ponukou ktorých domácnosti súhlasili a ich spotreba buď domácnosťami alebo ohraničenou skupinou ľudí zakazuje spotrebu niekým iným. Príklady individuálnych výdavkov sú: výdavky na vzdelávanie, zdravie, kultúru.

Kolektívne spotrebné výdavky vlády súvisia so službami známymi ako kolektívne: sú to služby, ktoré sú zabezpečované v tom istom čase pre všetkých členov spoločnosti alebo aspoň jej významnej časti, použitie ktorých je bežne pasívne alebo nepotrebuje explicitný súhlas od užívateľov a ich spotreba jednotlivcami neznižuje množstvo, ktoré zostane dostupné pre ostatných členov spoločnosti. Príklady kolektívnych výdavkov sú: výdavky súvisiace s obranou, súdnictvom, všeobecnou administratívou.

Sociálne transfery vyplácané v naturáliách pozostávajú z individuálnych tovarov a služieb zabezpečovaných ako transfery domácnostiam od vlády (vrátane dávok sociálneho zabezpečenia) a od neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam, buď predané na trhu alebo vyrobené ako netrhový output vlády alebo NISD. Rozdiel sa robí medzi:

- sociálne dávky v naturáliách, ktoré pozostávajú z transferov v naturáliách so sociálnym zámerom.
- transfery individuálnych netrhových tovarov a služieb, ktoré zahŕňajú hlavne výdavky vlády (a NISD) do vzdelania a kultúry.

Použitá literatúra

- 1 Eurostat: Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables, Luxembourg, 2008, ISSN 1997 0375

Kontaktné údaje

Ing. Peter Komáromy

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 904 311 135

email: p.komaromy@gmail.com

PROČ A JAK VYUŽÍVAT POČÍTAČE VE VÝUCE LINEÁRNÍHO PROGRAMOVÁNÍ

REASONS OF USING COMPUTERS IN TEACHING OF LINEAR PROGRAMMING

Milada Lagová

Abstrakt

Na katedře ekonometrie Vysoké školy ekonomické v Praze byl vyvinut výukový programový systém LP, který je zaměřen na řešení úloh lineárního programování. Slouží jednak studentům, kterým ušetří zdlouhavé numerické výpočty a poskytne jim přehledné podklady pro postoptimalizační analýzu vypočtených výsledků, má však i řadu dalších funkcí. Umožňuje generovat neomezené množství úloh stanovených vlastností k procvičování látky, zadávání testů i domácích cvičení. Dále je určen pro výuku algoritmů LP, jako je simplexová metoda a dopravní problém a k výkladu a řešení některých speciálních úloh LP, např. úloh parametrického nebo celočíselného programování. Tento článek seznamuje čtenáře s vlastnostmi uvedeného softwaru, popisuje strukturu programu, jeho vstupy, výstupy a ovládání. Programový systém LP je v současné době s úspěchem využíván k výuce.

***Klíčová slova:** Lineární programování, software, výuka, simplexová metoda, dopravní problém*

Abstract

There was developed computer system LP focused on teaching of LP algorithms at Department of Econometrics, Economics University in Prague. It is set firstly for students – it saves long numerical calculations and provides comprehensive backgrounds for postoptimal analysis of calculated results. It has also a number of other functions. It makes possible to generate unbounded number of given problems for exercises, tests and homeworks. It is also determined for teaching of LP algorithms and special LP problems solving, such as simplex method and transportation problems. This paper presents properties of introduced system, describes software structure, its inputs, outputs and control. Teaching program system LP is successfully used for learning in this semester.

***Key words:** Linear programming, software, education, teaching, simplex method, transportation problem*

1 VYUŽITÍ POČÍTAČŮ VE VÝUCE

1.1 Přínos počítačů k výuce lineárního programování

Jak je známo z historie, je rozvoj a využití metod Operačního výzkumu ([3]) těsně spjata s počátky praktického využití počítačů v padesátých letech minulého století. Díky poměrně jednoduchosti matematických modelů i matematického aparátu potřebného k jejich řešení bylo lineární programování jednou z prvních disciplín operačního výzkumu, ve které počítače našly svoje uplatnění. Rychle se vyvíjela řada programů z této oblasti, které značně přispěly k rozšíření výuky metod lineárního programování, jejich možnosti však byly vzhledem k technické úrovni počítačů i k vybavení vysokých škol omezené. Dnes mají vysoké školy k dispozici řadu profesionálních programových systémů, jako je např. LINGO, XA, MPL nebo např. uživatelsky jednodušší LINDO či MS Excel, které jsou schopny řešit praktické

problémy velkých rozměrů. Studenti se s nimi seznamují a využívají jich k řešení svých samostatných prací, jako jsou seminární práce, bakalářské a diplomové práce. To je připraví na kvalitní využití počítačů v jejich další odborné činnosti i při řešení praktických problémů.

Existuje však i další možnost využití počítačů ve výuce, která se v poslední době stále více prosazuje i vzhledem k tomu, že těžiště výuky se přesouvá z tzv. „cvičení“, kde studenti pod dohledem učitele a mnohdy za jeho vydatné pomoci procvičují látku vyloženou na přednáškách, k samostatné práci na zadaných úkolech. Počítač je díky svému hardwarovému i softwarovému vybavení schopen při správném „naprogramování“ do značné míry nahradit učitele při výkladu problému, jeho praktickému procvičování na řadě příkladů a k testování znalostí studentů. Tento způsob výuky má i své pojmenování – „e-learning“. Má řadu výhod - na rozdíl od pedagoga je počítač neomylný, neunavitelný, trpělivý, vždy k dispozici ... apod., a rozhodně nedostává hysterické záchvaty, když po desátém vysvětlení téhož dostane opět špatnou odpověď, popř. žádnou.

1.2 Jak využít počítače v pedagogickém procesu

1. Katedra ekonometrie na VŠE využívá počítače ve výuce lineárního programování již od 60-tých let minulého století, kdy VŠE dostala k dispozici svůj první počítač, ELLIOTT 4100, a to nejenom k řešení zadaných i studentských úloh, ale i k doplnění pedagogického procesu a jeho rozšíření o procvičování a testování znalostí studentů. Studenti i pedagogové katedry vytvořili řadu programů, které např. generovaly nekonečné řady úloh řešitelných simplexovou metodou nebo dopravní problémy jako podklady pro cvičení, testy a zkoušky([1],[2]). Tyto programy se ve výuce velmi osvědčily, i když vzhledem k tehdejšímu vybavení školy i technické úrovni byly jejich možnosti omezené. Na tuto tradici navázal autorský kolektiv Lagová, Laga, Kalčevová, který již tři roky pracuje na vytvoření pedagogického programového systému pro řešení úloh lineárního programování.

2 NÁVRH PROGRAMOVÉHO SYSTÉMU

2.1 Účel systému

Systém Lineární programování (LP) je výukový programový systém, který je určen k názornému řešení úloh lineárního programování. Je vytvořen v programovém jazyce MS Access 2003 a následně upraven i pro MS Access 2007. Programovací jazyk MS Access byl zvolen hlavně kvůli možnosti interaktivního ovládání výpočtu a uživatelsky příjemnému prostředí, které je možno prostřednictvím řady různých obrazovek vytvořit. Slouží k výuce studentů kursů Lineární modely, Operační výzkum i dalších, které vyučuje katedra ekonometrie na VŠE v Praze. Studenti jej mohou využívat při cvičeních ve školních počítačových učebnách, kde jsou pro ně programy systému k dispozici, i při svém samostatném studiu ve studovnách nebo na svých vlastních počítačích.

Cílem systému je:

1. ukázat studentům řešení malých cvičných úloh do nejmenších podrobností tak, aby je mohli sledovat a popř. porovnávat se svým vlastním výpočtem
2. umožnit studentům aktivně zasahovat v interaktivním režimu do průběhu výpočtu (např. vlastní volba klíčového sloupce a klíčového řádku v simplexové metodě) s tím, že zdoluhavé numerické výpočty provede počítač
3. vytvořit a uchovat databázi typických úloh lineárního programování

- poskytnout po vyřešení zadané úlohy potřebné podklady pro ekonomickou analýzu optimálního řešení
- testovat a hodnotit automaticky znalosti studentů

2.2 Struktura systému

Systém LP je tvořen třemi samostatnými programy:

- Program **LinPro.mdb** obsahuje dva moduly (s číslem 1 a 2). První řeší úlohy lineárního programování simplexovou, resp. duálně simplexovou metodou, druhý je věnován řešení dopravního problému. Program je určen pro využití ve všech kurzech katedry ekonometrie přednášených na VŠE.
- Program **LPro.mdb** je oproti předchozímu rozšířen o další čtyři moduly, které řeší speciální problémy lineárního programování: úlohy s omezenými proměnnými (dolní a horní meze), parametrické programování a postoptimalizační změny, celočíselné programování a vícekriteriální optimalizaci.
- Program **LPTest.mdb** je určen k testování znalostí studentů. Student řeší zadanou úlohu, program kontroluje a eviduje chyby a podle volby buď nepřipustí chybné pokračování tak, že vrací výpočet zpět a čeká na správné řešení, nebo výpočet v jeho průběhu neovlivňuje a až na konci ohlásí souhrn chyb.

Nedílnou součástí a předpokladem pro spuštění systému je databázový soubor **LPData.mdb**, ve kterém jsou uložena všechna data systému a který mohou využívat všechny tři programy systému.

Doplněním systému jsou tři varianty nápovědy ke třem programům systému:

- soubor **LinProHelp.doc**
- soubor **LPHelp.doc**
- soubor **LPTestHelp.doc**

Aktuální nápovědu je možno vyvolat z každé obrazovky. Kromě toho je možno použít soubor jako „manuál“ k programu, obsahuje totiž přehled všech funkcí i způsob jejich vyvolání.

2.3 Data systému

Základní jednotkou dat je „úloha“, která odpovídá úloze lineárního programování např. podle [3]. Struktura „úlohy“ je nejlépe zřejmá ze vstupní tabulky pro zadání nové úlohy:

The screenshot shows the 'Interpretace úlohy 32' window. It contains the following text:

Firma vyrábí šroubky a matice, které prodává v krabičkách. Na jednu krabičku šroubků se spotřebuje 1 min. lisu a 1 min. balicí linky, 1 krabička matic spotřebuje 2 min. lisu a 4 min. balicí linky. K dispozici jsou 2 hod. na lisu a 3 hod. balicí linky denně. Zákazníci požadují alespoň o 90 krabiček šroubků více než krabiček matic, přičemž krabiček šroubků je možno vyrobit na nejvýše 110 denně. Zisk za 1 krabičku šroubků je 40 Kč, za jednu krabičku matic 60 Kč. Kolik šroubků a matic má firma denně vyrobit, aby její zisk byl maximální?

Below the text is a table with the following data:

Interpretace	šroubky 1 ks	matice 1 ks	Rel.	b
1 Lis (min.)	1	2	<=	120
2 Balení (min.)	1	4	<=	180
3 Šroubky-matice (krabička)	1	-1	>=	90
4 Šroubky (krabička)	1	0	<=	110
41 Zisk (Kč)	40	60	max	

Tabulka se vyplňuje obvyklým způsobem. Liší se podle jednotlivých modulů a metod. V tabulce je ukázka vstupních údajů modulu SIMPLEXOVÁ METODA. Standardní názvy ve vstupní tabulce jsou zde nahrazeny jejich ekonomickým významem a tyto nové názvy se potom objeví i ve výstupech. V okně je fakultativní zadání úlohy, které se aktivuje tlačítkem „Interpretace“.

Data úlohy mohou být zadána jedním ze tří způsobů, které uživatel zvolí z obrazovky:

1. vyplněním vstupní tabulky na obrazovce
2. načtením úlohy z databázového souboru LPData.mdb
3. generováním

add 1. Během zadávání úlohy volbou „nová úloha“ mohou být údaje ve vstupní tabulce libovolně měněny a takto upravená úloha může být znovu řešena až do okamžiku, kdy dá uživatel z obrazovky pokyn k jejich uložení. To např. umožňuje učiteli pracovat s úlohou tak dlouho, až odpovídá jeho požadavkům.

add 2. V databázovém souboru uživatele jsou všechny úlohy, které byly v předešlých výpočtech uloženy do databáze. Funkce pro aktualizaci databáze umožňují tyto úlohy kopírovat, přečíslovat, rušit a tisknout. Uživatel si může vytvořit (pomocí programu LinPro.mdb nebo LPro.mdb) řadu databázových souborů a podle potřeby je připojovat při spuštění nebo i během výpočtu.

add 3. Třetím možným způsobem zadání vstupních údajů je jejich *generování*. Uživatel volí podle nabídky na vstupní obrazovce vlastnosti generované úlohy, jako jsou rozměry, hodnoty vstupních údajů a numerická obtížnost výpočtů. Tímto způsobem může získat neomezené množství vhodných příkladů včetně výsledků jejich řešení.

2.4 Výpočet

Uživatel volí metodu výpočtu podle nabídky na obrazovce zvoleného modulu systému. V prvním modulu SIMPLEXOVÁ METODA může v nabídce „Metoda výpočtu“ zvolit jednu ze čtyř nabízených metod, např:

Duálně simplexová metoda

V tomto modulu má uživatel možnost řešit zadaný problém interaktivně simplexovou metodou tak, že sám určí klíčový sloupec a klíčový řádek, systém potom podle jeho volby po odměčknutí tlačítka „Transformace“ přepočte tabulku. Student tedy postupuje jako při ručním řešení úlohy, ale je zbaven numerických výpočtů. Prokáže, popř. procvičí se tak jeho znalost algoritmu.

Transformace										
		x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	b	
<input type="radio"/>	1 x3	1	2	1	0	0	0	0	120	
<input type="radio"/>	2 x4	1	4	0	1	0	0	0	180	
<input checked="" type="radio"/>	3 y1	1	-1	0	0	-1	0	1	90	
<input type="radio"/>	4 x6	1	0	0	0	0	1	0	110	
<input type="radio"/>	5 z(1)	-40	-60	0	0	0	0	0	0	
<input type="radio"/>	6 p(1)	1	-1	0	0	-1	0	0	90	

Iterace: Manuálně řízený výpočet - Výpočet

Kromě procvičování je možno využít manuálně řízený výpočet k výpočtu alternativního optimálního řešení nebo k použití nestandardních postupů, jako je např. výběr klíčového sloupce modifikovaným testem optima nebo řešení degenerované úlohy Charnesovou perturbační metodou nebo podle Blandova pravidla.

2.5 Výstupy

Výstupy výsledků jsou trojího druhu:

1. v oknech na obrazovku
2. v tiskové podobě s možností následného tisku na tiskárnu
3. do souboru v Microsoft Excelu.

K dispozici jsou tři druhy výstupních tabulek, které jsou ve výstupních sestavách podle modulů různě kombinované:

1. „Výsledky“ v modulu SIMPLEXOVÁ METODA obsahují všechny údaje o úloze, tj. její identifikační a vstupní údaje, optimální hodnoty strukturních proměnných, přídatných proměnných, stínových a redukovaných cen, optimální hodnotu účelové funkce, intervaly stability pravých stran a cenových koeficientů. Standardní názvy ve vstupní tabulce mohou být přepsány např. jejich ekonomickými významy a tyto nové názvy se potom objeví i ve výstupech. To usnadňuje ekonomickou interpretaci výsledků.

Úloha: 88 Výroba šroubků a matic								
Manuálně řízený výpočet - Optimální řešení								
Počet omezení:	3	Počet fází:	1	Hodnota UF:	4 700.00			
Počet proměnných:	2	Počet iterací:	3	Max. determinant:	2			
Extrém funkce:	max							
Interpretace	Šroubky balení	Maticy balení	Rel.	b	Přídatné prom.	Stínové ceny	Dolní meze	Horní meze
Lis (min.)	1	2	<=	120	0	30	110	145
Balení (min.)	1	4	<=	180	50	0	130	1E+10
Šroubky(krabička)	1	0	<=	110	0	10	60	120
Zisk (Kč)	40	60	max					
Optimální řešení	110	5		4700				
Reduk. ceny (abs.hodnoty)	0	0						
Dolní mez cen. koef.	30	0						
Horní mez cen. koef.	1E+10	80						

2. „Kroky“ ukazují celý iterační postup. U simplexové metody je to řada iterací zobrazených v simplexové tabulce ([3]), u dopravního problému jsou to postupně všechna získaná řešení s testem optimality, výběrem políčka vstupující proměnné a uzavřeným okruhem tohoto políčka.

	Interpretace	Hodnoty proměnných				Fikt. odběratel	Kapacity	Test optima				U(i)
		Stavba S1	Stavba S2	Stavba S3	Fikt. odběratel			Stavba S1	Stavba S2	Stavba S3	Fikt. odběratel	
1	Lom 1		-	20	+	220	240	-17	0	0	2	0
2	Lom 2	190		-	30	+	220	0	-3	0	14	12
3	Lom 3		+	200		-	250	-21	0	-13	0	-2
	Požadavky	190	220	250	50	V(i):	-6	4	3	2		
Počet iterací:		6										

3. Všechny údaje o úloze a jejím řešení jsou převedeny do Excelu, tj. souboru *.xls, kde mohou být následně zpracovány – úprava tabulek, doplnění textu, event. přidání dalších podmínek, jako jsou podmínky bivalentnosti, nelineární účelová funkce apod.

3 TESTOVÁNÍ ZNALOSTÍ

Testování znalostí studentů je pro pedagoga náročné jak časově, tak i psychicky. V současné době je proto snaha přenechat alespoň jeho mechanickou část počítačům. Na katedře ekonometrie na VŠE Praha byl proto navržen a sestaven program LPTest.mdb, který je určen pro automatické testování a procvičování úloh LP řešených simplexovou metodou. Je součástí programového systému LP, ale liší se svojí strukturou i funkcí, proto je zde popsán zvlášť.

Program LPTest.mdb je opět naprogramován v prostředí databázového systému Microsoft Access i vzhledem k tomu, že uspořádání vstupních i výstupních obrazovek a interaktivní styk uživatele se systémem zde hraje velkou roli.

3.1 Funkce programu

Hlavní funkcí programu LPTest.mdb je automatická kontrola chyb, kterých se student dopustí při výpočtu, a to jak numerických, tak i metodických. Program sleduje chyby při:

1. řešení úlohy LP simplexovou metodou
2. postoptimalizační analýze

Výpočet je pro usnadnění kontroly rozdělen do logických úseků nazvaných „akce“. Akcí je např. přidání přídatných a pomocných proměnných ve výchozím řešení, určení klíčového sloupce a klíčového řádku v iteraci, transformace tabulky apod. Program indikuje celkem 12 druhů chyb, z toho jsou dva druhy numerických chyb, zbytek jsou chyby v aplikaci algoritmu.

Program rozlišuje dva způsoby kontroly výpočtu:

1. kontrolu po každé akci (kontrola 1)
2. kontrolu na konci výpočtu (kontrola 2).

add 1. První způsob kontroly hlásí a eviduje chyby po každé akci a neumožní pokračování, dokud nejsou všechny chyby opraveny. Student je na chybu ihned upozorněn a program čeká na opravu. Je vhodný jak k testování znalostí, tak především k procvičování látky.

add 2. Druhý způsob kontroly otestuje během výpočtu pouze sestavení výchozího řešení (není-li sestaveno správně, nemá smysl jakýkoliv další výpočet a program proto neumožní pokračování), správnost výpočtu a množství chyb kontroluje a hlásí až po ukončení výpočtu. Student pracuje samostatně stejně jako při ručním testování.

3.2 Vstupní údaje

Vstupní údaje programu jsou vytvářeny a udržovány programem LinPro.mdb, popř. LPro.mdb. Samostatné vkládání a úpravu vstupních údajů úloh program prostřednictvím obrazovky LPTest.mdb neumožňuje.

3.3 Postup výpočtu

1. Student zvolí úlohu z nabídky na obrazovce. Zobrazí se tabulka se zadanými údaji, tj. není v kanonickém tvaru. Tabulka je zatím „zamčena“ (zvýrazněno šedou barvou), tj. student do ní nemůže vpisovat žádné údaje.

							Metoda:	SM
							Extrém:	min
							Iterace:	1
	Ceny p			0	0	0		
		Ceny z		120	35	100		
			Prom.	x1	x2	x3	b	t
1				1	2	0	90	
2				2	-2	2	340	
3			z(1)					
4			p(1)					

Student postupně vybírá z nabídky na obrazovce přídatné nebo pomocné proměnné, které chce do tabulky přidat. Pokud je volba nesprávná, ohlásí systém chybu a postup se opakuje.

Poř.	Iter.	Kontrola	Chyba	Druh
1	1	Přidání proměnných	Nesprávně přidaná proměnná	2

2. Po odsouhlasení je tabulka „odemčena“ a student vyplní do zeleně označené části numerické údaje, tj. sestaví výchozí řešení. V okamžiku, kdy je výchozí tabulka správná začíná na další obrazovce iterační postup:

Předchozí tabulka												
Klíčový sloupec:											Metoda:	SM
											Extrém:	min
											Iterace:	2
	Ceny p			0	0	0	0	0	1	1		
Klíč.		Ceny z		120	35	100	0	0	0	0		
Řádek			Prom.	x1	x2	x3	x4	x5	y1	y2	b	t
1	0	120	x1	1	2	0	-1	0	1	0	90	1E+10
*	2	1	0	y2	0	-6	2	2	-1	-2	1	160
	3			z(2)	0	205	-100	-120	0	120	0	10800
	4			p(2)	0	-6	2	2	-1	-3	0	160

Transformovaná tabulka												
Klíčový sloupec:											Metoda:	SM
											Extrém:	min
											Iterace:	3
	Ceny p			0	0	0	0	0	1	1		
Klíč.		Ceny z		120	35	100	0	0	0	0		
Řádek			Prom.	x1	x2	x3	x4	x5	y1	y2	b	t
1												
2												
3				z(3)								
4				p(3)								

Na obrazovce se na začátku každé iterace v horní polovině zobrazí poslední tabulka s dosud vypočtenými údaji (*Předchozí tabulka*). Tabulka je zamčena, takže není možno v ní přepisovat žádné numerické údaje. Slouží k řízení průběhu výpočtu, tj. k určení klíčového sloupce a klíčového řádku (*). Po stisknutí tlačítka „Konec akce“ se při kontrole po akcích vytisknou případné chyby a volba se opakuje. Je-li zvolena kontrola na konci výpočtu, chyby v tabulce se během výpočtu neoznamují, pouze se evidují. Zobrazí se další tabulka (*Transformovaná tabulka*), do které student vyplní nové řešení (numerické i indikační údaje).

Po dokončení akce přechází výpočet (opět s hlášením o chybách nebo bez) na další obrazovku, která řídí další iterační postup. Konec výpočtu a způsob zakončení (optimální řešení, neexistuje optimální řešení a důvod) volí student. Program zobrazí protokol o chybách a podle volby ho uloží do souboru v Excelu studentovi a do souhrnného protokolu učitele.

3.4 Výsledky kontroly

O výsledcích kontroly systém zhotoví u každého studenta protokol, ve kterém jsou zachyceny všechny chyby rozdělené podle druhů chyb a podle iterací. Protokol je k dispozici jednak na obrazovce, jednak ve zvláštním souboru v Excelu. Učitel může evidovat protokoly jednotlivých studentů po celý semestr.

4 VYUŽITÍ SYSTÉMU LP VE VÝUCE

1. Systém LP slouží studentům k řešení jejich domácích úkolů nebo seminárních prací i k procvičování a kontrole osvojení probíraných metod. Mohou využít příkladů z databáze systému, která obsahuje řadu typických úloh vhodných k procvičování různých algoritmů ve všech modulech nebo mohou řešit své vlastní příklady. Souhrnné výsledky výpočtu může student použít při analýze vypočteného optimálního řešení, krokovaný výpočet slouží ke kontrole postupu a manuální výpočet odstraní nudné zápolení studentů se zlomky.
2. Studenti mají možnost si generovat úlohy vhodné k ručnímu řešení, kterých mohou mít k dispozici neomezené množství. Systém tak slouží jako rozšíření skript nebo sbírky příkladů z daného oboru.
3. Systém LinPro je užitečný i pro pedagogy, kterým usnadňuje přípravu ilustrativních příkladů na cvičení i přednášky. Pedagog může příklady ke cvičením nebo přednáškám uložit do databáze a pomocí projektoru je promítat studentům k ilustraci a rozšíření výkladu. Ručně řízený výpočet umožňuje rozšíření výkladu o ukázky různých doplňkových výpočtů v simplexové metodě, jako je např. výpočet alternativního optimálního řešení, modifikace testu optima podle absolutního přírůstku účelové funkce, odstranění degenerace pomocí Charnesovy perturbační metody nebo Blandova pravidla apod. Pedagog může rychle a názorně předvést vliv „špatného postupu“, např. nevhodné volby klíčového sloupce nebo řádku v simplexové nebo duálně simplexové metodě na další iteraci.
4. Pedagog může pomocí systému také generovat numericky snadno řešitelné příklady na testy nebo cvičné příklady v sériích, takže každý student má svůj samostatný příklad. Oprava písemných prací je usnadněna tím, že spolu s generovanými úlohami se vytiskne na samostatném listu i jejich optimální řešení.

Jak již bylo uvedeno, systém je již používán ve výuce a je kladně hodnocen jak pedagogy tak i studenty. Na počítačových učebnách je studentům VŠE k dispozici jeho plná verze. Program LinPro.mdb byl vytvořen a odladěn v rámci grantu FRVŠ a je volně k dispozici na internetu na adrese:

<http://jana.kalcev.cz/vyuka/index.php?Akce=Predmet&Skola=1>

Použitá literatura

1. KALČEVOVÁ, Jana, LAGOVÁ, Milada. Computer Support of Courses of Linear Optimization Models. Pilsen 13.09.2006 – 15.09.2006. In: *Mathematical Methods in Economics 2006 [CD-ROM]*. Pilsen : University of West Bohemia in Pilsen, 2006, s. 333–338. ISBN 80-7043-480-5.
2. LAGOVÁ, Milada, KALČEVOVÁ, Jana. System LPro for Computer support of courses of linear optimization. Praha 08.07.2007 – 11.07.2007. In: *EURO XXII Prague*. United Kingdom : OptiRisk Systems, 2007, s. 170.

3. LAGOVÁ, Milada, JABLONSKÝ, Josef. *Lineární modely*. 1. vyd. Praha : Oeconomica, 2004. 287 s. ISBN 80-245-0816-8.
4. KOŘENÁŘ, Václav, LAGOVÁ, Milada, JABLONSKÝ, Josef, DLOUHÝ, Martin. *Optimalizační metody*. 1. vyd. Praha : Oeconomica, 2003. 187 s. ISBN 80-245-0609-2.

Kontaktní údaje

Doc. Ing. Milada Lagová, CSc.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám.W.Churchilla 4, 13000, Praha 3

Tel: 224095449

email: lagova@vse.cz

OPTIMALIZACE V MARKETINGU

OPTIMIZATION IN MARKETING

Šárka Lejnarová

Abstrakt

V tomto článku se zabývám základními možnostmi využití optimalizačních principů v marketingu velkých firem. Nastiňuji využití Markovových rozhodovacích procesů nebo teorie her. V neposlední řadě zmiňuji kombinaci data miningových technik skloubených s optimalizací a její přínosy pro velké instituce jako jsou banky nebo pojišťovny.

Klíčová slova: marketingová optimalizace, data mining.

Abstract

In this article I concern with basic possibilities of optimization principles in marketing of large enterprises. I analyze the usage of Markov decision processes or games theory. Last at all I mention the combination of the optimization and data mining technique and the benefits for huge institutions like banks or insurance companies.

Key words: marketing optimization, data mining.

1 ÚVOD

Optimalizace jako vědecká disciplína pronikla do různých vědeckých i nevědeckých oborů jako výroba, logistika a podobně. V tomto článku se zaměřuji na nástin možností využití optimalizace v marketingu zejména u velkých firem.

2 MARKOVOVY ROZHODOVACÍ PROCESY

Jedním z využití optimalizace pro marketing mohou být Markovovy rozhodovací procesy, které zkoumají stochastické dynamické systémy, které jsou typické tím, že se v konkrétním okamžiku mohou nacházet pouze v jednom z konečného počtu stavů. Markovovy procesy předpokládají, že výskyt stavu v čase $(t + 1)$ závisí pouze na výskytu stavu v čase t . Tyto modely se využívají zejména pro predikci stavu, ve kterém se systém bude nacházet, např. při určování toho, kolik zákazníků bude v příštím období ve stavu aktivní nebo ve stavu neaktivní. Jindy společnosti chtějí zjistit, kolik lidí bude mít v určitém okamžiku dluh po splatnosti 30 dní, 90 dní, ..., 360 dní. V tomto případě se klient může nacházet v těchto jednotlivých stavech: 0 dní po splatnosti, 30 dní po splatnosti atd. Matice přechodů potom definuje, s jakou pravděpodobností se klient, který je v období t ve skupině 30 dní po splatnosti, dostane do skupiny 0 dní po splatnosti v období $(t + 1)$ apod. Pokud víme, kolik lidí se nachází v daném období v jednotlivých stavech, můžeme pomocí matice přechodu spočítat, kolik lidí se bude v jiném čase nacházet v určitých stavech. Stejně tak je možné spočítat limitní vektor, ke kterému situace konverguje. Tyto výpočty umožňují společnosti předpovídat budoucí stav a podle toho vytvářet patřičné finanční zásoby.

2.1 Příklad

Snažíme se zkoumat podíly dvou společností na konkurenčním trhu a vývoj těchto podílů. V tomto případě jsou stavem systému situace, že zákazník setrvá u dané společnosti, přejde ke konkurenci nebo odejde z trhu popř. k jiným menším společnostem. Zjišťujeme, jaké budou podíly v příštím roce a jak se při nezměněných podmínkách budou vyvíjet limitně.

Zadanou máme matici přechodů R a výchozí podíly na trhu $p(0)$. Zákazník společnosti A zůstane s pravděpodobností 0,5 u společnosti A, s pravděpodobností 0,2 odejde ke společnosti B a s pravděpodobností 0,3 odejde z trhu. Obdobně máme definováno i pro ostatní případy.

Tabulka 1 - Matice přechodů R

R	A	B	Ostatní
A	0,5	0,2	0,3
B	0,1	0,7	0,2
Ostatní	0,2	0,2	0,6

Podíly v dalších obdobích získáme pomocí vzorce $\mathbf{p}^T(t+1) = \mathbf{p}^T(t)\mathbf{R}$. Limitní vektor následně $\mathbf{q}^T = \mathbf{q}^T\mathbf{R}$.

Tabulka 2 - Vektor p a limitní vektor q

	$p(0)$	$p(1)$	$p(2)$...	q
A	0,3333	0,2667	0,2433		0,2286
B	0,3333	0,3667	0,3833		0,4000
Ostatní	0,3333	0,3667	0,3733		0,3714

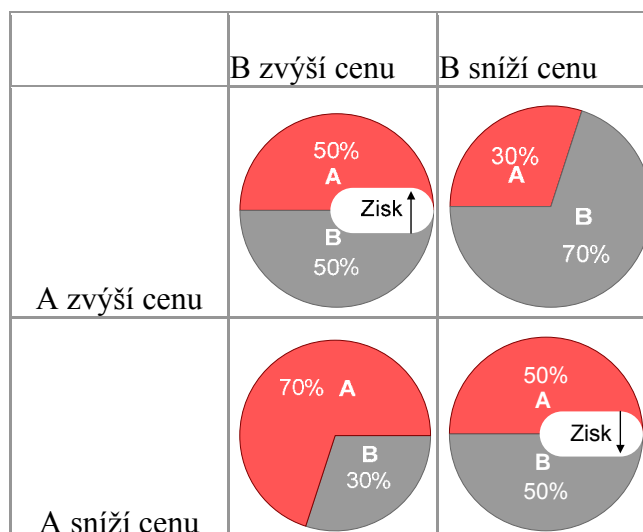
Interpretace výsledků: Pokud uvažujeme, že v tomto roce mají společnosti A, B 1/3 trhu, pak v příštím roce bude mít společnost A podíl 26 %, společnost B 36 % a ostatní 36 %. Situace na trhu konverguje k podílu 22 % pro společnost A, 40 % pro společnost B a 37 % pro ostatní společnosti.

3 TEORIE HER

V teorii her řešíme situaci, kdy není pouze jeden rozhodovatel, ale je jich několik, s tím, že každý z nich má specifické strategie chování a na tom závisí případná výhra nebo prohra. Typickou aplikací teorie her jsou volební systémy. Pokud se podíváme do reálného rozhodování firmy málokdy důležitá rozhodnutí leží pouze na bedrech jednoho člověka, většinou je rozhodnutí výsledkem kolektivního uvažování.

3.1 Příklad

Jednou z úloh teorie her je takzvané věžňovo dilema. Mějme trh, kde dvě firmy, A a B, nabízejí obdobné zboží. Na počátku má každá tržní podíl 50 %. Rozhodují se o tom, zda zvýšit, nebo snížit cenu. Předpokládáme, že jiné firmy nemají na trh přístup a že firmy A a B spolu nemohou komunikovat.



Obrázek 1 - Situace na trhu

Jak se firmy rozhodnou? Firma A uvažuje takto:

Pokud zvýším cenu a B také, podíl zůstane stejný a zvýší se zisk. Pokud ale B cenu sníží, ztratím 20 % trhu.

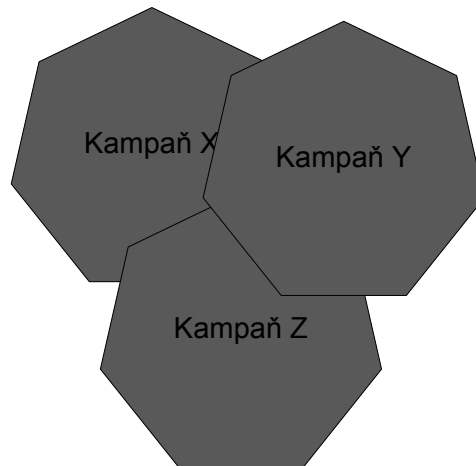
Pokud snížím cenu, ale B ne, získám 20 % trhu. Pokud i B sníží cenu, tržní podíl se nezmění, ale sníží se zisk.

Pokud se společnost A rozhoduje podle sebe, zvolí snížení ceny (nejhorší, co se jí může stát, je pokles zisku bez ztráty tržního podílu). Společnost B se rozhoduje stejným způsobem. Obě dvě společnosti tedy sníží cenu, tržní podíl se nezmění, ale u obou dojde ke snížení zisků. Optimální situací (z hlediska firem) by ale bylo zvýšit cenu, a mít tak větší zisk.

4 VYUŽITELNÉ APLIKACE OPTIMALIZACE PRO DATA MINING

Společnosti se snaží navýšit hodnotu svých zákazníků prodejem dalších produktů. Většinou jde o velké společnosti s mnoha zákazníky, s mnoha produkty a stejně tak s mnoha komunikačními kanály a marketingovými kampaněmi. Typickým příkladem může být banka, která má miliony klientů a nabízí jim různé produkty např. běžný účet, spořicí účet, pojištění investování, hypotéky a podobně. Jiným příkladem může být pojišťovna s různými typy pojištění – životní pojištění, povinné ručení, havarijní pojištění, pojištění domů a nemovitostí, pojištění odpovědnosti a podobně. Marketingová optimalizace se zabývá problémem, jak nabídnout ten pravý produkt tomu správnému klientovi pomocí vhodného komunikačního kanálu a s odpovídající nabídkou, neboli snaží se najít produkt „šitý na míru“ klientovi. Při tomto výběru je třeba respektovat mnohá omezení, jako je kapacita komunikačních kanálů, cena komunikačních kanálů, zahlcení zákazníků, očekávaná úspěšnost kampaně, strategické cíle společnosti a mnohá další (*omezení modelu*). Cílem může být maximalizace zisku, odbytu, response rate apod. (*účelová funkce*).

Pokud probíhá několik kampaní na různé produkty, je potřeba rozhodnout, jakého klienta zařadit do jaké kampaně. Může se stát, že někteří klienti budou zařazeni do více kampaní najednou, ale kvůli zahlcení není možné, aby klient obdržel všechny nabídky.



Obrázek 2 – Kampaně

Základním předpokladem pro použití marketingové optimalizace je použití data miningových metod, které určují, jaká je pravděpodobnost, že si klient pořídí konkrétní produkt. Stejně tak je potřeba znát předpokládaný průměrný zisk z prodeje produktu nabízeného konkrétní kampaní. Poté je možné definovat „cenu“ toho, že zákazník pozitivně zareaguje na danou kampaň $c_{ij} = p_{ij} \cdot h_j$, kde p_{ij} je pravděpodobnost nákupu produktu j zákazníkem i a h_j je průměrný výdělek produktu nabízeného kampaní j . Řešíme tak maximalizační úlohu typu přiřazení.

- Klienti představují index i a je jich m , kampaně index j a je jich n .
- Každý klient může patřit pouze do jedné kampaně.
- Do každé kampaně můžeme zařadit maximálně N klientů.
- Chceme maximalizovat zisk z prodeje.
- Proměnná x_{ij} může nabývat hodnot 1 v případě, že klient i je zařazen do kampaně j nebo 0 není-li tomu tak.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \text{ pro } i = 1 \dots m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq N, \text{ pro } j = 1 \dots n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \text{ pro } i = 1 \dots m, j = 1 \dots n.$$

Tento základní model se může lišit podle dalších požadavků firmy, například si firma přeje ze strategických důvodů do každé kampaně zařadit alespoň M klientů, do modelu tedy přidáme omezení

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq M, \text{ pro } i = 1 \dots m.$$

4.1 Příklad

Řešme následující úlohu: Máme v plánu oslovit 4 zákazníky pomocí kampaně A, B nebo C. Určili jsme budoucí výdělek z reakce zákazníka na danou kampaň (pole, vlevo nahoře). Chceme každého zákazníka zařadit do jedné z kampaní. Do kampaně mohou být zařazeni maximálně 2 klienti.

Tabulka 3 - Řešení (a)

Klient	Kampaň		
	A	B	C
1	10 0	40 1	30 0
2	15 0	20 0	30 1
3	10 0	50 1	40 0
4	20 0	30 0	30 1

Řešením je matice X , jejíž prvky určují zařazení klienta do kampaně (pravé dolní pole). Optimálním řešením je maximální zisk 150, do kampaní B a C zařadíme 2 klienty, do kampaně A žádného.

Pokud by se zadání příkladu změnilo tak, že do každé kampaně musí být zařazen alespoň jeden klient a není žádné vrchní omezení počtu klientů v jednotlivých kampaních, řešení by vypadalo následovně a maximální zisk nabývá hodnoty 140.

Tabulka 4 - Řešení (b)

Klient	Kampaň		
	A	B	C
1	10 0	40 1	30 0
2	15 0	20 0	30 1
3	10 0	50 1	40 0
4	20 1	30 0	30 0

5 ZÁVĚR

V tomto článku jsem naznačila možnosti využití optimalizace pro fungování marketingu zejména velkých firem. Samozřejmě to není výčet úplný ani není popsán potřebný detail. Reálné problémy jsou mnohem komplexnější, principy ale zůstávají stejné. Firmy, které se zabývají dodáváním softwarů pro statistickou analýzu a data mining se věnují i vývoji softwaru, který by umožnil provádět marketingovou optimalizaci.

Pomocí marketingové optimalizace se velké instituce snaží zvyšovat efektivitu marketingového rozpočtu. Jednotný přístup k individuálnímu zákazníkovi znamená zvýšení spokojenosti zákazníka a tím i zisku společnosti.

Použitá literatura

1. DOSTÁL M., Marketingová optimalizace, Časopis IT Systémy, [online].2006 [cit. 10.11 2008]. Dostupný na www: <http://www.systemonline.cz/business-intelligence/marketingova-optimalizace-1.htm>
2. KOŘENÁŘ V.: Stochastické procesy, Praha, 2002, VŠE, ISBN: 8024503115
3. MARKETSWITCH PAPER: True Marketing Optimization. [online]. [cit. 1.12 2008]. Dostupný na www: http://www.crmodyyssey.com/Documentation/Documentation_PDF/True_Marketing_Optimisation.pdf
4. JABLONSKÝ J.: Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování, Praha, 2007, Professional Publishing, ISBN: 9788086946443
5. PELIKÁN J.: Diskrétní modely v operačním výzkumu, Praha, 2001, Professional Publishing, ISBN: 8070791799

Kontaktní údaje

Ing. Šárka Lejnarová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel: 420 224 095 445

email: sarka.lejnarova@vse.cz

DOPYT PO PENIAZOCH

MONEY DEMAND

Martin Lopatník

Abstrakt

„Makroekonómia chápe pojmom dopyt po peniazoch, tú časť bohatstva ktorú chceme mať v rukách ako peniaze. Dopyt po peniazoch vyjadruje, že aj podniky chcú mať časť svojho bohatstva v podobe peňazí. Dopyt po peniazoch znamená motiváciu, ktorá určuje, ako chcú ľudia alokovať ich bohatstvo na nemonetárnu a monetárnu časť.“¹

J.Husár

Dopyt po peniazoch je jeden zo širších problémov a záberov makroekonomickej teórie, v nasledujúcich riadkoch si priblížime teoretické a kvantitatívne odvodenie dopytu po peniazoch na základe dvoch základných princípov motívu držby peňazí.

Kľúčové slová: špekulatívny dopyt, transakčný dopyt, preferencia likvidity

Abstract

Money demand is one from wide problem and scopes in macroeconomic theory, in following lines yourself bring near speculative and quantitative derivation of money demand on the basics from two basics keystone motive possession of money.

Keywords: speculative demand, transactions deman liquidity preference,

1 DOPYT PO PENIAZOCH

Dopyt po peniazoch vysvetľuje Keynesová teória preferencie likvidity (angl. Keynes's theory of liquidity preference). Táto teória je spojená s nasledovnými motívmi držby peňazí:

1. Špekulatívny dopyt
2. Transakčný dopyt

¹ Husár, J: Aplikovaná Makroekonómia. Bratislava: Sprint, 2003, s. 95.

1.1 Špekulatívny dopyt

Špekulatívny dopyt po peniazoch vyjadruje záujem držať viac alebo menej peňazí v závislosti od výnosovej miery. Zvýšenie úrokovej miery má za následok, že rozhodujúci sa subjekt alokuje svoje aktíva viacej do dlhopisov a menej do peňazí a naopak.

Špekulatívny dopyt $\equiv L_1(r)$

kde L_1 vyjadruje preferenciu likvidity (L – liquidity function). Úroveň špekulatívneho dopytu po peniazoch klesá s rastom úrokovej miery, prvá derivácia funkcie L_1 úrokovou mierou je záporná.

1.2 Transakčný dopyt

Transakčný dopyt je spojený s preklenovacím obdobím, medzi obdržaním dôchodku a platbami, ktoré musí obyvateľstvo realizovať.

Transakčný dopyt $\equiv L_2(Y)$

kde L_2 vyjadruje preferenciu likvidity. Úroveň transakčného dopytu po peniazoch rastie s rastom príjmu (Y), prvá derivácia funkcie L_2 národným príjmom je kladná. Spojením týchto dvoch zložiek dopytu po peniazoch dostávame dopytovú funkciu po reálnych peňažných zostatkoch (real money balances),

$$\frac{M^D}{P} = L(Y, r) \quad L_Y > 0, L_r < 0 \quad (1.2.1)$$

ktorej sklon vzhľadom na premennú (Y) je kladný a sklon vzhľadom na premennú r je záporný. M^D je nominálny dopyt po peniazoch a P je cenová hladina. Vidíme, že dopyt po peniazoch závisí od úrokovej miery a úrovne príjmu.

$$\frac{M^D}{P} = kY - hr \quad (1.2.2)$$

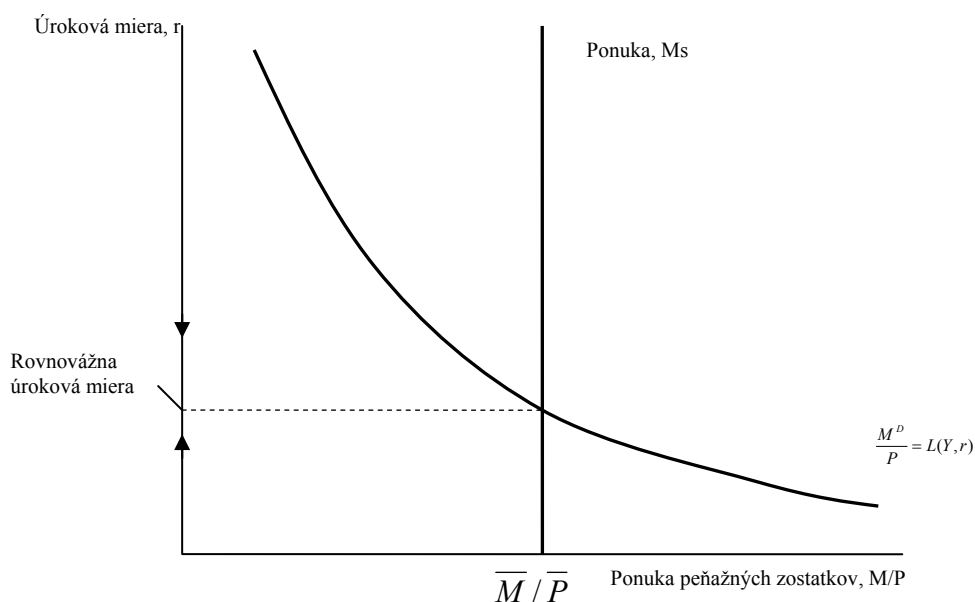
²Mlynarovič, V.: Kvantitatívna makroekonómia. Bratislava: Ekonóm, 1998, s. 62.

1.3 Keynesova teória preferencie likvidity

Keynesova teória preferencie likvidity predpokladá fixnú ponuku reálnych peňažných zostatkov.³

$$(M/P)^S = \bar{M} / \bar{P} \quad (1.2.3)$$

Ponuka peňazí je exogénne určená premenná, ktorú fixuje centrálna (ceduľová) banka hospodárstva (u nás NBS). Cenová hladina (P) je tiež exogénu premennou v tomto modeli. Tieto predpoklady implikujú, že ponuka reálnych peňažných zostatkov je fixná, a predovšetkým nezávisí od úrokovej miery. Keď zakreslíme ponuku reálnych peňažných zostatkov oproti úrokovej miere na obr. 1.1 získame vertikálnu krivku ponuky. Obr. 1.1 zobrazuje funkciu dopytu po peniazoch (vzťahy 1.2.1 a 1.2.2) odvodenú na základe Keynesovej teórie preferencie likvidity.



Obr. 1.1: Peňažný trh s preferenciou likvidity „Money Market with Liquidity Preference“

Na obr. 1.1 ponuku a dopyt po reálnych peňažných zostatkoch determinuje úroková miera. Krivka ponuky pre reálne peňažné zostatky je vertikálna pretože ponuka nezávisí od úrokovej miery, keďže je fixovaná exogénne – monetárnou politikou centrálnej banky. Dopytová

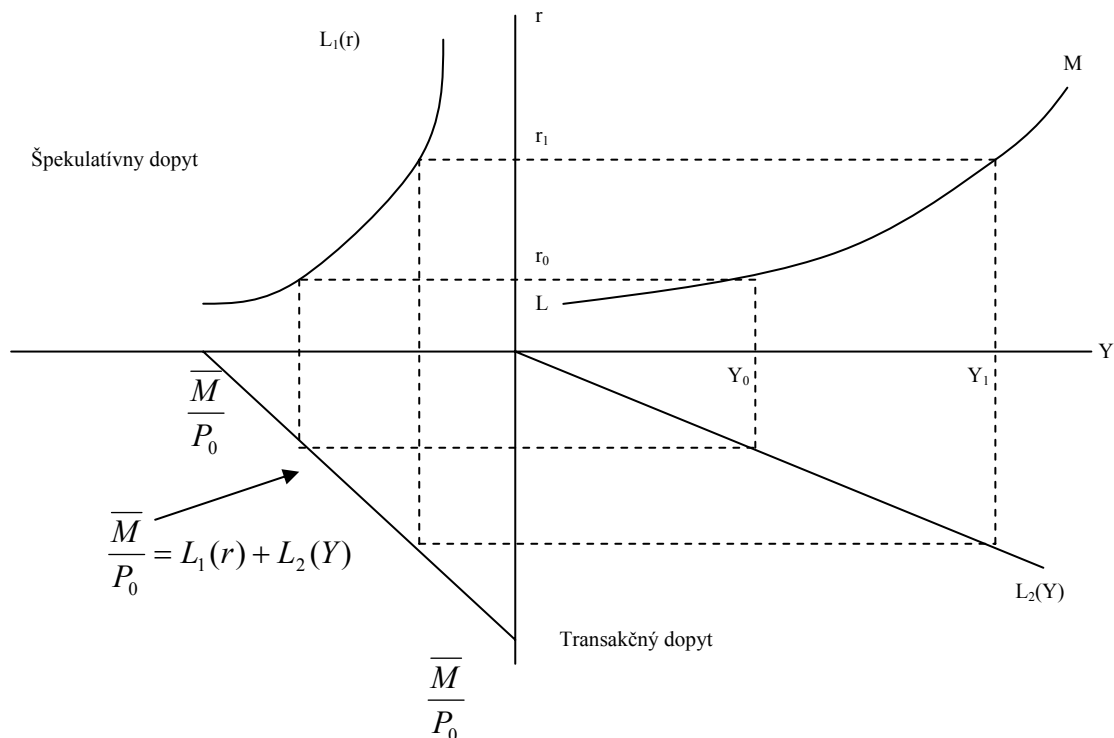
³Mankiw, G.: Macroeconomics. United states of America: Worth Publisher, 2006, s. 292.

krivka má sklon smerom dolu pretože vyššia úroková miera zvyšuje náklady na držbu peňazí a to znižuje dopytované množstvo. V bode rovnovážnej úrokovej miery, dopytové množstvo reálnych peňažných zostatkov sa rovná ponúkanému množstvu

2. GRAFICKÉ ODVODENIE LM KRIVKY

Na základe popísanej situácie v ponuke a dopyte na peňažnom trhu vytvoríme geometrickú interpretáciu spomínaných vzťahov a odvodíme si LM krivku, obr. 2.1 (angl.

Liquidity/Money)



Obr. 2.1: LM krivka- rovnováha r a Y na peňažnom trhu.⁴

Obr. 2.1 v podobe štvorkvadrantového diagramu sumarizuje hore uvedené vzťahy na peňažnom trhu. Priamka $L_2(Y)$ zobrazená vo štvrtom kvadrante popisuje transakčný dopyt ako rastúcu funkciu dôchodku. Krivka $L_1(r)$ zobrazené v druhom kvadrante popisuje špekulatívny dopyt ako funkciu úrokovej miery. Tretí kvadrant zobrazuje rovnovážnu podmienku,

⁴ Mlynarovič, V.: Kvantitatívna makroekonómia. Bratislava: Ekonóm, 1998, s. 67.

$$\frac{\bar{M}}{P} = L(Y, r) = L_1(r) + L_2(Y) \quad L_y > 0, L_r < 0 \quad (2.1.1)$$

ktorá zosúladzuje celkový dopyt a celkovú ponuku po peniazoch. Spojnica spájajúca os špekulatívneho a transakčného dopytu zvierá s každou z týchto osí uhol 45° a pretína tieto osi vo vzdialenosti zodpovedajúcej exogénne danej ponuke reálnych peňazí \bar{M}/P_0 . Každý bod tejto spojnice zodpovedajú takým úrovniám špekulačného a transakčného dopytu, ktoré sa spolu rovnajú celkovej ponuke peňazí. Pri týchto predpokladoch možno prvom kvadrante lokalizovať dvojice r a Y , pre ktoré je splnená podmienka rovnováhy peňažného trhu. LM krivka popisuje dvojice r a Y , ktoré pri danej úrovni ponuky peňazí (M_s) a pri danej cenovej hladine (P) zabezpečujú rovnováhu na peňažnom trhu.

3. ALGEBRAICKÉ ODVODENIE LM PRIAMKY

Z vyššie odvodených dopytových funkcií po peniazoch, z funkcií transakčného a špekulatívneho dopytu, si na tomto mieste odvodíme vzťah pre výpočet rovnovážneho príjmu na trhu peňazí a z neho algebraickými operáciami vyjadríme vzťah pre LM priamku. Dopytová funkcia (vzťah 3.1.1):

$$\frac{M^D}{P} = L(Y, r) \quad \rightarrow \quad L(Y, r) = kY - hr \quad (3.1.1)$$

kde (k) a (h) sú parametre väčšie ako nula. Hodnota (k) vymedzuje určuje o akú úroveň vzrastie dopyt po peniazoch ak vzrastie príjem (Y). Hodnota (h) určuje o akú úroveň klesne dopyt po peniazoch, keď dôjde k zvýšeniu úrokovej miery. Rovnováha na peňažnom trhu nastane keď sa fixná ponuka rovná dopytu po peniazoch:

$$M_s = M_d \quad (3.1.2)$$

na základe keynesiánskeho predpokladu považujeme cenovú hladinu za fixnú

$$P = \bar{P} \quad (3.1.3)$$

Rovnováhu na peňažnom trhu je teraz popísaná:

$$M_s = kY - hr \quad (3.1.4)$$

po algebraických úpravách dostávame vzťah pre výpočet rovnovážneho príjmu (Y_{LM}) na trhu peňazí:

$$Y_{LM} = \frac{M_S}{k} + \frac{h}{k}r \quad (3.1.5)$$

ďalšími algebraickými úpravami dostávame predpis pre samotnú LM priamku:

$$r = \frac{k}{h}Y - \frac{M_S}{h} \quad (3.1.6)$$

Táto rovnica LM priamky určuje úrokovú mieru, ktorá vytvára rovnováhu na trhu peňazí pre každú úroveň príjmu a reálne peňažné zostatky.

4. MONETÁRNA POLITIKA

Monetárna politika je zameraná na kontrolu množstva peňazí v obehú a úrokovej miery s cieľom ovplyvniť rozhodujúce makroekonomické veličiny. Hlavným subjektom monetárnej politiky je centrálna banka (u nás NBS), ktorej cieľom je :

- plná zamestnanosť
- stabilná cenová hladina
- udržateľný ekonomický rast
- pevná pozícia platobnej bilancie so svetom

Najdôležitejšími nepriamymi (trhovými) nástrojmi monetárnej politiky, ktorými môže centrálna banka ovplyvňovať bankové zdroje, ponuku peňazí a úrokové sadzby, sú:

- Operácie na voľnom trhu
- Prostredníctvom politiky diskontnej sadzby
- Zmena podielu povinných rezerv
- Intervencie na devízových trhoch

Ak hrozí recesia, do ekonomiky možno vtlačiť ďalšie peňažné zdroje (Centrálna banka, predáva štátne cenné papiere alebo prostredníctvom zníženia diskontnej sadzby a pod.), ktoré zvýšia ponuku peňazí a znížia úrokové sadzby. Tým sa zvýši úroveň produktu, zamestnanosti

a zlepši sa pozícia platobnej bilancie. Vtedy hovoríme o expanzívnej monetárnej politike. Expanzívna monetárna politika posúva LM krivku doprava, čo značí vyššiu úroveň dôchodku a nižšiu úroveň úrokovej miery. Zvýšenie ponuky peňazí spôsobí bezprostredne zníženie úrokovej miery, ktorej zníženie spôsobí posun LM krivky doprava (dolu).

Reštriktívna monetárna politika, tzv. politika ťažko dostupných peňazí posúva naopak LM krivku vľavo(hore).

Použitá literatúra

1. Husár, J.: Aplikovaná makroekonómia. Bratislava: Sprint, 2003
2. Husár, J. – Lukačik, M.: Aplikovaná ekonometria. Bratislava: Ekonóm, 2004
3. Mankiw, G.: Makroökonómik. Stuttgart: Schäffer-Pöschel Verlag, 2000
4. Mankiw, G.: Macroeconomics. United states of America: Worth Publisher, 2006
5. Mlynarovič, V.: Kvantitatívna makroekonómia. Bratislava: Ekonóm, 1998
6. Samuelson, P. A. – Northaus, W. D.: Economics, 17th ed. New York: Mc Graw-Hill, 2001
7. Samuelson, P. A. – Northaus, W. D.: Volkswirtschaftslehre. Landsberg am Lech: Fachverlag Redline GmbH, 2005

Kontaktné údaje

Ing. Martin Lopatník.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 198

email: lopatnik.martin@gmail.com

EKONOMICKÉ APLIKÁCIE MODELU LOGIT*

ECONOMIC APPLICATIONS OF LOGIT MODEL

Martin Lukáčik

Abstrakt

Binárne alebo multinomiálne diskkrétne pravdepodobnostné modely popisujú vzťah medzi jednou alebo viacerými charakteristikami javu a jednou alebo viacerými spojivými, či diskrétnymi vysvetľujúcimi premennými. Model logit, ktorý je najčastejšie aplikovaný v takýchto modeloch, sa využíva vo veľkom počte praktických aplikácií v širokom spektre disciplín od sociálnych a zdravotných vied až po ekonómiu a marketing. V tomto príspevku vysvetľujeme jeho podstatu, hlavné vlastnosti a možnosti jeho ekonomických aplikácií.

Príučové slová: *kvalitatívna premenná, model logit, logistická krivka, prahová hodnota*

Abstract

Binary or multinomial discrete probability models describe the relation between a single or several attributes and one or more continuous or discrete determining variables. The logit model accounts for a very large number of practical applications in a wide variety of disciplines, from the life sciences to marketing. In this paper we discuss background of logit model, its main properties, its justification and use.

Keywords: *qualitative variable, logit model, logistic curve, threshold*

1. ÚVOD

Kvalitatívne premenné vystupujú v ekonometrických modeloch buď ako vysvetľujúce premenné, pomocou ktorých modelujeme také javy ako úroveň vzdelania alebo pohlavie, ale aj ako závislé premenné, keď napríklad chceme skúmať, z akých dôvodov sa ľudia rozhodli pre stavbu domu, kúpu auta, respektíve výber poistenia. Všetky takéto javy sa zvyknú v modeli vyjadriť buď pomocou binárnych umelých premenných, ktoré nadobúdajú hodnotu jeden v prípade prítomnosti skúmaného javu a hodnotu nula v prípade jeho neprítomnosti alebo pomocou multinomiálnych premenných, kde je, viacerým obmenám javu ako sú dve, priradená jednoznačná hodnota zo stanoveného rozsahu.

Predmetom nášho záujmu v tejto práci sú modely s kvalitatívnou závislou premennou, v ktorých vysvetľujúcimi môžu byť tak kvantitatívne ako aj kvalitatívne premenné. Modely kvalitatívnej reakcie sa so vzrastajúcou dostupnosťou údajov získaných z rôznych prieskumov, ankiet a pravidelných sčítaní, ale aj vďaka rýchlemu vývoju výpočtovej techniky stali základom výskumu vo všetkých sociálnych vedách, ekonómiu nevynímajúc. V rámci ekonomických vied sú najviac spojené s marketingom, ale uplatnenie majú najmä v jej oblastiach zaoberajúcich sa individuálnymi prierezovými údajmi – mikroekonometriou [1].

Priama aplikácia metódy najmenších štvorcov ako najpoužívanejšej metódy odhadu v tomto prípade vedie k ignorovaniu diskrétnosti závislej premennej a znamená neohraničenie

* Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/4652/07 – Analýza aktuálnych problémov vývoja slovenskej ekonomiky pred vstupom do Európskej menovej únie – ekonometrický prístup.

predikovaných pravdepodobností, ktoré sú výsledkom odhadu strednej hodnoty kvalitatívnej závislej premennej, v požadovanom intervale od nula po jeden. Preto sa v tomto prípade nevyužíva lineárny model, ale sa preferuje pravdepodobnostný model využívajúci logistickú distribučnú funkciu – model logit. Kvôli nelineárnosti sa pre jeho odhad parametrov odporúča metóda maximálnej vierohodnosti.

2. MODEL LOGIT A JEHO VLASTNOSTI

Klasický lineárny model s kvalitatívnou závislou premennou s dvomi obmenami môžeme zapísať v tvare:

$$d_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + u_i,$$

kde závislá premenná D nadobúda hodnotu 1, ak je skúmaný jav prítomný, a hodnotu 0, ak jav prítomný nie je. Vysvetľujúce premenné môžu byť kvalitatívne alebo kvantitatívne.

Takýto model nazývame lineárny pravdepodobnostný model, lebo stredná hodnota závislej premennej $E(D | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$ vyjadruje podmienenú pravdepodobnosť $P(d_i = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$, že skúmaný jav je prítomný pri daných hodnotách vysvetľujúcich premenných.

Túto interpretáciu môžeme jednoducho vysvetliť, lebo platí:

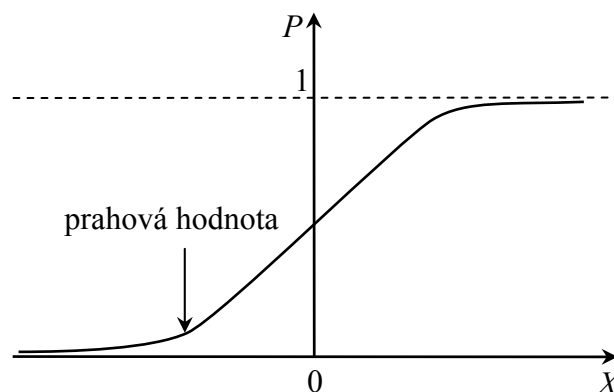
$$E(d_i | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

a ak $P = P(d_i = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$ je pravdepodobnosť, že skúmaný jav je prítomný pri hodnote x_{ij} a $1 - P = P(d_i = 0 | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})$ je opačná pravdepodobnosť, že skúmaný jav nie je prítomný pri hodnote x_{ij} , tak z definície strednej hodnoty Bernoulliho rozdelenia vidíme, že:

$$E(d_i) = 1(P) + 0(1 - P) = P \text{ a potom aj } E(d_i | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} = P.$$

Lineárny pravdepodobnostný model nielenže neohraničuje pravdepodobností v požadovanom intervale od nula po jeden, ale lineárnosť znamená, že zmena pravdepodobnosti pri jednotkovej zmene vysvetľujúcej premennej je konštantná a nemenná, čo je vo väčšine prípadov nelogické. Preto sa ako vhodnejší typ závislosti javí S-krivka – obrázok 1.

Obrázok 1: Očakávaná závislosť pravdepodobnosti od vysvetľujúcej premennej



Výhodou takejto S-krivky oproti bežnej lineárnej funkcii je, že funkčné hodnoty sú iba z intervalu od nula po jeden. Druhou často preferovanou vlastnosťou je existencia prahovej hodnoty. Typický priebeh je charakteristický najskôr veľmi pomalým rastom nasledovaným od prahovej hodnoty prudkým nárastom až po opätovné pomalé približovanie sa jednotke.

Takýto typ závislosti, ktorý reprezentuje S-krivka, je typický pre distribučné funkcie náhodnej premennej. Každá náhodná premenná má svoju distribučnú funkciu, ale pre pravdepodobnostné modely sa z množstva rozdelení náhodných premenných preferuje práve logistická distribučná funkcia, ktorá je využívaná v modeli logit:

$$P = P(d_i = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) = \frac{1}{1 + e^{-(x_i^T \beta)}}.$$

Z vlastností funkcie e^x vyplýva, že ak sa pravdepodobnosť nastania javu, ktorá sa skúma, rovná predchádzajúcemu vzťahu, tak pre opačnú pravdepodobnosť (že jav nenastane) platí:

$$1 - P = P(d_i = 0 | x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) = \frac{1}{1 + e^{(x_i^T \beta)}}.$$

Podiel pravdepodobnosti nastania a nenastania javu nazývame pravdepodobnostný pomer:

$$\frac{P}{1 - P} = \frac{1 + e^{(x_i^T \beta)}}{1 + e^{-(x_i^T \beta)}} = e^{(x_i^T \beta)},$$

ktorého zlogaritmovaním dostaneme:

$$\ln \left(\frac{P}{1 - P} \right) = \ln e^{(x_i^T \beta)} = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta},$$

v ktorom sú už parametre lineárne. Logaritmus pravdepodobnostného pomeru sa nazýva logit.

3. ODHAD PARAMETROV MODELU LOGIT

Nelineárny model logit sa dá linearizovať naznačeným postupom, kde po zlogaritmovaní pravdepodobnostného pomeru získavame lineárne parametre, na ktoré môžeme použiť estimátor najmenších štvorcov (respektíve jeho zovšeobecnenú verziu). Pri tomto postupe však nesmieme zabudnúť na jednu dôležitú skutočnosť, a to, že aby sme mohli určiť logaritmus pravdepodobnostného pomeru, musíme pravdepodobnosť získať pomocou relatívnych početností. Ak by sme chceli použiť priame údaje (skúmaný jav je prítomný, alebo nie je prítomný), tak logaritmus podielu 1/0 alebo 0/1 nie je definovaný. Vtedy je na odhad parametrov odporúčaný estimátor maximálnej vierohodnosti.

Funkcia vierohodnosti reprezentuje funkciu združeného rozdelenia pravdepodobnosti výberu, pričom je chápaná ako funkcia hodnôt parametrov pri fixovaných hodnotách výberu. Pre prípad modelu logit je funkcia vierohodnosti tvorená súčinom združenej pravdepodobnosti prípadov nastania skúmaného javu a združenej pravdepodobnosti prípadov jeho nenastania:

$$L = \prod_{l=1}^m P \prod_{l=m+1}^n (1 - P) = \frac{\prod_{l=1}^n e^{(x_l^T \beta)}}{\prod_{l=1}^n (1 + e^{(x_l^T \beta)})}.$$

Maximalizáciou logaritmu tejto funkcie vzhľadom na parametre môžeme získať vzťahy pre odhad parametrov. Pre testovanie hypotéz a celkové závery realizované pomocou štatistickej indukcie je potom nevyhnutné využiť niektorý zo známych asymptotických testov, obvykle pomer vierohodnosti respektíve Waldov test. Jedinou podmienkou pre získanie konzistentného odhadu parametrov metódou maximálnej vierohodnosti je správne použité rozdelenie pravdepodobnosti.

4. EKONOMICKÉ APLIKÁCIE MODELU LOGIT

Cramer (2003) rozdeľuje aplikácie modelu logit na tri základné skupiny:

- aplikácie, kde primárnym cieľom je určiť závislosť medzi javom a jeho determinantmi – slúžia na overovanie akademických hypotéz.

Ako príklad uvádza Cramer analýzu pre riešenie problému verejnej politiky, či sú alebo nie sú osoby s nepriaznivým rizikovým profilom naklonené otázke dodatočného zdravotného poistenia. Inou aplikáciou modelu logit je identifikácia bodov zvratu v hospodárskych cykloch alebo analýza konkurencieschopnosti hospodárstva.

- aplikácie, kde odhady pravdepodobností slúžia na identifikáciu a segmentáciu rôznych skupín.

Klasickým príkladom z oblasti marketingu je segmentácia potenciálnych zákazníkov, ktorí sa zaujímajú o určitý produkt. Inými príkladmi spadajúcimi do tejto skupiny sú identifikácia potenciálnych žiadateľov o úver, ktorí ho nebudú schopní v budúcnosti splácať alebo odhalenie firiem, ktoré sú na ceste ku konkurzu. Významnú úlohu tu zohráva práve určenie rozhodujúcej hodnoty, ktorá oddelí rôzne skupiny. Ak má výber aj následky pre skúmanú entitu, tak ide zároveň o podporu rozhodovania.

- aplikácie, kde najdôležitejšou úlohou je predikcia.

Predikcia konkrétnej pravdepodobnostnej hodnoty nemá veľký zmysel, pretože dôležitá je skutočnosť nastania alebo nenastania javu, teda z hľadiska pravdepodobnosti odpoveď 0 a 1. Najčastejším a najjednoduchším pravidlom transformácie je porovnanie s hodnotou 0,5. Menšie pravdepodobnosti ako 0,5 znamenajú predikciu nenastania javu a väčšie hodnoty ako 0,5 predikciu, že skúmaný jav nastane.

Rozhodovanie rôznych subjektov je možné skúmať práve pomocou modelov s kvalitatívnou závislou premennou. Sem môžeme zaradiť analýzy rozhodnutí jednotlivca o:

- výbere úrovne vzdelania – bude mať vysokoškolské vzdelanie alebo nie,
- rozhodnutí pracovať – zamestná sa alebo nie,
- voľbe poistenia – poistí sa alebo nie,
- politickom rozhodnutí – pôjde voliť alebo nie.

Analýzy skupín jednotlivcov (rodín), kde sa dajú skúmať:

- investičné rozhodnutia – budú vlastniť dom alebo nie,
- rozhodnutia o vlastníctve tovarov dlhodobej spotreby – budú používať auto alebo nie,
- schopnosti mobility – majú ochotu sťahovať sa alebo nie.

Aj pri rozhodovaní v rámci firiem majú tieto modely široké použitie:

- pri voľbe štruktúry – mať vlastné personálne oddelenie, alebo využiť agentúry,
- pri rozhodovaní o budúcom vývoji – mať vlastné oddelenie vedy a výskumu, alebo kupovať licencie a know-how od iných firiem, atď.

Nakoniec aj rozhodovanie o konkrétnom opatrení na úrovni vlády môže byť podopreté realizovaným výskumom verejnej mienky, ktorý je zdrojom informácie pre získanie relatívnej početnosti súhlasiacich alebo odporúčajúcich osôb s daným riešením, a tým predvídať úspešnosť alebo neúspešnosť daného rozhodnutia.

5. ZÁVER

Ekonometrické modelovanie prevažne mikroekonomických problémov, ale aj niektorých makroekonomických aspektov sa nezaobíde bez modelov s kvalitatívnou závislou premennou, a tým ani bez modelu logit. Vzhľadom na vlastnosti logistickej krivky je tento model predurčený na mnohostranné využitie pri skúmaní širokého spektra problémov, kde kľúčovou otázkou je analýza pravdepodobnosti nastania nejakého javu. Doplnenie štandardnej analýzy kvantitatívnych údajov o analýzu modelov s kvalitatívnymi závislými premennými môže vysvetliť mnohé neočakávané závery, ktoré prinášajú klasické modely v ekonomických analýzach.

Použitá literatúra

1. CAMERON, C. – TRIVEDI, P. K.: *Microeconometrics. Methods and Applications*. Cambridge University Press 2005.
2. CRAMER, J. S.: *Logit Models from Economics and Other Fields*. Cambridge University Press 2003.
3. GREENE, W. H.: *Econometric Analysis*. 4th ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2003.
4. GUJARATI, D. N.: *Basic Econometrics*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2004.
5. HANČLOVÁ, J. – TVRDÝ, L. a kol.: Classification of the regions. Studies and Analyse of the Macro and Microeconomic System's Structures and Behaviour Using the Economic-Mathematical Methods. Ostrava: VŠB-Technical University of Ostrava 2004, s. 165-217.
6. HUSÁR, J. – SZOMOLÁNYI, K.: Strategické skúmanie vplyvu cien na ekonomickú pozíciu odvetvia. In: *Ekonomické rozhľady*, Bratislava: Ekonomická univerzita, roč. 35, č. 4, 2006, s. 417-427.
7. LUKÁČIKOVÁ, A. – LUKÁČIK, M.: *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: Vyd. Ekonóm 2008.
8. NEVIMA, J.: Analýza konkurenceschopnosti prostredníctvom ekonometrických modelů. In AIESA. Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky, 2007.
9. SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIKOVÁ, A.: Modelovanie príspevkov do fondu dôchodkového zabezpečenia. In: *Participácia doktorandov na vedeckovýskumnej činnosti: IV. medzinárodná vedecká konferencia doktorandov*, Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky EU, 2004, s. 365-369.

Kontaktné údaje

Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 822

email: lukacik@euba.sk

POUŽITIE VIACKRITERIÁLNEHO ROZHODOVANIA

MULTIPLE CRITERIA DECISION MAKING IN PRACTICE

Nora Mikušová, Iveta Kufelová

Abstrakt

Pojem viackriteriálneho rozhodovania znie pre ľudí, ktorí ho predtým nepočuli veľmi zložito. Pritom „viackriteriálne“ sa rozhodujú takmer na každom kroku. V potravinách porovnávajú cenu, kvalitu, výživnú hodnotu potravín. V predkladanom príspevku uvažujeme nad kúpou „malého“ auta určeného do mesta s cenou do 350 000,- Sk. Pri výbere zohľadňujeme viacero kritérií z oblasti bezpečnosti, komfortu a ostatných kritérií.

***Kľúčové slová:** Viackriteriálne rozhodovanie, Promethe I, II, Výber automobilu*

Abstract

For people, who do not hear about multiple criteria decision making, could it seem very difficult. But we meet multiple decisions each day. In the shop, when we compare quality, price... In presented paper we think about buying „small city“ car with price till 350 000,- Sk.

***Keywords:** Multiple criteria decision making, Promethe I, II, Car choosing*

1 VÝBER ROZHODOVACÍCH KRITÉRIÍ

Pri nami uvažovanom viackriteriálnom rozhodovaní uvažujeme nad kúpou auta do mesta. To znamená malé auto spĺňajúce všetky bezpečnostné kritériá s cenou do 350 000,- Sk, ktorého súčasťou výbavy je posilovač riadenia.

Z viacerých typov áut, ktoré sú na trhu sme pre analýzu vybrali nasledovné typy „malých“ áut: Fiat Panda, Citroen C2, Hyundai Atos, Chevrolet Spark a Kia Picanto.

Keďže všetky tieto autá pochádzajú od rôznych výrobcov, je samozrejmé že výrobcovia udávajú informácie pre kupujúceho v takom stave, aby sa ťažko porovnávali s konkurenčnou značkou. Aj napriek tejto snahe výrobcov sa nám podarilo nájsť niektoré kritériá (výbavu áut), ktoré uvádzajú všetci výrobcovia. Určité časti výbavy sú samozrejme k dispozícii kupujúcemu za príplatok, čo musíme tiež zohľadniť v našich ďalších výpočtoch. Výbavu za príplatok sme brali do úvahy, iba pri nami vybratých kritériách.

Pre uvedené modely áut sme vybrali 14 kritérií, podľa ktorých budeme jednotlivé autá porovnávať. Rozdelíme tieto kritériá do troch skupín: Bezpečnosť, komfort a ostatné. Pre tieto tri kategórie môžeme potom riešiť separované úlohy komplexného vyhodnocovania alternatív. Zoradíme si modely áut (alternatívy), kritériá a typy ich extremalizácie do tabuľky (Tabuľka č. 1).

Tabuľka č. 1

Variant	Fiat Panda	Citroen C2	Hyundai Atos	Chevrolet Spark	Kia Picanto	extremalizácia
Kritérium						
Bezpečosť						
- Airbag 1*	1	1	1	1	1	max
- Airbag 2	10 900,- Sk (0,891)	1	1	1	1	max
- Airbag 3	10 900,- Sk (0,891)	0	0	0	0	max
-Imobilizér*	1	1	1	1	1	max
- ABS	1	0	0	0	1	max
- Hmlovsky	5 000,- Sk (0,995)	0	0	0	1	max
Komfort						
- Operadlo*	1	1	1	1	1	max
- Volant	1	1	0	0	1	max
- Rádio*	1	1	1	1	1	max
- Centrál*	1	1	1	1	1	max
Ostatné						
- Spotreba (l/100Km)	5,7	6,2	5,9	5,2	4,9	min
- Nádrž (l)	35	41	35	35	35	max
- Cena (tis. Sk)	399,9	314,9	289,9	223,9	319,7	min
- Obsah motora	1,2	1,1	1,1	0,8	1,0	max

kde:

- Airbag: Airbag 1 - airbag vodiča
 Airbag 2 – airbag spolujazdca
 Airbag 3 – bočné airbagy
- Hmlovsky: Predné svetlá do hmlы
- Operadlo: Výškovo nastaviteľné sedadlo vodiča
- Volant: Výškovo nastaviteľný volant
- Rádio: Predpríprava na rádio + minimálne dva reproduktory
- Centrál: Mechanické centrálnе uzamykanie

V kategóriách bezpečosť a komfort číslo 1 znamená, že nami zvolené kritérium je súčasťou výbavy auta bez príplatku a číslo 0, že kritérium nie je štandardne vo výbave a nie je možné si ho ani obstarat' za príplatok. Z vybratých automobilov nám ponúka výbavu za príplatok iba Fiat Panda. Prvé číslo v tabuľke znamená o koľko korún sa navýši výsledná cena auta, ak by sme si zvolili výbavu za príplatok. V tomto prípade ale musíme nájsť vhodný mechanizmus aby sme tieto koruny vedeli vyjadriť v desatinných číslach, pričom musíme dodržať pravidlo, že čím je príplatok nižší, tým bude desatinné číslo bližšie k 1 (t.j. že je súčasťou výbavy). Ako najjednoduchší sa zdá byť nasledovný prepočet: $1 - \frac{\text{príplatok}}{10000}$. Toto číslo je uvedené

v Tabuľke č. 1 v zátvorke za cenou výbavy za príplatok.

* Kritériá označené touto značkou majú všetky typy áut vo výbave bez príplatku, preto s nimi nemusíme v ďalších výpočtoch uvažovať

2 VÝBER ROZHODOVACEJ METÓDY

Máme vybrané typy áut, kritériá, podľa ktorých ich chceme porovnávať a tiež typ ich extremalizácie. Už nám iba stačí vybrať správnu metódu pre komplexné vyhodnocovanie alternatív.

Stanovme kritériá pre výber metódy. Nech je to metóda na úplné zoradenie preferencií v ktorej chceme čo najviac vylúčiť individuálne preferencie „kupujúceho“. Týmto podmienkam vyhovuje metóda PROMETHE I, II s Gaussovou funkciou viackritériálnej preferencie v tvare:

$H_i(d_i) = 1 - e^{-\frac{d_i^2}{2\sigma^2}}$, ktorej jediným parametrom je štandardná odchýlka, ktorú vieme jednoducho vypočítať.

Pre nami zvolené údaje vieme vypočítať úlohu komplexného vyhodnocovania alternatív pre bezpečnosť, komfort, ostatné vlastnosti a tiež úlohu, ktorá zohľadňuje všetky tieto kritériá naraz.

2.1 Bezpečnosť

Po vyradení kritérií ktoré sú súčasťou výbavy všetkých áut nám v skupine Bezpečnosť ostali 4 kritériá (Airbag 2,3, ABS a Hmlvky). Pre tieto kritériá niektoré alternatívy dominujú tým ostatným. Panda a Picanto dominujú všetky ostatné typy áut, a preto stačí, ak budeme pre riešiť úlohu viackritériálneho rozhodovania iba pre tieto dva typy áut. Indexy viackritériálnej preferencie spolu s hodnotami zodpovedajúcich tokov na zoradenie alternatív podľa PROMETHE I, II sú uvedené v tabuľke č. 2.

Tabuľka č. 2

	Panda	Picanto	ϕ^+	ϕ
Panda	0	0,25000	0,25000	-0,00306
Picanto	0,25306	0	0,25306	0,00306
ϕ^-	0,25306	0,25000		

Zoradenie podľa PROMETHE I:

Preferencie: existuje 1 dvojica alternatív, medzi ktorými vieme uviesť vzťah preferencie Picanto **P** Panda

Indiferencia a neporovnateľnosť: neexistuje žiadna dvojica alternatív, medzi ktorými môžeme uviesť vzťah indiferencie alebo neporovnateľnosti.

Zoradenie podľa PROMETHE II:

Poradie	Typ
1	Picanto
2	Panda
3-5	Atos C2 Spark

2.2 Komfort

Po vyradení kritérií ktoré sú súčasťou výbavy všetkých áut nám v skupine Komfort ostalo 1 kritérium (Volant) podľa ktorého chceme zistiť zoradenie preferencií. Tým, že nám ostalo iba jedno kritérium, zredukoval sa nám problém viackritériálneho rozhodovania, na problém jednokritériálneho rozhodovania. Podľa tohto kritéria vieme bez väčších problémov určiť poradie áut:

Zoradenie

Poradie	Typ
1-3	Panda C2 Picanto
4-5	Atos Spark

2.3 Ostatné

Pre túto kategóriu nemáme žiadne kritérium, ktoré by sme mohli vynechať a ani žiadna alternatíva nie je preferovaná ostatnými alternatívami. Úlohu viackritériálneho rozhodovania budeme preto riešiť pre všetky štyri nami uvedené kritériá. Indexy viackritériálnej preferencie spolu s hodnotami zodpovedajúcich tokov na zoradenie alternatív podľa PROMETHE I, II sú uvedené v tabuľke č. 3.

Tabuľka č. 3

	Panda	C2	Atos	Spark	Picanto	ϕ^+	ϕ
Panda	0	0,13964	0,06626	0,24228	0,14522	0,14835	-0,16772
C2	0,25222	0	0,00222	0,21688	0,25059	0,18048	-0,10056
Atos	0,25000	0,28749	0	0,21466	0,29885	0,26275	0,09422
Spark	0,34079	0,45888	0,39677	0	0,25000	0,36161	0,14748
Picanto	0,42125	0,23817	0,20888	0,18270	0	0,26275	0,02659
ϕ^-	0,31607	0,28104	0,16853	0,21413	0,23616		

Zoradenie podľa PROMETHE I:

Preferencie: existuje 8 dvojíc, medzi ktorými vieme uviesť vzťah preferencie

Atos **P** C2 a Pandu

C2 **P** Pandu

Picanto **P** Pandu a C2

Spark **P** Pandu, C2 a Picanto

Indiferencia a neporovnateľnosť: neexistuje žiadna dvojica alternatív, medzi ktorými by sme mohli uviesť vzťah indiferencie alebo neporovnateľnosti.

Zoradenie podľa PROMETHE II:

Poradie	Typ
1	Spark
2	Atos
3	Picanto
4	C2
5	Panda

2.4 Celkové

V tejto úlohe použijeme kritériá, ktoré sme použili v predchádzajúcich troch úlohách a zoradíme autá podľa všetkých nami zvolených kritérií. Indexy viackriteriálnej preferencie spolu s hodnotami zodpovedajúcich tokov na zoradenie alternatív podľa PROMETHE I, II sú uvedené v tabuľke č. 4.

Tabuľka č. 4

	Panda	C2	Atos	Spark	Picanto	ϕ^+	ϕ
Panda	0	0,34262	0,40013	0,47836	0,16653	0,34691	0,10435
C2	0,21409	0	0,09111	0,18652	0,11137	0,15077	-0,08972
Atos	0,21310	0,12777	0	0,09541	0,13282	0,14227	-0,11581
Spark	0,25345	0,20395	0,17634	0	0,11111	0,18621	-0,09214
Picanto	0,28961	0,28764	0,36475	0,35311	0	0,32378	0,19332
ϕ^-	0,24256	0,24049	0,25808	0,278311	0,13046		

Zoradenie podľa PROMETHE I:

Preferencie: existuje 6 dvojíc, medzi ktorými vieme uviesť vzťah preferencie

C2 **P** Atos

Panda **P** Spark a Picanto

Picanto **P** C2, Atos a Spark

Indiferencia: neexistuje žiadna dvojica alternatív, medzi ktorými by sme mohli uviesť vzťah indiferencie.

Neporovnateľnosť: existujú štyri dvojice alternatív medzi ktorými môžeme uviesť vzťah neporovnateľnosti

Atos **N** Spark

Panda **N** C2 a Picanto

C2 **N** Spark

Zoradenie podľa PROMETHE II:

Poradie	Typ
1	Picanto
2	Panda
3	C2
4	Spark
5	Atos

3 ZÁVER

Riešili sme štyri úlohy pre komplexné vyhodnocovanie alternatív, pričom v každej z nich sme získali rozdielne poradie alternatív podľa toho, ktoré kritériá sme brali do úvahy. Je iba na rozhodovateľovi, ktorý výsledok si vyberie a čomu prikladá väčšiu váhu. Či je preňho dôležitá bezpečnosť, komfort alebo ostatné vlastnosti vozidiel. Keď sa rozhodovateľ nie je schopný rozhodnúť podľa uvedených úloh, môže stanoviť rôznym kritériám rôzne váhy, podľa toho, ktoré kritérium je preňho dôležité, prípadne pridať nejaké iné, ktoré sme v tejto úlohe vynechali. Konečné rozhodnutie nemôže za nás urobiť žiadna metóda či program, to ostáva na rozhodovateľovi.¹

Použitá literatúra

1. MLYNAROVIČ, M. 1998. Modely a metódy viackritériálneho rozhodovania, Bratislava, vydavateľstvo EKONÓM
2. www.kia.sk
3. www.citroen.sk
4. www.chevrolet.sk
5. www.hiundai.sk
- 6.

Kontaktné údaje

Ing. Nora Mikušová, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového hospodárstva

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 613

email: nora.mikusova@euba.sk

Ing. Iveta Kufelová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového hospodárstva

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 613

email: kufelova@euba.sk

¹ Uvedený príspevok vznikol ako súčasť riešenia grantovej úlohy VEGA č. 203, zodpovedný riešiteľ Doc. Strieška.

METODOLÓGIA OPTIMALIZÁCIE INVESTIČNEJ STRATÉGIE DÔCHODKOVÉHO FONDU

Mlynarovič Vladimír, Tuš Branislav

Abstrakt: Článok prezentuje metodológiu optimalizácie investičnej stratégie dôchodkového fondu na báze krátkodobých historických údajov o vývoji dôchodkovej jednotky trhovej konkurencie a dlhodobých historických údajov o vybraných sektorových a regionálnych indexoch, dlhopisoch a nástrojoch peňažného trhu. Metodológia v prvej etape aplikuje replikačné procedúry na konštrukciu krátkodobého benchmarku priemernej dôchodkovej jednotky a v druhej etape sa rovnaké procedúry aplikujú na optimalizáciu investičnej stratégie, ktorá z dlhodobého historického hľadiska „poráža“ benchmark prostredníctvom sústavy individuálne optimalizovaných stratégií v rámci stanoveného rizikového rozpočtu.

Kľúčové slová: benchmark, replikácia, CVaR, dolná semi absolútna odchýlka

1. Úvod

Jednou z otvorených otázok konštrukcie investičnej stratégie dôchodkového fondu je otázka jeho benchmarku, ktorý nie je jednoznačne definovaný. Z platnej legislatívy v podmienkach SR však pre dôchodkový fond vyplýva, že jeho dôchodková jednotka sa na určitej časovej báze nesmie, bez finančného postihu správcovskej spoločnosti, odchyľovať smerom nadol o stanovenú hodnotu od dôchodkovej jednotky trhovej konkurencie, ktorá je vypočítaná ako jednoduchý priemer dôchodkových jednotiek všetkých fondov daného typu. Informácie, ktoré zverejňujú správcovské spoločnosti vo forme mesačných správ však neobsahujú úplné informácie o štruktúre ich investičných portfólií a teda nepostačujú na priamu konštrukciu takého benchmarku, ktorý by zodpovedal priemernej dôchodkovej jednotke. Preto navrhovaná metodika využíva historické údaje o vývoji reprezentatívneho súboru regionálnych a sektorových indexov, dlhopisov a nástrojov peňažného trhu na konštrukciu takého benchmarku, ktorý čo možno najlepšie kopíruje vývoj priemernej dôchodkovej jednotky v relatívne krátkom historickom období, napríklad posledných 100 dní. Výber takéhoto krátkočasového obdobia sleduje zámer čo možno najpresnejšie zachytiť najaktuálnejšie zmeny vo vývoji trhovej konkurencie.

Z formálneho hľadiska sa pri konštrukcii benchmarku využívajú replikačné procedúry, ktoré minimalizujú odchýlky vo vývoji priemernej dôchodkovej jednotky a výsledného benchmarku prostredníctvom aplikácie takých mier rizika ako rozptyl, podmienená hodnota v riziku (CVaR) pri hladine spoľahlivosti 95% a dolná semi absolútna odchýlka. Rovnaké replikačné procedúry sa využívajú aj pri konštrukcii investičnej stratégie dôchodkového fondu, ktorá má za cieľ v rámci stanoveného rizikového rozpočtu porážať benchmark z

hľadiská výnosov. Prostriedkom je kombinácia benchmarku s individuálnymi stratégiami, ktoré sú priebežne optimalizované na báze aplikácií momentových prístupov a fundamentálnej analýzy v spojení Makowitzovou optimalizáciou (Markowitz, 1952) a optimalizáciou na báze Omega funkcie (Keating - Shadwick 2002).

2. Matematické základy

V posledných rokoch možno pozorovať radikálne zmeny v investičnom prostredí. Existujú rôzne finančné inštrumenty s nesymetrickým rozdelením výnosov, také ako opcie a obligácie. Okrem toho, nedávne štatistické štúdie zistili, že nie všetky obyčajne akcie majú normálne rozdelenie výnosov. Dôsledkom je skutočnosť, že sa nemožno absolútne spoľahnúť na klasickú mieru rizika - rozptyl.

V minulosti bolo navrhnutých niekoľko rôznych mier rizika odlišných od rozptylu, medzi ktoré patrí aj dolná *semi-absolútna odchýlka*. Existujú tiež modely, ktoré explicitne skúmajú *šikmosť* rozdelenia výnosov. Medzi relatívne nové miery *dolného rizika* patrí aj *Value at Risk*, ktorá je veľmi široko využívaná na meranie trhového rizika. Táto miera rizika je veľmi populárna v konzervatívnej praxi, pretože pravdepodobnosť veľkej straty oveľa väčšej ako, povedzme, $Var_{0,99}$ je veľmi nízka, ak majú výnosy portfólia normálne rozdelenie. Avšak pri súčasnom stave metodológie nelineárneho programovania nie je možné nájsť portfólio s najmenšou *VaR*. Preto sa stále viac atraktívnou mierou rizika stáva *CVaR* (*podmienená hodnota v riziku* alebo *očakávaná strata*), a to vzhľadom na jej teoretické a výpočtové vlastnosti. Je totiž možné nájsť portfólio \mathbf{w} maximalizujúce *CVaR*, ktoré je dobrou aproximáciou portfólia združeného s minimálnou *VaR*.

2.1 Miery dolného parciálneho rizika

V tejto časti sformulujeme dve miery dolného parciálneho rizika (Konno-Waki –Yuuki, 2002), ktoré potom aplikujeme pri konštrukcii replikačných procedúr, a zhrnieme ich dôležité vlastnosti.

Nech $S_j, j = 1, 2, \dots, n$ je množina uvažovaných aktív a nech R_j je miera výnosu aktíva S_j . Nech w_j je podiel fondu alokovaný do aktíva S_j . Mieru výnosu $R(\mathbf{w})$ portfólia \mathbf{w} možno vyjadriť v tvare

$$R(\mathbf{w}) = \sum_{j=1}^n R_j w_j$$

očakávaný výnos portfólia je rovný

$$E(\mathbf{w}) = \sum_{j=1}^n E_j w_j$$

kde E_j je očakávaný výnos aktíva S_j

Dolná semi – absolútna odchýlka

Dolná semi – absolútna odchýlka (*LSAD*) je definovaná v tvare

$$W_-(\mathbf{w}) = E \left[\left| R(\mathbf{w}) - E(\mathbf{w}) \right|_- \right]$$

kde $u. = \max(0, -u)$. čo je, konvexná funkcia \mathbf{w} , a väčšina portfólií na efektívnej hranici generovanej v priestore stredná hodnota – dolná semi-absolútna odchýlka, t.j. modelom $M - LSSD$, je konzistentná s princípom maximalizácie očakávanej užitočnosti.

Podmienená hodnota v riziku (CVaR)

Nech $L(\mathbf{w}) (= -R(\mathbf{w}))$ je strata spojená s portfóliom \mathbf{w} . Potom *Value at Risk*, $VaR_\beta(\mathbf{w})$, $0 < \beta < 1$, je definovaná ako také najmenšie číslo $\alpha_{\beta, \mathbf{w}}$ pre ktoré

$$P_r \{L(\mathbf{w}) \geq \alpha_\beta\} = 1 - \beta$$

Ak $R(\mathbf{w})$ má normálne rozdelenie, potom sa zriedka stretávame so stratou prevyšujúcou $VaR_\beta(\mathbf{w})$, pre β nad 0.95. Nanešťastie, toto neplatí ak je rozdelenie výnosov zošikmené. Okrem toho, $VaR_\beta(\mathbf{w})$ nie je konvexnou funkciou \mathbf{w} , preto len veľmi ťažko možno minimalizovať $VaR_\beta(\mathbf{w})$ na množine prípustných portfólií. VaR preto nie je adekvátnou mierou rizika pre optimalizáciu portfólia.

Podmienená hodnota v riziku (CVaR), ktorá sa niekedy nazýva *očakávaná strata*, je alternatívnou mierou rizika, ktorá si uchováva výhody VaR a zároveň odstraňuje výpočtové ťažkosti spojené s VaR . Nech $L(\mathbf{w})$ je funkcia straty spojená s portfóliom \mathbf{w} . Potom je podmienená hodnota v riziku definovaná ako

$$CVaR_\beta(\mathbf{w}) = \frac{1}{1-\beta} E[L(\mathbf{w}) | L(\mathbf{w}) \geq VaR_\beta(\mathbf{w})]$$

Dá sa dokázať, že to je konvexná funkcia \mathbf{w} , a teda $CVaR$ možno minimalizovať na množine prípustných portfólií.

2. 2 Modely výberu portfólia v priestore stredná hodnota – dolná parciálna miera rizika.

Predpokladajme, že výnosy $\mathbf{R} = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ sú rozdelené na konečnej množine bodov $\mathbf{r}_t = (r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{nt})$ pre $t=1, 2, \dots, T$, a že sú získané priamo z historických údajov. Nech p_t je pravdepodobnosť, že \mathbf{R} je rovné \mathbf{r}_t , pričom sa obvykle predpokladá $p_t = 1/T$. Predpokladajme, že pre množinu prípustných portfólií platí

$$W = \left\{ (w_1, w_2, \dots, w_n) \left| \sum_{j=1}^n E_j w_j \geq E_p, \sum_{j=1}^n w_j = 1, 0 \leq w_j \leq u_j, j = 1, 2, \dots, n \right. \right\}$$

potom pre každú z uvedených mier rizika možno sformulovať zodpovedajúci optimalizačný model výberu portfólia. V tejto časti uvádzame dva z nich, a to pre tie miery rizika, ktorých modifikácie budú ďalej použité na riešenie úloh replikácie indexu v rámci optimalizácie portfólia.

a) *Model v priestore stredná hodnota – dolná semi-absolútna odchýlka*

$$\min \sum_{t=1}^T p_t \left| \sum_{j=1}^n (r_{jt} - E_j) w_j \right|$$

za podmienok

$$\mathbf{w} \in W$$

b) *Model v priestore stredná hodnota CVaR*

$$\min \alpha + \sum_{t=1}^T p_t \frac{z_t}{1 - \beta}$$

za podmienok

$$z_t \geq -\sum_{j=1}^n r_{jt} w_j + E_P - \alpha, t = 1, 2, \dots, T$$

$$z_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T, \mathbf{w} \in W$$

2.3 Aplikácia mier rizika v modeloch replikácie indexu

Teraz opíšeme modifikácia aplikáciu dvoch vyššie uvedených modelov výberu portfólia založených na dolných parciálnych mierach rizika na replikáciu indexu, v našej interpretácii priemernej dôchodkovej jednotky, resp. benchmarku. Nech $q_t, t = 1, 2, \dots, T$ je miera výnosu indexu. Potom možno *M-CVaR model* a *M-LSAD model* modifikovať nasledovne:

a) *modifikácia modelu M- CVaR*

$$\min \alpha + \sum_{t=1}^T \frac{z_t}{(1 - \beta)T}$$

za podmienok

$$z_t \geq -\sum_{j=1}^n r_{jt} w_j + q_t - \alpha, t = 1, 2, \dots, T$$

$$z_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T, \mathbf{w} \in W$$

b) *modifikácia modelu M- LSAD*

$$\min \alpha + \sum_{t=1}^T \frac{z_t}{T}$$

za podmienok

$$z_t \geq -\sum_{j=1}^n r_{jt} w_j + E_P, t = 1, 2, \dots, T$$

$$z_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T, \mathbf{w} \in W$$

Ak označíme ako vektor \mathbf{d} , pre ktorého zložky d_t , $t = 1, 2, \dots, T$, platí

$$d_t = \sum_{j=1}^n r_{jt} w_j - q_t$$

potom ako poslednú replikačnú procedúru využívame optimalizačnú úlohu (Sharpe, 1992), v ktorej sa minimalizuje rozptyl odchýlok d_t , t.j.

$$\min \text{var}(\mathbf{d})$$

za podmienok

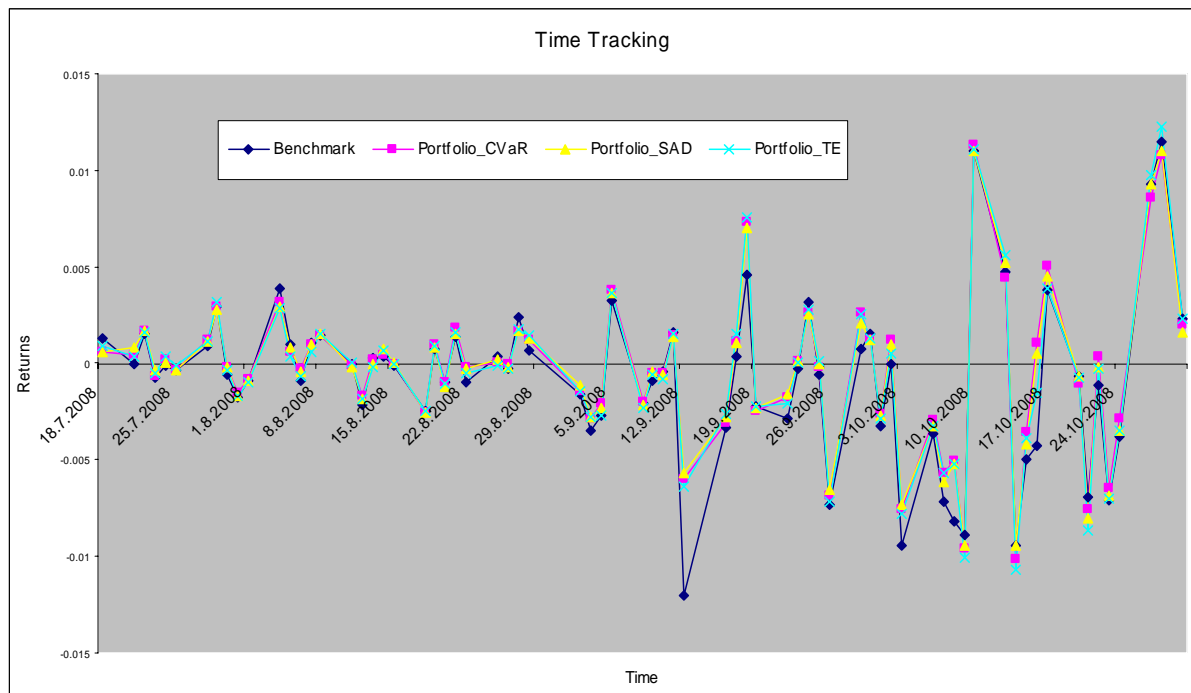
$$\mathbf{w} \in \mathcal{W}$$

3. Ilustrácia

Ako ilustráciu prezentovanej metodiky uvádzame výsledky jej aplikácie na konštrukciu benchmarku pre rastový dôchodkový fond pre obdobie od 21. 7. 2008 do 31.10. 2008. Ako aktíva boli použité jeden nástroj peňažného trhu (2W EUR), tri dlhopisy (1Y EUR, 2YEUR a 5Y EUR) a 6 akciových indexov (MXWO, UKX, SX5P, CECEEUR, SPX a NKY). Výsledné štruktúry benchmarkov pre jednotlivé aplikované metódy replikácie sú uvedené v Tab. 1.

Tab. 1.1: Štruktúra benchmarku pre rastový fond

Assets	2W EUR	MXWO Index	UKX Index	SX5E Index	CECEEUR Index	SPX Index	NKY Index	1Y EUR	2Y EUR	5Y EUR
CondVaR	60.00%	0.00%	2.40%	3.89%	2.38%	4.09%	0.80%	11.00%	8.55%	6.89%
Semi_AD	60.00%	0.00%	0.00%	5.25%	2.59%	4.14%	1.55%	11.00%	10.00%	5.47%
Variance	60.00%	0.00%	0.00%	4.15%	4.45%	4.28%	0.89%	11.00%	10.00%	5.23%



Obr. 1: Grafická ilustrácia replikačných procedúr

Tab. 2: Charakteristiky benchmarkov a replikovaného fondu

Benchmark Characteristics	Benchmarks			RADF
	CondVar	Semi_Ad	Variance	
stdevp, p.a.	6.28%	6.12%	6.48%	6.69%
return, p.a.	-6.75%	-7.75%	-9.09%	-17.04%
VaR	0.68%	0.69%	0.72%	0.82%
ConVaR	0.87%	0.86%	0.93%	0.99%
Lower SAD	0.13%	0.13%	0.14%	0.15%
R ²	92.50%	93.18%	94.10%	

Na Obr. 1 uvádzame grafickú ilustráciu výsledkov replikačných procedúr a výsledné charakteristiky benchmarkov a replikovaného rastového fondu sú uvedené v Tab. 2

Použitá literatúra

Keating, C. and W. F. Shadwick (2002): An Introduction to Omega. The Finance Development centre.

Konno, H. - Waki, H.-A. Yuuki (2002): Portfolio Optimization under Lower Partial Risk Measures. *Asia/Pacific Financial Markets* 9, 127-140.

Markowitz, H (1952): Portfolio Selection, *Journal of Finance*, Vol. 7, pp.77-91.

Sharpe, W.F. (1992): Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement. *Journal of Portfolio Management*, Winter 7 – 9.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.

Fakulta sociálnych a ekonomických vied UK

820 05 Bratislava, Odbojárov 10/a, vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

Ing. Branislav Tuš

ING dss

Bratislava, Trnavská cesta 50/b, 82102, branislav.tus@ing.sk

SÚ NEMOCNICE EFEKTÍVNE?

ARE THE HOSPITALS EFFICIENCY?

Ivana Novosádová

Abstrakt

Článok sa zaoberá hodnotením technickej efektívnosti 119 nemocníc v Českej Republike (rok 2005) pomocou analýzy obalu dát (DEA). DEA je metóda založená na produkčnej teórii a matematickom programovaní. Hranica produkčných možností sa konštruuje ako najpesimistickejšia, po častiach lineárna hranica obalu dát. Na analyzovaných dátach som aplikovala modely orientované na vstupy ako aj oba prístupy k typu výnosov (modely s konštantnými a variabilnými výnosmi z rozsahu). Pomocou korelačnej analýzy som skúmala či existuje silný vzťah medzi technickou efektívnosťou a mzdami zdravotníckeho personálu.

KLúčové slová hodnotenie efektívnosti, analýza obalu dát, zdravotníctvo, nemocnice

Abstract

This paper is focus on the evaluation of technical efficiency of acute hospitals in Czech Republic. The analysed sample includes 119 acute hospitals (the 2005 data). Efficiency of hospitals is evaluated by data envelopment analysis (DEA), which is based on ideas to specify the production frontier as the most pessimistic piecewise linear envelopment of the data and to construct efficiency measures based on radial uniform contractions or expansions from inefficient observations to the frontier. The method evaluates technical efficiency of production units with the help of mathematical programming. For the evaluation, I used input-oriented models with the constant and also with the variable returns to scale. By the correlation analysis I tried to find any statistically significant relationship between technical efficiency and wages.

Keywords: efficiency evaluation, data envelopment analysis, health care, acute hospitals

1 ÚVOD

Využívanie prostriedkov verejných financií je stále aktuálnou témou. Hodnotenie efektívnosti ich využívania je komplikované a náročné. Preto sa v tomto príspevku sa zaoberám jedným z možných prístupov ku kvantitatívnemu hodnoteniu technickej efektívnosti českých nemocníc pomocou analýzy obalu dát.

Pre hodnotenie efektívnosti som nepoužila tradične používané pomerové ukazovatele. A to predovšetkým z toho dôvodu, že tieto ukazovatele v sebe zahŕňajú dva alebo len niekoľko málo faktorov, pričom efektívnosť a produktivita je závislá na celej rade charakteristík. Často bývajú tieto charakteristiky v rôznych merných jednotkách a to je ďalším dôvodom prečo jednoduché pomerové ukazovatele nie sú vhodné pre hodnotenie efektívnosti a produktivity.

2 DÁTOVÝ SÚBOR

Údaje sa týkajú nemocníc z roku 2005 a pochádzajú z publikácií „Provozně-ekonomické informace nemocnic a léčeben dlouhodobě nemocných“ [8]. Pre analýzu sa podarilo, vo

vhodnej podobe, získať údaje o 119 nemocniciach, čo je viac ako polovica nemocníc v ČR. Hodnotiť budem iba technickú efektívnosť v lôžkových oddeleniach.

Pri výbere vstupov a výstupov nemocníc som použila obdobné premenné, ktoré boli použité v podobných analýzach v minulosti [3, 4, 6]. Ako vstupy som použila ukazovatele, týkajúce sa faktoru práce (evidenčný počet lekárov v lôžkových oddeleniach, evidenčný počet sestier v lôžkových oddeleniach) a ukazovateľ týkajúci sa kapitálu (počet lôžok). Výstup budeme merať pomocou dvoch ukazovateľov: počet hospitalizovaných, počet ošetrovacích dní. Tieto ukazovatele mi zabezpečujú odlišný pohľad na intenzitu starostlivosti v lôžkových oddeleniach. Počet ošetrovacích dní charakterizuje intenzitu dlhodobej chronickej starostlivosti, zatiaľ čo ukazovateľ počtu hospitalizovaných je vhodnejší k meraniu akútnej krátkodobej starostlivosti. Rozhodla som sa využiť oba ukazovatele, z dôvodu kombinácie oboch typov starostlivosti, ktorú nemocnice poskytujú.

3 TEORETICKÁ ČASŤ

Analýza obalu dát (skrátene DEA) je neparametrická metóda. DEA umožňuje individuálne hodnotenie efektívnosti konkrétnej jednotky vzhľadom k ostatným jednotkám analyzovaného súboru, čo je jednou z jej veľkých výhod. Pomocou tejto metódy je možné jednotky rozdeliť na efektívne a neefektívne a pre jednotky neefektívne určiť tzv. cieľové hodnoty. Cieľové hodnoty sú hodnoty jednotlivých premenných ktorých by daná jednotka mala dosiahnuť aby sa stala efektívnou, aby sa dostala na hranicu efektívnosti. Takisto je možné pre neefektívne jednotky určiť vzory. Vzorom sa stáva jednotka ktorá leží na hranici efektívnosti a má podobnú štruktúru vstupov a výstupov. Analýzu obalu dát je možné riešiť pomocou špecializovaných softwarov (Frontier Analyst, DEA Solver Pro, OnFront a iné). Nevýhodou je deterministický prístup metódy. Ani testovanie významnosti jednotlivých vstupov a výstupov nie je prepracované do takej miery ako je to u iných ekonometrických či štatistických metód.

Efektívnosť je možné definovať ako pomer výstupu, ktoré jednotka produkuje, k vstupu, ktoré jednotka pri činnosti spotrebováva.

$$Efektívnosť = \frac{výstup}{vstup} \quad (1)$$

Pred samotným definovaním použitých modelov vysvetlím niekoľko základných pojmov. Efektívna hranica je hranica tvorená efektívnymi jednotkami a ohraničuje množinu efektívnych prípustných možností. Za efektívnu jednotku je považovaná taká jednotka ku ktorej neexistuje iná jednotka ktorá by dosiahla rovnakého výstupu pri použití menšieho množstva vstupov, resp. ktorá by dosiahla vyššiu produkciu výstupov pri rovnakom spotrebovaní vstupov.

- Modely orientované na výstupy (output-oriented models)

Tento typ modelov v prípade neefektívnej jednotky navrhuje zvýšenie množstva výstupu pri zachovaní množstva vstupu.

- Modely orientované na vstupy (input-oriented models)

V prípade týchto modelov sa pre neefektívne jednotky redukuje množstvo vstupu pri zachovaní súčasného množstva výstupu.

- Aditívne, resp. odchylkové modely (additive, slack-based models)

Tieto modely kombinujú oba predchádzajúce prístupy. K dosiahnutiu efektívnej hranice dochádza súčasnou redukciou, resp. zvýšením vstupov i výstupov. (Podrobnejší výklad týchto modelov presahuje rámec tohto príspevku, viď [1-3], [5]).

Ďalším kritériom delenia modelov je predpoklad o charaktere výnosov z rozsahu:

- CCR modely: predpoklad konštantných výnosov z rozsahu.
- BCC modely: predpoklad variabilných výnosov z rozsahu.
- FDH modely: nie sú obmedzené apriórными predpokladmi o type charaktere výnosov z rozsahu [5].

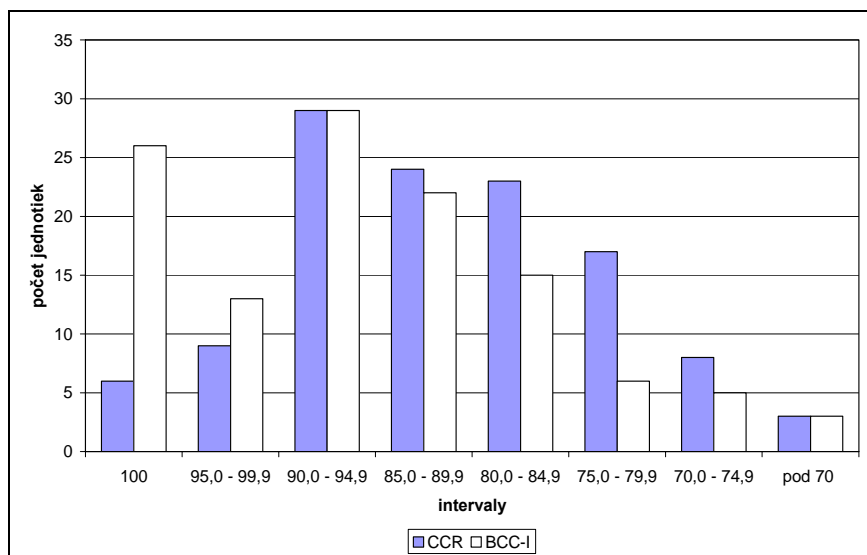
Ako bolo spomenuté v úvode, jednou z výhod tejto metódy je možnosť agregovania viacerých vstupov, resp. viacerých výstupov. Pre túto agregáciu sa využíva systém váh. Uvažujme teda súbor homogénnych produkčných jednotiek U_1, U_2, \dots, U_n . Každá z jednotiek produkuje r výstupov a zároveň spotrebováva m vstupov. Označme $X = \{x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$ ako maticu vstupov a $Y = \{y_{ij}, i = 1, 2, \dots, r; j = 1, 2, \dots, n\}$ ako maticu výstupov. Vstupy a výstupy jednotky U_q obsahuje q -tý stĺpec matic X_q a Y_q . Mieru technickej efektívnosti tejto jednotky môžeme všeobecne vyjadriť ako:

$$\frac{\sum_i u_i y_{iq}}{\sum_j v_j x_{jq}} \quad (2)$$

kde $v_j = 1, 2, \dots, m$ sú váhy priradené j -temu vstupu a $u_i, i = 1, 2, \dots, r$ sú váhy priradené i -temu výstupu. DEA analýza spočíva v tom, že pri hodnotení technickej efektívnosti produkčnej jednotky U_q sa maximalizuje jej miera technickej efektívnosti (2) pri rešpektovaní podmienky, že miera technickej efektívnosti všetkých ostatných jednotiek daného súboru nemôže byť väčšia než jedna (resp. 100 %). Váhy vstupov a výstupov musia byť zároveň väčšie ako nula, a to z toho dôvodu, aby boli všetky uvažované charakteristiky v modeli zahrnuté. Pre tieto účely je do modelu zahrnutá konštanta ε , za ktorú dosadzujeme väčšinou hodnoty 0,0001 a menšie [5].

4 ANALYTICKÁ ČASŤ A VÝSLEDKY

Výsledky analýzy technickej efektívnosti pre súbor nemocníc, ktorá bola počítaná pomocou DEA modelov orientovaných na vstupy, vzhľadom k rozsahu príspevku v detailnej podobe neuvádzam. Uvažovala a pracovala som len s výsledkami pre modely orientované na vstupy. Potrebu zdravotníckych služieb považujem za danú a mojím cieľom je minimalizovať vstupy potrebné k uspokojeniu tejto potreby. Agregované výsledky zobrazuje graf 1 a tabuľka 1.



Graf 1. Rozdelenie nemocníc podľa tech. efektívnosti a porovnanie modelov CCR a BCC

Na analyzovanom súbore som skúmala pomocou korelačnej analýzy existenciu vzťahu medzi technickou efektívnosťou nemocníc a úrovňou priemernej mzdy lekára. A samostatne vzťah medzi technickou efektívnosťou a úrovňou priemernej mzdy sestry. Základnou otázkou ktorú som si pri tejto analýze položila: „Je personál z nemocníc s vyššou technickou efektívnosťou za túto vyššiu úroveň odmeňovaný a naopak, sú doktori a sestry pracujúci v zariadeniach s nižšou efektívnosťou nejakým spôsobom za „neefektívnosť“ penalizovaní?“ Problém, ktorý pri korelačnej analýze nastal je, že pomocou DEA modelov sa vo väčšine prípadov podarí identifikovať viacero jednotiek so 100%-nou efektívnosťou. V mnou analyzovanom súbore bolo v modeli BCC 26 efektívnych jednotiek. Uvedomujem si že tento fakt porušuje predpoklad o normálnom rozdelení a tým aj to že Pearsonov korelačný koeficient nie je spoľahlivý. Rovnako ani použitie neparametrického Spearmanovho korelačného koeficientu nie je ideálne. Z týchto dôvodov, výsledky uvedené v tabuľke 2 majú skôr informačný charakter.

Tabuľka 1. Korelačné koeficienty medzi technickou efektívnosťou a priemernou mzdou lekára a sestry, model CCR a BCC

Model	Technická efektívnosť a priemerná mzda lekára	Technická efektívnosť a priemerná mzda sestry
	Pearsonov korelačný koeficient	
CCR	0,167 (0,0695)	0,084 (0,3582)
BCC	0,178 (0,0527)	0,221 (0,0156)
	Spearmanov korelačný koeficient	
CCR	0,074 (0,4216)	0,016 (0,8651)
BCC	0,181 (0,0495)	0,191 (0,0383)

Oba použité korelačné koeficienty v modeli CCR vyšli nízke, sú štatisticky nevýznamne. Pre model BCC sa korelácia medzi technickou efektívnosťou a mzdami lekárov pohybuje na hranici štatistickej významnosti, zatiaľ čo v prípade miezd sestier sa dostávame na korelačné

koeficienty, ktoré už štatisticky významné na 5%-nej hladine významnosti sú. Na základe výsledkov sa podľa môjho názoru nepotvrdila hypotéza, že by medzi technickou efektívnosťou a priemernou mzdou lekára existoval silný vzťah. V prípade priemernej mzdy sestier korelačné koeficienty ukazujú na možnú existenciu vzťahu. Avšak s ohľadom na obmedzenú spoľahlivosť korelačných koeficientov pre model BCC (26 efektívnych jednotiek) nie je možné tento vzťah považovať za potvrdený. Výsledky môžeme interpretovať tak, že pomocou použitých analytických metód sa nepodarilo preukázať, že by bol v praxi personál efektívnych (neefektívnych) nemocníc zjavne mzdovo zvýhodnený (znevýhodnený).

5 ZÁVER

V oboch modeloch boli ako neefektívne jednotky identifikované 3 nemocnice: nemocnice (Klatovy, Duchcov a Milosrdných sestier). V modeli s predpokladom konštantných výnosov z rozsahu efektívnu hranicu tvorí 6 jednotiek. Pri zmene predpokladu o type výnosov z rozsahu, na variabilné, tvorí efektívnu hranicu jednotiek 26.

Vzhľadom k výsledkom korelačnej analýzy sa nepotvrdila hypotéza o tom, že existuje silný lineárny vzťah medzi technickou efektívnosťou a priemernou mzdou lekára, resp. medzi technickou efektívnosťou zdravotníckeho zariadenia a priemernou mzdou sestry. Pri analýzach som bola limitovaná viacerými faktormi. Najväčším limitujúcim faktorom pri analýzach je fakt, že o prípadovom mixe jednotlivých zariadení nemáme žiadne podrobnejšie informácie. Tým sa skresľuje predpoklad o homogenite analyzovaného súboru je do istej miery porušený.

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. COELLI, T. – RAO, D. S. P. – BATTESE, G. E.: An Introduction to Efficiency and Productivity. Boston – Dordrecht – London: Kluwer Academic Publishers 1998.
2. COPPER, W. W. – SEIFORD, L. M. – CHARNES, A. – LEWIN, A. Y.: Data Envelopment Analysis – Theory, Methodology and Applications. 4th Printing. Boston – Dordrecht – London: Kluwer Academic Publishers 1998.
3. COPPER, W. W. – SEIFORD, L. M. – ZHU, J.: Handbook on Data Envelopment Analysis. Boston – Dordrecht – London: Kluwer Academic Publishers 2004..
4. DLOUHÝ, M. – JABLONSKÝ, J. – NOVOSÁDOVÁ, I.: Využití analýzy obalu dat pro hodnocení efektivnosti českých nemocnic. *Politická ekonomie*, LV, 2007, č. 1, s. 60 – 71.
5. JABLONSKÝ, J. – DLOUHÝ, M.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. 1. vydanie. Praha: Professional Publishing 2004.
6. NOVOSÁDOVÁ, I. – DLOUHÝ, M.: Hodnotenie technickej efektivnosti nemocnic a odmeňovanie zdravotníkov. *Ekonomický časopis*, 55, 2007, č.8, s.783 – 792.
7. Provozně-ekonomické informace nemocnic a léčeben dlouhodobě nemocných. Praha: Ústav zdravotnické informatiky a statistiky ČR 2005 <www.uzis.cz>

Kontaktné údaje

Ing. Ivana Novosádová.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí W. Churchilla 4, 13067 Praha 3

email: novosadi@vse.cz

PROJEKTOVÉ ŘÍZENÍ NA VŠPJ

PROJECT MANAGEMENT AT THE COLLEGE OF POLYTECHNICS JIHLAVA

Jakub Novotný, Martina Kuncová

Abstrakt

V obecné rovině se příspěvek zabývá problematikou efektivního propojení výuky a praxe projektového řízení. Autoři vycházejí zejména ze zkušeností vedlejší specializace Projektový management oboru Finance a řízení na Vysoké škole polytechnické Jihlava. V příspěvku je nejprve popsána koncepce této vedlejší specializace s důrazem na přiblížení praktických aspektů náplně jednotlivých cvičení. Dále jsou stručně přestaveny nejvýznamnější reálné projekty, na kterých spolupracovaly týmy studentů a akademických pracovníků VŠPJ. Závěrečná pasáž příspěvku je pak pokusem o generalizaci přínosů prakticky zaměřené výuky projektového managementu i problémů, které s tím vyvstávají.

***Klíčová slova:** Projektové řízení, Vysoká škola polytechnická Jihlava, praktická výuka*

Abstract

This paper deals at a general level with subject matters of effective connection of project management education (theoretical training) and working experience (practical training). Authors make use of their own teaching experience from Project Management study specialization of the study programme of Finance and Management at College of Polytechnics Jihlava. First, an account of the conception of this study specialization is given with an emphasis on clarification of practical aspects of particular lessons contents. There are also introduced most remarkable real projects on which students and teachers from College of Polytechnics Jihlava have worked. The last part of the paper is an attempt to generalize benefits of practically oriented education of project management as well as of problems arising from this approach.

***Keywords:** Project Management, College of Polytechnics Jihlava, Practical Training*

1 ÚVOD

Smyslem předkládaného příspěvku je přiblížit koncepci výuky projektového managementu na Vysoké škole polytechnické Jihlava a tímto přiblížením umožnit případnou širší diskusi o zvolené koncepci i možnostech propojení teorie, výuky a praxe v projektovém managementu. Tomuto záměru bude odpovídat celková struktura následujícího textu. Nejprve si dovolíme stručně představit Vysokou školu polytechnickou Jihlava, neboť se jedná o jednu z nejmladších veřejných vysokých škol (a první neuniverzitní veřejnou vysokou školu) v České republice, následně charakterizujeme výuku projektového managementu a to zejména v rámci vedlejší specializace oboru Finance a řízení. V samostatné části se pak budeme věnovat představení nejvýznamnějších reálných projektů, na kterých se podíleli studenti této vedlejší specializace. Závěrečná část příspěvku pak bude jistou generalizací konkrétních zkušeností a pokusů o propojení teorie a praxe ve výuce.

2 VYSOKÁ ŠKOLA POLYTECHNICKÁ JIHLAVA

Vysoká škola polytechnická Jihlava (VŠPJ) navazuje na tradici vysokého školství v Jihlavě. V budově školy sídlily různé vzdělávací instituce. Od r. 1994 zde působila největší vyšší odborná škola v ČR, která byla od počátku budována ve vysokoškolském stylu se záměrem pozdější transformace na veřejnou vysokou školu neuniverzitního typu. Za velmi silné podpory Města Jihlavy a později i nově vzniklého kraje Vysočina byla zřízena zákonem č. 375/2004 Sb. v červnu 2004 Vysoká škola polytechnická Jihlava. V krátké době byly akreditovány první studijní obory Finance a řízení a Cestovní ruch studijního programu Ekonomika a management. Výuka byla zahájena v únoru 2005.

VŠPJ se tak stala první veřejnou vysokou školou neuniverzitního typu v České republice. Obecným cílem studia v akreditovaných bakalářských studijních programech je poskytnout zájemcům možnost získat profesně orientované vzdělání s výrazně praktickými výstupy. Charakteristické pro studijní programy proto mimo jiné jsou několikatýdenní odborné praxe jako integrální součást studijních povinností.

VŠPJ se nečlení na fakulty. Výuka je organizována jednotlivými katedrami, Institutem celoživotního vzdělávání a Univerzitou třetího věku. VŠPJ poskytuje vzdělání v akreditovaných bakalářských studijních programech a v programech celoživotního vzdělávání, včetně Univerzity třetího věku. V bakalářských programech jsou nyní akreditovány (prosinec 2008) tyto programy/obory:

Studijní program "Ekonomika a management":

Studijní obory "**Finance a řízení**" a "**Cestovní ruch**".

U oboru Finance a řízení se jedná o prezenční a kombinované studium, které trvá 3 roky, u oboru Cestovní ruch se jedná o 3,5leté prezenční studium.

Studijní program "Elektrotechnika a informatika":

Studijní obory "**Počítačové systémy**" a "**Aplikovaná informatika**". Studium je 3leté prezenční a v případě oboru Počítačové systémy i kombinované.

Studijní program "Ošetrovatelství":

Obor "**Porodní asistentka**" a "**Všeobecná sestra**". Studium je prezenční a trvá 3 roky.

Připravují se akreditace dalších programů a oborů (programy „Strojírenství“, „Hospodářská politika a správa“ aj.), které vycházejí zejména z potřeb regionu – kraje Vysočina.

V akademickém roce 2008/2009 studuje na VŠPJ 2300 studentů

2.1 Výuka projektového managementu na VŠPJ

Výuka projektového managementu je na VŠPJ zajišťována Katedrou ekonomie a managementu a v současné době je realizována v podobě tří relativně samostatných oblastí. První a nejvýraznější je vedlejší specializace: V rámci bakalářského studijního oboru Finance a řízení (program Ekonomika a management) si studenti v posledním roce studia vybírají vedlejší specializaci. Jednou z nabízených specializací je Projektový management, který sestává ze čtyřech předmětů zaměřených na tuto oblast (v dalším textu se jim budeme podrobněji věnovat). Projektový management jako samostatný (volitelný) předmět je také nabízen na oboru Aplikovaná informatika (program Elektrotechnika a informatika). Dále je nabízen samostatný celoškolový volně volitelný předmět s výukou v angličtině Project management, který je k dispozici také zahraničním studentům na VŠPJ.

V dalším textu se již budeme zabývat pouze vedlejší specializací *Projektový management*. Tato specializace sestává se čtyř předmětů:

- Projektové řízení I. (1 hodina přednášek, 2 hodiny cvičení, 6. semestr studia)
- Techniky projektového managementu I. (1 hodina přednášek, 2 hodiny cvičení, 6. semestr studia)
- Projektové řízení II. (2 hodina přednášek, 2 hodiny cvičení, 7. semestr studia)
- Techniky projektového managementu I. (1 hodina přednášek, 2 hodiny cvičení, 7. semestr studia).

Studenti do vedlejší specializace vstupují již ze solidními znalostmi většiny předmětů studovaného oboru (teoretická ekonomie, ekonomika, základy managementu, marketing, personalistika, účetnictví, matematika, statistika a další), souběžně se specializací získávají znalosti z dalších předmětů (managerské účetnictví, logistika, management jakosti a další). Snahou výuky ve specializaci je rozšířit teoretické i praktické znalosti studentů o specifika projektového řízení, jednotlivých technik a analýz.

V předmětech Projektové řízení se studenti na přednáškách seznamují zejména s těmito tématy:

- Základní rysy projektového managementu
- Projektový cyklus
- Podstata projektových týmů
- Manager projektů
- Definice projektových cílů
- Plánování projektů
- Odhad nákladů a cen
- Vyhodnocování efektivnosti projektů
- Řízení rizik
- Řízení kvality
- Kontrola v projektovém managementu

V předmětech Techniky projektového managementu se studenti na přednáškách seznamují zejména s těmito tématy:

- Principy řízení času v projektovém managementu
- Obecné principy síťové analýzy
- Možnosti využití síťové analýzy v projektech
- Metoda CPM/PERT
- Grafické zobrazování času
- Časová a nákladová analýza řízení projektů
- Možnosti využití simulačních metod při řízení projektů - diskrétní simulace
- Možnosti využití simulačních metod při řízení projektů - simulace Monte Carlo
- Metody vícekritériálního rozhodování v řízení projektů
- Nákladová analýza – metoda CPM/COST
- Analýza zdrojů – metoda CPM/zdroje
- Metoda MPM
- Využití programu MS Project

Při koncepci náplně předmětů jsem využili zejména jako základní zdroj práci H. Kerznera *Projekt Management*¹ a dále literaturu k dané tématice v českém jazyce.²

Přednášky jsou pojaty vcelku tradičně, nicméně cvičení jsou zaměřena výrazně zkušenostně. Významným východiskem při koncipování cvičení je rozlišení mezi tzv. „akademickým“ a „zkušenostním“ učením. Akademické učení spočívá na aktivním osvojování formalizovaných „objektivních“ vědeckých poznatků a pravd, dále v rozvoji vlastního kritického úsudku i ve schopnosti uplatňovat tyto poznatky v praxi. Z pohledu „akademického“ učení je subjektivní (individuální) poznání prostřednictvím vlastní zkušenosti značně nedůvěryhodné a je nahlíženo spíše jako nepřijatelné.

Naproti tomu „zkušenostní“ učení vychází z poznání, že člověk se nejnázve učí každodenní praxí při aktivním řešení konkrétních problémů. Efektivní učení by tedy mělo být zasazeno v kontextu praktické zkušenosti. „Zkušenostní“ učení spočívá v aktivní a systematické reflexi konkrétní zkušenosti a ve srovnávání této zkušenosti se dříve nabytými poznatky. Proces „zkušenostního“ poznání je možné schematizovat takto:³

- Konkrétní zkušenost;
- Reflektivní poznání;
- Formulace abstraktních pojmů a zobecnění;
- Testování těchto závěrů v praxi.

Ve vzdělávání má samozřejmě „akademické“ učení své nezastupitelné místo, nicméně v mnohých oblastech je výhodnější využívat i principů „zkušenostního“ učení. Naší snahou tedy je, aby se studenti v rámci specializace zapojili pokud možno do reálných projektů.⁴ Jedná se samozřejmě o ideál, který se ne vždy zcela naplní. Cvičení probíhají týmově, zpravidla v pevném týmu pro celý semestr, někdy i dva semestry a vlastní hodina (cvičení Projektového řízení) je pak spíše brána jako kontrolní konzultace mezivýstupů a výstupů týmu s vyučujícím. Popis některých zajímavých reálných projektů bude následovat níže.

Praktické zaměření celé specializace je dále zohledněno také v části personálního zabezpečení nejen přednášek, ale i cvičení. Na výuce s podílejí externí spolupracovníci katedry jak z provozní oblasti školy (projektový manager VŠPJ), tak z různých společností a institucí (Tesla Jihlava, Euronest, Edscha, Krajský úřad kraje Vysočina). Některým studentům se také podaří zajistit si semestrální praxi v oblasti, které se projektového managementu týkají.

2.2 Přiblížení některých řešených projektů

V této části stručně přiblížíme některé reálné projekty, které v rámci specializace Projektový management studentské týmy řešily či se na nich podílely. V roce 2007 VŠPJ koordinovala a vyjma technických řešení (až na výjimky) zpracovávala několik studií proveditelnosti pro Odbor informatiky Krajského úřadu kraje Vysočina. Základní zpracovatelský tým byl složen

¹ KERZNER, H. *Projekt Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling and Controlling*. Hoboken: Wiley, 2006. ISBN 978-0-471-74187-9.

² ROSENAU, M.: *Řízení projektů*. Brno: Computer Press, 2003. ISBN 80-7226-218-1.

NĚMEC, V.: *Projektový management*. Praha: Grada, 2002. ISBN 80-247-0392-0.

SVOZILOVÁ, A.: *Projektový management*. Praha: Grada, 2006. ISBN 80-247-1501-5.

FIALA, P.: *Projektové řízení – modely, metody, analýzy*. Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-24-X.

DLOUHÝ, M.- FÁBRY, J.-KUNCOVÁ, M.-HLADÍK, T.: *Simulace podnikových procesů*. Computer Press 2007. ISBN 978-80-251-1649-4.

³ Viz: JAROŠOVÁ a kol.: *Trénink sociálních a manažerských dovedností*. Management Press, Praha 2001, s. 23. ISBN 80-7261-048-1.

⁴ Podobný přístup je realizován také v mnoha dalších předmětech na VŠPJ. Škola například provozuje reálnou cestovní agenturu, jejíž chod v rámci několika předmětů zajišťují studenti oboru Cestovní ruch.

ze dvou akademických pracovníků katedry Elektrotechniky a informatiky, tří pracovníků Katedry ekonomie a managementu a několika studentů specializace projektový management oboru Finance a řízení. V širším zpracovatelském týmu pak dále byli zástupci Odboru informatiky Krajského úřadu kraje Vysočina, zástupce Nemocnice Jihlava, zástupce Zdravotnické záchranné služby Vysočina a zástupce Městského úřadu Města Náměšť nad Oslavou, dále nepřímo zástupci firem dodávajících návrhy technického řešení. Jednalo se o následující projekty

ROZŠÍŘENÍ DIGITALIZACE PRACOVÍŠŤ NEMOCNICE JIHLAVA

Záměr projektu je vytvoření plně digitalizovaného mamografického pracoviště včetně stereotaxe a veškerého příslušenství, pořízení dvou mobilních digitálních RTG zařízení s C-ramenem. Dále připojení k archivačnímu a distribučnímu systému digitálních snímků PACS včetně rozšíření kapacity diskového úložiště s vytvořením přístupových bodů s výslednými snímky pro obvodní lékaře a vyšší pracoviště. V rámci řešení studie byla zpracována zejména marketingová charakteristika projektu. Vzhledem k tomu, že se jedná o kvalitativní změnu v technologii vyšetřování, poptávka se nemění a je daná standardním trendem ve vyšetřování. Jako doplnění byl proveden průzkum ohledně informovanosti obyvatel kraje Vysočina o mamografickém vyšetření. Byl také proveden průzkum jednotlivých pracovišť provádějících mamární screening v kraji Vysočina. Studie dále popisovala základní charakteristiky organizace provozu a režijních nákladů, z této části vyplývá výrazná provozní úspora provozu mamografického vyšetřování varianty při realizaci projektu oproti variantě bez realizace projektu. Výsledky ekonomické analýzy ukázaly, že projekt není pro čistě komerčního investora zajímavý a efektivní, protože investované prostředky se v čistě finanční podobě nevrátí, nicméně společenský přínos projektu je značný. Projekt vykazuje společenskou efektivitu (prospěšnost), přestože nebylo možné všechny přínosy projektu objektivně převést do peněžního vyjádření a tedy zahrnout do výpočtů. Dále byla provedena analýza nejdůležitějších rizik.

DIGITAL HOSPITAL

Záměrem projektu je zkvalitnění služeb pacientům v Nemocnici Jihlava: Připojení všech lůžkových pokojů do LAN sítě. Připojení všech strategických míst pro možnost on-line komunikace mezi zdravotnickými zařízeními a privátními lékaři. Zkvalitnění služeb pro volný čas pacientů nabídkou příjmu digitální televize, rozhlasu, telefonického připojení, internetového připojení a video komunikace s rodinami i lékaři. Záměrem je nabídnout pacientům kvalitní služby při jejich pobytu v lůžkovém zařízení a zlepšit tak jejich často špatný psychický stav. Zpracování zahrnovalo mimo jiné vypracování marketingové charakteristiky projektu. Vzhledem k povaze projektu je poptávka daná obecným trendem zvyšujícího se využívání ICT. Vlastní poptávkou je pak zájem o síťové služby mezi pacienty a potenciálními pacienty Nemocnice Jihlava. Byl proveden průzkum, který potvrdil obecný trend. Průzkum prokázal zájem o nabízené služby projektu mezi obyvateli kraje Vysočina. O přímé konkurenci je možné hovořit pouze v případě mobilního připojení k internetu a tvoří ji mobilní operátoři. Dále studie popsala základní charakteristiky organizace provozu a režijních nákladů. Výsledky ekonomické analýzy ukázaly, že projekt není pro čistě komerčního investora zajímavý a efektivní, protože investované prostředky se v čistě finanční podobě nevrátí. Vyhodnocení společenské efektivnosti z důvodů nemonetarizovatelnosti lidského zdraví a života proběhlo pouze výčtem základních společenských dopadů projektu, které jsou všechny kladné a vypovídají o předpokládané společenské prospěšnosti projektu. Závěrečná část studie analyzovala rizika projektu.

ROZVOJ A MODERNIZACE INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ZDRAVOTNICKÉ ZÁCHRANNÉ SLUŽBY KRAJE VYSOČINA

Záměrem projektu je dobudování vysoce kvalitního technologického zázemí pro podporu provozu Zdravotnické záchranné služby. Jedná se zejména o směry: dobudování rádiového dispečinku sítě IZS – PEGAS; zkvalitnění informačního systému dispečinku ZOS; informační podpora výjezdových stanovišť; podpora posádek zásahových vozidel; stanovení elektronické komunikace všech zaměstnanců; zkvalitnění elektronické komunikace směrem k veřejnosti. Také zde byla zpracována mimo jiné marketingová charakteristiky projektu. Projekt nestojí v pravém slova smyslu v tržním prostředí, neboť se jedná o vlastní službu pro ZZS KV. V kapitole byla představena základní „tržní“ situace ZZS a zejména objem aktivity ZZS, který dokumentuje smysluplnost (tedy modifikovanou poptávku) projektu. Studie navrhla základní charakteristiky organizace provozu a režijních nákladů. Výsledky ekonomické analýzy ukázaly, že projekt *Rozvoj ZZS KV* by byl pro jakéhokoli soukromého investora neefektivní. Společenská přínosnost, byť nebyla ve studii pouze slovně popsána, je zřejmá.

ROZŠÍŘENÍ DATOVÉHO SKLADU KRAJE VYSOČINA

Záměrem projektu je prohloubení a rozšíření informačních nástrojů kraje Vysočina a to především směrem k obcím, příspěvkovým organizacím a občanům kraje. Integrací dat z různých zdrojů se výrazně zvýší využitelnost, výtěžnost a vypovídající hodnota těchto informací, zkvalitní a zrychlí se rozhodovací procesy jak samotného kraje Vysočina, tak i ostatních subjektů a v neposlední řadě se zvýší vzdělanost i míra uspokojení informačních potřeb občanů kraje. Cílem je také centralizovaná multidimenzionální databáze všech relevantních dat z oblasti veřejné správy na úrovni kraje. Záměrem je též proškolení uživatelů systému, zvýšení informovanosti občanů a obcí ve vztahu k veřejné správě v kraji, usnadnění přístupu obyvatel kraje k informacím, zkvalitnění a zrychlení rozhodovacích procesů jak samotného kraje Vysočina, tak i ostatních subjektů zvýšení využitelnosti a výtěžnosti informací a zrychlení komunikace a v neposlední řadě zvýšení kvality poskytovaných informačních služeb. Byla zpracována marketingová charakteristiky projektu. Projekt nestojí v pravém slova smyslu v tržním prostředí, neboť se jedná o vlastní službu pro územně samosprávný celek. Konkurence pro předkládaný projekt není žádná a poptávkou je vlastní využívání výstupů datového skladu. Podrobné analýzy tohoto využívání prokázaly stoupající význam datového skladu při práci jednotlivých uživatelů, což dokládá zejména rostoucí četnost přístupů. Dále bylo provedeno plánování realizace tohoto projektu zejména s ohledem na ekonomiku následného provozu.

METROPOLITNÍ SÍŤ NÁMĚŠŤ NAD OSLAVOU

Cílem projektu je výstavba klasické uzavřené MAN sítě na bázi optických kabelů v intravilánu města s řešením konektivity na páteřní síť včetně krajské sítě ROWANet II. Hlavním přínosem projektu bude zefektivnění veřejné správy a snížení finanční náročnosti využití telekomunikačních služeb veřejného sektoru na území města. Opět byly provedeny všechny analýzy typické pro studii proveditelnosti včetně základního harmonogramu a rozpočtu.

ROWANET – KRAJSKÁ PÁTEŘNÍ OPTICKÁ TELEKOMUNIKAČNÍ SÍŤ – ETAPA 2

Cílem projektu je zkvalitnění ICT infrastruktury kraje Vysočina v návaznosti na již existující síť ROWANet financovanou ze SROP 2005-2006. Bude se jednat o připojení dalších měst a obcí na uzavřenou páteřní telekomunikační síť vlastněnou samosprávou založenou na optických technologiích, podpora rozvoje lokálních sítí (metropolitní, regionální sítě), podpora vědeckovýzkumných projektů na maximálním možném území kraje Vysočina a

nepřímá podpora nabídky telekomunikačních služeb v oblastech se zřetelným selháním telekomunikačního trhu. Záměrem je propojit silnou a nadčasovou optickou ICT infrastrukturou oblasti, které nebyly zahrnuty v první etapě projektu. I zde byly provedeny všechny analýzy typické pro studii proveditelnosti včetně základního harmonogramu a rozpočtu.

VSTUPNÍ ANALÝZA TRŽNÍHO PROSTŘEDÍ PRO URR

V roce 2008 (březen až srpen) tým VŠPJ zpracovával pro Úřad Regionální rady regionu soudružnosti Jihovýchod dokument *Vstupní analýza tržního prostředí pro potřeby procesu notifikace tématu rozvoje otevřených broadbandových sítí v ROP*. Jednalo se o podkladový materiál k žádosti o notifikaci financování broadbandových sítí v Regionálním operačním programu Jihovýchod u Evropské komise. Hlavním těžištěm dokumentu bylo na základě komplexu indikátorů vyhodnotit obce, ve kterých jsou podmínky zakládající předpoklad fungování či selhávání trhu broadbandových sítí. Po získání všech potřebných podkladů byla využita metodika vcekriteriálního hodnocení variant pro vyhodnocení pozice jednotlivých obcí.

DALŠÍ PROJEKTY

Vyjma přípravy výše uvedených projektů, která trvala od ledna 2007 do září téhož roku a byla koordinována týmem VŠPJ se v témže roce studenti zapojili například do (zejména plánování, ale někdy i vlastní realizace) následujících projektů:

- Ve spolupráci s Jihlavskou astronomickou společností projekt Hvězdárna a planetárium Jihlava;
- Ve spolupráci s Městem Telč projekt Francouzsko-česká hudební akademie;
- Investiční projekt města Znojmo;
- Investiční projekt obce Trhový Štěpánov;
- Ples VŠPJ;
- Změna provozovny soukromého podnikatele.

3 ZÁVĚR

Vzhledem k mládí VŠPJ (zatím probíhá výuka specializace druhým rokem), je ještě velmi brzy na nějaké hodnocení výsledků (tedy zkušeností a dovedností absolventů vedlejší specializace) zvolené koncepce. Závěrem tohoto příspěvku se pokusíme shrnout hlavní výhody a nevýhody, které již nyní spatřujeme.

Mezi základní výhody patří:

- Studenti získají potřebné teoretické znalosti
- Studenti se již v rámci studia projektového managementu setkávají s reálnou prací se všemi jejími aspekty
- Studenti mají možnost získávat zkušenosti od lidí pohybujících se v projektovém managementu
- Posiluje se spolupráce VŠPJ s externími partnery
- Zvyšuje se hodnota absolventů na trhu práce

Mezi základní nevýhody patří:

- Náročnější organizace cvičení z pohledu cvičícího

- Komplikovanější plánování výuky vzhledem k vytížení a případné „fluktuaci“ externích odborníků (pracovní vytížení, zahraniční cesty apod.)
- Nestejnorodost mezi řešenými problémy jednotlivých týmů (některý tým řeší reálný projekt, jiný „pouze“ případovou studii
- Nesoulad mezi harmonogramem reálného projektu a harmonogramem semestru

I přes uvedené obtíže a komplikace věříme, že jsme se při výuce projektového managementu vydali, ne-li zcela správnou cestou (i když i v to pevně věříme), tak alespoň správným směrem. Důležitá je pro nás zejména zpětná vazba od studentů i od externích firem a odborníků, se kterými spolupracujeme. Budeme vděční za jakékoli náměty či připomínky i od případných čtenářů toho příspěvku.

Použitá literatura

1. DLOUHÝ, M.- FÁBRY, J.-KUNCOVÁ, M.-HLADÍK, T.: *Simulace podnikových procesů*. Brno: Computer Press 2007. ISBN 978-80-251-1649-4.
2. FIALA, P.: *Projektové řízení – modely, metody, analýzy*. Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-24-X.
3. JAROŠOVÁ a kol.: *Trénink sociálních a manažerských dovedností*. Management Press, Praha 2001, ISBN 80-7261-048-1.
4. KERZNER, H. *Projekt Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling and Controlling*. Hoboken: Wiley, 2006. ISBN 978-0-471-74187-9.
5. NĚMEC, V.: *Projektový management*. Praha: Grada, 2002. ISBN 80-247-0392-0.
6. NOVOTNÝ, J., KUNCOVÁ, M.: *Projektové řízení na VŠPJ – výuka, praxe a jejich propojení*. Zlín 03.04.2008 – 04.04.2008. In: *Projektový management – teorie a praxe [CD-ROM]*. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2008, s. 1–8. ISBN 978-80-7318-695-1.
7. ROSENAU, M.: *Řízení projektů*. Brno: Computer Press, 2003. ISBN 80-7226-218-1.
8. SVOZILOVÁ, A.: *Projektový management*. Praha: Grada, 2006. ISBN 80-247-1501-5.

Kontaktní údaje

Ing. Jakub Novotný, PhD.
 Vysoká škola polytechnická Jihlava
 Katedra ekonomie a managementu
 Tolstého 16, 58601 Jihlava
 Tel: (+420) 567 551 411
 email: novotny@vspj.cz

Ing. Martina Kuncová
 Vysoká škola polytechnická Jihlava
 Katedra ekonomie a managementu
 Tolstého 16, 58601 Jihlava
 Tel: (+420) 567 141 137
 email: kuncova@vspj.cz

PROBLÉM UMIESTNENIA ZBERNÝCH MIEST[#]

COVERING LOCATION PROBLEM OF COLLECTING CENTRES

Juraj Pekár, Ivan Brezina

Abstrakt

Problém pokrytia vedie k umiestneniu minimálneho počtu zariadení, ktoré sú nevyhnutné na pokrytie všetkých zberných miest s maximálnou vzdialenosťou (alebo časovou hodnotou) od obyvateľov. Problém možno riešiť optimalizačnými technikami alebo heuristickými algoritmami.

KLúčové slová: problémy pokrytia, umiestnenie, optimalizácia, heuristiky

Abstract

The covering location problem seeks to locate the minimum number of facilities that are necessary to cover all collecting centres with maximal distance or time units from inhabitants. Problem solution is based on the optimizations techniques or heuristic algorithms.

Keywords: Set Covering Problems, Location, Optimisation, Heuristics

ÚVOD

Súčasný stav rozvoja ekonomickej situácie Slovenskej republiky je charakterizovaný pomerne rýchlym hospodárskym rozvojom, predovšetkým rastom hrubého domáceho produktu. Tento rast je však do značnej miery determinovaný negatívnymi dopadmi nielen na hospodárske prostredie, sociálnu sféru, ale aj na enviromentálne prostredie Slovenskej republiky. Tieto dopady na životné prostredie majú krátkodobý, ale predovšetkým dlhodobý charakter. Preto sa čoraz väčší dôraz kladie na všetky aktivity spojené s udrжанím a zlepšením životného prostredia.

V oblasti logistiky sa do popredia dostávajú procesy opätovného zhodnotenia, čoho odrazom je rozvoj reverznej logistiky. Cieľom reverznej logistiky je reklamácia, oprava, opätovné použitie, recyklácia alebo likvidácia v zmysle platných predpisov a smerníc ekologicky žiaducim spôsobom (na rozdiel od klasického dôrazu na budovanie dodávateľsko-odberateľských reťazcov sa zvyšuje dôraz a sledovanie spätných tokov). Lídrmi v tejto oblasti sú predovšetkým podniky elektronického, farmaceutického, automobilového priemyslu. Reverzná logistika sa v súčasnosti šíri vo všetkých vrstvách dodávateľsko-odberateľského reťazca vo všetkých sektoroch priemyslu, ako aj medzi obyvateľmi.

Ak má byť reverzná logistika úspešná, musia byť vytvorené legislatívne predpoklady tak pre priemyselné podniky a obyvateľstvo, ako aj materiálne predpoklady pre zjednodušenie spätných tokov.

[#] Príspevok je spracovaný ako jeden z výstupov výskumného projektu MODELOVANIE REVERZNEJ LOGISTIKY – OPTIMALIZÁCIA PROCESOV RECYKLÁCIE A LIKVIDÁCIE ODPADU registrovaného Grantovou agentúrou Slovenskej republiky pod evidenčným číslom 1/4588/07

Preto sa v súčasnosti kladie dôraz na využitie a recykláciu druhotných surovín. Významným problémom, s ktorým sa stretávame v SR, je otázka dostupnosti zberných miest, respektíve triediacich centier pre obyvateľov. Pretože bez primeranej dostupnosti nie je možné dosiahnuť maximálny efekt, uvidíme ďalej model, pomocou ktorého možno daný problém riešiť bez ohľadu na náklady spojené s vybudovaním zberných miest, ako aj ich prevádzky.

1 MODEL

Cieľ modelu je založený na požiadavke dostupnosti zberného miesta, triediaceho centra pre každého obyvateľa SR tak, aby bolo preňho zaujímavé odovzdávať použité výrobky, súčiastky, nadbytočné zásoby a obalový materiál na demontáž a ich ďalšie spracovanie. Ide teda o modelovanie verejného obslužného systému, pre ktoré je charakteristická rovnaká dostupnosť pre všetkých obyvateľov či už z hľadiska času, alebo vzdialenosti.

V literatúre je rozpracovaných veľké množstvo modelov, z ktorých väčšina je založená na koncepcii pokrytia. Všeobecne existujú dve základné koncepcie – jedna si kladie za cieľ pokryť všetkých obyvateľov minimálnym počtom obslužných kanálov – lokačno-pokrývacia úloha (Location Set Covering Problem – LSCP), druhá pri obmedzenom počte obslužných kanálov maximalizovať pokrytie obyvateľov (Maximal Covering Location Problem – MCLP).

Ďalej budeme uvažovať o pokrytí slovenských obcí (počet 2 916) minimálnym počtom zberných miest. Ideálna by bola situácia, keď by sa v každej obci nachádzal zberné miesto na zber a triedenie príslušného druhu odpadu, čo však prakticky nie je realizovateľné. V našom prípade teda chceme určiť minimálny počet triediacich centier, aby bolo dostupné maximálne na vzdialenosť K .

Všeobecne možno problém formulovať ako úlohu bivalentného programovania, v ktorej vystupujú premenné $x_j \in \{0,1\}$, $j=1,2,\dots,n$, kde n je počet obcí v SR. Pritom ak nadobúda premenná hodnotu 0, zberné miesto v obci nebude zriadené, ak hodnotu 1, zberné miesto bude zriadené. Na základe cieľa minimalizovať počet skladov, možno účelovú funkciu zapísať nasledovne:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n x_j \rightarrow \min$$

Z formulácie problému vyplýva potreba zabezpečiť relatívnu dostupnosť, čo možno vyjadriť nasledujúcimi štruktúrnymi ohraničeniami:

$$\min_{j \in J} \{d_{ij} \cdot x_j\} \leq K, \quad i=1,2,\dots,n, \quad J = \{j | x_j = 1\}$$

Štruktúrnych ohraničení je n , pričom pre každú obec musí byť splnená podmienka, že vzdialenosť od najbližšieho skladu je maximálne K . Parametre d_{ij} sú hodnoty vzdialeností medzi obcami i a j , t. j. matica \mathbf{D} je matica minimálnych vzdialeností medzi všetkými obcami.

Ďalšou podmienkou je existencia aspoň jedného skladu v požadovanej vzdialenosti od obce, t. j.:

$$\sum_{j=1}^n x_j \geq 1$$

Do modelu musí byť na záver zapracovaná podmienka bivalentnosti premenných, uvedená formulácia musí teda obsahovať definičný obor premenných, t.j. ich bivalentný charakter:

$$x_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Formulácia modelu:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{j=1}^n x_j \rightarrow \min \\ \min_{j \in J} \{d_{ij} \cdot x_j\} &\leq K, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad J = \{j | x_j = 1\} \\ \sum_{j=1}^n x_j &\geq 1 \\ x_j &\in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

2 RIEŠENIE MODELU

Na riešenie uvedeného modelu možno použiť klasické prístupy riešenia úloh bivalentného programovania (riešenie napr. pomocou CPLEX), enumeračné metódy (napr. Plastria – Vanhaverbeke (2008)), ale v novšej literatúre (napr. Turner (2005)) sa pomerne často uvádzajú aj rôzne heuristiky, ktoré v pomerne dobrom čase umožňujú nájsť prijateľné riešenia. Medzi takéto heuristiky napr. lagrangeova heuristika (Galvão – ReVelle (1996)), greedy heuristika, tabu search (Turner (2005)), genetické algoritmy (Chuang (2007), Arakaki – Lorena, (2001)) a podobne. Výber príslušnej metódy je závislý predovšetkým na zložitosti problému, teda od počtu premenných a štruktúrnych podmienok. Nezanedbateľnú úlohu pritom zohrávajú predovšetkým rôzne dodatočné podmienky, ktoré podstatne komplikujú výpočet klasickými technikami. Práve v zložitejších úlohách sa úspešne využívajú heuristické prístupy, častokrát kombinované s využitím optimalizačných techník.

V pripravovanej prípadovej štúdií o pokrytí Slovenskej republiky zbernými miestami na rôzne druhy odpadu predpokladáme využitie tak optimalizačných prístupov (programový systém GAMS), ako aj heuristických prístupov (predovšetkým samorganizujúci sa migračný algoritmus - SOMA). Použité prostriedky budú použité v závislosti na množstve doplňujúcich predpokladov, a teda v závislosti od rozsiahlosti úlohy.

3 PRÍPADOVÁ ŠTÚDIA

Uvedený model aplikujeme na obciach Slovenskej republiky. K dispozícii boli údaje za rok 2001, keď celkový počet obyvateľov 5 378 511 žil v 2 916 obciach. Pritom v dvoch najväčších mestách sú za obce považované aj mestské časti, takže Bratislavu tvorí 17 obcí a Košice 22 obcí.

Je zrejmé, že zberné miesta nemá význam umiestňovať do obcí s malým počtom obyvateľov. Takisto je zrejmé, že z hľadiska demografického a politického sú prirodzenými centrami krajské a okresné mestá, v ktorých prirodzene treba umiestniť zberné centrá. Takisto je racionálne uvažovať aj s možnosťou aj dvojitej dostupnosti, teda s možnosťou existencie viac ako jedného zberného miesta v príslušnom perimetri K . Pretože na Slovensku je relatívne veľký počet obcí s malým počtom obyvateľov, budeme ďalej uvažovať aj s možnosťou rozličných vzdialeností pre rôzne veľké obce. Takisto môže byť zaujímavé rozšíriť model o podmienky „bohatosti“ regiónu, keď v „chudobnejších“ regiónoch by bolo žiaduce zriadiť

hustejšiu sieť zberných stredísk, pretože výdavky na dovoz do zberného miesta môžu byť pre obyvateľov demotivujúce.

Malých obcí s počtom obyvateľov menším ako 500 je na Slovensku celkom 1 218 (počet uvažovaných centier 1 698). Obcí s počtom obyvateľov menším ako 1 000 je 1 986 (počet uvažovaných centier 930). V prípade uvažovania o efektívnom umiestnení zberného miesta len v obci s počtom obyvateľov väčším ako 5 000, počet uvažovaných miest by sa zredukoval na 141. Okresných miest je pritom v SR 71. Je zrejmé, že efektívnosť zriadenia zberného miesta v závislosti na počte obyvateľov obce závisí aj od charakteru zhromažďovaného použitého tovaru, iná je pre automobily, iná pre chladničky a mrazničky a iná napríklad pre použité automobilové batérie. Na základe predchádzajúcich úvah treba preto rozdeliť celú množinu 2 916 slovenských obcí na podmnožiny, ktoré budú spĺňať predchádzajúce požiadavky.

Uvažovaný model uvažuje so zberným miestom pre relatívne homogénnu skupinu tovarov, aj keď v konečnom dôsledku môžu byť zberné miesta aj pre rozličné použité výrobky, súčiastky, nadbytočné zásoby a obalový materiál, podmienky sú determinované legislatívnymi predpismi.

Použitá literatúra

1. Arakaki, R. G. I. – Lorena, L. A. N. (2001): *A Constructive Genetic Algorithm for the Maximal Covering Location Problem*. In: MIC 2001 – 4th Metaheuristics International Conference, Porto, Portugal 2001
2. Chuang, C. – Lin, R. (2007): *A Maximum Expected Covering Model for an Ambulance Location Problem*. In: Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, Vol. 24, No. 6/2007, p. 468-474
3. Galvão, R. D. – ReVelle, C. (1996): *A Lagrangean heuristic for the maximal covering location problem*. In: European Journal of Operations Research 88/1996, p. 114–123
4. Jánošíková, E. (2007): *Optimálne umiestnenie staníc záchranej zdravotnej služby z hľadiska dopravnej dostupnosti*. In Sborník príspevků z mezinárodní konference INFOTRANS 2007. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2007. ISBN 978-80-7194-989-3, p. 143-148.
5. Plastria, F. – Vanhaverbeke, L. (2008): *Maximal Covering Location problem with Price Decision for Revenue Maximization in a Competitive Environment*. In: www.vub.ac.be/MOSI/papers/PlastriaVanhaverbeke2006_MaxcoverRevenue.pdf
6. Turner, D. (2005): *Implementing the Flow-Covering Location-Allocation Model with Geographic Information Systems*. Master's Project. In: epps.utdallas.edu/mgis/prj_mstrs/2005/Fall/Turner/DT_master_FINAL.ppt

Kontaktné údaje

Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 827

email: pekar@euba.sk

doc. Ing. Ivan Brezina, CSc.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 820
email: brezina@euba.sk

HEURISISTIKY PRO SDVRP

HEURISTICS FOR SDVRP

Jan Pelikán, Jan Fábry

Abstrakt

Rozvozní problém (VRP) připouštějící rozdělení požadavku odběratele do více tras je označován jako rozvozní problém s dělenou poptávkou (SDVRP). Protože úloha je NP obtížná a matematický model je obtížně řešitelný pro velký počet binárních proměnných, stává se užití heuristických metod nutností. V příspěvku jsou uvedeny některé heuristické metody pro řešení tohoto problému.

Klíčová slova: rozvozní problém, heuristika, rozvozní problém s dělenou poptávkou

Abstract

Vehicle routing problem (VRP) which permitting split the demand of the customer into more routes is denoted as split delivery vehicle routing problem (SDVRP). Due to NP hardness of the problem and due to many binary variables of the mathematical model of the problem is using heuristics necessary. Some heuristics for the problem are shown for the problem in the paper.

Keywords: vehicle routing problem, heuristics, split delivery routing problem

1 ROZVOZNÍ PROBLÉM S DĚLENOU POPTÁVKOU (SDVRP)

Rozvozní úloha (dále VRP) v základní formě úloha: jsou dána vozidla s danou kapacitou přepravy. Většinou se předpokládá neomezený počet těchto vozidel se stejnou kapacitou přepravy. V dalších modifikacích VRP je možno stanovit omezený předem stanovený počet vozidel, případně uvolnit předpoklad o stejné kapacitě přepravy. Dále je v VRP daná komunikační síť skládající se z uzlů-míst a hran představující například silniční síť. Výchozí uzel, sklad, místo produkce, depot je označen jako uzel 1 a zbývající uzly představují místa zákazníků se zadaným objemem poptávky. Hrany komunikační sítě jsou ohodnoceny kilometrovými vzdálenostmi případně náklady na přepravy spojené s touto hranou. Poptávka v uzlu i je označena $q_i > 0$, kapacita vozidla je $V > 0$. Předpokládá se, že každý uzel je obslužen najednou, tedy $q_i \leq V$ a $\sum q_i > V$. V tomto případě musí vozidlo obsloužit uzly pomocí několika tras, všechny trasy musí vycházet a končit v uzlu 1. Cílem je minimalizovat součet délek všech tras.

Matematický model VRP za předpokladu homogenního a neomezeného vozového parku, nedělenou dodávkou do uzlů a poptávkou v uzlech nepřekračující kapacitu vozidla vychází z Miler-Tucker-Zemlin formulace úlohy obchodního cestujícího (viz [2]). Binární proměnnou x_{ij} označíme rozhodnutí, že vozidlo obslouží nejprve uzel i a následně uzel j na nějaké z tras.

(MTZ):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \longrightarrow \min \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

$$u_i + q_j - V(1 - x_{ij}) \leq u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (4)$$

$$u_1 = 0, \quad u_i \leq V, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Jiný způsob formulace VRP je založen na Dantzig-Fulkerson-Johnson formulaci úlohy obchodního cestujícího.

Matematický model rozvozní úlohy s dělenou dodávkou je založen na formulaci VRP. Protože je nutné identifikovat všechny trasy, je nutné využít proměnné se třemi indexy obdobně jako v rozvozní úloze s různou kapacitou vozidel. Na rozdíl od modelu bez možnosti rozdělení dodávky do uzlu zavádíme proměnné q_i^k , které představují dodávku do uzlu i na k té trase s tím, že uzel může ležet na více trasách (proto neplatí rovnice (14) z předchozího modelu).

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}^k \longrightarrow \min \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k = \sum_{i=1}^n x_{ji}^k, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{1j}^k \leq 1, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (19)$$

$$u_i^k + q_j^k - V^k(1 - x_{ij}^k) \leq u_j^k, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 2, 3, \dots, n, \quad i \neq j, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K q_i^k = q_i, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (21)$$

$$q_i^k \leq q_i \sum_{j=1}^n x_{ij}^k, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (22)$$

$$u_i^k = 0, \quad u_i^k \leq V^k, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (23)$$

Účelová funkce (17) a vztah (18) a (19) má stejný význam jako v modelu předchozím rovnice (11) - (13). Bilance vozidla obdobně jako v předchozím modelu zajišťují nerovnosti (20) a (23) s tím rozdílem, že na trase k v uzlu j jde o náklad q_j^k a nikoli q_j . Rovnice (21) zajišťuje skutečnost, že uzel i je zásoben ve výši svého požadavku q_i (po dílčích dodávkách q_i^k dodávaných na různých trasách). Rovnice (22) nepovoluje zásobovat uzel, který neleží na příslušné trase.

Třírozměrný model představuje značný nárůst počtu proměnných oproti modelu s dvěma proměnnými, proto při řešení praktických úloh vzhledem k NP obtížnosti nebude možné získat optimální řešení. Pak je možné se buď spokojit s suboptimálním řešením, které metoda větvení a hranic poskytuje při předčasném ukončení výpočtu (pokud toto řešení je nalezeno), nebo lze navrhnout a využít řady heuristik.

Lze konstatovat, že každé přípustné řešení úlohy bez dělení poptávky je také přípustným řešením úlohy s dělenou poptávkou. Je také možno ukázat, že rozdělením poptávky lze snížit celkové dopravní náklady, zejména v případech, kdy požadavky v uzlech jsou větší než polovina kapacita vozidla. V (4) je proto navržen postup, kdy optimální řešení VRP (případně řešení VRP získané pomocí heuristiky) je dále zlepšováno heuristickým postupem inspirovaným metodou výhodnostních čísel, kde se snažíme snížit přepravní náklady tím, že dodávku do určitého uzlu rozdělíme a zajistíme ji pomocí dvou různých tras.

2 HEURISTIKY PRO SDVRP

Hledání výchozího řešení SDVRP

Jako výchozí řešení SDVRP lze použít jakékoli řešení odpovídající úlohu bez možnosti dělení poptávky (dodávky do uzlu), tedy úlohy VRP. Neznámější jsou tyto heuristiky: metoda nejbližšího souseda, metoda výhodnostních čísel a metoda vkládací. Dále je možno využít i metody sloužící k zlepšení tohoto výchozího řešení (například metoda výměn), kterou ještě zlepšíme toto výchozí řešení.

Heuristické metody určené pro rozvozní problém lze i jednoduše modifikovat tím, že u posledního uzlu uvažovaného k zařazení do trasy v případě, že nebude možno s kapacitního důvodu (kapacita vozidla) jej zařadit, jej zařadíme s tím, že dodávka do tohoto uzlu bude pouze částečná, určená zbývající kapacitou vozidla.

Metoda výměn uzlů mezi trasami

Mějme 2 trasy s nevyužitými kapacitami s_1 a s_2 . Metoda výměn uzlů zkouší vyměnit uzel k z první trasy za uzel l z druhé trasy. Na první trase uzlu k předchází uzel i_1 , následuje uzel j_1 , na druhé trase uzlu l předchází uzel i_2 , následuje uzel j_2 . Pak výměna uzlů k a l je výhodná, jestliže číslo $s_{kl} = c_{i_1,k} + c_{k,j_1} + c_{i_2,l} + c_{l,j_2} - (c_{i_1,l} + c_{l,j_1} + c_{i_2,k} + c_{k,j_2}) > 0$.

Musí ale být dostatečná kapacita na vozidlech obou tras, tedy platit podmínka

$$q_l \leq q_k + s_1 \text{ a } q_k \leq q_l + s_2.$$

Metodu lze využít i v případě, kdy již došlo k rozdělení dodávky u některého uzlu.

Heuristická metoda dělení dodávky (2-split heuristika)

Metoda mění obsah tří tras, první dvě doplňuje o další uzel s dělenou dodávkou, z třetí trasy je právě tento uzen odebrán. Označme tento uzel p , v třetí trase předchází před uzlem p uzel a_p a následuje uzel b_p . Požadavek tohoto uzlu je q_p .

První a druhá trasa nevyužívá plně kapacitu vozidla, zbývající (volná) kapacita u těchto tras je označena s_1 a s_2 , předpokládáme, že $s_1 + s_2 \geq q_p$. Pak lze poptávku q_p rozdělit na dvě části a každou z nich zařadit do jedné z těchto dvou tras, pokud to bude výhodné. Výhodnost této změny lze spočítat na základě matice vzdáleností C . Uzel p zařadíme do trasy 1 a to mezi nějaké dva uzly na této trase, které označíme jako i_1, j_1 , obdobně do trasy 2 mezi dva uzly označené i_2, j_2 . Uzly (i_1, j_1) tvoří hranu trasy 1, uzly (i_2, j_2) hranu trasy 2. Tyto hrany jsou v obou trasách zrušeny, rovněž hrany (a_p, p) a (p, b_p) ve třetí trase. Na druhé straně vložení uzlu p do první trasy znamená zařazení dvou hran (i_1, p) a (p, j_1) do této trasy a obdobně vložení uzlu p do druhé trasy je spojeno se zařazením dvou hran (i_2, p) a (p, j_2) do této trasy. Rozdíl délek přidaných hran a délek rušených hran představuje celkovou změnu hodnoty řešení, pokud tento rozdíl je záporný, pak změna se realizuje, v opačném případě nikoli. Rozdíl délek přidaných a rušených hran je dán výrazem:

$$c_{i_1,p} + c_{p,j_1} + c_{i_1,p} + c_{p,j_2} + c_{a_p,b_p} - (c_{i_1,j_1} + c_{i_2,j_2} + c_{a_p,b_p}).$$

Heuristika přidání další trasy

Pokud požadavek uzlu p je rozdělen do dvou tras, pak lze tento uzel z obou tras vyjmout a vytvořit novou trasu, obsahující pouze tento uzel. Na první trase uzlu p předchází uzel i_1 , následuje uzel j_1 , na druhé trase uzlu p předchází uzel i_2 , následuje uzel j_2 . Pak tato změna a vytvoření této nové trasy je výhodná a realizuje se, pokud platí:

$$c_{i_1,p} + c_{p,j_1} + c_{i_1,p} + c_{p,j_2} - (c_{i_1,j_1} + c_{i_2,j_2} + c_{1,p} + c_{p,1}) > 0.$$

Závěr

Rozvozní úloha s dělenou poptávkou (dodávkou do uzlů sítě) je zobecněním klasické rozvozní úlohy a může představovat efektivnější realizace přepravy k odběratelům. Protože matematický model představuje rozsáhlou úlohu celočíselného programování, bude použití tohoto modelu u problému s větším počtem uzlů spojeno s neakceptovatelným výpočetním časem. Pak využití heuristických metod je vhodným nástrojem řešení.

Použitá literatura

1. DROR, M., TRUDEAU, P., Savings by Split Delivery Routing. Transportation Science 23 141-145
2. PELIKÁN, Jan: Diskrétní modely v operačním výzkumu. Professional Publishing.2001. ISBN 80-86419-17-7

Kontaktné údaje

prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc.

Ing. Jan Fábry, PhD.

Vysoká škola ekonomická v Praze

W. Churchilla 4, 13067 Praha 3

Tel: (420) 224 095 419

email: pelikan@vse.cz

MODEL EKONOMIKY ČR V DOBĚ KONVERGENČNÍHO PROCESU

MODEL OF CZECH ECONOMY DURING PROCESS OF CONVERGENCE

Adéla Ráčková

Abstrakt

K odhadu modelu ekonomiky ČR byl použit Romerův model rozšířený o veličiny EU. Cílem bylo zachytit vliv EU na českou ekonomiku (resp. české HDP). K odhadu byly užity GARCH modely. Modely zachytily nejen způsob, jakým EU ekonomiku ČR ovlivňuje, ale také problémy, se kterými se tranzitivní ekonomika ČR potýká.

***Klíčová slova:** Balassův-Samuelsonův efekt; IS-MP-IA model; GARCH model*

Abstract

Romer's model modified with values related to EU was used for modelling of the economy of the Czech Republic. The goal was to demonstrate the influence of EU economy on Czech economy (i.e. Czech GDP). The GARCH models were used for estimation. The models represented how the EU has influenced the Czech economy and problems the transitive economy of the Czech Republic has dealt with.

***Key words:** Balassa-Samuelson effect; IS-MP-IA model; GARCH model*

1 ÚVOD

IS-MP-IA model užitý k ekonometrickému modelování ekonomiky ČR umožňuje snadnou interpretaci dopadů prováděné měnové a fiskální politiky, a také vlivu ekonomiky Evropské unie (EU) na ekonomiku ČR nejen v době přípravy ČR na vstup do Evropské měnové unie (EMU).

2 KONVERGENČNÍ PROCES

V současnosti se Česká republika nachází uprostřed konvergenčního procesu k EU, resp. k EMU. Celý konvergenční proces je definován třemi časovými úseky. Prvním byl vstup ČR do EU, který se odehrál 1.1.2004. Česká republika se však na vstup do EU cíleně připravovala již před rokem 2004, a tedy samotný vstup pro ni nepředstavoval žádný šok, jak již ukázaly předchozí studie (např. Hušek, Švarcová, 2007). Druhá fáze konvergenčního procesu spočívá v přistoupení ČR k EMU. Poslední fází je pak plné členství ČR jak v EU tak v EMU.

V současnosti se ČR nachází v přípravné fázi k zapojení do EMU. V prosinci 1991 byla v Maastrichtu dojednána a v následném procesu ratifikována smlouva týkající se společné měnové unie. Kritéria platná pro země připojující se k měnové unii zůstala platná také pro všechny budoucí kandidátské země. A jsou tedy platná také pro stávající členy EU, kteří nejsou součástí EMU, tedy i pro ČR (Baldwin, Wyplosz, 2006). Tato kritéria jsou zaměřena na zajištění vysokého stupně cenové stability, která je určena podle vývoje inflace, dlouhodobé udržitelnosti veřejných financí, která je hodnocena podle vývoje vládního deficitu a vládního dluhu, stabilitu měnového kurzu, která je patrná z pohybu kurzu uvnitř normálního

flukтуаčního rozpětí systému ERM II po období dvou let bez devalvace, a stálou nominální konvergenci, která odráží úroveň dlouhodobých úrokových měr (MR ČR, 2007).

Kromě legislativní konvergence upravují kritéria tedy také monetární politiku a stanovují pravidla pro fiskální politiku. S měnovou oblastí jsou přímo spojena tři kritéria

- dlouhodobě udržitelná cenová stabilita a průměrná míra inflace - cenová stabilita a průměrná míra inflace, která nepřekračuje v průběhu jednoho roku o více než 1,5 procentního bodu míry inflace těch - nanejvýše tří - členských států, které dosáhly nejlepších výsledků v oblasti cenové stability,
- průměrná dlouhodobá nominální úroková sazba členského státu nepřekračuje v průběhu jednoho roku o více než 2 procentní body úrokovou sazbu těch - nanejvýše tří - členských států, které dosáhly nejlepších výsledků v oblasti cenové stability,
- stabilita kurzu měny v průběhu posledních dvou let, tj. nemělo by dojít k výrazné depreciazi měny, resp. by v tomto období nemělo dojít k devalvaci bilaterálního směnného kurzu domácí měny vůči měně kteréhokoliv jiného členského státu (resp. euru) z vlastní iniciativy státu.

Z vyhodnocení Ministerstva financí ČR a České národní banky (MF ČR, 2007) vyplývá, že ČR nemá problém s plněním kritéria zaměřeného na úrokové sazby. Naopak kritérium týkající se udržitelnosti veřejných financí ČR systematicky neplní a bez odpovídajících reforem veřejných financí ani nelze očekávat, že by se do budoucna v této oblasti situace zlepšila. Ačkoliv měnový kurz koruny dlouhodobě vykazuje tendenci k posilování vůči euru, není důvod domnívat se, že by ČR měla v budoucnu problémy s dodržováním kurzového kritéria. Problémem pro ČR je ale dodržování kritéria cenové stability.

„The primary objective of the ECB’s monetary policy is to maintain price stability. The ECB aims at inflation rates of below, but close to, 2% over the medium term” (ECB, 2008). Pro kandidátské země dodržující maastrichtská kritéria tento cíl znamená dosáhnout inflace přibližně pod 3,5 %.

Tab č. 1: Míra inflace vyjádřená přírůstkem průměrného ročního indexu spotřebitelských cen¹

Rok	Měsíc											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2006	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,7	2,6	2,5
2007	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2	2	2,2	2,5	2,8
2008	3,4	3,9	4,3	4,7	5	5,4	5,8	6,1	6,4	6,6		

Z tabulky č. 1 je patrné, že ČR toto kritérium v roce 2008 nesplní, vyhlášené inflační cíle na rok 2010 by však měly vytvořit lepší podmínky pro plnění tohoto kritéria. Proinflační šoky v ČR způsobuje zejména úprava nepřímých daní, která souvisí s reformou veřejných financí a harmonizací práva s právem EU a spočívala mimo jiné ve zvyšování 5-ti procentní sazby DPH na 9 %, spolu se zvyšováním spotřební a ekologické daně. Podobně se na zvyšování inflace podílejí další strukturální změny, které v ČR v současnosti probíhají.

Nemalou roli hraje také Balassův-Samuelsonův efekt, který je typický pro tranzitivní ekonomiky. Teorie Balassova-Samuelsonova teorému byla vybudována v systému fixních měnových kurzů. Lze pozorovat, že ve skupině stejně příp. podobně vyspělých ekonomik

¹ Vyjadřuje procentní změnu průměrné cenové hladiny za 12 posledních měsíců proti průměru 12-ti předchozích měsíců

funguje parita kupní síly (Baldwin, Wyplosz, 2006), tedy vyrovnávání světových cen při fixních nominálních měnových kurzech.

Balassův-Samuelsonův efekt vychází ze skutečnosti, že v méně vyspělých ekonomikách dochází v důsledku procesu integrace k vyššímu růstu produktivity práce v sektoru mezinárodně obchodovatelného zboží než v sektoru zboží, které není mezinárodně obchodovatelné. Rychlý růst produktivity v sektoru mezinárodně obchodovatelného zboží se pak projeví rychlým růstem mezd v tomto sektoru. Teorém pak předpokládá, že v dlouhém období se projevuje tendence ke stejnému růstu mezd ve všech sektorech v dané ekonomice. Tento fakt lze odůvodnit přesunem pracovní síly z méně výdělečného sektoru mezinárodně neobchodovatelného zboží do sektoru mezinárodně obchodovatelného zboží, což se projeví v tlaku na růst mezd v sektoru mezinárodně neobchodovatelného zboží. V tomto sektoru však růst mezd neodpovídá růstu produktivity práce, a to vede ke zvyšování cen a tedy k nabídkovému tlaku na růst inflace ze strany výrobců v mezinárodně neobchodovatelném sektoru ekonomiky. Tento růst cen má však negativní vliv na platební bilanci, resp. běžný účet platební bilance, a působí na depreciaci tržního kurzu domácí měny. V případě dodržování fixních nominálních kurzů pak vede k vyšší domácí inflaci a apreciaci reálného kurzu (Mandel, Tomšík, 2007).

Na počátku své transformace vykazovaly ekonomiky bývalého Sovětského svazu nízkou úroveň příjmů a nízké výrobní kapacity produkce. Poté však země začaly zvyšovat svůj výrobní potenciál a přijímaly nové technologie. Tím docházelo k reálné apreciaci jejich měnových kurzů. Reálné zhodnocení měn těchto zemí se rozkládá do průměrného inflačního diferenciálu vůči eurozóně a průměrného znehodnocení nominálního měnového kurzu, přičemž země vykazují vyšší inflaci než eurozóna. Aby byl reálný kurz zemí zachován, je třeba, aby depreciace nominálního kurzu odpovídala inflačnímu diferenciálu. Ve skutečnosti se však měny znehodnocují méně, některé měny naopak zhodnocují (např. CZK) a dochází k odchylce reálných kurzů od parity kupní síly (MacDonald, Ricci, 2001).

Při flexibilním kurzu se efekt rozkládá do nominálního zhodnocení měny a růstu cenové hladiny. Obecně platí, že Ballasův-Samuelsonův efekt je tím vyšší, čím větší je růst produktivity práce a čím více roste poptávka po službách v ekonomice s rostoucí životní úrovní. Odhady tohoto efektu se pohybují v rozmezí 1,5 – 4 %.

Je-li dlouhodobým inflačním cílem Evropské centrální banky je udržení inflace pod 2 %, vyplývá z toho pro kandidátské země usilující o vstup do Evropské měnové unie v důsledku plnění maastrichtských kritérií závazek dosahovat inflace pod úrovní 3,5 %. To však znamená, že pouze Ballasův-Samuelsonův efekt značně komplikuje většině kandidátských zemí splnění inflačního kritéria pro vstup do EMU. Inflační diferenciál tranzitivních ekonomik vůči zemím EMU zvyšují také probíhající či dokončené strukturální reformy, např. deregulace cen, růst zdanění spotřeby, apod. Striktní dodržování inflačního kritéria by tak vyžadovalo restriktivní měnovou politiku, která by zpomalovala hospodářský růst (Mandel, Tomšík, 2007).

Je tedy možné očekávat, že rostoucí míra inflace v EU může mít pozitivní vliv na HDP ČR, protože otevírá větší prostor pro měnovou i fiskální politiku, i když na základě ekonomické teorie je třeba očekávat opak.

3 EKONOMETRICKÝ MODEL ČR

Pro modelování ekonomiky ČR byl využit modifikovaný IS-MP-IA model navržený Romerem (2000) a upravený Hsingem (2004).

Rovnovážný produkt ČR je odvozen z rovnice pro reálnou úrokovou míru

$$R = R(Y, \pi, \pi^{EU}, R^{EU}, \varepsilon), \quad (1)$$

kde Y je HDP ČR, π míra inflace v ČR, π^{EU} míra inflace v EU, R^{EU} reálná úroková míra EU a ε je reálný směnný kurz CZK/EUR, a rovnice pro IS křivku

$$Y = C(Y-T) + I(R) + G + NX(\varepsilon, Y^{EU}), \quad (2)$$

kde Y je HDP ČR, C spotřeba, T vládní příjmy z daní, I investice, R reálná úroková míra, G vládní výdaje, ε reálný měnový kurz CZK/EUR, Y^{EU} HDP EU (Hušek, Švarcová, 2007).

Rovnovážný produkt ČR je modelován vztahem

$$\bar{Y} = f(D, \pi, \varepsilon, Y^{EU}, R^{EU}, \pi^{EU}). \quad (3)$$

Na základě ekonomické teorie lze očekávat, že HDP roste s růstem rozpočtového deficitu D v případě růstu deficitu vlivem vládních výdajů na nákup statků a služeb, stejně jako díky poklesu daní T . Proti růstu inflace brání centrální banka ekonomiku opatřeními, která vedou k růstu domácí úrokové míry. Vyšší úroková míra omezuje investice, to vede k poklesu HDP. Depreciace kurzu bude působit na HDP přes čistý export. Depreciace zdraží dovozy a zlevní vývozy, což bude mít za následek zlepšení čistého exportu, a to povede k růstu HDP. Cílem ČNB je ochrana kurzu, a proto bude centrální banka reagovat opatřeními, která povedou k růstu úrokové míry, což bude současně snižovat inflaci a investice a povede k poklesu HDP. Výsledný dopad depreciace kurzu na HDP ČR bude záviset na tom, který z těchto dvou kanálů převáží.

Rostoucí HDP v EU má za následek růst exportů v ČR, ty pak zlepšují čistý export NX , který pozitivně ovlivňuje HDP ČR. Růst úrokové míry v EU vede k růstu úrokové míry v ČR. Vyšší úroková míra má negativní dopad na investice, důsledkem toho dochází k poklesu HDP ČR. Růst inflace v EU může v důsledku plnění maastrichtských kritérií způsobit růst inflace v ČR, a tedy pokles HDP ČR, příp. je rostoucí inflace v EU doprovázena rostoucí úrokovou mírou v EU, která opět zvyšuje domácí úrokovou míru, a to vede k poklesu HDP ČR (Hušek, Švarcová, 2007).

4 POUŽITÁ METODOLOGIE

K odhadu modelu ekonomiky ČR byly využity GARCH modely, které patří mezi modely charakterizující tzv. autoregresní podmíněnou heteroskedasticitu a umožňují zachytit měnící se podmínky nejistoty na trhu (např. Arlt, Arltová, 2007). Modely jsou založeny na modelování rozptylu náhodné složky v daném období a využívány zejména pro modelování heteroskedastických časových řad.

4.1 GARCH (p,q) model

Nechť $\{\varepsilon_t\}$ je podmíněný heteroskedastický proces a ψ_t jsou všechny relevantní informace až do okamžiku t .

Tvar GARCH (p, q) modelu je následující (Bollerslev, 1986)

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (4)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (5)$$

za podmínek $p \geq 0$, $q > 0$ a podmínek zaručujících kladný podmíněný rozptyl $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$, $\beta_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, kde h_t je podmíněný rozptyl, ten je na rozdíl od tradičních modelů časových řad v čase proměnlivý.

Odhad parametrů GARCH (p, q) modelu definovaného vztahy (4), (5) se provádí metodou maximální věrohodnosti (Bollerslev, 1986). K odhadu GARCH modelu se obvykle užívá pomocí kvazi-maximálně věrohodného odhadu.

4.2 Specifikace a odhad modelů

Pro specifikaci modelu (3) jsou použita data z čtvrtletních pozorování za období 2/1995 (tj. nejstarší dostupné údaje) – 2/2006, zbylá dvě čtvrtletí roku 2006 byla využita pro předpovědi ex post.

Z domácích veličin byly použity D - rozpočtový schodek/deficit v miliardách Kč ve stálých cenách z roku 1996, Y^{CR} - hrubý domácí produkt České republiky v milionech Kč ve stálých cenách roku 1995, očištěný od sezónnosti a pracovních dní, ε - reálný směnný kurz koruny k euru (CZK/EUR), který byl odvozen z čtvrtletních průměrů devizového nominálního směnného kurzu a indexů spotřebitelských cen (HICP). Chybějící hodnoty oficiálního kurzu CZK/EUR, který je kótován od ledna 1999, byly nahrazeny kurzem CZK/XEU², π^{CR} - míra inflace ČR odvozená z harmonizovaného indexu spotřebitelských cen pro ČR (HICP).

Všechny veličiny týkající se Evropské unie, byly přepočteny pro EU 15. Do modelu byly zahrnuty Y^{EU} - hrubý domácí produkt Evropské unie v milionech eur ve stálých cenách a kurzu roku 1995, očištěný od sezónnosti a pracovních dní, π^{EU} - míra inflace EU odvozená z harmonizovaného indexu spotřebitelských cen pro EU 15.

Všechna data byla získána ze stránek Eurostatu s výjimkou rozpočtového deficitu, který byl získán z internetových stránek Mezinárodního měnového fondu – International Monetary Fund: International Financial Statistics, a směnného kurzu získaného z internetových stránek ČNB. Čtvrtletní inflace ČR a EU 15 byla napočtena z měsíčních dat. Všechny veličiny s výjimkou HDP ČR i HDP EU byly očištěny od sezónnosti Hodrick-Prescottovým filtrem s konstantou 1600.

Modelovaná rezidua byla získána z lineárního regresního vztahu odhadnutého metodou nejmenších čtverců

$$Y_t = X_t' \beta + u_t, \quad (6)$$

kde Y_t je HDP ČR, X_t' je vektor zbývajících proměnných.

4.3 Odhady GARCH (p, q) modelů

Postupně byly zvoleny různé hodnoty parametrů p, q v GARCH (p, q) pro $p, q = 0, 1, 2$. Zahrnutí všech α_i a β_j parametrů vycházelo u odhadovaných modelů statisticky významné. Významnost jednotlivých parametrů se v rozdílných modelech lišila. Jako nejvhodnější také z pohledu předpovědi se ukázal GARCH (0,1) model bez zahrnutí veličiny HDP EU.

² CZK/XEU – směnný kurz koruny k ECU.

Tab. č. 2: Odhad modelu GARCH (0,1) na datech 2/1995 – 2/2006 bez HDP EU

	Odhad parametru	Směrodatná odchylka	Robustní směrodatná odchylka	t-hodnota
Konstanta	-3705260	122600	105100	-35,3
Deficit	-11922,9	464,6	466,2	-25,6
Inflace ČR	-26613,6	2849	3677	-7,24
Směnný kurz	95234,7	3015	2542	37,5
Úroková míra	30619,3	1859	1801	17
Inflace EU 15	710288	30830	26790	26,5
Trend	16494,2	517,1	451,2	36,6
α_0	100296	40190	30760	3,26
α_1	1			

4.4 Předpovědi

S ohledem na relativně krátké časové řady byly provedeny předpovědi ex post pouze pro třetí a čtvrté čtvrtletí roku 2006.

Tab. č. 3: Predikované a skutečné hodnoty HDP ČR

	Období	Předpověď ¹	Skutečná hodnota ³	Procentní odchylka ⁴	Směrodatná odchylka ⁵
GARCH (0,1) bez HDP EU	2006 q 03	451774,2161	511935,9	- 11,75 %	524,4
	2006 q 04	452263,6179	511078,5	- 11,81 %	612,6

Nejlepší předpovědi ze všech specifikovaných modelů poskytuje GARCH (0,1) model bez zahrnutí HDP EU jako vysvětlující proměnné. Tento model dokázal předpovědět přibližně 88,5 % skutečné hodnoty HDP ČR, a to byla o 1 procentní bod lepší předpověď než v případě GARCH (1,1) bez zahrnutí HDP EU, a dokonce o 2 procentní body lepší předpověď než u modelu GARCH (1,1) při zahrnutí všech proměnných.

Všechny předpovědi se lišily od skutečných hodnot o více než 11 %. Do modelu byl následně zaveden exponenciální trend $e^{\gamma t}$ s cílem zlepšit predikční schopnost modelu. Konstanta γ byla zvolena kalibrací a její hodnota stanovena na 0,018. U modelů s exponenciálním trendem se procentní odchylka předpovědi od skutečné hodnoty zlepšila až o 10 procentních bodů.

4.5 Ekonomická interpretace

V odhadovaných modelech vycházela znaménka koeficientů ve většině případů ve shodě s ekonomickou teorií. Všechny modely obsahovaly exponenciální trend, proto interpretace absolutní velikosti jednotlivých parametrů ztrácí smysl. Těmito parametry je vyjádřena citlivost HDP na jednotlivé veličiny.

³ Skutečná hodnota je vyjádřena ve stálých cenách roku 1995, očištěna od sezónnosti a pracovních dní

⁴ Procentní odchylka předpovědi od skutečné hodnoty

⁵ Odmocnina z podmíněného rozptylu

Kvůli statistické nevýznamnosti nebyl do modelů zahrnut HDP EU. Pro teoretický model to znamená, že HDP EU nemá vliv na HDP ČR. To může být způsobeno statistickým měřením této veličiny, agregací dat, resp. tím, že v modelu je pod HDP EU obsaženo HDP původních 15-ti zemí EU, které nevykazuje velké změny.

Co se týče znaménka směnného kurzu, obě možnosti by byly v souladu s teorií. Podle odhadnutých modelů převažuje vliv depreciace kurzu nad druhým efektem, kdy ČNB v důsledku protiinflačních opatření a ochrany kurzu koruny zvedne úrokové sazby, a to, za předpokladu *ceteris paribus*, sníží investice, a tím zpomalí růst HDP.

Vliv inflace ČR a deficitu na HDP ČR vychází v odhadnutých modelech ve shodě s ekonomickou teorií. Z pohledu fiskální politiky je tedy na základě odhadnutých modelů možné tvrdit, že vyšší deficit má pozitivní vliv na HDP ČR, bez ohledu na to, zda je způsoben růstem vládních výdajů na nákup statků a služeb či snižováním daní. Do budoucna je však třeba uvažovat v rámci maastrichtských kritérií. Právě kritérium týkající se deficitu vládních financí je jedno z těch, se kterými ČR má a v budoucnu bude mít problémy (MF ČR, 2007).

Naopak v rozporu s ekonomickou teorií vychází ve všech odhadnutých GARCH modelech směr vlivu inflace EU. Inflace EU byla do modelu zahrnuta kvůli maastrichtským kritériím, které jsou pro ČR závazné, proto se zdá vhodné vysvětlit tento „rozpor“ Ballasovým-Samuelsonovým teorémem, jak již bylo dříve uvedeno.

Komplikovanější je to se znaménkem zahraniční úrokové míry, které také neodpovídá teorii. Rostoucí úroková míra omezuje investice, a brzdí tak hospodářský růst. V odhadnutých modelech však vychází pozitivní vztah mezi úrokovou mírou a HDP ČR. Na základě dříve provedených studií je možné vysvětlit pozitivní vztah mezi úrokovou mírou EU a HDP ČR jako důsledek tranzitivního charakteru české ekonomiky v letech, na kterých jsou modely konstruovány. V posledních letech navíc nedocházelo k velkým změnám v úrokových sazbách. Evropská centrální banka zvýšila úrokové sazby po dvou letech až v prosinci 2006, takže tato změna není v modelech zachycena.

5 ZÁVĚR

Lze konstatovat, že spočtené předpovědi byly robustní při různých variantách GARCH (p, q) modelu a vzhledem k současnému vývoji na světových trzích se užití GARCH modelů k makroekonomické analýze jeví jako vhodné. Osvědčilo se také zavedení exponenciálního trendu do modelů. Toto rozšíření podstatným způsobem zlepšilo předpovědi.

Potvrdilo se, že vývoj ekonomiky České republiky je závislý na vývoji Evropské unie a v odhadnutých modelech je možné pozorovat, že v uplynulém období se ČR potýkala s existencí Balassova-Samuelsonova efektu.

Použitá literatura

1. Arlt, J. – Arltová M.: Ekonomické časové řady. Grada, Praha 2007.
2. Baldwin R., Wyplosz Ch. – The Economics of European Integration, 2nd edition, McGraw-Hill International UK Limited, 2006.
3. Bollerslev, T.: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Journal of Econometrics, 1986, Vol. 31, s. 307–327
4. Český statistický úřad: Inflace; 6.12.2008; dostupné z [www: \[http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/inflace\]](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/inflace)

5. European central bank: Monetary policy; 6.12.2008; dostupné z www: [<http://www.ecb.int/mopo/html/index.en.html>]
6. Evropská komise: Maastrichtská kritéria pro přijetí eura; 6.12.2008` dostupné z www: [http://ec.europa.eu/ceskarepublika/abc/euro/maastichstka_cs.htm]
7. Hsing, Y.: MP-IA Model. Prague Economic Papers, 2004, č. 4, s. 339–345.
8. Hušek, R. – Švarcová, R.: Modifikace IS-MP-IA modelu pro českou ekonomiku. Acta Oeconomica Pragensia. 2007, roč. 15, č. 1, s. 20–26.
9. MacDonald R., Ricci L. – PPP and the Balassa Samuelson Effect: The Role of the Distribution Sector; IMF working paper, March 2001; dostupné z www: [<http://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2001/wp0138.pdf>]
10. Mandel M., Tomšík V.: Monetární ekonomie v malé otevřené ekonomice, Management Press, Praha 2003
11. Ministerstvo financí České republiky: Vyhodnocení plnění maastrichtských konvergenčních kritérií a stupně ekonomické sladění ČR s eurozónou – 2007; 19.12.2007; dostupné z www: [http://www.mfcr.cz/cps/rde/xchg/mfcr/hs.xsl/eu_vyh_maastricht_kriterii.html]
12. Romer, D.: Keynesian Macroeconomics without the LM Curve. Journal of Economic Perspectives, 2000, Vol. 14, No. 2, s. 149–169.

Kontaktní údaje

Ing. Adéla Ráčková

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 22409 5445

email: adela.rackova@vse.cz

STOCHASTICKÁ OPTIMALIZÁCIA V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI

STOCHASTIC OPTIMIZATION IN SUPPLY CHAIN

Marian Reiff

Abstrakt

Návrh dodávateľského reťazca je náročná úloha. K náročnosti prispieva veľký počet subjektov dodávateľského reťazca a množstvo interakcií medzi týmito subjektami a v neposlednom rade aj externé faktory, ako napríklad nepresné údaje o veľkosti dopytu zákazníkov. Úlohy návrhu dodávateľského reťazca v podmienkach s rizikom sú úlohy stochastického programovania a vo všeobecnosti je ich úlohou optimalizovať očakávanú hodnotu účelovej funkcie.

Kľúčové slová: optimalizácia, dodávateľský reťazec

Abstract

The design of the supply chain network is a difficult task, because there are many subjects and there are many interactions between these subjects and last but not least there are many external factors, like an uncertain customer demand. The supply chain design task in risk situations is task of stochastic optimization and in general the goal is to optimize expecting value of the goal function.

Keywords: optimization, supply chain

V prípade popisu modelovania skutočných, reálnych štúdií dodávateľského reťazca pomocou techník operačného výskumu sa často stretávame s problémom nepresných, neúplných alebo chybných vstupných dát. Napríklad informácie o prepravných a výrobných nákladoch alebo očakávaný dopyt zákazníkov sú príkladom modelovaných dát, o ktorých vieme povedať, že s určitou pravdepodobnosťou (niekedy túto pravdepodobnosť nepoznáme) budú nadobúdať určité hodnoty. Naopak, modely matematického programovania sa vo všeobecnosti považujú za deterministické. Tieto deterministické modely sú riešené na základe „najlepších“ odhadov stochastických hodnôt, alebo sú riešené na základe „najhorších“ možných prípadov. V záujme eliminovania kontradikcií medzi reálnymi dátami a realitou matematického programovania sú často používané analýzy citlivosti. Cieľom týchto postoptimalizačných analýz je určiť vplyv zmien vstupných dát na výpovednú schopnosť modelu. Patria k reaktívnym prístupom, ktoré popisujú len vplyv neurčitosti (rizika) vo vstupných dátach na výpovednú schopnosť modelu. K proaktívnym prístupom vedúcim k menej senzitívnym výsledkom v prípade použitia nepresných vstupných dát patrí stochastické programovanie a alternatívnym prístupom k stochastickému programovaniu je taktiež robustná optimalizácia.

Stochastické programovanie, už ako aj názov naznačuje, je matematické programovanie (lineárne, celočíselné, zmiešané celočíselné, nelineárne) zaoberajúce sa optimalizačnými modelmi a algoritmami, v ktorých niektoré dáta majú stochastický

charakter. V deterministických úlohách matematického programovania sú vstupné dáta (koeficienty) dopredu známe. Naopak v stochastických úlohách sú tieto dáta neznáme, poprípade je známa pravdepodobnosť realizácie týchto dát.

Stochastické programovanie možno využiť v situáciách, kde je prítomná neurčitosť, poprípade neistota (riziko). Model stochastického programovania umožňuje explicitne zahrnúť neurčitosť (neistotu) do optimalizačného modelu, v ktorom sa hodnoty stochastických dát postupne s časom menia, pričom však rozhodnutia (napríklad o podobe dodávateľského reťazca) musia byť spravené skôr, ako je možné pozorovať celú skupinu náhodných udalostí ovplyvňujúcich hodnoty stochastických dát.

Dôležitá poznámka k pojmu stochastické programovanie je fakt, že tento často používaný pojem zahŕňa výrazne rôzne typy stochastických úloh. Rozoznávame dva rôzne typy úloh stochastického programovania (Birge a Louveaux, 1997):

- úlohy s pravdepodobnostnými ohraničeniami,
- úlohy s východiskom.

V úlohách s pravdepodobnostnými ohraničeniami podmienky dané ohraničeniami nemusia byť splnené na 100%, ale iba s určitou pravdepodobnosťou $1-\alpha$ (kde $0 < \alpha < 1$).

Druhým typom stochastického programovania sú úlohy s východiskom. Najjednoduchšie a najčastejšie používané sú dvojstupňové úlohy s východiskom, kde na prvom stupni je spravené rozhodnutie a na druhom stupni, keď je už známa realizácia stochastických dát danej úlohy, je možné spraviť ďalšie rozhodnutia za účelom vyhnutia sa neprípustným riešeniam. V druhom stupni je prítomné „východisko“ ako nástroj zachovania prípustnosti riešenia, ale pri dodatočných nákladoch.

Napríklad pri výrobnom probléme je potrebné rozhodnúť, aké množstvo určitého produktu je potrebné vyrobiť, aby bol plne uspokojený dopyt zákazníkov. Prítom dopyt zákazníkov nie je dopredu známy, ale je ho možné popísať pomocou určitého počtu diskretných stavov – scenárov, ktoré sa zrealizujú s určitou pravdepodobnosťou.

Dvojstupňový model s východiskom možno na vyššie uvedenom príklade popísať nasledovne:

1. v prvom stupni je spravené rozhodnutie o množstve vyrobeného produktu (akcia) a sleduje sa realizácia stochastických prvkov – dopytu (pozorovanie),
2. následne je spravené ďalšie rozhodnutie, ktoré je závislé na pozorovanej realizácii stochastických dát (reakcia). Reakcia je východisko na zabezpečenie

splnenia ohraničenia o uspokojení dopytu zákazníkov, a to pomocou napríklad dodatočnej produkcie, dovozu atď.

Riešením dvojstupňového modelu získame odpoveď na otázku, aké množstvo produkcie máme vyrobiť teraz, a taktiež získame množinu hodnôt týkajúcich sa množstva dodatočne vyrobeného/nakúpeného produktu pri rôznych realizáciách scenárov dopytu. Riešením získame optimálne rozhodnutia pre všetky možné scenáre, avšak iba jedna hodnota dodatočne vyrobeného/nakúpeného produktu bude relevantná v prípade realizácie dopytu a ostatné budú irelevantné. Účelová funkcia dvojstupňového modelu v tomto príklade je typu minimalizácie celkových očakávaných nákladov. Väčšinou sa skladá zo sumy známych (istých) nákladov pre rozhodnutia prvého stupňa a očakávaných nákladov pre rozhodnutia druhého stupňa.

V predchádzajúcom odseku je popísaný model stochastického programovania s dvoma stupňami. Avšak veľa praktických úloh rozhodovania pozostáva z radu rozhodnutí reagujúcich na zmeny objavujúce sa postupne v čase. Viacstupňové úlohy stochastického programovania s východiskom sú prirodzeným rozšírením jednoduchých dvojstupňových úloh stochastického programovania. Vo viacstupňových úlohách stochastického programovania sú budúce stavy stochastických prvkov popísané taktiež pomocou diskretných scenárov. Tieto scenáre možno usporiadať do stromu, ktorý zobrazuje vývoj informácií na rôznych stupňoch.

Z algoritmického uhla pohľadu už jednoduché dvojstupňové úlohy stochastického programovania s východiskom sú ťažko riešiteľné úlohy. Vo všeobecnosti je úlohou jednoduchých dvojstupňových úloh najst' počiatočné rozhodnutie, ktoré minimalizuje súčasné (aktuálne) náklady a očakávanú hodnotu budúcich „východiskových“ rozhodnutí. S konečným počtom realizácií na druhom stupni, teda scenárov, je vždy možné formulovať ekvivalentnú deterministickú verziu danej úlohy. Ide o rozsiahlu úlohu, ktorá s počtom scenárov úmerne rastie. Túto úlohu možno rozpísať do rozsiahleho zápisu (extenzívnej formy), ktorý pripomína písmeno L (Birge a Louveaux, 1997). Väčšina výpočtových algoritmov je založená na zohľadnení tejto špeciálnej štruktúry úloh stochastického programovania, konkrétne na Bendersovej dekompozícii (Benders, 1962) – „vonkajšej linearizácii“¹. Metóda Bendersovej dekompozície bola rozšírená v stochastickom programovaní o zabezpečenie prípustnosti riešenia v druhom stupni a je známa pod názvom Metóda tvaru L (Slyke a Wets, 1969). Túto metódu možno klasifikovať aj ako metódu rezných nadrovín. Metóda tvaru L bola taktiež zovšeobecnená pre riešenie viacstupňových úloh stochastického programovania (Birge, 1985).

Ako kontrast k úlohám s kontinuálnymi premennými pôsobia celočíselné úlohy stochastického programovania s všeobecne známou reputáciou výpočtovo nezhľadnuteľných úloh. Vo všeobecnosti sú to nekonvexné úlohy a v prípade, že sa aj podarí ohodnotiť časť účelovej funkcie reprezentujúcej východisko, ide o výpočtovo

¹ Birge, J. R. a Louveaux, F. *Introduction to Stochastic Programming* New York: Springer, 1997. s. 157

náročnú úlohu. Celočíselné úlohy stochastického programovania kombinujú dva typy obtiažných úloh, ktoré sú komplikované už sami o sebe. Väčšina výpočtových metód je orientovaná na špeciálne prípady celočíselných stochastických úloh (jednoduché celočíselné úlohy s východiskom) a sú založené na metódach riešenia úloh stochastického programovania alebo úloh deterministického zmiešaného celočíselného programovania. Jedna z prvých metód bola metóda rezných nadrovin navrhnutá Wollmerom (Wollmer, 1980) pre úlohy s kontinuálnymi premennými pre druhý stupeň a s diskretnými náhodnými parametrami (teda budúci stav popísaný pomocou scenárov). Úlohami s celočíselnými premennými pre druhý stupeň sa zaoberá dizertačná práca (Stougie, 1987). Všeobecne aplikovateľná metóda pre dvojstupňové celočíselné úlohy stochastického programovania (Laporte a Louveaux, 1993) je založená na rozšírení metódy tvaru L. Táto metóda je aplikovateľná pre úlohy, kde premenné na prvom stupni sú celočíselné (binárne). Premenné na druhom stupni môžu byť kontinuálne alebo diskretné. Úloha druhého stupňa musí byť však ľahko riešiteľná. Nevýhoda tejto metódy je, že je potrebné vyriešiť úlohu druhého stupňa optimálne. Za predpokladu, že premenné prvého stupňa sú binárne, je možné zostrojiť množinu lineárnych optimálnych rezov. Tieto rezy sú generované iteratívne (metóda vetiev a rezov), nakoľko množina optimálnych rezov môže byť značne veľká. Výpočtový proces možno značne urýchliť využitím kontinuálnej relaxácie úlohy druhého stupňa. Rozpracovanie dekompozície tvaru L pre celočíselné úlohy stochastického programovanie, kde premenné prvého stupňa sú ľubovoľné a premenné na druhom stupni iba celočíselné, možno nájsť v práci (Caroe a Tind, 1998). Alternatívnym prístupom k metódam založeným na dekompozícii tvaru L je duálna dekompozícia (Caroe a Schultz, 1999).

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. BENDERS, J. F. 1962. Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems. In: Numerische Mathematik, 1962, č. 4, s. 238 - 252.
2. BIRGE, J. R. 1985. Decomposition and partitioning methods for multi-stage stochastic linear programs. In: Operation Research, 1985, č. 33, s. 989 - 1007.
3. BIRGE, J. R. a LOUVEAUX, F. 1997. Introduction to Stochastic Programming New York: Spinger, 1997.
4. CAROE, C. a SCHULTZ, R. 1999. Dual decomposition in stochastic integer programming. In: Operation Research Letters, 1999, č. 24, s. 37 - 45.
5. CAROE, C. a TIND, J. 1998. L-shaped decomposition of two-stage stochastic programs with integer recourse. In: Mathematical programming, 1998, č. 83, s. 451 - 464.
6. LAPORTE, G. a LOUVEAUX, F. 1993. The integer L-shaped method for stochastic integer programs with complete recourse. In: Operation Research Letters, roč. 3, 1993, č. 13, s. 133 - 142.
7. SLYKE, R. V. a WETS, R. J.-B. 1969. L-shaped linear programs with application to optimal control and stochastic programming. In: SIAM Journal of Applied Mathematics, 1969, č. 17, s. 638 - 663.
8. STOUGIE, L. (1987). Design and analysis of algorithms for stochastic integer programming. Centre for mathematics and computer science. Amsterdam.

9. WOLLMER, R. 1980. Two stage linear programming under uncertainty with 0-1 integer first stage variables. In: Mathematical programming, 1980, č. 19, s. 279 - 288.

Kontaktné údaje

Ing. Marian Reiff, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 823

email: reiff@euba.sk

SYMCLIP – APLIKACE PRO ŘEŠENÍ ÚLOH VÍCEKRITERIÁLNÍHO LINEÁRNÍHO PROGRAMOVÁNÍ

SYMCLIP – SYSTEM FOR MULTI-CRITERIA LINEAR PROGRAMMING

Veronika Skočdoplová, Josef Jablonský

Abstrakt

Tato práce se zabývá vícekriteriálním lineárním programováním v prostředí *Microsoft Excel*. Jejím cílem je představit aplikaci *SYMCLIP* - systém pro řešení úloh vícekriteriálního lineárního programování. Aplikace *SYMCLIP*, která funguje jako doplněk *MS Excel*, je napsána v jazyce VBA a používá interní řešitel *MS Excel*, což umožňuje použití této aplikace širokou veřejností. Aplikace je určena pro řešení úloh vícekriteriálního lineárního programování pomocí metod s informací a priori a interaktivních metod. Dále jsou v aplikaci k dispozici tři metody pro odhad váhového vektoru. Aplikace by měla sloužit mimo jiné studentům Vysoké školy ekonomické při výuce předmětů zabývajících se teorií rozhodování. Jedná se o freeware – zdrojový soubor aplikace lze stáhnout z webových stránek autorů.

Klíčová slova: *teorie rozhodování, vícekriteriální lineární programování, cílové programování, interaktivní metody, MS Excel*

Abstract

The paper deals with multi-criteria linear programming in Microsoft Excel environment. It presents system SYMCLIP – a MS Excel based software support for solving multi-criteria linear programming problems. SYMCLIP is a MS Excel add-in application written in VBA that uses internal MS Excel optimisation solver which enables general public usage. SYMCLIP enables solving MCLP problem by methods with information a priori and interactive methods. It also includes three methods for estimation of weight vector. The application is a freeware and can be easily downloaded from author's web site.

Keywords: *decision theory, multi-criteria linear programming, goal programming, interactive methods, Microsoft Excel*

1 ÚVOD

Rozhodování je nedílnou součástí našeho života. Každý den, každou hodinu, každou minutu jsme nuceni se rozhodnout, co uděláme v následujícím okamžiku. A musíme se s tím poprat sami, nikdo jiný to za nás neudělá. Některá rozhodnutí děláme podvědomě, ale o spoustě dalších musíme trochu přemýšlet, vteřinu, dvě, ale také několik minut. Existují však rozhodnutí, o kterých musíme přemýšlet důkladněji. Abychom se mohli rozhodnout ve složitých podmínkách reality, sbíráme a vyhodnocujeme nepřehledné množství informací a názorů na svět kolem nás, zvažujeme různé alternativy a posuzujeme možné důsledky našeho rozhodnutí. Porovnávání jednotlivých možností však málokdy provádíme na základě jediného měřítka. Většinou máme k dispozici více hodnotících kritérií, která jsou často protichůdná. V takovém případě pak hledáme určitý přijatelný kompromis. Složitou realitu se snažíme do jisté míry zjednodušit – vytváříme její model, na který pak aplikujeme teoretické poznatky.

Naše osobní rozhodnutí jsou však většinou těžko kvantifikovatelná, proto se nyní zaměříme na rozhodovací problémy z oblasti manažerského rozhodování. Strategická firemní

rozhodnutí, stejně jako běžné výrobní plánování, lze už lépe kvantifikovat. Cíle firmy lze většinou vyjadřovat v číslech – firma se snaží dosáhnout maximálního zisku při minimálních nákladech, reklamní kampaň chce oslovit co největší počet potenciálních zákazníků tak, aby na tuto kampaň vynaložila co nejméně finančních prostředků atd. Pro řešení takovýchto rozhodovacích problémů byla vytvořena aplikace, která by měla sloužit jako podpora manažerského rozhodování.

2 ÚLOHY VLP A JEJICH ŘEŠENÍ

Rozhodování je proces, při němž podle stanoveného kritéria vybíráme z většího množství variant takovou variantu, abychom dosáhli stanoveného cíle. Rozhodovatel je subjekt, který rozhodování provádí, a může realizovat rozhodnutí pouze tehdy, existuje-li víceprvková množina rozhodovacích variant. Rozhodovací modely lze s ohledem na tuto množinu rozdělit na diskrétní modely (množina variant jako výčet) a spojité modely (množina variant popsána soustavou omezení a hodnotící kritéria jsou zadána ve formě kritériálních funkcí). Spojité rozhodovací modely jsou vyhodnocovány pomocí metod vícekritériálního programování. Jsou-li omezení i kritériální funkce lineární, jedná se o vícekritériální lineární programování (VLP).

2.1 Formulace úlohy VLP

Rozhodovací varianta spojitěho modelu rozhodování je obecně zadána n -rozměrným vektorem proměnných hodnot parametrů $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Každý takový vektor, který splňuje soustavu omezujících podmínek, je rozhodovací variantou, kterých může být nekonečně mnoho. Množinu variant označíme X a platí pro ni

$$\mathbf{x} \in X = \{ \mathbf{x} \in R^n; g_i(\mathbf{x}) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m, x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \},$$

kde m je počet omezujících podmínek, g_1, g_2, \dots, g_m jsou známé funkce proměnných x_1, x_2, \dots, x_n , hodnoty b_1, b_2, \dots, b_m jsou hodnoty pravých stran omezujících podmínek a dále předpokládáme, že vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ má nezáporné složky.

Úlohu vícekritériálního lineárního programování lze formulovat následovně

$$\begin{aligned} z_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n \rightarrow \max \\ z_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n \rightarrow \max \\ &: \\ z_k &= c_{k1}x_1 + c_{k2}x_2 + \dots + c_{kn}x_n \rightarrow \max \end{aligned} \tag{2.1}$$

za podmínek

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2, \\ &: \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m, \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \tag{2.2}$$

kde a_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, jsou strukturální koeficienty, b_i , $i = 1, 2, \dots, m$, jsou hodnoty pravých stran omezení a c_{hj} , $h = 1, 2, \dots, k$, $j = 1, 2, \dots, n$ jsou cenové koeficienty kritériálních funkcí.

Řešením této úlohy je takový vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, který splňuje soustavu omezujících podmínek (2.2) a zároveň nabývá co možná nejvyšších hodnot kritérií z_1, z_2, \dots, z_k . Pro zjednodušení budeme uvažovat pouze maximalizační kritéria. Případná minimalizační kritéria, vycházející z podstaty reálného problému, lze snadno převést na extrém opačný.

2.2 Klasifikace metod VLP

Nemáme-li k dispozici žádné dodatečné informace, můžeme za řešení úlohy VLP považovat úplný popis množiny nedominovaných řešení. Jsou-li k dispozici nějaké dodatečné informace od rozhodovatele, třeba váhy, které ohodnocují důležitost kritérií, pak může být řešením úlohy VLP nalezení kompromisního řešení, které závisí jak na preferencích rozhodovatele, tak na vybraném postupu výpočtu kompromisního řešení.

Podle toho, ve které fázi metody využíváme dodatečné informace od rozhodovatele, můžeme rozdělit metody VLP na metody s informací a priori, metody s průběžnou informací a metody s informací a posteriori.

Metody s informací a priori

První skupinou metod pro řešení úloh VLP jsou metody s informací a priori, které využívají informaci od rozhodovatele před výpočtem kompromisního řešení. Vícekritériální úlohu tak převádějí na řešení jedné případně více jednokritériálních úloh. Z těchto metod je v níže popsané aplikaci *SYMCLIP* použito 5 metod – princip agregace kritériálních funkcí (metoda WSA), lexikografická metoda, minimalizace vzdálenosti od ideální varianty, maximalizace minimální komponenty a cílové programování.

Metody s průběžnými informacemi

Další skupinou metod pro řešení úloh VLP jsou metody s průběžnými informacemi nebo též interaktivní metody. Ty jsou založené na spolupráci rozhodovatele s analytikem v průběhu hledání kompromisního řešení. Jedná se tedy o interaktivní dialog mezi rozhodovatelem a analytikem (odtud interaktivní metody). Analytik předkládá průběžné řešení rozhodovateli, který s ohledem na toto řešení předá analytikovi dodatečné lokální informace s cílem zlepšit stávající řešení podle svých preferencí. Analytik na základě těchto informací hledá další průběžné řešení. Tento proces se opakuje až do chvíle, kdy je rozhodovatel s předloženým průběžným řešením spokojený. Toto řešení je pak vybráno jako kompromisní řešení.

Předpokládá se, že rozhodovatel není schopen poskytnout informace o preferencích pro celý systém, ale na lokální úrovni (vzhledem k danému průběžnému řešení) by měl být schopen tyto informace poskytnout. Rozhodovatel zároveň v průběhu řešení více proniká do problému samotného. V aplikaci *SYMCLIP* jsou použity dvě interaktivní metody – GDF a STEM.

Metody s informací a posteriori

Poslední skupinou metod řešení úloh VLP jsou metody s informací a posteriori, rozhodovatel tedy poskytuje dodatečnou informaci až po výpočtu. Tyto metody vycházejí z reprezentace množiny nedominovaných řešení. Popsání úplné množiny nedominovaných řešení je obtížná úloha zvládnutelná jen pro lineární model, analytik však může rozhodovateli poskytnout určitou reprezentaci této množiny. S ohledem na tuto reprezentaci může rozhodovatel poskytnout dodatečnou informaci, na jejímž základě vypočte analytik odpovídající kompromisní řešení. Těmito metodami se zde dále zabývat nebudeme.

3 SYMCLIP – APLIKACE PRO ŘEŠENÍ ÚLOH VLP

SYMCLIP je aplikace, která slouží jako systém pro podporu rozhodování. Aplikace nabízí sedm různých metod pro řešení úloh VLP a tři metody odhadu vah kritérií. Nabízené metody řešení úloh VLP patří do skupin metod s informací a priori a s průběžnou informací. Při výběru metod pro odhad vah kritérií byl brán zřetel na možnost volby mezi rychlým získáním váhového vektoru a získáním vah, které nejlépe vystihují preference rozhodovatele. Váhy je samozřejmě možné zadat i přímo jako součást vstupních dat.

Aplikace *SYMCLIP* byla vytvořena v programovacím jazyce od společnosti Microsoft *Visual Basic for Applications* (VBA) a jedná se o doplněk tabulkového kalkulátoru *Microsoft Excel*. Forma aplikace jako doplňku *MS Excel* byla zvolena z toho důvodu, že *MS Excel* je tabulkový kalkulátor využívaný širokou veřejností. Navíc instalace tohoto doplňku nevyžaduje žádné další softwarové vybavení a nemá ani žádné speciální hardwarové požadavky. Dalším důvodem pro volbu vývojového prostředí VBA je existence široké škály podpůrných funkcí, které vývojové prostředí VBA nabízí. Pro chod aplikace *SYMCLIP* je nutné, aby Excel obsahoval také doplněk *Řešitel*, který je součástí instalačního média pro *MS Excel*.

Nedostatkem aplikací vytvořených v prostředí VBA je, že dle zkušeností často vyžadují stejnou verzi prostředí (v tomto případě *MS Excel*) pro vývoj i následné použití. Zcela jistě není zaručena kompatibilita se staršími verzemi *MS Excel*. *SYMCLIP* byl úspěšně testován na počítačích s operačním systémem Windows XP s instalovaným programem *MS Excel 2003*. Zdrojový soubor aplikace lze stáhnout z webové stránky <http://slama.tym.cz/symclip.htm>.

3.1 Možnosti aplikace SYMCLIP

Uživatel komunikuje se systémem prostřednictvím menu a následných dialogových oken. Předpokladem k používání této aplikace jsou alespoň základní znalosti teorie VLP. Aplikace je dostupná ve dvou jazykových verzích – česky a anglicky.

Struktura aplikace

Aplikaci lze rozdělit do tří základních celků s výstupy do listů Excelu. Mezi těmito oblastmi dochází v průběhu výpočtu k výměně dat. Jedná se o následující oblasti:

- *vkládání a editace dat* – oblast aplikace, která zajišťuje vkládání a editaci vstupních dat (strukturní koeficienty, relace a názvy omezujících podmínek, cenové koeficienty, extrémy a názvy kritériálních funkcí a názvy proměnných),
- *vkládání dat pro výpočet váhového vektoru* – část, která zajišťuje zadávání informací o důležitosti jednotlivých kritérií a následné vypočtení váhového vektoru,
- *výstupy z výpočtů úloh VLP* – oblast, která poskytuje průběžné a konečné výsledky po výpočtu úlohy zvolenou metodou.

Struktura a popis menu

Po úspěšné instalaci doplňku se při každém spuštění Excelu vytvoří položka *SYMCLIP* v hlavní liště nabídek. Ovládání položek v této nabídce je totožné s používáním obdobných položek Excelu. Položka menu *SYMCLIP* slouží k ovládání procedur aplikace. Hlavní menu obsahuje tři submenu (*Data*, *Váhy* a *Metody*), která obsahují tematicky rozdělené položky, jejichž pomocí jsou spouštěny jednotlivé procedury.

Data

Nabídka *Data* nabízí příkazy pro manipulaci s daty, která jsou jednou z nejdůležitějších částí aplikace. Pomocí těchto příkazů lze zadávat nová vstupní data a následně je upravovat, ale také měnit rozměr jednou zadané úlohy. Vkládání a editace dat probíhá na listu *Data*. Při

každém spuštění některé z metod se pro výpočet přebírají aktuální údaje z listu Data a provádí se jejich testování. To spočívá ve zjištění, zda jsou zadána všechna potřebná data (je-li některý ze strukturních nebo cenových koeficientů roven nule, je třeba zadat nulu i do tabulky vstupních dat a nenechávat prázdnou buňku) a zda jsou tato data číselná (eliminace překlepů při zadávání dat). Před samotným testováním dat aplikace také zjišťuje, zda je vůbec list Data součástí aktivního sešitu Excelu. Pokud tomu tak není, vyzve aplikace uživatele k jeho vytvoření přes příkaz Data → Nová data. Existence listu Data je nezbytná pro spuštění kterékoli z metod.

Zadání rozměru úlohy se provádí pomocí dialogového okna s formulářem a je omezeno nejmenším a největším povoleným rozměrem úlohy. Nejmenší úloha může mít jednu proměnnou, jedno omezení a dvě kritéria, největší pak 200 proměnných, 100 omezení a 10 kritériálních funkcí. Na základě informací z tohoto formuláře je vytvořen list Data s formulářem pro zadání vstupních dat s požadovaným rozsahem.

Všechny příkazy související se změnami rozměru již zadané úlohy je možné provést pouze v případě, že je v aktivním sešitě obsažen list Data se zadávacím formulářem pro vstupní data. V opačném případě se objeví chybové hlášení. Tyto příkazy jsou vhodné pro drobné změny rozměru úlohy. V případě rozsáhlejších změn úlohy je doporučeno vytvoření zcela nových vstupních dat.

Struktura listu Data (list pro zadávání dat):

- datum vytvoření listu,
- tabulka omezení – tabulka pro zadávání strukturních koeficientů omezení a hodnot pravých stran s možností volby relačního znaménka z nabídnutého seznamu (\leq , \geq nebo $=$, výchozí nastavení na \leq),
- tabulka kritériálních funkcí – tabulka pro zadávání cenových koeficientů kritériálních funkcí s možností volby extrému funkce z nabídnutého seznamu (max nebo min, výchozí nastavení na max), dále je zde možnost zadat přímo váhový vektor.

Při spuštění kterékoli z metod je prováděno výše zmíněné testování dat. Testuje se také váhový vektor. Zůstane-li sloupec vyhrazený pro váhový vektor prázdný, vypočte metoda váhy automaticky v průběhu výpočtu (tyto váhy budou pro všechna kritéria stejná, pokud metoda nepočítá s vlastním specifickým výpočtem vah). Není vyžadováno, aby součet vah byl roven jedné, neboť při spuštění metod je provedena normalizace vah. Dále je také při spuštění každé z těchto metod testováno, zda je v aplikaci *MS Excel* otevřený alespoň jeden sešit, který slouží jako výstupní soubor aplikace, zda v tomto sešitě existuje list Data a zda jsou data v tomto listu správně vyplněna. V případě, že není některá z těchto podmínek splněna, je znemožněno spuštění metody a uživatel je vyzván k nápravě.

Na listu Data je možné upravovat pouze oblasti buněk v tabulce omezení a v tabulce kritérií včetně názvů proměnných, omezení a kritérií. Ostatní buňky listu jsou uzamčeny.

Váhy

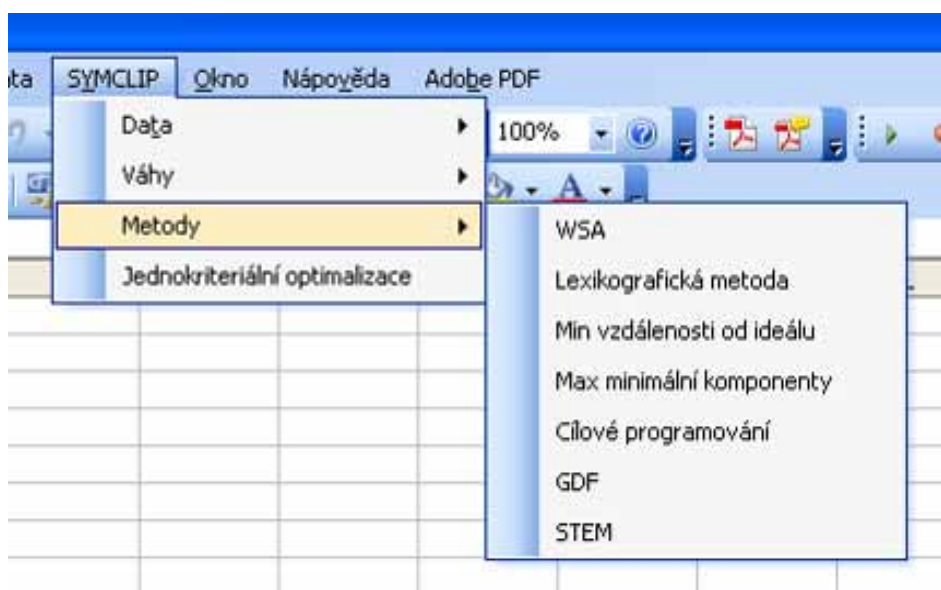
Skupina příkazů v submenu *Váhy* nabízí tři metody pro výpočet odhadu váhového vektoru na základě informací o preferencích uživatele. Vypočtený váhový vektor je pak možné přenést do listu Data. Aby mohl být zobrazen list pro zadání vstupních dat pro výpočet váhového vektoru, musí aktivní sešit obsahovat list Data. Před výpočtem váhového vektoru je dobré v listu Data vhodně pojmenovat kritéria. Usnadní to další orientaci při zadávání dat potřebných pro výpočet vah. Podobně jako v listu Data je povoleno v listu pro výpočet vah editovat jen vybrané buňky, ostatní jsou zamčeny.

Pro výpočet odhadu váhového vektoru jsou v aplikaci k dispozici tři metody odhadu vah – bodovací metoda (při vhodné volbě bodů ji lze chápat i jako metodu pořadí), Fullerova metoda a Saatyho metoda.

Před použitím metod pro řešení úloh VLP je doporučeno použít některou z metod pro odhad vah, aby byly v úloze zahrnuty preference uživatele, pokud už tyto nejsou známy ze zadání úlohy.

Metody

Hlavním cílem vytvoření aplikace *SYMCLIP* je poskytnutí nástroje pro řešení úloh vícekritériálního lineárního programování. Řešení těchto úloh lze provést pomocí metod, které jsou k dispozici v submenu *Metody* (struktura viz. obrázek 3.1). Příkazy obsažené v tomto submenu přímo spouští výpočet podle zvolené metody a vytváří listy s konečnými případně průběžnými výsledky.



Obr. 3.1: Struktura submenu *Metody*

Převod minimalizačních kritérií je u metod, které to vyžadují, prováděn vynásobením minimalizační kritériální funkce hodnotou -1. Tato změna je prováděna přímo v listu Data a změní tak zadaná vstupní data. Normalizace kritériálních funkcí u metod, které vyžadují srovnatelné hodnoty kritérií, probíhá podle následujícího vzorce

$$z_{n,i} = \frac{z_i - z_i^{\min}}{z_i^{\max} - z_i^{\min}},$$

kde $z_{n,i}$ je normalizovaná i-tá kritériální funkce, z_i^{\min} je minimum i-té kritériální funkce a z_i^{\max} je maximum i-té kritériální funkce, není-li u konkrétní metody uvedeno jinak.

Metoda WSA

Tato metoda vypočte zadanou úlohu metodou agregace účelových funkcí, která využívá vážený součet kritériálních funkcí. V průběhu výpočtu jsou minimalizační kritériální funkce převedeny na maximalizační a je provedena normalizace všech kritériálních funkcí. Agregací účelových funkcí získáme jedinou účelovou funkci ve tvaru

$$z = \sum_{i=1}^k v_i \mathbf{c}^{(i)} \mathbf{x} \rightarrow \max,$$

kde v_i je váha i -tého kritéria. Jelikož váhový vektor je tvořen hodnotami z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a zároveň hodnoty normalizovaných kritériálních funkcí jsou z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, je také hodnota této účelové funkce z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Kompromisní řešení dosažené agregací kritériálních funkcí je vždy nedominované.

Lexikografická metoda

Při výpočtu úlohy touto metodou se předpokládá, že kritéria jsou v listu Data v tabulce kritérií seřazena podle důležitosti od nejdůležitějšího. V prvním kroku se optimalizuje nejdůležitější kritériální funkce na množině přípustných řešení. Má-li tato úloha jediné optimum, je to současně kompromisní řešení úlohy VLP. V opačném případě se na množině optimálních řešení prvního kroku optimalizuje v pořadí důležitosti druhá účelová funkce, atd. Lexikograficky kompromisní řešení úlohy VLP je vždy nedominované.

Minimalizace vzdálenosti od ideální varianty

V průběhu výpočtu jsou převedena minimalizační kritéria na maximalizační a je provedena normalizace všech kritériálních funkcí. Dále jsou vypočteny ideální hodnoty jednotlivých kritérií. V poslední fázi výpočtu je minimalizován vážený součet vzdáleností od vypočtených ideálních hodnot. Vzdálenost od ideální hodnoty je počítána jako rozdíl $(1 - z_i)$, kde z_i je normalizovaná hodnota kritériální funkce a jednička reprezentuje ideální hodnotu normalizované kritériální funkce. Všechny fáze výpočtu jsou prováděny bez zásahu uživatele.

Maximalizace minimální komponenty

Minimální komponenta je nejnižší z hodnot kritériálních funkcí a tato metoda usiluje o maximalizaci této hodnoty. Kompromisní řešení podle minimální komponenty lze nalézt řešením následující jednokritériální úlohy lineárního programování

$$z = \delta \rightarrow \max$$

za podmínek

$$\mathbf{c}^{(1)} \mathbf{x} \geq \delta,$$

$$\mathbf{c}^{(2)} \mathbf{x} \geq \delta,$$

:

$$\mathbf{c}^{(k)} \mathbf{x} \geq \delta,$$

$$\mathbf{x} \in X,$$

kde δ je minimální komponenta a $\mathbf{c}^{(i)} \mathbf{x}$ je i -tá kritériální funkce.

Pro použití této metody je nutná normalizace kritériálních funkcí a také převod všech kritérií na maximalizační. To je provedeno automaticky v průběhu výpočtu. Během výpočtu nejsou vyžadovány od uživatele žádné dodatečné informace. Kompromisní řešení podle minimální komponenty je vždy nedominovaným řešením.

Cílové programování

Po té, co uživatel zadá cílové hodnoty a váhy odchylek všech kritérií, je spuštěn výpočet, jehož součástí je normalizace kritériálních funkcí. Normalizace u cílového programování probíhá vydělením kritériální funkce její optimální hodnotou.

Aplikace *SYMCLIP* využívá u cílového programování princip minimalizace váženého součtu odchylek od cílových hodnot, usiluje tedy o co největší přiblížení se těmto hodnotám. Uživatel má však také možnost u jednotlivých kritérií minimalizovat jen kladnou odchylku (nastavením hodnoty váhy kladné odchylky na libovolnou kladnou hodnotu a záporné odchylky na nulu) nebo jen zápornou odchylku (nastavením hodnoty váhy kladné odchylky na nulu a záporné odchylky na libovolnou kladnou hodnotu).

Výsledná minimalizační funkce vypadá následovně

$$z = \sum_{i=1}^k \frac{v_i(v_i^+ d_i^+ + v_i^- d_i^-)}{z_i^{opt}},$$

kde z_i^{opt} je optimální hodnota i -tého kritéria, v_i váha i -tého kritéria, d_i^+ kladná odchylka od i -té cílové hodnoty, d_i^- záporná odchylka od i -té cílové hodnoty, v_i^+ váha odchylky d_i^+ a v_i^- váha odchylky d_i^- . Kompromisní řešení nalezené pomocí cílového programování nemusí být obecně nedominované. Pokud rozhodovatel zvolí cílové hodnoty uvnitř kritériální množiny a jako cíl stanoví co nejvíce se těmto hodnotám přiblížit, bude takto nalezené řešení dominované.

Metoda GDF (Geoffrionova – Dyerova – Feinbergova metoda)

Metoda GDF maximalizuje funkci užítka

$$\sum_{i=1}^k v_i f_i(\mathbf{x}) \rightarrow \max$$

za podmínek (2.2) a patří do skupiny metod s explicitně vyjádřenou hodnotou záměny (rozhodovatel stanovuje míry substitutece mezi jednotlivými kritériálními funkcemi).

Rozhodovatel na základě průběžného řešení hodnotí dosažené řešení a zadává prostřednictvím dialogového okna míry substitutece mezi jednotlivými kritérii. Řešení získaná metodou GDF nemusí být nedominovaná, ale konvergují k nedominovanému řešení.

Metoda STEM (STEP Method)

Metoda STEM je založena na minimalizaci vzdálenosti od ideální varianty s využitím Čebyševovy metriky

$$d \rightarrow \min$$

$$w_i(z_i^* - \mathbf{c}^{(i)} \mathbf{x}) \leq d, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

za podmínek (2.2), kde z_i^* je optimální hodnota i -tého kritéria a w_i je váha odchylky od ideální hodnoty i -tého kritéria a vypočteme ji ze vzorce

$$w_i = \frac{z_i^* - \min_j z_{ij}}{z_i^*} \frac{\alpha}{\sqrt{\sum_{j=1}^n c_{ij}^2}},$$

kde zvolíme hodnotu α tak, aby $\sum_{i=1}^k w_i = 1$.

Metoda STEM patří do skupiny metod s implicitně vyjádřenou hodnotou záměny, rozhodovatel tedy posuzuje dosažené hodnoty jednotlivých kritériálních funkcí a určuje, které z nich jsou akceptovatelné a v jakých mezích se mohou jejich hodnoty pohybovat. Rozhodovatel hodnotí dosažené hodnoty kritérií prostřednictvím dialogového okna.

Jednokritériální optimalizace

Poslední položkou v hlavním menu je *Jednokritériální optimalizace*, která spustí výpočet dílčích hodnot jednokritériálních úloh podle jednotlivých kritériálních funkcí.

4 VÝPOČETNÍ EXPERIMENTY

Nyní si popíšeme konkrétní úlohu VLP, která bude řešena s pomocí aplikace *SYMCLIP* pro názornou ukázkou funkčnosti a možností aplikace. Popisovaná úloha byla vybrána tak, aby dobře demonstrovala všechny metody dostupné v aplikaci. Cílem této úlohy je stanovení výrobního plánu chráněné dílny.

4.1 Popis úlohy

V chráněné dílně vyrábí zdravotně postižení dělníci dřevěný nábytek – židle, stoly, lavice, skříně, postele a police. Na výrobu jedné židle je potřeba 3 kg dřeva, 2 m² látky na potah a 150 ml laku na natření a dělník potřebuje na její smontování a natření 30 minut. Židle se prodává za 200,- Kč, z čehož 100,- Kč tvoří zisk pro dílnu. Pro další výrobky jsou údaje uvedeny v tabulce 4.1.

	židle [x ₁]	stůl [x ₂]	lavice [x ₃]	skřín [x ₄]	postel [x ₅]	police [x ₆]
dřevo [kg]	3	5	4	9	7	2
látka [m ²]	2	0	5	0	0	0
lak [ml]	150	300	250	600	350	150
práce [min]	30	60	40	80	65	20
cena [Kč]	200	300	600	800	1200	150
zisk [Kč]	100	200	200	350	500	100

Tab. 4.1: Vstupní data pro úlohu VLP

Na týden je v dílně k dispozici 1500 kg dřeva, 600 m² látky na potahy a 80 litrů laku. Aby dílna vůbec mohla fungovat, musí být její týdenní zisk alespoň 70 000,- Kč. Dílna si klade za cíl zaměstnat co nejvíce zdravotně postižených dělníků při současné maximalizaci příjmů z prodeje nábytku a minimalizaci škodlivého dopadu výroby na životní prostředí. Vliv na životní prostředí je vyjádřen pomocí trestných bodů. Počet trestných bodů je ovlivněn především spotřebou dřeva a laku, ale také množstvím lepidla, které je pro výrobu nezbytné. Spotřeba lepidla nemá podstatný vliv na cenu výrobků, proto není zahrnuta do dalších výpočtů. Ohodnocení škodlivého vlivu výroby jednotlivých kusů nábytku je v tabulce 4.2.

	židle [x ₁]	stůl [x ₂]	lavice [x ₃]	skřín [x ₄]	postel [x ₅]	police [x ₆]
trestné body	2	5	3	8	6	1

Tab. 4.2: Ohodnocení vlivu výroby na životní prostředí

V úloze je šest proměnných, které vyjadřují počet vyrobených kusů daného nábytku. Dále zde jsou čtyři omezení, z nichž tři se vztahují k omezeným kapacitám surovin (dřevo, látka, lak) a jsou typu menší nebo rovno. Čtvrté omezení vyjadřuje požadavek na minimální týdenní zisk

dílny a je typu větší nebo rovno. Majitelé dílny si stanovili tři cíle, kterých by chtěli dosáhnout současně. Cíle jsou reprezentovány kritériálními funkcemi, které po řadě maximalizují tržby z prodeje vyrobeného nábytku (předpokládáme, že se všechny vyrobené nábytky prodá), maximalizují počet minut odvedené práce a minimalizují škodlivý vliv výroby na životní prostředí, tedy minimalizují součet trestných bodů.

Matematický model výše popsaného problému lze zapsat následovně:

$$z_1 = 200x_1 + 300x_2 + 600x_3 + 800x_4 + 1200x_5 + 150x_6 \rightarrow \max \quad [\text{Kč}]$$

$$z_2 = 30x_1 + 60x_2 + 40x_3 + 80x_4 + 65x_5 + 20x_6 \rightarrow \max \quad [\text{min}]$$

$$z_3 = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 6x_5 + 1x_6 \rightarrow \min \quad [\text{trestné body}]$$

za podmínek

$$3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 7x_5 + 2x_6 \leq 1\,500 \quad [\text{kg}]$$

$$2x_1 + 0x_2 + 5x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 \leq 600 \quad [\text{m}^2]$$

$$150x_1 + 300x_2 + 250x_3 + 600x_4 + 350x_5 + 150x_6 \leq 80\,000 \quad [\text{ml}]$$

$$100x_1 + 200x_2 + 200x_3 + 350x_4 + 500x_5 + 100x_6 \geq 70\,000 \quad [\text{Kč}]$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 6.$$

4.2 Zadání vstupních dat

Po zadání rozměrů úlohy prostřednictvím dialogového okna Nová data je vykreslen formulář pro zadávání vstupních dat v listu Data. Pro lepší orientaci při budoucích výpočtech je doporučeno pojmenovat v tomto formuláři proměnné, omezení i kritéria. Jak by měla vypadat správně zadaná vstupní data pro výše popsanou úlohu, je vidět na obrázku 4.1. Kritériální funkce jsou seřazeny podle důležitosti.

Vícekritériální lineární programování

Vkládání a editace dat

Vytvořeno dne: 15.5.2008

	židle	stůl	lavice	skříň	postel	police	relace	b
dřevo	3	5	4	9	7	2	<=	1500
látka	2	0	5	0	0	0	<=	600
lak	150	300	250	600	350	150	<=	80000
zisk	100	200	200	350	500	100	>=	70000

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	extrém	váhy
práce	30	60	40	80	65	20	max	
tržby	200	300	600	800	1200	150	max	
tr.body	2	5	3	8	6	1	min	

Obr.4.1: Zadávání vstupních dat

4.3 Aplikace metod

V zadání úlohy nebyl specifikován váhový vektor. Pro jeho výpočet je možné použít libovolnou z metod odhadu vah, které aplikace nabízí. Výsledky těchto výpočtů jsou uvedeny v příloze. Pro další výpočty použijeme váhový vektor vypočtený Saatyho metodou.

Metoda pro výpočet jednokritériálních úloh, stejně jako metody WSA, lexikografická metoda, minimalizace vzdálenosti od ideální varianty a maximalizace minimální komponenty,

nevyžaduje již žádné další komentáře. Výsledkové zprávy těchto metod jsou uvedeny v příloze.

V průběhu řešení úlohy pomocí cílového programování byl majitel dílny dotázán na cílové hodnoty kritérií. Pro kritérium práce zadá majitel dílny hodnotu 14 400 minut a chce minimalizovat jen zápornou odchylku od této hodnoty. Pro kritérium tržby volí hodnotu 220 000,- Kč a také chce minimalizovat pouze zápornou odchylku. Pro minimalizační kritérium trestné body zvolí cílovou hodnotu 800 bodů a chce minimalizovat kladnou odchylku. Cílové hodnoty včetně konečných výsledků metody jsou obsaženy ve výsledkové zprávě v příloze.

Při řešení úlohy metodou GDF je majiteli dílny nejdříve nabídnuto výchozí řešení. S ohledem na toto řešení zadá majitel dílny míry substituce (konkrétně po řadě 1, 2, 2). Na základě měr substituce je vypočítáno průběžné řešení a majiteli je předložena lineární kombinace výchozího a průběžného řešení v závislosti na parametru t . Majitel zvolí hodnotu $t = 0,6$, pro niž mu nejvíce vyhovují kritériální hodnoty. Toto řešení mu ale ještě nevyhovuje úplně. Míry substituce měnit nechce, a tak mu je znovu nabídnuta lineární kombinace řešení zvoleného v předchozím kroku a nového průběžného řešení v závislosti na parametru t . Majitel dílny zvolí hodnotu parametru $t = 0,4$, pro niž mu již zcela vyhovují dosažené hodnoty kritérií. Výchozí řešení, všechna průběžná řešení a výsledková zpráva pro metodu GDF jsou v příloze.

Po spuštění metody STEM je majiteli dílny nabídnuta matice \mathbf{Z} a první průběžné řešení. Majiteli vyhovují jen některé z dosažených hodnot a je ochoten snížit počet trestných bodů na $-1\,400$ bodů¹. Po přepočtení je majiteli předloženo nové řešení. Opět mu vyhovují jen některé z dosažených hodnot kritérií a je ochoten snížit hodnotu kritéria tržby na 220 000,- Kč. Nové řešení již majiteli dílny vyhovuje. Průběžná řešení včetně matice \mathbf{Z} , stejně jako konečné výsledky získané metodou STEM jsou k dispozici v příloze.

4.4 Vyhodnocení dosažených výsledků

Výsledkové zprávy zobrazují možné výrobní plány chráněné dílny. Metoda WSA, lexikografická metoda a metoda minimalizace vzdálenosti od ideální varianty dávají shodné řešení a to, že by v dílně měli vyrábět 188 židlí, 100 stolů a 63 postelí týdně. Na takovou výrobu je potřeba přibližně 15 688 minut práce, což znamená, že dílna může zaměstnat až devět zdravotně postižených dělníků na 30 hodin týdně nebo až sedm dělníků na 40 hodin týdně. Tržby by při takové výrobě byly 142 500,- Kč týdně, z toho zisk pro dílnu by byl přesně 70 000,- Kč. Škodlivý vliv této výroby na životní prostředí by byl ohodnocen 1 250 trestnými body. Týdenní disponibilní množství dřeva i laku by bylo zcela vyčerpáno, ale zbylo by 225 m² látky na potahy. Výsledky získané ostatními metodami lze interpretovat obdobně.

Na obrázku 4.2 je příklad výsledkové zprávy pro cílové programování.

¹ Trestné body jsou minimalizační kritérium, které bylo převedeno na maximalizační vynásobením kritériální funkce hodnotou -1 , proto jsou nabízené hodnoty tohoto kritéria záporné.

Vícekriteriální lineární programování

Cílové programování - výsledky

Vytvořeno dne: 16.5.2008

Účelová funkce:	0,04		
Proměnné:	Kriteriální funkce:	Cílové hodnoty:	Omezující podmínky:
židle 83,87	práce 14400	14400	Levá strana Pravá strana
stůl 2,09	tržby 220000	220000	dřevo 1500 <= 1500
lavice 86,45	tr.body 1194,04	800	látka 600 <= 600
skříň 0			lak 80000 <= 80000
postel 124,17			zisk 89328,27 >= 70000
police 11,46			

Obr. 4.2: Výsledková zpráva

Hodnoty proměnných a kriteriálních funkcí dosažených pomocí jednotlivých metod jsou pro porovnání v tabulce 4.3.

	WSA	lexikografická metoda	minimalizace vzdálenosti	minimální komponenta	cílové programování	GDF	STEM
židle	187,5	187,5	187,5	0,0	83,9	0,0	46,1
stůl	100,0	100,0	100,0	0,0	2,1	46,5	29,9
lavice	0,0	0,0	0,0	120,0	86,5	0,0	70,1
skříň	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
postel	62,5	62,5	62,5	98,5	124,2	177,9	133,1
police	0,0	0,0	0,0	77,2	11,5	0,0	0,0
práce	15 687,5	15 687,5	15 687,5	12 745,4	14 400,0	14 350,7	14 633,3
tržby	142 500,0	142 500,0	142 500,0	201 754,3	220 000,0	227 378,6	220 000,0
tr. body	1 250,0	1 250,0	1 250,0	1 028,1	1 194,0	1 299,6	1 250,7

Tab. 4.3: Výsledky jednotlivých metod řešení úloh VLP

Metody WSA, lexikografická metoda a metoda minimalizace vzdálenosti od ideální varianty nepřidávají do množiny další omezující podmínky, pouze optimalizují určitým způsobem agregovanou účelovou funkci, což vede k tomu, že řešením je některý z krajních bodů množiny přípustných řešení.

Na výsledcích metod, u kterých zadával uživatel nějaké dodatečné informace v průběhu řešení (cílové programování, GDF, STEM), je názorně vidět, že tyto metody se přibližují určitým cílovým hodnotám, které si uživatel stanovil. Tyto hodnoty mohou být reprezentovány např. cílovými hodnotami u cílového programování.

5 ZÁVĚR

Aplikace *SYMCLIP* je určena pro řešení spojitých úloh vícekriteriálního rozhodování. Vývojovým i uživatelským prostředím navazuje na starší aplikaci *Sanna*, která je určena pro řešení diskrétních úloh vícekriteriálního rozhodování a byla vytvořena také na Vysoké škole ekonomické. V budoucnu je plánováno rozšíření obou aplikací o další metody, možné je také vytvoření dalších jazykových mutací. Práce na softwarových produktech není nikdy hotová, vždy je co zlepšovat, především s ohledem na postřehy a přání uživatelů.

Použitá literatura

1. FIALA, P.: Modely a metody rozhodování. Oeconomica, Praha 2006.
2. SKOČDOPOLOVÁ, V.: Vícekriteriální lineární programování v prostředí Microsoft Excel. Diplomová práce, VŠE, Praha 2008.
3. URBAN, P.: Vícekriteriální hodnocení variant v prostředí Microsoft Excel. Diplomová práce, VŠE, Praha 1999.
4. WALKENBACH, J.: Microsoft Excel 2003 Programování ve VBA. Computer Press, a.s., Brno 2006.
5. ZELENY, M.: Multiple Criteria Decision Making. McGraw-Hill, Inc., 1982.

Kontaktní údaje

Ing. Veronika Skočdoplová
Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
Tel: (+420) 224 095 380
email: veronika.skocdoplova@vse.cz

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.
Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
Tel: (+420) 224 095 403
email: jablon@vse.cz

Článek vznikl s podporou grantu Grantové agentury ČR – grant č. 402/06/0150 *Kvantitativní modely pro analýzu ekonomické efektivnosti v prostředí nedokonalých trhů.*

ÚVAHA NAD JEDNORAZOVÝM MONETÁRNYM ZÁSAHOM

AN ESSAY OVER SINGLE-SHOT MONETARY INTERVENTION

Karol Szomolányi, Adriana Lukáčiková

Abstrakt

Predpoklad, že centrálna banka dokáže monetárnym zásahom ovplyvniť je predmetom nášho záujmu. V práci skonštruujeme a vyriešime dynamický IS-LM model, ktorý zodpovedá Romerovým predpokladom. IS-LM model je rozšírený o koncepciu tvorby cien po monetárnom zásahu a očakávania. Náš model ponúka možnosť demonštrovať správanie sa ekonomiky pri zmene predpokladov zodpovedajúcich rôznym ekonomickým školám, podobne ako je to v knihe Heijdra (2002).

Kľúčové slová

monetárna politika, dynamika IS-LM modelu, superneutralita peňazí, ekonomické školy

Abstract

An assumption that a central bank can influence the real interest rates is the object of our interest. In the paper we form and solve a model which corresponds to Romer's (2000) assumptions. Our model is IS-LM advanced by a conception of price-adjusting after monetary intervention and inflation expectations. Our model offers a demonstration, similar to one in the book of Heijdra (2002), of economic behaviour by different economic assumptions of different economic schools.

Keywords:

monetary policy, IS-LM model dynamics, superneutrality of Money, economic schools

ÚVOD

Romer (2000) navrhol jednoduchý rovnovážny model uzavretej ekonomiky. Model vychádza z Hicksovho statického IS-LM modelu (problematiku jeho odhadu popísali Husár a Lukáčik, 2004) s funkciou pravidla monetárnej politiky MP namiesto LM funkcie. Funkciu monetárneho pravidla MP zobrazuje rovnovážne úrovne reálnej produkcie a inflácie do reálnej úrokovej miery. Vychádza z predpokladu, že centrálna banka svojou monetárnou politikou dokáže ovplyvniť reálnu úrokovú mieru. Expanzívna (reštriktívna) monetárna politika má za následok krátkodobé zníženie (zvýšenie) reálnej úrokovej miery. Ak je teda reálna produkcia (inflácia) nad (pod) želanou úrovňou, monetárna autorita reaguje zásahom, ktorý krátkodobo zníži (zvýši) reálnu úrokovú mieru. To implikuje, že centrálna banka sa riadia pravidlom (čo vyplýva zo známej diskusie o probléme časovej vymedzenej prácami Kydlanda a Prescottta; 1977, či Calva; 1978, pozri Szomolányi; 2005), pri ktorom sledujú skôr priebeh úrokových mier než priebeh masy peňazí. V skutočnosti Romer ponúkol zoznam centrálnych bánk, ktorých správanie možno charakterizovať uvedenou koncepciou. Vzhľadom na to, že v posledných štyroch rokoch existencie slovenskej monetárnej politiky,

v slovenských štatistikách absentoval konzistentný agregát vyjadrujúci masu peňazí, možno aj Národnú banku Slovenska zaradiť do Romerovho zoznamu. Nakoniec politika Európskej centrálnej banky je odvodená od politiky bývalej Deutsche Bank, ktorá podľa Romera sleduje úrokovú mieru. Podľa Romerovej koncepcie je úroková miera endogénnym indikátorom, o čom svedčia ekonometrické práce Taylorom (1994) počnúc.

Predpoklad, že centrálna banka dokáže monetárnym zásahom ovplyvniť je predmetom nášho záujmu. V práci skonštruujeme a vyriešime dynamický IS-LM model, ktorý zodpovedá Romerovým predpokladom. IS-LM model je rozšírený o koncepciu tvorby cien po monetárnom zásahu a očakávaní. Pre zjednodušenosť predpokladáme, jednoduchú formulu prispôsobenia inflačných očakávaní. Poznamenávame, že možnosti modelovania inflačných očakávaní je mnoho. Náš model ponúka možnosť demonštrovať správanie sa ekonomiky pri zmene predpokladov, podobne ako je to v knihe Heijdra (2002).

1 MODEL

Uvažujme o IS-LM modeli. Rovnováha na trhu produktov je daná IS funkciou:

$$y_t = y(r_t) \quad (1)$$

Rovnováha na trhu peňazí je daná:

$$M_t = P_t + l(y_t, r_t + \pi_t^e) \quad (2)$$

kde v období t je y_t logaritmus reálnej produkcie ekonomiky, M_t je logaritmus nominálnej zásoby peňazí P_t logaritmus cenovej hladiny $y(r_t)$ je logaritmus reálnej produkcie vyjadrený IS funkciou reálnej úrokovej miery so sklonom $y_r < 0$ a $l(y_t, r_t + \pi_t^e)$ je logaritmus dopytu po reálnej zásobe peňazí vyjadrený funkciou reálnej produkcie a nominálnej úrokovej miery, ktorá je daná súčtom reálnej úrokovej miery a očakávanej inflácie π_t^e . Sklon k transakčnému dopytu je $l_y > 0$ a sklon k špekulačnému dopytu po peniazoch je $l_r = dl/d(r + \pi^e) < 0$.

Podme analyzovať vplyv jednorazového monetárneho zásahu na ekonomické veličiny. Predpokladajme, že centrálna banka zmení v období 1 nominálnu masu peňazí o dM_1 . Na základe IS-LM modelu danej dvoma rovnicami (1) a (2) je zrejmé, že takýto zásah môže viesť k zmene produkcie, cenovej hladiny, reálnej úrokovej miery, inflačných očakávaní (a teda aj nominálnej úrokovej miery). Máme tak dve rovnice so štyrmi neznámymi (respektíve tri rovnice s piatimi neznámymi, ak model rozšírime o nominálnu úrokovú mieru danú súčtom inflačných očakávaní a reálnej úrokovej miery).

Uzavríme predpoklad, že cenová hladina v období t je daná vzťahom:

$$P_t = P_{t-1} + \alpha dM_t + \beta(P_{t-1} - P_{t-2}) \quad (3)$$

Diferenčná rovnica druhého rádu (3) je v súlade s Romerovou (2000) koncepciou, podľa ktorej, ak centrálna banka zmení masu peňazí, ceny elastických tovarov sa okamžite upraví, čo má za následok okamžitej zmeny cenovej hladiny. Podiel elastických produktov v ekonomike je daný parametrom α ($0 \leq \alpha \leq 1$). Ak sú všetky produkty elastické, parameter α má hodnotu 1, okamžitá relatívna zmena cien v období t sa rovná relatívnej zmene masy peňazí. Naopak, ak ceny sú stabilné, parameter α má hodnotu 0. V ďalších obdobiach sa upraví ceny ostatných menej elastických produktov podľa princípu čiastočného prispôsobenia cien, ktorý je daný výrazom $\beta(P_{t-1} - P_{t-2})$, kde β ($0 \leq \beta < 1$) je parameter čiastočného prispôsobenia.

Poznamenajme, že diferenciou cenových hladín možno vyjadriť infláciu π_t . Diferenčnú rovnicu druhého rádu (3) potom možno prepísať diferenčnou rovnicou prvého rádu:

$$\pi_t = \alpha dM_t + \beta \pi_{t-1} \quad (4)$$

Superneutralita peňazí

Z takejto perspektívy možno vyjadriť predpoklad *superneutrality peňazí*, ktorý charakterizujeme tak, že v rovnováhe sa ceny relatívne zmenia rovnako, ako sa zmení nominálna masa peňazí a teda dlhodobá je rovnováha LM (2) zachovaná, monetárna politika nemá vplyv na reálne veličiny. Predpoklad je v súlade s Romerovou koncepciou o dlhodobej úprave cien vyvolanej monetárnym zásahom a možno ho vyjadriť ako: $\pi_t = \pi_{t-1} = \pi^* = dM_t = dM^*$. Rovnovážne riešenie rovnice (4) za predpokladu superneutrality peňazí je dané podmienkou:

$$\beta = 1 - \alpha \quad (5)$$

Predpokladajme, že obyvateľstvo čiastočne očakáva budúcu infláciu, podľa vzťahu:

$$\pi_t^e = \gamma(P_t - P_{t-1}) = \gamma \pi_t \quad (6)$$

kde γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) je parameter čiastočného prispôsobenia očakávanej inflácie budúcej inflácii. Ak sa parameter rovná hodnote jedna, očakávania sú dokonalé.

2 RIEŠENIE

Podme analyzovať vplyv jednorazového monetárneho zásahu na ekonomické veličiny. Predpokladajme, že centrálna banka zmení v období 1 nominálnu masu peňazí o dM_1 a v ostatných obdobiach masu peňazí nemení $dM_t = 0$. Predpokladajme, že začiatočná inflácia sa rovnala nule, $\pi_0 = 0$. Riešenie rovnice (3) je v tvare:

$$P_t - P_0 = \frac{\alpha dM_1}{1 - \beta} - \frac{\alpha dM_1}{1 - \beta} \beta^t \quad (7)$$

Prvý zlomok na pravej strane riešenia (7) vyjadruje dlhodobé zvýšenie (zníženie) cenovej hladiny ($P_t - P_0$, ak $t \rightarrow \infty$) po jednorazovom náraste (poklese) nominálnej masy peňazí. Ak je splnená podmienka superneutrality peňazí (5), dlhodobý relatívna zmena cenovej hladiny sa rovná relatívnej jednorazovej zmene masy peňazí, $P_t - P_0 = dM_1$, ak $t \rightarrow \infty$. Z krátkodobého hľadiska je v období t zmena cenovej hladiny upravená o hodnotu danú druhým zlomkom na pravej strane riešenia (7), keďže trvá istý čas (daný veľkosťou parametra β), kým sa upravia ceny menej elastických produktov. Ak je splnená podmienka superneutrality peňazí, druhý zlomok na pravej strane riešenia (7) možno napísať ako $dM_1 \beta^t$. Z riešenia (7) je teda zrejmé, že pod vplyvom jednorazového monetárneho zásahu sa cenová hladina začne rovnomerne meniť, až po istú úroveň. Za predpokladu superneutrality peňazí sa relatívne vyjadrená zmena cenovej hladiny rovná relatívnej zmene nominálnej masy peňazí.

Vplyv monetárneho zásahu

Z riešenia (7) možno vyjadriť priebeh inflácie po jednorazovej zmene nominálnej masy peňazí:

$$\pi_t = P_t - P_{t-1} = \alpha dM_1 \beta^{t-1} \quad (8)$$

Po expanzívnom (reštriktívnom) zásahu monetárnej autority sa inflácia v prvom období zvýši (zníži) a potom postupne v ďalších obdobiach konverguje k nule. K vyjadreniu priebehu inflácie (8) možno dospieť aj riešením diferenčnej rovnice prvého rádu (4).

Nakoniec dosadením riešenia (8) do výrazu inflačných očakávaní, možno vyjadriť priebeh inflačných očakávaní vyvolaný jednorazovým monetárnym zásahom ako:

$$\pi_t^e = \gamma \alpha dM_1 \beta^{t-1} \quad (9)$$

Obyvateľstvo očakáva po monetárnom zásahu monetárnej banky vyššiu infláciu, ktorá v ďalších obdobiach podľa očakávaní obyvateľstva bude postupne konvergovať k nule.

Z priebehu inflačných očakávaní možno vyjadriť zmenu inflačných očakávaní ako:

$$d\pi_1^e = \gamma \alpha dM_1 \quad (10)$$

v období 1 za predkladu, že v predchádzajúcich obdobiach obyvateľstvo neočakávalo žiadnu infláciu a

$$d\pi_t^e = -(1 - \beta) \gamma \alpha dM_1 \beta^{t-2} \quad (11)$$

v ostatných obdobiach ($t = 2, \dots$)

Vráťme sa teraz k základným rovniciam IS-LM modelu. Predpokladajme, že v období 0 je v ekonomike rovnováha a platí vzťah: $M_0 = P_0 + I[y(r_0), r_0 + \pi_0^e]$. Vplyv zásahu monetárnej autority možno v období t analyzovať aproximovaním úplným diferenciálom:

$$dM_t = dP_t + l_y y_r dr_t + l_r dr_t + l_r d\pi_t^e \quad (12)$$

kde $l_y > 0$ je hraničný sklon k transakčnému dopytu a $l_r < 0$ je hraničný sklon k špekulačnému dopytu po peniazoch, $y_r < 0$ je hraničný sklon IS funkcie. V ďalšej aproximácii možno za dM_t dosadiť dM_1 v prvom období, respektíve 0 v ostatných obdobiach ($t = 2, \dots$), za dP_t možno dosadiť priebeh inflácie π_t (8), za $d\pi_t^e$ možno vyjadriť zmenu inflačných očakávaní spôsobenú jednorazovým monetárnym zásahom vyjadrenú výrazom (10) v prvom období a výrazom (11) v ostatných obdobiach ($t = 2, \dots$). Vyjadrením dr_t/dM_1 dostaneme vplyv jednorazového monetárneho zásahu na reálnu úrokovú mieru v období 1:

$$\frac{dr_1}{dM_1} = \frac{1 - \alpha - l_r \gamma \alpha}{l_y y_r + l_r} < 0 \quad (13)$$

a v období $t = 2, \dots$:

$$\frac{dr_t}{dM_1} = \frac{l_r \gamma (1 - \beta) - \beta}{l_y y_r + l_r} \alpha \beta^{t-2} > 0 \quad (14)$$

Pod vplyvom expanzívneho (reštriktívneho) monetárneho zásahu v prvom období reálna úroková miera klesne (narastie). V ďalších obdobiach reálna úroková miera bude rásť (klesať) a jej absolútny pokles (nárast) sa zredukuje. Výslednú rovnovážnu hodnotu reálnej úrokovej miery možno dosiahnuť sčítaním všetkých zmien reálnej úrokovej miery. Za predkladu, že v začiatočnom období bol systém v rovnováhe výsledný vplyv monetárneho zásahu na reálnu úrokovú mieru je:

$$\frac{dr}{dM_1} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{dr_t}{dM_1} = \frac{dr_1}{dM_1} + \sum_{t=2}^{\infty} \frac{dr_t}{dM_1} = \frac{1 - \beta - \alpha}{(l_y y_r + l_r)(1 - \beta)} \quad (15)$$

Za predpokladu superneutrality peňazí sa v rovnováhe reálna úroková miera nemení, keďže monetárny zásah spôsobí iba zmenu cien. Ak je súčet parametrov α a β menší ako 1, po expanzívnom (reštriktívnom) monetárnom zásahu reálna úroková miera dlhodobo poklesne (narastie), naopak, ak je súčet parametrov α a β väčší ako 1, po expanzívnom (reštriktívnom) monetárnom zásahu reálna úroková miera dlhodobo narastie (poklesne).

Poznamenajme, že celkovú zmenu reálnej úrokovej miery zapríčinenú jednorazovým monetárnym zásahom (15) možno dosiahnuť aj dosadením celkovej inflácie zapríčinennej jednorazovým monetárnym zásahom z riešenia (rovnovážneho riešenia vzťahu (7), teda výrazu $\alpha dM_1/(1-\beta)$ za dP a celkových (dlhodobých) inflačných očakávaní (0, keďže riešenie je rovnovážne) za $d\pi^e$ do aproximácie IS-LM modelu (1) a (2) úplným diferenciálom:

$$dM_1 = dP + l_y y_r dr + l_r dr + l_r d\pi^e$$

a vyjadrením dr/dM_1 .

Aproximáciou IS funkcie (1) úplným diferenciálom možno po dosadení vplyvu jednorazovej zmeny monetárnej politiky na reálnu úrokovú mieru ((13) v prvom období, (14) v ďalšom období, resp. (15) pre vyjadrenie celkového vplyvu) možno vyjadriť vplyv jednorazového zásahu v prvom období na reálnu produkciu v prvom období ($t = 1$):

$$\frac{dy_1}{dM_1} = y_r \frac{1 - \alpha - l_r \gamma \alpha}{l_y y_r + l_r} > 0 \quad (16)$$

v ďalšom období ($t = 2, \dots$):

$$\frac{dy_t}{dM_1} = y_r \frac{l_r \gamma (1 - \beta) - \beta}{l_y y_r + l_r} \alpha \beta^{t-2} < 0 \quad (17)$$

a celkovo:

$$\frac{dy}{dM_1} = y_r \frac{1 - \beta - \alpha}{(l_y y_r + l_r)(1 - \beta)} \quad (18)$$

Pod vplyvom expanzívneho (reštriktívneho) jednorazového monetárneho zásahu v prvom období reálna produkcia narastie (klesne). V ďalších obdobiach reálna produkcia bude klesať (rásť) a jej absolútny nárast (pokles) sa zredukuje.

Za predpokladu superneutrality peňazí sa v rovnováhe reálna produkcia nemení, keďže monetárny zásah spôsobí iba zmenu cien. Ak je súčet parametrov α a β menší ako 1, po expanzívnom (reštriktívnom) monetárnom zásahu reálna produkcia dlhodobo narastie (poklesne), naopak, ak je súčet parametrov α a β väčší ako 1, po expanzívnom (reštriktívnom) monetárnom zásahu reálna produkcia dlhodobo poklesne (narastie).

Poznamenávame, že k vzťahu (18) sa možno dopracovať analogickými dvoma spôsobmi ako sme sa dopracovali k vzťahu (15).

Nakoniec, ak zmenu nominálnej úrokovej miery možno aproximovať vzťahom $di_t = dr_t + d\pi_t^e$, analogickými úvahami možno vyjadriť vplyv jednorazového monetárneho zásahu v prvom období na nominálnu úrokovú mieru v prvom období ($t = 1$):

$$\frac{di_1}{dM_1} = \frac{1 - \alpha - l_y y_r \gamma \alpha}{l_y y_r + l_r} \quad (19)$$

v ďalšom období ($t = 2, \dots$):

$$\frac{di_t}{dM_1} = \frac{-\beta - l_y y_r \gamma (1 - \beta)}{l_y y_r + l_r} \alpha \beta^{t-2} \quad (20)$$

a celkovo:

$$\frac{di}{dM_1} = \frac{1 - \beta - \alpha}{(l_y y_r + l_r)(1 - \beta)} \quad (21)$$

Pod vplyvom expanzívneho (reštriktívneho) jednorazového monetárneho zásahu v prvom období nominálna úroková miera môže narásť aj klesnúť, podľa toho či $1 - \alpha >> l_y y_r \gamma \alpha$, keďže vďaka zásahu monetárnej banky sa menia očakávania obyvateľstva. Tento výsledok je v rozpore s LM funkciou v statickom Hicksovom IS/LM modeli. V ďalších obdobiach nominálna úroková miera môže tiež rásť alebo klesať podľa toho, či $-\beta >> l_y y_r \gamma (1 - \beta)$. Dlhodobou sa nominálna úroková miera zmení rovnako ako sa zmení reálna úroková miera, keďže v rovnováhe sú nulové inflačné očakávania. Za predpokladu superneutrality peňazí sa celkovo nominálne úroková miera nemení.

V statickom IS-LM modeli jednorazový monetárny zásah vyvolal zmenu rovnovážneho riešenia. Vzhľadom na absenciu dynamiky v modeli nie je možné vyjadriť priebeh jednotlivých veličín. Ak je model bohatší o dynamiku vyplývajúcu z úpravou cien a inflačných očakávaní vyvolanou, možno vyjadriť priebeh cenovej hladiny (7) inflácie (8), inflačných očakávaní (9), reálnej úrokovej miery (13)-(15), reálnej produkcie (16)-(18) a nominálnej úrokovej miery (19)-(21). Vzhľadom na čiastočnú úpravu cien sa v prvých obdobiach upravia reálne ekonomické veličiny. V ďalších obdobiach sa upravujú ceny, čo má za následok postupný návrat reálnych ekonomických veličín do pôvodných (za predpokladu superneutrality peňazí) hodnôt.

3 PREDPOKLADY A NIEKTORÉ EKONOMICKÉ ŠKOLY

Na našom modeli možno demonštrovať rôzne pohľady na monetárnu politiku vyčlenením rôznych predpokladov v rôznych ekonomických školách, podobne ako to uvádza vo svojej knihe Heijdra (2002) na statickom IS-LM modeli.

Už sme spomínali, že za predpokladu (5) platí superneutralita peňazí, ktorá je charakteristická pre neoklasickú syntézu. Výsledky nášho modelu korešpondujú s touto ekonomickou školou za predpokladu (5).

Statický Hicksov IS-LM model možno v našom modeli vyčleniť za predpokladu stability cien bez inflačných očakávaní. Predpoklad možno vyčleniť ak parametre $\alpha = \beta = 0$. Za tohto predpokladu je IS-LM model daný základnými rovnicami (1) a (2), ak $\pi_t^e = 0$. Monetárny zásah nevyvolá, žiadnu zmenu cien ani očakávanej inflácie. Vplyv na úrokové miery a produkciu potom možno vyjadriť vzťahmi (13), (16) a (19), rovnako ako (15), (18) a (21) (vo všetkých troch $\alpha = \beta = 0$). Jednorazový monetárny zásah vyvolá jednorazovú zmenu reálnych ekonomických veličín. Tie sa, ako vyplýva z (14), (17) a (20) už viac nemenia, keďže $\alpha = 0$.

Ak predpokladáme exogénne zadané inflačné očakávania, $\pi_t^e = \pi^{e*}$, z IS-LM modelu sa stáva IS-RLM (podľa slovenskej literatúry, Husár; 2003), respektíve IS-ALM (z anglickej literatúry, Bailey, 1994) model. Vplyv jednorazového monetárneho zásahu je v modeli rovnaký. Náš model by sme mohli charakterizovať ako dynamický IS-RLM model s endogénnymi očakávaniami, na ktoré, ako vyplýva z (6) a z (3), vplýva monetárna politika.

Za predpokladu, že produkty na agregátnom trhu sú dokonale elastické, parametre $\alpha = 1$ a $\beta = 0$. Predpoklad je teda špeciálny prípad superneutrality peňazí, lebo je splnená podmienka (5). Keďže sa ceny na trhu upravujú okamžite, koncepcia očakávaní nemá zmysel a parameter $\gamma = 0$. Monetárny zásah má potom vplyv iba na cenovú hladinu, nie však reálne veličiny, čo sme už spomenuli pri interpretácii vzťahov (15), (18) a (21). Z (13), (16) a (19) je však zrejmé, že vplyvom monetárneho zásahu sa reálne veličiny nezmenia ani v prvom období ($\alpha = 1$ a $\gamma = 0$) a z (14), (17) a (20) je zrejmé, že sa reálne veličiny nezmenia ani v ďalších obdobiach. Monetárnym zásahom sa zmenia iba ceny. Monetárna politika tak nie je efektívna ani z krátkodobého hľadiska.

Dokonala elasticita produktov na agregátnom trhu je jeden z predpokladov klasickej školy ekonómie. Tým druhým, je že dopyt po peniazoch je daný kvantitatívnu teóriou peňazí. Špekulačný dopyt je nerelevantný a teda $l_r = 0$. Monetaristi tiež veria kvantitatívnej teórii peňazí, avšak na rozdiel od klasikov, neveria, že produkty na agregátnom trhu sú dokonale elastické. Výraz v menovateli vzťahov (13)-(21), $l_y \gamma_r + l_r$, je za predpokladu kvantitatívnej teórii peňazí menší a teda zásah monetárnej politiky krátkodobo vplýva viac na ekonomické veličiny. Keynesova pasca likvidity, naopak, predpokladá $l_r \rightarrow \infty$. Menovateľ vo vzťahoch (13)-(21) je nekonečne veľký, čo implikuje nulový efekt jednorazového monetárneho zásahu.

ZÁVER

Vzhľadom na nedostatky statického IS-LM modelu sa autori prikláňajú ku koncepcii navrhutej Romerom. Statický IS-LM model nie len zanedbáva dynamickú štruktúru v ekonómii, ale je aj nerealistický. Táto skutočnosť môže vysvetliť problémy s ekonometrickými odhadmi LM krivky (na Slovensku napríklad Lukáčik, 2005a). Romer preto navrhuje nahradiť LM funkciu pravidlom monetárnej politiky MP, ktorý vychádza z predpokladu, že krátkodobo expanzívna (reštriktívna) monetárna politika má za následok zníženie (zvýšenie) reálnej úrokovvej miery. Na základe existencie pravidiel v monetárnej politike, možno správanie sa centrálnej banky vysvetliť funkciou, v ktorej reálna úroková miera je kladnou funkciou národného príjmu a inflácie. Ak je teda reálna produkcia (inflácia) nad (pod) želanou úroveň, monetárna autorita reaguje zásahom, ktorý krátkodobo zníži (zvýši) reálnu úrokovú mieru.

Náš model demonštruje vplyv jednorazového monetárneho zásahu. Aj keď prezentované výsledky považujeme za relevantné, autori vidia možnosti vylepšenia modelu. V úvode sme spomenuli existenciu viacerých možností konštrukcie inflačných očakávaní v modeli. Dá sa predpokladať, že centrálna banka nerobí monetárnu politiku jedným ale súborom viacerých monetárnych zásahov. Takéto poňatie by umožnilo autorom nájsť štruktúru vektorovej autoregresie (pozri Lukáčik, 2005b), na základe ktorej možno testovať spomenuté predpoklady.

Použitá literatúra

1. BAILY, M. N. – FRIEDMAN P. 1994. Macroeconomics, Financial Markets, and the International Sector. Richard d Irwin 1994.
2. CALVO, G. A. 1978. On the Time Consistency of Optimal Policy in a Monetary Economics. In: Econometrica, 46, s. 1411-1428, 1978.
3. HEIJDRÁ, B. J. – VAN DER PLOEG, F. 2002. The Foundations of Modern Macroeconomics, Oxford University Press, 2002.
4. HUSÁR, J. 2003. Aplikovaná makroekonómia, Bratislava: SPRINT 2003.
5. HUSÁR, J. – LUKÁČIK, M. 2004: Aplikovaná ekonometria. Bratislava: Vyd. EKONÓM 2004.
6. KYDLAND, F. – PRESCOTT, E. 1977. Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans. In: Journal of Political Economy, vol. 85, 1977.
7. LUKÁČIK, M. 2005a: Metodológia a stratégie ekonometrickej analýzy. Dizertačná práca, Bratislava 2005.
8. LUKÁČIK, M. 2005b: Porovnanie základných ekonometrických stratégií. In: Zborník 10. medzinárodnej vedeckej konferencie FHI – AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach. Bratislava 2005.
9. ROMER, D. 2000. Keynesian Macroeconomics without the LM Curve. In: Journal of Economic Perspectives 14, 2000.
10. SZOMOLÁNYI, K. 2005. Povaha a podstata problému časovej konzistencie ekonomickej politiky. In: Ekonomika a informatika 2/2005.

Kontaktné údaje

Ing. Karol Szomolányi, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 822
email: szomolan@euba.sk

Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 829
email: istvanik@euba.sk

VYJEDNÁVÁNÍ V ELEMENTÁRNÍM REDISTRIBUČNÍM SYSTÉMU

NEGOTIATION IN ELEMENTARY REDISTRIBUTION SYSTEM

Hana Vysloužilová

Abstrakt

Teorie redistribučních systémů (TRS) se zabývá obecnými zákonitostmi rozdělování výplat, a to nikoli jen výplat ve smyslu mezd, ale výplatou je rozuměna odměna nebo výhra v určité herní situaci.

Jedná se o modelové příklady, které sice nepostihují v plné šíři ekonomickou realitu, ale na základě modelové situace lze tuto ekonomickou realitu číst, a právě v tomto spočívá význam matematických modelů.

***KLíčové slová:** redistribuční systém, vyjednávání*

Abstract

Theory of redistribution system (TRS) deal with general patterns distributing of payment, respectively payment in sense of payoff, but payment is understand reward or prize in some situation of game.

It used model examples, they are not engaged in full economic reality, but on the base of model situation we can read this economic reality and right in this consist the meaning of mathematical models.

***Keywords:** redistribution system, negotiation*

1 VYJEDNÁVÁNÍ V ELEMENTÁRNÍM REDISTRIBUČNÍM SYSTÉMU

Elementární redistribuční systém pojednává o typu hry, kde se mezi hráči rozhoduje o výši výplaty za určitých předpokladů. Tyto základní, zjednodušující předpoklady jsou:

- systém má pouze tři hráče (A,B,C)
- výkony hráčů jsou 6:4:2
- každý hráč má stejnou vlivovou sílu rovnou 1
- všichni hráči znají svoji výkonnost i výkonnost ostatních hráčů
- všechny koalice jsou možné a rovnoprávné

Elementární redistribuční systém je z pohledu teorie her hra s více než dvěma hráči, s volnou disjunktivní koaliční strukturou a s nekonstantními výplatami.

Hra v normálním tvaru má formální zápis:

$\{Q; X_1, X_2, \dots, X_N; M_1(x), M_2(x), \dots, M_N(x)\}$,

kde Q je množina hráčů, např. $\{1, 2, \dots, N\}$,

X_i je množina strategií, kterou disponuje i -tý hráč,

x je uspořádaná N -tice strategií zvolených jednotlivými hráči,

$M_i(x)$ je výplatní funkce i -tého hráče, která mu při daných zvolených strategiích přiřazuje určitou výplatu.¹

Množina všech strategií je kartézským součinem jednotlivých strategií:

$$X \times Y \times Z = (X_{RB} \cup X_{RC}) \cup (Y_{RA} \cup Y_{RC}) \cup (Z_{RA} \cup Z_{RB})$$

, kde X_{RB} a X_{RC} je strategie hráče A ($X = X_{RB} \cup X_{RC}$).

(Strategie hráče A jsou sjednocené návrhy na možné redistribuce hráčům B a C. Analogicky pro ostatní hráče.)

Strategie hráče A je zároveň jeho nabídkou.

Ještě zbývá doplnit rovnici, podle které se rozdělují odměny. Jedná se o redistribuční rovnici, která popisuje všechny možné situace, které mohou nastat při rozdělování odměn:

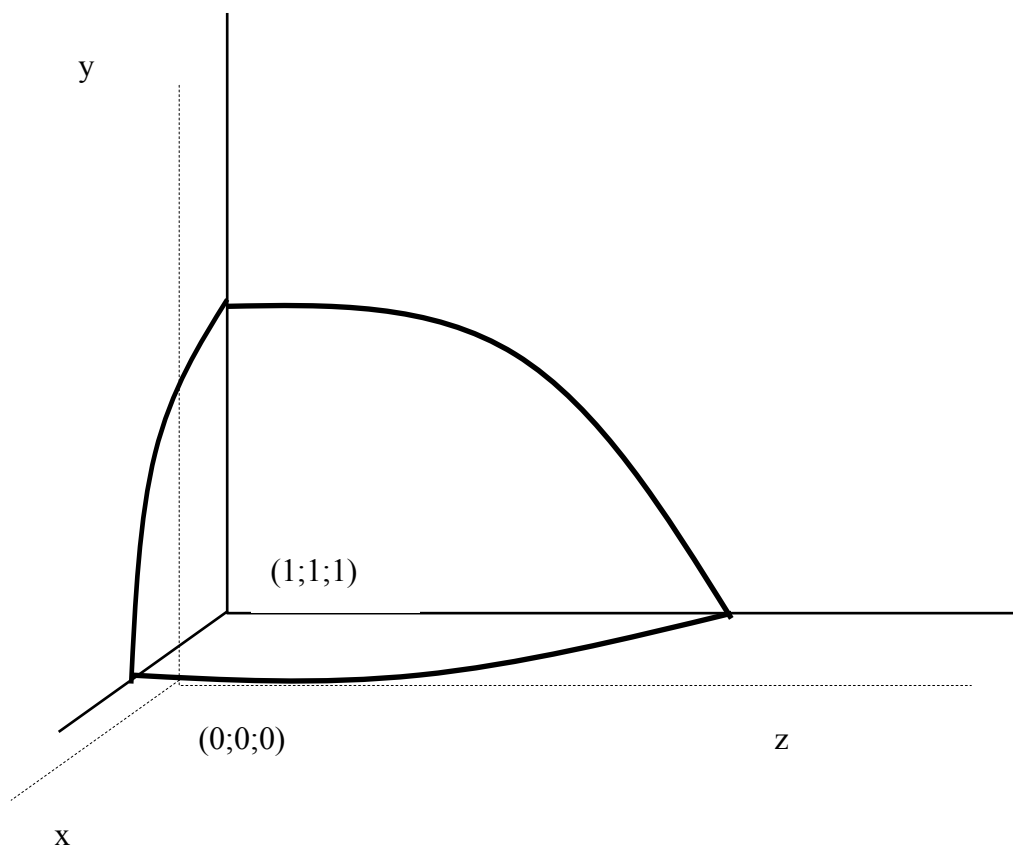
$$x + y + z = 12 - \eta \cdot R(x - 6, y - 4, z - 2)$$

,kde: $x + y + z$ je součet skutečných výplat jednotlivých hráčů;
12 je maximální odměna, která by mohla být rozdělena, při maximálním výkonu
 η je koeficient snížení výkonnosti;
 $R(x - 6, y - 4, z - 2)$ je funkce vzdálenosti rozdělení skutečných výplat od výplat podle výkonu.

Redistribuční rovnici můžeme jednoduše zobrazit na redistribuční ploše:

Graf: Redistribuční plocha

¹ Mañas, Miroslav, Teorie her a konflikty zájmů, 1. vydání, Nakladatelství Oeconomica, 2002, str. 12



Redistribuční systém nazýváme elementární proto, že nejdříve tvoříme ten nejjednodušší systém, abychom se v analýze systému vyhnuli praktickým i technickým problémům.

Aby nastala některá ze strategií, musí být prosazena alespoň dvěma hráči. Tito vzhledem k předpokladu o stejné vlivové síle tvoří koalici.

Koalice je skupina hráčů, která vyjednává o volbě strategií s cílem zlepšit své výsledky. V našem případě, kdy máme tři hráče, můžeme tvořit koalice o maximálně dvou hráčích. Tito dva hráči se domluví na nějaké výplatě a vytvoří koalici proti zbývajícimu hráči, kterému dají nejnižší možnou výplatu. Nejnižší možná výplata v elementárním redistribučním systému je rovna 1 z maximálně 12.

Při tvorbě koalic hraje významnou roli vyjednávání o tvorbě koalic.

Samotný proces vyjednávání můžeme popsat jako hru, která se odehrává v jednotlivých kolech, tedy kolovou hru.

Hra s nekonečným horizontem a střídavými nabídkami diskriminovaných hráčů
-všichni hráči znají hodnotu diskriminační rovnováhy a jsou informováni o výsledcích vyjednávání (s možností podbízení)

Každý hráč chce získat co možná nejvyšší výplatu. Protože všichni hráči jsou informováni o hodnotě diskriminační rovnováhy a o výsledcích vyjednávání, chtějí dosáhnout alespoň hodnoty diskriminační rovnováhy. Pokud se všichni hráči budou chovat racionálně, vyjednávání bude ukončeno dosažením diskriminační rovnováhy. Každý hráč si je vědom, že nebude moct získat vyšší výplatu na úkor jiného hráče.

Za účelem získání vyšší výplaty mohou dva hráči utvořit koalici s tím, že třetímu hráči zbude to, co mu nechají. Hráč, který není v koalici má možnost v dalším kole vyjednat jinou koalici. Nabízet ji bude tomu hráči, který nedosahuje diskriminační rovnováhy.

Hodnoty diskriminačních rovnováh označíme jako $DA(y_E; z_E)$, $DB(x_E; z_E)$, $DC(x_E; y_E)$.

$DA(y_i; z_i)$.. diskriminovaný hráč A obdrží zbytek z toho, co si rozdělí hráči B a C v koalici
 $DB(x_i; z_i)$.. diskriminovaný hráč B obdrží zbytek z toho, co si rozdělí hráči A a C v koalici
 $DC(x_i; y_i)$.. diskriminovaný hráč C obdrží zbytek z toho, co si rozdělí hráči A a B v koalici
Index i označuje i -té kolo vyjednávání.

V **nultém kole** bude uzavřena nejvýhodnější koalice, a to taková, ve které si polepší většina hráčů. Na výběr máme tři možné koalice.

Hráč A si nejvíce polepší, pokud utvoří koalici s hráčem C, na úkor hráče B.
Hráč B si nejvíce polepší, pokud utvoří koalici s hráčem C, na úkor hráče A.
Hráč C si nejvíce polepší, pokud uzavře koalici s hráčem B, na úkor hráče A.

Koalice hráče B a C znamená největší zvýšení výplaty na úkor nejvýkonnějšího hráče A. Takže diskriminovaným hráčem je hráč A, ten dostává minimální výplatu $DA(y_0; z_0) = 1$, a bude zahajovat další kolo vyjednávání. Zároveň platí, že $y_0 > y_E$ a $z_E > z_0$, kde y_E a z_E jsou hodnoty diskriminačních rovnováh hráčů B a C.

V **prvním kole** diskriminovaný hráč A nabízí koalici hráči C, protože v této koalici si nejvíce polepší a pro hráče C platí $z_E > z_0$. Hráč C, jehož výplata v nultém kole nedosahuje diskriminační rovnováhy má možnost vstup do koalice odmítnout. V tomto případě se staví do pozice diskriminovaného hráče, kde minimální výplata je rovna jedné. Avšak v dalším kole, jako diskriminovaný hráč, má možnost nabídnout některému spoluhráči, nejspíše hráči B, koalici, a tím si rozdělit vyšší výplatu. Takže hráč C si je vědom kolik může získat koalici s hráčem A, kolik může získat koalici s hráčem B. Jelikož hráč A má možnost nabídnout více, hráč C přijme koalici s hráčem A a diskriminovaným hráčem bude hráč B. Hodnota $DB(x_1; z_1) = 1$ a platí, že $x_1 > x_0 = 1$ a $z_1 > z_0$. V této situaci se může hráč A podbízet nejméně výkonnému hráči koalice, může mu nabídnout více než je jeho diskriminační rovnováha, a to z důvodu zajištění této koalice. Diskriminovaný hráč A se podbízí hráči C a snaží se maximalizovat výplatu v koalici. Oba hráči si v porovnání s předchozí situací polepší. Na hráče B zůstala výplata o hodnotě 1.

Ve **druhém kole** se bude snažit vytvořit koalici diskriminovaný hráč B. Při vyjednávání oslovuje diskriminovaný hráč hráče, jehož výplata nedosahuje jeho diskriminační rovnováhy. Takže v tomto případě hráč B oslovuje hráče A a nabídne mu vyšší výplatu, než měl po uzavření koalice s hráčem C, ale menší než je hodnota jeho diskriminační rovnováhy. Hodnota $DC(x_2; y_2) = 1$ a platí $x_E > x_2 > x_1$ a $y_2 > y_E > 1 = y_1$. V této situaci si oba hráči B a A polepší.

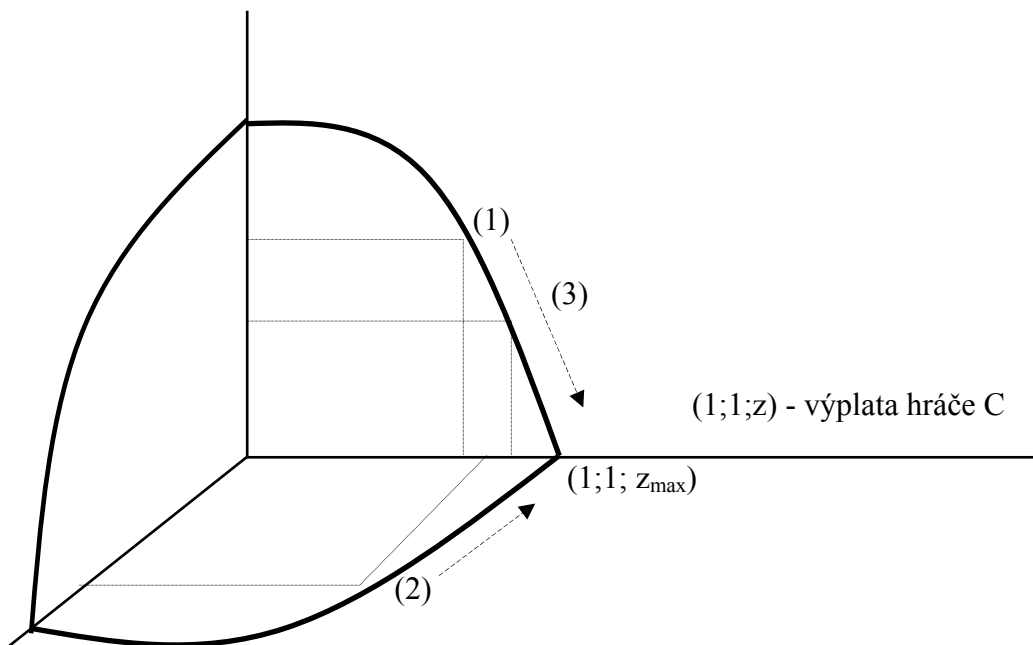
Ve **třetím kole** se diskriminovaný hráč C obrací s utvořením koalice opět na hráče, který nedosahuje své diskriminační rovnováhy. Koalici tedy tvoří hráč C a A. Hráč C nabízí hráči A výplatu vyšší než měl v předchozím kole v koalici s hráčem B. Hodnota $DB(x_3; z_3) = 1$ a platí $x_3 > x_2$ a $z_1 > z_3 > z_E > 1 = z_2$. Opět si oba hráči v koalici polepší.

Nejvýhodnější koalice, ve které si hráč B nejvíce polepší se jeví jako koalice s hráčem C. Pokud si hráč C v minulém kole vyjednal výplatu vyšší než je jeho diskriminační rovnováha, nezbyvá hráči B nic jiného, aby si pojistil koalici s hráčem C, než se také podbízet. Hráč B tedy nabízí více, než je hodnota diskriminační rovnováhy hráče C a zároveň více, než nabídl hráč A v předchozím kole. Hodnota $DA(y_2; z_2) = 1$ a $y_2 > 1$ a $x_2 > x_1 > x_E$.

Pokud bychom takto pokračovali dále, dostali bychom se do situace, kdy nejméně výkonný hráč, hráč C, by měl největší možnou výplatu a ostatní hráči by dostali výplatu rovnu jedné, bez ohledu na vyjednávání, bez ohledu na koalici, neboť koalici by měli možnost střídavě tvořit hráči A a B, kteří by do koalice přibrali vždy hráče C.

Tuto situaci lze graficky znázornit následovně.

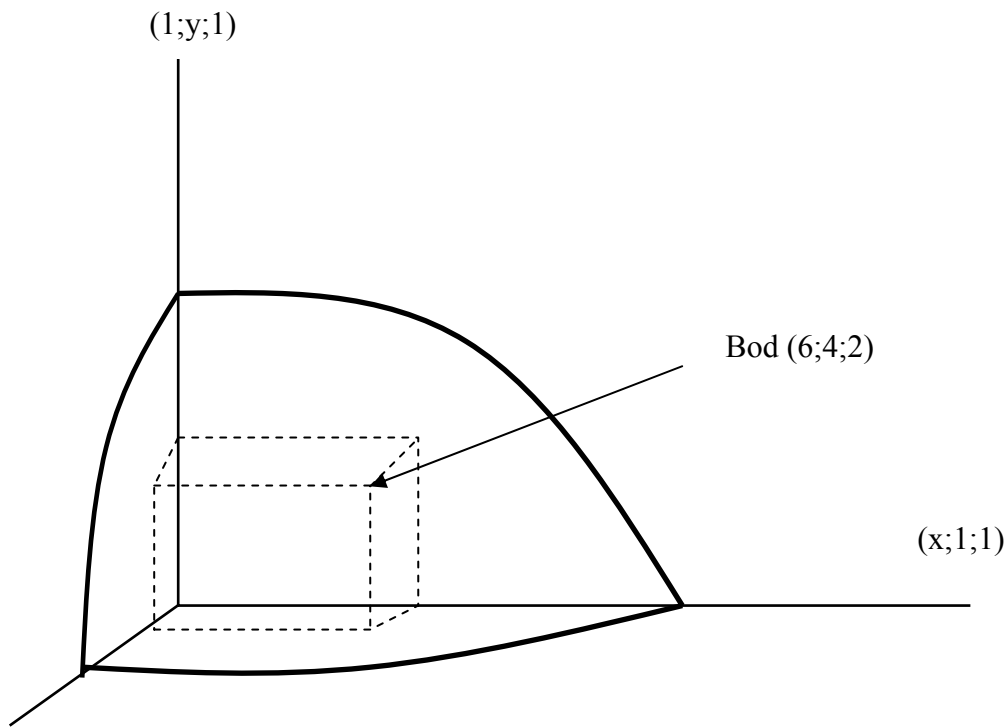
Graf: Koalice hráče B a C, diskriminovaný hráč A se podbízí
 $(1; y; 1)$ - výplata hráče B



$(1; 1; z)$ - výplata hráče A

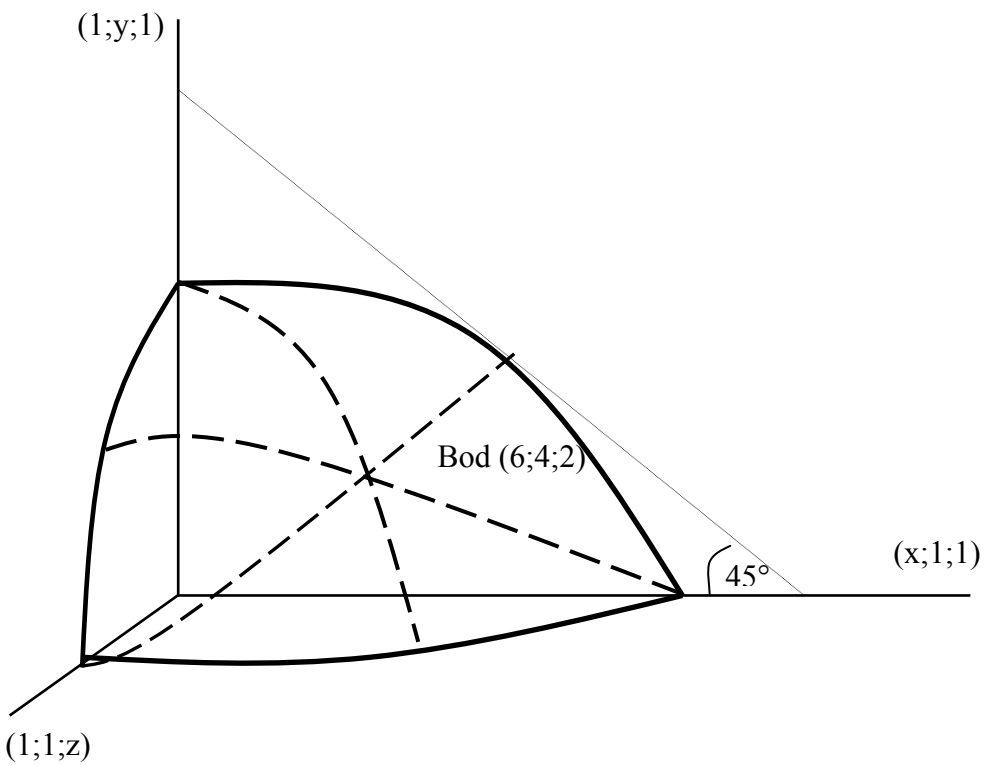
Různé typy vyjednávání můžeme zobrazit na redistribuční ploše. Z důvodu lepšího zobrazení prohodíme souřadnice.

Graf: Bod rozdělení podle výkonu



$(1;1;z)$

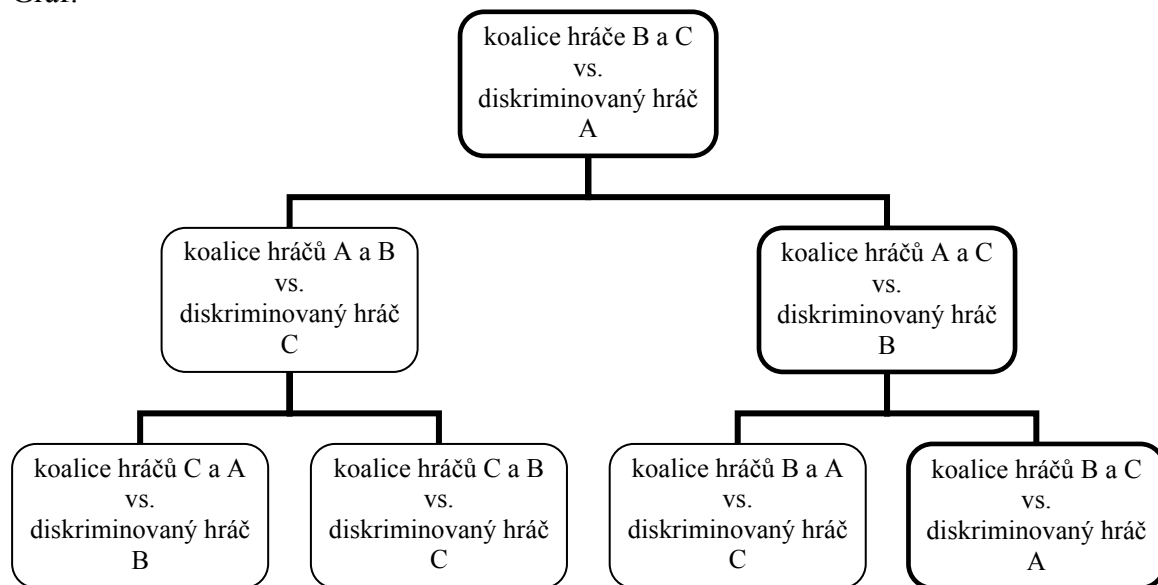
Graf: Vyjednávací trajektorie při dohodě dvou hráčů o rozdělení svých odměn podle jejich výkonu:



Trajektorie vyjednávání jsou zobrazeny čárkovaně a protínají se v jednom bodě, bodě rozdělení podle výkonu.

Sestavení této hry v normálním tvaru předchází popis kolové hry v explicitním tvaru², k tomu použijeme strom.

Graf:



Jedná se o graf, který je popsán jako množina hran a uzlů. Strom je v teorii grafů popsán jako souvislý graf neobsahující cykly.

Z uzlu, kterým je výchozí situace, nulté kolo, vedeme tolik hran, kolik má hráč, který hru zahajuje, možných koalic k vytvoření. Tučně označené uzly jsou řešením naší hry.

Jako perspektivní pokračování výzkumu považují další rozvedení ultimátní hry pro tři hráče zpočátku v klasickém tvaru, čili bez zohlednění společně odvedeného výkonu, pouze v klasickém pojetí s rolí pořadatele hry, který dává k dispozici částku na rozdělení s výčtem variant, kdy je v uvažovaném systému tří hráčů jeden nabízející a jeden hráč má právo veta a za druhé, kdy je v uvažovaném systému jeden hráč nabízející a další dva hráči mají právo veta. A teprve na základě tohoto modelu doporučuji vystavět situaci, kdy se obejdeme bez pořadatele a bude uvažováno o dělení čili redistribuci na základě společně odvedeného výkonu. Pokud budou tyto modelové situace vyřešeny, tak bude možná jejich aplikace do ekonomické reality, např. v situacích kolektivního vyjednávání mezi odbory a jejich zaměstnavateli nebo při uspokojování nároků věřitelů při konkursních řízeních nebo také při rozhodování se státních orgánů v situacích investičních pobídek.

² Mañas, Miroslav, Teorie her a konflikty zájmů, 1. vydání, Nakladatelství Oeconomica, 2002, str. 89

Použitá literatura

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. BENESCH, J. 2008. Teorie her a ekonomické systémy. Diplomová práce. Praha : Vysoká škola finanční a správní o. p. s. 2008.
2. MAŇAS, M. 2002. Teorie her a konflikty zájmů. Praha : Vysoká škola ekonomická v Praze 2002.
3. OSBORNE, J. 2002. An Introduction to Game Theory. New York : Oxford. University Press, 2004. ISBN 0-19-512895-8.
4. VALENČÍK, R. 2008. Základy teorie redistribučních systémů a její aplikace. Praha: Vysoká škola finanční a správní o. p. s.

Kontaktní údaje

Mgr. Ing. Hana Vysloužilová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

NUMERICKÉ METODY NALEZENÍ ROVNOVÁŽNÝCH CEN V MODELU VÍCENÁSOBNÉ MARGINALIZACE PRO PARALELNÍ DODAVATELSKÝ ŘETĚZEC

NUMERIC METHODS OF FINDING EQUILIBRIUM PRICES IN A MODEL OF MULTIPLE MARGINALIZATION IN PARALLEL SUPPLY CHAINS

Jan Zouhar

Abstrakt

Dvojí (příp. vícenásobná) marginalizace bývá označována za hlavní zdroj neefektivnosti decentralizovaných dodavatelských řetězců (DŘ). Podstata jevu dvojí marginalizace spočívá v tom, že pokud se články DŘ při rozhodování o cenách svého výstupu řídí postuláty mikroekonomické teorie firmy (které jsou odvozeny pro situaci, kdy firma nezávisle vyrábí a prodává přímo koncovému spotřebiteli), dojde k cenové spirále a výsledná cena koncové produkce (tzv. rovnovážná cena) bude svou přílišnou výší poškozovat jak spotřebitelský užitek, tak i zisk řetězce jako celku. Naším cílem bylo vyvinout efektivní numerický algoritmus pro nalezení rovnovážné ceny koncové produkce, který by umožnil zkoumání vícenásobné marginalizace a jejích důsledků v tzv. paralelním DŘ.

***Klíčová slova:** vícenásobná marginalizace, teorie her, dodavatelské řetězce*

Abstract

Double (or multiple) marginalization is often identified as the main source of a decentralized supply chain's (SC's) inefficiency. In its core lies the fact that if the agents constituting the SC choose their output prices according to the golden rule of profit maximization (that normally applies to a single firm that produces independently and sells directly to the end consumer), the prices in the SC tend to spiral up to an inefficient (equilibrium) level where both the consumer surplus and the SC's total profit are diminished. Our aim was to find an efficient numeric algorithm of finding the equilibrium price in a parallel SC (for the use in further analyzes of multiple marginalization and its consequences).

***Keywords:** multiple marginalization, game theory, supply chains*

1 ÚVOD

Dvojí marginalizace (double marginalization, též překládáno jako dvojí zisková marže) je pojem, který byl součástí teorie dodavatelských řetězců již takřka od jejich počátků a který je dodnes součástí osnovy všech universitních kurzů, jež se dodavatelskými řetězci nebo obecně produkčními systémy zabývají. Důležitost tohoto pojmu spočívá v tom, že popisuje jednu z hlavních slabín dodavatelského řetězce jakožto formy produkčního systému, a sice jeho náchylnost k prudkému snižování alokační efektivnosti a schopnosti přinášet zisk v případě, že spolu jednotlivé články řetězce vzájemně nespolupracují při tvorbě cenové politiky. Dvojí

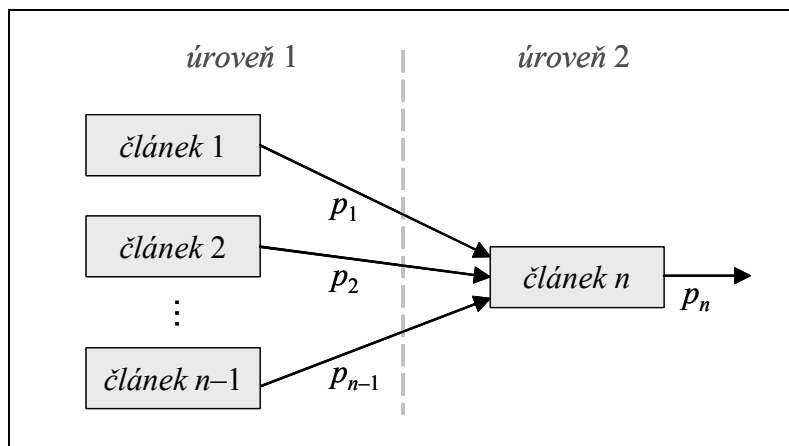
marginalizace je tak jedním z hlavních hnacích motorů pro hledání prostředků účinného formování a koordinace dodavatelských řetězců. Termín dvojí marginalizace vznikl při zkoumání dodavatelských řetězců, které jsou tvořeny pouze dvěma navazujícími články (např. vztah dodavatel-odběratel nebo výrobce-distributor). Vzhledem k tomu, že budeme v následujícím textu zkoumat řetězce s větším počtem článků, budeme hovořit o *vícenásobné marginalizaci*.

K efektu vícenásobné marginalizace dochází, pokud články řetězce nekoordinují svou cenovou politiku a snaží se maximalizovat individuální zisk způsobem, který je obvyklý pro firmy, které nejsou součástí dodavatelského řetězce – porovnáním funkce poptávky po svém výstupu a funkce nákladové (a následnou aplikací známého mikroekonomického *zlatého pravidla* maximalizace zisku). Při takovém chování článků mají ceny výstupu jednotlivých článků tendenci spirálovitě růst až k hodnotám, které lze označit jako hodnoty rovnovážné (viz [1]) a při kterých dosahuje řetězec jako celek nižšího zisku než v případě, že by články koordinovaly svou cenovou politiku (např. prostřednictvím společného vlastnictví článků nebo závazných kontraktů, např. na bázi franchisingu).

2 VÍCENÁSOBNÁ MARGINALIZACE V PARALELNÍCH ŘETĚZCÍCH (MODELOVÝ RÁMEC)

V tomto příspěvku se budeme zabývat pouze tzv. *paralelními* dodavatelskými řetězci. Paralelní struktura řetězce zachycuje situaci, kdy souhrn produkce několika článků z první úrovně řetězce tvoří vstup do výroby v článku koncovém, který prodává výsledný výstup přímo koncovému spotřebiteli. V praxi mohou články z první úrovně řetězce představovat dodavatele jednotlivých dílů (komponent) výsledného výrobku, přičemž koncový článek výrobek z nakoupených komponent dohotoví a prodává na trhu koncové produkce. Celý řetězec je tedy tvořen jednou vazbou typu *many-to-one*, jak znázorňuje obrázek 1.

Obrázek 1: struktura paralelního řetězce



S tržní poptávkou je v paralelním řetězci konfrontován pouze koncový článek, tj. článek n . Budeme předpokládat, že článek n disponuje na trhu koncové produkce jistou monopolní silou a může se tedy rozhodnout, za jakou cenu se bude koncová produkce prodávat. Od této ceny se potom odvíjí poptávané množství hotových výrobků, ale tím pádem také množství komponent, které bude článek n odebírat od svých dodavatelů. Rozhodne-li se článek n zvýšit cenu za účelem maximalizace zisku, dojde k poklesu odebíraného (a vyráběného) množství zboží, a tedy ke snížení zisku všech článků v první úrovni řetězce (pokud se ceny komponent nezmění). Podobně jsou provázány i zisky jednotlivých článků v první úrovni řetězce: pokud

jeden z článků zvýší cenu jím vyráběné komponenty, bude na tuto změnu koncový článek pravděpodobně reagovat určitým zvýšením ceny koncové produkce a opět dojde k poklesu poptávaného množství a tedy i zisku všech ostatních článků v první úrovni řetězce.

Pokud články nekooperují při stanovení svých cen, má rozhodování o cenách povahu nekooperativního konfliktu s protichůdnými zájmy a pro jeho zkoumání lze použít některé principy teorie her. V předchozím výzkumu, jehož některé výsledky jsou publikovány např. v [8], jsme se zabývali zjednodušenou situací, kdy náklady všech článků i poptávka po koncové produkci mají podobu lineárních funkcí. Za takových předpokladů je možné analyticky odvodit rovnovážné ceny výstupu všech článků a dospět k poměrně zajímavým a silným výsledkům. Ukazuje se například, že za uvažovaných předpokladů nezáleží rozložení zisku v řetězci na rozložení nákladů, články v první úrovni řetězce mají při rovnovážných cenách vždy stejnou výši zisku a článek koncový má zisk poloviční. Obdobně podíl zisku, který odpovídá rovnovážným cenám, a nejvyššího možného zisku, kterého je řetězec jako celek schopen dosáhnout, nezávisí na výši nákladů nebo poptávkové funkci, nýbrž pouze na počtu článků v paralelním řetězci (podrobněji viz opět [8]).

Při pohledu na výsledky odvozené za předpokladu lineárních poptávkových a nákladových funkcí se nabízí otázka, zda by obdobné vztahy platily i v nelineárních podmínkách. Jakmile však začneme uvažovat v roli poptávky a nákladů nelineární funkce, ztratíme takřka okamžitě možnost odvodit analyticky rovnovážné ceny daného řetězce, natož pak jakékoli obecné vztahy; je tomu tak i v případě, že by tyto nelineární funkce byly poměrně „krotké“, tj. např. funkce monotónní a hladké. Pro zkoumání takových řetězců je tudíž třeba vyvinout vhodné numerické metody, které nám umožní rovnovážné ceny v co nejobecnějších podmínkách nalézt. Ve zbylém textu se budeme právě těmito metodami zabývat.

3 METODY NALEZENÍ ROVNOVÁŽNÝCH CEN

Budeme dále předpokládat, že funkce poptávky i nákladů jsou reálné spojité nezáporné funkce jedné proměnné. Poptávku bude tedy představovat spojitá funkce, která ceně koncové produkce přiřadí poptávané množství:

$$\delta : R_0^+ \rightarrow R_0^+, q = \delta(p_n), \quad (1)$$

nákladová funkce i -tého článku bude opět spojitá funkce, která přiřadí vyráběnému množství celkové náklady:

$$\gamma_i : R_0^+ \rightarrow R_0^+, tc_i = \gamma_i(q), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Celkové náklady každého článku můžeme potom vyjádřit jako funkci ceny koncové produkce

$$tc_i = \gamma_i(\delta(p_n)).$$

Poznamenejme v této souvislosti, že pracujeme se stejnými jednotkami produkce v celém řetězci – nákladová funkce tedy vlastně vyjadřuje, kolik stojí výroba takového množství výstupu daného článku, které je potřeba na dokončení jedné jednotky koncové produkce.

3.1 Hlavní myšlenky výpočetních postupů

V modelu předpokládáme, že každý článek se snaží maximalizovat individuální ziskovou funkci. Zisk daného článku můžeme vyjádřit jako rozdíl mezi celkovými tržbami (*poptávané množství* \times *cena výstupu*) a celkovými náklady, které tvoří náklady na transformační proces (*hodnota nákladové funkce pro aktuální poptávané množství*) a v případě koncového článku

těž náklady na nákup komponent (*poptávané množství* \times *součet cen vstupů*). Označíme-li zisk i -tého článku jako π_i , můžeme pro koncový článek psát

$$\pi_n = \left(p_n - \sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) \cdot \delta(p_n) - \gamma_n(\delta(p_n)).$$

Člen v první závorce udává rozdíl mezi prodejní cenou hotového výrobku a nákupní cenou komponentů potřebných pro výrobu. Vidíme, že zisk posledního článku je závislý na *součtu* cen článků z první úrovně (nezáleží tedy na výši jednotlivých cen, ze kterých je tento součet složen). Pro každou úroveň součtu cen článků z první úrovně řetězce můžeme nalézt takovou výši ceny koncové produkce, která maximalizuje zisk posledního článku (to je úloha o nalezení volného extrému spojitě funkce, kterou lze bez problému numericky řešit). Vztah mezi touto koncovou cenou a součtem cen z první úrovně potom můžeme popsat pomocí *reakční cenové funkce* p_n^{opt} dané předpisem

$$p_n^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) = \arg \max_{p_n \in \mathbb{R}_0^+} \pi_n \left(p_n, \sum_{j=1}^{n-1} p_j \right).$$

Reakční cenová funkce tedy každému součtu cen komponent z první úrovně řetězce přiřadí cenu, kterou bude volit koncový článek. Numericky budeme tuto funkci (stejně jako některé další funkce, na které v průběhu výpočtu narazíme) hledat tak, že ji vyčíslíme v dostatečně mnoha bodech, kterými posléze proložíme aproximační polynom předem zvoleného stupně.

Předpokládáme-li, že článek n volí cenu koncové produkce podle své reakční funkce, můžeme zisk článků $i = 1, \dots, n-1$ vyčíslit jako

$$\pi_i = p_i \cdot \delta \left(p_n^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) \right) - \gamma_i \left(\delta \left(p_n^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j \right) \right) \right). \quad (3)$$

Připomeňme, že δ , γ_i a p_n^{opt} jsou nyní známé funkce. Zisk každého článku z první úrovně je tedy funkcí jeho výstupní ceny a součtu cen všech ostatních článků z první úrovně řetězce. Jak již bylo naznačeno, při snaze dosáhnout maximálního zisku prostřednictvím cen svých výstupů se dostávají jednotlivé články řetězce do konfliktu. Za předpokladu, že články při tvorbě cen nespolupracují, můžeme na tento konflikt nahlížet z pohledu teorie her jako na nekooperativní hru v normálním tvaru s $n-1$ hráči, jejichž výplatní funkce jsou dány vzorcem (3). Řešením takového konfliktu je kombinace cen splňující podmínky Nashovy rovnováhy. Nashova rovnováha v tomto případě požaduje, aby při daných cenách ostatních komponent maximalizoval každý článek z první úrovně prostřednictvím jím volené ceny svůj zisk. Nalezení takové kombinace cen je hlavním úskalím celého postupu.

Při hledání rovnovážných cen v první úrovni opět využijeme myšlenku reakčních cenových funkcí. Tyto funkce, které budeme označovat jako p_i^{opt} , budou nyní vyjadřovat, jakou cenu bude článek $i = 1, \dots, n-1$ volit při daném součtu cen všech ostatních článků z první úrovně řetězce. Zapišeme

$$p_i^{opt} \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{n-1} p_j \right) = \arg \max_{p_i \in \mathbb{R}_0^+} \pi_i \left(p_i, \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{n-1} p_j \right). \quad (4)$$

Kombinace cen článků z první úrovně odpovídající Nashově rovnováze (označme tyto ceny p_i^{eq}) pak musí pro všechna $i = 1, \dots, n-1$ splňovat

$$p_i^{eq} = p_i^{opt} \left(\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{n-1} p_j^{eq} \right).$$

Abychom takovou kombinaci našli, pokusíme se najít alternativu k funkcím p_i^{opt} , která bude vyjadřovat funkční závislost mezi zisk optimalizující cenou daného článku a součtem cen *všech* článků z první úrovně (nikoli jen všech *ostatních* článků); tyto nové funkce nazveme \tilde{p}_i^{opt} . Podmínky Nashovy rovnováhy potom budeme moci formulovat jako

$$p_i^{eq} = \tilde{p}_i^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j^{eq} \right), \quad i = 1, \dots, n-1. \quad (5)$$

Sečteme-li nyní tyto podmínky přes všechna i , získáme nutnou podmínku, kterou musí splňovat součet cen v Nashově rovnováze, v podobě

$$\sum_{i=1}^{n-1} p_i^{eq} = \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{p}_i^{opt} \left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j^{eq} \right).$$

Abychom našli součet cen článků z první úrovně, který odpovídá Nashově rovnováze, stačí nám tedy najít nulovou hodnotu reálné funkce jedné proměnné

$$f(s) = s - \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{p}_i^{opt}(s).$$

Jak za chvíli ukážeme, pro zkoumané tvary poptávkových a nákladových funkcí je f na intervalu, který je pro nás v jistém slova smyslu relevantní, spojitá, a nalezení nulového bodu na tomto intervalu pomocí numerických algoritmů nebude žádný problém. Dosazením nalezené hodnoty s , která splňuje $f(s) = 0$, namísto součtu cen článků v první úrovni do (5) již pak snadno získáme rovnovážné ceny.

Důležitým bodem celého postupu je přechod od funkcí p_i^{opt} , které jsou definovány pomocí (4) a které vyjadřují funkční vztah mezi optimální cenou i -tého článku z první úrovně a součtem cen všech ostatních článků z první úrovně, k funkcím \tilde{p}_i^{opt} , které popisují vztah mezi optimální cenou jednoho z článků z první úrovně a součtem cen všech článků z první úrovně (tj. včetně článku i). Označme nyní pro přehlednost pro $i = 1, \dots, n-1$

$$s_i = \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{n-1} p_j. \quad (6)$$

Chceme-li z p_i^{opt} vytvořit \tilde{p}_i^{opt} , musí \tilde{p}_i^{opt} splňovat pro všechna s_i

$$\tilde{p}_i^{opt} (p_i^{opt}(s_i) + s_i) = p_i^{opt}(s_i). \quad (7)$$

Funkce \tilde{p}_i^{opt} splňující (7) ovšem obecně nemusí existovat. Pokud by totiž existovaly dva různé součty cen ostatních článků z první úrovně s_{i1} a s_{i2} takové, že

$$p_i^{opt}(s_{i1}) + s_{i1} = p_i^{opt}(s_{i2}) + s_{i2},$$

může vztah (7) platit přirozeně pouze buď pro s_{i1} , nebo pro s_{i2} . Jak ale ukážeme, funkce

$$g_i(s_i) = p_i^{opt}(s_i) + s_i,$$

je pro zkoumané řetězce prostá a zmiňované nebezpečí tedy nehrozí.

Předně si můžeme uvědomit, že pokud bude sklon funkce p_i^{opt} větší než -1 , pak funkce g_i bude rostoucí, a tudíž prostá. Skutečnost, že sklon je větší než -1 , budeme demonstrovat následujícím způsobem. Víme, že koncový článek se orientuje pouze podle součtu cen všech článků z první úrovně řetězce. Za podmínky, že se koncový článek volbou výstupní ceny snaží maximalizovat individuální zisk, můžeme proto vyjádřit poptávané množství q jako funkci součtu cen článků z prvního řetězce. Označíme-li tuto funkci ψ , dostaneme pro i -tý článek z první úrovně

$$q = \psi\left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j\right) = \psi(p_i + s_i).$$

Ziskovou funkci tohoto článku pak můžeme zapsat jako

$$\pi_i(p_i, s_i) = p_i \cdot \psi(p_i + s_i) - \gamma_i(\psi(p_i + s_i)).$$

Představme si, že při daném součtu cen ostatních článků z první úrovně s_{i1} optimalizuje i -tý článek svůj zisk prostřednictvím ceny p_{i1} . Je-li zisková funkce i -tého článku v bodě (p_{i1}, s_{i1}) diferencovatelná, pak nutně

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i}(p_{i1}, s_{i1}) = 0. \quad (8)$$

Předpokládejme nyní, že se součet cen ostatních článků zvýší o $\varepsilon > 0$. Pokud by sklon funkce p_i^{opt} byl roven -1 , znamenalo by to, že článek i zareaguje na tuto změnu tak, že sníží svou výstupní cenu rovněž o ε . Zavedeme novou funkci

$$\tilde{\pi}_i(p_i) = \pi_i(p_i - \varepsilon, s_{i1} + \varepsilon) = \pi_i(p_i, s_i) - \varepsilon \cdot \psi(p_i + s_i). \quad (9)$$

Z předchozího plyne, že pokud je sklon p_i^{opt} roven -1 a cena p_{i1} maximalizuje ziskovou funkci π_i pro součet s_{i1} , pak má v bodě p_{i1} lokální maximum i funkce definovaná vztahem (7). Derivaci této funkce v daném bodě můžeme vyjádřit jako

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_i}{\partial p_i}(p_{i1}) = \frac{\partial \pi_i}{\partial p_i}(p_{i1}, s_{i1}) - \varepsilon \cdot \frac{\partial \psi}{\partial p_i}(p_{i1} + s_{i1}) = -\varepsilon \cdot \frac{\partial \psi}{\partial p_i}(p_{i1} + s_{i1}), \quad (10)$$

přičemž druhá rovnost platí vzhledem k (8). Přitom pravá strana je zpravidla pro všechna p_{i1} a s_{i1} kladná, neboť derivace $\partial \psi / \partial p$ je záporná: zvyšují-li články na první úrovni svou výstupní cenu, bude jako reakci na toto zvýšení zdražovat koncovou produkci i poslední článek a poptávané množství se tím bude zmenšovat. Výraz (10) má kladnou hodnotu, což znamená, že bod $p_{i1} - \varepsilon$ se nachází nalevo od lokálního maxima funkce $\pi_i(p_i - \varepsilon, s_{i1} + \varepsilon)$. Pokud dojde ke zvýšení součtu cen ostatních článků z první úrovně o ε , bude článek i optimalizovat zisk při ceně vyšší, nežli $p_{i1} - \varepsilon$ a sklon reakční křivky p_i^{opt} je tudíž větší než -1 .

Předchozí úvahy nelze pokládat za korektní důkaz tvrzení o sklonu p_i^{opt} , neboť jsme vycházeli z celé řady předpokladů, jejichž platnost by bylo třeba zajistit: jsou jimi především diferencovatelnost ziskové funkce i -tého článku a také skutečnost, že tato funkce nemá pro danou hodnotu s_i více lokálních maxim. Více pozornosti by si zasluhoval rovněž požadavek záporného sklonu funkce ψ . Při použití nejrůznějších poptávkových a nákladových funkcí s obvyklými vlastnostmi jsou však tyto předpoklady vesměs splněny a funkce \tilde{p}_i^{opt} ze (7) budou existovat.

3.2 Algoritmus pro nalezení rovnovážných cen

Celý algoritmus pro nalezení rovnovážných cen v paralelním řetězci potom vypadá následovně:

Krok 1: Formuluj ziskovou funkci článku n :

$$\pi_n\left(p_n, \sum_{j=1}^{n-1} p_j\right) = \left(p_n - \sum_{j=1}^{n-1} p_j\right) \cdot \delta(p_n) - \gamma_n(\delta(p_n)).$$

Krok 2: Nalezni cenovou reakční funkci p_n^{opt} definovanou předpisem

$$p_n^{opt}\left(\sum_{j=1}^{n-1} p_j\right) = \operatorname{argmax}_{p_n \in R_0^+} \pi_n\left(p_n, \sum_{j=1}^{n-1} p_j\right).$$

Krok 3: Formuluj funkci ψ jako složené zobrazení:

$$\delta \circ p_n^{opt}.$$

Krok 4: Polož $i = 1$.

Krok 5: Formuluj ziskovou funkci článku i jako

$$\pi_i(p_i, s_i) = p_i \cdot \psi(p_i + s_i) - \gamma_i(\psi(p_i + s_i)).$$

Krok 6: Nalezni cenovou reakční funkci p_i^{opt} definovanou předpisem

$$p_i^{opt}(s_i) = \operatorname{argmax}_{p_i \in R_0^+} \pi_i(p_i, s_i).$$

Krok 7: Najdi funkci \tilde{p}_i^{opt} která splňuje

$$\tilde{p}_i^{opt}(p_i^{opt}(s_i) + s_i) = p_i^{opt}(s_i).$$

Krok 8: Pokud $i < n-1$, polož $i = i+1$ a jdi na krok 5.

Krok 9: Najdi hodnotu s splňující

$$f(s) = s - \sum_{i=1}^{n-1} \tilde{p}_i^{opt}(s) = 0.$$

Krok 10: Pro $i = 1, \dots, n-1$ vypočti rovnovážnou cenu i -tého článku jako

$$p_i^{eq} = \tilde{p}_i^{opt}(s).$$

Krok 12: Rovnovážnou cenu článku n vypočti jako

$$p_n^{eq} = p_n^{opt}(s)$$

4 IMPLEMENTACE A PRAKTICKÉ ZHODNOCENÍ ALGORITMU

Uvedený algoritmus byl pro účely výpočetních experimentů implementován v prostředí Matlab, a to z toho důvodu, že Matlab nabízí řadu vestavěných funkcí a syntaktických struktur, které implementaci algoritmu velmi usnadňují. Z vestavěných funkcí jde především o procedury hledající extrémy a kořeny funkcí. Nalezení kořene funkce je třeba pro výpočet sumy s v kroku 9 – tento kořen je hledán pouze jednou za celý výpočet, a použití optimalizované vestavěné procedury zde má proto význam především z hlediska náročnosti implementace algoritmu. Daleko větší využití mají optimalizované procedury pro

maximalizaci funkce jedné proměnné. Tyto procedury jsou využívány v krocích 2 a 6 pro vyčíslení hodnot cenových reakčních funkcí jednotlivých článků. Jak bylo již naznačeno, cenové reakční funkce se konstruují tím způsobem, že se vyčíslí jejich hodnoty v dostatečně velkém množství bodů a tyto hodnoty se následně proloží aproximačním polynomem předem zvoleného stupně. Pro vyčíslení hodnot cenových reakčních křivek v každém ze zamýšlených bodů (tj. pro každou uvažovanou úroveň cen ostatních článků) je třeba najít extrém ziskové funkce daného článku (formulované pro odpovídající součet cen ostatních článků). Chceme-li např. konstruovat cenové reakční křivky v řetězci s pěti články a pro aproximaci cenových křivek chceme vyjít z jejich hodnot v alespoň 50 bodech, bude muset extremalizační procedura proběhnout nejméně 250krát. Je proto velmi vhodné, aby tyto procedury probíhaly dostatečně rychle.

Implementovaný algoritmus byl otestován pro celou řadu nelineárních funkcí v roli poptávky i nákladů jednotlivých článků. Cílem těchto experimentů bylo mimo jiné doporučit, jaký stupeň přesnosti aproximace je potřeba volit pro cenové reakční křivky. Experimenty naznačují, že stupeň aproximačního polynomu větší než 2 je víceméně zbytečný, i při velkých odchylkách od lineárních funkcí (náklady s výraznými úsporami z rozsahu, silně konvexní poptávková křivka apod.) bývají křivky reakčních funkcí relativně málo „prohnuté“ a míra aproximace kvadratickou křivkou se jeví jako zcela dostačující. Díky použití zmíněných optimalizovaných výpočetních procedur je možné i při větším počtu článků vyhodnocovat reakční křivky ve velkém množství bodů (v řádu stovek až tisíců), výsledné nalezené rovnovážné ceny jsou potom poměrně přesné.

Získané výsledky byly dále ověřovány pomocí simulačních postupů. Pro dodavatelské řetězce, jejichž články se chovají v souladu s předpoklady modelu vícenásobné marginalizace, byl navržen multiagentní systém, který umožňuje sledovat (prostřednictvím simulačních experimentů), jakým způsobem dochází v modelu vícenásobné marginalizace k nastolení rovnovážných cen (popis těchto multiagentních systémů je k dispozici v [7]). Výsledky simulací potvrzují, že po jistém čase ceny v řetězci vždy postupně konvergují k hodnotám spočteným uvedeným algoritmem.

5 ZÁVĚR

Výše předvedený algoritmus umožňuje efektivně hledat rovnovážné ceny a následně zkoumat jev vícenásobné marginalizace v dodavatelských řetězcích, které fungují v nelineárních podmínkách, takže bude možné porovnat vlastnosti těchto řetězců s výsledky, které byly dříve odvozeny pro lineární model. Toto srovnání bude v nejbližší době předmětem dalšího výzkumu. Uvedený model by bylo možné zkoumat také za podmínek, že ceny, které volí jednotlivé články, nemohou nabývat libovolných (kladných) reálných hodnot, nýbrž jen hodnot z určité diskrétní škály. Takové pojetí by zřejmě odpovídalo reálné situaci a nastává otázka, nakolik se rovnovážné ceny v takovém pojetí odchýlí od spojitého příkladu. Tato problematika je však již nad rámec tohoto příspěvku.

Použitá literatura

1. BADASYAN, N., GOEREE, J., MORGAN, J., SERVÁTKA, M. a kol.: Vertical Integration of Successive Monopolists: A Classroom Experiment. In: *Caltech Working Papers*, 2003, 18 s.
2. FIALA, P.: *Modelování dodavatelských řetězců*. Praha: Professional Publishing, 2005, 168 s.

3. KATZ, M., ROSEN, H.: *Microeconomics*. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 1998, 3. vydání, 656 s.
4. MAŇAS, M.: *Games and economic decisions: lecture notes*. Praha: Oeconomica, 2003, 87 s.
5. RHODES, E., WARREN, J., CARTER, R.: *Supply Chains and Total Product Systems: A Reader*. Malden: Blackwell Publishing, 2006, 527 s.
6. TAYUR, S., ERHUN, F., KESKINOCAK, P.: *Spot Markets for Capacity and Supply Chain Coordination*. 2000, s. 32. Dostupný z WWW: <http://citeseer.ist.psu.edu/erhun00spot.html>.
7. ZOUHAR, J.: Analýza jevu vícenásobné marginalizace pomocí multiagentní simulace. In: *Sborník Evropské vědecké konference posluchačů doktorského studia MendelNET 07*, Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, Brno, 2007.
8. ZOUHAR, J.: Efficiency of Decentralized Supply Chains. In: *Proceedings of the 25th International Conference on Mathematical Methods in Economics*, Technická univerzita Ostrava, 2007.

Kontaktní údaje

Ing. Jan Zouhar

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: +420 224 095 445

email: zouharj@vse.cz