

Katedra ekonometrie
Fakulty informatiky a statistiky VŠE v Praze



a

Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave



**MEZINÁRODNÍ VĚDECKÝ SEMINÁŘ
NOVÉ TRENDY V EKONOMETRII
A OPERAČNÍM VÝZKUMU**

Katedry ekonometrie FIS VŠE v Praze

a

Katedry operačného výskumu a ekonometrie FHI EU v Bratislave

ZBORNÍK

2. – 4. december 2009

2. – 4. prosinec 2009

Praha

Programový výbor – recenzenti:

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Michal Fendek, PhD., EU Bratislava
prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., EU Bratislava
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., VŠE Praha
doc. Ing. Ivan Brezina, CSc., EU Bratislava
prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc., VŠE Praha
Mgr. Juraj Pekár, PhD., EU Bratislava

Organizačný výbor:

Ing. Karol Szomolányi, PhD.
Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Ing. Jan Fábry, PhD.
doc. dr. Ing. Martin Dlouhý, PhD.

Kontakt:

reiff@euba.sk, jablon@vse.cz

Editor: Ing. Marian Reiff, PhD., prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Web editor: Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Prahe,
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
a Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Vysoká škola ekonomická v Praze,
Nakladatelství Oeconomica, Praha 2009

ISBN: 978-80-245-1605-9

Obsah

Ivan Brezina, Juraj Pekár:	Heuristický prístup na riešenie problému lokácie p-uzlov	5
Katarína Čemická:	Rabat a limitované zdroje v riadení zásob	10
Michal Černý:	A Consequence of an Equivalence Theorem on Linear Programming and Experimental Design	23
Martin Dlouhý:	Manažerské problémy a metody k jejich řešení	28
Tomáš Domonkos, Nora Mikušová:	Analýza determinantov smerovania priamych zahraničných investícií do regiónov SR	33
Petr Fiala:	Dvojité kombinatorické aukce	42
Andrea Furková, Kvetoslava Surmanová:	Metóda maximálnej vierohodnosti v modeloch stochastických nákladových hraníc	49
Rastislav Gábik:	Vplyv šrotovného na dopyt po osobných automobiloch na Slovensku a v EÚ	56
Pavel Gežík, Zuzana Škerlíková:	Klasická a reverzná distribúcia tovaru	61
Michal Grell:	Ekonometrické prístupy kvantifikácie vzťahov indikátorov v novej ekonomike	67
Andrej Hajšel:	Plánovanie a riadenie projektov za pomoci CPM	73
Vladislav Chýna:	Implementace iterativního algoritmu na faktorovou analýzu do sw Mathematica	79
Josef Jablonský, Veronika Skočdoplová:	Alternativní možnosti výpočtu indexu lidského rozvoje	86
Tereza Jägerová:	Model zemědělské výroby	94
Tomáš Jelínek, Jan Pelikán, Jan Fábry:	Rozšířená úloha čínského listonoše	100
Peter Komáromy:	Dynamické modely v makroekonómii	106
Brian König:	Tvary novej keynesiánskej Phillipsovej krivky	113
Miroslav Krumplík:	Aplikácia sieťovej analýzy na relačný model databázy	119

Martina Kuncová, Karel Charvát:	<u>Simulační modelování v prostředí MS Excel – doplněk SIMULANT</u>	124
Vladimír Kvetan, Marek Radvanský, Tomáš Domonkos:	<u>Analýza hospodárskej situácie v regiónoch SR</u>	131
Šárka Lejnarová, Adéla Ráčková:	<u>Ekonometrické programy pro začátečníky</u>	143
Martin Lukáčik:	<u>Využitie metódy bootstrapping vo VAR modeloch</u>	152
Martina Mačičáková:	<u>Úvod do teórie regulácie sieťových odvetí</u>	156
Hana Mihalčinová:	<u>Vyjednávání při tvorbě koalic</u>	163
Vladimír Mlynarovič, Veronika Miřková:	<u>Modifikácia metódy poistenia konštantnej časti portfólia pre kízavý horizont</u>	167
Jana Patakyová, Marek Oštrom:	<u>Riešenie problémov rozvrhovania pomocou genetických algoritmov</u>	173
Miroslav Rada:	<u>Srovnání modifikací heuristiky best-fit</u>	180
Marian Reiff:	<u>Využitie geografického informačného systému v riadení dodávateľského reťazca</u>	188
Jiří Šumbera:	<u>Testování kointegrace forwardových cen elektřiny a cen komodit</u>	191
Karol Szomolányi:	<u>Problém dôveryhodnosti monetárnej politiky</u>	204

HEURISTICKÝ PRÍSTUP NA RIEŠENIE PROBLÉMU LOKÁCIE P- UZLOV HEURISTIC APPROACH FOR SOLVING THE LOCATION P- NODES PROBLEM

Ivan Brezina, Juraj Pekár

Abstrakt

Príspevok predstavuje heuristický prístup na určenie minimálnej celkovej vzdialenosti potrebnej na pokrytie všetkých obyvateľov potenciálnymi uzlami, ak je vopred známy ich počet. Heuristický prístup je založený na zjednodušení postupu hľadania umiestnenia p-uzlov. Tento problém možno riešiť ako úlohu bivalentného programovania. Navrhnutý postup umožňuje riešenie úloh veľkých rozmerov.

KLúčové slová: lokácia p-uzlov, heuristika, bivalentné programovanie

Abstract

This paper presents the heuristic approach for determination of minimal total distance that is necessary for covering the whole population by the limited number of nodes if the number of nodes is known. Heuristic approach is based on the simplification of procedure of the location p- nodes. This problem can be solved by technique of bivalent programming. Proposed approach can be used for solving large problems.

Keywords: location p-nodes, heuristics, bivalent programming

1 ÚLOHA MINIMÁLNEJ CELKOVEJ PREJDENEJ VZDIALENOSTI PRI STANOVENOM POČTE UZLOV

Modelovaním problémov lokalizácie uzlov v sieti sa zaoberá mnoho autorov. V literatúre je rozpracovaných pomerne veľké množstvo modelov, z ktorých väčšina je založená na koncepcii pokrytia obyvateľov obslužnými kanálmi. Medzi najznámejšie modely patria tie, ktoré sa zaoberajú pokrytím obyvateľov zdravotnými záchrannými službami s cieľom, aby každému obyvateľovi bola poskytnutá zdravotná služba do stanového času. Iným príkladom môže byť rozmiestnenie skladov v závislosti na jeho požadovanej vzdialenosti od výrobného podniku.

Všeobecne sú známe dve základné koncepcie – jedna si kladie za cieľ pokryť všetkých obyvateľov minimálnym počtom obslužných uzlov – lokačno-pokrývacia úloha (*Location Set Covering Problem – LSCP*), druhá pri obmedzenom počte obslužných uzlov maximalizovať pokrytie obyvateľov (*Maximal Covering Location Problem – MCLP*).

Ďalej uvedieme formuláciu úlohy prejdenej minimálnej celkovej prejdenej vzdialenosti pri stanovenom počte p -uzlov. Cieľ úlohy je postavený na myšlienke minimálnej celkom prejdenej vzdialenosti obyvateľov do vybraných uzlov, ktorých počet je vopred známy. V úlohe lokácie p -uzlov budú použité nasledujúce parametre:

n – počet všetkých uzlov,

D ($n \times n$) – matica minimálnych vzdialeností medzi uzlami,

p – maximálny počet vybraných uzlov,

$b_j, j = 1, 2, \dots, n$ – počet obyvateľov v j -tom uzle.

Problém lokácie p -uzlov možno formulovať ako úlohu bivalentného programovania s premennými $y_{ij} \in \{0, 1\}, x_i \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n$, kde n je počet uzlov. Premenné $y_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n$ reprezentujú, či obyvateľ j -teho uzla použije i -tý vybraný uzol. Premenné $x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$ nadobúdajú hodnoty 0, ak nie je i -tý uzol vybraný a hodnoty 1, ak je vybraný.

V účelovej funkcii vystupujú parametre $d_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$, ktoré udávajú hodnoty minimálnej vzdialenosti medzi všetkými uzlami, a $b_j, j = 1, 2, \dots, n$ reprezentujúce počet obyvateľov j -teho uzla. Na základe cieľa možno účelovú funkciu zapísať:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_j d_{ij} y_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

Ohraničenia, vyjadrujúce nutnosť používania jednej cesty z každého uzla do každého vybraného uzla, majú tvar:

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Podmienky, zabezpečujúce v prípade využitia i -tého vybraného uzla, nutnosť jeho otvorenia, majú tvar:

$$y_{ij} - x_i \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Ohraničenia, obmedzujúce počet vybraných uzlov, majú tvar:

$$\sum_{i=1}^n x_i = p \quad (4)$$

Úloha celkovej minimálnej vzdialenosti pri stanovenom počte uzlov

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_j d_{ij} y_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n y_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ y_{ij} - x_i &\leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_i &= p \\ x_i, y_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

Počet premenných úlohy je $n^2 + n$, počet ohraničení je $n^2 + n + 1$. Z ich počtu vyplýva relatívne dosť veľká náročnosť na preformulovanie úlohy v prípade zmenených vstupných parametrov. Preto bol navrhnutý nasledujúci heuristický prístup na jej riešenie.

2 HEURISTICKÝ PRÍSTUP NA RIEŠENIE ÚLOHY MINIMÁLNEJ CELKOVEJ PREJDENEJ VZDIALENOSTI PRI STANOVENOM POČTE UZLOV

Algoritmus:

1. Nech n je počet všetkých uzlov, množina všetkých uzlov $U = \{u_i \mid i = 1, 2, \dots, n\}$. Nech p je požadovaný počet vybraných uzlov. Množina I je množina vybraných uzlov, $I = \emptyset$. Prvky $d_{ij} \in \mathbf{D}$. Hodnota b_j je počet obyvateľov j -teho uzla.
2. Vypočítame celkové osobokilometre z každého uzla do každého uzla a vyberieme minimálnu hodnotu, ktorá predstavuje najmenšiu prejdenú vzdialenosť obyvateľmi z ostatných uzlov do tohto uzla. Hľadáme teda $\min_{u_k \in U} \sum_{j=1}^n b_j d_{kj}$ (minimálny počet prejazdených osobokilometrov, ktorý prináleží vybranému uzlu u_k), uzol u_k zaradíme do množiny I a vyradíme z množiny U , $I = I \cup \{u_k\}$, $U = U - \{u_k\}$.
3. Porovnáme hodnoty ešte nevybraných uzlov s hodnotami už vybraných uzlov z hľadiska nutnosti prejdenia kilometrov ich obyvateľmi, vypočítame možnú úsporu (ak nie je úspora, vkladáme nulu), násobíme ju počtom obyvateľov a vyberieme maximálnu hodnotu. Hľadáme teda $\max_{u_k \in U} \sum_{j=1}^n b_j \max_{l \in I} \min((d_{lj}) - d_{kj}, 0)$ a u_k zaradíme do množiny I a vyradíme z množiny U , $I = I \cup \{u_k\}$, $U = U - \{u_k\}$.
4. Pokračujeme dovtedy, kým nie je vybraný požadovaný počet uzlov p .

Uvedený postup aplikujeme na príklade s 5 uzlami, pre ktoré sú známe počty obyvateľov a vzdialenosti medzi nimi v nasledujúcej tabuľke:

	A	B	C	D	E	Obyv.
A	0	5	1	2	3	20
B	5	0	2	7	1	100
C	1	2	0	6	8	40
D	2	7	6	0	9	30
E	3	1	8	9	0	60

Výpočet minimálneho počtu osobokilometrov najjazdených do príslušného uzla:

	A	B	C	D	E	Obyv.	$p=1$
A	0	5	1	2	3	20	
B	5	0	2	7	1	100	
C	1	2	0	6	8	40	
D	2	7	6	0	9	30	
E	3	1	8	9	0	60	
Min. km	780	450	880	1520	750		min uzol 450 B

Výpočet maximálneho počtu usporených osobokilometrov najazdených do príslušného uzla:

	A	B	C	D	E	Obyv.	$p=2$
A	5	0	4	3	2	20	
B	0	0	0	0	0	0	
C	1	0	2	0	0	40	
D	5	0	1	7	0	30	
E	0	0	0	0	1	60	
Max. us.	290	0	190	270	100		max uzol 290 A

Výpočet maximálneho počtu usporených osobokilometrov najazdených do príslušného uzla:

	A	B	C	D	E	Obyv.	$p=3$
A	0	0	0	0	0	20	
B	0	0	0	0	0	0	
C	0	0	1	0	0	40	
D	0	0	0	2	0	30	
E	0	0	0	0	1	60	
Max.us.	0	0	40	60	60		max uzol 60 D

Výpočet maximálneho počtu usporených osobokilometrov najazdených do príslušného uzla:

	A	B	C	D	E	Obyv.	$p=4$
A	0	0	0	0	0	20	
B	0	0	0	0	0	0	
C	0	0	1	0	0	40	
D	0	0	0	0	0	30	
E	0	0	0	0	1	60	
Max. us.	0	0	40	0	60		max uzol 60 E

Výpočet maximálneho počtu usporených osobokilometrov najazdených do príslušného uzla:

	A	B	C	D	E	Obyv.	$p=5$
A	0	0	0	0	0	20	
B	0	0	0	0	0	0	
C	0	0	1	0	0	40	
D	0	0	0	0	0	30	
E	0	0	0	0	0	60	
Max. us.	0	0	40	0	0		max uzol 40 C

ZÁVER

Predložený heuristický prístup umožňuje hľadanie umiestnenia p -uzlov pri minimálnej celkovej vzdialenosti potrebnej na pokrytie všetkých obyvateľov potenciálnymi uzlami, ak je vopred známy ich počet. Je založený na prvotnom výbere uzla s najmenším počtom osobokilometrov a ich následnom znižovaní pomocou úspor vyplývajúcich z vybrania ďalšieho uzla až po určený počet p -uzlov.

Použitá literatúra

1. BREZINA, I., ČIČKOVÁ, Z., GEŽÍK, P., PEKÁR, J. (2009).: Modelovanie reverznej logistiky - optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009.
2. IVANIČOVÁ, Z., BREZINA, I., PEKÁR, J. (2002): Operačný výskum. Bratislava : Iura Edition, 2002.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 820

email: brezina@euba.sk

Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 826

email: pekar@euba.sk

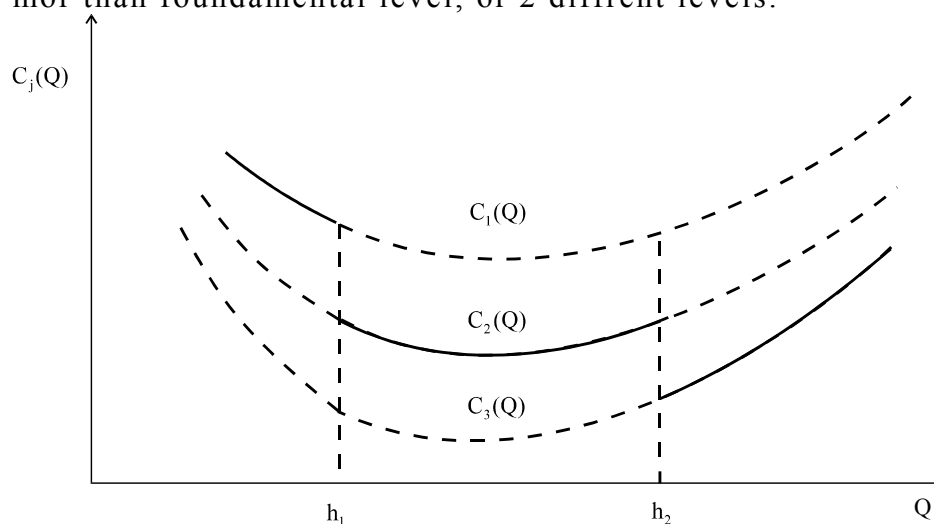
RABAT A LIMITOVANÉ ZDROJE V RIADENÍ ZÁSOB

DISCOUNT AND LIMITED SOURCES IN INVENTORY REGULATION

Katarína Čemická

SUMMARY

In my work is applicated the inventory model with more levels of discount with limited financial sources. The application is too larg efor this artikle, but i tis made on 5 sort of food, buyed in 3 megastores, DOMINO, KON-RAD a MOMENT M. All of this megastores have a discount prices, if the client buyes mor than fundamental level, or 2 diffrent levels.



With the application of discount model theory and using the results of PC the fundamental results are: Knowing his financial limites, the client the first must know the minimal cost and then decides, if he makes tris business or not. If his financial rezerv is digger, than yess. If not, he must decide, if he will také a leasing, or he makes nothing. The limit of the financial sources influeeces his decision if he has less money than is the minimal cost for the inventory, because he cannot realize his ideas. Than we offer the result, to keep the leasing, but only in the bank, when the interests in % are not „too high“, i tis written by a mathematical mode. Off course, he chooses this discount, which has for this case the cheapest prices. In my application, which is not included in this artikle, because it makes it too large, 1 case only from 15 ones was choosed the last but one level. a minimalize his cost, if he buys the quantity, which may realize the maximal discount in the megastore. But if he has money not enough, the decision must make he alone.

Kľúčové slová: Zásoby, náklady, obstarávacia cena, rabat, optimalizácia, limitované zdroje, aplikácia.

Úvod

Snaha každého podniku alebo firmy je maximálne efektívne vyrábať, resp. predávať s maximálnym ziskom a s minimálnymi nákladmi. Všetky podniky, ktoré pri výrobe, resp. predaji surovín, polovýrobov alebo hotových výrobkov využívajú skladovacie priestory a majú prehľad o dopyte po svojom tovare (poznajú strednú hodnotu dopytu ako aj rozdelenie jeho pravdepodobnosti), môžu zvýšiť efektívnosť výroby, resp. Predaja, ak využijú poznatky z teórie zásob. Pokiaľ odoberajú (kupujú) suroviny, resp. výrobky od stáleho dodávateľa, ktorý má pevné ceny a neposkytuje rabat, naše modely s rabatom sa nedajú využiť. Oveľa častejšie je však prípad, kedy odberateľ má voľbu medzi rôznymi dodávateľmi, pričom jednotliví dodávatelia sa líšia cenou tovaru a vzdialenosťou od odberateľa (čo ovplyvňuje výšku prepravných nákladov). Často pri nákupe väčších množstiev je poskytnutý rabat, resp. diskont, čo býva občas odstupňované dvomi-tromi rôznymi sadzbami pri nákupoch od určitého vyššieho množstva. Pritom je možné, že finančné zdroje nie sú schopné pokryť celkové náklady súvisiace s nákupom, prepravou a skladovaním substrátov.

Z toho vidíme širokospektrálne možnosti využitia týchto modelov v praxi. Moja práca sa síce zaoberá len jednou konkrétnou aplikáciou, a to nákupom a skladovaním 5 potravinárskych výrobkov v 3 možných veľkoskladoch, nič to však nemení na všeobecnosti platnosti teórie, ako aj konkrétneho modelu zásob s rabatom pri ohraničení finančných zdrojov.

Opieram sa o svoj článok (11), kde však neboli limitované zdroje. V tej práci riešim konkrétny problém výberu najlepšieho dodávateľa, najlepšej veľkosti dodávky a s tým súvisiaceho intervalu medzi dvoma dodávkami (dodacieho cyklu) tak, aby celkové náklady boli minimálne. K dispozícii sú údaje od 3 dodávateľov, a to z veľkoskladov DOMINO, KON-RAD a MOMENT M. Sídlo všetkých troch skladov bolo na Starej Vajnorskej ceste 17 v Bratislave. Všetky tri veľkoskladov boli typu CASH & CARRY. Keďže žiaden podnikateľ nebol ochotný poskytnúť informácie o nákladoch súvisiacich so skladovaním oprela som sa o informácie, ktoré boli bežne dostupné v dennej tlači, resp. v inzerátoch. Teória ako aj postup pri využívaní algoritmu na výpočet optimálnej veľkosti dodávky sú všeobecne platné a možno ich použiť aj na inú konkrétnu aplikáciu vo veľkoskladoch, ktoré poskytujú rabat. Tak isto nič nemení na všeobecnosti záverov eventuálna zmena cien. Model upravujem na prípad, ak sú zdroje financií ohraničené.

Jadro:

Zásobovacie systémy majú za cieľ minimalizovať náklady, resp. maximalizovať zisk, k čomu o.i. využívajú aj zľavy pri nákupe od istej hodnoty. Z hľadiska toho, kto zľavu poskytuje, je cieľom prilákať zákazníka, aby nakupoval viac. Zvýšením odbytu sa dosiahne potom väčší zisk, ako keby sa tovar predával za drahšie, ale v menšom množstve. Z hľadiska odberateľa je výhodné využiť rabat v prípade, keď nákup väčšieho množstva zaručí odberateľovi nižšie celkové náklady súvisiace s nákupom, prevozom a skladovaním tovaru. Pravdaže, predpokladá sa, že podnikateľ má zabezpečený

odbyt tovaru. V prípade, že jeho financie sú limitované, nič to nemení na podstate, že najprv musí vypočítať, pri akom množstve dosiahne minimálne náklady a až potom porovnáva tieto náklady s svojím limitovaným množstvom financií.

K tomu, aby si odberateľ dokázal optimalizovať veľkosť dávky, je treba, aby vedel určiť typ modelu, ktorý sa dá použiť na zásobovací proces a navyše aby vedel rozlíšiť a vyčíslieť jednotlivé typy nákladov, ktoré súvisia s obstarávaním, prepravou a skladovaním tovaru. Častokrát v sklade nie sú splnené všetky predpoklady základného modelu zásob, a to, že: dopyt je deterministický, skladuje sa len jeden druh tovaru, skladovateľnosť je nekonečná, dodávky prichádzajú načas po uplynutí dodacej lehoty. K zníženiu celkových nákladov zásobovacieho procesu dochádza v sklade, kde sa ani nevezmú do úvahy zvýšené náklady súvisiace so vznikom deficitu, ale uvažuje sa o systéme ako o deterministickom, v ktorom sa dopyt približne rovná ponuke λ , pozná sa nákupná cena c_n , náklady dodávky c_a , t.j. náklady súvisiace s objednaním, prevozom (pokiaľ nezávisia od veľkosti dodávky) a nastavením (napr. výrobného chodu) a vedia sa vyčíslieť skladovacie náklady c_s na jednotku tovaru a jednotku času. Keďže bez výpočtu nákladovej funkcie sa ďalej so špecifickým modelom nedá pohnúť, upresníme najprv tieto skladovacie náklady. S týmto typom nákladov býva najviac problémov. Často sa vyjadrujú ako isté percento z nákupnej ceny: $c_s = I \cdot c_n$. Označme si Q ako veľkosť dodávky. Nákladová funkcia základného modelu zásob, kde je len jediná cena tovaru c_n , má tvar:

$$C(Q) = c_n \cdot \lambda + (\lambda / Q) \cdot c_a + (Q/2) \cdot c_s \quad (1)$$

Táto nákladová funkcia je rýdzo konvexná, ktorej graf je zobrazený na Obr. 1.

Nákladová funkcia je spojitá a diferencovateľná s jedným lokálnym aj globálnym minimom, ktoré nájdeme, keď urobíme prvú deriváciu tejto funkcie:

$$dC(Q)/dQ = c_a \cdot \lambda / Q^2 + c_s / 2 = 0 \quad (2)$$

z čoho pre Q dostávame minimálnu hodnotu ako odmocninu zo vzťahu: $2\lambda c_a /$

$$c_s, \text{ teda} \quad Q_0 = \sqrt{\frac{2 \lambda c_a}{c_s}}$$

(3)

Ak od objednania množstva h alebo väčšieho sa poskytuje zľava, tak namiesto jednej ceny c_n vlastne uvažujeme s dvoma cenami: c_1 - ak sa objednáva množstvo menšie ako je hladina h a c_2 , ak sa objednáva množstvo h alebo viac. Namiesto jednej nákladovej funkcie, ktorá sa počíta podľa vzorca (1) dostaneme dve nákladové funkcie a dva vzorce, ktoré sa líšia tým, že v prvom je namiesto ceny c_n cena c_1 , ktorá je relatívne vyššia a v druhom je cena c_2 , ktorá je nižšia o rabat, zľavu, resp. skonto, záleží od literatúry, ktorú používame. Háčik je v tom, že ak nám výjde v druhom vzorci, teda so zľavnenou cenou c_2 , hodnota optimálnej veľkosti dodávky $Q_{02} < h$, na túto hodnotu sa rabat, teda zľava nevzťahuje. Celkové náklady $C(Q_{02})$ monotónne vzrastajú a ich minimálna hodnota je práve v hraničnom bode h . Potrebujeme iba porovnať celkové očakávané náklady pre množstvo $Q = Q_{01}$ s nákladmi pre $Q = h$. Dosadením do vzorca (1) za Q týchto dvoch hodnôt a

porovnaním výsledkov určíme za optimálne Q tú hodnotu, pri ktorej sú celkové náklady menšie.

Algoritmus pri hľadaní optimálnej veľkosti dodávky sa nemení ani v prípade dvoch a viacerých zliav, teda rabatov. Princíp spočíva vždy v tom, že tipujeme najprv vždy prípad, že by bol rabat najvyšší, Q optimálne porovnáme s hladinou h , od ktorej platí tento rabat. Ak sme v limite, príklad je skončený a vyriešený. Ak nie, porovnáваме opäť náklady v bode najvyššej hladiny h , od ktorej platí najvyšší rabat, s Q optimálnym pre nižšiu úroveň. Pravda, pri každom kroku musíme kontrolovať, či Q optimálne pre daný rabat spadá do množstva, na ktorý sa rabat poskytuje.

Toľko teória. Ako sa však tieto modely využívajú u nás v praxi?

Základom pre aplikačnú časť tejto práce je 5 základných vybraných potravinových produktov, ktoré fiktívny podnikateľ nakupuje, skladuje a predáva, a to: ryža, cukor, múka, špagety a olej.

Vo veľkoskladoch sa dá nakúpiť za veľkoobchodné ceny, avšak je určené minimálne množstvo tovaru (1 balík), ktoré treba nakúpiť. Každý z veľkoskladov poskytuje rabat pri nákupe od určitej hladiny, ktorá uvažuje cenu tovaru bez DPH. Niekde je týchto hladín aj viac. Na výpočet najlepšej veľkosti dodávky treba použiť modely zásob s rabatom (so zľavou, diskontom, skontom). **Modely zásob s rabatom** sú založené na deterministickom modeli zásob optimálnej veľkosti dodávky (objednávky), avšak s rôznymi skladovacími nákladmi, resp. nákladovými funkciami pre rôzne veľkosti dodávok.

Deterministické modely zásob stoja na dvoch základných predpokladoch: predpoklade úplnej informovanosti a predpoklade úplnej ovládateľnosti.

Deterministické modely môžu vystupovať o. i. ako náhrada stochastického modelu, pri ktorom sa v skutočnosti stochastické veličiny a vzťahy aproximujú deterministickými veličinami a vzťahmi. Hodnoty jednotlivých premenných možno potom interpretovať ako stredné hodnoty. Deterministické náhrady vždy vedú k nepresnostiam, v niektorých konkrétnych situáciách však takéto používanie môže byť oprávnené. Prípady deterministických zásobovacích systémov sú v praxi zriedkavé. Matematické modelovanie skutočných zásobovacích systémov nie je vždy ľahké. Pre začiatok rozoberám deterministický model zásob bez rabatu, nakoľko na ňom sú založené i ďalšie modely.

Q - veľkosť dodávky, resp. výrobné série alebo objednané množstvo,

Q_0 - optimálna veľkosť dodávky - nakupovaného množstva alebo optimálna veľkosť výrobné série. Pri objednaní tohto množstva budú celkové náklady súvisiace s obstaraním aj skladovaním dodávky minimálne. V ďalšom uvažujeme len o nakupovanom tovare, kde sa najčastejšie poskytuje rabat, pritom to však nič neuberie na všeobecnosti úvah.

Cieľom riešenia modelu je určiť optimálnu výšku dodávky na sklad Q a dĺžku dodávkového cyklu T tak, aby celkové náklady boli minimálne. Dodávkový cyklus (dodávkové obdobie) je čas medzi dvoma susednými dodávkami:

T - základný časový interval medzi jednotlivými objednávkami, tzv. „dĺžka dodávkového cyklu“; pokiaľ je dodacia lehota (τ) konštantná, je to i interval medzi dodávkami.

$$T = \frac{Q}{\lambda}$$

T_0 - optimálny interval medzi objednávkami

(vyjadrený ako časť roka)

v - počet cyklov počas sledovaného obdobia (napr. rok).

$$v = \frac{\lambda}{Q} = \frac{1}{T}$$

Prostriedkom určenia optimálnej veľkosti dodávky je nákladová funkcia, ktorá sa skladá z týchto nákladov:

c_a - sú náklady na prepravu výrobnéj série, tzv. „nastavovacie náklady“, resp. v prípade kupovania tovaru sú to obstarávacie náklady spojené s obstarávaním nakupovaných tovarov; názývame ich tiež náklady dodávky. Treba pripomenúť, že obstarávacie náklady označené ako c_a sa nemusia obmedzovať len na to, aby sa objednávací činnosť uviedla do chodu. K tomu môžu patriť aj náklady na prevzatie kúpeného množstva, náklady na vstupnú kontrolu a pod. Všade tam, kde nie sú tieto náklady ovplyvnené kupovaným množstvom, treba definovať „obstarávacie náklady“ a zahrnúť ich do výpočtu c_a .

c_n - je nákupná cena, resp. výrobné náklady na jednotku,

I - tzv. „skladovací kľúč“, resp. percento vyjadrené v stotinách z celkovej hodnoty, v ktorej je zahrnutá nákupná cena, resp. výrobné náklady, ako aj ostatné typy nákladov súvisiace s obstarávaním dodávky.

c_s - sú skladovacie náklady za časovú jednotku na 1 kus (resp. inú jednotku). Často sa počítajú ako percento z nákupnej ceny, teda:

$$c_s = I \cdot c_n.$$

V nákladovej funkcii sú dve protichodné, resp. bipolárne zložky, a to: časť nastavovacích nákladov pre násobená počtom cyklov $\frac{\lambda}{Q} \cdot C_a$ a časť skladovacích nákladov $\frac{Q}{2} \cdot C_s$, teda pre násobených priemerným skladovacím množstvom.

$$C(Q)_{\text{var}} = \frac{\lambda}{Q} \cdot C_a + \frac{Q}{2} \cdot C_s \quad (4)$$

Náklady dané funkciou (4), t. j. $C(Q)_{\text{var}}$ predstavujú priemerné variabilné náklady určitého daného obdobia.

Vlastnosťou funkcie (4) je, že predstavuje len premenlivé náklady, ktoré ovplyvňujú optimum. Niekedy sa k premenlivým nákladom pričítavajú aj stále náklady, predstavujúce cenu spotrebovaných jednotiek (za predpokladu, že spotreba sa rovná súhrnu dodávok) rovnajúcu sa $\lambda \cdot c_n$. Z hľadiska určovania optimálnej dodávky však tento sčítanec nemá význam.

Výsledná nákladová funkcia sa rovná podľa lit. [1]:

$$C(Q) = \frac{\lambda}{Q} \cdot C_a + \frac{Q}{2} \cdot C_s + \lambda \cdot C_n, \text{ teda (1)}$$

Náklady dané funkciou (1), t. j. $C(Q)$ - predstavujú celkové očakávané náklady za základné obdobie,

$C(Q)_{\text{opt}}$ - sú minimálne (t. j. optimálne) celkové očakávané náklady.

Pre začiatok uvažujeme výrobcu, ktorý má nakupovať alebo dodávať konštantné množstvo λ jednotiek počas základného obdobia $T_c = 1$. O dopyte teda predpokladáme, že je istý a známy. Neplnenie dodávok sa nepripúšťa. Z toho vyplýva, že náklady deficitu, teda nedostatku zásob sú také veľké, že presahujú všetky medze. Symbolicky si ich označme $c_d = \infty$. Základné rovnice nákladov dostávame z deterministického modelu so stabilnými cenami.

Celkové náklady počas celého obdobia T dostaneme ako:

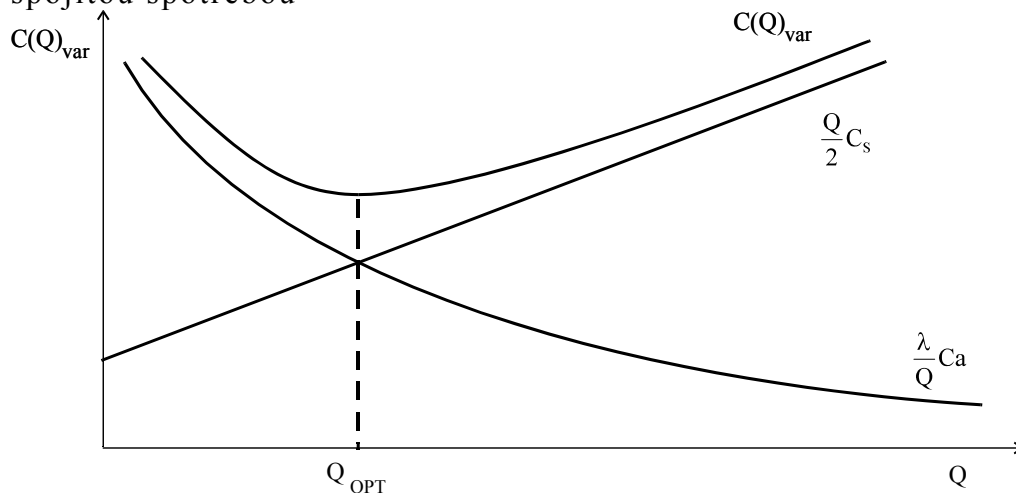
$$C(Q) = \frac{\lambda}{Q} \left[c_a + Qc_n + c_a \cdot I\left(\frac{Q}{2\lambda}\right) + \frac{c_s \cdot Q^2}{2\lambda} \right],$$

po úprave:

$$C(Q) = \frac{c_a \cdot \lambda}{Q} + \frac{c_a \cdot I}{2} + \frac{c_s \cdot Q}{2} + \lambda \cdot c_n \quad (5)$$

Nákladová funkcia (4), t. j. $C(Q)_{\text{var}}$ je rýdzo konvexná funkcia, ktorá má grafický tvar zobrazený na obr. č. 1. Nákladová funkcia (5) má navyše fixnú zložku $\lambda \cdot c_n$ a nákladová funkcia (4), ktorú my v ďalšom uvažujeme ako výslednú, má navyše ďalšiu zložku $\frac{c_a \cdot I}{2}$, čo je vlastne podrobnejšie rozvedená nákladová funkcia. Variabilná zložka, teda (4), je stále tá istá.

Obr. č. 1: Nákladová funkcia v modeli optimálnej veľkosti dodávky so spojitou spotrebou



Vzhľadom na to, že ide o spojitú funkciu, jej extrém, rovnajúci sa ekonomickému optimu, určíme deriváciou podľa Q a postavením derivácie rovnej nule. Vzhľadom na to, že predpokladáme konvexnosť funkcie, upustíme od hľadania druhej derivácie a nájdený extrém stotožníme s minimom funkcie.

$$\frac{dC(Q)}{dQ} = -\frac{c_a \cdot \lambda}{Q^2} + \frac{c_s}{2} = 0, \text{ teda (2),}$$

z čoho pre Q dostávame minimálnu hodnotu pre:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 \lambda c_a}{c_s}}, \text{ teda (3)}$$

Tento vzťah je známy pod názvom Wilsonov alebo Adlerov vzorec.

Minimálne celkové náklady dostávame dosadením $f/$ do $e/$:

$$C(Q)_{\text{opt}} = \sqrt{2\lambda c_a c_s} + \lambda c_n + \frac{c_s}{2} \quad (6)$$

Tento vzťah platí pre ľubovoľnú nákupnú cenu c_n , pričom pre rôzne nákupné ceny bude Q_o iné, ako i krivka celkových nákladov $C(Q)_{\text{opt}}$ bude iná. Ak podnikateľ má menej financií ako je $C(Q)_{\text{opt}}$, objednávka nebude uskutočnená. Je tu však jedno riešenie: Označme si predajnú cenu c_p a celkový výnos V_p ,

$$V_p = n \cdot Q_o \cdot c_p, \quad (7)$$

teda počet dodávok v roku násobený veľkosťou dodávky a cenou. Označme U – celkové ročné úroky za požičanú chýbajúcu sumu do $C(Q)_{\text{opt}}$.

Vyšetrite ziskovú funkciu: V prípade fixnej nákupnej ceny c_n , sú možné len jedine minimálne náklady $C(Q)_{\text{opt}}$. Potom ročný zisk možno vyjadriť nasledovnou funkciou:

Označme c_p - predajná cena za 1 jednotku tovaru. Nech $C(Q)_{\text{opt}}$ sú minimálne celkové náklady. Potom:

$$\text{zisk: } Z(\lambda, Q) = c_p \cdot \lambda - C(Q)_{\text{opt}} \quad (8)$$

Ak existuje viacej nákupných cien, potom $C(Q)_{\text{opt}}$ označujú minimálne náklady pre všetky možné varianty. Zisková funkcia má ten istý tvar.

Potom ak zisková funkcia Z

$$Z = V_p - C(Q)_{\text{opt}} > 0 \quad (9)$$

Oplatí sa vziať pôžičku, ak je to záporná hodnota, neoplatí sa vziať pôžičku.

To isté platí pre prípad, že veľkosť poskytuje rabat s jednou alebo viacerými hladinami h s tým, že celkové náklady na základné obdobie – rok – vychádzajú ešte nižšie, avšak opäť treba rovnako porovnávať ich s limitovanými zdrojmi peňazí.

Na výpočet optimálnej veľkosti dodávky v prípade rôznych cien

$c_1 > c_2 > \dots > c_j$ je vhodné použiť **model zásob s rabatom**.

Dodávateľ môže zainteresovať kupujúceho na odbere väčších dávok tým, že pri odbere nad určitú hranicu poskytne z ceny zľavu (skonto, rabat, diskont).

Ako prvý prípad si rozoberieme sklad, ktorý nakupuje tovar, pričom sa poskytuje nákupcovi rabat, ktorý závisí od odobraného množstva.

Model zásob s jedinou cenovou zmenou je podrobne rozobratý v literatúre, napr. (4).

Modely zásob s dvoma cenovými zmenami

Tieto modely vychádzajú z východiskovej situácie ako pri jednej cenovej zmene, lenže sa poskytujú dva rabaty, a to:

<i>Veľkosť dodávky (objednávky):</i>	<i>Nákupná cena:</i>
$1 \leq Q_1 < h_1$	c_{n1}
$h_1 \leq Q_2 < h_2$	c_{n2}
$Q_3 \geq h_2$	c_{n3}

pričom: $c_{n1} > c_{n2} > c_{n3}$, hranice h_1 a h_2 sú množstvá, pri ktorých nastanú cenové zmeny. Zásady pri výpočte optimálnej veľkosti objednávky sú v podstate rovnaké, ako pri jednej cenovej zmene.

1. Treba vypočítať Q_{03} podľa vzťahu f). Ak $Q_{03} \geq h_2$, optimálne nakupované množstvo je Q_{03} .

2. Ak $Q_{03} < h_2$, treba vypočítať Q_{02} . Nakoľko $Q_{03} < h_2$, je aj $Q_{02} < h_2$. (Všeobecne: $Q_{01} < Q_{02} < Q_{03}$). Potom ale $Q_{02} < h_1$, alebo je $Q_{02} > h_1$, teda je v medziach od h_1 po h_2 . V takomto prípade treba pokračovať rovnako ako v prípade s jednou cenovou zmenou, teda treba porovnať $C(Q_{02})_{opt}$ s $C(h_2)$, ktoré počítame podľa vzťahu e), aby sa mohlo určiť optimálne nakupované množstvo.

3. Ak $Q_{03} < h_2$ a $Q_{02} < h_1$, treba vypočítať Q_{01} , ktoré nutne musí vyhovovať nerovnici $Q_{01} < h_1$. V tomto prípade treba potom porovnať $C(Q_{01})_{opt}$ s $C(h_1)$ a s $C(h_2)$, aby sa určilo optimálne množstvo (lit. [2]).

Potom sa odberateľovi, ktorému chýbajú financie, oplatí investovať a vziať si pažičku s celkovým úrokom U , ak

$$Z = V_p - \min(C(Q_{01})_{opt}, C(h_1), C(h_2)) > 0 \quad (10)$$

Modely zásob s m-cenovými zmenami

V modeli ide o situáciu, kde cena c sa skokom znižuje v určitých bodoch h_j .

Na obr. č. 2 sú uvedené grafy nákladových funkcií pre jednotlivé ceny c_j ($j = 1, \dots, m$). Na danom obrázku $m = 3$. Na týchto grafoch je uvedených $m-1$ bodov, v ktorých hodnota c skokom klesá v intervale

$$h_j < h_{j+1} \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$h_j \leq Q \leq h_{j+1}$$

Cena jednotiek Q sa rovná c_j , pričom $c_{j+1} < c_j$. Nákladová funkcia $C(Q)$ sa modifikuje na

$$C_j(Q) = \lambda \cdot c_{nj} + \frac{c_a \lambda}{Q} + \frac{c_{nj} \cdot I_j \cdot Q}{2} + \frac{c_a \cdot I_j}{2}$$

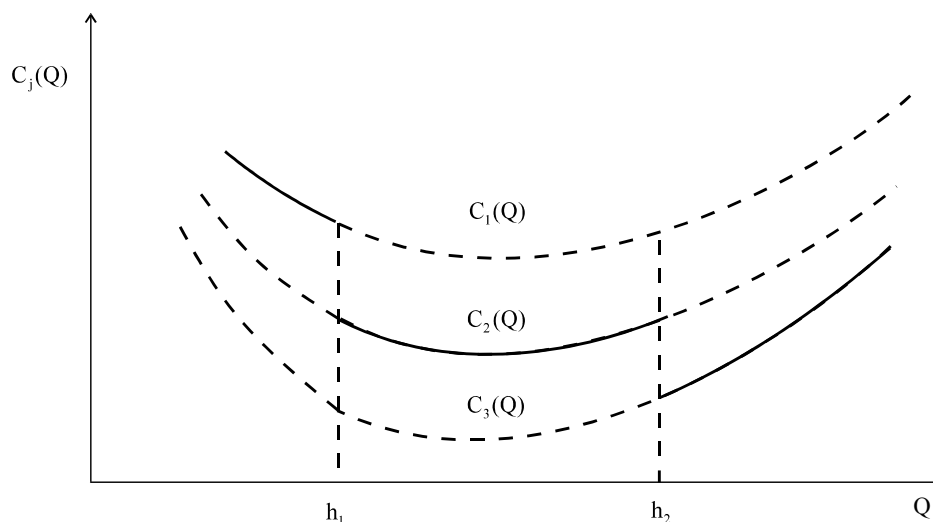
Máme $m+1$ funkcií, pričom $C_{j+1}(Q) < C_j(Q)$

Optimálna hodnota každej krivky $Q_{opt,j}$ leží na každej krivke len v jedinom intervale $h_j \leq Q_{opt,j} \leq h_{j+1}$. Každá nákladová funkcia je tvorená množinou úsečiek.

Pri hľadaní absolútneho minima postupujeme podľa nasledujúceho algoritmu:

Obr. č. 2 Nákladové funkcie v modeli zásob s rabatom

s m cenovými zmenami pre $m=2$



1. Nájďme hodnotu Q pre m -tú nákladovú funkciu Q_m . Ak Q_m vyhovuje nerovnosti $Q_m \geq h_m$ je optimálnou hodnotou objednávky, pretože Q_j žiadnej inej funkcie nemôže byť nižšia.

2. Ak neplatí nerovnosť $Q_m \geq h_m$ treba vypočítať $C_m(h_m)$, t.j. náklady m -tej funkcie v bode m -tého skoku. Táto hodnota sa použije v ďalšom kroku pre porovnanie.

3. Nájďme hodnotu Q_{m-1} . Ak táto hodnota vyhovuje nerovnosti $Q_{m-1} \geq h_{m-1}$ určíme $C_{m-1}(Q_{m-1})$, t. j. náklady $m-1$ funkcie v bode Q_{m-1} . Porovnáme hodnotu

$C_{m-1}(Q_{m-1})$ s hodnotou $C_m(h_m)$. Menšej hodnote zodpovedá optimálna objednávka.

4. Ak hodnota Q_{m-1} nevyhovuje uvedenej nerovnosti, treba vypočítať hodnotu Q_{m-2} . Ak táto vyhovuje nerovnosti $Q_{m-2} \geq h_{m-2}$, určíme hodnotu $C_{m-2}(Q_{m-2})$ a porovnáme ju s $C_m(h_m)$ a s $C_{m-1}(h_{m-1})$. Najmenšej hodnote nákladovej funkcie zodpovedá optimálna objednávka.

5. Ak hodnota Q_{m-2} nevyhovuje uvedenej nerovnosti, vypočítame Q_{m-3} . Ak táto hodnota vyhovuje nerovnosti $Q_{m-3} = h_{m-3}$, vypočítame $C_{m-3}(Q_{m-3})$ a porovnáme s $C_{m-2}(h_{m-2})$, $C_{m-1}(h_{m-1})$ a s $C_m(h_m)$. Optimálna objednávka zodpovedá najmenšej hodnote nákladovej funkcie.

6. Výpočet pokračuje, kým sa nenájde minimum. Počet potrebných krokov neprekročuje m .

Náklady skladovania v obr. č. 2 sú pre každé j tie isté, pokiaľ c_s sú konštantné. Ak náklady skladovania priamo závisia od ceny c_j a udávajú sa pomocou režijnej sadzby I , teda $c_s = I_j \cdot c_j$ jednotlivé funkcie c_j sa navzájom líšia. Táto skutočnosť nemení platnosť algoritmu.

V praxi má častokrát podnikateľ možnosť výberu rôznych dodávateľov. Náš prípad troch dodávateľov nič nemení na všeobecnosti modelu. Algoritmus nájdenia minimálnych nákladov a optimálnej veľkosti dodávky sa skomplikuje nasledovne: Pre každého dodávateľa vypočítame optimálnu veľkosť dodávky a k tomu odpovedajúce minimálne celkové náklady podľa toho, ako má rabaty. V našom prípade sa jedná o tri dvojice: Q_{1opt} a $C(Q_1)$, Q_{2opt} a $C(Q_2)$ a napokon Q_{3opt} a $C(Q_3)$. Skutočné optimum bude Q_{iopt} , ktorému odpovedajú minimálne celkové náklady z týchto troch:

$$C(Q)_{opt} = \min_{i=1,2,3} \{C(Q_i)_{opt}\} \quad (11)$$

Výstupy z počítača systému QSB⁺ pre optimálny plán nákupu neuvádzam, a to pre obmedzenosť strán na príspevok. Pomocou počítača som našla pre 3 veľkosklady a pre 5 potravín najvýhodnejšie nákupné veľkosklady, veľkosti dodávok, dĺžky dodávkových cyklov a minimálne náklady pre každú potravinu, čo bolo cieľom práce (11). Z výsledkov tej práce vyplynulo, že sa neoplatí nakupovať všetky tovary v tom istom veľkosklade, ale vyberá sa vždy ten, ktorý zaručuje pre daný druh tovaru minimálne náklady.

Pri výpočte optimálnej veľkosti dodávky pre jednotlivé tovary sme v štyroch prípadoch z piatich (okrem múky) vypočítali túto optimálnu veľkosť dodávky pre cenu tovaru, na ktorú sa vzťahuje najvyšší rabat; len v prípade múky bola optimálna

veľkosť dodávky menšia, ako najvyššia hladina, od ktorej sa poskytuje najvyšší rabat (viď. Discount Analysis for muka). V súlade s algoritmom sme za nakupované množstvo určili to množstvo, ktoré dáva menšie celkové náklady. Pritom sme porovnali nákladovú funkciu pri nákupe optimálnej veľkosti dodávky (podľa vzťahu e/), avšak za vyššiu nákupnú cenu.

Veľkosklad KON-RAD má zaujímavú ponuku odlišnú Vo všetkých piatich prípadoch sa však oplátilo nakupovať tovar v množstve, pri ktorom bol poskytnutý najvyšší rabat.

Záver

Záverom chcem uviesť, že táto práca vychádza z potrieb praxe v oblasti zásobovania a skladovania potravinárskych tovarov, a to pri nákupe z veľkoskladov, ktoré poskytujú zľavu (rabat), pričom odberateľ má limitované finančné zdroje. Doposiaľ známe modely s rabatom dosť dobre vystihujú súčasnú prax. Ďalším prínosom je určenie vzťahu pre efektívnosť vziatia si pôžičky v prípade, ak financie odberateľa nedosahujú hodnotu minimálnych celkových nákladov.

Fakt, že v prípade 3 veľkoskladov a len 5 vybraných tovarov sa v optimálnej voľbe vyskytli všetky 3 veľkosklady naznačuje, že pri rozšírení sortimentu, ako aj počtu dodávateľov sa znásobí i množstvo výpočtov.

Bez použitia počítačov by v súčasnosti riešenie týchto problémov v praxi bolo prakticky nemožné.

Zoznam použitej literatúry:

1. Ladislav Unčovský, Stochastické modely operačnej analýzy, ALFA, Bratislava, 1980
2. Katarína Čemická, Modely zásobovacích procesov pri nestabilných cenách skladovaných jednotiek, príspevok zo zborníka zo seminára: Kvantitatívne metódy v ekonomike, ES EU, Bratislava, 1994
3. Ladislav Unčovský, Katarína Čemická, Stochastické procesy a modely, ES EU, Bratislava, 1992
4. Ladislav Unčovský, Operačný výskum, ES EU, Bratislava, 1988
5. G. Hadley, T.M. Whitin, Analysis of Inventory System, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1993
6. C.W. Churchman, R.L. Ackoff, E.L. Arnoff, Introduction to operations research, New York, John Wiley and Sons, Inc., 1993
7. James B. Dilworth, Operations Management, Mc.Graw Hill, Inc., Hightstown, NJ, 1992
8. Nicholas J. Aquilano, Richard B. Chase, Fundamentals of operations Management, Irwin, Homewood, Boston, 1991

9. Ponukový list od veľkoskladu KON-RAD (24.2.1997)

10. Jorge Daniel Brandán Varea: Modely zásob s rabatom a ich ekonomické využítiev súčasnosti diplomová práca so simuntánnym názvom, EU Bratislava, FHI, KOVE, 1997

11. Rabat, (zľava, skonto) a jeho ekonomické využitie v riadení zásob, referát na konferenci AIESA, 2007, Katarína Čemická

Kontakt: Prom. Mat. Katarína Čemická, CSc.

KOVE FHI EU Bratislava

Tel. 67295834 cemicka@dec.euba.sk

A Consequence of an Equivalence Theorem on Linear Programming and Experimental Design

MICHAL ČERNÝ¹

Abstract. The *c-optimal experimental design problem* for a linear regression model with independent observations is the problem to find an experimental design over a given experimental domain such that the best unbiased linear estimator of $\mathbf{c}^T\boldsymbol{\beta}$, where $\boldsymbol{\beta}$ is the vector of unknown regression parameters and \mathbf{c} is a given vector of parameters, has the least variance among all designs over that domain. We study the case of a finite experimental domain. We discuss an exact version of the problem, which is known to be **NP**-complete (and hence computationally extremely hard) and its relaxed version, called *asymptotic c-experimental design*. We show some consequences of a recent result that the approximate version of the *c*-optimal design problem is equivalent to linear programming and demonstrate the role of this theorem in theory of algorithms for linear programming. We show that any algorithm for the design problem, a seemingly special-purpose algorithm, necessarily has to be a general-purpose algorithm for a large variety of problems in optimization, algebra and combinatorics.

Keywords. Linear programming, optimal experimental design, P-completeness.

AMS 2000 Subject Classification. Primary 62K05. Secondary 62K04.

§1. Introduction. In this text we discuss an interesting consequence of a theorem on a relation between *general linear programming*, a purely optimization problem, and the problem of *optimal experimental design*, one of the fundamental issues in statistics. We study the problem from the complexity-theoretic point of view. By the Duality Theorem of linear programming, it is well-known that two formulations of the general linear programming problem

- (i) given $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, find (any) $\mathbf{x}^* \in \operatorname{argmax}\{\mathbf{c}^T\mathbf{x} : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$ or state that no such \mathbf{x}^* exists, and
- (ii) given \mathbf{A} and \mathbf{b} , decide whether the set $\{\mathbf{x} : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}$ is nonempty,

where \mathbf{A} is an $m \times n$ rational matrix, \mathbf{b} is an n -dimensional column rational vector and \mathbf{c} is an m -dimensional column rational vector, are reducible to each other in Turing deterministic logarithmic space. In this sense, the two formulations are equivalent. A lot of other formulations of the general linear programming are known to be equivalent to (i) and (ii) in the reducibility sense. We shall show that a very special problem, seemingly standing far from (i) and (ii), is equivalent to (i) and (ii) too. The problem in consideration is the so-called *approximately c-optimal experimental design problem*. Before turning to the equivalence between linear programming and optimal designs, let us sketch some facts from statistics.

§2. Optimal designs. Consider the linear regression model $E(y) = \mathbf{x}^T\boldsymbol{\beta}$, where $\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^n$ is an unknown vector of regression parameters and observations y are independent and identically distributed with variance $\sigma^2 \in (0, \infty)$. $E(\cdot)$ stands for the expectation operator. If we are to make N observations $\mathbf{y}^T =$

¹University of Economics Prague, Department of Econometrics, Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Prague, Czech Republic; cernym@vse.cz. Submitted Dec 1, 2009.

(y_1, \dots, y_N) of the dependent variable, we can write the regression model in the matrix form as $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ where rows $\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_N^T$ of the matrix \mathbf{X} are points in the space of independent variables in which the measurements of y_i 's are to be made and $\boldsymbol{\varepsilon}$ is the vector of disturbances possessing usual properties. Now assume that a set $\mathcal{X} \subseteq \mathbf{R}^n$, called the *experimental domain*, is given; we say that \mathbf{X} is *correct* with respect to \mathcal{X} if every row of the matrix \mathbf{X} belongs to \mathcal{X} .

Let the domain \mathcal{X} be given and assume that we want to *design the N -row matrix \mathbf{X}* (where N is fixed) so that (1) it is correct with respect to \mathcal{X} and (2) it enables us to find the estimate $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ of the unknown vector $\boldsymbol{\beta}$ having *the best possible statistical properties*. It is quite cumbersome to say what ‘the best possible statistical properties’ shall mean, and different formalizations of this term lead to different optimization problems. Let us sketch some of them. Recall that the ordinary least squares estimator of $\boldsymbol{\beta}$ is given by the formula $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ where $(\cdot)^{-1}$ means a matrix (pseudo)inverse. Without loss of generality we may assume that $\sigma^2 = 1$. Then, the information matrix of the OLS-estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ is given by $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$; it is the inverse of the covariance matrix of $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. The information matrix has a straightforward geometric interpretation. Let us call the set

$$C_z := \{\boldsymbol{\xi} : (\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) (\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\beta}) \leq z\}$$

the *z -confidence ellipsoid*; for each $\pi \in (0, 1)$, we can find a z such that $\Pr[\hat{\boldsymbol{\beta}} \in C_z] = \pi$. The first popular formalization of what is a ‘well-designed’ matrix \mathbf{X} , is *D -optimality*:

$$\min \det((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}) \text{ such that } \mathbf{X} \text{ is correct with respect to } \mathcal{X}.$$

This optimization problem minimizes the volume of the confidence ellipsoid; note that, if z is fixed, $\det(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ is (up to a multiplicative constant depending on the dimension n only) the volume of C_z .

If we consider

$$\min \text{trace}((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}) \text{ such that } \mathbf{X} \text{ is correct with respect to } \mathcal{X},$$

we get the so-called *A -optimality*; note that minimizing the trace of the covariance matrix is equivalent to minimizing the sum of variances of estimators of regression parameters $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n$ (where $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n)$), and it is also equivalent to minimizing the average of the variances of $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_n$.

Let us denote $\Lambda(\mathbf{A})$ the maximal eigenvalue of a positive semidefinite matrix \mathbf{A} . The optimization problem

$$\min \Lambda((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}) \text{ such that } \mathbf{X} \text{ is correct with respect to } \mathcal{X}$$

is called *E -optimality*; it minimizes the longest semi-axis of the confidence ellipsoid (and hence forces it to be, in some sense, ‘as sphere-like as possible’).

If a vector $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^n$ is given, then the optimization problem

$$\min \mathbf{c}^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{c} \text{ such that } \mathbf{X} \text{ is correct with respect to } \mathcal{X} \quad (1)$$

leads to *c-optimality*. This optimization problem seeks for the design matrix \mathbf{X} such that variance of $\mathbf{c}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}$, the OLS-estimator of $\mathbf{c}^T \boldsymbol{\beta}$, has minimal variance. For instance, the choice $\mathbf{c} = (1, 0, \dots, 0)^T$ leads to a design matrix \mathbf{X} such that we will be able to make an OLS-estimate of the individual value of the first regression parameter as efficiently as possible over \mathcal{X} . Or, $\mathbf{c} = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})^T$ will result in a design suitable for estimation of the average value of regression coefficients.

§3. c-optimality. We shall deal with the *c-optimality* criterion. Suppose that the vector \mathbf{c} is rational. It is clear that the complexity of the optimization procedure crucially depends on \mathcal{X} . We shall restrict ourselves to the seemingly easiest case of \mathcal{X} finite. However, even if the setting looks simple, the problem is not easy.

Theorem 1 ([4]). *The decision version of the c-optimality problem over a finite domain \mathcal{X} is NP-complete.* □

To explain what ‘the decision version’ means, we need to look into statistics again. Given a vector \mathbf{c} , denote $\text{var}_{\mathbf{c}}(\mathbf{X}) := N^{-1} \mathbf{c}^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{c}$. This number is called the *c-variance* of the design matrix \mathbf{X} . This makes a good sense: the variance of the estimator $\mathbf{c}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}$ is given by $k \cdot \text{var}_{\mathbf{c}}(\mathbf{X})$ where the constant k depends only on the number of observations N (and on σ^2 which has been assumed to be 1) but not on \mathbf{X} . Hence, the value $\text{var}_{\mathbf{c}}(\mathbf{X})$ is a multiplicative contribution of the design matrix \mathbf{X} into the total variance of the estimator $\mathbf{c}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}$.

The decision version of the *c-optimality* problem is: *given N , standing for number of observations, a finite set \mathcal{X} of rational points and a rational number s^2 , does there exist an N -row matrix \mathbf{X} which is correct with respect to \mathcal{X} such that the c-variance of \mathbf{X} does not exceed s^2 ? Or, equivalently, does the best matrix in (1), called the optimal design, have the c-variance at most s^2 ? Or, loosely said, is it possible to design an experiment with N observations over the experimental domain \mathcal{X} the c-variance of which will not exceed s^2 ?*

This shows that *the optimization problem*, finding (any) optimal solution to (1), cannot be easier than finding a correct answer to an NP-complete problem. So, if we want to find fast algorithms, we have to relax the problem somehow. And indeed, there is such a natural way. Say that our budget is not limited and we are able to make any finite number N of observations of the dependent variable. Now consider the following problem, called the *asymptotic* or *approximate c-optimal design over a finite experimental domain*: *given a finite set \mathcal{X} of rational points and a rational number s^2 , does there exist an N and an N -row matrix \mathbf{X} which is correct with respect to \mathcal{X} such that c-variance of \mathbf{X} does not exceed s^2 ? Or, if we are not limited in the number of observations N , is it possible to design an experiment (with as many observations as needed) over the experimental domain \mathcal{X} the c-variance of which will not exceed s^2 ?* Call this problem *AED* (standing for *Asymptotic Experimental Design*). This problem is indeed easier than the problem in Theorem 1; in fact, it is decidable in polynomial time.

Theorem 2 ([9]). *The problem AED is reducible to linear programming.* □

By reducibility, we again mean **LOGSPACE**-reducibility. In the cited paper, it is shown that the answer to an instance $(\mathcal{X}, \mathbf{c}, s^2)$ of *AED* is positive if and only if for the optimal value h of the linear program

$$\max h : \mathcal{X}(\mathbf{y}^+ - \mathbf{y}^-) = h\mathbf{c}, \quad \mathbf{1}^\top(\mathbf{y}^+ + \mathbf{y}^-) = 1, \quad \mathbf{y}^+ \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{y}^- \geq \mathbf{0}, \quad h \geq 0$$

it holds that $h^2 s^2 \geq 1$. Here, \mathcal{X} is a matrix whose columns are (the finitely many) points of the experimental domain.

Now we come to the equivalence theorem from the title of the paper. It is interesting that Theorem 2 also holds in the opposite direction.

Theorem 3 ([4]). *Linear programming is reducible to AED.* □

§4. Consequences. From Theorem 3 it follows that *any algorithm for the asymptotic c-optimal experimental design* has to be able to solve any general linear program. This is quite unexpected: any algorithm for a seemingly very special problem, the problem of finding the solution of (or: deciding) *AED*, is necessarily an algorithm for general linear programming, i.e. an algorithm that has to be able to solve a large variety of problems reaching far beyond statistics. In particular, let us note an easy consequence:

Corollary 4. *AED is P-complete.* □

By **P**-completeness we mean completeness in the class **P**, the class of problems decidable in Turing polynomial time, with respect to **LOGSPACE**-reductions. The Corollary easy follows from the fact that linear programming is **P**-complete, see [5]. This shows that the problem *AED* is unexpectedly general: it is as general as the entire class **P** and hence any algorithm for the approximate experimental design has to be able to decide any problem in **P**. Probably the most celebrated problem in **P** is the prime-detection problem: *given a number p, decide whether p is prime*. The problem is in **P** by the famous Agrawal-Kayal-Saxena's theorem [1]. The Corollary shows that *any algorithm for the approximate design problem* has to be able to decide, in polynomial time, whether a given number is prime. This also means that the prime-detection problem (and any set in **P**) is *representable* via approximate optimal designs. Said otherwise: there exists a **LOGSPACE**-computable function $f : n \mapsto [\mathcal{X}, \mathbf{c}, s^2]$ such that $[\mathcal{X}, \mathbf{c}, s^2] \in \text{AED}$ if and only if n is prime. Hence, there exist really complex instances of the approximate design problem, so complex that they possess the entire algebraic complexity of detection of primes.

Recall that **NC** is the class of sets decidable with uniform circuits of polynomial size with polylogarithmic depth. Or, loosely said, **NC** is the class of sets decidable with algorithms working in polylogarithmic parallel time. Sets in **NC** are sometimes called 'well-parallelisable'. It is well known that $\text{NC} \subseteq \text{P}$ and if $\text{NC} \neq \text{P}$, then no **P**-complete problem is in **NC**. Thus:

Corollary 5. *If $\text{NC} \neq \text{P}$ then AED not well-parallelisable.* □

Hence, we cannot expect that the design problem would be solvable with parallel computers much faster than with sequential computers.

There are also further consequences of the equivalence theorem (the two directions of which are Theorems 2 and 3). However, the main importance for optimization is that *it is worth to ask how statisticians search for approximate c -optimal designs*. In statistics, this a basic, and hence long studied question. In literature, several algorithms for the approximate c -optimal design problem exist (for instance, see a simplex-based approach in [9]). We have shown that *any such algorithm may be regarded as an algorithm for general linear programming*. Statisticians usually try to utilize special geometric properties of the design problem — it would be interesting if this ‘statistical’ point of view, which is somehow non-traditional in optimization, could help in development of new algorithms for linear programming. (The *vice versa* direction is straightforward — the fact that good algorithms for linear programming imply good algorithms for approximately c -optimal design has been used many times.)

References.

- [1] Agrawal, M., Kayal, N. and Saxena, N. *PRIMES is in P*. Annals of Mathematics, 160 (2004), 781-793.
- [2] Atkinson, A. C. *Optimum experimental designs*, Oxford University Press, Oxford, 2007.
- [3] Černý, M.: *Výpočty*. Technical report [in Czech]. University of Economics Prague. To appear in 2009. Also available at <http://nb.vse.cz/~cernym/vypocty.pdf>.
- [4] Černý, M. and Hladík, M.: *Designing a c -optimal experiment is computationally hard*. Submitted to Annals of Statistics, 2009.
- [5] Dobkin, D., Lipton, R. J. and Reiss, S. *Linear programming is log-space hard for P*. Information Processing Letters 8(2), 1979, pp. 96–97.
- [6] Elfving, G. *Optimum allocation in linear regression theory*, Annals of the Institute of Statistical Mathematics 23, 1952,255–262.
- [7] Garey, M. R. and Johnson, D. S. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, New York: W.H. Freeman, 1979.
- [8] Greenlaw, R., Hoover, H. J. and Ruzzo, W. L. *Limits to parallel computation. P-completeness theory*, Oxford University Press, 1995.
- [9] Harman, R. and Jurik, T. *Computing c -optimal experimental designs using the simplex method of linear programming*. Computational Statistics and Data Analysis 53, 2008, pp. 247–254.
- [10] Papadimitriou, C. H. *Computational Complexity*, reprinted with corrections. Addison-Wesley Longman, 1995.
- [11] Pázman, A. *Foundations of optimum experimental design*, Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1986.
- [12] Schrijver, A. *Theory of Linear and Integer Programming*, reprinted with corrections. Wiley, 1986.

MANAŽERSKÉ PROBLÉMY A METODY K JEJICH ŘEŠENÍ

MANAGEMENT PROBLEMS AND METHODS TO SOLVE THEM

Martin Dlouhý

Abstrakt

Manažeři se praxi setkávají s mnoha manažerskými problémy, které se snaží řešit různými manažerskými metodami a nástroji. Manažerské metody představují soubor různorodých praktických nástrojů pro zlepšování podnikových procesů. Každá manažerská metoda je dána zejména typem problémů, které se pokouší řešit. Proto klasifikace metod musí vycházet nebo být dokonce zcela shodná s klasifikací problémů. V příspěvku uvádíme návrh klasifikace manažerských problémů a metod, která klasifikuje každý manažerský problém pomocí souboru sedmi kritérií. Pomocí shlukové analýzy jsme byli na vybrané množině metod schopni identifikovat zhruba tři skupiny (typy) manažerských metod.

***Klíčová slova:** management, modelování podnikových procesů, operační výzkum*

Abstract

Managers meet in their practice with many management problems that they try to solve by different management methods and tools. Management methods represent a set of various practical tools for business process improvement. Each management method is in particular determined by types of problems it tries to solve. Therefore, a classification of methods has to be based or should be even identical with classification of problems. In the paper, we propose a classification of management methods and problems that classifies each management problem by a set of seven criteria. By cluster analysis, we were able to identify, on a sample of methods, three groups (types) of management methods.

***Keywords:** management, business process modelling, operational research*

1 ÚVOD

Manažeři se praxi setkávají s mnoha manažerskými problémy, které se snaží řešit různými manažerskými metodami a nástroji. Manažerské metody představují soubor různorodých praktických nástrojů pro zlepšování podnikových procesů (business process improvement). Cílem tohoto příspěvku je pokus o vytvoření klasifikace, která by umožnila analýzu manažerských metod a nástrojů z pohledu řešeného problému a z pohledu využitých modelových přístupů. Z pohledu obsahové definice řešeného problému se pokusíme nejprve vytvořit klasifikaci problémů. V této části analytik zjišťuje odpověď na otázku „co je třeba řešit?“ Na to navazuje otázka „jak?“, která vede k pokusu o vytvoření klasifikace metod.

Zvláštní pozornost budeme věnovat vztahu kvantitativní metod (operační výzkum, simulace, statistické metody) vůči tzv. manažerským (logistickým) koncepcím, které jsou obvykle charakterizovány pouze pomocí základních principů, takže jde o vymezení pouze rámcové. Je zajímavé podívat se na manažerské metody a jejich principy z pohledu kvantitativních metod a položit si několik otázek. Přináší skutečně tyto „moderní“ metody něco nového, revolučního? Nejedná se pouze o nové, moderní, modifikované podání starších konceptů a principů, které pocházejí z operačního výzkumu, simulace, statistických metod či teorie

řízení? Jde skutečně o nové vědecké a praktické poznatky nebo jen o marketing konzultačních firem?

2 MANAŽERSKÉ PROBLÉMY

V tomto oddílu navrhujeme sedmikriteriální klasifikaci, která by umožňuje analýzu manažerských metod a nástrojů z pohledu řešeného problému. V této části analytik podnikových procesů zjišťuje odpověď na otázku „co je třeba řešit?“ Klasifikačních kritérií může být zajisté mnoho a jejich výběr závisí na účelu klasifikace a subjektivním názoru autora.

Jako první kritérium uvažujeme rozhodovací (organizační) úroveň, která podle našeho názoru určuje typ a složitost problému. Různá úroveň určuje především to, zda jde o operativní nebo naopak o strategické, dlouhodobé řešení, zároveň též různou míru abstrakce v modelu, různé nároky na vstupní data, pravděpodobně i různé zdroje těchto dat, různě významné dopady implementace řešení a různý počet a význam zájmových skupin v podniku či společnosti, kterých se problém týká. Na nejnižší rozhodovací úrovni se zabýváme jasně definovanou organizační jednotkou či procesem. S vyššími úrovněmi roste počet jednotek a místo přímého řízení nastupuje nepřímé řízení a vyjednávání.

Jako druhé kritérium navrhujeme charakter cílů. Kvantitativní metody předpokládají, že cílové kritérium je předem a nezpochybnitelně definováno. Manažer se však často pohybuje v prostředí, kde současně existuje více, obvykle konfliktních cílů a zájmů, které ani nemusí být jasně definovány, nebo jsou dokonce skryté. Součástí řešení problémů je tudíž identifikace, objevení cílů, o které zainteresovaní aktéři usilují, a následně pokus o nalezení cesty jak různé, často konfliktní cíle uvést do určitého souladu.

Třetím kritérium klasifikace problémů plyne z očekávaného výstupu z řešení problému. Mohli bychom říci, že jde o stupeň očekávané kreativity navrženého řešení. Postup, který je směřován k řešení problémů může být rozdělen do dvou velkých tříd podle toho, zda jde a) o hodnocení (srovnání) konečného či nekonečného počtu předem daných variant nebo b) o navržení, vývoj zcela nové, předem neznámé varianty řešení. Toto dělení bylo již navrženo například R. L. Ackoffem [1]. Lineární programování je příkladem hodnotící metody pro nekonečný počet variant, ale tyto varianty pocházejí pouze z předem známé množiny přípustných variant. Ackoff [1] se domnívá, že celý operační výzkum nabízí pouze metody pro hodnocení, nikoliv pro vývoj nových variant. Vývojové metody by měly být schopny nalézat nové varianty řešení, která jsou lepší než řešení dostupná v současnosti.

Čtvrtým kritériem je úroveň složitosti problému, která je dána komplexitou vztahů mezi organizačními jednotkami, procesy, systémy či aktéry. Jde o zásobovací model pro danou jednotku nebo jde o optimalizaci dodavatelského řetězce s mnoha materiálními, finančními a informačními vztahy?

Pátým kritériem je charakter proměnlivosti prostředí uvnitř i vně studovaného systému, procesu. Z tohoto pohledu můžeme vymezit dva extrémy. Jednak systém statický, ve kterém jsou všechny modelové parametry předem dány, jednak systém dynamický (evoluční), ve kterém dochází ke změně parametrů v čase, předvídatelně i náhodně.

Jako šesté kritérium zařazujeme charakter vstupních dat, která o problému máme či je potřebujeme k jeho řešení. Při praktickém řešení problému je ideálem, pokud jsou všechna data dostupná v jedné databázi. Druhým extrémem je situace, kdy potřebná data jsou a) v různých databázích, které mohou být neúplné a nespolehlivé, b) data nejsou dostupná nebo vůbec neexistují, c) nebo dokonce není ani přesně jasné, jaká data jsou pro úspěšné řešení problému zapotřebí.

Sedmé kritérium spočívá ke klasifikaci postupu řešení. Na nejjednodušší úrovni jde o postup, kdy analytik pověřený řešením úkolu si obstará vstupní data, použije jednu z manažerských metod a získá řešení. Toto řešení „od stolu“ má svůj protiklad v řešení, které zahrnuje konzultace, vyjednávání a kooperativní postup.

Všechna výše uvedená kritéria pro klasifikaci problém shrnujeme v tabulce č. 1, ve které zároveň heslovitě pro každé kritérium popisujeme nejjednodušší, střední a nejsložitější úroveň.

Tabulka č. 1: Klasifikace manažerských problémů

Kritérium	1. Nízká úroveň	2. Střední úroveň	3. Složitá úroveň
1. Rozhodovací úroveň	Operativní rozhodnutí, nejnižší jednotka	Střední úroveň řízení s více jednotkami, procesy	Strategická rozhodnutí, nepřímá možnost řízení
2. Charakter cílů	Jeden cíl, jednoznačně definovaný, nekonfliktní	Více cílů, jednoznačně definované	Skryté cíle, konfliktní cíle
3. Očekávaný výstup	Hodnocení konečného počtu známých variant	Nekonečný počet variant, známá omezení	Tvorba kvalitativně nových variant
4. Komplexita vztahů	Jednotka či proces, jeden celek	Více jednotek, vztahy lineární, deterministické	Mnoho jednotek a úrovní vztahy často nejasné
5. Typ prostředí	Statické, homogenní požadavky klientů	Dynamické, ale předvídatelné prostředí	Dynamické, náhodné, heterogenní
6. Charakter dat	Kvalitní data, dostupná, nejlépe z jednoho zdroje	Kvalitní data, chybějící data nahrazena odhady	Nekvalitní, nedostupná data, více zdrojů
7. Přístup k řešení	Analytik, řešení na základě daných údajů	Řešení na základně údajů, nutno konzultovat	Vyjednávání, nutná kooperace aktérů

3 KLASIFIKACE METOD

Manažerské metody, stejně jako problémy, můžeme samozřejmě třídit podle mnoha různých hledisek. Například matematické programování dělíme podle typu modelu na lineární, nelineární, stochastické, celočíselné atd. Domníváme se, že třídění jako např. lineární versus nelineární programování, není z manažerského pohledu vůbec důležité. Dělení podle výpočetní náročnosti je určitě důležité odborníka z operačního výzkumu, který je pověřen případným „výpočtem“, ale nikoliv pro manažera. Proto jsme toho názoru, že manažerská metoda je dána zejména typem problémů, které se pokouší řešit. Z toho vyplývá, že klasifikace metod musí vycházet nebo být dokonce zcela shodná s klasifikací problémů.

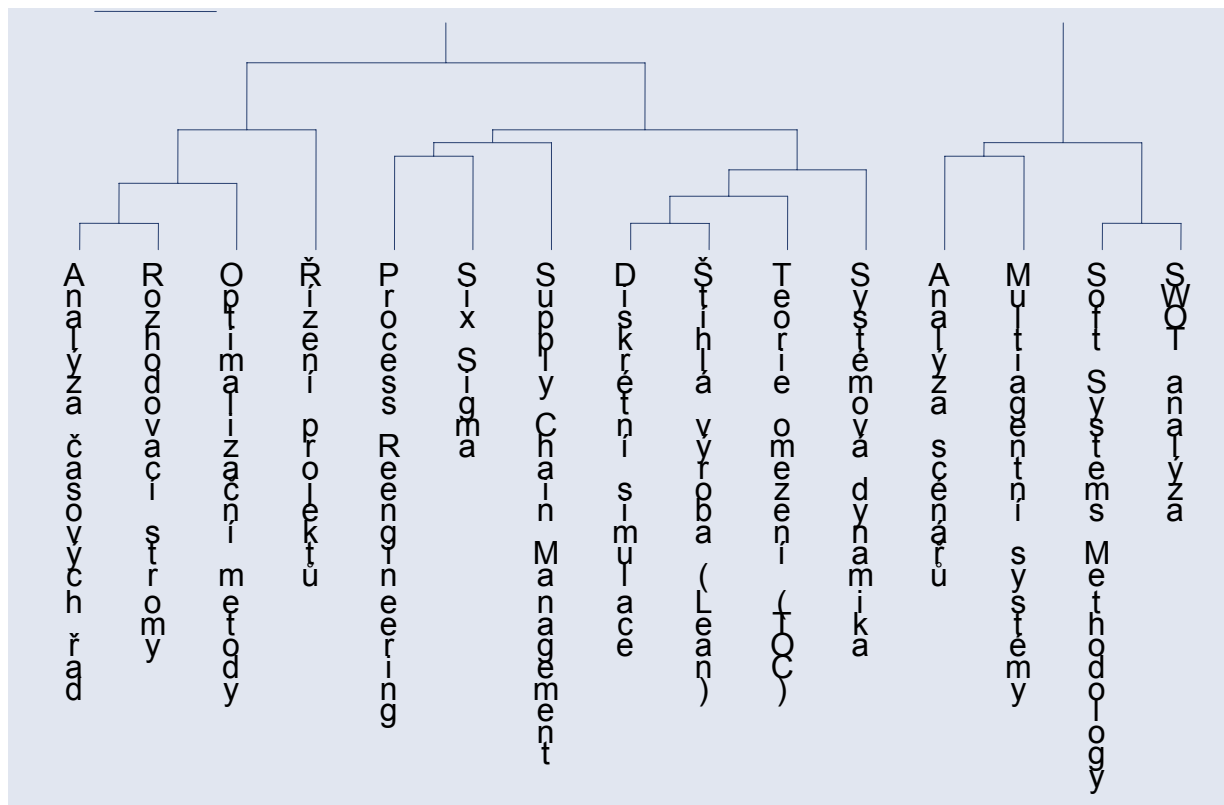
V publikaci [5] jsme navrženou klasifikaci pilotně vyzkoušeli na 15 vybraných manažerských metod. Metody byly zařazeny podle sedmi kritérií navržených v tabulce č. 1. To znamená, že pro každou metodu určíme, pro jaké typy problémů je určena. Při hodnocení manažerských metod jsme opírali o definice a poznatky z odborné literatury [2-12] a o konzultace s vybranými odborníky, kteří se však ne vždy shodli. Proto si neklademe si nárok na jednoznačnou správnost. Toto hodnocení jsme použili jako vstup do shlukové analýzy o 21

binárních proměnných (3 hodnoty pro 7 kritérií). Výsledky jsou ovlivněny též typem shlukové analýzy (uvádíme příklad výsledků na obrázku č. 1). Lze pozorovat zhruba tři skupiny manažerských metod, které bychom mohli označit následovně [5]:

- A. Metody strategické analýzy: analýza scénářů, SWOT, soft systems a multiagentní systémy. Multiagentní systémy se sice od tří prvních metod liší v přístupu, ale mají s nimi společný cíl, kterým je určitý celostní pohled a hledání obecné strategie místo detailního řešení problému.
- B. Kvantitativní metody: optimalizační metody, analýza časových řad, rozhodovací stromy.
- C. Metody analýzy podnikových systémů: diskrétní simulace, štihlá výroba, teorie omezení, Six Sigma, supply chain management, process reengineering.

Kromě toho zbývá řízení projektů a systémová dynamika, dvě metody, které se v závislosti na použitém typu shlukové analýzy objevují v různých shlucích. To je dáno pravděpodobně tím, že s některými manažerskými metodami je spojeno kvantitativní základy těchto metod, zatímco s jinými metodami charakter řešení problémů.

Obrázek č. 1: Dendrogram ze shlukové analýzy



4 SHRNU TÍ

V příspěvku navrhujeme sedmikriteriální klasifikaci manažerských problémů v oblasti zlepšování podnikových procesů. V dalším kroku využíváme klasifikaci manažerských problémů pro návrh klasifikace manažerských metod, přičemž jsme vyšli z předpokladu, že metoda je především dána typem problému, který řeší. Návrh metodologie a analýza vybraných metod není definitivní a výsledky chápeme jako předběžné. Mezi zajímavé

výsledky, které asi nebudou zásadně ovlivněny změnou v postupu naší analýzy, patří například společné zařazení diskrétní simulace do skupiny metod analýzy podnikových systémů. To potvrzuje postavení simulace jako metody schopné sloužit jako univerzální nástroj v těchto přístupech. Jiný zajímavý výsledek je též přiřazení multiagentních systémů do metod strategické analýzy.

Je otázkou, jak by s těmito metodami měli seznamovat mladí studenti ekonomové? Podle metodologické spřízněnosti metod nebo postupně podle charakteru manažerských problémů, které postupně ve výuce probírají? Na to asi není jednoznačná odpověď, ale je jisté, že studenti budou mít o tyto metody zájem (zvláště o ty kvantitativně založené), pokud budou vědět, k čemu jim dané metody budou v praxi užitečné.

Použitá literatura

1. ACKOFF, R. L. 1999. *Ackoff's Best: His Classic Writings on Management*. New York : John Wiley and Sons, 1999.
2. BRAILSFORD, S., HILTON N. 2000. *A Comparison of Discrete-Event Simulation and System Dynamics for Modelling Healthcare Systems*. Planning for the Future Health, Service Quality and Emergency Accessibility - Proceedings from ORAHS 2000, Glasgow Caledonian University. 2000.
3. BUCKI, R, MARECKI, F. 2005. *Modelling and Simulation*. Parkland : Network Integrators Associates, 2005.
4. DLOUHÝ, M., FÁBRY, J., KUNCOVÁ, M., HLADÍK, T. 2007. *Simulace podnikových procesů*. Brno : Computer Press, 2007.
5. DLOUHÝ, M., JABLONSKÝ, J. 2009. *Klasifikace manažerských metod. Výrobní systémy dnes a zítra 2009*. Liberec: Fakulta strojní, Technická univerzita Liberec, 2009.
6. EL-HAIK, B., AL-AOMAR, R. 2006. *Simulation-Based Lean Six Sigma and Design for Six Sigma*. Hoboken (New Jersey) : John Wiley and Sons, 2006.
7. HARRINGTON H. J., TUMAY K. 2000. *Simulation Modeling Methods*. New York : McGraw-Hill, 2000.
8. JABLONSKÝ, J. 2002. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Praha : Professional Publishing, 2002.
9. KUNCOVÁ, M., DLOUHÝ, M. 2008. *Možnosti řízení zásob dodavatelem. Výrobní systémy dnes a zítra 2008*. Liberec: Fakulta strojní, Technická univerzita Liberec, 2008.
10. MILDEOVÁ, S., VOJTKO, V. 2003. *Systémová dynamika*. Praha : VŠE v Praze, 2003.
11. RIGHT (Research Into Global Healthcare Tools). 2008. *Modelling and Simulation Techniques for Supporting HealthCare Decision Making: A Selection Framework*. University of Cambridge, 2008.
12. VEBER, J. A KOL. 2000. *Management: základy, prosperita, globalizace*. Praha : Management Press, 2000.

Poděkování: Příspěvek vznikl v rámci řešení projektu GA ČR č. 402/08/0155 „Simulační modely jako nástroj analýzy složitých manažerských rozhodovacích problémů“.

Kontaktní údaje

Doc. Martin Dlouhý
VŠE v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3,
email: dlouhy@vse.cz

ANALÝZA DETERMINANTOV SMEROVANIA PRIAMICH ZAHRANIČNÝCH INVESTÍCIÍ DO REGIÓNOV SR¹

THE ANALYSIS OF THE FACTORS DETERMINING FDI ALLOCATION TO THE REGIONS OF THE SLOVAK REPUBLIC

Tomáš Domonkos, Nora Mikušová

Abstrakt

Cieľom predloženého článku je analyzovať závislosť smerovania priamych zahraničných investícií do jednotlivých regiónov SR od vybraných makroekonomických ukazovateľov. Budeme skúmať, či závisí smerovanie výšky priamych zahraničných investícií do jednotlivých regiónov od výšky ponuky práce v danom regióne, priemernej mesačnej mzdy v regióne predelenej indexom cien priemyselných výrobcov, hustoty ciest na km² rozlohy regiónu a počtu absolventov stredných odborných škôl a vysokých škôl. Ako nástroj vykonania analýzy použijeme korelačnú analýzu.

KLúčové slová: *priame zahraničné investície, korelačná analýza, regióny SR*

Abstract

The aim of this paper is to analyze the relationship between the allocation of Foreign Direct Investment (FDI) in the regions of the Slovak republic and chosen macroeconomic indicators. We will further analysis whether there is a relationship between the level of FDI flows into the regions and work force supply, the ratio of the average monthly wage in the regions and the producer price index, the density of roads on km² region area and the number of persons who graduated from secondary vocational schools and universities. Correlation analysis will be used for this analysis.

Keywords: *Foreign direct investments, Correlation analysis, Regions of the Slovak republic*

¹ Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy APVV-0649-07.

1 ÚVOD

V predkladanom príspevku skúmame, či vybrané ekonomické charakteristiky vplyvajú na výšku priamych zahraničných investícií (PZI) prichádzajúcich do jednotlivých regiónov slovenskej republiky. Medzi determinanty PZI sme zaradili nezamestnanosť v regióne, ako ponuku práce, priemernú mesačnú mzdu v regióne predelenú indexom cien priemyselných výrobcov, hustotu ciest na km² regiónu a počet absolventov stredných odborných a vysokých škôl. Uvažujeme s ročnými časovými radmi údajov od roku 2002 do roku 2008. Ako nástroj analýzy sme si zvolili korelačnú analýzu medzi priamymi zahraničnými investíciami a vyššie spomenutými ukazovateľmi.

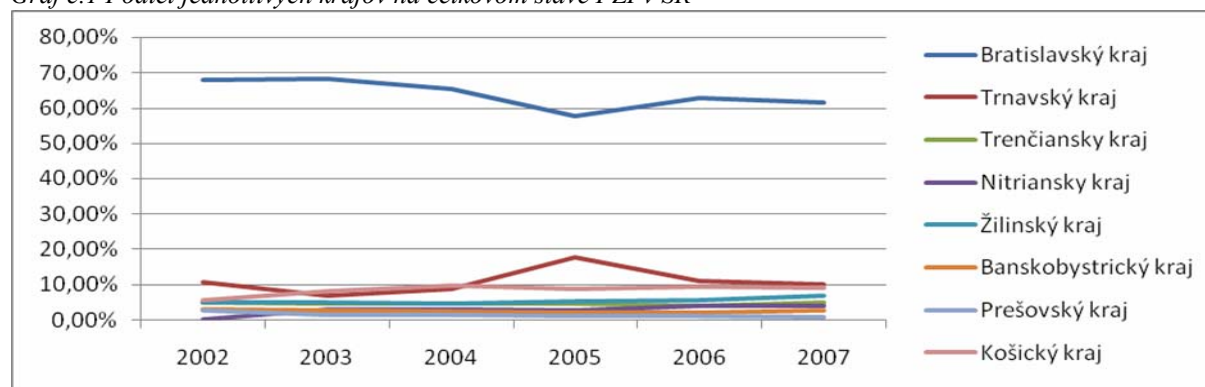
2 CHARAKTERISTIKA VÝVOJA REGIÓNOV SR

Vo všeobecnosti sa dá povedať, že výkonnosť jednotlivých regiónov SR je značne nevyrovnaná. Táto nevyrovnanosť ekonomickej výkonnosti v regiónoch na úrovni NUTS III² je spojená najmä s historickými a geografickými danosťami a s doterajšou ekonomicou politikou. Ekonomická transformácia SR bola determinovaná stavom regiónov pred rokom 1989 a ich postupnými zmenami. Charakter industrializácie regiónov viedol v minulosti ku vzniku monoštruktúrnych mikroregiónov, v ktorých rozhodujúcim zamestnávateľom (a tvorcom pridanej hodnoty) bol obyčajne malý počet veľkých závodov. Tým sa regióny stali veľmi zraniteľné. Po liberalizácii trhov nosné podniky rýchlo stratili svoju konkurencieschopnosť. Náhrady týchto rozhodujúcich zamestnávateľov však vznikajú iba postupne. (Kvetan at al. 2006) Citlivosť regiónov na hospodársku situáciu najväčších zamestnávateľov je však aj naďalej zjavná. Podľa viacerých ukazovateľov ekonomickej výkonnosti (HPD, produktivita práce, zamestnanosť, atď.) najmä bratislavský kraj výrazne predstihuje ostatné kraje.

2.1 Vývoj priamych zahraničných investícií v regiónoch SR

Priame zahraničné investície definuje Medzinárodný menový fond (MMF) ako kategóriu medzinárodných investícií, ktorá vyjadruje zámer subjektu, ktorý je rezidentom jednej ekonomiky (priamy investor), získať trvalý podiel v podniku so sídlom v inej ekonomike (podnik priamej investície)³. Z pohľadu výkonnosti regiónov SR tvoria jeden z významných zdrojov na znižovanie disparít medzi regiónmami.

Graf č.1 Podiel jednotlivých krajov na celkovom stave PZI v SR



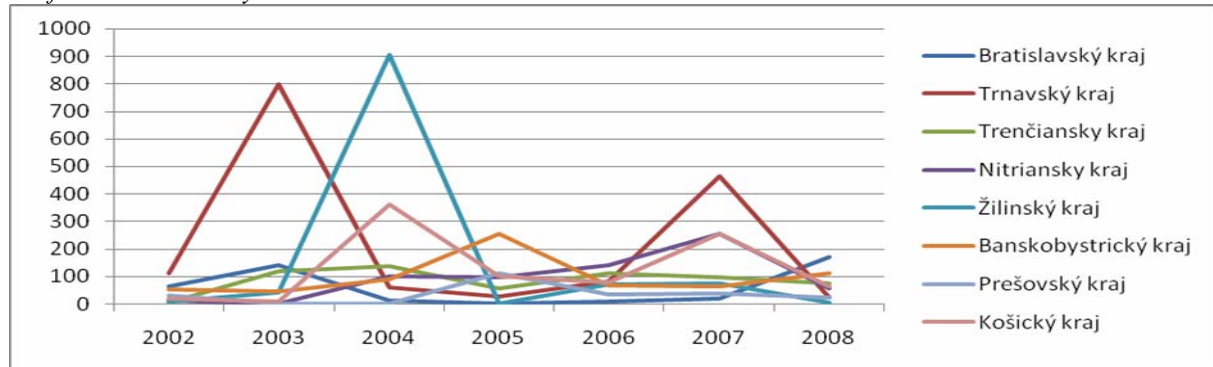
Zdroj: NBS

² Vymedzenie plánovacích regiónov v SR je klasifikovaná na základe tzv. Nomenklatúry územných štatistických jednotiek - NUTS. Na Slovensku na úrovni NUTS III je osem samosprávnych krajov, na úrovni - LAU 1 (Local Administrative Units) 79 okresov a na úrovni LAU 2 2928 miest.

³ MMF Manuál platobnej bilancie, 5. edícia, paragraf 359, s. 86.

Celkovo možno konštatovať, že stav PZI na Slovensku je relatívne nerovnomerný v čase aj v regionálnom členení, pričom Bratislavský kraj má najvyšší podiel PZI a Banskobystrický a Prešovský naopak najnižší podiel na celkovom PZI. Podiel stavu PZI v Trnavskom a Košickom kraji sa počas sledovaného obdobia mierne zvyšovala, oproti tomu podiel Bratislavského kraja sa postupne znižuje. Aj keď z hľadiska stavu PZI v jednotlivých krajoch je vidieť tendenciu k znižovaniu disparít, aj napriek tomu Bratislavský región výrazne prevyšuje ostatné regióny.

Graf č. 2 Plánovaná výška PZI v mil. eur



Zdroj: SARIO

Môžeme si všimnúť vysoké hodnoty PZI v roku 2003 v Trnavskom kraji a v roku 2004 v Žilinskom kraji. Tento nárast spôsobuje rozhodnutie dvoch automobiliek o výstavbe výrobných závodov na Slovensku. V Trnavskom kraji to bol koncern PSA Peugeot - Citroen a v Žilinskom kraji automobilka KIA Motors. Významné plánované investície PZI sa realizovali v Trnavskom kraji v roku 2007 najmä do elektrotechnického a automobilového priemyslu. Košický kraj mal významný prílev PZI najmä v čase vstupu US Steel do VSŽ. Z pohľadu celkového počtu ukončených investičných projektov je vývoj v jednotlivých regiónoch pomerne vyrovnaný. Trendy za posledné roky ukazujú zvyšujúci sa záujem investorov o Stredoslovenské a Východoslovenské regióny, ako aj zmenu štruktúry investícií na investície s vyššou pridanou hodnotou, najmä v západoslovenskom regióne⁴.

2.2 Stručná charakteristika vývoja regiónov SR na základe vybraných ukazovateľov

Zdrojom údajov o trhu práce v SR sú Štatistický úrad SR (ŠÚ SR) a Ústredie práce, sociálnych vecí a rodiny (ÚPSVaR). ŠÚ SR sleduje a vykazuje počet zamestnaných na základe: výberového zisťovania pracovných síl (VZPS) štvrťročne, štatistického zisťovania mesačne a na základe metodiky ESA95 štvrťročne. Mieru nezamestnanosti sleduje na základe VZPS⁵ štvrťročne. ÚPSVaR vykazuje mesačne registrovanú a evidovanú mieru nezamestnanosti na základe toho, ako rýchlo môže uchádzač o zamestnanie nastúpiť do práce (Domonkos, 2007).

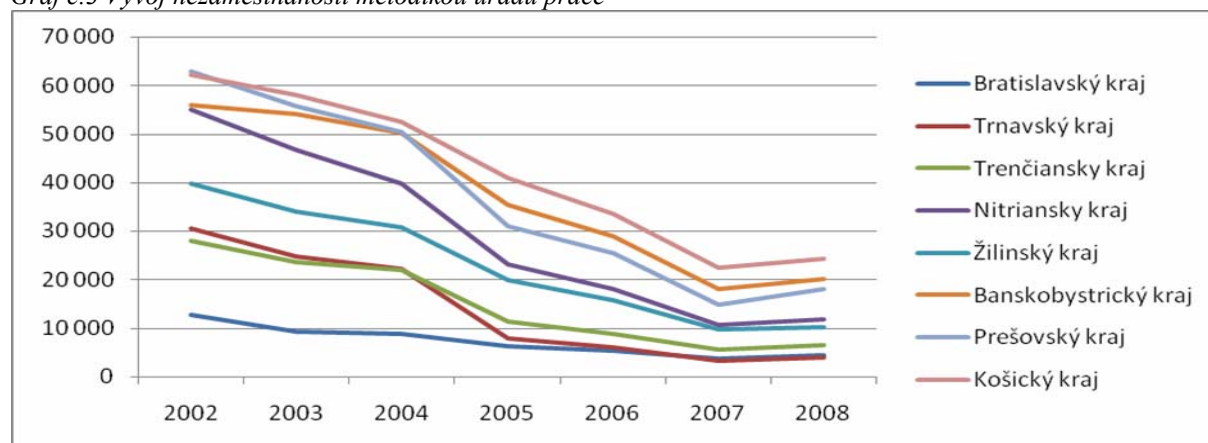
V tejto analýze budeme používať počet nezamestnaných vykazovaných ÚPSVaR. S týmito údajmi sme sa rozhodli pracovať z dôvodu, že ÚPSVaR uvádza počet nezamestnaných v regiónoch a súčasne v členení odvetvovej klasifikácie ekonomických činností (OKEČ)⁶.

⁴ Zdroj: SARIO - <http://www.sario.sk/?ukoncene-projekty>.

⁵ Metodológia výpočtu jednotlivých indikátorov sa nachádza na webovej stránke ŠÚ SR www.statistics.sk.

⁶ Tento článok je prvým článkom rozsiahlejšej úlohy, v ktorej chceme skúmať determinanty alokácie PZI do regiónov. V nasledujúcej analýze uvažujeme so skúmaním nezamestnanosti v regiónoch SR aj v členení na základe OKEČ.

Graf č.3 Vývoj nezamestnanosti metodikou úradu práce

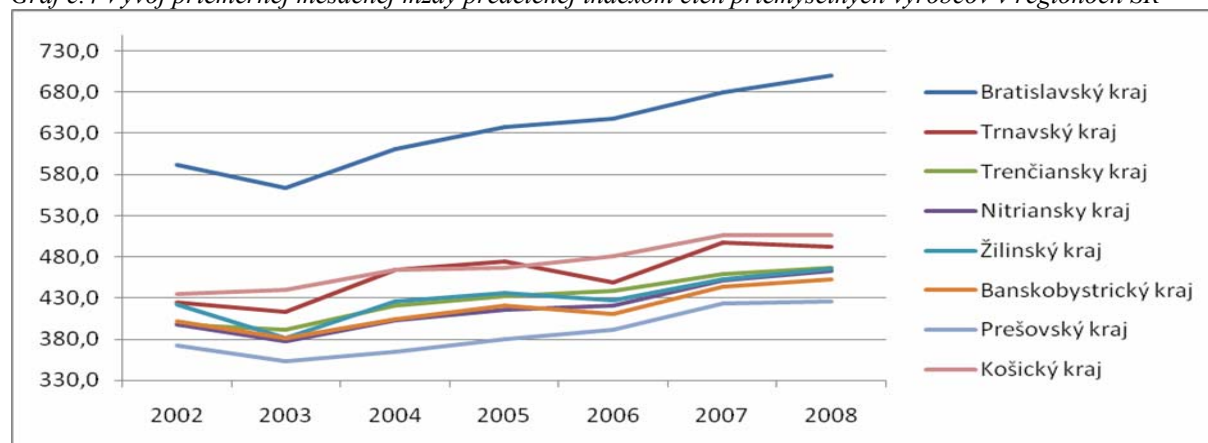


Zdroj: Ústredie práce, sociálnych vecí a rodiny SR

Vývoj nezamestnanosti v SR za sledované obdobie vykazuje klesajúcu tendenciu, avšak jej dynamika sa postupne spomaľuje. Pričom v roku 2008 sa vplyvom svetovej hospodárskej krízy začína mierne zvyšovať. Najvyšší počet nezamestnaných počas celého sledovaného obdobia je v Prešovskom, Banskobystrickom a Košickom kraji. Tieto kraje majú dlhodobý problém s vysokým počtom nezamestnaných. Banskobystrický kraj zahŕňa okresy s najvyššou nezamestnanosťou na Slovensku. Výrazné zaostávanie Košického a Prešovského kraja je spôsobené najmä slabou rozvinutosťou celého Východoslovenského kraja a slabou rozvinutosťou technickej infraštruktúry, ktorá spomaľuje rozvoj priemyslu, služieb a cestovného ruchu.

Graf č. 4 zobrazuje vývoj priemernej mesačnej mzdy v jednotlivých krajoch SR predelenej indexom cien priemyselných výrobcov. Cieľom tohto ukazovateľa je vyjadriť náklady práce z pohľadu zamestnávateľov. Nakoľko značná časť PZI smerujúcich na Slovensko bola do výrobných podnikov, predpokladáme, že čím je v kraji pracovná sila lacnejšia, tým je kraj atraktívnejší pre investora.

Graf č.4 Vývoj priemernej mesačnej mzdy predelenej indexom cien priemyselných výrobcov v regiónoch SR

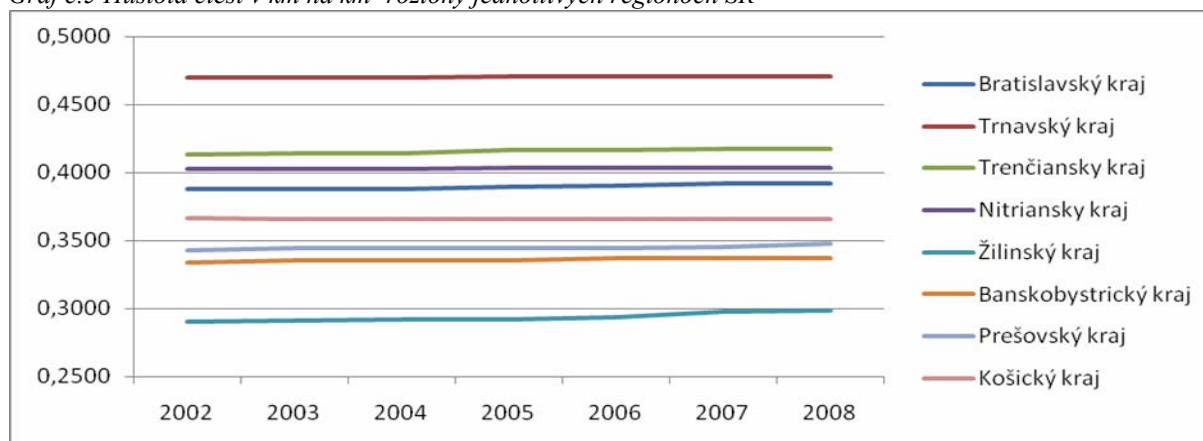


Zdroj: ŠÚSR

Podľa očakávaní je najvyššia priemerná mesačná mzda v Bratislavskom kraji. Toto je spôsobené geografickou polohou kraja, prítomnosťou hlavného mesta, ktoré je sídlom pre množstvo podnikov s vyššou pridanou hodnotou. Ostatné kraje za Bratislavským krajom výrazne zaostávajú. Najnižšiu priemernú mzdu vykazuje Prešovský kraj.

Cestná sieť obsahujúca cesty I, II, III triedy, diaľnice a diaľničné privádzače a rýchlostné cesty na km² rozlohy kraja predstavuje aproximáciu rozvinutosti infraštruktúry v kraji⁷.

Graf č.5 Hustota ciest v km na km² rozlohy jednotlivých regiónov SR

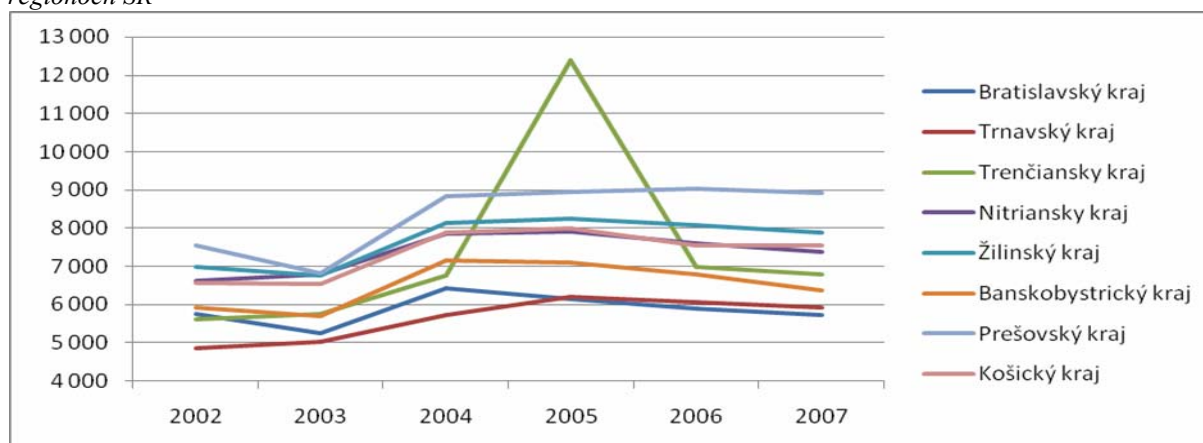


Zdroj: ŠÚSR

Najrozvinutejšiu dopravnú infraštruktúru z hľadiska sledovaného ukazovateľa má Trnavský kraj. Za ním nasledujú Trenčiansky, Nitriansky a Bratislavský kraj, ktoré sú relatívne vyrovnané. Poslednú skupinu tvoria kraje východného Slovenska. Na poslednom mieste z pohľadu infraštruktúry je Žilinský kraj. Spomedzi krajov má Žilina najmenej ciest druhej a tretej triedy. V ďalších analýzach uvažujeme s vynechaním ciest tretej triedy z tohto indikátora.

Počet absolventov stredných odborných učilišť, stredných odborných škôl a vysokých škôl svedčí jednak o vekovom zložení regiónu a jednak o kvalite ponuky práce. Vysoký počet absolventov je znak vekovo mladého regiónu a jednak regiónu s vhodnou vzdelanostnou úrovňou. Absolventov gymnázií sme z analýzy vynechali z dôvodu predpokladu, že budú pokračovať v štúdiu na vysokej škole a zároveň nepredstavujú odbornú pracovnú silu pre výrobné podniky. Počet absolventov jednotlivých škôl sledujeme v období od roku 2002 do roku 2007, nakoľko údaje za rok 2008 do publikovania článku neboli k dispozícii. Vývoj uvedených ukazovateľov vidno na nasledujúcich grafoch.

Graf č.6 Počet končiacich absolventov stredných odborných učilišť a stredných odborných škôl v jednotlivých regiónoch SR

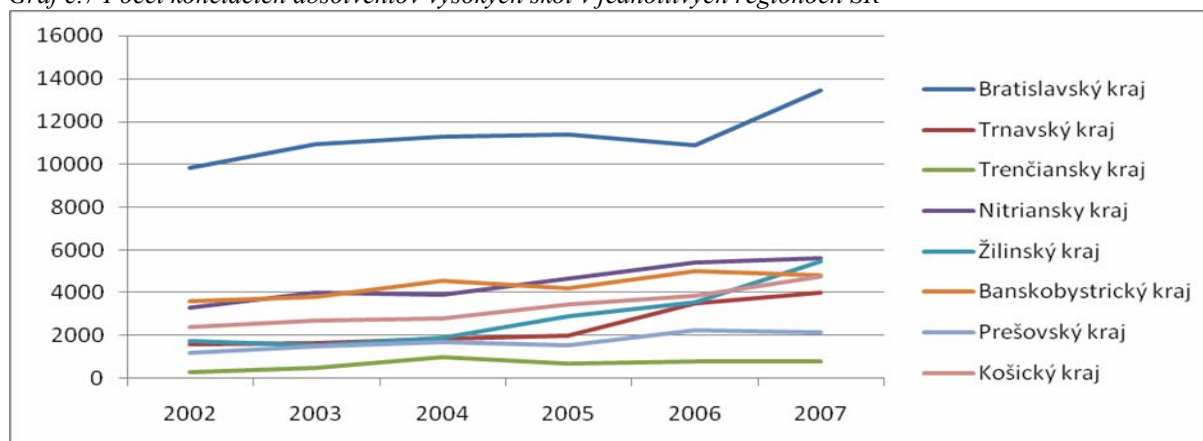


Zdroj: ŠÚSR

⁷ Pre komplexnejšiu analýzu by bolo vhodné zahrnúť do uvedeného ukazovateľa aj hustotu železničnej a lodnej siete. V tejto analýze od uvedených ukazovateľov abstrahujeme.

Priemerne za sledované obdobie bol najvyšší počet absolventov v stredných odborných učilišť a stredných odborných škôl v Prešovskom kraji a najnižší v Trnavskom kraji.

Graf č.7 Počet končiacich absolventov vysokých škôl v jednotlivých regiónoch SR



Zdroj: ŠÚSR

Podľa očakávaní je najvyšší počet absolventov vysokých škôl v Bratislavskom kraji, čo vyplýva z charakteru tohto regiónu a z koncentrácie počtu vysokých škôl najmä do hlavného mesta Bratislavy. Ostatné kraje významne zaostávajú za Bratislavským krajom, pričom najnižší počet absolventov vysokých škôl za sledované obdobie je v Trenčianskom kraji. Ďalej budeme analyzovať, či existuje korelácia medzi alokáciou plánovaných investícií z ukončených projektov do jednotlivých regiónov SR s nasledovnými ukazovateľmi: vývoj nezamestnanosti, vývoj priemernej mesačnej mzdy, úrovňou cestnej infraštruktúry a úrovňou vzdelanosti v regióne.

3 KORELAČNÁ ANALÝZA

V nasledovnej časti uvádzame výsledky korelačnej analýzy medzi plánovanými PZI z ukončených projektov a vývojom nezamestnanosti, vývojom priemernej mesačnej mzdy, úrovňou cestnej infraštruktúry a úrovňou vzdelanosti v regióne.

Korelácia je miera závislosti medzi dvoma alebo viacerými premennými. Korelačný koeficient môže dosahovať hodnoty od -1 do +1. Hodnota -1 reprezentuje najvyššiu negatívnu a +1 najvyššiu pozitívnu koreláciu. Hodnota 0 vypovedá o žiadnej korelácií⁸.

Vypočítané korelačné koeficienty sú uvedené v tabuľke č. 1.

Tabuľka č. 1 Korelačné koeficienty

	Bratislavský kraj	Trnavský kraj	Trenčiansky kraj	Nitriansky kraj	Žilinský kraj	Bansko-bystrický kraj	Prešovský kraj	Košický kraj
PZI - nezamestnanosť v regióne	0,0700	0,2299	-0,1878	-0,7132	0,2593	-0,2065	-0,3722	-0,1986
PZI - priemerná nominálna mesačná mzda v regióne predelená indexom cien priemyselných výrobcov	-0,0109	-0,3889	0,1104	0,5912	-0,0835	0,2861	0,1905	0,3404
PZI - hustota dopravnej infraštruktúry v regióne	0,0658	-0,4152	0,1284	0,6355	-0,2267	-0,0528	-0,0658	-0,2004
PZI - počet ukončených SS v regióne do r. 2007	-0,8340	-0,4397	-0,1794	0,5193	0,3630	0,6323	0,4668	0,6726
PZI - počet ukončených VŠ v regióne iba do r. 2007	-0,3221	0,0389	0,7424	0,8629	-0,2496	0,0238	0,0189	0,3281

Zdroj: Vlastné výpočty

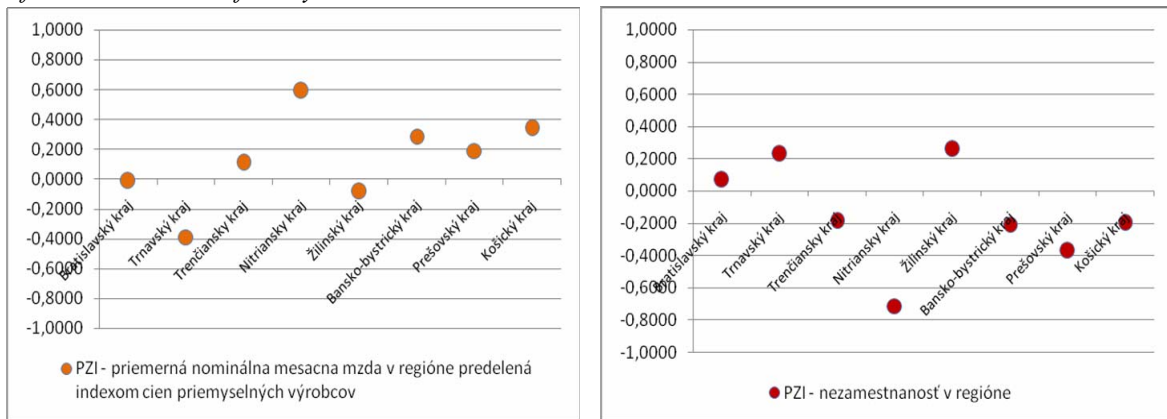
Korelačné koeficienty boli vypočítané na základe lineárnej závislosti medzi alokáciou plánovaných PZI z ukončených projektov za obdobie rokov 2002 – 2008 k vyššie

⁸ <http://www.fhvp.unipo.sk/cvt/statistika/stbasic2.htm>

spomínaným piatim indikátorom za každý jeden kraj zvlášť. Skúmali sme, či existuje lineárna závislosť medzi týmito premennými. Podľa typu ukazovateľa sme predpokladali kladnú alebo zápornú koreláciu medzi premennými.

Predpokladáme, že vysoká nezamestnanosť priláka investorov, nakoľko v regióne s vysokou nezamestnanosťou je dostatok pracovnej sily. Práve z tohto dôvodu sme predpokladali kladnú koreláciu medzi PZI a nezamestnanosťou v regióne. Tento predpoklad nie je splnený pre väčšinu regiónov. Jedine v Nitrianskom kraji je vidieť zápornú koreláciu (0,71). Pri analýze medzi PZI v regióne a priemernou nominálnou mesačnou mzdou predelenou indexom cien priemyselných výrobcov sme predpokladali zápornú koreláciu. Nakoľko čím sú nižšie náklady na prácu, tým je pre investorov región zaujímavejší. Táto hypotéza sa rovnako ako v predošlom prípade nepotvrdila pre všetky regióny SR. Najvyšší záporný korelačný koeficient na úrovni cca 0,4 bol v Trnavskom kraji.

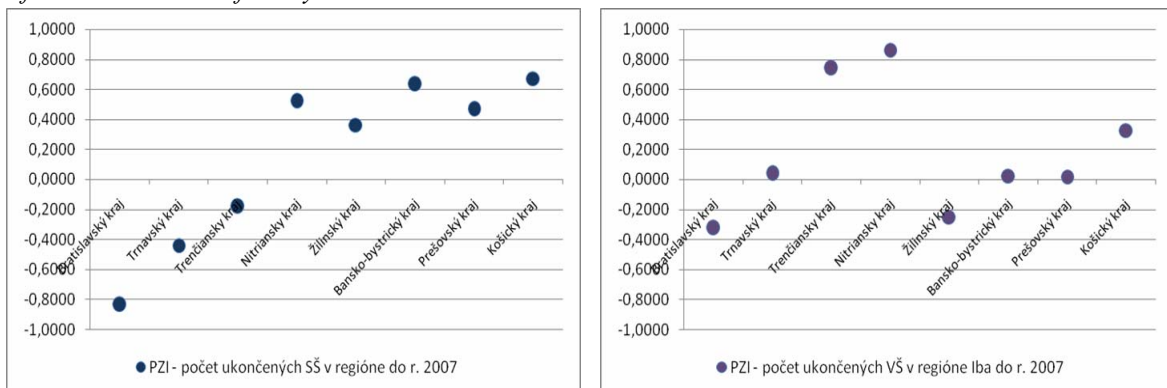
Graf č. 8 Korelačné koeficienty



Zdroj: Vlastné výpočty

Pri analýze počtu absolventov stredných a vysokých škôl a výškou PZI sme predpokladali kladnú lineárnu závislosť. Táto závislosť sa potvrdila v piatich krajoch SR v prípade počtu ukončených stredoškôľakov. Oproti tomu sa tento predpoklad nepotvrdil v Bratislavskom kraji (-0,83). Pri počte ukončených vysokoškôľakov sme taktiež vychádzali z hypotézy, že čím je viac absolventov v regióne, tak vytvárajú potenciálnu kvalifikovanú pracovnú silu pre nové podniky. V prípade tohto ukazovateľa sme mohli sledovať kladnú závislosť iba v Trnavskom a Trenčianskom kraji.

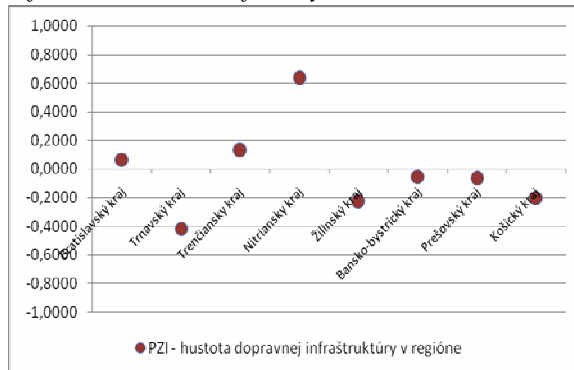
Graf č. 9 Korelačné koeficienty



Zdroj: Vlastné výpočty

Hustota dopravnej infraštruktúry významným spôsobom vplýva na výšku PZI. Podľa predpokladu, čím je hustejšia dopravná infraštruktúra, tým je región pre investorov prítiažlivejší a dostupnejší. Preto uvažujeme s kladnou koreláciou medzi výškou PZI a hustotou dopravnej infraštruktúry v regióne. Tento predpoklad sa potvrdil iba pre Bratislavský, Trenčiansky a Nitriansky kraj. Pričom najvyššia lineárna závislosť bola v Nitrianskom kraji (0,64).

Graf č. 9 Korelačné koeficienty



Zdroj: Vlastné výpočty

4 ZÁVER

V predložennom článku sme skúmali závislosť medzi plánovanou výškou PZI z ukončených projektov a vybraných makroekonomických ukazovateľov. Celú analýzu sme uskutočnili pre všetky kraje Slovenskej republiky a ako nástroj analýzy sme použili korelačnú analýzu. Medzi vybrané ukazovatele, ktoré by mali determinovať alokáciu PZI v regiónoch boli vybrané: ponuka práce, meraná počtom nezamestnaných v regióne; priemerná mesačná mzda predelená indexom cien priemyselných výrobcov; hustoty ciest na km² rozlohy regiónu; počet absolventov stredných odborných učilíšť a stredných odborných škôl a počet absolventov vysokých škôl v regióne. Medzi plánovanou výškou PZI a ponukou práce v kraji, hustotou dopravnej infraštruktúry, počtom absolventov stredných škôl a vysokých škôl sme predpokladali kladnú lineárnu závislosť. Zápornú lineárnu závislosť sme predpokladali medzi plánovanou výškou PZI a priemernou nominálnou mesačnou mzdou predelenou indexom cien priemyselných výrobcov. Ani jeden z našich predpokladov sa nepotvrdil vo všetkých regiónoch naraz. Na základe toho vyslovujeme záver, že vo väčšine prípadov nie je alokácia PZI determinovaná hodnotami skúmaných indikátorov. Za zaujímavé by sme považovali preskúmať v budúcnosti nielen lineárnu ale aj nelineárnu závislosť medzi týmito indikátormi. Takáto analýza by mohla poskytnúť ďalšie zaujímavé výsledky.

Použitá literatúra

1. DOMONKOS, Tomáš.: Analýza a modelovanie zamestnanosti v SR. In Mezinárodní Baťova doktorandská konference. *Mezinárodní Baťova doktorandská konference : 3. ročník mezinárodní Baťovy doktorandské konference* [elektronický zdroj]. - Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2007. ISBN 978-80-7318-529-9.
2. Internal monetary fund. Balance of payments manual. 5. edícia, <http://www.imf.org/external/np/sta/bop/bopman.pdf>, 11. 12. 2009
3. KINTLER, J. JIRIKOVÁ, B. 2009. Vývoj priemernej hrubej mzdy v roku 2009 v dôsledku svetovej finančnej krízy v podmienkach SR. [elektronický zdroj], <http://www.fsev.tnuni.sk>. In: Personálny manažment - trendy na trhu práce v kontexte hospodárskej krízy: zborník príspevkov z medzinárodnej vedeckej konferencie, 29. apríl 2009, Trenčín. - Trenčín : Trenčianska univerzita A. Dubčeka v Trenčíne, 2009. - ISBN 978-80-8075-403-7. - S. 134-139
4. KVETAN, V. a kol. 2006. Aktualizovaná prognóza vývoja sociálno-ekonomickej situácie vo vybraných okresoch SR do roku 2013. Expertízne štúdie EU SAV [elektronický zdroj], č.2, ISSN 1337 – 0812, s. 64
5. KVETAN, V.; RADVANSKÝ M.; PÁLENÍK, V.: Prognóza vývoja ekonomiky SR na roky 2009 – 2015 in Pohľady na ekonomiku Slovenska, Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2009
6. KVETAN, V.; RADVANSKÝ M.: Modeling of sustainability of pension system - case of Slovak Republic, EcoMod, Berlin, 2008
7. www.statistics.sk
8. www.sario.sk
9. www.nbs.sk
10. www.upsvar.sk

Kontaktné údaje

Ing. Tomáš Domonkos, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 613

email: tdomonkos@gmail.com

Ing. Nora Mikušová, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového managementu

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 613

email: nora.mikusova@euba.sk

DVOJITÉ KOMBINATORICKÉ AUKCE

DOUBLE COMBINATORIAL AUCTIONS

Petr Fiala

Abstrakt

Aukce jsou důležité tržní mechanismy pro alokaci výrobků a služeb. Aukce poskytuje mechanismus pro vyjednávání mezi kupujícími a prodávajícími. Aukce s větším počtem kupujících a větším počtem prodávajících se nazývají dvojité aukce. Dvojité aukce se stávají stále populárnější v elektronickém obchodě. Je známo, že dvojité aukce, ve kterých obě strany posílají poptávkové nebo nabídkové návrhy, jsou efektivnější než kombinace několika jednostranných aukcí. Pozornost je věnována dvojitým kombinatorickým aukcím. Kombinatorické aukce jsou takové aukce, ve kterých se návrhy týkají kombinací položek a ne jednotlivých položek. Příspěvek představuje modely a řešení dvojitých kombinatorických aukcí. Kombinatorické dvojité aukce mohou být transformovány na kombinatorické jednostranné aukce a potom řešeny metodami pro tyto aukce.

***Klíčová slova:** kombinatorické aukce, standardní a reverzní aukce, dvojité aukce, iterační postup*

Abstract

Auctions are important market mechanisms for the allocation of goods and services. An auction provides a mechanism for negotiation between buyers and sellers. Auctions with multiple buyers and multiple sellers are called double auctions. Double auctions are becoming increasingly popular in electronic commerce. It is well known that double auctions in which both sides submit demand or supply bids are much more efficient than several one-sided auctions combined. Attention is devoted to double combinatorial auctions. Combinatorial auctions are those auctions in which bidders can place bids on combinations of items. The paper presents models and solutions for double combinatorial auctions. Combinatorial double auctions can be transformed to combinatorial single-sided auctions and solved by methods for these auctions.

Key words

combinatorial auctions, forward and reverse auctions, double auctions, iterative approach

1 ÚVOD

Aukce jsou důležité tržní mechanismy pro alokaci výrobků a služeb. Řada moderních trhů je organizována jako aukce. Teorie aukcí dosáhla značného zájmu jak z ekonomického hlediska, tak i z hlediska využití Internetu. Aukce je soutěžní mechanismus pro rozdělení zdrojů kupujícím, založený na předem definovaných pravidlech. Tato pravidla definují proces nabídek, způsob určení vítěze a finální dohodu. Aukce se ukázaly jako zajímavý nástroj zejména pro vyjednávání. Aukce poskytuje mechanismus pro vyjednávání mezi kupujícími a prodávajícími. Popularita aukcí a požadavky e-byznysu vedou k rostoucímu zájmu o komplexní modely transakcí. Uvažujeme tak zvané kombinatorické aukce, kde účastníci mohou dávat návrhy na kombinace položek. Výhodou kombinatorických aukcí je možnost

úplnějšiho vyjádření preferencí účastníků. Umožnění úplnějšiho vyjádření preferencí často vede ke zlepšení ekonomické efektivity a větší celkové hodnotě aukce. Přes řadu svých výhod, skýtají kombinatorické aukce řadu otázek a příležitostí pro výzkum (viz Cramton et al. 2006, Rothkopf et al. 1998).

Je možno formulovat jednostranné kombinatorické aukce, standardní a reverzní aukce. U standardních aukcí, jediný prodávající prodává zdroje většímu počtu kupujících. U reverzních aukcí, jediný kupující se snaží obstarat zdroje od většího počtu prodávajících, jak je to běžné u nákupů. Aukce s větším počtem kupujících a větším počtem prodávajících se nazývají dvojité aukce. Dvojité aukce se stávají stále populárnější v elektronickém obchodě. Je známo, že dvojité aukce, ve kterých obě strany posílají poptávkové nebo nabídkové návrhy, jsou efektivnější než kombinace několika jednostranných aukcí. Cílem příspěvku je navrhnout modely a postupy řešení dvojitých kombinatorických aukcí.

Je navržen model pro dvojité kombinatorické aukce, jehož speciálními případy jsou jednostranné kombinatorické aukce. Navržený model dvojitých kombinatorických aukcí může být transformován na rozsáhlejší model kombinatorické jednostranné aukce a potom řešen metodami pro tyto aukce. Navrhujeme použít iterační postup pro kombinatorické aukce, založený na primárně-duálním algoritmu.

2 KOMBINATORICKÉ AUKCE

Kombinatorické aukce (Cramton et al., 2006, de Vries, Vohra, 2003) jsou takové aukce, ve kterých mohou dražitelé dávat nabídky na kombinaci položek, tzv. balíčky. Výhodou kombinatorických aukcí je skutečnost, že dražitel může plněji vyjádřit svoje preference. To je zejména důležité, jestliže jsou položky komplementární. Organizátor aukce také získává hodnotu z kombinatorických aukcí. To, že umožňují úplnější vyjádření preferencí, vede k vyšší ekonomické efektivity a většímu příjmu z aukcí.

Většina aukcí studovaných v literatuře jsou jednostranné aukce: buď soutěží více kupujících o komoditu prodávanou jedním prodávajícím, nebo více prodávajících soutěží o možnost prodat jednomu kupujícímu. Problém, nazvaný problém určení vítěze, dosáhl značné pozornosti v literatuře. Problém je formulován následovně: Pro danou množinu nabídek v kombinatorické aukci najít alokaci položek dražitelům, která maximalizuje příjem prodejce. Byla zavedena řada důležitých myšlenek, jako je formulace problému určení vítěze jako úlohy matematického programování, vztah mezi touto úlohou a standardní kombinatorickou úlohou, a rovněž otázky složitosti řešení této úlohy.

Standardní aukce - problém určení vítěze

Definujme standardní aukci s nedělitelnými položkami a jedním prodávajícím a větším počtem kupujících. Předpokládejme, že prodávající S nabízí množinu R s r položkami, $j = 1, 2, \dots, r$, n potenciálním kupcům B_1, B_2, \dots, B_n (Obr. 1)

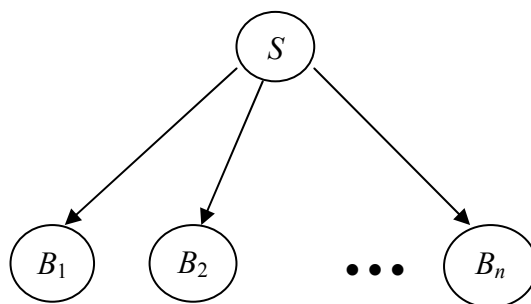
Nabídka, učiněná kupujícím B_i , $i = 1, 2, \dots, n$, je definována jako

$$b_i = \{C, p_i(C)\},$$

kde

$C \subseteq R$, je kombinace položek,

$p_i(C)$, je nabízená cena kupujícím B_i za kombinaci položek C .



Obr. 1 Standardní aukce - problém určení vítěze

Cílem je maximalizace příjmu prodávajícího, při zadaných nabídkách kupujících. Omezení vyjadřují podmínky, že žádná položka není alokována více než jednomu kupujícímu. Pro formulaci problému jsou použity bivalentní proměnné:

$x_i(C)$ je bivalentní proměnná, určující, zda kombinace C je přiřazena kupujícímu B_i ($x_i(C) = 1$).

Standardní aukce může být formulována následovně

$$\sum_{i=1}^n \sum_{C \subseteq R} p_i(C) x_i(C) \rightarrow \max$$

při omezeních

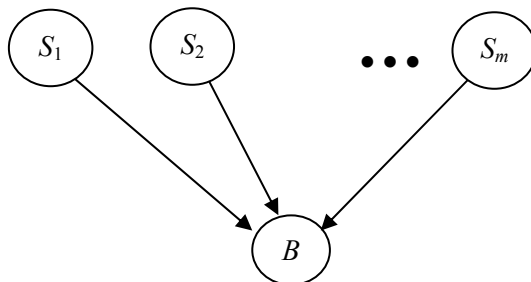
$$\sum_{i=1}^n \sum_{C \subseteq R} x_i(C) \leq 1, \quad \forall j \in R, \quad (1)$$

$$x_i(C) \in \{0, 1\}, \quad \forall C \subseteq R, \quad \forall i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Účelová funkce vyjadřuje cíl, tj. maximalizace příjmu prodávajícího. Omezení vyjadřuje, že se nepřijímají překrývající se množiny položek.

Reverzní aukce - nákup

Tento problém je charakterizován jedním kupujícím a větším počtem prodávajících. Kupující se snaží nakoupit alespoň požadovanou množinu položek od prodávajících při minimálních nákladech. Předpokládejme, že m potenciálních prodávajících S_1, S_2, \dots, S_m nabízí množinu R s r položkami, $j = 1, 2, \dots, r$, jednomu kupujícímu B (Obr. 2).



Obr. 2 Reverzní aukce

Nabídka, učiněná prodávajícím S_h , $h = 1, 2, \dots, m$ je definována jako

$$b_h = \{C, c_h(C)\},$$

kde

$C \subseteq R$, je nabízená kombinace položek,

$c_h(C)$, je nabízená cena prodávajícím S_h za kombinaci položek C .

Cílem je minimalizace nákladů kupujícího, při zadaných nabídkách prodávajících. Omezení vyjadřují podmínky zajištění nákupu alespoň požadované množiny všech položek. Pro formulaci problému jsou použity bivalentní proměnné:

$y_h(C)$ is je bivalentní proměnná, určující, zda kombinace C je koupena od prodávajícího S_h ($y_h(C) = 1$).

Problém reverzní kombinatorické aukce může být formulován následovně

$$\sum_{h=1}^m \sum_{C \subseteq R} c_h(C) y_h(C) \rightarrow \min$$

při omezeních

$$\sum_{h=1}^m \sum_{C \subseteq R} y_h(C) \geq 1, \quad \forall j \in R, \quad (2)$$

$$y_h(C) \in \{0, 1\}, \quad \forall C \subseteq R, \quad \forall h, \quad h = 1, 2, \dots, m.$$

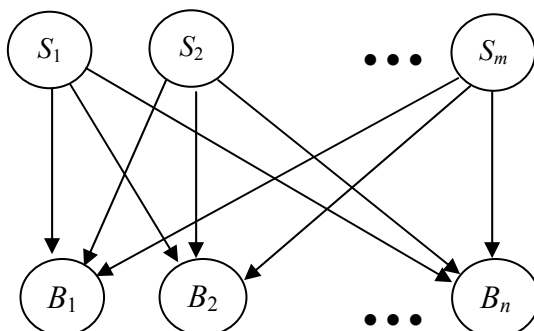
Účelová funkce vyjadřuje cíl, tj. minimalizace nákladů kupujícího. Omezení zajišťuje, nakoupení alespoň požadované množiny položek.

3 DVOJITÉ AUKCE

Aukce s větším počtem prodávajících a větším počtem kupujících se stávají stále populárnější v elektronickém obchodě. Řada aplikací v elektronickém obchodě, včetně burzovních obchodů, obchodů B2B, alokací vysílacího spektra atd. vedla k velkému zájmu o dvojité aukce. Dvojité aukce však zatím nejsou v literatuře tak často studovány jako jednostranné aukce (Xia et al., 2005).

U dvojitých aukcí je organizátor postaven před úlohu spojit podmnožinu prodávajících s podmnožinou kupujících. Ziskem organizátora je rozdíl mezi cenami placenými kupujícími a cenami placenými prodávajícím. Cílem je maximalizace zisku organizátora aukce při daných návrzích prodávajících a kupujících. Omezení vyjadřují stejné podmínky jako u jednostranných aukcí.

Definujme dvojitou aukci s nedělitelnými položkami a větším počtem prodávajících a větším počtem kupujících. Předpokládejme, že m potenciálních prodávajících S_1, S_2, \dots, S_m nabízí množinu R o r položkách, $j = 1, 2, \dots, r$, n potenciálním kupujícím B_1, B_2, \dots, B_n (Obr. 3).



Obr. 3: Dvojitá aukce

Návrh prodávajícího S_h , $h = 1, 2, \dots, m$, je definován jako $b_h = \{C, c_h(C)\}$,
návrh kupujícího B_i , $i = 1, 2, \dots, n$, je definován jako $b_i = \{C, p_i(C)\}$,

kde

$C \subseteq R$, je kombinace položek,

$c_h(C)$, je navržená cena prodávajícím S_h za kombinaci položek C ,

$p_i(C)$, je navržená cena kupujícím B_i za kombinaci položek C .

V modelu jsou zavedeny bivalentní proměnné:

$x_i(C)$ je bivalentní proměnná, specifikující zda kombinace C je přiřazena kupujícím B_i ($x_i(C) = 1$),

$y_h(C)$ je bivalentní proměnná, specifikující zda kombinace C je zakoupena od prodávajícího S_h ($y_h(C) = 1$).

Problém dvojitě kombinatorické aukce může být formulován následovně

$$\sum_{i=1}^n \sum_{C \subseteq R} p_i(C) x_i(C) - \sum_{h=1}^m \sum_{C \subseteq R} c_h(C) y_h(C) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{i=1}^n \sum_{C \subseteq R} x_i(C) \leq \sum_{h=1}^m \sum_{C \subseteq R} y_h(C), \quad \forall j \in R, \quad (3)$$

$$x_i(C) \in \{0, 1\}, \quad \forall C \subseteq R, \quad \forall i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$y_h(C) \in \{0, 1\}, \quad \forall C \subseteq R, \quad \forall h, \quad h = 1, 2, \dots, m.$$

Účelová funkce vyjadřuje cíl, tj. maximalizace zisku organizátora aukce. Omezení zajišťují pro kupující koupi požadované položky, a že tato položka musí být nabízena prodávajícími.

Speciálním případem dvojitě aukce pro jednoho prodávajícího je standardní aukce a speciálním případem dvojitě aukce pro jednoho kupujícího je reverzní aukce.

4 ŘEŠENÍ DVOJITÝCH AUKCÍ

Formulovaná dvojitá kombinatorická aukce může být transformována na jednostrannou kombinatorickou aukci. Substitucí $1 - x_i(C)$, $i = n+1, n+2, \dots, n+m$, za $y_h(C)$, $h = 1, 2, \dots, m$, a substitucí $p_i(C)$, $i = n+1, n+2, \dots, n+m$, za $c_h(C)$, $h = 1, 2, \dots, m$, dostáváme model jednostranné kombinatorické aukce

$$\sum_{i=1}^{n+m} \sum_{C \subseteq R} p_i(C) x_i(C) - \sum_{i=n+1}^{n+m} \sum_{C \subseteq R} p_i(C) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{i=1}^{n+m} \sum_{C \subseteq R} x_i(C) \leq m, \quad \forall j \in R, \quad (4)$$

$$x_i(C) \in \{0, 1\}, \quad \forall C \subseteq R, \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n+m.$$

Model (4) může být řešen metodami pro jednostranné kombinatorické aukce. Složitost je základní otázkou navrhování kombinatorických aukcí. Algoritmy navržené pro řešení kombinatorických aukcí jsou buď exaktní nebo aproximační. Iterační aukce jsou brány jako určitá alternativa.

Jedním ze způsobů jak snížit výpočetní obtíže při řešení problém kombinatorických aukcí je vytvoření fiktivního trhu, který bude určovat alokace a ceny decentralizovaným způsobem. V iteračním postupu probíhá několik kol návrhů a problém je řešen postupně. Iterační aukce jsou pro účastníky atraktivní, protože jim pomáhají poznávat hodnocení oponentů během procesu navrhování, což by jim mohlo pomoci při upřesňování jejich vlastních návrhů (Parkes, 2001). Klíčovou otázkou v iteračních kombinatorických aukcích je poskytování vhodné informační zpětné vazby účastníkům v každé iteraci (Pikovsky, Bichler, 2005).

Navrhujeme použít iterační postup pro kombinatorické aukce (Flusserová, Fiala, 2008). Pro řešení problému (4) je použit primárně-duálním algoritmus. Je formulována LP relaxace úlohy (4) a její duální úloha. Schéma postupu je následující:

1. Výběr minimálních počátečních cen.
2. Zveřejnění průběžných cen a sbírání nabídek.
3. Výpočet průběžného duálního řešení a interpretace duálních proměnných jako cen. Pokus o určení přípustné alokace jako celočíselného primárního řešení, které splňuje pravidlo pro ukončení. Pokud takové řešení existuje, algoritmus končí a řešení je bráno jako finální alokace položek. Jinak jsou ceny aktualizovány a přejde se na krok 2.

5 ZÁVĚR

Příspěvek je věnován modelování a řešení dvojitých kombinatorických aukcí. Řada aplikací v elektronickém obchodování vedla ke zvýšení zájmu o dvojitě aukce. Modelování a řešení dvojitých kombinatorických aukcí je slibnou oblastí pro výzkum a pro praktické využití. Příspěvek prezentuje model dvojitě kombinatorické aukce, který dává možnosti modifikace aukcí. Formulovaný model může být transformován na jednostranné kombinatorické aukce a řešen metodami pro tyto aukce. Je navrženo použití iteračního postupu pro řešení dvojitých kombinatorických aukcí. Pro určení rovnovážného řešení je použit primárně-duální algoritmus, jakožto decentralizovaná a dynamická metoda.

Poděkování

Výzkumný projekt byl podporován grantem č. 402/07/0166 „Kombinatorické aukce – modelování a analýza“, uděleným Grantovou agenturou České republiky.

Použitá literatura

1. Cramton P, Shoham Y, and Steinberg R (eds.) (2006) *Combinatorial Auctions*, Cambridge, MIT Press.
2. de Vries, S., Vohra, R. V. (2003). Combinatorial auctions: A survey. *INFORMS Journal of Computing*, 15 (1): 284-309.
3. Flusserová, L., Fiala, P. (2008). Iterative Combinatorial Auctions. In: *Mathematical Methods in Economics*. Liberec : Faculty of Economics, Technical University, 115–124. ISBN 978-80-7372-387-3.
4. Parkes, D. C. (2001): *Iterative Combinatorial Auctions: Achieving Economic and Computational Efficiency*. PhD thesis, University of Pennsylvania.
5. Pikovsky, A, Bichler, M. (2005): Information Feedback in Iterative Combinatorial Auctions. In *Conference proceedings Wirtschaftsinformatik*, Bamberg, Springer.
6. Rothkopf M, Pekeč A, and Harstad R (1998) “Computationally manageable combinational auctions”, *Management Science*, 8, 1131-1147.
7. Xia, M., Stallaert, J., Whinston, A. B. (2005). Solving the combinatorial double auction problem. *European Journal of Operational Research*, 164, 239–251.

Kontaktní údaje

Prof. RNDR. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA

Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420 2) 24 095 447

email: pfiala@vse.cz

METÓDA MAXIMÁLNEJ VIEROHODNOSTI V MODELOCH STOCHASTICKÝCH NÁKLADOVÝCH HRANÍC

MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION METHOD IN STOCHASTIC COST FRONTIER MODELS

Andrea Furková, Kvetoslava Surmanová

Abstrakt

V príspevku bola venovaná pozornosť odhadu parametrov stochastickej nákladovej hranice metódou maximálnej vierohodnosti a predikcii nákladovej efektívnosti. Ilustráciu metódy maximálnej vierohodnosti sme vykonali na prierezovom modeli stochastickej nákladovej hranice. Cieľom príspevku bolo poukázať na nutnú modifikáciu tejto metódy pri odhade modelov stochastickej nákladovej hranice. V prvej časti príspevku sme sa zamerali na odhad neznámych parametrov nákladovej hranice a následne bol riešený problém individuálnych odhadov nákladovej efektívnosti. Získanie individuálnych odhadov nákladovej efektívnosti vyžadovalo urobiť predpoklady o rozdelení dvoch zložiek zloženého poruchového člena a separáciu odhadu nákladovej neefektívnosti zo zloženého poruchového člena.

***Kľúčové slová:** nákladová efektívnosť, metóda maximálnej vierohodnosti, stochastická nákladová hranica*

Abstract

This paper has focused on maximum likelihood estimation of the parameters of a stochastic cost frontier and the prediction of individual cost efficiencies. We have discussed maximum likelihood estimation technique under the assumption that cross-sectional data are available on a sample of units. Our objective was to point out on necessary modification of maximum likelihood estimation method in stochastic cost frontier models. The first step was to obtain estimates of cost frontier parameters and in next step estimates of the cost efficiency of each unit were obtained. The second step requires that separate estimates of statistical noise and cost inefficiency be extracted from estimate of composed stochastic term for each unit, and this requires distributional assumptions on the two error components.

***Keywords:** cost efficiency, maximum likelihood estimation method, stochastic cost frontier*

1 ÚVOD

Model stochastickej produkčnej hranice ako prví navrhli Aigner, Lovell a Schmidt [Aigner, Lovell a Schmidt (1977)] a súčasne Meeusen a Van den Broeck [Meeusen Van den Broeck (1977)]. Tento model ako aj jeho modifikácie boli najskôr vyjadrené v podmienkach produkčnej funkcie, kde u_i z rovnice (1) je interpretované ako technická neefektívnosť a zložený poruchový člen má tvar $\varepsilon_i = v_i - u_i$. Na naformulovanie modelu so stochastickou nákladovou hranicou stačí zmeniť znamienko v zloženom poruchovom člene z mínus na plus. Ak budeme predpokladať, že deterministické jadro nákladovej hranice má Cobb-Douglasov funkčný tvar a doplníme deterministickú nákladovú hranicu o dodatočný člen v_i , potom model so stochastickou nákladovou hranicou modelu môžeme naformulovať nasledujúco:

$$\ln C_i = \beta_0 + \beta_y \ln \mathbf{y}_i + \sum_n \beta_n \ln w_{ni} + v_i + u_i \quad (1)$$

kde v_i je symetrická náhodná zložka a u_i je nezáporný člen nákladovej neefektívnosti zloženého poruchového člena $\varepsilon_i = v_i + u_i$. Keďže nákladová hranica musí byť lineárne homogénna v cenách vstupov t. j. $c(\mathbf{y}_i, \lambda \mathbf{w}_i, \beta) = \lambda c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \beta)$, $\lambda > 0$, čo zabezpečíme buď vložením podmienky pre k -ty parameter $\beta_k = 1 - \sum_{n \neq k} \beta_n$ do odhadu, alebo môžeme rovnicu (1)

preformulovať nasledovne:

$$\ln \left(\frac{C_i}{w_{ki}} \right) = \beta_0 + \beta_y \ln \mathbf{y}_i + \sum_{n \neq k} \beta_n \ln \left(\frac{w_{ni}}{w_{ki}} \right) + v_i + u_i \quad (2)$$

t.j. náklady a všetky ceny vstupov sme vydělili cenou vybraného vstupu.

Vo formuláciách stochastickej nákladovej hranice, poruchový člen $\varepsilon_i = v_i + u_i$ je nesymetrický, pozitívne zošikmený keďže $u_i \geq 0$. Odhliadnuc od obmedzenia homogenity na parametre β_n a smer zošikmenia poruchového člena, model stochastickej nákladovej hranice (1) alebo (2) je štrukturálne nerozoznatelný od modelu stochastickej produkčnej hranice. Odhliadnuc od niektorých zmien v znamienkach, odhad stochastickej nákladovej hranice je analogický odhadu stochastickej produkčnej hranici. Môžeme použiť metódu maximálnej vierohodnosti na odhad parametrov β a dvoch parametrov poruchového člena alebo je tiež možné použiť metódu momentov. V oboch prípadoch môžeme použiť JLMS dekompozíciu [Jondrow, Lovell, Materov a Schmidt (1982)] na separovanie náhodnej zložky od nákladovej neefektívnosti v reziduáloch. Odhadnutý komponent nákladovej neefektívnosti môžeme potom dosadiť do rovnice (3) aby sme získali špecifický odhad nákladovej efektívnosti sledovanej jednotky.

Použitím rovnice (1) nákladovú efektívnosť i -tej firmy vypočítame nasledujúco:

$$CE_i = \frac{c(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i, \beta) \exp\{v_i\}}{C_i} = \exp\{-u_i\}. \quad (3)$$

2 METÓDA MAXIMÁLNEJ VIEROHODNOSTI V PRIEREZOVÝCH MODELOCH STOCHASTICKÝCH NÁKLADOVÝCH HRANÍC

V tejto časti budeme venovať pozornosť metóde maximálnej vierohodnosti na odhad modelu stochastickej nákladovej hranice daného rovnicou (2). Ako prvé je potrebné urobiť predpoklady o rozdelení člena neefektívnosti u_i , aby sme mohli separovať náhodnú zložku od nákladovej neefektívnosti. Z literatúry na odhad nákladovej efektívnosti (pôvodne technickej efektívnosti) boli navrhnuté štyri rozdelenia pre člen neefektívnosti:

- polonormálne rozdelenie [Jondrow a kol. (1982)] t.j.
 $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$
- normálne rozdelenie zrezané v nule [Aigner, Lovell a Schmidt (1977)] t. j.
 $u_i \sim N^+(\mu_i, \sigma_u^2)$
- exponenciálne rozdelenie t. j. [Meeusen a van den Broeck (1977)] t. j.
 $u_i \sim \exp(\theta)$
- gama rozdelenie s strednou hodnotou λ a m stupňami voľnosti [Greene (1990)] t. j.
 $u_i \sim G(\lambda, m)$

Neexistujú jednoznačné dôvody pre uprednostnenie jedného z rozdelení, každé má svoje výhody aj nevýhody. Napríklad, exponenciálne a polonormálne rozdelenie majú nulový modus, čo implikuje, že veľká časť skúmaných firiem sú perfektne efektívne (t. j. $u_i=0$ a preto $CE_i=1$ keďže $e^0=1$). Zrezané normálne rozdelenie ako aj gama rozdelenie predpokladajú, že modus rozdelenia je väčší ako nula. Z empirických prác viacerých autorov vyplýva, že použitie gama rozdelenia môže byť nepraktické a neželateľné vo väčšine prípadov. Polonormálne rozdelenie je špeciálnym prípadom zrezaného normálneho rozdelenia s odhadnutým nulovým modusom. Preto výstup z regresie môže byť testovaný, či modus (resp. stredná hodnota v nezrezanom rozdelení) je rovný nule. Modely môžeme porovnať vykonaním LR testu (bližšie pozri napr. v [Coelli, Rao Prasada, Battese (1998)]). Priemerná nákladová efektívnosť sledovaných jednotiek je menšia ak predpokladáme zrezané normálne rozdelenie ako keď predpokladáme polonormálne rozdelenie.

2.1 Ilustrácia metódy maximálnej vierohodnosti

Metódu maximálnej vierohodnosti ilustrujeme za nasledujúcich predpokladov o rozdelení:

(i) $v_i \sim iid N(0, \sigma_v^2)$

(ii) $u_i \sim iid N^+(0, \sigma_u^2)$

(iii) v_i a u_i sú rozdelené navzájom nezávisle a nezávislé od regresorov.

Prvý predpoklad hovorí o tom, že v_i sú nezávisle a identicky normálne rozdelené premenné s nulovou strednou hodnotou a s rozptylom σ_v^2 . Druhý predpoklad nám hovorí o tom, že u_i sú nezávisle a identicky polonormálne rozdelené premenné s nulovou strednou hodnotou a s rozptylom σ_u^2 .

Funkcia hustoty u_i a funkcia hustoty v_i sú nasledujúce:

$$f(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right\} \quad (4)$$

a

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right\}. \quad (5)$$

Vychádzajúc z predpokladov o nezávislosti, spojená funkcia hustoty u_i a v_i je výsledkom ich individuálnych funkcií hustôt:

$$f(u, v) = \frac{2}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right\} \quad (6)$$

Keďže $\varepsilon_i = v_i + u_i$, spojená funkcia hustoty u_i a ε_i je:

$$f(u, \varepsilon) = \frac{2}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{(\varepsilon - u)^2}{2\sigma_v^2}\right\}. \quad (7)$$

Marginálnu funkciu hustoty ε ($\varepsilon = v + u$) môžeme potom získať integrovaním u zo spojenej funkcie hustoty $f(u, \varepsilon)$:

$$f(\varepsilon) = \int_0^\infty f(u, \varepsilon) du$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \frac{2}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{(\varepsilon - u)^2}{2\sigma_v^2}\right\} du \\
&= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[1 - \Phi\left(\frac{-\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \exp\left\{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right\} \\
&= \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)
\end{aligned} \tag{8}$$

kde $\sigma = (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)^{1/2}$, $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$ a $\Phi(\cdot)$ a $\phi(\cdot)$ sú funkcie štandardného normálneho kumulatívneho rozdelenia a funkcia hustoty. Túto parametrizáciu (λ -parametrizácia) navrhli Aigner, Lovell a Schmidt [Aigner, Lovell a Schmidt (1977)] a tento model sa tiež označuje ako polonormálny model (Half-Normal Model). Ak sa $\lambda \rightarrow 0$ a $\sigma_v^2 \rightarrow \infty$ alebo $\sigma_u^2 \rightarrow 0$, symetrická náhodná zložka dominuje jednostrannej náhodnej zložke v determinácii ε . V tomto prípade sa model stochastickej nákladovej hranice mení na model nákladovej funkcie bez nákladovej neefektívnosti a všetky odchýlky od nákladovej hranice sú prisudzované štatistickej poruche. A ak sa $\lambda \rightarrow \infty$ a $\sigma_u^2 \rightarrow \infty$ alebo $\sigma_v^2 \rightarrow 0$, jednostranná náhodná zložka dominuje symetrickej náhodnej zložke v determinácii ε . V tomto prípade sa model mení na model s deterministickou nákladovou hranicou bez štatistickej poruchy.

Marginálna funkcia hustoty $f(\varepsilon)$ je nesymetrický rozdelená so strednou hodnotou a rozptylom:

$$\begin{aligned}
E(\varepsilon) &= E(u) = \sigma_u \sqrt{\frac{2}{\pi}} \\
V(\varepsilon) &= \frac{\pi - 2}{\pi} \sigma_u^2 + \sigma_v^2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Funkciu maximálnej vierohodnosti získame ako súčet individuálnych $f(\varepsilon_i)$. Ak teda použijeme (8), logaritmus funkcie maximálnej vierohodnosti pre vzorku N jednotiek môžeme vyjadriť nasledujúco:

$$\ln L = \text{konštanta} - N \ln \sigma + \sum_i \ln \Phi\left(\frac{\varepsilon_i \lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i \varepsilon_i^2. \tag{10}$$

Predpokladali sme, že $u_i \sim iidN^+(0, \sigma_u^2)$. Avšak môžeme zvoliť aj iné, skôr spomínané rozdelenia (zrezané normálne rozdelenie, exponenciálne rozdelenie, gama rozdelenie). Funkcie maximálnej vierohodnosti týchto modelov môžeme nájsť v [Kumbhakar a Lovell (2000)].

Battese a Corra (bližšie pozri v [Battese a Corra (1977)]) navrhli, že je vhodnejšie parametrizovať funkciu maximálnej vierohodnosti ako $\gamma = \sigma_u^2 / \sigma^2$, kde parameter γ sa pohybuje v intervale od nula do jedna. Ak použijeme túto parametrizáciu (γ parametrizácia), logaritmus funkcie maximálnej vierohodnosti môžeme zapísať nasledujúco:

$$\ln L = \text{konštanta} - N \ln \sigma + \sum_i \ln[1 - \Phi(z_i)] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_i \varepsilon_i^2 \tag{11}$$

kde

$$z_i = \frac{\varepsilon_i}{\sigma} \sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

Ak parameter $\gamma \rightarrow 0$ a ak $\sigma_v^2 \rightarrow \infty$ alebo $\sigma_u^2 \rightarrow 0$, potom sa model stochastickej nákladovej hranice mení na model nákladovej funkcie bez nákladovej neefektívnosti a všetky odchýlky od nákladovej hranice sú prisudzované štatistickej poruche. Na druhej strane ak $\gamma \rightarrow 1$ a ak $\sigma_u^2 \rightarrow \infty$ alebo $\sigma_v^2 \rightarrow 0$ znamená to, že model sa mení na model s deterministickou nákladovou hranicou bez štatistickej poruchy.

Ako vieme, maximalizácia funkcie vierohodnosti zvyčajne vyžaduje urobiť prvé derivácie funkcie vzhľadom na všetky neznáme parametre (β, σ, λ) resp. (β, σ, γ) a ich následné polozenie nule. Avšak tieto podmienky prvého rádu v tomto prípade sú vysoko nelineárne a nemôžeme ich riešiť analyticky pre β, σ a λ resp. γ . Preto musíme maximalizovať funkciu maximálnej vierohodnosti použitím iteratívnej optimalizačnej procedúry, čo predstavuje výber štartovacích hodnôt pre neznáme parametre a ich systematické upravovanie pokým nenájdem hodnoty maximalizujúce funkciu.

2.2 Odhad nákladovej efektívnosti

Ďalším krokom je získanie odhadov nákladovej efektívnosti každej sledovanej jednotky. Máme odhady $\varepsilon_i = v_i + u_i$, ktoré samozrejme obsahujú informácie o u_i . Ak $\varepsilon_i < 0$, potom možnosti sú, že u_i nie je veľké (keďže $E(v_i) = 0$), čo naznačuje, že táto jednotka je relatívne nákladovo efektívna, zatiaľ čo ak $\varepsilon_i > 0$, znamená, že u_i sú veľké z čoho vyplýva, že daná jednotka je relatívne nákladovo neefektívna. Tento problém vyžaduje vyselektovať z ε_i informáciu o u_i . Riešenie tohto problému spočíva z podmieneného rozdelenia u_i , keďže ε_i obsahuje informácie týkajúce sa u_i . Ako prví tento problém riešili Jondrow, Lovell, Materov a Schmidt [Jondrow, Lovell, Materov a Schmidt (1982)] a preto je táto procedúra označovaná ako JLMS procedúra. Ak použijeme JLMS procedúru na odhad nákladovej efektívnosti, kde $u_i \sim iid N^+(0, \sigma_u^2)$, podmienené rozdelenie u dané ε je:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u, \varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_*} \exp\left\{-\frac{(u - \mu_*)^2}{2\sigma_*^2}\right\} / \left[1 - \Phi\left(\frac{-\mu_*}{\sigma_*}\right)\right], \quad (12)$$

kde $\mu_* = \varepsilon\sigma_u^2/\sigma^2$ a $\sigma_*^2 = \sigma_u^2\sigma_v^2/\sigma^2$ a bola použitá λ -parametrizácia. Keďže $f(u|\varepsilon)$ má rozdelenie $N^+(\mu_*, \sigma_*^2)$, stredná hodnota alebo modus tohto rozdelenie môžu plniť úlohu bodového estimátora pre u_i . Môžeme ich naformulovať ako:

$$E(u_i|\varepsilon_i) = \mu_{*i} + \sigma_* \left[\frac{\phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)} \right] = \sigma_* \left[\frac{\phi(-\varepsilon_i\lambda/\sigma)}{1 - \Phi(-\varepsilon_i\lambda/\sigma)} + \left(\frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) \right], \quad (13)$$

a

$$M(u_i|\varepsilon_i) = \begin{cases} \varepsilon_i \left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u}\right) & ak \varepsilon_i \geq 0 \\ 0 & inak \end{cases} \quad (14)$$

Ak už máme bodové odhady u_i , odhady nákladovej efektívnosti každej jednotky môžu byť získané dosadením $E(u_i|\varepsilon_i)$ alebo $M(u_i|\varepsilon_i)$ do rovnice (3):

$$CE_i = \exp\left\{-E(u_i | \varepsilon_i)\right\}. \quad (15)$$

Na separáciu u_i z ε_i môžeme tiež využiť Batteseho a Coelliho [Battese a Coelli (1988)] bodový estimátor (BC-estimátor):

$$CE_i = E(\exp\{-u_i\}|\varepsilon_i) = \left[\frac{1 - \Phi(\sigma_* - \mu_{*i}/\sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_{*i}/\sigma_*)} \right] \exp\left\{-\mu_{*i} + \frac{1}{2}\sigma_*^2\right\} \quad (16)$$

kde $\mu_{*i} = \varepsilon_i \sigma_u^2 / \sigma^2$.

3 ZÁVER

Modely so stochastickou nákladovou hranicou zmeny v nákladoch prisudzujú (nesúvisiace so zmenami v cenách vstupov a výstupu) určitej kombinácii náhodných šokov a nákladovej neefektívnosti. Poruchový člen je zložený z dvoch navzájom nezávislých častí: prvá časť u_i je nesymetrická, nezáporná porucha odrážajúca vplyv neefektívnosti a zložka v_i je symetrická náhodná zložka zachytávajúca vplyv náhodných šokov. Zvyčajne sa predpokladá, že v_i má normálne rozdelenie, zatiaľ čo člen neefektívnosti u_i má polonormálne rozdelenie. Takýto model je možné odhadnúť metódou maximálnej vierohodnosti alebo metódou momentov. Cieľom tohto príspevku bolo ilustrovať metódu maximálnej vierohodnosti a poukázať na nutnú modifikáciu tejto metódy na odhad modelu naformulovaného v rovnici (2) a to z dôvodu zloženého poruchového člena. Funkciu maximálnej vierohodnosti bolo nutné parametrizovať, ukázali sme γ parametrizáciu a taktiež λ -parametrizáciu funkcie maximálnej vierohodnosti. Odvodenie bodových estimátorov (13), (14), (16) člena neefektívnosti vychádzalo z podmieneného rozdelenia člena neefektívnosti. Ich následným dosadením do rovnice (3) sme získali bodové odhady nákladovej efektívnosti. Bodové odhady získané substitúciou rovníc (13) a (16) do rovnice (3) však môžu dávať rôzne výsledky pretože $\exp\{-E(u_i|\varepsilon_i)\} \neq E[\exp\{-u_i\}|\varepsilon_i]$. Na základe experimentov Monte Carlo bol BC estimátor vyhodnotený ako lepší pred JLMS estimátorom z dôvodov jeho neskreslenosti (bližšie pozri [Dios, Palomares a kol. (2003)]). Taktiež je možné získať konfidenčné intervaly pre bodové odhady nákladovej efektívnosti (bližšie pozri napr. [Kumbhakar a Lovell (2000)]).

Použitá literatúra

1. AIGNER, D. J., LOVELL, C. A. K., SCHMIDT, P. (1977): Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models, *Journal of Econometrics* 6, 21 - 37.
2. MEEUSEN, W., VAN DEN BROECK, J. (1977): Efficiency Estimation from Cobb - Douglas Production Functions with Compose Error, *International Economic Review* 18, (2), 435 - 444.
3. BATTESE, G. E., COELLI, T. J. (1988): Prediction of Firm-Level Technical Efficiencies with a Generalized Frontier Production Function and Panel Data, *Journal of Econometrics* 38, 387 - 399.
4. BATTESE, G. E., COELLI, T. J. (1992): Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India, *Journal of Productivity Analysis* 3 (1-2), 153 - 169.

5. BATTESE, G. E., CORRA, G. S. (1977): Estimation of a Production Frontier Model: With Application to the Pastoral Zone off Eastern Australia, *Australian Journal of Agricultural Economics* 21:3, 169 - 179.
6. CORNWELL, C., SCHMIDT, P., SICKLES, R. (1990): Production Frontiers with Cross - Sectional and Time - Series Variation in Efficiency Levels. *Journal of Econometrics* 46, 185 - 200.
7. COELLI, T. J., RAO PRASADA, D., BATTESE, G. (1998): *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Kluwer Academic Publishers.
8. DIOS-PALOMARES, R., RAMOS, A. (2003): A Monte Carlo comparative analysis on the technical Efficiency Predictors, Working Papers Series no. 12/03, Department of Statistics, University of Cordoba, Spain.
9. FARSI, M., FILLIPINI, M. (2005): A Benchmarking Analysis of Electricity Distribution Utilities in Switzerland, Working Paper Nr. 43, Center for Energy Policy and Economics, Swiss Federal Institute of Technology.
10. FURKOVÁ, A. (2007): Analýza nákladovej efektívnosti slovenských a českých distribučných podnikov elektrickej energie, dizertačná práca, Fakulta hospodárskej informatiky, Ekonomická univerzita v Bratislave.
11. GREENE, W. H. (1990): A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model, *Journal of Econometrics* 46:1/2 (October/November), 141-164.
12. JONDROW, J., LOVELL, C. A. K., MATEROV, I. S, SCHMIDT, P. (1982): On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model, *Journal of Econometrics* 19 (2-3), 233 - 238.
13. KUMBHAKAR, S. C., LOVELL, C. A. K. (2000): *Stochastic Frontier Analysis*, Cambridge University Press.

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 832

email: furkova@euba.sk

Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 823

email: surmanova@yahoo.com

VPLYV ŠROTOVNÉHO NA DOPYT PO OSOBNÝCH AUTOMOBILOCH NA SLOVENSKU A V EÚ

THE INFLUENCE OF INTRODUCING CAR SCRAPPING SCHEME ON DEMAND FOR PASSENGER CARS IN SLOVAKIA AND EU

Rastislav Gábik

Abstrakt

Viacero krajín¹ Európskej únie vrátane Slovenska v rámci opatrení na zmiernenie dôsledkov hospodárskej krízy zaviedlo aj tzv. šrotovné, ako nástroj na podporu automobilového priemyslu. Je však toto opatrenie tým správnym impulzom pre obnovenie dopytu po osobných automobiloch? Cieľom tejto analýzy je odhadnúť dopyt po osobných automobiloch na v EÚ a kvantifikovať vplyv zavedenia šrotovného na dopyt po osobných automobiloch v roku 2009.

Kľúčové slová: dopyt po autách, šrotovné, index ekonomického sentimentu

Abstract

Most of EU countries including Slovakia introduced car scrapping scheme as an anticrisis measure which should to boost demand for cars. But is this measure the right impulse for renewal of demand for cars? The aim of this analysis is to estimate demand for passenger cars in EU and to quantify influence of car scrapping on demand for cars in 2009.

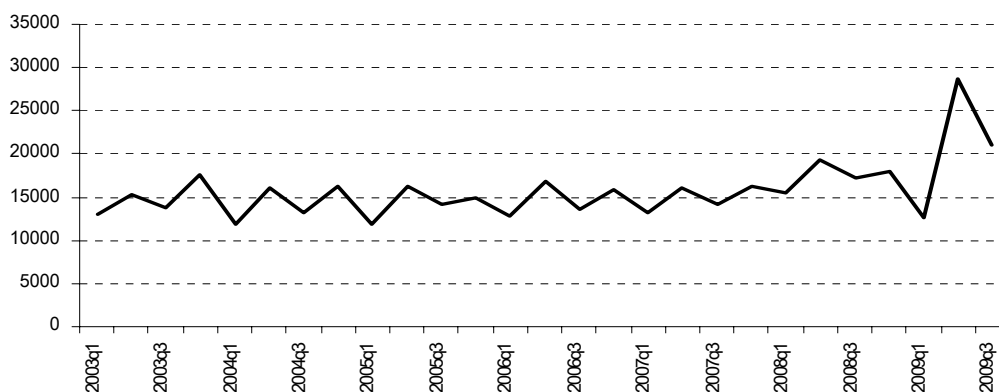
Keywords: demand for cars, car scrapping, economic sentiment index

1. Dopyt po nových osobných automobiloch v SR a v EÚ15

Vývoj registrovaných osobných automobilov v SR mal od roku 2003 až do konca roka 2008 stabilný priebeh, s miernymi sezónnymi výkyvmi. Obrat nastal v roku 2009, kedy sa naplno prejavil vplyv svetovej hospodárskej na správanie sa spotrebiteľov. S poklesom HDP a negatívnymi očakávaniami obmedzili spotrebu domácností, nižšia ziskovosť mala vplyv na dopyt firiem, ktoré v rámci úsporných opatrení znižovali spotrebné výdavky. Tieto faktory boli natoľko významné, že počet registrovaných osobných automobilov v SR v januári 2009 dosiahol hodnotu 2 907, čo je oproti predchádzajúcemu roku pokles o 39,2%. Za prvý kvartál roku 2008 bolo na Slovensku registrovaných 15 586 nových osobných automobilov, kým v prvom kvartáli 2009 to bolo už iba 12 696 automobilov, pričom tento počet už zahŕňal vplyv šrotovného, ktoré bolo zavedené v marci. V ďalšom kvartáli však došlo k výraznému medziročnému nárastu registrovaných osobných automobilov o 48%, čo možno pripísať zavedeniu šrotovného. Toto opatrenie na jednej strane výrazne pomohlo oživiť dopyt po nových osobných automobiloch v rokoch 2009, na druhej strane je však otázka, či nebolo zavedenie šrotovného iba oddialenie problému v automobilovom priemysle do nasledujúcich rokov.

¹ Francúzsko, Nemecko, Taliansko, Holandsko, Španielsko, Rakúsko, Portugalsko, Rumunsko, Luxembursko, Cyprus, Grécko

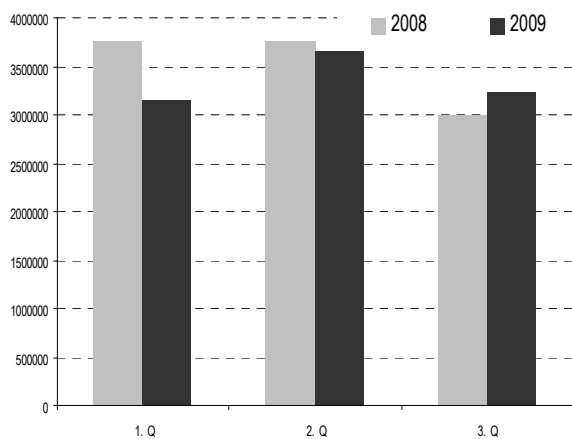
Registrácia nových áut v SR



Zdroj: ACEA²

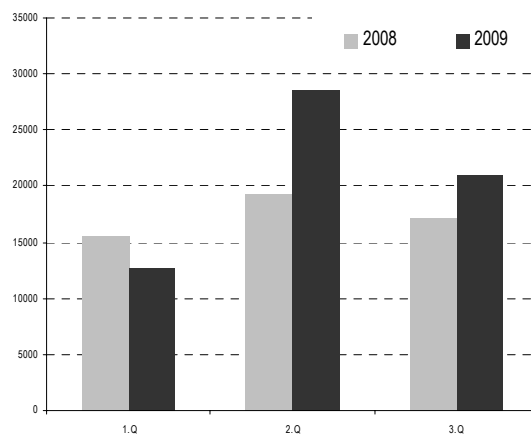
Pri pohľade na graf vidno, že v prvom štvrtroku 2009 došlo k výraznému poklesu registrácie nových osobných áut oproti tomu istému obdobiu v roku 2008 v EÚ 15 ako aj na Slovensku. Situácia na Slovensku sa v druhom a treťom štvrtroku zmenila a došlo k výraznému medziročnému rastu registrovaných nových áut. Vzhľadom k tomu, že nenastalo výrazné zlepšenie ekonomiky SR možno predpokladať, že za nárastom je zavedenie šrotovného. V EÚ 15 nebol nárast taký markantný, ale v treťom štvrtroku aj tu nastala zmena vo vývoji a počet registrovaných osobných áut v roku 2009 prekročil úroveň v roku 2008.

Počet registrovaných áut v EÚ 15 v rokoch 2008 a 2009



Zdroj: ACEA

Počet registrovaných áut v SR v rokoch 2008 a 2009

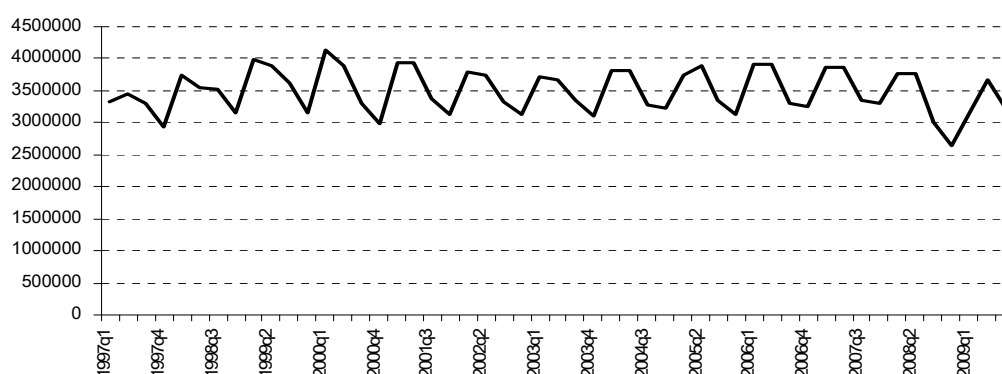


Zdroj: ACEA

V EÚ15 dopyt po nových automobiloch nezaznamenal také prudké výkyvy. Pokles dopytu nastal už v štvrtom štvrtroku 2008, v roku 2009 sa situácia aj vďaka zavedeniu šrotovného stabilizovala, avšak dopyt nerástol tak prudko ako v prípade Slovenska. A kým na Slovensku už v druhom štvrtroku 2009 dopyt výrazne prevýšil hodnotu z druhého štvrtroku 2008, v EÚ 15 došlo k medziročnému nárastu až v treťom štvrtroku, pričom nárast nebol taký významný ako v SR.

² European automobile manufacturers association

Registrácia nových áut v EU15



Zdroj:ACEA

2. Odhad dopytu po nových osobných automobiloch v EÚ 15

Pre potreby analýzy nemá význam odhadovať dopyt po nových automobiloch v SR, vzhľadom k tomu, že pri ročnej produkcii 570 tis. Automobilov tvoril dopyt v SR vo výške 70 tis. Iba 12,3% z celkovej produkcie. Hlavný dopyt po automobiloch je sústredený v rámci EÚ 15, ktorý v roku 2008 predstavoval 13,2 mil. automobilov.

Predpokladá sa, že dopyt po nových automobiloch je funkciou príjmu, ceny a očakávaní. Pri tvorbe jednorovnicového modelu sa HDP a vývoj cenovej hladiny ukázali ako štatisticky nevýznamné, preto bude dopyt odhadnutý v závislosti od vývoja indikátora ekonomického sentimentu³. Odhad je robený na sezónne neočistených časových radoch za obdobie od 1997Q1 do 2008Q4. Následne je vytvorená prognóza na prvé tri štvrťroky roky 2009 a porovnaná so skutočnosťou. Rozdiel medzi odhadom a skutočnosťou bude pripísaný vplyvu šrotovného, to znamená, počet automobilov, ktoré by si spotrebiteľia s vysokou pravdepodobnosťou nekúpili, keby šrotovné nebolo zavedené. Je predpoklad, že spotrebiteľia by bez zavedenia šrotovného kúpu automobilu odložili do budúcnosti, čo znamená zníženie dopytu v nasledujúcich rokoch.

Odhad dopytu po nových automobiloch v EÚ

$$\text{LOG}(\text{REGAEU15}) = 13.51 + 0.3194 \cdot \text{LOG}(\text{IESEU15}) + 0.1662 \cdot \text{S1} + 0.1567 \cdot \text{S2}$$

kde,

REGAEU15 je dopyt po nových osobných automobiloch v EU15

IESEU15 je index ekonomického sentimentu v EU15

S1, S2 sú sezónne vplyvy v prvom a druhom štvrťroku

Na základe odhadnutej rovnice a už známych údajov o vývoji indikátora ekonomického sentimentu za prvé tri štvrťroky 2009 je odhadnutý dopyt po nových automobiloch v EÚ 15 a porovnaný so skutočnosťou.

³ **Indikátor ekonomického sentimentu (IES)** je zložený ukazovateľ, ktorý má za cieľ zobrazovať aktuálny stav očakávaní všetkých účastníkov ekonomického prostredia. Pozostáva z agregovaných údajov z výsledkov konjunkturálnych prieskumov v priemysle, stavebníctve, maloobchode, službách a z výsledkov prieskumu o názoroch spotrebiteľov na aktuálnu ekonomickú situáciu.

Porovnanie skutočného dopytu po nových automobiloch s odhadom 2009Q1 až 2009Q3				
	2009q1	2009q2	2009q3	spolu
Dopyt po nových automobiloch - skutočnosť	3 148 788	3 659 490	3 230 083	10 038 361
Dopyt po nových automobiloch - odhad	3 302 310	3 341 506	2 976 765	9 620 581
Rozdiel	-153 522	317 984	253 318	417 780

Zdroj: ACEA, vlastné výpočty

Z porovnania vidieť, že skutočný dopyt po nových autách bol v porovnaní s odhadovaným dopytom za prvé tri štvrťroky vyšší o 417 780 kusov, čo predstavuje 4,2% zo skutočnej hodnoty za prvé tri kvartály.

Záver

V roku 2009 bol v SR v rámci dvoch vln šrotovného podporený nákup 44,2 tis. automobilov (nové auto s podporou štátu je možné kúpiť do konca roka 2009), čo predstavuje 63% z počtu nových registrovaných áut v roku 2008. Toto opatrenie výrazne zvýšilo dopyt po nových autách. Kým v roku 2008 bolo registrovaných áut za prvé tri štvrťroky 52,1 tis., za rovnaké obdobie roku 2009 to bolo 62,4 tis. áut, čo predstavuje nárast o 19,7%. Aj keď je možné konštatovať pozitívny vplyv tohto opatrenia na predaj nových automobilov v SR v roku 2009, v ďalšom období to môže mať negatívny vplyv na dopyt po nových automobiloch. Takisto možno konštatovať, že šrotovné v minimálnej miere podporilo domáci automobilový priemysel, pretože počet kúpených automobilov v rámci tejto akcie nepredstavuje ani 10% produkcie automobilov v SR. Podľa štatistických údajov podiel automobilov vyrobených na Slovensku na automobiloch predaných v šrotovnom bol na konci apríla 10%. Pri zachovaní takéhoto podielu by predstavoval vplyv šrotovného pre automobilový priemysel v SR dodatočný dopyt v počte 4,4 tis. automobilov. To znamená, že šrotovné v SR nebolo podporou domáceho priemyslu, ale zahraničného. Pre SR je významným faktorom vplyv šrotovného v rámci Európskej únie.

V rámci EÚ15 zavedenie nemalo taký výrazný vplyv na dopyt po nových automobiloch ako v SR. Na základe odhadu zvýšilo dopyt po nových automobiloch za tri štvrťroky 2009 o 417 780 kusov. Na základe toho možno konštatovať, že zavedenie šrotovného by nemuselo mať vážny dopad na dopyt po nových autách v EÚ 15 v nasledujúcich rokoch, pokiaľ dôjde k oživeniu ekonomického rastu.

Z toho vyplýva, že výrobcovia osobných automobilov v SR by nemuseli mať v budúcnosti problém s odbytom svojej produkcie. Pokiaľ tohtoročný vysoký dopyt po automobiloch v SR zapríčiní nižší dopyt po nových autách v budúcom roku, do problémov by sa mohli dostať skôr predajcovia, nie výrobcovia.

Príloha

Dependent Variable: LOG(REGAEU15)
Method: Least Squares
Date: 12/07/09 Time: 10:32
Sample (adjusted): 1997Q1 2008Q4
Included observations: 48 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.50716	0.411810	32.79946	0.0000
LOG(IESEU15)	0.319420	0.089174	3.581980	0.0008
@SEAS(2)	0.156670	0.017940	8.733232	0.0000
@SEAS(1)	0.166168	0.017898	9.284075	0.0000
R-squared	0.764871	Mean dependent var		15.06499
Adjusted R-squared	0.748839	S.D. dependent var		0.100814
S.E. of regression	0.050524	Akaike info criterion		-3.053090
Sum squared resid	0.112317	Schwarz criterion		-2.897157
Log likelihood	77.27417	Hannan-Quinn criter.		-2.994163
F-statistic	47.71031	Durbin-Watson stat		1.604666
Prob(F-statistic)	0.000000			

Použitá literatúra

1. Siddharta Utama, The demand for new cars and the index of consumer sentiment, *Sosial humaniora*, Vol. 7, No.1, Juni 2003
2. Jordi Jaumandreu, The demand for cars: a discrete choice model with income effects, September 2001

Kontaktné údaje

Ing. Rastislav Gábik
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 824
email: rgabik@centrum.sk

KLASICKÁ A REVERZNÁ DISTRIBÚCIA TOVARU

FORWARD AND REVERSE DISTRIBUTION OF PRODUCTS

Pavel Gežík, Zuzana Škerlíková

Abstrakt

Cieľom tohto článku je poukázať na nové trendy klasickej a reverznej distribúcie tovarov. Klasická distribúcia ma za cieľ dostať produkty od výrobcu k spotrebiteľovi, vytvára si vlastné kanály s cieľom optimalizácie nákladov spojených s prepravou tovaru. Reverzná logistika si buď vytvára nové distribučné kanály alebo môže používať tie, ktoré sa využívajú pri klasickej distribúcii. Zmena nastáva v tom, že tok tovaru nie je smerom od dodávateľa k spotrebiteľovi, ale naopak.

Existuje množstvo teórií a k nim prislúchajúcich modelov ku klasickej a reverznej logistike. Možno ich rozdeliť do dvoch hlavných skupín a to modely, ktoré sa zaoberajú štruktúrou siete pre reverznú logistiku a modely manažmentu zásob, ktoré sa zameriavajú na určenie fyzického množstva prepravovaných tovarov.

KLúčové slová: *klasická logistika, reverzná logistika, distribucia, zásoby, optimalizácia, recyklácia, znovuprerobenie*

Abstract

The aim of this article is to refer to new tendencies of forward and reverse goods distribution. The purpose of forward distribution is get products to the consumer by generating own channels to optimize the costs of products transport. Reverse logistics is either generating new distribution channels or uses the channels of forward distribution. The difference is that the movement of goods is not directed only to the consumer but it can be reversal as well.

There are lots of theories and appertained models for forward and reverse logistics. The models can be divided in two main groups: the models dealing with the reverse logistics network design and models of inventory management which determine quantity of transported goods.

Keywords: *forward logistics, reverse logistics, distribution, inventory, optimalization, recycling, remanufacturing*

ÚVOD

Nové trendy v riadení hospodárskych činností v novodobej ekonomike spočívajú nie len v optimalizácii finančných ukazovateľov, teda minimalizácii nákladov a maximalizácii zisku ale i apelujú i na environmentálnu stránku výrobného procesu. Právě tieto trendy tlačia na výrobcov aby sa snažili vyrábať čo najohľaduplnejšie k životnému prostrediu viedli k tomu, aby výrobcovia začali riešiť možnosti znovuvyužitia surovín, ktoré boli už raz použité vo výrobe.

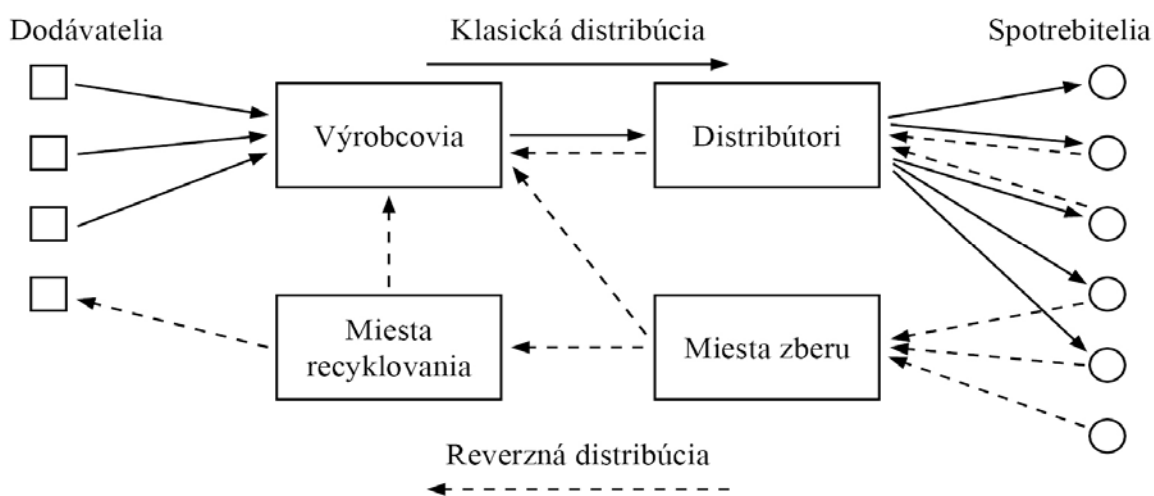
Výrobcovia teda nehľadajú len spôsob, ako doručiť tovar na všetky miesta jeho odbytu ale zaujíma ich i to, ako sa k nim tento tovar dostane po skončení svojej životnosti. Tento reverzný tok ovplyvnil i doposiaľ známe riešenia okružných úloh, ktoré sa už nezaobierajú len k spotrebiteľovi.

1 KLASICKÁ A REVERZNÁ DISTRIBÚCIA TOVARU

Cieľom klasickej distribúcie tovarov je zabezpečiť aby boli vyrobené produkty prepravené od výrobcu k miestu odbytu, teda k spotrebiteľovi. Tento pohyb tovaru je základnou myšlienkou distribúcie tovarov a podmieňuje vybudovanie kompletnej sieť distribučných kanálov.

Reverzná distribúcia sa venuje „spätnej“ distribúcii tovaru. Na to nemusí zákonite vytvárať nové distribučné kanály určené priamo na zber a transport použitých tovarov, ale môže prebiehať prostredníctvom kanálov, ktoré sú využívané pri klasickej distribúcii alebo prostredníctvom ich kombinácie. Preto sa zásoby môžu vytvárať na tých istých miestach, pričom ich charakter bude rôzny, teda budú to zásoby produktov určených na predaj, ale i zásoby vrátených produktov.

Obrázku 1¹ znázorňuje jednoduchú, resp. základnú schému tokov reverznej distribúcie (spotrebiteľ – výrobca), ktorá ilustruje možnosť vytvorenia reverzného toku v kombinácii s klasickým tokom v rámci kanálov dopravujúcich výrobky od výrobcu k spotrebiteľovi.



Obr. 1 Klasická a reverzná distribúcia zásob

2 DISTRIBUČNÉ SIETE A SUBJEKTY V NICH VYSTUPUJÚCE

V procese klasickej distribúcie tovaru vystupujú rôzne subjekty od dodávateľov cez výrobcov, predajcov, distribútorov, veľko- a maloobchodov až po samotných spotrebiteľov. Všetky tieto subjekty, okrem spotrebiteľov majú rovnaký cieľ, a to dostať tovar k miestam jeho odbytu za účelom predaja za čo najnižšie náklady. Preto je ich hlavným cieľom optimalizácia nákladov spojených s prepravou tovaru. Výška týchto nákladov je v prevažnej miere spojená s prepravou tovaru, teda závisí od počtu prejazdených kilometrov ako od optimálneho využitia prostriedkov zabezpečujúcich túto prepravu.

Najčastejšie prebieha optimalizácia vo výrobných podnikoch, kde podnik vystupuje na začiatku ako spotrebiteľ, teda posledný člen distribučnej siete, a potom, ako prebehne výroba, vystupuje ako prvý člen, teda výrobca produktu, ktorý tento produkt posúva na odbyt v rámci distribučnej siete.

Jednoduchá distribučná sieť klasickej distribúcie ma tvar: *výrobca – spotrebitelia*.

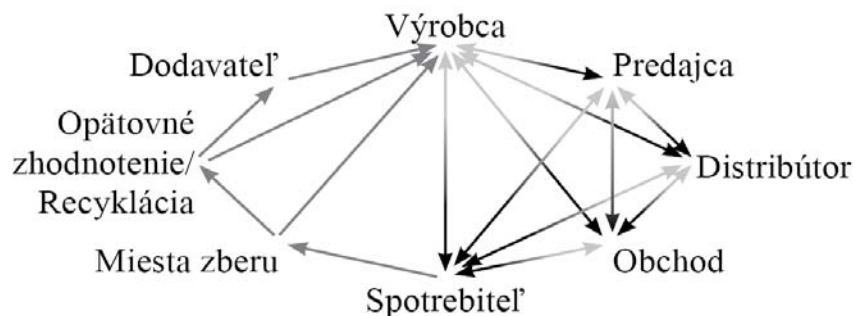
¹ FLEISCHMANN, M. a kol: Quantitative models for reverse logistics: A review, European Journal of Operational Research 103 (1997), s. 1-17.

Ak sa táto sieť rozšíri o medzičlánky, ktoré sprostredkujú obchod, resp. realizujú distribúciu k spotrebiteľovi, tak môže sieť vyzeráť: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – spotrebiteľia*, alebo: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – spotrebiteľia*

Ak ide o produkty bežnej spotreby, môžu do tejto siete vstupovať i veľkoobchod a maloobchod a potom sa sieť rozrastie na: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – veľkoobchod – maloobchod – spotrebiteľia*

V rámci reverznej distribúcie vyzerá distribučná sieť rovnako, len tok tovaru nie je iba smerom od výrobcu k spotrebiteľovi, ale aj opačne. Podľa potreby do siete ešte vstupujú miesta zberu produktov, miesta opätovného zhodnotenia/recyklácie a potom sa produkt vracia späť k výrobcovi, teda sa z klasickej línie procesu riadenia zásob stáva uzavretý cyklus tokov produktov: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – veľkoobchod – maloobchod – spotrebiteľia – miesta zberu produktov – miesta opätovného zhodnotenia/recyklácie – výrobca*

Podľa jednotlivých špecifik distribučnej siete ako i charakteru distribuovaného produktu nemusia byť v distribučnej sieti zahrnuté všetky subjekty, to je znázornené na obrázku č. 2, kde ► znamená klasickú distribúciu, ► znamená reverznú distribúciu na účel reklamácie, servisu, inovácie a pod. a ► znamená reverznú distribúciu na účel znovuzhodnotenia produktov[1].



Obr. 2 Uzavretý dodávateľský reťazec

V rámci správneho navrhnutia distribučnej siete je nutné poznať [1]:

- stupeň centralizácie klasického distribučného kanálu (množstvo predajcov alebo distribútorov...) ako i reverzného kanálu (centralizácia zberateľských aktivít, množstvo zberných miest...),
- plánované kapacity v klasickom a reverznom distribučnom kanáli (určovať pomer medzi nákupom nových zásob alebo získavaním potrebných zásob z obnoviteľných zdrojov, a tak ušetriť na nákupe nových zásob),
- manažment zásob v klasickom a reverznom distribučnom kanáli, teda určovanie vhodnej úrovne zásob nových produktov, nepoužitých vrátených produktov, obnoviteľných produktov atď.,
- počet úrovní distribučného kanála a to, či môže byť integrovaný proces pôvodnej výroby a proces prepracovania,
- úroveň spolupráce medzi dodávateľmi a odberateľmi, ako i stupeň partnerskej spolupráce,

- verejnú mienku a jej vplyv.

Toky medzi subjektmi v klasickej a reverznej distribúcii

Na základe vzájomného prepojenia klasických a reverzných tokov podľa charakteru prepravovaných druhov tovarov a foriem ich opätovného použitia je možné sledovať pohyb tovarov v distribučnej sieti medzi jednotlivými subjektami.

Vychádzajúc z celého komplexu tokov a vzťahov v rámci klasickej a reverznej distribúcie a ohodnotenia vplyvu prekážok externého prostredia systému (ako sú nová štátna regulácia alebo zmena legislatívy a pod.) je možné pochopiť vzťahy medzi jednotlivými súčasťami systému, ich vzajomne ovplyvňovanie ako i nutnosť niektorých procesov.

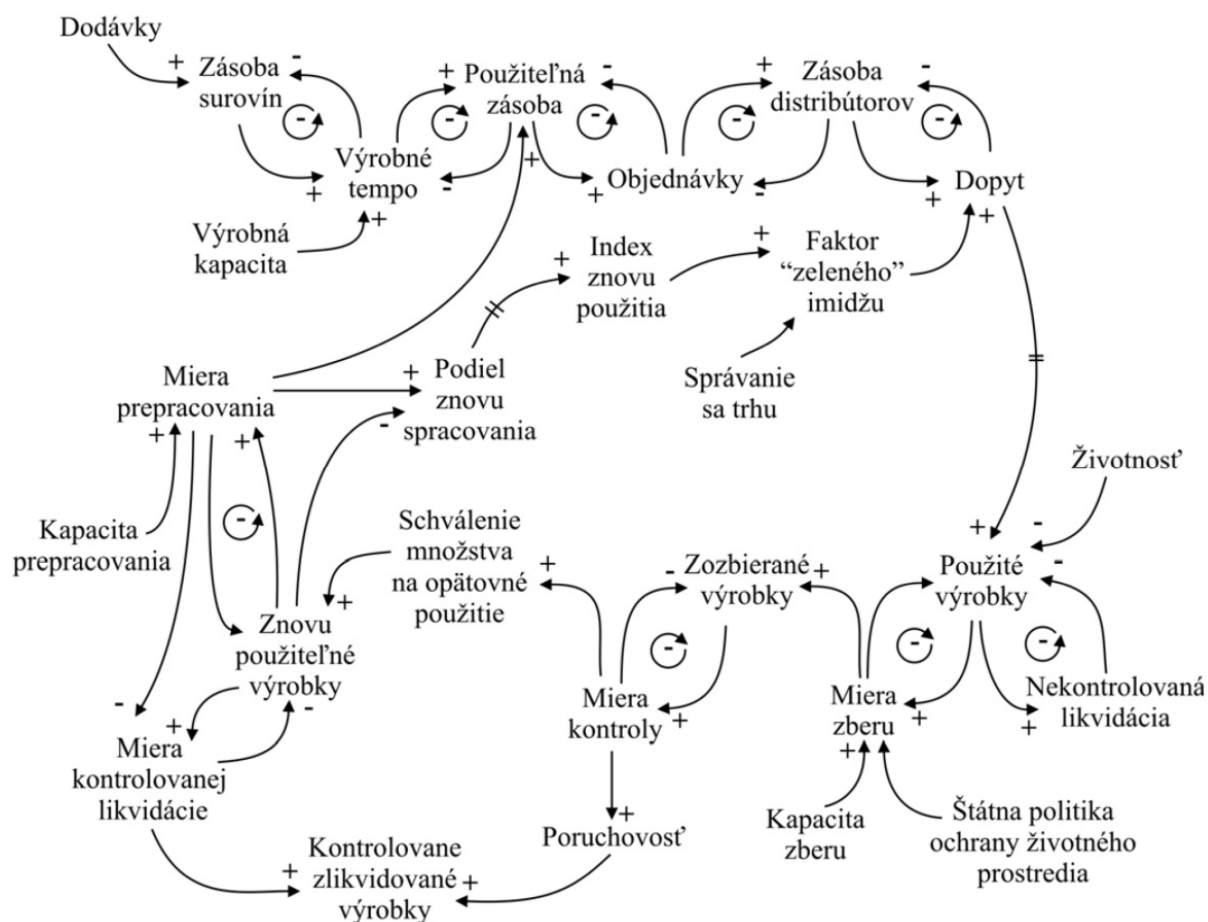
Podľa Georgiadisa a Vlachosa (2003) je možné skonštruovať logistický systém procesu riadenia zásob, ktorý znázorňuje toky medzi jednotlivými subjektmi ako i logickú postupnosť podprocesov procesu riadenia zásob, čo ilustrujú obrázky č. 3 a 4²[3].

Obrázok 4 zobrazuje tento logistický systém ako influenčný diagram, ktorý je založený na znázornení vplyvov, ktoré kladne alebo záporné ovplyvňujú jednotlivé činnosti tak v klasickej ako i v reverznej distribúcii tovarov. V tomto diagrame možno vidieť postupnosť činností, ako aj ich vplyv na jednotlivé procesy distribúcie tovaru.



Obr. 3 Subjekty a hlavné toky v uzavretom dodávateľskom reťazci

² Upravený a doplnený obrázok zo DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WÄSSENHOVE, L. N. v. (Eds.): *Reverse Logistics*. Berlin : Springer-Verlag, 2004.



Obr. 4 Logistický systém procesu distribúcie tovaru

Formy distribúcie

V rámci distribúcie tovarov sú známe mnohé formy spôsobu dopravy tovaru na miesto určenia. Od jednoduchých, ktoré vychádzajú z minimalizácie času a nákladov na skladovanie a ich princíp spočíva v nákupe tovaru v okamžiku, kedy nastáva jeho potreba, teda „pravé včas“ (*Just in time*). Kde cieľom sú nulové zásoby, žiadna manipulácia, nulové časy dodávky, dávky s veľkosťou jedna a rovnomernosť vyťažovania.

Cez pružný objednávkový systém s rýchlou odozvou (*Quick Response*), ktorý sa využíva najmä v maloobchode a jeho efektívnosť je založená na urýchlení toku zásob. Funguje na základe elektronickej výmeny informácií na základe čoho znižuje stav zásob a eliminuje deficit zásob. Modifikácia tohto systému je komplexný objednávkový systém (*Efficient Consumer Response*), ktorý je orientovaný priamo na zákazníka, ale informácie i potreby sa dostávajú priamo k výrobcovi cez celý distribučný kanál, teda sa plošne implementuje elektronickej výmeny údajov v rámci celého logistického reťazca. Výhodou je možné zníženie stavu zásob v celom logistickom reťazci.

Po komplexný manažment riadenia dodávateľských reťazcov (*Supply Chain Management*), ktorý reprezentuje koncept rozšírenej logistiky. Je zameraný na celý hodnotový reťazec od výrobcov materiálov až po konečného zákazníka. Zaoberá sa najmä rozhodovaním v oblastiach výberu a spolupráce s dodávateľmi na základe viacerých kritérií (cena, náklady, dostupnosť,...) ale i del'bou práce medzi subjektmi v distribučnom kanály a rozmiestnením výrobných procesov. Orientuje sa na potreby konečných spotrebiteľov so zámerom redukcie zásoby a rýchlejšej reakcie na zmeny na trhu.

3 MODELY KLASICKEJ A REVERZNEJ DISTRIBÚCIE

O klasickej ako i reverznej distribúcii je vypracovaných množstvo teórií a k nim prislúchajúcich modelov. Tieto modely možno rozdeliť do dvoch hlavných skupín, a to na modely zaoberajúce sa štruktúrou a dizajnom siete pre klasickú ale i reverznú logistiku (*Network Design*), teda riešenia okružných úloh a modely zaoberajúce sa manažmentom zásob (*Inventory Management*).

Modely, ktoré sa zaoberajú štruktúrou siete pre distribúciu tovarov, si kladú za hlavný cieľ optimalizáciu prepravných nákladov. Oproti klasickým okružným úlohám sa orientujú i na návrat výrobku v rámci jeho opätovného použitia (napr. distribúcia k iným spotrebiteľom na opätovný predaj – *Networks for Re-Use/Re-Distribution/Re-Sale*), prípadne sa výrobok vráti k výrobcovi z dôvodu jeho prerobenia, inovácie alebo zmeny obalu (*Networks for Remanufacturing/Re-Design*). Ich obsahom je tiež recyklácia, nie však s ohľadom na životné prostredie, ale s cieľom využiť suroviny na opätovnú výrobu (*Networks for Recycling*) [2].

Modely manažmentu zásob sa sústreďujú predovšetkým na určovanie fyzického množstva prepravných tovarov. Sú to klasické modely zásob založené na EOQ prístupe, ktoré minimalizujú náklady spojené s nákupom a držaním zásob. Tie môžu byť rozšírené o rôzne prípady návratov produktov podniku v rámci predaja (*Commercial Returns Cases*) alebo o servisné návraty (*Service Return Cases*), ktoré neovplyvňujú nákup zásob. Alebo sú to tak, ktoré majú za cieľ znížiť potrebu zásob tým, že využívajú návrat produktov na účel opätovného prerobenia alebo recyklácie po splnení účelu použitia, na ktoré bol produkt určený (*End-of-Use Returns Cases*), alebo po dovŕšení jeho životnosti (*End-of-Life Returns Cases*).

Použitá literatúra

- [1] BREZINA Ivan, ČIČKOVÁ Zuzana, GEŽÍK Pavel, PEKÁR Juraj: Modelovanie reverznej logistiky – optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009.
- [2] BREZINA, Ivan - GEŽÍK, Pavel - ČIČKOVÁ, Zuzana. Manažment reverznej logistiky. In *Ekonomika a manažment : vedecký časopis Fakulty podnikového manažmentu Ekonomickej univerzity v Bratislave* 2009. roč. 6, č. 1, s. 45-60.
- [3] DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. - WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): *Reverse Logistics*. Berlin : Springer-Verlag, 2004.
- [4] FLEISCHMANN, M. a kol: Quantitative models for reverse logistics: A review, *European Journal of Operational Research* 103 (1997), s. 1-17.

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 908 333360, email: pavelgezik@gmail.com

Ing. Zuzana Škerlíková

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 , email: zuzana.skerlikova@gmail.com

EKONOMETRICKÉ PRÍSTUPY KVANTIFIKÁCIE VZŤAHOV INDIKÁTOROV V NOVEJ EKONOMIKE

ECONOMETRIC APPROACHS OF QUANTIFICATION OF INDICATORS RELATIONS IN NEW ECONOMY

Michal Grell

Abstrakt

V príspevku sa zaoberáme vzťahom hospodárskeho a informačného prostredia na báze štatistických ukazovateľov na národohospodárskej úrovni. Definujeme príčinné vzťahy, ktoré vyjadrujú ich pozíciu v novej ekonomike. Formulujeme bilančno-ekonometrický model.

Kľúčové slová: hospodárske prostredie, informačné prostredie, parametre a indikátory informačného prostredia, ekonometrický model

Abstract

In the contribution we go into the correlation of economic and information environment based on statistical indicators on national economy level. We define the causal relations which describe the position of these indicators in new economy. We formulate the balance econometric model.

Keywords: economic environment, information environment, parameters and indicators of information environment, econometric model

ÚVOD

Makroekonomická analýza používa na posudzovanie ekonomických vzťahov makroekonomické veličiny rozličného typu¹. Ukazuje sa však, že v novej ekonomike tieto indikátory sa môžu nachádzať v nových príčinných vzťahoch. A pritom ešte je potrebné uvažovať veľkú skupinu nefinančných ukazovateľov, ktorým je venovaná pozornosť predovšetkým v publikáciách zo západných európskych krajín a USA, ale zaznamenávame aj veľa odkazov na internete. Ak hovoríme, že nová ekonomika si vyžaduje aj nové ukazovatele, potom môže byť užitočné aj hľadanie nových vzťahov medzi indikátormi a využívať ekonometrické prístupy.

1 HOSPODÁRSKE PROSTREDIE V INFORMAČNEJ EKONOMIKE A MOŽNOSTI JEHO KVANTIFIKÁCIE

Programy informatizácie spoločnosti vo vyspelých krajinách, ale postupne už aj v našich podmienkach², definujú prvky informačného prostredia (informácie, informačné služby,

¹ Napríklad efektívnosť ekonomiky (tempo ekonomického rastu, tempo rastu produktivity práce, vzájomný pomer spotreby a investícií, miera inflácie), fungovanie ekonomiky (celková úroveň výroby, zamestnanosť, vývoj cenovej hladiny), celková výkonnosť ekonomiky (hrubý domáci produkt, celková spotreba a investície, množstvo peňazí v obeh, miera inflácie a nezamestnanosti) a ďalšie.

² Napr. *Národný strategický referenčný rámec* na obdobie rokov 2007-2013 stanovuje plnenie národných priorít v nadväznosti na čerpanie finančných prostriedkov zo štrukturálnych fondov EÚ.

informačné aplikácie, informačnú infraštruktúru, informačné technológie a pod.) nielen ako podporu hospodárskeho prostredia (napr. podporu rozhodovacieho procesu, automatizáciu pracovného miesta, vzniku nových pracovných príležitostí a pod.), ale priamo ako rozhodujúce atribúty jeho štruktúry a kvality. Základný vzťah informačného a hospodárskeho prostredia primárne odvodíme od trojúrovňového členenia spoločnosti (tab.1), a to štruktúr [1]:

- občianskych (potenciálnych používateľov informatizácie),
- profesionálnych (odborného zázemia informatizácie),
- politických (garantov spoločenských podmienok informatizácie).

Jednotlivé prvky informačného prostredia možno ďalej charakterizovať parametrami³. Niektoré parametre a príslušné indikátory uvádzame v tab. 2.

Štruktúry informačného členenia spoločnosti	Podnety	Prvky informačného prostredia					Podnety	Charakteristiky hospodárskeho prostredia		
Občianske štruktúry	<div style="text-align: center;"> </div>	Informácie	Informačné služby	Informačné aplikácie	Informačná infraštruktúra	Informačné technológie	Zamestnanosť	Efektivita	Globalizácia	
Potencionálni používatelia informatizácie										
Profesijné štruktúry										
Odborné zázemie informatizácie										
Politické štruktúry										
Garanti spoločenských podmienok informatizácie										
Spätná väzba										

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa [1]

Tab. 1 Identifikácia vzťahu informačného a hospodárskeho prostredia

Kvantifikácia informačného prostredia

Informačné prostredie chápeme ako *miesto, kde sa vytvárajú (tvorba) alebo spotrebúvajú (užitie) informačné produkty*. Už v 60-tych rokoch 20. storočia bol v USA proces informatizácie analyzovaný z národohospodárskeho hľadiska, pričom boli stanovené základné kritériá triedenia činností v národnom hospodárstve na *informačné* a *ostatné* [4].

³ Tak napr. pre hardvér a informačné technológie môžu byť parametrami vybavenie pracovných miest výpočtovou technikou, veľkosť vonkajšej a operačnej pamäte, využívané siete, operačné systémy, databázové systémy a pod., pre telekomunikačnú infraštruktúru hustota telefónnej siete, miera digitalizácie hlavných telefónnych staníc, miera telefonizácie bytov, štatistická doba čakania na zariadenie telefónnej stanice, hustota verejných telefónnych automatov a pod.

Názov prvku informačného prostredia	Charakteristika prvku informačného prostredia	Názov parametra	Indikátor na kvantifikáciu parametra
Informačné služby	Väčšinou služby webového charakteru	Dostupnosť	Maximálny počet možných potenciálnych používateľov
		Miera automatizácie	Počet manuálnych úkonov, ktoré daná služba automatizuje
		Používateľské rozhranie	Doba odozvy používateľského rozhrania
		Spoľahlivosť	Stredná doba bezporuchovej prevádzky
Informačné aplikácie	Aplikácie používané ekonomickými subjektmi a jednotlivcami na vykonávanie svojej činnosti	Funkcionalita	Schopnosť plniť funkčné požiadavky a spolupracovať s okolitými systémami
		Použitelnosť	Miera jednoduchosti obsluhy používateľmi
		Spoľahlivosť	Stredná doba bezporuchovej prevádzky
		Výkonnosť	Počet operácií za jednotku času
		Servisovateľnosť	Náklady na údržbu
Informačná infraštruktúra	Prenosová sústava, pomocou ktorej sa vymieňajú informácie z informačných služieb a aplikácií	Priepustnosť infraštruktúry	Rýchlosť prenosu dát
		Spoľahlivosť	Stredná doba bezporuchovej prevádzky
		Pokrytie územia	Hustota pokrytia
		Parameter dostupnosti	Cena daného technologického riešenia na trhu

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa [4]

Tab. 2 Vybraté prvky, parametre a indikátory informačného prostredia

V súčasnosti je k dispozícii niekoľko prístupov, ako napr. ukazovatele programu eEurope+, Eurostatu, Štatistického úradu Fínska, rôznych bankových inštitúcií a ďalšie. Z charakteristiky vplyvov pôsobiacich v novej ekonomike, najmä vplyvu *znalostí* (zahrnujú intelektuálny kapitál ako strategický faktor, rozličné rozhodnutia dôležité pre spoločnosť), *zmeny* (obyčajne je kontinuálna, rýchla, komplexná a môže prinášať neistotu) a *globalizácie* (predstavuje otvorenie ekonomiky v technológiách, výrobe, obchode, financiách, komunikácii, informáciách a pod.) vychádza potreba definovania nových ukazovateľov merania výkonnosti ekonomiky. Uvádzame prehľad niektorých programov na zisťovanie indikátorov novej ekonomiky [5], [6]:

- projekt New Economy Statistical Information System, ktorý rozvíja a hodnotí indikátory novej ekonomiky v rámci SINE (Statistical Indicators of the New Economy). Tieto indikátory sú aj súčasťou Európskeho štatistického systému.
- projekt New Indicators for the Knowledge Based Economy, ktorý rozvíja indikátory hodnotenia významných zmien v ekonomike založenej na znalostiach.

V tejto súvislosti možno uviesť aj ďalšie relevantné projekty, ktoré sa zaoberajú indikátormi novej ekonomiky, napr.: AITEG, STAR (<http://www.databank.it/star>), MUTEIS (<http://muteis.infonomics.nl>) a pod.

Na základe analýzy spomínaných prístupov a doterajších poznatkov možno pri návrhu indikátorov informačnej ekonomiky odporúčať postup, ktorý na makroúrovni zohľadňuje možnosti kvantifikácie najmä [1]:

- tvorby a využitia zdrojov,
- zmeny štruktúry ekonomiky.

Ďalej sa zaoberáme možnosťami kvantifikácie pomocou ukazovateľov tvorby a využitia zdrojov

Východiskom môže byť prístup, ktorý vychádza z odvetvovej klasifikácie ekonomických činností (OKEČ) a umožňuje k činnostiam v informačnom sektore priradiť indikátory, ktoré viažu na *tvorbu* (priemysel, zahraničný obchod – vývoz) a *užitie* (životná úroveň obyvateľstva – výdavky na informatizáciu, tržby za služby, zahraničný obchod – dovoz, doprava a telekomunikácie, štátny rozpočet – výdavky) *hrubého domáceho produktu* (HDP). Podľa OKEČ možno z hľadiska tvorby a využitia HDP rozlíšiť tieto informačné činnosti: výroba kancelárskych strojov a počítačov, výroba rádiových, televíznych a spojovacích zariadení, vydavateľstvo a tlač, počítačové a súvisiace činnosti (napr. spracovanie údajov, činnosti súvisiace s databázami), iné obchodné služby (napr. sprostredkovanie a nábor pracovnej sily, ostatné obchodné činnosti). K jednotlivým činnostiam potom priradíme ukazovatele, ktoré môžu charakterizovať produkciu výrobkov a trhových služieb napr. takto: predaj spolu, vývoz, tržby spolu, spracovanie dát a súvisiace činnosti (z toho: poradenská činnosť, oprava kancelárskych strojov), iné obchodné služby (z toho: reklamné činnosti, sprostredkovanie pracovnej sily), výdavky za priemyselný tovar (z toho: potreby pre domácnosť investičného charakteru vrátane osobných počítačov), výdavky za služby (z toho: výdavky na spoje, výdavky na osobné služby, výdavky na vzdelávanie a kultúrne služby) [1].

Ďalším možným zdrojom doplnenia údajovej základne môžu byť ukazovatele *Colného sadzobníka*, ktorý používa kombináciu opisu a číselného označovania tovaru⁴ ako aj ukazovatele z oblastí *dopravy a telekomunikácií, výdavkov štátneho rozpočtu a rôzne*, ktoré nie sú predmetom periodických zisťovaní.

Formulácia bilančno-ekonometrického modelu

Ako príklad možno uviesť aktivitu dvoch subjektov, *podnikov a domácností*. Podniky realizujú informatické aktivity v oblasti tvorby zdrojov HDP napr. výrobou počítačov, súhrnne charakterizovanou hodnotou produkcie alebo pridanou hodnotou. V oblasti využitia môžu vykonávať počítačové a súvisiace činnosti, ktoré sa premietnu ako tržby za spracovanie údajov. *Možno sledovať väzbu po línii tržby-investície-pracovníci*. Domácnosti môžu použiť svoje dôchodky na nákup informatických produktov vo forme výdavkov na nákup počítačov, rôznych softvérových produktov a pod. *Možno sledovať väzbu tržby-výdavky*.

Príklad možno ďalej rozvinúť do formulácie *bilančno-ekonometrického modelu*. Model môže pozostávať z troch blokov: *bloku bilančných rovníc* na výpočet HDP výrobnou a spotrebnou metódou, *bloku funkčných závislostí* vybraných ukazovateľov, ktoré charakterizujú informačné produkty a *bloku medziblokových rovníc*, ktoré vyjadrujú závislosť niektorých

⁴ Tieto ukazovatele možno sledovať v jednotkách množstva, ale aj v hodnotovom vyjadrení.

ukazovateľov druhého bloku od jednotlivých zložiek HDP v prvom bloku. Rámcová formulácia deterministického modelu⁵:

I. blok

$$\text{pridaná hodnota} = \text{výroba} - \text{medzis potreba}; \quad (1)$$

$$\text{HDP(vm)} = \text{pridaná hodnota} + \text{ostatné}; \quad (2)$$

$$\text{HDP(sm)} = \text{spotr.obyv.} + \text{spotr.vlády} + \text{investície} + \text{vývoz}; \quad (3)$$

II. blok

$$\text{tržby org.za služby} = f_1(\text{výdavky obyv.za služby}); \quad (4)$$

$$\text{výdavky obyv.spolu} = f_2(\text{disp.příjmy obyv.}); \quad (5)$$

$$\text{výdavky obyv.za služby} = f_3(\text{výdavky obyv.spolu}); \quad (6)$$

kde f_1 , f_2 a f_3 sú funkčné vzťahy

III. blok

$$\text{vývoz} = g_1(\text{vývoz v priem.}); \quad (7)$$

$$\text{spotreba obyv.} = g_2(\text{výdavky obyv.spolu}); \quad (8)$$

kde g_1 , g_2 sú funkčné vzťahy

Vzťahy v jednotlivých blokoch sú podrobnejšie špecifikované v tab. 3.

Blok modelu	Funkčný vzťah		
	Označenie	Typ	Charakteristika
I.	=	identita	Výpočet pridanej hodnoty
	=	identita	Výpočet HDP výrobnou metódou
	=	identita	Výpočet HDP spotrebnou metódou
II.	f_1	lineárny	Závislosť tržieb/výdavkov za/na počítačové a súvisiace činnosti
	f_2	lineárny	Závislosť použitia dôchodkov na nákupe informatických produktov vo forme výdavkov
	f_3	lineárny	Závislosť výdavkov na počítačové a súvisiace činnosti od celkových výdavkov
III.	g_1	lineárny	Závislosť vývozu od vývozu v odvetví priemyslu
	g_2	lineárny	Závislosť spotreby a výdavkov obyvateľov

Zdroj: Vlastné spracovanie

Tab. 3 Špecifikácia funkčných vzťahov

2 ANALÝZA FUNKČNÝCH VZŤAHOV

Vo všeobecnosti možno na analýzu funkčných vzťahov použiť *jednorovnicový* ekonometrický model. Všeobecný jednorovnicový lineárny model má tvar [2]:

⁵ Niektoré aspekty modelu boli experimentálne overované využitím štvrtročných časových radov za obdobie rokov 1992 – 1995 v rámci riešenia makroekonometrických modelov prof. Laščiaka [3].

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + u_i \quad (9)$$

kde y_i je i -té pozorovanie závisle premennej Y ,

x_{ij} - reprezentujú i -té pozorovanie vysvetľujúcich premenných X_1, X_2, \dots, X_k ,

β_k - odhadnuté parametre rovnice,

u_i - náhodná zložka i -tého pozorovania.

Na základe vzťahov (1) až (8) a ich opisu v tab. 3, s možnosťou zohľadniť vzájomnú súvislosť premenných, formulujeme *viacrovnicový* ekonometrický model:

$$\begin{aligned} y_{i1} &= && + x_{i1} - x_{i2} \\ y_{i2} &= && + x_{i3} && + y_{i1} \\ y_{i3} &= && x_{i4} + x_{i5} && + y_{i7} + y_{i8} \\ y_{i4} &= \beta_{40} + \dots && + \beta_{46} x_{i6} && + u_{i4} \\ y_{i5} &= \beta_{50} + \dots && + \beta_{57} x_{i7} && + u_{i5} \\ y_{i6} &= \beta_{60} + \dots && && + \gamma_{65} y_{i5} + u_{i6} \\ y_{i7} &= \beta_{70} + \dots && + \beta_{78} x_{i8} && + u_{i7} \\ y_{i8} &= \beta_{80} + \dots && && + \gamma_{85} y_{i5} + u_{i8} \end{aligned} \quad (10)$$

V sústave rovníc (10) je 8 vysvetľovaných a 8 vysvetľujúcich premenných, druhý index pri náhodných zložkách je totožný s poradím rovnice.

ZÁVER

Po predbežnom vyhodnotení údajovej základne bolo možné formulovať viacrovnicový lineárny model (10). V ďalšom postupe prác sa zameriame na kvantifikáciu a verifikovanie funkčných vzťahov, ktoré sú odvodené využitím rovnosti *výroba=spotreba=dôchodky* na národohospodárskej úrovni. Model pracuje s *nadblokovými rovnicami* (hlavné identity), *blokovými rovnicami* (špecifické) a *medziblokovými rovnicami* (väzbové). Prípadné korekcie možno očakávať v špecifických a väzbových rovnicach.

Použitá literatúra

- [1] Grell, M. a kol.: Informačné systémy v štátnej správe. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2002.
- [2] Lukáčiková, A.- Lukáčik, M.: Ekonometrické modelovanie s aplikáciami. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008.
- [3] Laščiak, A., Chajdiak, J.: Pohľady na ekonomiku Slovenska. Bratislava: Vydavateľstvo STATIS, 1999.
- [4] Štefánek, J., Grell, M., Klinec, I.: Informatizácia ekonomických objektov v informačnej spoločnosti. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2005.
- [5] <http://cordis.europa.eu/fp7> (dostupné 15.11.2009)
- [6] <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (dostupné 15.11.2009)

Kontaktné údaje

Ing. Michal Grell, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra aplikovanej informatiky

Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava

tel.: +421/2/67295856

e-mail: grell@euba.sk

PLÁNOVANIE A RIADENIE PROJEKTOV ZA POMOCI CPM

PLANNING AND PROJECT MANAGEMENT WITH ASSISTANCE CPM

Andrej Hajšel

Abstrakt

Manažéri a riadenie projektov za pomoci použitia CPM. Princíp riadenia činností. Kritická cesta a IT podpora. Využitie CPM na reálnom investičnom procese.

Kľúčové slová: CPM, riadenie projektov

Abstrakt

Managers and project management supported with CPM. Principle of management activities. Critical path and IT support. Use of CPM for real investment process.

Keywords: CPM, project management

1 PROJEKT A CPM

Kritická cesta je srdcom každého projektu. Jeho aplikácia na vzájomne závislé činnosti rozhoduje o úspechu, či neúspechu projektu ako celku z pohľadu času. V praxi však býva často nesprávne vysvetľovaná, chápaná, a hlavne nedostatočne využívaná.

Úloha kritickej cesty v sieti sa používa predovšetkým na určenie harmonogramu výstavby rôznych projektov, na riadenie výrobných činností z hľadiska ich časového rozvrhovania, na riešenie úloh maximálnej priepustnosti komunikačného systému a pod.

Podľa odbornej literatúry možno definíciu kritickej cesty formulovať asi nasledovne: kritická cesta predstavuje najkratšiu možnú dobu trvania celého projektu, čiže časový úsek potrebný k splneniu všetkých činností v projekte. Kritická cesta sa dostáva do časového plánovania a riadenia projektu prakticky vo všetkých fázach životného cyklu projektu.

1.1 Začiatok projektu

Cieľom úvodnej fázy projektového cyklu býva definícia kľúčových úloh potrebných k dosiahnutiu cieľa projektu. Práve tieto úlohy sa potom s veľkou pravdepodobnosťou stávajú základom kritickej cesty projektu.

1.2 Plánovanie projektu

Zmyslom plánovania s ohľadom na riadenie je predovšetkým minimalizovať riziko oneskorenia kritickej činností. Napríklad vhodne zvoleným plánovacím detailom (doba trvania kritickej činnosti verzus doba trvania celého projektu), správnym nastavením vzájomných závislostí medzi činnosťami a pod.

1.3 Sledovanie projektu

Vo fáze sledovania priebehu projektu predstavuje kritická cesta veľmi užitočného pomocníka pre rozhodovanie týkajúce sa časového riadenia projektu. Kritická cesta umožní manažérovi ušetriť v tejto fáze nemálo času. Existujú totiž rozdiely v sledovaní kritických a nekritických činností. Zatiaľ čo činnosti, ktoré ležia na kritickej ceste, je potrebné vyhodnocovať na báze jednotlivých činností, činnosti ležiace mimo tejto cesty postačí z pohľadu času sledovať podľa miery čerpania rezervy. Tá predstavuje čas, ktorý zostáva do okamžiku, pokiaľ sa z cesty nekritickej stane kritická.

1.4 Riadenie projektu

Teória hovorí: Každý projekt má jednu kritickú cestu. Tá sa môže meniť. Prax ukazuje, že k zmene kritickej cesty dôjsť skutočne môže. Dôvod bol naznačený v predchádzajúcich odstavcoch – rozdielnosť v prístupoch ku kritickým a nekritickým činnostiam v zmysle plánovacieho detailu, schopných zdrojov, odlišného vyhodnocovania stavu plnenia.

Na oneskorení kritických činností je potrebné reagovať jedine skrátením oneskorených, prípadne ostatných činností na kritickej ceste. Ideálny prístup nám káže začať projekt skracovať od najdlhších činností ležiacich na kritickej ceste.

Princíp riadenia činností na nekritických cestách býva v praxi najčastejšia realizovaný na báze tretín:

- Pokiaľ dôjde k vyčerpaniu rezervy v rozsahu jednej tretiny a menej, potom nie je potrebné reagovať vôbec. Z pravidla sa totiž jedná o drobné oneskorenie, ktorého náprava nemá pre projekt ako celok výraznejší prínos. Je teda oveľa ľahšie nechať takéto oneskorenie ovplyvniť projekt a šetriť sily na vážnejšie problémy.
- Vyčerpanie rezervy v rozsahu jednej až dvoch tretín znamená už konkrétnu hrozbu a manažér sa ňou musí zapodievať. Nemusí ísť nutne o aplikáciu protiopatrení, väčšinou postačí zahájiť s tímom ich prípravu.
- Vyčerpanie rezervy prevyšujúcu dve tretiny potom vyžaduje realizáciu pripravených akcií. Hrozba zmeny kritickej cesty sa totiž stáva reálnou a bez podniknutí konkrétnych opatrení k jej zmene napokon dochádza.

1.5 Ukončenie projektu

Aj keď sa to nemusí zdať, kritická cesta má svoj význam aj po skončení projektu. Predovšetkým v zmysle aktualizácie znalostní databázy projektového riadenia.

2 Využitie CPM na reálnom investičnom procese

Fázy projektu firmy, ktorá pôsobí na slovenskom energetickom trhu. Vlastní distribučnú sieť o ktorú sa musí starať. Či sa to týka rekonštrukcie, alebo rozširovania svojho pôsobiska, čiže rozvoja :

- ❖ **Prípravná časť**
 - Identifikácia potreby pre rekonštrukcie
 - Identifikácia potreby pre kategóriu rozvoj
 - Evidencia požiadaviek
 - Posúdenie HTS (hodnotenie technického stavu)
 - Stanovisko gestora
 - Vypracovanie zadávacích podmienok (ZP) – pre feasibility study rekonštrukcie
 - Posúdenie ZP v technickej komisii(TK)
 - Posúdenie ZP v investičnej komisii(IK)
 - Pridelenie zadávacích podmienok a dohodnutie podmienok vypracovania projektovej dokumentácie(PD)

- ❖ **Realizačná časť**
 - Územné a stavebné konanie
 - Výber staveniska
 - Majetkovoprávne vysporiadanie
 - Zabezpečenie podkladov pre projektanta
 - Vypracovanie projektovej dokumentácie pre územné konanie (iba rozvojové projekty)
 - Územné konanie
 - Vypracovanie projektovej dokumentácie pre stavebné konanie, realizačný projekt
 - Zabezpečenie vyjadrení dotknutých účastníkov
 - Záverečné prerokovanie projektovej dokumentácie
 - Schvaľovanie projektovej dokumentácie v investičnej komisii
 - Stavebné konanie

 - Realizácia stavby
 - Výber zhotoviteľa
 - Zabezpečenie povolenia na rozkopávku
 - Odovzdanie staveniska zhotoviteľovi
 - Realizácia stavby
 - Preberacie konanie
 - Kolaudačné konanie

- ❖ **Zaradovanie**
 - Príprava podkladov pre zaradenie do majetku
 - Zaradovanie

2.1 IT podpora

Podpora celého tohto projektu softvérom bola veľmi dôležitá. Pomohla zefektívniť celkový harmonogram všetkých činností. Uľahčenie prístupu a zaznamenávanie zmien počas priebehu projektu, notifikácia, sledovanie projektu počas jeho života, ktorá činnosť práve prebieha,

bónusové ohodnotenie zamestnancov za urýchlenie činnosti, to boli prínosy, ktoré nemali s CPM veľmi veľa spoločné, boli len nejakou čerešničkou na torte.

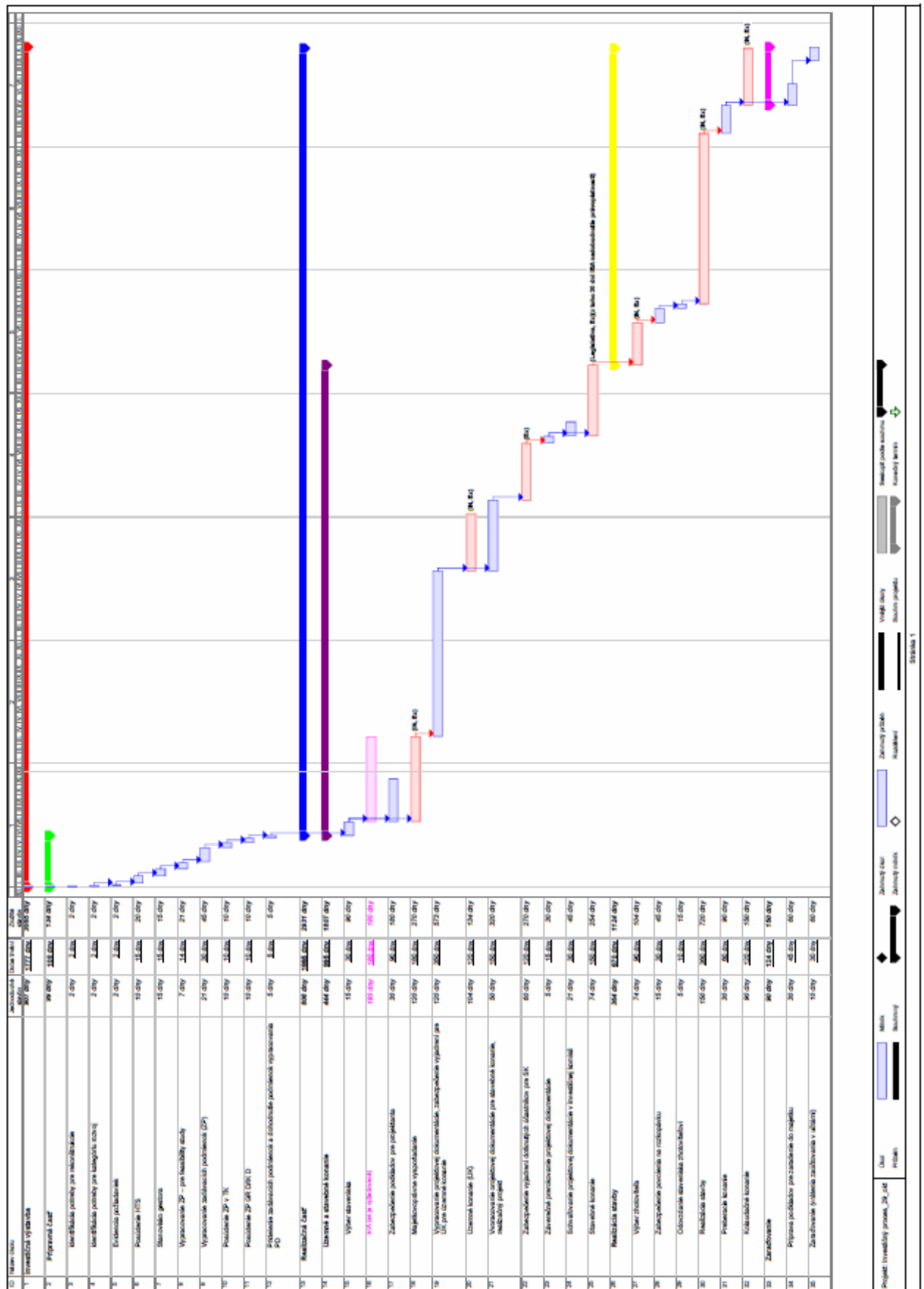
Hlavným prínosom bolo celkové riadenie a možné úpravy už v prebiehajúcom projekte. Známe alebo neznáme príčiny zmien doby trvania u niektorých činností nemali také markantné dopady, pretože softvér umožňoval zmeniť kritickú cestu, možno za účasti zvýšenia nákladov na niektoré činnosti, ale aj napriek tomu bol dopad na celkové náklady menší.

Zmyslom celého prístupu k projektovému riadeniu je riadiť projekt ako celok, nie len dosiahnuť realizácie všetkých činností tak, ako bolo naplánované. Pokiaľ je projekt ako celok dobre naplánovaný, znamená to, že manažér projektu sa môže zamerať na relatívne úzku skupinu činností a tú sledovať podrobnejšie. Pri dodržaní niekoľkých jednoduchých zákonov sa riadenie projektu výrazne skvalitňuje.

Mohli by sme zmodifikovať nejaké pravidlá kritickej cesty. Oneskorenie činnosti na kritickej ceste sa stopercentne premieta do oneskorenia projektu ako celku. Zrýchlenie práce na činnosti ležiacej na kritickej ceste skracuje trvanie projektu ako celku. Vďaka tomu možno rozlíšiť prioritu činností (priorita kritickej činnosti je vyššia než priorita nekritickej). Kritická cesta je dynamická – v priebehu projektu sa môže meniť (pokiaľ narastie niektorá z nekritických ciest). Uvedomením si a rešpektovaním týchto logických tvrdení si manažér rozväzuje ruky k riadeniu zostávajúcich dimenzií projektu – totiž ku kvalite výstupu a k nákladom.

Na poslednej strane je zobrazený priebeh celého procesu v danej firme, je rozdelený na tri rôzne druhy podľa náročnosti projektu.

Obr. 1: Microsoft Office Project 2007 – priebeh projektu v danej firme



Použitá literatúra

1. Dvořák, Drahoslav, Řízení projektů, COMPUTER PRESS, ISBN 9788025118856

Kontaktné údaje

Ing. Andrej HAJŠEL

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Email: hajand@gmail.com

IMPLEMENTACE ITERATIVNÍHO ALGORITMU NA FAKTOROVOU ANALÝZU DO SW MATHEMATICA

THE IMPLEMENTATION OF AN ITERATIVE FACTOR ANALYSIS ALGORITHM INTO SW MATHEMATICA

Vladislav Chýna

Abstrakt

SW Mathematica je silný výpočetní nástroj umožňující řešit množství úloh nejen z oblasti matematiky a statistiky. V každé nové verzi se objevuje množství nových užitečných algoritmů. Algoritmus pro faktorovou analýzu zde však dosud není zabudován. V následujícím textu si ukážeme, jak tento nedostatek poměrně lehce odstranit. Využijeme postupu, který měří odchylku kovariancí dat a modelu pomocí I-divergence. Omezíme se na řešení úlohy v případě normálního rozdělení a v závěru se budeme zabývat rychlostí konvergence na ilustračním příkladu.

Klíčová slova: Faktorová analýza, SW Mathematica, I-divergence

Abstract

SW Mathematica is a strong computation tool which allows solving a lot of problems not only from the area of mathematics and statistics. But the algorithm for Factor analysis isn't built in yet. In the following text we will show, how to remove this lack. We will use an I-divergence algorithm. We will restrict ourselves to normal distribution and in the end we will test the convergence on the illustration example.

Keywords: Factor Analysis, SW Mathematica, I-divergence

1 ÚLOHA FAKTOROVÉ ANALÝZY

Historie faktorové analýzy sahá až na počátek 20. století a původně vznikla z požadavků psychologů (je spojována se jménem Charlese Spearmana). V dnešní době se s ní můžeme setkat i v různých jiných oblastech (známý je např. model arbitrážního oceňování kapitálových aktiv APT z oblasti financí). Hlavním cílem této metody je (podobně jako mnohých jiných) snížit rozsah dat a to tak, aby bylo dosaženo co nejmenší ztráty informace.

1.1 Základní předpoklady faktorové analýzy

Předpokládejme, že na určitém objektu je zjišťováno p znaků $X = (X_1, \dots, X_p)^T$ (například inteligence je měřena pomocí p testů). Faktorová analýza předpokládá, že v pozadí existuje m společných faktorů, kde počet m je (výrazně) menší než p . Každá proměnná je pak lineární funkcí tohoto malého počtu společných faktorů a navíc jednoho faktoru specifického. Vlastní model má pak následující tvar:

$$X_i = \sum_{r=1}^m h_{ir} F_r + e_i, \quad i=1 \dots p, \text{ kde}$$

F_r r-tý obecný faktor

m počet obecných faktorů

e_i i-tý specifický faktor

h_{ir} faktorové zátěže

I když na první pohled model vypadá stejně jako model lineární regrese, hlavní rozdíl spočívá v tom, že ve faktorové analýze jsou jednotlivé faktory přímo nepozorovatelné.

F_r , e_i jsou nepozorovatelné proměnné a h_{ir} jsou neznámé zátěže. Rovněž počet obecných faktorů m je neznámý. Cílem je dosáhnout tak malého m , aby obecné faktory byly interpretovatelné. Lze tedy říci, že faktorová analýza za účelem snížení rozsahu dat vytváří nové proměnné.

Maticově můžeme problém vyjádřit následovně:

$$X = HF + e, \text{ kde}$$

H matice $p \times m$

F vektor $m \times 1$

e vektor $p \times 1$

kde F, e jsou nekorelované náhodné vektory (bez újmy na obecnosti $EF=0, Ee=0$) $\rightarrow EFe^T=0$

EFF^T je jednotková matice

Eee^T je diagonální matice

Pro další úvahy si přidáme ještě předpoklad normality, který je v klasické teorii poměrně častý a značně zjednoduší další výpočty.

Volba m je sama o sobě speciální úlohou a vlastní sestavení a interpretace modelu vyžaduje znalosti nejen ze statistiky, ale zejména pak z oblasti zadání úlohy (psychologie, finance,...).

V následujícím textu se proto soustředíme na jiný problém a sice odhad matic H a F .

1.2 Formulace úlohy odhadu obecných faktorů a faktorových zátěží

Při odhadu výše zmíněných parametrů budeme vycházet z výběrové kovarianční matice $Cov(X)=\Sigma_0$. Pokud platí faktorový model, můžeme tuto kovarianční matici zapsat jako

$$\Sigma_0 = HH^T + D, \text{ kde}$$

$D = Cov(e)$ a bez újmy na obecnosti předpokládáme, že $Cov(F)=I$ (jinak totiž nenulové mimodiagonální prvky absorbuje do matice H).

I když nemusí vždy platit, že každý normální vektor X můžeme vyjádřit faktorovým modelem pro zadané m (striktní podmínka na diagonální matici D), můžeme mezi přípustnými modely hledat ten nejlepší (s ohledem na zvolené kritérium).

V praxi se můžeme setkat s různými mírami, jak hodnotit vhodnost faktorového modelu i s různými postupy odhadu matic H a D - asi nejznámější je modifikovaná metoda hlavních komponent. V našem případě využijeme tzv. *I-divergenci*, která může být chápána jako míra nepodobnosti dvou pravděpodobnostních rozdělení.

Definice: *I-divergence (Kullback-Leiblerova divergence, relativní entropie)*

Mějme dvě pravděpodobnostní rozdělení P_1, P_2 na stejném pravděpodobnostním prostoru. *I-Divergenci* P_1 s ohledem na P_2 definujeme jako:

$$D(P_1 | P_2) = E_{P_1} \log \frac{dP_1}{dP_2}$$

Pro dvě normální centrována rozdělení P_1, P_2 s kovariančními maticemi Σ_1, Σ_2 můžeme I-divergenci vypočítat podle následujícího vzorce (viz [5]).

$$D(P_1 | P_2) = \frac{1}{2} \log \frac{|\Sigma_2|}{|\Sigma_1|} + \frac{1}{2} \text{tr}(\Sigma_2^{-1} \Sigma_1) - \frac{p}{2}$$

I-divergence dvou normálních rozdělení tedy závisí pouze na jejich kovariančních maticích. Proto ji budeme dále značit $D(\Sigma_1 | \Sigma_2)$

Úlohu hledání nejlepšího faktorového modelu pro dané m pak můžeme formulovat následovně:

Problém 1:

$$\min D(\Sigma_0 | HH^T + D) = \frac{1}{2} \log \frac{|HH^T + D|}{|\Sigma_0|} + \frac{1}{2} \text{tr}((HH^T + D)^{-1} \Sigma_0) - \frac{p}{2}$$

přes všechny dvojice (H, D) takové, že H je matice $p \times m$ a D je pozitivně definitní, diagonální.

1.3 Iterativní algoritmus

V [3] lze najít podrobné odvození algoritmu sloužícího k iterativnímu řešení problému 1. Autoři využívají zajímavý nápad přenesení úlohy do vyšší dimenze a poté počítání projekcí na jednotlivé souřadnice. Výsledný iterativní algoritmus má následující tvar:

Algoritmus:

zvolme H_0, D_0, Q_0 libovolně tak, že H_0 má plnou hodnost, D_0 je pozitivně definitní diagonální, Q_0 a $H_0 H_0^T + D_0$ mají inverzi

$$Q_{t+1} = \left(Q_t^T Q_t - Q_t^T H_t^T (H_t H_t^T + D_t)^{-1} H_t Q_t + Q_t^T H_t^T (H_t H_t^T + D_t)^{-1} \Sigma_0 (H_t H_t^T + D_t)^{-1} H_t Q_t \right)^{1/2}$$

$$H_{t+1} = \Sigma_0 (H_t H_t^T + D_t)^{-1} H_t Q_t Q_{t+1}^{-1}$$

$$D_{t+1} = \Delta(\Sigma_0 - H_{t+1} H_{t+1}^T)$$

$\Delta(\dots)$ značí diagonální matici vytvořenou z výrazu v závorkách a $(\dots)^{1/2}$ odmocninovou matici $(A^{1/2})^T A^{1/2} = A$

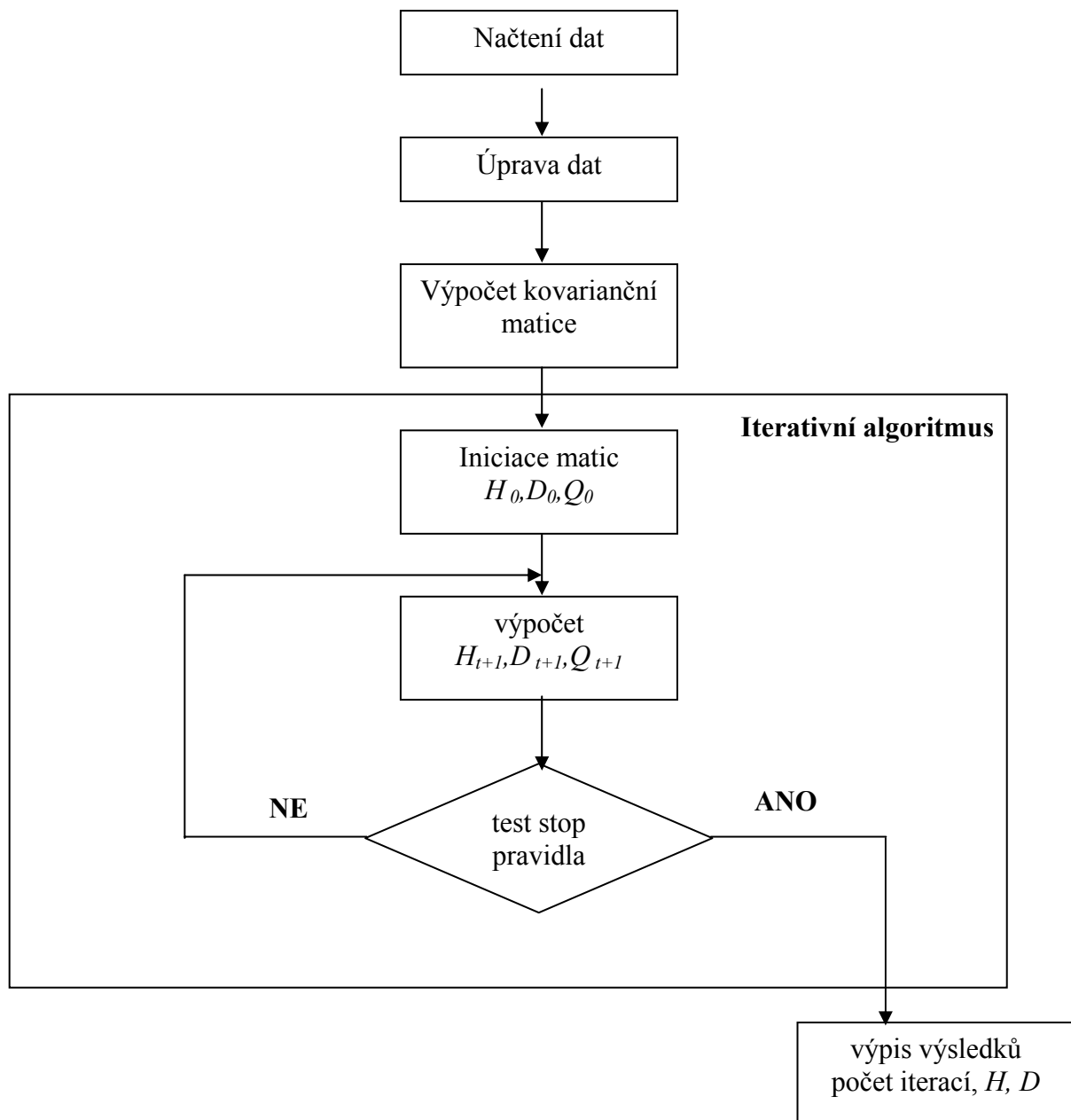
Vlastnosti algoritmu:

- $D_t > 0$ a $(D_t)_{ii} \leq (\Sigma_0)_{ii}$
- Pokud má H_0 plnou hodnost, tak má plnou hodnost i H_t
- $H_t H_t^T \leq \Sigma_0$
- Algoritmus se zastaví, pokud již ve výchozích maticích platí $\Sigma_0 = H_0 H_0^T + D_0$
- hodnota účelové funkce klesá v každé iteraci

2 IMPLEMENTACE DO SW MATHEMATICA

2.1 Zápis algoritmu

SW Mathematica má v implementaci tohoto algoritmu velkou výhodu – stačí totiž pouze přepsat maticové rovnice. Pro vlastní řešení úloh musíme samozřejmě vyřešit i další drobné problémy (načtení dat, výpis výsledků). Vlastní chod algoritmu zobrazuje následující vývojový diagram:



2.2 Zdrojový kód

Nejprve načteme data excelovského sešitu (sešit obsahuje jeden list, v prvním řádku jsou popisky sloupců, v prvním sloupci popisky řádků) – jako ilustrativní data použijeme výsledky 15 testů, které absolvovalo 48 osob uchazečů o zaměstnání – viz [4], str. 71.

```
AppendTo[$Path, "D:\math"];
```

```
data1=Import["Data2.xls"];
```

Nyní provedeme úpravu dat – protože přebývají jedny vnější závorky {}, odstraníme je pomocí funkce *Flatten*. Řádek a sloupec popisků poté odmažeme pomocí funkce *Drop*

```
data2=Flatten[data1,1];
```

```
data2=Drop [data2,1];
```

```
data2 = Drop[Transpose[data2],1];
```

```
data2 = Transpose[data2];
```

Kovarianční matici spočteme pomocí zabudované funkce *Covariance*, ale protože potřebujeme výběrovou kovarianční matici („ve jmenovateli dělení $n-1$ “), ještě vypočtenou matici drobně upravíme:

```
kk=pocetsloupcu=Length[Transpose[data2]];
```

```
nn=pocetradek=Length[data2]
```

```
s=kovariancnimatice=Covariance[data2].DiagonalMatrix[Table[(nn-1)/nn,{kk}]];
```

Nyní již můžeme přistoupit k vlastnímu iterativnímu algoritmu – zvolíme řešení pomocí modulu. Vstupními daty budou kovarianční matice s , tolerance pro stop pravidlo a počet odhadovaných obecných faktorů. Ve vlastním těle modulu pak přímo inicializujeme matice D_0, H_0, Q_0 (nejjednodušeji tak, že čtvercové matice zvolíme jako diagonální a obdélníkové nulové s jednotkami na hlavní diagonále). Dále budeme potřebovat pouze několik pomocných proměnných:

```
odhadmodelu[s_,pocetfaktoru_,tolerance_]:= Module[{  
    iter=0,  
    stop=False,  
    ht0=Table[If[i==j,1,0],{i,1,Length[s]},{j,1,pocetfaktoru}]  
    ,  
    ht1,  
    dt0=IdentityMatrix[Length[s]],  
    dt1,  
    qt0=IdentityMatrix[pocetfaktoru],  
    qt1},
```

Ve vlastním těle modulu pak ve while cyklu přepočítáváme matice tak dlouho, dokud není rozdíl výběrové kovarianční matice s a odhadnutého modelu HH^T+D menší než zvolená tolerance.

```
While[stop==False ,
```

```

iter=iter+1;
qt1=odmocninovamaticice[Transpose[qt0].qt0-
Transpose[qt0].Transpose[ht0].Inverse[ht0.Transpose[ht0]+dt0].
ht0.qt0+Transpose[qt0].Transpose[ht0].Inverse[ht0.Transpose[ht
0]+dt0].s.Inverse[ht0.Transpose[ht0]+dt0].ht0.qt0];
ht1=s.Inverse[ht0.Transpose[ht0]+dt0].ht0.qt0.Inverse[qt1];
dt1=DiagonalMatrix[Diagonal[s-ht1.Transpose[ht1]]];
    ht0=ht1;
    dt0=dt1;
    qt0=qt1;
If[Max[Abs[ht1.Transpose[ht1]+dt1-s]]
>tolerance,stop=False,stop=True];
];
    {iter,ht1,dt1}
];(*konec modulu*)

```

Výstupem poté bude trojice ve formátu počet provedených iterací, matice H a matice D (matice Q je v algoritmu pouze pomocná a nemá v modelu faktorové analýzy žádné další použití).

V každé iteraci je potřeba ještě počítat odmocninovou matici. I když je v jejím určení jistá volnost, použijeme pro jednoduchost následující postup uvedený v [1]:

pro $A_{n \times n}$ symetrickou matici platí, že její vlastní čísla $\lambda_1 \dots \lambda_n$ jsou reálná a existuje matice U taková, že $UU^T=I$ a $A=UAU^T$, kde $\Lambda = \text{diag} \{ \lambda_1 \dots \lambda_n \}$. Pro A pozitivně semidefinitní pak dostáváme:

$$A=UAU^T=A=UA^{1/2}A^{1/2}U^T=(UA^{1/2}U^T)(UA^{1/2}U^T)=A^{1/2}A^{1/2}, \text{ kde } A^{1/2}=\text{diag} \{ \lambda_1^{1/2} \dots \lambda_n^{1/2} \}.$$

Vlastní odmocninovou matici pak lehce získáme pomocí zabudovaných funkcí *Eigenvalues* a *Eigenvectors*:

```

odmocninovamaticice[m_]:=Transpose[Eigenvectors[m]].
DiagonalMatrix[Eigenvalues[m]^(1/2)].Eigenvectors[m];

```

Na závěr zbývá vypsát řešení – výstupy z trojice získáme pomocí funkce *Take* :

```

Print["Pocet iteraci: ", Take[odhadmodelu[s,5,0.01],1]]
Print["Matice H: ",
Flatten[Take[odhadmodelu[s,5,0.01],{2,2}],1]//MatrixForm]
Print["Matice D: ",
Flatten[Take[odhadmodelu[s,5,0.01],{3,3}],1]//MatrixForm]

```

2.3 Rychlost a možná vylepšení algoritmu

I přes to, že v každé iteraci je potřeba invertovat matici $H_t H_t^T - D_t$, na pokusných datech se zdá, že téměř nezáleží na zvolené toleranční mezi. Naproti tomu při snížení počtu odhadovaných faktorů dochází k značnému prodloužení času výpočtu.

Jako možná zrychlení se nabízí například:

- Spočítat a uchovat inverzi $H_i H_i^T - D_i$, která se vyskytuje opakovaně na několika místech
- V [3] je uvedena substituce, která umožní vyhnout se v iteraci počítání odmocninové matice a spočítat ji teprve při výstupu – při jejím použití by však bylo potřeba použít jiného stop pravidla (abychom se vyhnuli používání matice H při testu tolerance). Například rozdíl matic při následujících dvou iteracích by mohl být dobrou volbou.
- Pokusit se jinak inicializovat vstupní matice H_0, D_0, Q_0

3 IMPLEMENTACE DO SW MATHEMATICA

V předloženém příspěvku jsme ukázali, jak poměrně jednoduchým postupem implementovat model faktorové analýzy do SW Mathematica s využitím I-divergence jako míry nepodobnosti dvou pravděpodobnostních rozdělání. Předložený algoritmus může být lehce použit na libovolná data z normálního rozdělání.

Poděkování:

Tento příspěvek byl vytvořen za podpory grantu Grantové agentura AV ČR IAA 100750603.

Použitá literatura:

1. Anděl (1985): Matematická statistika, SNTL, Praha.
2. Finesso L, Spreij P (2006): Nonnegative matrix factorization and I-divergence alternating minimization, Linear Algebra and its Applications, 416, 207-287.
3. Finesso L, Spreij P (2007): Factor Analysis and Alternating Minimization, Modeling, Estimation and Control, Festschrift in Honor of Giorgio Picci on the Occasion of his Sixty-Fifth Birthday, Alessandro Chiuso, Stefano Pinzoni and Augusto Ferrante Eds, Springer Lecture Notes in Control and Information Sciences 364, 85-96.
4. Hebák P. a kol: Vícerozměrné statistické metody 3, Informatorium, Praha 2005
5. Whittaker, J (1990): Graphical models in Applied multivariate Statistics, John Willey, New York.

Kontaktné údaje

Vladislav Chýna

Vysoká škola ekonomická v Praze, katedra ekonometrie

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: +420 224 09 5380

email: vladislav.chyna@vse.cz

ALTERNATIVNÍ MOŽNOSTI VÝPOČTU INDEXU LIDSKÉHO ROZVOJE¹

ALTERNATIVE APPROACHES FOR CALCULATION OF HUMAN DEVELOPMENT INDEX

Josef Jablonský, Veronika Skočdoplová

Abstrakt

Index lidského rozvoje (HDI – Human Development Index) je souhrnný ukazatel, který je každoročně publikován pro všechny členské státy OSN. HDI se pokouší měřit kvalitu lidského života v jednotlivých zemích světa. Výpočet HDI je vícekriteriální rozhodovací problém, jehož cílem je každé zemi přiřadit hodnotu ukazatele HDI, podle kterého lze potom všechny země uspořádat. Článek porovnává standardní metodiku výpočtu s jinými sofistikovanějšími kvantitativními metodami na nejnovějších datech publikovaných pro rok 2009. Aplikovány jsou vybrané metody vícekriteriálního rozhodování a především vybrané modely analýzy obalu dat. Výsledky, poskytované všemi použitými modely a standardní metodikou jsou navzájem porovnány a diskutovány.

Klíčová slova: *analýza obalu dat, vícekriteriální rozhodování, index lidského rozvoje*

Abstract

Human Development Index (HDI) is an aggregate indicator that is published for all the UN member countries every year. The HDI measures and compares the quality of human life in different world countries. The calculation of the HDI is a general multiple criteria decision making problem with the aim to receive complete ranking of all the alternatives (countries) by several criteria. The paper compares the standard approach with several more sophisticated quantitative approaches on the newest data set published in 2009. Several multiple criteria decision making methods and data envelopment analysis (DEA) models are applied. The results given by all models and standard methodology are compared and discussed.

Keywords: *data envelopment analysis, multiple criteria decision making, human development index*

1 INDEX LIDSKÉHO ROZVOJE A JEHO VÝPOČET

Index lidského rozvoje (*Human Development Index* - HDI) je ukazatel, který je každoročně publikován v rámci programu UNDP (*United Nations Development Programme*) pro všechny členské státy OSN. Plná podoba tzv. *Human Development Report*, jehož součástí je i HDI, je zájemcům k dispozici na www stránkách <http://hdr.undp.org>. Aktuální data jsou ve zprávě za rok 2009, přičemž vycházejí z údajů z roku 2007. HDI se pokouší měřit kvalitu lidského života v jednotlivých zemích světa. Výpočet tohoto ukazatele vychází z následujících čtyř charakteristik:

- střední délka života v letech (*life expectancy*),
- míra gramotnosti dospělých v % (*adult literacy*),

¹ Článek vznikl s podporou grantu Grantové agentury ČR – grant č. 402/09/0231 - *Modely hodnocení efektivnosti a výkonnosti rozhodovacích jednotek a jejich aplikace*

- míra zápisu do škol - poměr zapsaných dětí ke školní docházce (základní, střední, vysoké školy) k celkovému počtu dětí (*gross enrolment ratio*),
- hrubý domácí produkt (HDP) na hlavu v tisících USD (*GDP per capita*),

Z uvedených čtyř charakteristik jsou vypočteny následující tři indexy:

1. Index délky života (*life expectancy index*) se vypočte podle následujícího vztahu:

$$\frac{\text{střední délka života} - 25}{85 - 25}$$

Index délky života je tedy z intervalu (0, 1). Nejvyšší hodnoty dosahovalo Japonsko, kde je průměrná délka života 82,7 a příslušná hodnota indexu je 0,961, naopak nejnižší Zimbabwe (střední délka života pouze 43,4 a index 0,306). Pro Českou republiku je tento index roven 0,856 (střední délka života 76,4 let).

2. Index vzdělání (*education index*) je konstruován z následujících dvou charakteristik (míra gramotnosti a míra zápisu do škol) jako jejich vážený průměr, kde míra gramotnosti má váhu 2 a míra zápisu do škol váhu 1. Nejvyšší hodnotu tohoto indexu více než 0,99 má celá řada vyspělých zemí (Norsko, Švédsko, Velká Británie a další), nejnižší hodnotu 0,301 má Burkina Faso. Index České republiky je 0,938.
3. Index HDP (*GDP index*) se počítá podle následujícího vztahu:

$$\frac{\log(\text{HDP}) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)}$$

Nejvyšší HDP ze všech zemí má Lichtenštejnsko (85382 USD na hlavu). Podle uvedeného vztahu by pro něj tedy vyšla hodnota vyšší než 1. Pro potřeby konstrukce HDI se však tato hodnota snižuje na 1,00 (to platí pro celou řadu dalších zemí s vyšší hodnotou HDP než 40000). Nejnižší index HDP má Kongo 0,182 (HDP je zde pouze 298 USD na hlavu). Česká republika s HDP na hlavu ve výši 24144 USD dosahuje index HDP 0,916.

HDI je standardně odvozen z výše uvedených dílčích indexů jako jejich prostý aritmetický průměr. Podle hodnoty HDI se světové země rozdělují na velmi vysoce rozvinuté (s hodnotou HDI větší než 0,9), vysoce rozvinuté (HDI vyšší než 0,8), středně rozvinuté (HDI vyšší než 0,5) a málo rozvinuté (HDI nižší než 0,5). V první skupině je 38 zemí včetně České republiky, která je na 36. místě. V další skupině je 45 zemí, mezi středně rozvinutými je jich dalších 75 a mezi nejméně rozvinutými jich je 34. Pro 12 zemí nejsou k dispozici adekvátní údaje, aby bylo možné HDI kvalifikovaně odvodit.

V článku jsme uvažovali skupinu nejvíce rozvinutých zemí, které jsme doplnili o některé další země střední Evropy, které jsou na předních pozicích ve skupině vysoce rozvinutých a jejichž HDI je jen o málo nižší než 0,9. Jedná se především o Slovensko, Polsko, Maďarsko, Chorvatsko a všechny pobaltské země. Celkem je tedy ve sledované skupině 45 většinou evropských zemí. Kompletní údaje o této skupině zemí přináší tabulka 1. Tato tabulka obsahuje pořadí zemí podle HDI, všechny čtyři výše zmíněné charakteristiky, ze kterých se HDI odvozuje (SDŽ – střední délka života v letech, MG – míra gramotnosti v %, MZ – míra zápisu do škol v %, HDP v USD) a poslední sloupec tabulky obsahuje hodnotu vypočtenou hodnotu HDI.

Tab. 1: HDI pro skupinu nejrozvinutějších zemí

Poř	Stát	SDŽ	MG	MZ	HDP	HDI
1	Norway	80.5	99.9	98.6	53 433	0.971
2	Australia	81.4	99.9	114.2	34 923	0.970
3	Iceland	81.7	99.9	96.0	35 742	0.969
4	Canada	80.6	99.9	99.3	35 812	0.966
5	Ireland	79.7	99.9	97.6	44 613	0.965
6	Netherlands	79.8	99.9	97.5	38 694	0.964
7	Sweden	80.8	99.9	94.3	36 712	0.963
8	France	81.0	99.9	95.4	33 674	0.961
9	Switzerland	81.7	99.9	82.7	40 658	0.960
10	Japan	82.7	99.9	86.6	33 632	0.960
11	Luxembourg	79.4	99.9	94.4	79 485	0.960
12	Finland	79.5	99.9	101.4	34 526	0.959
13	United States	79.1	99.9	92.4	45 592	0.956
14	Austria	79.9	99.9	90.5	37 370	0.955
15	Spain	80.7	97.9	96.5	31 560	0.955
16	Denmark	78.2	99.9	101.3	36 130	0.955
17	Belgium	79.5	99.9	94.3	34 935	0.953
18	Italy	81.1	98.9	91.8	30 353	0.951
19	Liechtenstein	79.2	99.9	86.8	85 382	0.951
20	New Zealand	80.1	99.9	107.5	27 336	0.950
21	United Kingdom	79.3	99.9	89.2	35 130	0.947
22	Germany	79.8	99.9	88.1	34 401	0.947
23	Singapore	80.2	94.4	85.0	49 704	0.944
24	Hong Kong	82.2	99.9	74.4	42 306	0.944
25	Greece	79.1	97.1	101.6	28 517	0.942
26	South Korea	79.2	99.9	98.5	24 801	0.937
27	Israel	80.7	97.1	89.9	26 315	0.935
28	Andorra	80.5	99.9	65.1	41 235	0.934
29	Slovenia	78.2	99.7	92.8	26 753	0.929
30	Brunei	77.0	94.9	77.7	50 200	0.920
31	Kuwait	77.5	94.5	72.6	47 812	0.916
32	Cyprus	79.6	97.7	77.6	24 789	0.914
33	Qatar	75.5	93.1	80.4	74 882	0.910
34	Portugal	78.6	94.9	88.8	22 765	0.909
35	UAE	77.3	90.0	71.4	54 626	0.903
36	Czech Republic	76.4	99.9	83.4	24 144	0.903
37	Barbados	77.0	99.9	92.9	17 956	0.903
38	Malta	79.6	92.4	81.3	23 080	0.902
40	Estonia	72.9	99.8	91.2	20 361	0.883
41	Poland	75.5	99.3	87.7	15 987	0.880
42	Slovakia	74.6	99.9	80.5	20 076	0.880
43	Hungary	73.3	98.9	90.2	18 755	0.879
45	Croatia	76.0	98.7	77.2	16 027	0.871
46	Lithuania	71.8	99.7	92.3	17 575	0.870
48	Latvia	72.3	99.8	90.2	16 377	0.866

2 APLIKACE METOD VÍCEKRITERIÁLNÍHO ROZHODOVÁNÍ

Výpočet HDI je v podstatě obecný vícekritériální rozhodovací problém, kde je cílem získat úplné uspořádání variant podle čtyř maximalizačních kritérií. Pro řešení takové úlohy je možné použít některou z metod vícekritériálního hodnocení variant. Podrobněji se lze s některými z nich seznámit v knize [4]. Pro ilustraci jsme zde použili pro porovnání se standardní metodikou výpočtu metody WSA, TOPSIS a PROMETHEE. Data jsme vzhledem k tomu, že jsou všechny země ze stejné skupiny vysoce rozvinutých zemí, nijak netransformovali, neboť odpadají odlehlá pozorování. Váhy kritérií byly stanoveny stejně jako u běžné metodiky, tj. váhy 1/3 pro střední délku života a HDP a váhy 2/9 pro míru gramotnosti a 1/9 pro poměr zapsaných ke školní docházce. První dvě z uvedených metod nevyžadují, kromě vah, žádnou dodatečnou informaci. Pro metodu PROMETHEE je však třeba zadat pro každé kritérium typ preferenční funkce a její parametry. Tabulka 2 obsahuje pro každé z kritérií typ funkce, váhu kritéria a její parametry. Například země, kde se míra gramotnosti liší o méně než jedno procento, budou považovány z hlediska tohoto kritéria za rovnocenné, rozdíl pět procent už znamená absolutní míru preference.

Tab. 2: Parametry pro výpočet metodou PROMETHEE

Kritérium	typ pref. funkce	váha kritéria	q - práh indiference	p - práh preference	σ sigma
střední délka života	6	1/3	-	-	2
míra gramotnosti	5	2/9	1	5	
míra zápisu do škol	5	1/9	4	20	
HDP	6	1/3	-	-	5000

Výsledky vícekritériální analýzy byly získány pomocí systému *Sanna*, který si lze volně stáhnout na adrese <http://nb.vse.cz/~jablon>. Porovnání pořadí zemí získaných oběma metodami s pořadím získaným podle publikovaných hodnot indexu HDI ukazuje na poměrně velké rozdíly. Jedná se nejen o rozdíly ve vzájemném pořadí získaným podle různých metod vícekritériálního hodnocení variant, ale i o rozdíly oproti pořadí získaným standardní metodikou. Druhý typ rozdílů může být způsoben používáním absolutních hodnot HDP oproti transformovaným hodnotám, se kterými se pracuje při výpočtu HDI. První typ rozdílů vychází z podstaty použitých metod vícekritériálního vyhodnocování. Výsledky porovnání jsou uvedeny v tabulce 3 spolu s výsledky, které jsou získány DEA modely v další části článku.

3 APLIKACE MODELŮ ANALÝZY OBALU DAT

Jiným metodologickým přístupem, který by bylo možné využít pro výpočet HDI jsou modely analýzy obalu dat (DEA modely). Tyto modely hodnotí relativní efektivnost daných jednotek, tzn. posuzují efektivnost ve vztahu k ostatním jednotkám celého souboru. Cílem je přitom odhadnout efektivní hranici, která je tvořena tzv. efektivními jednotkami. Jednotky, které neleží na efektivní hranici, jsou označeny jako neefektivní. Tyto jednotky mohou dosáhnout efektivní hranici v případě, že patřičným způsobem zlepší svoje chování, tzn. sníží svoje vstupy nebo naopak navýší svoje výstupy (případně kombinace uvedených faktorů). Existuje množství DEA modelů. Ten, který budeme uvažovat, může být formulován následovně:

$$\begin{aligned}
 &\text{maximalizovat} && z = \theta + \varepsilon(e^T s^+ + e^T s^-), \\
 &\text{za podmínek} && Y\lambda - s^+ = \theta Y_q, \\
 & && X\lambda + s^- = X_q,
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0,$$

kde X je matice hodnot m -vstupních charakteristik pro n -hodnocených jednotek, Y je matice r -výstupních charakteristik pro stejný počet jednotek, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, $\lambda \geq 0$, je vektor vah přiřazený jednotlivým produkčním jednotkám, s^+ a s^- jsou vektory přídatných proměnných v omezeních pro vstupy a výstupy, $e^T = (1, 1, \dots, 1)$ a ε je infinitezimální konstanta, která se volí zpravidla rovna 10^{-8} . Jedná se o model, který také bývá označován jako CCR model a je to úplně první formulovaný DEA model. Jeho interpretace může být následující. Při hodnocení q -té jednotky se model pokouší najít virtuální jednotku charakterizovanou vstupy $X\lambda$ a výstupy $Y\lambda$, které jsou lineární kombinací vstupů a výstupů ostatních jednotek daného souboru, a které jsou lepší (nebo přesněji nejsou horší) než vstupy a výstupy hodnocené jednotky U_q . Pro vstupy virtuální jednotky musí tedy platit $X\lambda \leq X_q$ a $Y\lambda \geq Y_q$. Hodnocená jednotka je označena za efektivní, pokud virtuální jednotka s uvedenými vlastnostmi neexistuje, resp. virtuální jednotka je totožná s hodnocenou jednotkou, tzn. platí $X\lambda = X_q$ a $Y\lambda = Y_q$. Při řešení modelu (1) se tato skutečnost projevuje tak, že platí:

1. Hodnota proměnné θ je rovna jedné,
2. Hodnoty všech přídatných proměnných jsou rovny nule, tj. $s^+ = 0$ a $s^- = 0$.

Jednotka q je tedy CCR efektivní, pokud je optimální hodnota účelové funkce výše uvedeného modelu $z^* = 1$. V opačném případě jednotka efektivní není. Optimální hodnota účelové funkce z^* se označuje jako míra efektivnosti hodnocené jednotky. Uvedený model je model, který je orientovaný na výstupy – snaží se zjistit, jakým způsobem zlepšit výstupní charakteristiky hodnocených jednotek tak, aby se jednotky staly efektivními. Analogicky by bylo možné formulovat model orientovaný na vstupy. Pokud je proměnná θ v optimálním řešení větší než jedna, potom hodnocená jednotka není efektivní a tuto hodnotu lze interpretovat jako míru navýšení hodnot výstupů (při zachování současné úrovně vstupů) tak, aby se daná jednotka stala efektivní.

Pro potřeby výpočtu HDI lze použít výše uvedený model, tedy model s orientací na výstupy. Jako jediný vstup modelu použijeme u všech zemí stejnou konstantu, např. 100. Jako výstupy se nabízí použít všechny 4 charakteristiky, používané při výpočtu HDI. Podíváme-li se ale na tyto charakteristiky podrobněji, vidíme, že v podstatě u všech zemí je míra gramotnosti velmi blízká teoretickému maximu. Použití této charakteristiky by vedlo k tomu, že by všechny země s maximální hodnotou této jediné charakteristiky byly efektivní nebo alespoň slabě efektivní. Rozhodli jsme se proto nahradit obě charakteristiky, které se týkají vzdělání (míra gramotnosti a míra zápisu do škol), souhrnným indexem vzdělání, vypočteným podle metodiky HDI (viz první část článku). Tento index je snadno dostupný na www stránkách [2]. V DEA modelech může být efektivních jednotek relativně velký počet – závisí to na celkovém počtu jednotek na jedné straně a na počtu vstupů a výstupů na straně druhé. Pro rozlišení mezi efektivními jednotkami lze použít tzv. modely super efektivnosti, které přiřazují efektivním jednotkám míru efektivnosti nižší než jedna (u modelů orientovaných na výstupy). V modelech orientovaných na výstupy mají tedy neefektivní jednotky míru efektivnosti vyšší než jedna, efektivní jednotky mají tuto míru rovnu jedné a míra super efektivnosti je pro ně nižší než jedna. Pro uživatele je nicméně pochopitelnější uvažovat efektivnost jako 100%, neefektivnost jako hodnotu nižší než 100% a super efektivnost jako hodnotu vyšší než 100%. Z tohoto důvodu se někdy uvádějí míry efektivnosti (super efektivnosti) u výstupově orientovaných modelů jako převrácené hodnoty. Stejný postup používáme i my při prezentaci výsledků výpočtu HDI pomocí DEA modelů v tabulce 3.

Tab. 3: Výsledky alternativních propočtů HDI

Poř	Stát	WSA	Poř	TOP	Poř	PROM	Poř	DEA	Poř
1	Norway	0.74396	3	0.54308	5	0.44254	1	1.0034	5
2	Australia	0.71787	4	0.29311	20	0.32794	4	1.0056	4
3	Iceland	0.68979	5	0.29694	19	0.28298	8	0.9998	10
4	Canada	0.66396	10	0.29781	18	0.23463	12	0.9981	11
5	Ireland	0.67486	9	0.41827	10	0.31949	6	0.9940	13
6	Netherlands	0.64926	14	0.33593	14	0.22901	13	0.9928	15
7	Sweden	0.66308	11	0.30862	16	0.23754	11	0.9907	17
8	France	0.65709	12	0.26797	25	0.20959	14	0.9924	16
9	Switzerland	0.68331	8	0.36115	13	0.30292	7	0.9937	14
10	Japan	0.68897	6	0.26683	26	0.27236	10	1.0098	3
11	Luxembourg	0.82595	2	0.90434	2	0.42436	2	1.0176	2
12	Finland	0.62889	16	0.28006	23	0.16726	17	1.0000	8
13	United States	0.64945	13	0.43044	9	0.27721	9	0.9783	27
14	Austria	0.63012	15	0.31569	15	0.18434	15	0.9799	25
15	Spain	0.59536	24	0.23905	27	0.10366	24	0.9889	19
16	Denmark	0.59662	23	0.30061	17	0.10419	23	1.0003	7
17	Belgium	0.61479	18	0.28296	22	0.14291	18	0.9810	24
18	Italy	0.61361	19	0.22212	28	0.12745	20	0.9898	18
19	Liechtenstein	0.83096	1	0.94176	1	0.39298	3	1.0742	1
20	New Zealand	0.62651	17	0.19170	30	0.08759	25	1.0000	8
21	United Kingdom	0.59807	22	0.28381	21	0.11424	22	0.9721	31
22	Germany	0.60737	21	0.27400	24	0.12631	21	0.9755	29
23	Singapore	0.56264	26	0.48671	7	0.12797	19	0.9831	21
24	Hong Kong	0.68773	7	0.38302	11	0.31965	5	1.0010	6
25	Greece	0.52540	29	0.19943	29	-0.06529	27	0.9879	20
26	South Korea	0.56644	25	0.15352	33	-0.04702	26	0.9950	12
27	Israel	0.53727	27	0.16774	32	-0.06849	28	0.9814	23
28	Andorra	0.60955	20	0.36535	12	0.17724	16	0.9794	26
29	Slovenia	0.52785	28	0.17171	31	-0.10611	29	0.9758	28
30	Brunei	0.46186	32	0.49054	6	-0.10748	30	0.9460	42
31	Kuwait	0.44516	34	0.45604	8	-0.12039	31	0.9497	40
32	Cyprus	0.48194	31	0.14099	34	-0.18544	34	0.9625	35
33	Qatar	0.50026	30	0.82813	3	-0.13055	32	0.9480	41
34	Portugal	0.40413	36	0.11802	37	-0.36636	37	0.9576	38
35	UAE	0.36805	38	0.55089	4	-0.13588	33	0.9525	39
36	Czech Republic	0.44349	35	0.13071	35	-0.31516	35	0.9446	43
37	Barbados	0.45361	33	0.07869	39	-0.31907	36	0.9819	22
38	Malta	0.36313	39	0.11878	36	-0.36870	38	0.9625	35
39	Estonia	0.33369	42	0.08850	38	-0.46588	40	0.9708	32
40	Poland	0.37305	37	0.06027	44	-0.44754	39	0.9587	37
41	Slovakia	0.36234	40	0.07746	40	-0.47464	41	0.9345	44
42	Hungary	0.31574	43	0.07177	41	-0.48982	43	0.9668	34
43	Croatia	0.35130	41	0.04850	45	-0.48949	42	0.9307	45
44	Lithuania	0.28691	45	0.06758	42	-0.51068	44	0.9748	30
45	Latvia	0.29394	44	0.06051	43	-0.52237	45	0.9678	33

Tabulka 3 obsahuje pořadí zemí podle standardní metodiky a dále pořadí získané třemi metodami vícekriteriálního hodnocení variant včetně agregovaných ukazatelů jako podkladu pro celkové uspořádání. Jako další informace je v tabulce 3 obsažena míra efektivnosti (super efektivnosti) vypočtená CCR DEA modelem orientovaným na výstupy – jeden jednotkový vstup a tři výstupy (střední délka života, index vzdělání, HDP).

Zajímavou informaci o dosažených výsledcích přináší tabulka 4. Obsahuje korelační koeficienty pořadí vybraných zemí získaných všemi pěti modelovými přístupy. Není bez zajímavosti, že je vysoká korelace mezi standardní metodikou a metodami WSA a PROMETHEE, naopak jako velmi odlišné se zdají výsledky získané metodou TOPSIS.

Tab. 4: Korelační koeficienty pořadí

	HDI	WSA	TOPSIS	PROM	DEA
HDI	1	0.921	0.589	0.915	0.780
WSA		1	0.641	0.981	0.841
TOPSIS			1	0.723	0.387
PROM				1	0.804
DEA					1

4 ZÁVĚRY

Článek poukazuje na alternativní způsoby výpočtu indexu lidského rozvoje, který je výsledkem vícekriteriální analýzy čtyř ukazatelů a pro jehož výpočet se standardně používá jednoduchý přístup, založený na agregaci dílčích funkcí užítku. Ukázali jsme, že výpočet tohoto indexu jinými metodami vícekriteriálního hodnocení variant poskytuje, za jinak shodných či podobných vstupních podmínek, uspořádání zemí poměrně podobné tomu, které je získané standardní metodikou.

Alternativní možností je analýza celého datového souboru pomocí modelů analýzy obalu dat. Tyto modely považují za efektivní ty jednotky, ke kterým neexistují v rámci daného souboru takové jednotky, jejichž konvexní kombinace je lepší (není horší) než hodnocená jednotka. To vede mimo jiné k tomu, že jednotka s nejlepší hodnotou jakéhokoliv z hodnotících kritérií, bude vždy označena za efektivní a přiřazena jí maximální, tj. jednotková, míra efektivnosti. Výsledky DEA analýzy, uvedené v tabulce 3, korespondují s uspořádáním zemí podle HDI. DEA modely však umožňují i jiný pohled na celý problém. Jedna z možností spočívá v hodnocení efektivnosti transformace HDP pro lidský rozvoj v dané zemi. Analýza tohoto typu bude předmětem dalšího výzkumu.

Použitá literatura

- [1] Cooper, W. W., Seiford, L. M, Tone, K.: Data Envelopment Analysis. Kluwer Publ., Boston 2000.
- [2] Human Development Report 2009, <http://hdr.undp.org/en/reports/global/hdr2009/>.
- [3] Jablonský, J.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Politická ekonomie, č. 2, 2004, s. 225-239.
- [4] Jablonský, J., Dlouhý, M.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Professional Publishing, Praha, 2004.
- [5] Mahlberg, B., Obersteiner, M.: Remeasuring the HDI by Data Envelopment Analysis. Interim Report IR-01-069, IIASA, Laxenburg, 2001.
- [6] Zhu, J. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking. Kluwer Publ., Boston 2003.

Kontaktní údaje

Prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Ing. Veronika Skočdoplová

VŠE Praha, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403, (420) 224 095 380

email: jablon@vse.cz, veronika.skocdoplova@vse.cz

MODEL ZEMĚDĚLSKÉ VÝROBY

AGRICULTURAL PRODUCTION MODEL

Tereza Jägerová

Abstrakt

Optimalizace v zemědělství je komplexní problém hledající optimální portfolio různorodé živočišné a rostlinné výroby, které přinese podniku nejvyšší očekávaný zisk. Problematika je ovlivněna mnoha faktory. V modelu je mimo jiné zachycen i stochastický charakter počasí a podmínka stability stáda skotu společně s ostatními relevantními podmínkami a faktory. Výše zmíněný problém je úlohou lineárního celočíselného programování. Jedná se o specifickou úlohu z praxe, která nevychází z existujících úloh, tedy není ani jejich modifikací, ale je pouze aplikací již zmíněných principů.

***Klíčová slova:** zemědělství, diskrétní modely, lineární modely, případová studie*

Abstract

Optimization in agriculture is complicated and complex problem that aims to find an optimal portfolio of diverse animal and vegetal production that corresponds to a maximal expected company profit. The problem is influenced by many factors and conditions and some of them are mentioned below. The agriculture model includes for example the stochastic character of weather and the condition that the herd of cattle should be stable. Optimization in agriculture is a linear discrete problem that is real and very specific. The mathematical model of situation is only the application of the linear discrete programming principles.

***Keywords:** agriculture, discrete models, linear models, case study*

1 POPIS PROBLEMATIKY

Cílem podniku v oblasti zemědělství je optimalizovat počet chovných zvířat, velikost plochy osetou různými druhy obilnin a rozlohu trvalých travnatých porostů při maximalizaci očekávaného zisku. Zemědělská činnost a výnosy z ní jsou silně závislé na náhodném faktoru počasí, proto se zemědělci brání této nejistotě diversifikací výroby a proto také hovoříme o „očekávaném“ zisku. Model bude přitom uvažovat citlivostní koeficienty plodin na počasí a zároveň nutnost rozdělení celkové zemědělské produkce mezi výrobu rostlinnou a živočišnou. Nesmí totiž dojít k situaci, že by některá z nich byla nevyužita.

Podnik se věnuje chovu skotu, prasat a drůbeže a zároveň pěstuje různé druhy obilnin, které z části prodává a část je zkrmena skotem. Prasata a drůbež se živí pouze nakoupenými krmivy. Jediná provázanost prasat a brojlerů s rostlinnou výrobou spočívá v použití jejich exkrementů coby hnojiv na užitné plochy.

Prasata zůstávají ve vepřinech a drůbež v drůbežárnách o daných kapacitách přesně určenou dobu, dokud nedosáhnou cílové hmotnosti. Jediná provázanost prasat a brojlerů s rostlinnou výrobou spočívá v použití jejich exkrementů coby hnojiv na užitné plochy.

Stádo skotu není doplňováno nákupem zvířat ale pouze vlastními telaty. Optimalizace zemědělské výroby uvažuje mimo jiné i podmínku zachování obratu stáda, tedy schopnost stáda skotu rozumně se reprodukovat, aby nedocházelo k úbytkům či k jeho zániku. Stádo je složeno ze savých telat, která se prozatím živí mlékem od krav a jsou ustájena společně s kravami v boxech. Každá kráva může mít pouze jedno tele během roku. Z tohoto důvodu ve stádě nemůže být více savých telat nežli je krav. Savá telata postupně vyrostou a jsou přemístěna do teletníku, kde zůstávají do šesti měsíců věku. Poté jsou mladé jalovičky do dvou let a býčci do jednoho roku umístěni do zvláštních stájí, přičemž jalovičky mají samostatné stáje a býčci jsou ustájeni společně s dospělými býky. Když jalovičky dosáhnou dvou let věku, zemědělci se je snaží zabřeznout a pokud k tomu v pořádku dojde, stávají se po určité době vysokobřezími jalovicemi, které se ustájejí společně s kravami v kravíně. Jakmile se tyto jalovice otelí, stanou se kravami, které mají u sebe v boxu svá savá telata. Ve stádě to ale nejsou pouze březí jalovice, které mohou mít telata. Každá kráva – dojnice má v průměru jednu za 14 měsíců nové tele. K prodeji na maso slouží převážně dospělí býci, kteří jsou k tomuto účelu primárně určeni. Ti se poráží asi ve 24 měsících věku. Ostatní členové stáda se prodávají pouze výjimečně, a to ze dvou důvodů: nevhodnost k dalšímu chovu například kvůli zdravotnímu stavu, nemožnost jalovic zabřeznout nebo nevhodný tvar vemene pro dojení či se jedná o plemenná zvířata.

Kromě prodeje jednotlivých kusů skotu je dalším výnosem z jejich chovu také mléko od krav. Chov skotu je propojen s rostlinnou výrobou silněji. Nejenže zemědělci používají statková hnojiva na obohacování orných půd, luk a pastvin, ale zvířata také spotřebovávají vlastní obilniny a seno jako potravu. Další stravou pro skot jsou i krmiva, která podnik také sám vyrábí. Siláž, senáž a slámu podnik vyrábí neustále během sezóny, a proto, když je úrodný rok, vyrobí jich více a uskladní na další léta, kdy je může využít. Z tohoto důvodu nikdy nevíme, kolik jich bude přesně na skladu, protože je zde uvažujeme jako konstanty¹. Skot dále produkuje statkový hnůj, který je aplikován na zemědělské plochy v přesně zadaném množství, aby nedošlo k překročení limitů dusíku v půdě a posléze i v plodinách, což by mohlo ohrozit kvalitu plodin. Pro každý druh užitné plochy je tento limit různý.

Pro zvýšení kvality masa je určité procento zvířat na pastvě, která má jistou kapacitu. Na pastvinách mohou být pouze starší telata, mladé jalovičky a býčci.

Zemědělská plocha podniku je omezena na pozemky, které vlastní nebo které si pronajímá, a dělí se na ornou půdu, louky a konečně pastviny. Celkové trvalé travnaté porosty, do kterých patří pastviny společně s loukami, nesmí být ze zákona přeměňovány v ornou půdu. Opačná přeměna je ale možná.

Podnik pěstuje několik druhů zemědělských plodin. Všechny tyto plodiny společně se senem jsou určeny k prodeji, pouze některé z nich jsou spotřebovávány. Klasické obilniny jsou pěstovány na orné půdě, kdežto seno je získáváno sušením trávy z luk. Při pěstování výše jmenovaných plodin je nutné brát v úvahu jejich rozdílnou citlivost na počasí.

Vlastní výrobky (siláž, senáž a sláma) neslouží k prodeji, ale jsou plně spotřebovány při chovu skotu, protože se jedná o komodity, které jsou během nepříznivých let špatně obstaratelné, a podnik zabezpečuje jejich dostupnost z vlastních zásob vytvořených během dřívějších let.

Protože se jedná o značně specifický proces, bylo nutné vymodelovat problém bez návaznosti na existující teoretickou speciální úlohu, tedy pouze na základě principů celočíselného programování [2]. Z tohoto důvodu přejdeme přímo k matematickému modelu zemědělské optimalizace bez uvedení teoretického základu.

¹ Konstanty představují expertní odhady jejich množství, která budou k dispozici za daný rok.

2 MATEMATICKÝ MODEL

Provázanosti modelu jsou značné rozsáhlé, proto bude nutné zanedbat některé skutečnosti a v následujícím modelu zmíním pouze některá omezení a účelovou funkci. Stochastický charakter počasí bude v modelu zastoupen pouze částečně. Budeme uvažovat čtyři druhy zemědělců a to na základě dlouhodobé předpovědi počasí na další rok. Jedná se o optimistického pěstitele, který je naprosto neutrální k riziku. Oproti tomu uvažujeme zemědělce, kteří jsou mírně, středně až silně averzní k riziku. Tento výjimečně pesimistický pěstitel předpokládá, že následující rok bude mimořádně nepříznivý a úroda bude pouze zlomkem ideální sklizně. Stupeň averze k riziku nepřízně počasí je tedy vyjádřen mírou optimismu pěstitele.

Faktor počasí zemědělci pojišťují diverzifikací činnosti nejen v oblasti rostlinné výroby ale i v oblasti živočišné výroby. Pro jistotu vždy zachovávají alespoň minimální velikost stáda skotu pro případ, že dojde k nízké sklizni.

Pro snazší pochopení modelu je potřeba uvést značení jednotlivých proměnných:

Chovná zvířata x_i , kde stádo skotu je rozděleno do podskupin (postupně savá telata, telata v teletníku, býčci do 1 roku, chovní býci, jalovičky do 2 let, vysokobřezí jalovice, krávy-dojnice) a prasata s brojlery tvoří dvě samostatné proměnné x_8 a x_9 , označme indexy $1, 2, \dots, z$, dále plodiny Ω_i (včetně sena) odpovídají koeficientům $1, 2, \dots, r$, zásobu vlastních krmiv značíme β_i a odpovídající indexy jsou $1, 2, \dots, k$ a užité plochy p_i číslujeme $1, 2, \dots, u$.

$$\text{Maximalizovat} \quad Z = \sum_{i=1}^z \lambda_i \pi_i x_i + \sum_{i=1}^r \kappa_i y_i + 3600cx_7 \quad (1)$$

$$x_1 \leq x_7, \quad (2)$$

$$\varphi_i x_6 \leq \chi_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, z, \quad (3)$$

$$(1 - \omega_2)x_2 + (1 - \omega_3)x_3 + (1 - \omega_5)x_5 \leq b * p_3, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^z \mu_{ij} x_j \leq \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^z \gamma_{ij} x_j \leq \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (6)$$

$$\Omega_i \psi_i \left(\frac{1}{1 - \sigma_j} \right)^q = y_i + \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad (7)$$

$$x_i \geq 0, \quad \text{celé}, \quad i = 1, 2, \dots, z, \quad (8)$$

$$\Omega_i \geq 0, \quad \text{celé}, \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

$$p_i \geq 0, \quad \text{celé}, \quad i = 1, 2, \dots, u,$$

kde λ_i ... podíl zvířat z celkového stavu skupiny i , který se prodá,

π_i ... zisk na jedno zvíře patřící do skupiny i (Kč/ks),

- y_i ... část obilniny i , která se prodá,
- κ_i ... zisk z produkce obilniny i (Kč/t),
- φ_i ... koeficient představující hraniční poměry mezi jednotlivými příslušníky, skupinami i stáda skotu, které zaručují přiměřenou reprodukci stáda,
- χ_i ... koeficient určující, zda skupina zvířat i patří do stáda skotu,
- Ω_i ... osev obilninami i (včetně trávy) (ha),
- ψ_i ... sklizeň daného druhu plodiny i za ideálního počasí (t),
- μ_{ij} ... množství plodin i , které spotřebuje zvíře ze skupiny j (t),
- α_i ... množství obilnin i určených na vlastní spotřebu (t),
- γ_{ij} ... množství krmiva i , které spotřebuje zvíře ze skupiny j (t),
- o ... produkce mléka na dojnici (l/ks+den),
- c ... zisk z jednoho litru mléka (Kč/l),
- ω_i ... podíl zvířat ze skupiny i , která zůstávají ve stájích,
- b ... počet kusů dobytka na hektar pastvin,
- σ_i ... citlivost plodiny i na nepřízeň počasí,
- q ... koeficient rostoucího pesimismu (stupeň pesimismu vzhledem k vývoji počasí),

Účelová funkce (1) výše uvedeného modelu představuje očekávané výnosy z jednotlivých druhů produkce podniku pro příští rok. První člen ziskové funkce představuje výnosy z prodeje zvířat, respektive z podílu zvířat, která jsou určena k prodeji. Druhý člen vyjadřuje výtěžky z prodeje podílu obilnin a sena. Poslední člen zobrazuje výdělek z produkce mléka, který je dán součinem průměrné produkce mléka za rok, zisku z jednoho litru mléka a počtu dojnic v kravíně. Nerovnice (2) vyjadřuje podmínku, že ve stádě může být nanejvýše tolik savých telat, kolik je krav, protože každá kráva může mít u sebe v boxu v nejlepším případě jedno savé tele. Vysokobřezí jalovice se do této kategorie nepočítají, protože ještě nemají statut krávy, tou se stanou, jakmile se otelí. Výraz (3) zajišťuje schopnost stáda rozumně se reprodukovat tak, aby nedocházelo k úbytkům. Pravá strana nerovnice představuje počet zvířat v jednotlivých skupinách, které mohou anebo nemusí být členy stáda. V optimalizaci uvažujeme všechny druhy chovných zvířat a je logické, že prasata a drůbež nemohou tvořit stádo skotu. Proto je stav zvířat násoben bivalentním koeficientem χ_i , který nabývá hodnoty jedna v případě, že skupina zvířat je součástí stáda, a nulové hodnoty v opačném případě. Levá strana nerovnice vyjadřuje dolní mez stavu této skupiny dobytka, která je určena součinem koeficientu φ_i a stavu vysokobřezích jalovic, které byly zvoleny jako základ stáda, protože na počtu reprodukceschopných mladých jalovic spočívá stabilita celého stáda. Koeficient φ_i určuje, kolikrát musí být ve stádu více či méně ostatních skupin dobytka v porovnání s vysokobřezími jalovicemi pro postačující reprodukci stáda. V našem případě jsou použity pouze dolní hranice těchto poměrů. Uvažujeme, že kusů ve stádě může být vždy více pro zachování přirozené reprodukce. Tyto koeficienty lze zjistit na základě existujících

poměrů v reálném stabilním stádě nebo na základě odborné konzultace se specialisty na obrat stáda skotu.

Nerovnice (4) určuje na levé straně, kolik je možno vyhnat telat, býčků do 1 roku a jaloviček do 2 let na pastvu, a tento počet je limitován velikostí pastvin p_3 a zároveň počtem kusů skotu, kolik je pastvina schopna pojmout při její plné regeneraci. Z výrazu je patrné, že na pastvu jsou připuštěny pouze mladší kusy dobytka, a to pouze určité procento - zbytek zvířat je ustájen. Omezení (5) a (6) zabezpečují, aby zvířata, která spotřebovávají obilniny a krmiva z vlastních zásob, měla dostatek potravy, a aby nedocházelo k případům, že se vypěstované obilniny a usušené seno prodají a zvířata nebudou mít dostatek stravy. Obilniny, které zkrmuje dobytek, jsou čerpány z části vypěstovaných plodin, které jsou určeny na již zmiňovanou potravu pro zvířata a na zásoby na další rok, tedy nejsou vyhrazeny na prodej. Omezení (7) představují nutnou diversifikaci rizika při zemědělské výrobě. Počasí může být velmi nestálé, a proto výnosy z pěstování obilnin nemusí být vždy podle ideálních předpokladů. Proto se zemědělci vyznačují různým stupněm optimismu vůči počasí

následujícího roku. Výraz $\left(\frac{1}{1-\sigma_j}\right)^q$ představuje již zmiňovanou míru optimismu,

respektive pesimismu a nalézá se v intervalu $\langle 0;1 \rangle$. Pokud míra optimismu je rovna jedné, jedná se o čistě optimistická očekávání vzhledem k příštím roku. Čím více se míra optimismu blíží k nule, tím silnější je pesimismus v očekávání. Konstanta σ_j vyjadřuje citlivost plodiny na nepříznivé počasí a pohybuje se také v intervalu $\langle 0;1 \rangle$. Pokud je rovna nule, plodina není vůbec citlivá na počasí a naopak. Dopady citlivosti plodin na úrodu jsou vždy nepřímé, proto je stupeň optimismu díky svému charakteru zmírňuje. Míru optimismu zemědělce zohledníme využitím exponentu q , který může nabývat pouze nezáporných hodnot. Pokud koeficient q nabude hodnoty 0, zemědělec je optimistický a předpokládá, že počasí v příštím roce bude nanejvýše příznivé a on sklídí ideální množství úrody. S rostoucím q se stupňuje pesimismus ve vztahu k počasí a k očekávané úrodě. Nazveme jej koeficientem rostoucího pesimismu. Rovnice tedy zachycuje očekávanou sklizeň na jedné straně a její použití na straně druhé. Sklizené obilniny a seno se budou nejen prodávat zákazníkům, ale i dále spotřebovávat v podniku jako strava pro dobytek. Podmínky (8) nakonec představují požadovanou nezápornost a celočíselnost proměnných.

Kvůli značné komplexitě úlohy se zde dopouštíme významné abstrakce. Kompletní model se všemi zmíněnými i jinými podmínkami je uveden v [1] (ale i tento model je do jisté míry zjednodušen).

3 VÝSLEDEK PŘI MÍRNĚ PESIMISTICKÝCH OČEKÁVÁNÍCH ($q=1$)

Druh chovných zvířat	Počet (x_i)	Skutečné poměry	Minimální poměry (φ_i)	Očekávaný zisk za skupinu
Telata savá	45	1,5	1,5	-25 299
Telata v teletníku	75	2,5	2,5	5 333
Býčci do 1 roku	18	0,6	0,6	14 666
Chovný býci	153	5,1	2,5	622 679
Jalovičky do 2 let	135	4,5	4,4	229 635
VB jalovice	30	1	1	100 989
Krávy	219	7,3	7,3	-811 110
Prasata	5400	---	---	3 356 640
Drůbež	0	---	---	0

Druh plodiny	Osev (Ω_i)	Rozdíl oproti optimist. oček. (t)	Na prodej (γ_i)	Na vlastní spotřebu (α_i)	Citlivost (σ_i)
pšenice jarní	58	+22	1,46	107,29	0,6
pšenice ozimá	0	0	0	0	0,15
Žito	1 329	+1 329	6 403	0	0,1
ječmen ozimý	17	+2	1,60	85,62	0,15
řepka olejka	0	0	0	0	0,4
oves	8	+3	1,33	17,87	0,5
kukuřice - zrno	6	-1 356	2,00	17,26	0,9
seno	299	0	1 804	98,63	0,1

Použitá literatura

1. JÄGEROVÁ, T. 2009. Analýza a optimalizace efektivnosti zemědělsko – dřevozpracujícího podniku. Diplomová práce. Praha: VŠE – FIS.
2. PELIKÁN, J. 2001. Diskrétní modely v operačním výzkumu. Praha: Professional Publishing. ISBN 80-86419-17-7.

Kontaktní údaje

Ing. Tereza Jägerová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí Winstona Churchilla 4, 130 00 Praha 3

email: tereza.jagerova@vse.cz

ROZŠÍŘENÁ ÚLOHA ČÍNSKÉHO LISTONOŠE

EXTENDED CHINESE POSTMAN PROBLEM

Tomáš Jelínek, Jan Pelikán, Jan Fábry

Abstrakt

V úloze čínského listonoše je úkolem nalézt uzavřený sled hran takový, že součet ohodnocení hran, které jsou součástí sledu je minimální. Každá hrana musí být alespoň jednou obsažena v tomto sledu. Úloha je řešena pomocí lineárního modelu. Model je dále rozšířen tak, aby byl více použitelný k řešení praktických problémů. Úloha je řešitelná i na smíšeném grafu, protože jsou odstraněny omezení týkající se orientovaných či neorientovaných hran – mohou být zadány oba typy hran. Dále je přidána možnost, aby některé hrany nemusely být součástí sledu. Množina hran, která musí být součástí sledu, nemusí tvořit souvislý podgraf, protože jsou přidána omezení zajišťující souvislost výsledného řešení.

Klíčová slovo: úloha čínského listonoše, nepovinné hrany, smíšený graf

Abstract

The objective in Chinese postman problem is to find a cycle, where sum of edge values is minimal. Each edge occurs in the cycle at least once. The problem is solved by linear model. Model is extended in the next part to be more applicable for solving practical problems. Problem is solvable also on mixed graph, because restrictions for directed and undirected edges were removed – both types of edges are considered in graph. There was added the possibility that subset of edges doesn't have to be part of the cycle. Subset of edges, which must be in the cycle, doesn't have to create connected graph, because constraints, which make resulting cycle connected, were added.

Keywords: Chinese postman problem, rural postman problem, mixed graph

1 ÚVOD

Úloha čínského listonoše patří mezi okružní úlohy, které řeší problémy zabývající se svozem a rozvozem určitého materiálu (výrobky, zboží, materiál, odpad apod.). Tento typ úloh se nejčastěji řeší pomocí teorie grafů, protože místa kam/odkud se má tento materiál dopravit, lze vhodně reprezentovat buď hranou, nebo uzlem grafu.

Úlohu čínského listonoše poprvé podrobněji řešil matematik Mei-ko (1962 in Minieka, 1979). Obslužné vozidlo (poštovní doručovatel, vozidlo pro svoz odpadu, sypací vůz atd.) má projet přes všechny hrany v grafu a pak se vrátit do výchozího místa, cílem je minimalizovat celkovou ujetou vzdálenost.

V tomto příspěvku ukážeme řešení této úlohy, kterou poté rozšíříme o orientované a neorientované hrany, kde po některých hranách se může vozidlo pohybovat v obou směrech, ale po ostatních pouze v určitém směru (např. jednosměrná ulice). Dále do úlohy přidáme tzv. nepovinné hrany, po kterých vozidlo může, ale nemusí jet, tj. není zde požadavek na dovoz nebo odvoz materiálu. Přidání nepovinných hran může způsobit, že povinné hrany (a příslušné uzly) mohou tvořit nesouvislý graf. Ukážeme několik postupů, které zajistí, že posloupnost hran, po kterých se vozidlo pohybuje, bude tvořit uzavřený sled.

2 ÚLOHA ČÍNSKÉHO LISTONOŠE

Úloha čínského listonoše pro orientovaný i neorientovaný graf řeší např. Pelikán (2001), kde jsou podrobněji rozebrány dva postupy:

- 1) do grafu se přidají hrany tak, aby stupeň každého uzlu byl sudý, neboli vznikne eulerovský graf, ve kterém se Eulerův cyklus najde např. pomocí Fleuryho algoritmu. Počet průjezdů vozidla po každé hraně bude roven jedné.
- 2) do grafu se nepřidávají žádné hrany a tudíž se úloha obecně řeší na grafu, který není eulerovský. Z tohoto důvodu může být počet průjezdů po některých hranách větší než jedna. Lineární model vypadá následovně:

$$G = (V, E)$$

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \quad \forall (i, j) \in E,$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+$$

Úlohu řešíme na grafu G , který je určen množinou uzlů V a množinou hran E . Předpokládáme, že zadaný graf je souvislý. Množina hran E je symetrická, tj. pokud existuje hrana (i, j) , pak existuje i hrana (j, i) . Každé hraně (i, j) přiřadíme proměnnou x_{ij} , která označuje počet průjezdů vozidla ve směru $i \rightarrow j$. První soustava omezení zaručuje, že počet příjezdů do uzlu se bude rovnat počtu odjezdů z uzlu; druhá soustava nerovností zajistí, aby vozidlo projelo (v libovolném směru) každou hranou alespoň jednou. Účelovou funkci (celkovou vzdálenost) minimalizujeme, c_{ij} označuje délku hrany (i, j) .

3 ORIENTOVANÉ A NEORIENTOVANÉ HRANY

Model z předchozí kapitoly rozšíříme o orientaci hran. Množinu hran E upravíme tak, že nemusí být symetrická - pokud existuje hrana (i, j) , nemusí existovat hrana (j, i) . V modelu budeme uvažovat celkem tři typy hran:

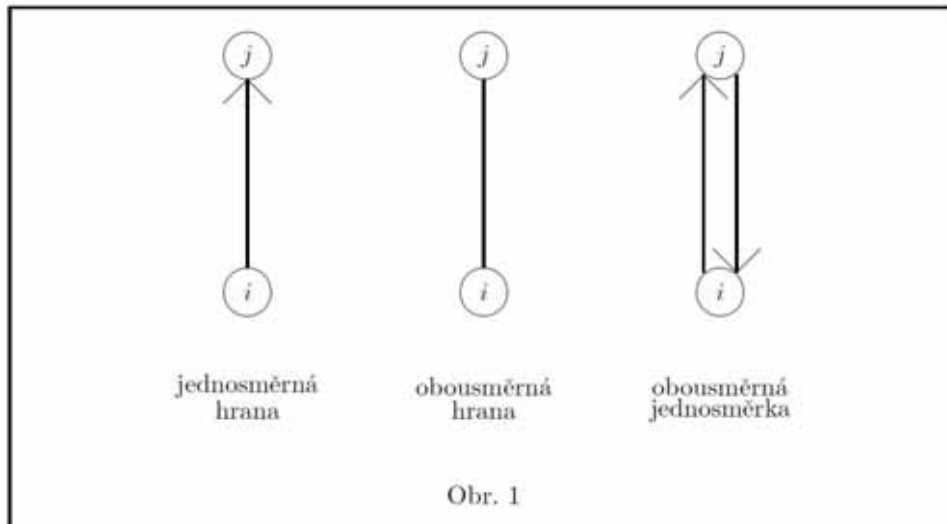
- **jednosměrná hrana** – vozidlo může projet hranou pouze v jednom směru, neboli

$$(i, j) \in E \vee (j, i) \notin E$$
- **obousměrná hrana** - vozidlo musí projet hranou alespoň jednou a je jedno v jakém směru, musí platit:

$$(i, j) \in E \wedge (j, i) \in E, x_{ij} + x_{ji} \geq 1$$
- **obousměrná jednosměrka** - vozidlo musí projet hranou alespoň jednou v každém směru, tj.:

$$(i, j) \in E \wedge (j, i) \in E, x_{ij} \geq 1, x_{ji} \geq 1$$

Obrázek 1 ilustruje všechny tři typy hran.



Množinu hran E rozdělíme na dvě podmnožiny: E_1 a E_2 . Jednosměrná hrana a obousměrná jednosměrka budou v množině E_1 , obousměrné hrany budou v množině E_2 . Každá hrana musí být právě jedním z těchto typů. Matematický model rozšíříme o podmínky pro jednotlivé typy hran:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \quad \forall (i, j) \in E_2.$$

$$x_{ij} \geq 1, \quad \forall (i, j) \in E_1,$$

$$x_{ij} \in \mathbf{Z}_0^+.$$

$$E_1 \cup E_2 = E, \quad E_1 \cap E_2 = \emptyset.$$

4 POVINNÉ A NEPOVINNÉ HRANY

Hrany grafu rozdělíme do dvou kategorií: hrany, kterými vozidlo musí projet (povinné hrany) a hrany, kterými vozidlo může projet (nepovinné hrany). Takto zadaná úloha se nazývá rural postman problem (Eiselt et al, 1995). Označme množinu povinných hran E_P a množinu nepovinných hran E_N . Každá hrana grafu je buď povinná nebo nepovinná, proto musí platit:

$$E_P \cup E_N = E, \quad E_P \cap E_N = \emptyset.$$

V matematickém modelu musíme rozšířit omezení pro počet průjezdů každou hranou. V této části musíme rozlišit typ hrany z hlediska orientace a z hlediska povinnosti průjezdu. Výsledný matematický model vypadá následovně:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \quad \forall (i,j) \in E_2 \wedge \square (i,j) \in E_p,$$

$$x_{ij} \geq 1, \quad \forall (i,j) \in E_1 \wedge \square (i,j) \in E_p,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in E_N,$$

$$x_{ij} \in \mathbf{Z}_0^+.$$

$$E_1 \cup E_2 = E, \quad E_1 \cap E_2 = \emptyset,$$

$$E_p \cup E_N = E, \quad E_p \cap E_N = \emptyset.$$

Takto formulovaný matematický model nalezne vždy optimální řešení pouze v případě, že povinné hrany a uzly na nich ležící tvoří souvislý podgraf. V opačném případě může být nalezené řešení tvořeno několika nesouvislými trasami, neboli se bude jednat o nepřipustné řešení. Odstraněním tohoto omezení se zabývá následující kapitola.

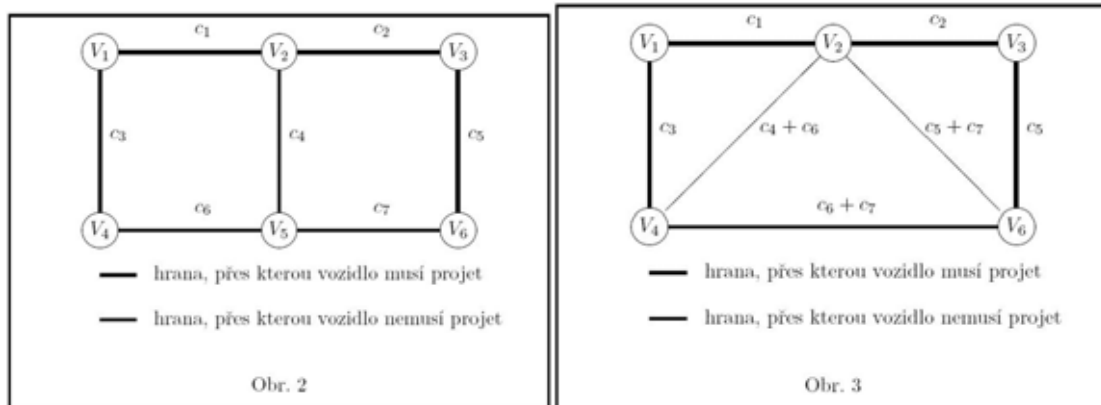
5 ZACHOVÁNÍ SOUVISLOSTI PODGRAFU

Pokud v zadaném grafu netvoří povinné hrany a uzly na nich ležící souvislý podgraf, musíme do modelu přidat omezení, které zajistí souvislost trasy vozidla. Do modelu přidáme omezení využívaná pro hledání kostry grafu (Pelikán, 2005), která modifikujeme pro naše potřeby a která zajistí, že podgraf (určený trasou vozidla) bude obsahovat kostru podgrafu. Pokud podgraf obsahuje kostru, potom podgraf musí být souvislý. Ukážeme si dvě varianty tohoto postupu.

5.1 Souvislost celého grafu

V této části přidáme omezení, která naleznou kostru celého grafu. Nevýhodou tohoto řešení je, že vozidlo musí projet přes všechny uzly. Zadání úlohy musíme transformovat tak, aby neobsahovalo uzel, který je incidentní pouze s nepovinnými hranami (Eiselt et al,1995).

Postup transformace je následující: z grafu odebereme uzel, který není incidentní s alespoň jednou povinnou hranou. Dále odebereme všechny hrany incidentní s tímto uzlem. Všechny cesty obsahující pouze nepovinné hrany, které vedly přes tento uzel, nahradíme hranou, která spojuje koncové body dané cesty. Její ohodnocení bude rovno součtu ohodnocení hran původní cesty. Výchozí situaci ilustruje Obrázek 2, transformovanou situaci Obrázek 3.



Nyní napíšeme omezení pro kostru grafu:

$$x_{ij} + x_{ji} \geq y_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E,$$

$$y_{ij} M \geq t_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad M \dots \text{velké číslo},$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} = 1, \quad \forall i \in (V - \{1\}),$$

$$\sum_{j=1}^n t_{ij} - \sum_{j=1}^n t_{ji} = 1, \quad \forall i \in (V - \{1\}),$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad t_{ij} \in \mathbb{R}_0^+.$$

Binární proměnné y_{ij} popisují, zda je hrana součástí kostry, proměnné t_{ij} značí velikost toku hranou. Odtok z každého uzlu (kromě výchozího) je o jednotku větší než přítok. Z každého uzlu (kromě cílového) vychází právě jedna hrana, která je součástí kostry.

5.2 Souvislost podgrafu

Omezení pro souvislost trasy upravíme tak, že součástí kostry budou pouze uzly, přes které vozidlo projelo. Díky tomu se nemusí transformovat zadaný graf. Upravená omezení jsou následujícího tvaru:

$$x_{ij} + x_{ji} \geq y_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E,$$

$$y_{ij}M \geq t_{ij}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad M \dots \text{velké číslo},$$

$$z_i M > \sum_{j=1}^n x_{ij}, \quad \forall i \in V.$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \geq z_i, \quad \sum_{j=1}^n y_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in (V - \{1\}),$$

$$\sum_{j=1}^n t_{ij} - \sum_{j=1}^n t_{ji} \geq z_i, \quad \sum_{j=1}^n t_{ij} - \sum_{j=1}^n t_{ji} \leq 1, \quad \forall i \in (V - \{1\}),$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, z_i \in \{0,1\}, \quad t_{ij} \in \mathbb{R}_0^+.$$

Proměnná z_i označuje, zda je uzel i součástí kostry. Omezení pro rozdíl přítoku a odtoku a pro počet vycházejících hran byla upravena tak, že pravá strana omezení je alespoň taková jako je hodnota z_i , maximálně však jedna. To způsobí, že součástí kostry může být každý uzel, ale ty uzly, kterými projíždí vozidlo, musí být součástí kostry.

6 ZÁVĚR

V tomto příspěvku byla řešena rozšířená úloha čínského listonoše. V úvodní kapitole byl popsán jeden z modelů, který řeší základní úlohu čínského listonoše, který byl následně rozšířen o další omezení. Rozšíření úlohy spočívalo v zavedení tří typů hran – neorientované, orientované a jejich kombinace, kdy je hrana orientovaná „oběma směry“. Dále v úloze byly rozděleny hrany na povinné a nepovinné, čímž vznikl tzv. rural postman problem. Nesouvislost podgrafu tvořeného povinnými hranami může způsobit nesouvislost tras vozidla. Poslední kapitola rozebírá, jak tento nedostatek odstranit: byly popsány dva modely, jejichž omezení zaručí, že trasa vozidla obsahuje i kostru této trasy, neboli trasa vozidla musí být souvislá.

Použitá literatura

1. Eiselt, H.A.; Gendreau, M.; Laporte, G. (1995): *Arc routing problems, Part I: The Chinese postman problem*. Operations Research; Mar/Apr 1995;43,2, str.231-242
2. Eiselt, H.A.; Gendreau, M.; Laporte, G. (1995): *Arc routing problems, Part II: The rural postman problem*. Operations Research; May/Jun 1995;43,3, str.399-414
3. Minieka, E. (1979): *The chinese postman problem for mixed network*. Management Science, Jul 1979;25;7, str. 643-648
4. Pelikán, J. (2001): *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Professional Publishing, Praha.
5. Steiner, M. (2007): *Úloha čínského listonoše s prioritami*. Diplomová práce, VŠE Praha

Kontaktní údaje

Tomáš Jelínek

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (+420) 777 649 026

email: xjelt09@vse.cz

Prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
katedra ekonometrie, č. 403 Nová budova VŠE

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (+420) 224 095 419

email: pelikan@vse.cz

Ing. Jan Fábry, Ph.D.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
katedra ekonometrie, č. 434 Nová budova VŠE

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (+420) 224 095 448

email: fabry@vse.cz

DYNAMICKÉ MODELY V MAKROEKONÓMII

DYNAMIC MODELS IN MACROECONOMY

Peter Komáromy

Abstrakt

Formulácia každého modelu je založená na určitých hypotézach. Spotrebná funkcia, kde výdavky domácností na finálnu spotrebu závisia od disponibilného príjmu, je tiež len jedna z hypotéz. Práve tieto hypotézy a ich matematická formulácia nám pomáha lepšie pochopiť vzťahy medzi makroekonomickými veličinami a objasniť niektoré problémy. V príspevku sú prezentované postupne 3 dynamické modely: dynamický model IS/LM, dynamický model inflácie a Dornbuschov model. Všetky tri tieto modely vychádzajú z modelu IS/LM, pričom model inflácie je rozšírený oproti prvému modelu o infláciu a inflačné očakávania a Dornbuschov model je rozšírený o medzinárodný trh aktív.

KLúčové slová: *dynamický model IS/LM, Dornbuschov model, dynamický model inflácie, stabilita modelu, systém diferenciálnych rovníc, determinant matice, stopa matice*

Abstract

All the macroeconomic models are based on certain hypothesis. Consumption function, where households' final consumption expenditures depend on disposable income, is one such hypothesis, too. Just these hypothesis and their mathematical formulation helps us to understand relations between macroeconomic variables and illustrate some problems. In this article, there are 3 dynamic models: dynamic model IS/LM, dynamic model of inflation and the Dornbusch model. Each of these models is based on IS/LM model. Inflation model (in comparison with IS/LM model) include also inflation and inflationary expectations and the Dornbusch model (in comparison with IS/LM model) include also international asset market.

Keywords: *dynamic model IS/LM, Dornbusch model, dynamic model of inflation, stability of the model, system of differential equations, determinant of the matrix, trace of the matrix*

1 DYNAMICKÝ MODEL IS/LM

Dynamický model IS/LM vychádza zo všeobecne známeho statického modelu, ktorý stanovuje rovnováhu na dvoch trhoch, na trhu tovarov a služieb a na trhu peňazí. Vhodnou „dynamizáciou“ spomínaného statického modelu získame nový pohľad na tento problém. Predpokladáme, že výdavky domácností na finálnu spotrebu pozitívne závisia od disponibilného príjmu, výdavky firiem na investície pozitívne závisia od príjmu a negatívne od úrokovej miery a dopyt po peniazoch pozitívne závisí od príjmu a negatívne od úrokovej miery. Uvažujeme spojitý tvar modelu. Potom platí

$$e = a + b*(1 - t)*y - h*r + j*y$$

$$m^d = k*y - u*r$$

e – suma výdavkov, a – autonómne výdavky, b – marginálna propenzita k spotrebe, t – daňová sadzba, y – príjem, h – závislosť výdavkov od úrokovej miery, r – úroková miera, j – marginálna propenzita k investovaniu, m^d – dopyt po peniazoch, k – závislosť dopytu po peniazoch od príjmu, u – závislosť dopytu po peniazoch od úrokovej miery.

Ďalšie dva vzťahy dajú modelu dynamický charakter:

$$y' = \alpha*(e - y)$$

$$r' = \beta*(m^d - m_0)$$

Príjem sa adjustuje v závislosti od prebytku dopytu na trhu tovarov a služieb a úroková miera sa adjustuje v závislosti od prebytku dopytu na trhu peňazí, kde $\alpha > 0$ a $\beta > 0$ sú miery adjustácie. Po úpravách získame systém dvoch diferenciálnych rovníc:

$$y' = \alpha*[b*(1 - t) + j - 1]*y - \alpha*h*r + \alpha*a$$

$$r' = \beta*k*y - \beta*u*r - \beta*m_0$$

Ak položíme $y' = 0$ a $r' = 0$, získame krivky IS a LM:

$$r = \frac{a - [1 - b^*(1 - t) - j]^*y}{h} \qquad r = \frac{k^*y - m_0}{u}$$

Môžeme tu pozorovať jeden zaujímavý fenomén. Na základe toho, že investičné výdavky firiem závisia okrem úrokovej miery aj od príjmu, IS – krivka môže nadobúdať aj pozitívny sklon:

$$b^*(1 - t) + j > 1.$$

Platí, že čím je hodnota parametra j väčšia, tým je väčšia pravdepodobnosť, že sklon krivky IS bude pozitívny. Ak by bola hodnota parametra $j = 0$ (investičné výdavky firiem by záviseli len od úrokovej miery), sklon krivky IS by bol negatívny.

Ak chceme posúdiť stabilitu daného systému, musíme určiť stopu a determinant matice systému:

$$\begin{aligned} tr(A) &= \alpha^*[b^*(1 - t) + j - 1] - \beta^*u \\ det(A) &= -\alpha^*\beta^*u^*[b^*(1 - t) + j - 1] + \alpha^*\beta^*k^*h \end{aligned}$$

Daný systém je stabilný ak platí:

$$\begin{aligned} tr(A) &\leq 0 \\ det(A) &> 0. \end{aligned}$$

2 DYNAMICKÝ MODEL INFLÁCIE

Predpokladajme model IS/LM pozostávajúci zo 6 rovníc rozšírených oproti predošlému modelu o mieru očakávanej inflácie Π^e .

$$\begin{aligned} c &= a + b^*(1 - t)^*y \\ i - i_0 &= h^*(r - \Pi^e) \\ y &= c + i + g \end{aligned}$$

$$m^d = k^*y - u^*r$$

$$m^s = m - p$$

$$m^d = m^s$$

Riešením tohto modelu získame rovnovážnu hodnotu pre y , ktorú označíme ako y^* :

$$y^* = \frac{(a + i_0 + g) + (h/u)^*(m - p) + h*\Pi^e}{1 - b^*(1 - t) + (h*k/u)}$$

Vhodnou substitúciou získame závislosť príjmu od reálnej peňažnej zásoby a od očakávanej miery inflácie:

$$y^* = a_0 + a_1^*(m - p) + a_2^*\Pi^e$$

Táto rovnica predstavuje krivku agregátneho dopytu, keďže predstavuje rovnováhu na oboch trhoch, na trhu tovarov a služieb a na trhu peňazí. Deriváciou tohto vzťahu získame nasledovnú rovnicu:

$$y' = a_1^*(m' - \Pi) + a_2^*\Pi^{e'}$$

Táto rovnica spolu s Phillipsovou krivkou a s rovnicou dynamickej adjustácie pre inflačné očakávania tvoria dynamický model inflácie:

$$y' = a_1^*(m' - \Pi) + a_2^*\Pi^{e'}$$

$$\Pi = \alpha^*(y - y_n) + \Pi^e$$

$$\Pi^{e'} = \beta^*(\Pi - \Pi^e)$$

Vhodnými úpravami získame systém dvoch diferenciálnych rovníc:

$$\Pi^{e'} = \alpha^*\beta^*(y - y_n)$$

$$y' = a_1^*m' - \alpha^*(a_1 - a_2^*\beta^*)(y - y_n) - a_1^*\Pi^e$$

Položme prvé derivácie (ľavú stranu oboch rovníc) rovné 0. Potom z prvej rovnice vyplýva, že $y = y_n$, to znamená že pri rovnovážnom stave sa príjem rovná potenciálnemu príjmu, čiže príjmu ktorý by bol dosiahnutý pri prirodzenej miere nezamestnanosti. Dosadením tohto faktu do druhej rovnice získame vzťah $m' = \Pi^e$, čo znamená, že očakávaná miera inflácie sa rovná miere zmeny peňažnej zásoby.

Stabilita systému znovu závisí od stopy a determinantu matice A daného systému:

$$tr(A) = -\alpha*(a_1 - a_2*\beta)$$

$$det(A) = \alpha*\beta*a_1$$

Pričom musí platiť $tr(A) \leq 0$ a $det(A) > 0$. Druhá podmienka je splnená pri ľubovoľne zvolených parametroch, keďže α , β , a_1 sú definované ako kladné čísla. Z prvého vzťahu vyplýva podmienka stability, $a_1 \geq a_2*\beta$.

3 DORNBUSCHOV MODEL

Uvažujme, že existujú 3 trhy, trh tovarov a služieb, trh peňazí a medzinárodný trh aktív. Každý z týchto trhov popisujú dve rovnice:

Trh tovarov a služieb

$$e = c*y + g + h*(s - p)$$

$$p' = a*(e - y)$$

Trh peňazí

$$m^d = p + k*y - u*r$$

$$m^s = m^d = m$$

Medzinárodný trh aktív

$$r = r^* + s^{e'}$$

$$s^{e'} = v*(s_p - s)$$

Prvá rovnica predstavuje rovnicu celkových výdavkov, pričom od rovníc z predošlých modelov sa líši tým, že zahŕňa aj premennú reálny spotový výmenný kurz. Druhá rovnica

vyjadruje, že zmena cenovej hladiny (inflácia) závisí od miery adjustácie prebytku dopytu na trhu tovarov a služieb. Tretia a štvrtá rovnica vyjadrujú rovnováhu na trhu peňazí, pričom tieto rovnice sa veľmi nelíšia od rovníc prezentovaných pri dynamickom IS/LM modeli. Oproti predošlým modelom pribudol jeden nový trh a to je medzinárodný trh aktív, ktorému zodpovedajú piata a šiesta rovnica. V tomto modeli sa predpokladá dokonalá mobilita kapitálu, takže domáca úroková miera sa vypočíta ako súčet zahraničnej úrokovej miery a zmeny očakávaného spotového kurzu. Šiesta rovnica vyjadruje zmenu očakávaného spotového kurzu ako funkciu rozdielu medzi paritou kúpnej sily s_p a spotovým výmenným kurzom.

Tento model sa dá vhodnými úpravami zjednodušiť na 2 rovnice, kde cenová hladina bude závisieť od spotového výmenného kurzu:

$$p = (m - k*y + u*r^* + u*v*s_p) - u*v*s$$

$$p = s - \frac{(1 - c)*y}{h} + \frac{g}{h}$$

Riešením tohto modelu by sme dostali rovnovážnu cenovú hladinu a rovnovážny spotový kurz.

Použitá literatúra:

- 1 AZARIADIS, Costas. Intertemporal macroeconomics. Massachusetts : Blackwell Publishers Inc., 1993. ISBN 1-55786-366-0
- 2 GANDOLFO, Giancarlo. Qualitative analysis and econometric estimation of continuous time dynamic models. Amsterdam : North – Holland publishing company, 1981. ISBN 0-444-86025-8
- 3 HUSÁR, Jaroslav. Makroekonomická analýza. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2007. ISBN 978-80-225-2366-0
- 4 SHONE, Ronald. Economic dynamics. New York : Cambridge University Press, 2002. ISBN 978-0-511-07833-0

Kontaktné údaje

Ing. Peter Komáromy

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 904 311 135

email: p.komaromy@gmail.com

TVARY NOVEJ KEYNESIÁNSKEJ PHILLIPSOVEJ KRIVKY

FORMS OF THE NEW KEYNESIAN PHILLIPS CURVE

Brian König

Abstrakt

Článok pojednáva o modelovom prístupe k inflácii nazývanom Nová Keynesiánska Phillipsova krivka (NKPC). Tá poníma infláciu na základe mikroekonomického modelu, pričom vysvetľuje infláciu ako závislosť na reálnych marginálnych nákladoch firiem a očakávaniach firiem o budúcom vývoji cien. Prvá časť príspevku sa zaoberá pôvodným tvarom NKPC a zároveň informuje o spôsoboch aproximácie marginálnych nákladov. V druhej časti je zobrazená hybridná NKPC, ktorá sa líši od pôvodnej NKPC štruktúrou očakávaní zahrnutých v modeli. Posledná časť je venovaná NKPC, ktorá skúma vzťah inflácie v podmienkach otvorenej ekonomiky.

KLúčové slová: *Nová Keynesiánska Phillipsova krivka, Hybridná Nová Keynesiánska Phillipsova krivka, inflácia, očakávania, marginálne náklady, pevnosť cien.*

Abstract

The contribution speaks about approach to inflation based on model which is called New Keynesian Phillips Curve. NKPC relates inflation to microeconomic model, where inflation is explained as a dependency on real marginal costs of firms and expectetations of firms about future price development. The first part of paper deals with the traditional form of NKPC and also describes the ways of replacement marginal costs by different variables. In the second part is shown hybrid model, which differs from the traditional NKPC in a structure of expectetations contained in the model. The last part is devoted to the hybrid NKPC which allow for conditions of open economy.

Keywords: *New Keynesian Phillips Curve, Hybrid New Keynesian Phillips Curve, inflation, epxpectations, marginal costs, price rigidity*

1. NOVÁ KEYNESIÁNSKA PHILLIPSOVÁ KRIVKA

Väčšina teoretických prístupov poníma infláciu z makroekonomického pohľadu, pričom uvažujú s prítomnosťou úplne flexibilných cien. Predpoklad dokonale pružných cien je len hypotetickým príkladom, ktorý neadekvátnym spôsobom popisuje prax, nakoľko väčšina kontraktov uzavretých jednotlivými agentmi sa uzatvára na niekoľko období dopredu. Z toho vyplýva, že ceny nedokážu okamžite reagovať na zmenu v agregátnom dopyte alebo ponuke a teda hovoríme o určitej pevnosti cien. Práve nepružnosť cien umožňuje monetárnej politike pôsobiť na reálnu ekonomickú aktivitu (aspoň krátkodobo) prostredníctvom nominálnych úrokových mier.

Klasické modely zaoberajúce sa infláciou, skúmajú infláciu z hľadiska zmeny ponuky a dopytu na danom trhu v podmienkach dokonalej konkurencie. V prípade poklesu

dopytu po danom tovare nastane prebytok ponuky a následne tlak konkurencie posunie cenu nadol. Avšak dokonalá konkurencia nepopisuje reálne správanie sa firiem. V nedokonalaj konkurencii sa firmy snažia stanoviť ceny svojej produkcie spôsobom, ktorý im bude zabezpečovať maximalizáciu ich zisku, pričom berú do úvahy výšku svojich nákladov ako aj správanie sa konkurenčných firiem. Sú si vedomé toho, že ak znížia cenu, konkurencia bude pravdepodobne reagovať rovnako a tento zásah by mal len minimálny vplyv na ich hospodársky výsledok. A práve teoretický prístup, ktorý sa zaoberá infláciou z pohľadu správania sa firmy na trhu sa nazýva NKPC.

NKPC popisuje jednoduchý vzťah medzi infláciou, očakávaniami firiem o budúcom vývoji inflácie a reálnymi marginálnymi nákladmi, to jest reálne (upravené o infláciu) zdroje, ktoré firmy musia spotrebovať na výrobu dodatočnej (marginálnej) jednotky ich tovaru alebo služby. Podľa tejto teórie inflácia zaznamenáva nárast v prípade, ak firmy očakávajú nárast cien v budúcnosti. Ako dôsledok tohto očakávania zvýšia ceny svojej produkcie už dnes. Firmy majú vyššie náklady, čo sa odrazí vo vyšších cenách. Dôsledkom toho dôjde k nárastu inflačných očakávaní firiem vzhľadom na budúcnosť. NKPC prináša nový pohľad na charakter dynamiky inflácie. Poukazuje predovšetkým na potrebu firmy hľadiť do budúcnosti pri nastavovaní ceny svojej produkcie, pričom musí brať do úvahy frekvenciu s akou môže cenu svojej produkcie určovať. Firma, ktorá v súčasnosti určuje cenu svojej produkcie, si je vedomá, že táto cena s veľkou pravdepodobnosťou bude platiť na viac ako jedno obdobie. A teda pri určovaní ceny bude hľadiť na očakávania ohľadom budúcich nákladov ako aj na vývoj dopytu.

Existuje viacero odlišných spôsobov ako získať NKPC, avšak najčastejšie používaným postupom je použité Calvovho prístupu (1983). Jeho pôvodná idea vychádza z práce Phelsa (1978) a Taylora (1980). Taylor i Calvo zdôrazňovali význam nepružnosti nominálnych miezd a cien v modeli, kde firmy formujú svoje očakávania na základe pohľadu do budúcnosti. Calvo vychádzal z predpokladu, že cenové kontrakty sa po určitom čase obmieňajú. V každom časovom úseku "príroda" zanecháva signál firmám, ktorý môže predstavovať "zelenú" alebo "červenú" s pravdepodobnosťou π a $1 - \pi$ (v literatúre často označované ako $1 - \theta$ a θ , kde θ reprezentuje cenovú nepružnosť, pričom $1/(1 - \theta)$ predstavuje čas potrebný na prispôsobenie sa cien). Tieto pravdepodobnosti sú rovnaké pre všetky firmy (v prípade monopolistickej konkurencie). Ak firma dostane "zelenú", znamená to pre ňu, že môže optimalizovať cenu svojej produkcie, avšak s vedomím, že ďalšiu úpravu ceny môže vykonať až pri získaní novej "zelenej" (optimalizovanú cenu p_t^* si musí ponechať, počas celého obdobia medzi dvomi "zelenými"). Celkovú cenovú úroveň potom môžeme zapísať nasledovne:

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1 - \theta) p_t^* \quad (1.1)$$

Potom celková miera inflácie bude:

$$\pi_t = (1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}) \quad (1.2)$$

Ak si zadefinujeme odchýlku reálnych marginálnych nákladov od jej priemeru vyjadrenú logaritmicke $\hat{m}c_t$, potom NKPC v závislosti od marginálnych nákladov a budúcej inflácie môžeme zapísať nasledovne:

$$\pi_t = \delta \hat{m}c_t + \beta E_t \{ \pi_{t+1} \} + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

kde: $\delta = \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta}$

$$\hat{m}c_t = mc_t - \overline{m\bar{c}}_t$$

$E_t \{\pi_{t+1}\}$ - očakávaná miera budúcej inflácie,

δ - vyjadruje mieru citlivosti inflácie na zmenu v marginálnych nákladoch,

β - subjektívny diskontný faktor.

Vidíme, že s klesajúcou cenovou nepružnosťou (vyjadrenou cez θ) klesá i počet firiem, ktoré môžu v danom období nastavovať cenu a teda aj citlivosť inflácie na zmenu v marginálnych nákladoch. NKPC poukazuje, že inflačný proces hľadá vpred, čiže závisí od očakávanej budúcej inflácie. Vplyv očakávaní má v modeli NKPC vyššiu váhu ako pri tradičnej Phillipsovej krivke, pretože firmy sa musia obávať o budúci vývoj inflácie až do niekoľkých období (nakolko musia fixovať svoje ceny na niekoľko období v závislosti od prijatia "zelenej"). Problém nastáva v takto naformulovanej rovnici s marginálnymi nákladmi, ktoré v praxi nie sú merateľné a dajú sa len odhadnúť pomocou štatistických metód. Preto sa odvodili viaceré matematické aproximácie, v ktorých sa marginálne náklady nahrádzajú inými premennými.

1.1 NKPC a produkčná medzera

NKPC predpokladá, že výkyvy inflácie sú úzko spojené s odchýlkami v produkčnej medzere. Ak je produkčná medzera kladná, aktuálny HDP je vyšší ako potenciálny a dochádza k narastajúcemu tlaku dopytu na nárast cien. Ceny sú vyššie ako je ich optimálna úroveň.

V literatúre sa v modeli NKPC často nahrádzajú marginálne náklady za produkčnú medzeru ako hnaciu premennú v rovnici inflácie. Produkčná medzera predstavuje rozdiel medzi aktuálnou hodnotou outputu (HDP) ekonomiky a maximálne dosiahnuteľnou (pri využití všetkých dostupných kapacít). V podstate môžeme povedať, že je to rozdiel medzi aktuálnym a potenciálnym HDP. Dá sa dokázať, že za istých podmienok je odchýlka marginálnych nákladov od ich priemeru v dlhodobom horizonte úmerná produkčnej medzere:

$$\hat{m}c_t = \lambda y_t^* = \lambda(y_t - y_t^n) \quad (1.4)$$

kde: y_t^* - produkčná medzera,

y_t - logaritmicke vyjadrený output,

y_t^n - potenciálny output,

λ - elasticita outputu (vzhľadom na marginálne náklady).

So zahrnutím produkčnej medzere do modelu môžeme NKPC zapísať v tvare:

$$\pi_t = \phi y_t^* + \beta E_t \{\pi_{t+1}\} + \varepsilon_t \quad (1.5)$$

kde: $\phi = \delta \lambda$.

V takto naformulovanej rovnici dochádza k problému, že produkčná medzera ako taká nie je merateľná. Je možné ju iba určitým spôsobom odhadnúť. Na jej odhad sa používajú viaceré štatistické metódy, pričom základom týchto metód je predpoklad, že skutočný HDP osciluje okolo svojej potenciálnej úrovne. Jednotlivé metódy, ktoré slúžia k odhadu produkčnej medzery sa snažia odfiltrovať trendovú zložku HDP od jej cyklickej zložky.

1.2 NKPC a jednotkové mzdové náklady (ULC)

Z empirických skúseností sa dokázalo, že odhadovanie produkčnej medzery na základe jednotlivých ekonometrických prístupov spôsobuje chyby merania. Na základe problémov spôsobených použitím produkčnej medzery v rovnici bolo nevyhnutné nahradiť túto premennú inou, ktorá by bola vhodnejšou aproximáciou marginálnych nákladov. Touto aproximáciou sú práve reálne jednotkové mzdové náklady, ktoré sú ľahko merateľné a majú v sebe zahrnutú mzdovú nepružnosť. Empirické výskumy dokázali, že práve mzdová pevnosť je kľúčovým faktorom, vďaka ktorému monetárna politika dokáže ovplyvňovať reálne veličiny. Čím väčšie sú mzdové nepružnosti, tým kratšia je doba transmisie monetárneho šoku na infláciu.

Jednotkové mzdové náklady predstavujú hlavný ukazovateľ, ktorý spôsobuje domáce inflačné tlaky. Odrážajú mzdové náklady, prípadne aj ďalšie, ktoré tesne súvisia s pracovnou silou vo vzťahu k jednotke na produkciu outputu. Ak v hospodárstve nastane situácia, kedy mzdy začnú rásť rýchlejšie ako produktivita práce, s veľkou pravdepodobnosťou to bude viesť k zvýšeniu cenovej hladiny.

Pri odvodzovaní modelu NKPC s použitím ULC sa vychádza z Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie v tvare:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^\beta \quad (1.6)$$

kde A_t označuje technológiu, K_t kapitál, N_t prácu, pričom α a β sú parametre z intervalu $(0,1)$ a platí, že $\alpha + \beta = 1$. Reálne marginálne náklady môžeme zapísať v tvare:

$$MC_t = \frac{W_t / P_t}{\partial Y_t / \partial N_t} \quad (1.7)$$

kde marginálne náklady sú vyjadrené ako pomer reálnej mzdy a hraničnej produktivity práce. NKPC môže byť po aproximácii marginálnych nákladov za ULC zapísaná v tvare:

$$\pi_t = \delta \hat{s}_t + \beta E_t \{ \pi_{t+1} \} \quad (1.8)$$

kde \hat{s}_t vyjadruje logaritmicкую odchýlku reálnych jednotkových nákladov práce od ich priemeru (podiel práce na jednotku vytvoreného outputu).

Kde $\hat{s}_t = s_t - \bar{s}$,

$$s_t = \log S_t,$$

S_t – reálne jednotkové náklady práce.

Takto vyjadrená NKPC znázorňuje závislosť inflácie od reálnych jednotkových nákladov práce a očakávanej budúcej inflácii v podmienkach nepružných cien.

2. HYBRIDNÁ NOVÁ KEYNESIÁNSKA PHILLIPSOVÁ KRIVKA (HNKPC)

Neskôr sa začali vyvíjať rôzne kritiky ohľadom platnosti NKPC. Najskôr v práci Fuhrera (1997), ktorý došiel k záveru, že predpoklad cenovej nepružnosti pôvodnej NKPC zlyháva, keďže podľa Fuhrera iba časť z firiem, ktoré môžu v danom období prispôbiť cenu, sa správa racionálne. Niekoľko rokov neskôr ekonómovia Rudd a Whelan (2006) odhadli NKPC a zistili, že koeficient pri reálnych marginálnych nákladoch je číselne nízky (poukazuje na nízku závislosť). Tiež došli k záveru, že minulý vývoj inflácie predstavuje dôležitý indikátor predikcie budúcej inflácie. Tvrdili, že oneskorená inflácia (minulé obdobia) zohráva významnejšiu úlohu vo formovaní inflácie ako jej budúce

očkávania a taktiež, že inflácia je vo veľkej miere nereagujúca na zmeny v reálnych marginálnych nákladoch.

Na druhú stranu, rovnako ako sa vyvíjali kritiky na NKPC, vytvárali sa i nové pohľady a prístupy. Bolo vytvorených viacero tzv. hybridných NKPC, v ktorých vývoj inflácie závisel aj od oneskorenej inflácie (vývoja inflácie v minulosti). My si v nasledujúcej časti predstavíme HNKPC navrhnutú Galím a Gertlerom (1999). Ich model vychádza z Calvovej (1983) štruktúry nastavenia cien. Predpokladali, že $1-\theta$ je pravdepodobnosť, s akou firma bude môcť aktualizovať svoje ceny v danom časovom období a θ je pravdepodobnosť, že firma nebude môcť prispôbovať svoje ceny. Na rozdiel od Calva, Galí a Gertler predpokladali, že iba časť firiem, ktoré môžu prispôbiť svoje ceny situácií na trhu v danom období nastaví ceny optimálne, na základe očakávaní budúceho vývoja marginálnych nákladov. Túto časť firiem vyjadрили vzťahom $1-\omega$, kde podiel firiem ω stanovuje cenu ako priemer novo upravených cien v predchádzajúcom období, plus prispôsobenie budúcej inflácie, ktoré je založené na oneskorenej inflácii o jedno obdobie π_{t-1} . Potom cenový index popisujúci cenovú úroveň vyjadrenú časťou firiem, ktoré v danom období môžu nastaviť cenu bude v tvare:

$$p_t^* = (1-\omega)p_t^f + \omega p_t^b \quad (1.9)$$

kde: p_t^f - nastavenie ceny tou časťou firiem, ktoré ju nastavujú optimálne (tzv. vpred hľadajúce firmy, stanovujú cenu na základe očakávaní budúceho vývoja inflácie),
 p_t^b - nastavenie ceny tou časťou firiem, ktoré ju nenastavujú optimálne (tzv. späť hľadajúce firmy, stanovujú cenu na základe minulého vývoja inflácie).

HNKPC môžeme zapísať v tvare:

$$\pi_t = \lambda mc_t + \gamma_f E_t(\pi_{t+1}) + \gamma_b \pi_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.10)$$

kde: $\lambda = (1-\omega)(1-\theta)(1-\beta\theta)\phi^{-1}$

$$\gamma_f = \beta\theta\phi^{-1}$$

$$\gamma_b = \omega\phi^{-1}$$

$$\phi = \theta + \omega[1-\theta(1-\beta)]$$

mc_t - reálne marginálne náklady vyjadrené v log.,

β - subjektívny diskontný faktor,

ε_t - zahrňuje buď chybu merania alebo šok spôsobujúci nárast cien.

Vidíme, že vývoj inflácie v tomto modeli závisí od reálnych marginálnych nákladov mc_t , ďalej od očakávanej budúcej inflácie $E_t(\pi_{t+1})$, nakoniec avšak nie v poslednom rade od vývoja inflácie v minulom období π_{t-1} . Treba podotknúť, že ako pri NKPC tak rovnako aj pri HNKPC sa dajú marginálne náklady nahradiť produkčnou medzerou alebo jednotkovými mzdovými nákladmi.

Neskôr HNKPC dostala nový rozmer a to v práci Christiano a kolektív (2005). Tento model HNKPC bol tiež založený na Calvovom princípe oceňovania, v ktorom náhodne zvolená časť firiem mohla optimalizovať svoje ceny v každej perióde. Avšak Christiano predpokladal, že na rozdiel od Calvovho modelu zvyšná časť firiem bude meniť svoje ceny vo vzťahu k minulej inflácii skôr, akoby ich mala nechať nezmenené. Hoci je prirodzené pre zostávajúce firmy sledovať minulý vývoj inflácie pri úprave vlastných cien, nakoľko predchádzajúca inflácia je ľahko pozorovateľná, tento zámer bude robiť

súčasnú infláciu závislú na minulosti. Výsledkom tohto predpokladu je vyjadrenie inflácie modelom, v ktorom podstatnú úlohu zohráva oneskorenie zapríčinené správaním sa jednotlivých firiem. Kľúčovou črtou tejto HNKPC je, že oba koeficienty, pri oneskorenej i budúcej inflácií, by mali byť približne rovné 0,5.

3. HNKPC A OTVORENÁ EKONOMIKA

Väčšina modelov NKPC vyjadruje závislosť inflácie v podmienkach zatvorenej ekonomiky. Nevýhodou týchto tvarov kriviek je, že neuvažujú so zahraničím a úrovňou dovezenej inflácie. V tejto časti uvedieme HNKPC, ktorá uvažuje aj s importovanou infláciou, ktorá má významný vplyv na cenu produkcie firmy.

Pri HNKPC umiestnenej v otvorenej ekonomike marginálne náklady nezávisia iba od podielu práce na jednotku výstupu \hat{s}_t^L (rovnaká interpretácia ako \hat{s}_t v rovnici HNKPC), ale aj od komponentu zahŕňajúceho úroveň dovezenej inflácie \hat{s}_t^{im} . Pri takejto interpretácii naše upravené marginálne náklady môžeme zapísať v tvare:

$$o\hat{m}c_t = \xi \hat{s}_t^L + (1 - \xi) \hat{s}_t^{im}, \quad (1.11)$$

kde \hat{s}_t^{im} predstavuje logaritmicke vyjadrenú odchýlku nákladov na dovezenú medzispotrebu od jej ustáleného stavu. Parameter ξ sa pohybuje v intervale (0,1) a musí sa kalibrovať. Premenná $o\hat{m}c_t$ vyjadruje odchýlku reálnych marginálnych nákladov od jej priemeru vyjadrenú logaritmicke pri predpoklade otvorenej ekonomiky. Pri takto definovaných marginálnych nákladoch môžeme HNKPC vyjadriť v tvare:

$$\pi_t = \delta^h o\hat{m}c_t + \gamma_f E_t(\pi_{t+1}) + \gamma_b \pi_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.12)$$

pričom jednotlivé koeficienty a parametre nadobúdajú rovnaké hodnoty ako pri pôvodnej HNKPC.

Použitá literatúra

1. Galí J., Gertler M.: Inflation dynamics: A structural econometric analysis, *Journal of Monetary Economics*, 44, 195-222, 1999
2. Galí J.: *New Perspectives on Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*, National Bureau of Economic Research, Cambridge University, 2001
3. Galí J., Gertler, M., López-Salido, J.D.: *European Inflation Dynamics*. National Bureau of Economic Research, NBER Working Paper Series, Working paper 8218, 2001
4. Genberg, H.-Pauwels Laurent, L.: *An Open Economy New Keynesian Phillips Curve: Evidence from Hong Kong*. HEI Working Paper No: 03/2003
5. Woodford, M.: *Interest and Prices: Foundation of a Theory of Monetary Policy*. Princeton University Press. 2003.

Kontaktné údaje

Ing. Brian König,
 Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
 Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
 Tel: 0908 789 704
 email: konigbrian@gmail.com

APLIKÁCIA SIEŤOVEJ ANALÝZY NA RELAČNÝ MODEL DATABÁZY

Miroslav Krumplík

Summary: The goal of this article is to create an algorithm which could be used by query designer. Query designer in this article represents program which result is specific connection between databases in order to get full required picture of data using by finance community in decision process on various level of organization. It is an application of network theory to database systems. Users specify their requirements of data and query designer finds what tables within one database (or databases) have to be connected (an how) in order to retrieve demanded data using in reporting/decision process.

Key words: Network theory, database system, tables, fields, shortest path problem, Query designer

Kľúčové slová: Sieťová analýza, databáza, Vlastnosti, Záznam, Najkratšia cesta v grafe

Úvod

Počítačová databáza (niekedy aj báza dát alebo databanka) je kolekcia štruktúrovaných dát alebo informácií uložených v počítačovom systéme, takým spôsobom, že počítačový program, alebo človek môže použiť dopytovací jazyk (angl.: query language) na získavanie týchto informácií. Takto získané informácie môžu byť použité pri rozhodovacom procese. Počítačový program používaný na správu dát a tvorbu query sa označuje DBMS. Vlastnosťami a návrhom DBMS sa zaoberá informatika.

Typická „query“ zodpovedá otázky typu "Aká je priemerná mzda u mužov a žien v podniku, pracujúcich pre špecifického klienta?" Na to, aby databáza bola schopná zodpovedať takúto otázku je nutné, aby mala informácie o mzdách zamestnancov, pohlaví zamestnancov a ktorý zamestnanec pracuje pre ktorého klienta.

Základným konceptom databáze je kolekcia záznamov, alebo čiastkových informácií. Typicky, v každej databáze existuje popis štruktúry dát a typu dát, ktoré sú v databáze: tento popis sa nazýva logická schéma. Táto schéma popisuje objekty, ktoré sú v databáze a vzťahy medzi nimi. Existuje viacero rôznych spôsobov tvorby schém t.j. modelovania databázovej štruktúry: tieto sa nazývajú databázovými modelmi (alebo modelmi dát). V súčasnosti je najviac používaným relačný model. Relačný model sa dá vysvetliť tak, že kompletný súhrn dát je uchovávaný v tabuľkách pozostávajúcich z riadkov a stĺpcov (presná definícia používa matematický pojem relácie). Tento model reprezentuje vzťahy použitím tých istých hodnôt vo viacerých tabuľkách. Iné modely, napríklad hierarchický model alebo sieťový model používajú explicitnejšiu reprezentáciu vzťahov. V tejto práci sa pracuje hlavne s relačným modelom (DATE, 1986). Príklad relácie (tabuľky) môžeme nájsť pod textom:

V relačných modeloch sa stretne s tromi kľúčovými pojmami: *relácie*, *vlastnosti* a *domény*. Relácia je tabuľka so stĺpcami a riadkami. (Pomenovaný riadok relácie sa nazýva záznam, pod vlastnosťou môžeme rozumieť pomenovanie stĺpca). Doména je séria hodnôt, ktoré atribúty povoľujú mať. Základná štruktúra dát relačného modelu je tabuľka, kde sú informácie o čiastočnom celku reprezentované v stĺpcoch a riadkoch. Takto "relácie" a "relačné databázy" referujú do rozličných tabuliek v databázach. Stĺpce vyčísľujú rozličné vlastnosti jednotiek (napr. meno zákazníka, adresa alebo telefónne číslo) a riadok je aktuálny príklad jednotky (špecifický zákazník).

Všetky relácie v relačných databázach musia dodržiavať určité základné pravidla aby sa kvalifikovali ako relácie (DATE, 1986):

- *Radenie v stĺpcoch nie je dôležité.*
- *Nemôžu sa v tabuľke nachádzať identické riadky (pre všetky vlastnosti).*
- *Každý riadok bude obsahovať práve jednu hodnotu pre každú z vlastností.*

Príklad relácie (tabuľky) môžeme nájsť pod textom:

Účtovná kniha	Účet	Suma	Popis vstupu
10	521	\$400	Z00123
10	521	\$350	Z00124
10	521	\$800	Z00125
10	521	\$340	Z00126
10	521	\$200	Z00127
10	521	\$800	Z00128
10	521	\$230	Z00129
10	521	\$700	Z00130
10	521	\$450	Z00131
10	521	\$1,000	Z00132
10	521	\$700	Z00133
10	521	\$800	Z00134
10	521	\$910	Z00135
10	521	\$120	Z00136
10	521	\$260	Z00137
10	521	\$260	Z00138
10	521	\$270	Z00139

V prípade prepájania jednotlivých relácií rozlišujeme 4 typy prepojenia. Nech sú dané dve relácie (tabuľky) A a B, potom môžu nastať tieto typy spojenia:

- *1:1 – jeden riadok z relácie A je priradený k presne jednému riadku z relácie B.*
- *1:n – k jednému riadku z relácie A, môže byť priradených viac riadkov z relácie B*
- *n:1 – k jednému riadku z relácie B, môže byť priradených viac riadkov z relácie A*
- *n:n – v relácii A a B sa nachádza viac riadkov s rovnakou špecifickou vlastnosťou.*

Opis problému

Predstavme si, že každé oddelenie podniku používa špecifický zdroj dát pre svoje analýzy, napríklad účtovné oddelenie pracuje s tabuľkami účtovnej knihy, personálne a mzdové oddelenie pracuje s tabuľkami zamestnancov a fakturačné oddelenie s tabuľkou klientov. V prípade, že analytik dostane za úlohu zistiť priemernú mzdu u mužov a žien pracujúcich pre konkrétneho klienta, potrebuje prepojiť všetky tri vyššie spomenuté tabuľky vybraných oddelení používaných podnikom pod jednou databázou.

Na obrázku č.2 môžeme vidieť príklad prepojenia troch tabuliek v rámci jednej databáze.

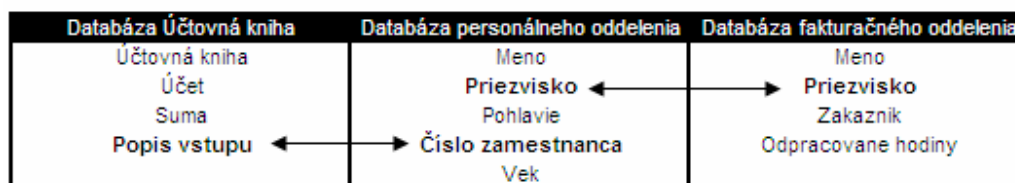
Účtovná kniha				Databáza personálneho oddelenia					Databáza fakturačného oddelenia			
Účtovná kniha	Účet	Suma	Popis vstupu	Číslo zamestnanca	Meno	Priezvisko	Pohlavie	Vek	Meno	Priezvisko	Zakaznik	Odpracovane hodiny
10	521	\$400	Z00123	Z00123	Peter	Haluska	M	22	Peter	Haluska	Klient1	32
10	521	\$350	Z00124	Z00124	Robert	Sloboda	M	26	Robert	Sloboda	Klient1	20
10	521	\$600	Z00125	Z00125	Miroslav	Zadarsky	M	31	Miroslav	Zadarsky	Klient2	35
10	521	\$340	Z00126	Z00126	Silvia	Ticha	Z	32	Silvia	Ticha	Klient1	40
10	521	\$200	Z00127	Z00127	Svetlana	Zuzkova	Z	32	Svetlana	Zuzkova	Klient2	40
10	521	\$600	Z00128	Z00128	Juraj	Slatina	M	25	Juraj	Slatina	Klient1	40
10	521	\$230	Z00129	Z00129	Robert	Nedorost	M	29	Robert	Nedorost	Klient2	34
10	521	\$700	Z00130	Z00130	Vladimir	Mrkvicka	M	27	Vladimir	Mrkvicka	Klient1	36
10	521	\$450	Z00131	Z00131	Olga	Petruskova	Z	30	Olga	Petruskova	Klient1	40
10	521	\$1,000	Z00132	Z00132	Marek	Colny	M	35	Marek	Colny	Klient3	40
10	521	\$700	Z00133	Z00133	Matus	Babej	M	32	Matus	Babej	Klient3	20
10	521	\$800	Z00134	Z00134	Michaela	Cobelova	Z	40	Michaela	Cobelova	Klient4	15
10	521	\$910	Z00135	Z00135	Henrieta	Husova	Z	55	Henrieta	Husova	Klient1	22
10	521	\$120	Z00136	Z00136	Martin	Slepka	M	33	Martin	Slepka	Klient2	26
10	521	\$260	Z00137	Z00137	Eva	Cervena	Z	42	Eva	Cervena	Klient1	30
10	521	\$260	Z00138	Z00138	Ondrej	Cogik	M	19	Ondrej	Cogik	Klient1	40
10	521	\$270	Z00139	Z00139	Anna	Lemanova	Z	27	Anna	Lemanova	Klient4	40

Ak sa vrátíme k nášmu príkladu, kde chceme zistiť priemernú mzdu u mužov a žien pracujúcich pre konkrétneho klienta, v tabuľkách účtovnej knihy sa bude zaujímať o vstupy na účet 521 (mzdové náklady). Polia v stĺpci *Účtovná kniha* reprezentujú kód účtovnej knihy (v prípade, že firma sleduje zvlášť dcérske spoločnosti), stĺpec *účet* obsahuje kódy účtov v súlade s účtovou osnovou podniku, *suma* reprezentuje náklad účtovaný na daný účet, *popis vstupu* reprezentuje číslo zamestnanca, s ktorým je náklad spojený. To znamená, že ak by analytik mal k dispozícii tabuľku, v ktorej by vedel priradiť k číslu zamestnanca meno zamestnanca, dokázal by mzdové náklady priradiť k špecifickému zamestnancovi. Práve takúto možnosť mu poskytne tabuľka personálneho oddelenia. V tabuľke personálneho oddelenia bude finančného analytika zaujímať pohlavie vybraných zamestnancov. Polia v stĺpci *Číslo zamestnanca* obsahujú tie isté záznamy, ktoré sú zhodné so záznamy v tabuľke Účtovnej knihy v stĺpci *Popis Vstupu*. To znamená, že v tejto chvíli analytik dokáže zistiť mzdové náklady pre konkrétne pohlavie. Keďže sa analytik snaží zistiť priemerný plat u mužov a žien podľa špecifického zákazníka, chýba mu ešte údaj, pre ktorého zákazníka zamestnanci pracujú. Tento údaj dokáže zistiť v tabuľke klientov, ktorú spravuje fakturačné oddelenie. Tabuľka z databázy fakturačného oddelenia môže byť spojená s tabuľkou personálneho oddelenia podľa stĺpca (vlastnosti) *Priezvisko* (predpokladajme, že vo firme nepracujú dvaja ľudia s rovnakým priezviskom). Spojením vyššie uvedených tabuliek získa analytik všetky potrebné informácie pre svoju analýzu, ktorá môže vyzerat' nasledovne:

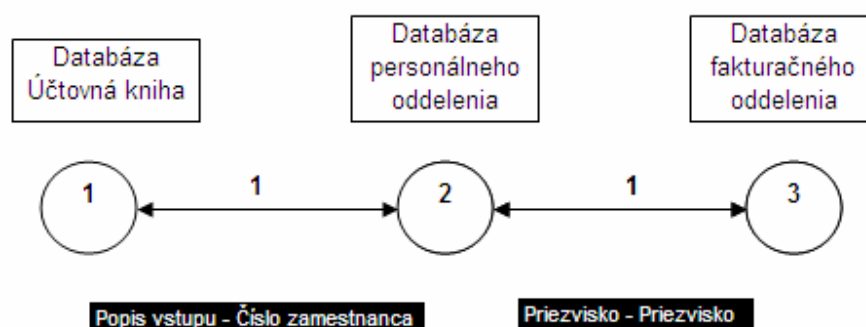
Average of Suma		
Zakaznik	Pohlavie	Total
Klient1	M	\$462.00
	Z	\$490.00
Klient2	M	\$316.67
	Z	\$200.00
Klient3	M	\$850.00
Klient4	Z	\$535.00
Grand Total		\$481.76

Doteraz sme pracovali s príkladom, kedy finančný analytik potreboval pre svoju analýzu dáta z troch rozdielnych zdrojov. Vo väčších nadnárodných spoločnosti však takýchto zdrojov sú tisíce a existuje len pár expertov, ktorí dokážu vysvetliť akým spôsobom sú jednotlivé tabuľky a databáze prepojené. Preto sa naskytá otázka, akým spôsobom uľahčiť analytikom robotu pri výbere jednotlivých zdrojov dát (tabuliek) a následnej tvorbe analýz.

Pozrime sa teraz z iného pohľadu na uvedený príklad. Prepojenie jednotlivých relácií (tabuliek) opisuje nasledujúci obrázok:



Ak by sme chceli analyzovať *mzdové náklady* podľa klienta, nevystačili by sme si len s tabuľkou *Účtovnej knihy* a *Fakturačného oddelenia*, keďže tieto dve databázy neobsahujú žiaden spoločný stĺpec, resp. vlastnosť. Na ich prepojenie je potrebná tabuľka *personálneho oddelenia*. Ak si predstavíme jednotlivé tabuľky ako uzly (u_i), medzi ktorými existujú hrany (h_{ij}) v prípade, že je možné ich prepojenie podľa určitej vlastnosti (stĺpca), dostaneme jednoduchý (neorientovaný) sieťový graf:



Model a algoritmus úlohy

V tejto kapitole si predstavíme jednoduchý model, resp. budeme vychádzať z jednoduchých predpokladov:

- Máme relačný model databázy, kde sa jedna vlastnosť môže nachádzať práve v dvoch reláciách, pričom práve táto vlastnosť sa dá použiť pri vzájomnom spojení týchto relácií.
- Máme neorientovaný sieťový graf $G = \{ V, E \}$, kde uzly $u_i \ i \in V$ predstavujú jednotlivé tabuľky (relácie) databázy, a súčasne uzol nesie v sebe informáciu o tom aké vlastnosti tabuľka obsahuje. Hrany $(i, j) \in E$ predstavujú možné spojenia medzi reláciami s váhami k_{ij} rovnaj jednej v prípade, že medzi dvoma reláciami existuje spojenie, inak sa váhy rovnajú dostatočne veľkému číslu M .

- Hľadáme tabuľku spájajúcu h vlastností, ktorá môže vzniknúť spojením m relácií. Indexy uzlov reprezentujúcich m relácií dopredu poznáme.
- Definujme si množinu V , ktorá obsahuje indexy uzlov: $V = \{1, 2, \dots, n\}$, množinu obsahujúcu indexy uzlov, ktoré chceme spojiť. Pre množinu J platí $J = V - K$, kde $K \subset V$.

Našou úlohou bude nájsť spojenie medzi jednotlivými reláciami, pričom chceme použiť čo najmenej spojení (jednotlivých relácií) vo výslednej tabuľke. Čo najmenej dát budeme sťahovať, tým menej zaťažíme server, na ktorom sa naša databáza nachádza.

Pre modelovanie tejto úlohy použijem modifikovanú úlohu o hľadaní optimálneho toku na sieti. V prvom kroku sa vyberie uzol u_g , ktorý bude predstavovať zdroj toku a súčasne bude z množiny K , kde $g \in K$. K budú príjemcovia toku. Definujme si premennú x_{ij} ako tok medzi uzlom i a j . Účelová funkcia úlohy bude vyzeráť nasledovne:

$$\text{MIN} = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} k_{ij} x_{ij}$$

za podmienok:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in V} x_{ij} &= k - 1, & \text{pre } i=g \\ \sum_{j \in J} x_{ij} - \sum_{j \in J} x_{ji} &= 0 & \text{pre } i \in J \\ \sum_{j \in V} x_{ij} - \sum_{j \in V} x_{ji} &= -1 & \text{pre } i \in K - \{g\} \\ 0 &\leq x_{ij} \leq k - 1 \\ x_{ij} &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

S použitím hore uvedenej úlohy sa určí ktoré relácie musíme spojiť, aby sme dostali požadovanú dátovú základňu a súčasne minimalizovali počet sťahovaných dát.

Použitá literatúra:

- [1] DATE, C. J.: Introduction to Database Systems, Volume I, Addison-Wesley Pub. Co., 1986, ISBN 0-201-14201-5
- [2] DATE, C. J.: Relational Database: Selected Writings, Addison-Wesley Pub. Co., 1986, ISBN:0-201-14196-5
- [3] IVANICOVÁ, Z., BREZINA, I., PEKÁR, J.: Operacný výskum. Bratislava: Iura Edition, 2002, 286 s. ISBN 80-89047-43-2
- [4] PELIKÁN J.: Diskrétní modely, Vysoká škola ekonomická v Praze, Praha, 1999

Kontakt:

Miroslav Krumplík, Ing.
 KOVE FHI EUBA
 Dolnozemska cesta 1/b
 852 35 Bratislava
 +421 902 099 231, miroslav.krumplik@email.cz

SIMULAČNÍ MODELOVÁNÍ V PROSTŘEDÍ MS EXCEL – DOPLNĚK SIMULANT¹

SIMULATION MODELLING IN MS EXCEL – SIMULANT (ADD-ON)

Martina Kuncová, Karel Charvát

Abstrakt

Simulační program SIMULANT je doplňkem programu MS Excel 2007 a byl vytvořen v rámci diplomové práce na Vysoké škole ekonomické v Praze. Program by měl sloužit zejména ve výuce jako úvodní nástroj pro pochopení principů simulačního modelování a dynamické simulace. Prostředí MS Excel 2007 umožnilo napodobení podobných simulačních programů a bude jistě výhodou pro rozšíření tohoto programu. Článek stručně popisuje možnosti programu SIMULANT.

***Klíčová slova:** simulační modelování, SIMULANT, MS Excel*

Abstract

Simulation software SIMULANT as MS Excel add-on was created as a diploma work at the University of Economics in Prague. The programme should be used during the lessons as a first tool for understanding the principles of simulation modelling and dynamic simulation as well. In MS Excel 2007 it was possible to imitate similar simulation softwares and the MS Excel background can be advantageous for the programme distribution. The article shortly describes the possibilities of this programme.

***Keywords:** Simulation Modelling, SIMULANT, MS Excel*

1 SIMULAČNÍ MODELOVÁNÍ

Simulační modelování bývá obvykle charakterizováno jako metoda studia komplexních dynamických systémů, které nejsou řešitelné analytickými postupy (Dlouhý a kol. 2007). Lze tedy tvrdit, že simulace je jednou z metod, které slouží ke studiu složitých systémů, a to zejména v situacích, kdy není možné využít standardní analytické přístupy. První simulační modely byly zaměřeny zejména na oblast fyzikální, chemickou či technického charakteru, později se však ukázalo, že je možné využít stejných postupů i pro analýzu různých ekonomických procesů. Současná počítačová simulace bývá využívána nejčastěji v technických oblastech, avšak značný zájem o ni je i v oblasti ekonomické, kde pomáhá manažerům při rozhodování a předvídání chování systémů při změně vnitřních i vnějších podmínek. Největší výhodou simulace je fakt, že jde o jakési „hraní si“ s počítačovým modelem, tj. bez nutného zásahu do systému jako takového. Tak lze prozkoumat různé varianty či alternativy, analyzovat možné dopady při změnách ve struktuře podniku či organizaci procesů, a následně teprve přistoupit k realizaci vybrané varianty v praxi.

Simulační modelování bývá nejčastěji rozdělováno na simulace Monte Carlo (opakované náhodné pokusy), diskrétní simulace a spojité simulace. První dvě oblasti jsou častější

¹ Tento článek vznikl na základě grantu GAČR 402/08/0155

v ekonomických aplikacích, další zejména ve fyzikálních a chemických modelech, kde ke změnám důležitých veličin dochází průběžně. (Kuncová, Lagová 2008 –ERIE). S tzv. simulací diskretních událostí (Discrete Event Simulation) se obvykle setkáme právě v ekonomických simulačních modelech. Jde o situace, kdy „změna stavu modelu nastává nikoliv průběžně, ale pouze v okamžiku výskytu z hlediska modelu významné události. Sama událost může nastat v kterýkoli okamžik spojitého času. Interval mezi po sobě následujícími událostmi, kdy se v systému nic důležitého z hlediska studovaných charakteristik neděje, je přeskočena.“ (Dlouhý a kol., 2007).

Dalším hlediskem pro rozdělování simulačních modelů je zohlednění času. Jestliže čas hraje významnou roli v modelech, hovoříme o dynamické simulaci, v opačném případě o simulaci statické.

2 PROGRAM SIMULANT

Doplňek *SIMULANT* pro *MS Excel 2007* je nástrojem pro diskretní simulaci, jehož první verze byla vytvořena v rámci diplomové práce na Vysoké škole ekonomické v Praze, katedře ekonometrie (Charvát 2009). Jedná se o doplněk programu MS Excel, který umožňuje snadnou tvorbu simulačních modelů v grafickém režimu. Byl vytvořen především pro výukové účely, avšak jeho použití není omezeno, tj. bylo by možné modelovat v něm i některé procesy probíhající v malých či středně velkých podnicích. Program MS Excel obsahuje funkce, které lze využít pro simulaci Monte Carlo, tj. určité opakování náhodných pokusů a jejich následné vyhodnocení či vyhodnocení jejich vlivů na další veličiny. Jde zejména o vestavěný generátor náhodných čísel či funkci NÁHČÍSLO() (více viz Dlouhý a kol. 2007). Diskretní dynamická simulace však je zde velmi omezená – tedy do verze MS Excel 2003 byla. Ukázalo se však, že v prostředí MS Excel 2007 lze vytvořit doplněk, který dokáže pracovat s určitými grafickými objekty a alespoň vizuálně připomínat jiné produkty určené pro simulaci diskretních událostí (program byl inspirován především komerčním softwarem SIMUL8 – více viz Dlouhý a kol. 2007 nebo www.simul8.cz).

Pro tvorbu aplikace, sloužící tedy především k úvodnímu seznamování se se simulačním prostředím a pro výuku simulačního modelování, je MS Excel 2007 a jeho součást VBA (Visual Basic for Applications) poměrně dostupným a snadno použitelným nástrojem. S aplikací vytvořenou jako doplněk je na druhou stranu samozřejmě spojena nevýhoda v podobě nutnosti přístupu k MS Excel 2007 pro spuštění takového doplňku. Přestože MS Excel 2007 není automatickou součástí vybavení počítače a doplňky vytvořené pro jednotlivé verze aplikace MS Excel nebývají plně kompatibilní s jinými verzemi, je poměrně vhodným prostředím pro vývoj doplňků, neboť ho lze považovat za nejrozšířenější tabulkový kalkulátor. V současnosti je sice stále ještě dosti rozšířena verze MS Excel 2003, se kterou doplněk *SIMULANT* není kompatibilní, přesto však lze očekávat, že starší verze budou verzi 2007 a případnými budoucími verzemi postupně vytlačeny. Vzhledem k tomu, že změny mezi verzemi 2003 a 2007 jsou poměrně radikální, je pravděpodobné, že úprava doplňků tak, aby byly kompatibilní s případnými budoucími verzemi MS Excel, bude snadnější z doplňků vytvořených pro verzi 2007 spíše než z doplňků pro verzi 2003 a starší.

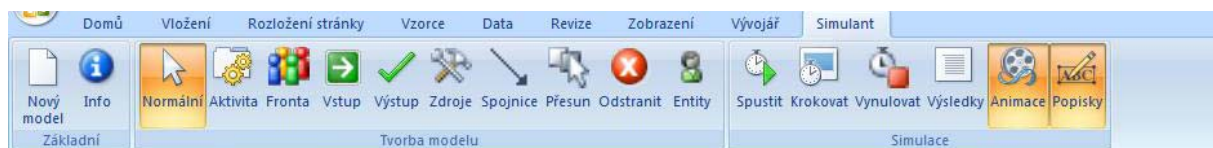
Jednou z výhod vývoje simulačního programu v podobě doplňku pro MS Excel je pohodlná práce s daty využívanými pro chod simulace. Objektový model jazyku VBA, který je součástí MS Excel, nabízí různé způsoby přístupu k datům uloženým v buňkách pracovních listů. I když pro uživatele doplňku není přístup k většině dat nezbytně nutný, přístup k těmto

datům může usnadnit pochopení činnosti programu. Zejména při vývoji programu je možnost snadného přístupu k datům v kterémkoliv okamžiku velice užitečná (Charvát 2009).

V každém simulačním modelu je nutné generovat příchozí jednotky (entity) a určovat pravidla pro pohyb těchto jednotek v simulovaném systému, aktivity, které se jich nějak dotýkají a způsob opouštění systému. Obvykle jsou pro tyto události potřebné tyto základní prvky modelu (např. v programu Simul8):

- Vstup do systému
- Fronta či zásobník
- Činnost (aktivita)
- Výstup ze systému
- Spojnice jednotlivých prvků

I doplněk SIMULANT obsahuje uvedené prvky modelu (viz obr.1), které je možné umísťovat do modelu kliknutím na podklad a definovat vazby mezi těmito prvky (pojmenované jako Vstup, Fronta, Aktivita, Výstup, Spojnice). Pomocí dialogových oken lze měnit vlastnosti jednotlivých elementů modelu či pravidla pro průchod entit modelem.

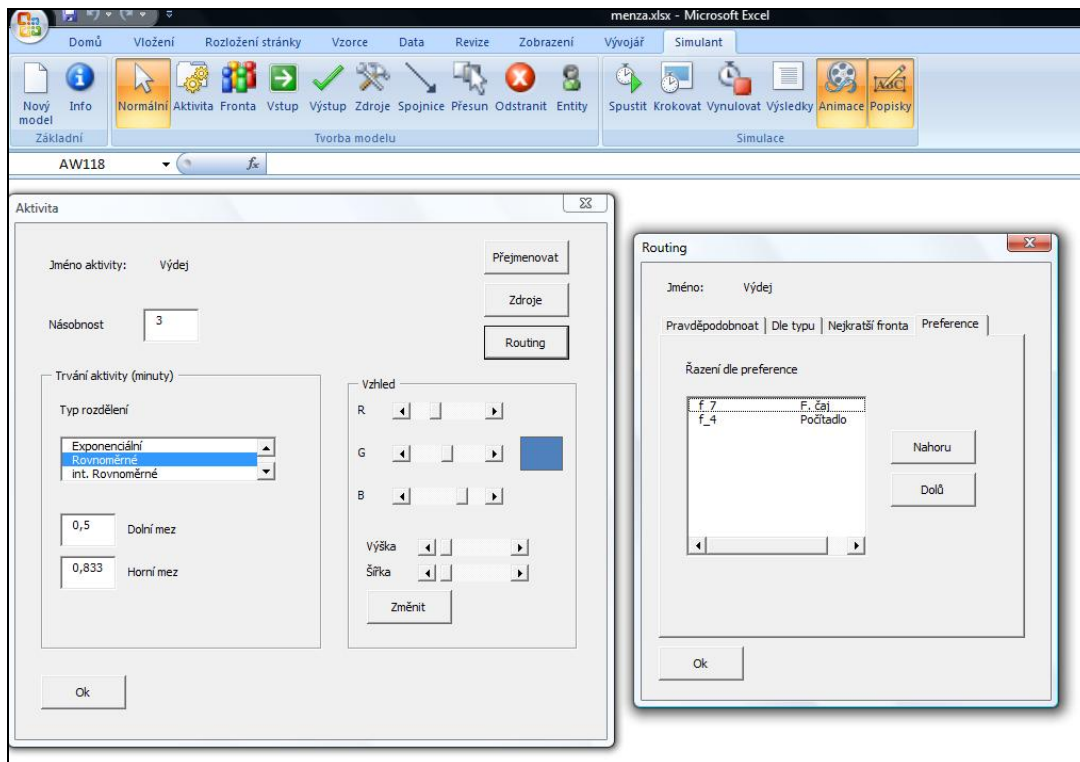


Obr.1: Hlavní lišta doplňku SIMULANT

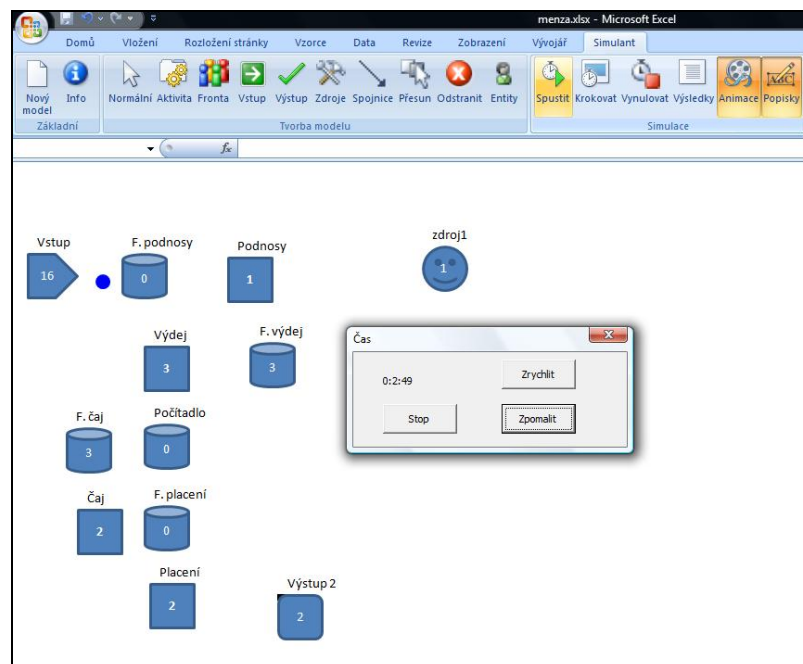
Při nastavování intervalů mezi vstupy entit do modelu i dob trvání aktivit je na výběr několik běžně používaných rozdělení náhodných veličin, a to prozatím rozdělení exponenciální, normální, rovnoměrné a diskrétní rovnoměrné (o další rozdělení lze samozřejmě doplněk rozšířit). Pro určování pořadí je v každé frontě možno zvolit jeden z režimů FIFO (běžná fronta = First in First Out), LIFO (zásobník = Last in First Out), SIRO (náhodný výběr = Selection in Random Order) a k dispozici je rovněž několik různých pravidel pro určení cest entit v místech, kde dochází k větvení (obr.2).

Jednoduchý model stravovacího zařízení ukazuje obr.3. Entity (zákazníci) přicházejí do systému, řadí se do fronty na podnosy, následně do fronty na výdej jídel. Po obdržení jídla někteří jedinci zamíří do fronty na čaj a až poté zaplatí, ostatní jdou rovnou platit.

Pro snadnější ověření správného nastavení modelu lze využít jednoduchou animaci znázorňující pohyb entit (obr.3 – entita je znázorněna modrým puntíkem). Během simulace je možno přímo v modelu průběžně sledovat počty entit nacházejících se v daném čase v jednotlivých elementech.



Obr.2: Zadávání pravidel pro pohyb entit



Obr.3: Jednoduchý model stravovacího zařízení

I když pro uživatele doplňku není přístup k většině dat vstupujících do modelu či tvořených modelem nezbytně nutný, přístup k těmto datům může usnadnit pochopení činnosti programu. Jednotlivé listy nejsou při práci s doplňkem *SIMULANT* vytvářeny, nýbrž jsou do aktivního sešitu při používání doplňku kopírovány. Mezi Listy, které mají předem definovanou strukturu, patří (Charvát 2009):

- List sloužící jako podklad pro model a součást uživatelského rozhraní. Jeho jméno určí uživatel.
- **Db_entity:** list sloužící jako databáze entit. V tomto listu je mimo jiné zaznamenáváno, v jakém objektu se každá z entit v daném okamžiku nachází. Mezi další klíčové informace patří čas příchodu jednotlivých entit do objektu, ve kterém se právě nacházejí.
- **Seznam_typu_entit:** údaje o jednotlivých typech entit.
- **Nastaveni:** list sloužící pro uchovávání různých interních informací, jako jsou například údaje o celkovém počtu aktivit, front, vstupů, výstupů a o režimu, ve kterém se aplikace momentálně nachází.
- **Seznam_aktivit:** údaje o jednotlivých aktivitách. V tomto listu je obsažen seznam všech aktivit obsažených v modelu i s jejich parametry zadanými uživatelem. Jsou zde umístěny i údaje o požadavcích na jednotlivé typy zdrojů potřebných pro tyto aktivity.
- **Seznam_front:** údaje o jednotlivých frontách a jejich parametrech. Kromě parametrů zadaných uživatelem je do tohoto listu zaznamenávána informace o délkách jednotlivých front během simulace.
- **Seznam_spojnic:** údaje o ID každé spojnice a ID objektů nacházejících se na obou koncích spojnic.
- **Seznam_vstupu:** údaje o jednotlivých vstupech a jejich parametrech
- **Seznam_vystupu:** údaje o výstupech a jejich parametrech
- **Routing:** údaje o pravidlech, podle kterých entity volí svou cestu.
- **Seznam_zdroju:** údaje o jednotlivých zdrojích a jejich parametrech. Jsou zde uchovávány i informace o aktuálně volném počtu jednotlivých zdrojů během simulace.
- **Rizeni_behu:** interní údaje využívané při chodu simulace. Je zde zaznamenáván například simulační čas, čas ukončení simulace a hodnoty některých proměnných, které jsou výsledkem ověřování stavu modelu během simulace.
- **Aktivity_beh:** údaje o jednotlivých aktivitách v průběhu simulace. Jedná se například o stav replikací jednotlivých aktivit, plánované časy ukončení aktivit a informace o aktuálně přidělených zdrojích. Každé replikaci aktivity je zde přiřazen samostatný řádek.
- **Vstupy_beh:** údaje o jednotlivých vstupech během simulace. Jsou zde zaznamenávány informace o stavu jednotlivých vstupů a informace o plánovaném čase příchodu entit do modelu.
- **Todo:** seznam událostí, které mají být zpracovány v simulačním čase, ve kterém se simulace momentálně nachází. Tento seznam je průběžně aktualizován během zpracovávání událostí.
- **Udalosti:** seznam všech událostí, které se odehrály od začátku simulace. Tato data nijak chod simulace neovlivňují. Slouží jako podklad pro zpracování výsledků simulace.
- **Zdroje_na_cestě:** seznam zdrojů, které se přesouvají na místo určení a příslušných časů, ve kterých budou na místě určení k dispozici.

Výsledky simulačních experimentů jsou také zpracovány do jednotlivých listů – viz obr.4.

Simulační čas (průmysl)		P. počet	Podle typu entit
Veliká fronta			základ
Průměrná	0	0	
Málo fronty	1	1	
Počet příchozích entit	30	30	
Počet z nezpracovanou dobou čekání	7	7	
Průměrná	0	0	
Málo fronty	0,04	0,04	
Směrodatná odchylka	0,01	0,01	

Průmysl		P. výdej	Podle typu entit
Veliká fronta			základ
Průměrná	0	0	
Málo fronty	1	1	
Počet příchozích entit	49	49	
Počet z nezpracovanou dobou čekání	17	17	
Průměrná	0,07	0,07	
Málo fronty	0,7	0,7	
Směrodatná odchylka	0,04	0,04	

Náklad		P. počet	Podle typu entit
Veliká fronta			základ
Průměrná	0	0	
Málo fronty	0	0	
Počet příchozích entit	0	0	
Počet z nezpracovanou dobou čekání	0	0	
Průměrná	0	0	
Málo fronty	0	0	
Směrodatná odchylka	0	0	

Obr.4: Zobrazení výsledků simulace

Program je poměrně jednoduchým, avšak vhodným nástrojem pro simulační modelování ne příliš složitých podnikových procesů. Doposud neprošel detailním testováním, i tak zatím splňoval požadavky námi kladené. Pokusíme se následně o porovnání jeho funkčnosti s programem Simul8 a uvidíme, zda dokáže být alespoň v nějaké oblasti stejně tak dobrý jako zmíněný profesionální software. Každopádně alespoň pro úvodní seznámení se simulačním modelováním ho lze jen doporučit.

3 ZÁVĚR

Popsaný doplněk SIMULANT sloužící pro ilustraci principů diskrétní simulace je vhodným nástrojem pro výuku simulačního modelování i pro tvorbu jednoduchých simulačních modelů.

Soubor doplněk *simulant.xlam* je ke stažení na adrese <http://charvat.k.sweb.cz/simulant.zip>. Směrů, ve kterých je možné tento doplněk rozšířit a zdokonalit, je více. Některá možná rozšíření nevyžadují o nic komplikovanější řešení než ta, která byla využita dosud. Například přidávání dalších náhodných rozdělení vyžaduje minimální zásahy do zbývajících částí programu. Poměrně nekomplikovanou záležitostí je rovněž přidání nových pravidel pro volbu cest entit. Protože zpracování výsledků je odděleno od samotné simulace, připadá v úvahu i vytvoření procedur, které zajistí detailnější výsledkové zprávy či efektivnější zpracování výsledků. I v současné podobě je však uvedený doplněk užitečným nástrojem propagujícím simulační modelování jako takové a dokazujícím, že takovéto modely lze vytvářet i v prostředí MS Excel.

Použitá literatura:

- [1] Banks, J.: Handbook of Simulation: Principles, Methodology, Advances, Applications and Practice. New York: John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0-471-13403-1
- [2] Dlouhý, M., Fábry, J., Kuncová, M., Hladík, T.: *Simulace podnikových procesů*. 1. vyd. Brno : Computer Press, 2007. 201 s. ISBN 978-80-251-1649-4.

- [3] Charvát, K.: Diskrétní simulace v MS Excel. Vysoká škola ekonomická v Praze, 2009. diplomová práce
- [4] Kuncová, M., Charvát, K.: Simulační program SIMULANT v prostředí MS Excel 2007. In: Výrobní systémy dnes a zítra zítra [CD-ROM]. Liberec : TU v Liberci, 2009,
- [5] Kuncová, M., Lagová, M.: Srovnání výuky a simulací na vysokých školách v ČR a SR. Praha 12.06.2008 – 13.06.2008. In: ERIE 2008 – Efficiency and Responsibility in Education. Praha : ČZU PEF, 2008, s. 107–115. ISBN 978-80-213-1796-3.
- [6] Kuncová, M.: Simulační modelování v oblasti služeb v prostředí síťové ekonomiky. Liberec 06.12.2007 – 07.12.2007. In: Výrobní systémy dnes a zítra [CD-ROM]. Liberec : TU v Liberci, 2007, s. 1–5. ISBN 978-80-7372-296-8.
- [7] Walkenbach, J.: Microsoft Office Excel 2007 Programování ve VBA. Brno: Computer Press, 2008. 912 s. ISBN 978-80-251-2011-8.

Kontaktní údaje

Ing. Martina Kuncová, Ph.D.,

Ing. Karel Charvát,

Vysoká škola ekonomická v Praze

Katedra ekonometrie

Nám. W.Churchilla 4

13067 Praha 3

Tel. +420 224095449

email: kuncovam@vse.cz, Charvat.K@seznam.cz

ANALÝZA HOSPODÁRSKEJ SITUÁCIE V REGIÓNOCH SR

ANALYSIS OF THE ECONOMIC SITUATION IN THE REGIONS OF THE SLOVAK REPUBLIC

Vladimír Kvetan, Marek Radvanský, Tomáš Domonkos

Abstrakt

Cieľom predloženého článku je charakterizovať hospodársku situáciu v regiónoch SR. V úvode sa stručne venujeme organizácii verejnej správy, druhom príjmov a výdavkov rozpočtov VÚC a obcí. Dôraz kladieme na charakteristiku finančných tokov v samosprávnych krajoch. Ďalej sa zaoberáme analýzou ekonomickej výkonnosti regiónov, ktorá zahŕňa za sledované obdobie analýzu doterajšieho vývoja meranú cez hrubý domáci produkt a hlavne cez pridanú hodnotu vrátane jej štruktúry, ako aj vývoj prílevu priamych zahraničných investícií a ich štruktúry a štruktúry zamestnanosti. Podnikanie v regiónoch je analyzované podľa podnikania živnostníkov a podnikov. Táto analyzovaný je štruktúrovaná podľa miesta registrácie a kategórie činnosti živnostníkov a podnikov podľa krajov.

KLúčové slová: *hospodárska analýza regiónov SR, regionálna analýza, organizácia verejnej správy*

Abstract

The aim of the presented paper is to characterize the economic development in the regions of the Slovak republic. At first, we give a brief account of the organization of the public administration, the structure of the expenditure and revenues of the Higher Territorial Entities and municipalities. Then we focus on the financial flows in the regions. Moreover, we dwell on the analysis of the economic efficiency of the regions which contains the analysis of the GDP, the Gross value added and its structure, foreign direct investments and their structure, the inflow of foreign direct investments and their structure and the structure of employment. The business sector in the regions is analyzed through the traders and through the enterprises. This analysis is structured by place of registration and categories of business activities.

Keywords: *economic analysis of the regions of SR, regional analysis, public administration organization*

1 ÚVOD

Charakteristika ekonomickej výkonnosti regiónov SR patrí medzi často diskutované témy súčasnosti. Z toho dôvodu si za cieľ v tomto článku kladieme charakterizovať hospodársku situáciu v regiónoch SR. Postupne sa venujeme organizácii verejnej správy, druhom príjmov a výdavkov rozpočtov VÚC a obcí. Dôraz kladieme na charakteristiku štruktúry finančných tokov v samosprávnych krajoch. Zaoberáme sa analýzou ekonomickej výkonnosti regiónov, ktorá zahŕňa za sledované obdobie najmä analýzu doterajšieho vývoja meranú najmä cez hrubý domáci produkt a hlavne cez pridanú hodnotu vrátane jej štruktúry, ako aj vývoj prílevu priamych zahraničných investícií a ich štruktúry a štruktúry zamestnanosti. Následne sa zaoberáme podnikaním v regiónoch, ktoré je analyzované podľa podnikania živnostníkov a podnikov. Analyzovaný vývoj je štruktúrovaný podľa miesta registrácie a kategórie činnosti podľa krajov. Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy APVV-0649-07.

2 FINANČNÉ ZDROJE A TOKY V REGIÓNE

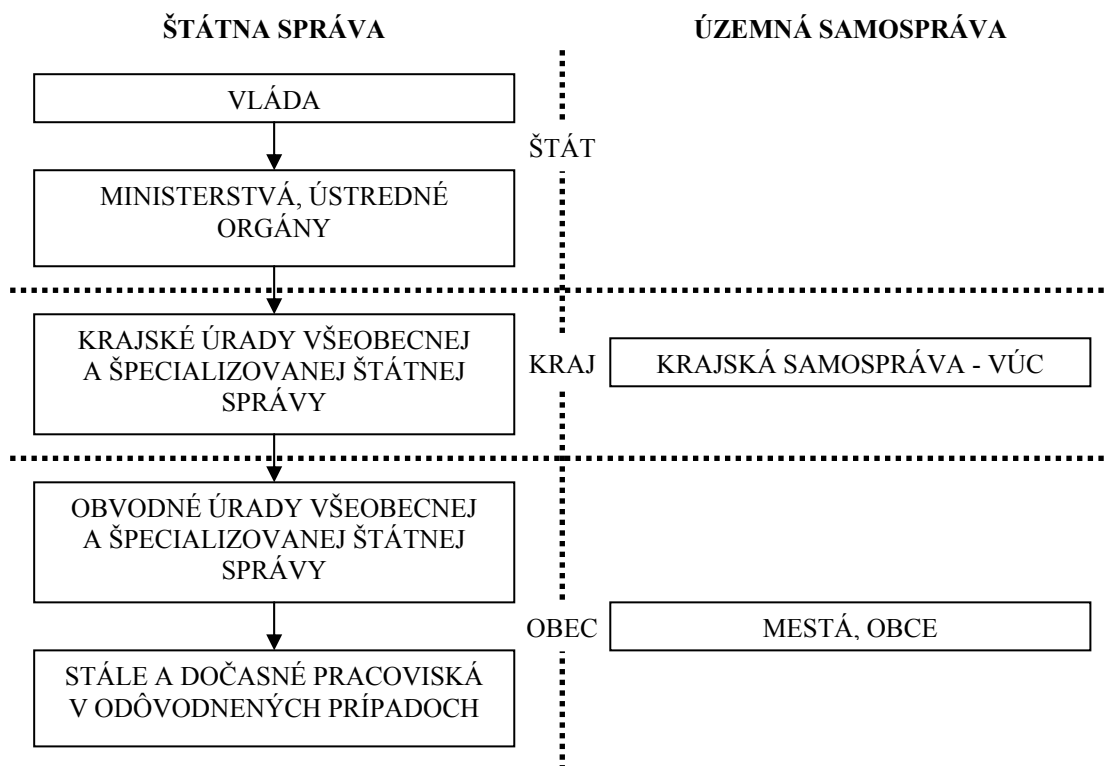
1.1 Organizácia verejnej správy v Slovenskej republike

Organizácia verejnej správy v Slovenskej republike je založená na tzv. oddelenom modeli verejnej správy (štátna správa – územná samospráva), ktorá funguje na troch stupňoch:

- Štát,
- Kraj,
- Obec.

Tento model je v platnosti od roku 1990. V tomto roku došlo k zrušeniu krajskej úrovne štátnej správy a miestna štátna správa bola organizovaná v 38 okresoch a 121 obvodoch. V roku 1996 došlo opäť k reorganizácii miestnej štátnej správy, čo malo za výsledok opätovné zavedenie krajskej úrovne štátnej správy. Slovenská republika bola rozdelená na 8 krajov a 79 okresov. V roku 2002 vznikla druhá úroveň miestnej samosprávy v rámci hraníc administratívnych krajov, ktorý sa nazýva vyšší územný celok - VÚC. V roku 2004 došlo k ďalšej zmene usporiadanie verejnej správy. Dôvodom bol presun niektorých kompetencií zo štátnej správy na samosprávu s cieľom zvýšiť efektívnosť a kvalitu riadenia v štátnej správe.

Obrázok č. 1 Usporiadanie verejnej správy v SR od 1.1.2004



Základom pre vymedzenie plánovacích regiónov je ich klasifikácia nazývaná „Nomenklatúra územných štatistických jednotiek“(NUTS). Na Slovensku na úrovni NUTS III je osem samosprávnych krajov, na úrovni LAU 1 79 okresov a na úrovni LAU 2 2928 miest.

1.2 Príjmy a výdavky rozpočtov VÚC a obcí

Rozpočet obce a vyššieho územného celku predstavuje základný nástroj, ktorým sa riadi financovanie úloh a funkcií obce a vyššieho územného celku v príslušnom rozpočtovom roku. Rozpočtové pravidlá územnej samosprávy upravuje zákon č. 583/2004.

Vlastné príjmy v územnej samospráve sa rozdeľujú na daňové alebo nedaňové. Ostatné príjmy prichádzajúce zvonka, ktoré nie sú vlastné príjmy môžu byť návratného alebo

nenávratného charakteru. Nenávratné zdroje sú transfery a dotácie. Návravné zdroje predstavujú úvery, pôžičky, obligácie a líziny.

Administrácia daní je na regionálnej úrovni delegovaná do pôsobnosti obcí. Od roku 2005 obce rozhodujú o rozdelení a použití časti dane z príjmov fyzických osôb, ktorá im náleží a ostatných miestnych daniach. Najväčší podiel na príjmoch obcí predstavuje podiel na dani z príjmov fyzických osôb. Výnos dane¹ v príslušnom rozpočtovom roku predstavuje príjem rozpočtov obcí vo výške 70,3 %, príjem rozpočtov VÚC vo výške 23,5 % a príjem štátneho rozpočtu vo výške 6,2 %. Miestne dane, ktoré môže vyberať obec sú²: daň z nehnuteľnosti, daň za psa, daň za užívanie verejného priestranstva, daň za ubytovanie, daň za predajné automaty, daň za nevýherné hracie prístroje, daň za vjazd a zotrvanie motorového vozidla v historickej časti mesta, daň za jadrové zariadenie.

Objem dane z príjmov fyzických osôb je pre jednotlivé VÚC ovplyvňovaný kritériami stanovenými na prerozdelenie tejto dane medzi jednotlivé VÚC (počet obyvateľov váha, počet obyvateľov vo veku 15 až 18 rokov váha 15 %, počet obyvateľov, ktorí dovŕšili vek šesťdesiatdva rokov váha 32 %, hustota obyvateľstva váha 9 %, dĺžka ciest II. a III. kategórie váha 20 %, rozloha vyššieho územného celku váha 9 %). Výsledný výnos dane pre kraj je však v konečnej fáze rozdelenia ešte prerátaný tzv. koeficientom solidárnosti. Tento rozdeľuje výnos dane tak, že pre menej rozvinuté kraje, (napr. Košický a Prešovský kraj) pripadá väčší naindexovaný výnos, než pre viacej rozvinuté kraje (napr. Bratislavský kraj). Miestnou daňou, ktorú môže ukladať VÚC, je daň z motorového vozidla.

Transfery sú vo verejnej správe rozdeľované na základe ich cieľu určenia na regionálnu správu a správu obcí. V súčasnosti krajská úroveň verejnej správy a obce sú financované najmä nenávratnými transfermi. Podiel návratných transferov a dotácií predstavuje menšiu časť poskytovaných transferov, najčastejšie s nízkymi úrokovými mierami. Nenávratné transfery sú: bezúčelové nenávratné transfery a účelové nenávratné dotácie.

Dotácie pre územnú samosprávu zo štátneho rozpočtu sú:

- Dotácie z kapitoly Všeobecnej pokladničnej správy na výdavky spojené s výhradnými právomocami obcí:
 - dotácie na zachovanie historických pamiatok,
 - dotácie na individuálne potreby obcí,
 - dotácie (rezervy) na pokrytie rizík fiškálnej decentralizácie.
- Dotácie zo štátneho rozpočtu na pokrytie výdavkov preneseného výkonu štátnej správy na územnú samosprávu.
- Dotácie na projekty a administratívu verejnej správy v súlade s aktivitami, ako napr.:
 - voľby do VÚC,
 - rozvojové programy,
 - projekty zamerané na ochranu životného prostredia.

Ďalej sa na finančné toky v regióne pozrieme z pohľadu ôsmich samosprávnych krajov. Zdroje údajov pochádzali zo záverečných účtov jednotlivých VÚC. Pri skúmaní záverečných účtov jednotlivých VÚC sme narazili na problém, že nie každá VÚC spracúva rovnako svoj záverečný účet, čo sťažuje spracovanie údajov.

Kapitálové a bežné príjmy VÚC na Slovensku môžu byť: daňové, nedaňové, granty a transfery a príjmy pochádzajúce z finančných operácií. Najväčší podiel na príjmoch VÚC

¹ Podrobnejšie v zákone č. 564/2004 o rozpočtovom určení dane z príjmov územnej samosprávy a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

² Podrobnejšie v zákone č. 582/2004 o miestnych daniach a miestnom poplatku za komunálne odpady a drobné stavebné odpady.

majú daňové príjmy a príjmy z grantov a transferov. Vo väčšine prípadov súčet týchto príjmov sa podieľa na príjmoch celej VÚC viac než 75 %, najčastejšie však viac než 85 %. Neplatilo to iba v jednom prípade v roku 2007 v TTSK, kedy 33 % príjmov samosprávneho kraja predstavovali príjmy z finančných operácií.

Výdavky z rozpočtov samosprávnych krajov za sledované obdobie smerovali najmä na vzdelanie, čo predstavovalo viac než 40 %. Najvyšší podiel na vzdelanie vynakladá BSK zo svojho rozpočtu na úrovni cca 55 %. Ďalej jednotlivé samosprávne kraje vynakladajú zhruba 15 % až 20 % na sociálne zabezpečenie, pričom najnižší podiel vynakladá na túto časť svojho rozpočtu PRSK na úrovni asi 15 %. Väčšina samosprávnych krajov vynakladá cca 20 % zo svojho rozpočtu na dopravu. Výnimkou je BSK a ZSK, kde sa táto hodnota pohybuje okolo 10 % a 15 %. Najviac na dopravu vynakladá PRSK. V roku 2007 to bolo na úrovni 29 % zo svojho rozpočtu. Ostatné finančné prostriedky sú použité na verejné služby úradov samosprávnych krajov, zdravotníctvo, kultúru, správu záväzkov a pohľadávok alebo finančné operácie.

3 EKONOMICKÁ VÝKONNOSŤ REGIÓNOV

Značne nevyrovnaný vývoj ekonomickej výkonnosti (a nadväzujúcich charakteristík) v regiónoch NUTS III je spojený ako s historickými danosťami, geografickými podmienkami tak aj s doterajšou ekonomicou politikou. Postup ekonomickej transformácie Slovenska bol ovplyvnený východiskovým stavom regiónov pred rokom 1989 a postupnými zmenami v štruktúrach regionálneho hospodárstva. Monoštruktúrne mikroregióny s jedným majoritným zamestnávateľom boli postupne nahrádzané väčším počtom menších podnikov. Citlivosť regiónov na hospodársku situáciu najväčších zamestnávateľov je však aj naďalej zjavná.

Sledovanie tokov a tvorby hrubého domáceho produktu nie je jednoduché z dôvodu významnej prepojenosti jednotlivých tokov tovarov a služieb, či výraznej pracovnej migrácie. Regionálny odhad tvorby HDP je tvorený produkčnou metódou, čím je úzko prepojený s hrubou pridanou hodnotou. Hrubá pridaná hodnota zohľadňuje produkciu a medzispotrebu a je zobrazená v tabuľke č. 1. V tejto časti bude uvedených niekoľko súhrmných tabuliek umožňujúcich prehľadné porovnanie ekonomickej situácie medzi regiónmami.

Tabuľka č. 1 Podiel jednotlivých regiónov na tvorbe hrubej pridanej hodnoty

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	24,7%	24,4%	24,8%	24,6%	25,2%	25,1%	25,2%	27,2%	26,3%
Trnavský kraj	10,8%	10,9%	10,7%	10,5%	10,2%	10,7%	10,8%	11,1%	12,5%
Trenčiansky kraj	10,5%	10,6%	10,6%	10,6%	10,3%	10,3%	10,4%	9,8%	10,4%
Nitriansky kraj	11,3%	11,7%	11,5%	11,2%	11,2%	11,4%	11,6%	11,7%	11,2%
Žilinský kraj	10,6%	10,5%	10,5%	10,6%	10,5%	10,3%	10,4%	10,6%	10,4%
Banskobystrický kraj	10,3%	10,2%	10,2%	10,4%	10,6%	10,5%	10,1%	8,8%	9,0%
Prešovský kraj	9,0%	8,9%	8,9%	9,0%	9,1%	8,9%	8,8%	8,7%	8,1%
Košický kraj	12,9%	12,9%	12,7%	13,2%	12,9%	12,7%	12,6%	12,1%	12,1%

Zdroj: ŠÚ SR

Hrubá pridaná hodnota tvorí značnú časť tvorby hrubého domáceho produktu. Regionálny HDP je rátaný ako súčet hrubej pridanej hodnoty v regióne a nepriamych daní pri znížení o subvencie. Súhrnne je tvorba HDP v jednotlivých regiónoch zobrazená v tabuľke č. 2.

Tabuľka č. 2 Regionálna tvorba hrubého domáceho produktu, mil. Eur, b.c.

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	6 456	6 849	7 730	8 307	9 271	10 187	11 399	13 423	14 469

Trnavský kraj	2 824	3 071	3 347	3 541	3 769	4 339	4 892	5 477	6 888
Trenčiansky kraj	2 746	2 978	3 315	3 580	3 782	4 188	4 685	4 855	5 728
Nitriansky kraj	2 955	3 278	3 583	3 802	4 118	4 648	5 264	5 758	6 188
Žilinský kraj	2 761	2 947	3 276	3 599	3 872	4 183	4 713	5 233	5 744
Banskobystrický kraj	2 701	2 870	3 177	3 507	3 908	4 276	4 558	4 319	4 952
Prešovský kraj	2 353	2 494	2 762	3 033	3 358	3 633	4 000	4 295	4 462
Košický kraj	3 369	3 612	3 972	4 467	4 740	5 154	5 702	5 955	6 651
Slovenská republika	26 164	28 099	31 161	33 836	36 818	40 607	45 212	49 315	55 082

Zdroj: ŠÚ SR

Prehľad rastov HDP (Tabuľka č. 3) umožňuje porovnať rozdielny hospodársky vývoj v regiónoch. Rozdelenie tvorby HDP jednotlivých krajoch Slovenska je veľmi nerovnomerné. Značná časť tvorby HDP pripadá na malý počet najväčších podnikov s nerovnomerným pokrytím územia Slovenska.

Tabuľka č. 3 Tvorba hrubého domáceho produktu, rasty, s.c.

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	4,4%	-1,2%	3,2%	2,3%	7,4%	4,3%	5,7%	15,0%	4,7%
Trnavský kraj	2,2%	1,3%	-0,4%	0,7%	2,5%	9,3%	6,5%	9,4%	22,1%
Trenčiansky kraj	4,3%	1,0%	1,8%	2,8%	1,7%	5,1%	5,7%	1,2%	14,6%
Nitriansky kraj	4,3%	3,3%	-0,1%	1,1%	4,3%	7,2%	7,0%	6,9%	4,4%
Žilinský kraj	4,7%	-0,6%	1,6%	4,6%	3,6%	2,6%	6,4%	8,5%	6,6%
Banskobystrický kraj	4,9%	-1,0%	1,2%	5,1%	7,3%	3,9%	0,7%	-7,4%	11,4%
Prešovský kraj	2,8%	-1,2%	1,2%	4,6%	6,6%	2,8%	4,0%	4,9%	0,9%
Košický kraj	7,0%	-0,1%	0,5%	7,1%	2,1%	3,3%	4,5%	2,0%	8,5%
Slovenská republika	4,4%	0,0%	1,4%	3,4%	4,8%	4,7%	5,2%	6,5%	8,5%

Zdroj: ŠÚ SR

Objem HDP je stavový ukazovateľ, ktorý nezohľadňuje všetky špecifiká pri porovnávaní regiónov. Vhodnejšie je použiť niektorý z pomerových ukazovateľov, akými je napríklad podiel HDP na obyvateľa (Tabuľka č. 4).

Tabuľka č. 4 Podiel HDP na obyvateľa, v Euro, s.c. 2000

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	12 264	12 144	12 528	12 821	13 775	14 373	15 626	17 952	18 698
Trnavský kraj	6 031	6 098	6 071	6 115	6 266	6 851	7 293	7 960	9 696
Trenčiansky kraj	5 287	5 346	5 441	5 600	5 696	5 988	6 389	6 479	7 443
Nitriansky kraj	4 843	5 009	5 005	5 066	5 282	5 662	6 092	6 517	6 813
Žilinský kraj	4 698	4 660	4 729	4 940	5 115	5 247	5 589	6 057	6 450
Banskobystrický kraj	4 780	4 736	4 792	5 044	5 411	5 622	5 681	5 266	5 879
Prešovský kraj	3 547	3 486	3 521	3 667	3 909	4 016	4 142	4 334	4 359
Košický kraj	5 190	5 172	5 190	5 544	5 663	5 847	6 101	6 212	6 722
Slovenská republika	5 701	5 698	5 772	5 964	6 247	6 543	6 910	7 358	7 974

Zdroj: ŠÚ SR

Podiel HDP na obyvateľa zohľadňuje ekonomickú silu regiónu vzhľadom na počet obyvateľov, ale nezohľadňuje reálny počet pracovníkov pri tvorbe produkcie. Vhodným ukazovateľom je produktivita práce. Reálna produktivita práce je počítaná ako podiel HDP v stálych cenách na zamestnaných podľa národných účtov (ESA). Táto zamestnanosť lepšie zohľadňuje miesto výkonu práce (podľa zamestnávateľa), ako zamestnanosť podľa VZPS, ktorá sa vzťahuje na miesto bydliska. Produktivita práce podľa ESA značne eliminuje

skreslenie napríklad v Bratislavskom kraji, kde pracuje takmer o 100 tisíc zamestnancov viac, ako tu trvalo býva (Tabuľka č. 5).

Tabuľka č. 5 Produktivita práce podľa ESA v tisíc EUR, s.c. 2000

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	21,6	20,9	21,2	20,8	22,7	23,7	24,6	26,6	28,0
Trnavský kraj	16,4	16,8	16,9	16,9	16,8	18,2	18,9	20,6	24,4
Trenčiansky kraj	13,0	14,1	14,5	14,8	14,7	15,3	15,9	16,1	18,0
Nitriansky kraj	13,5	14,2	14,8	15,1	15,7	16,8	17,7	18,8	19,0
Žilinský kraj	12,3	13,0	13,2	14,1	14,1	13,9	15,7	16,2	17,2
Banskobystrický kraj	12,8	12,7	13,2	14,0	15,1	16,2	16,9	15,5	16,9
Prešovský kraj	10,5	10,8	11,4	12,1	12,9	12,8	13,2	14,7	14,0
Košický kraj	13,9	14,3	15,3	16,0	16,9	17,2	18,2	18,5	19,5
Slovenská republika	14,5	14,9	15,4	15,8	16,6	17,2	18,1	19,0	20,2

Zdroj: ŠÚ SR

Na hrubé porovnanie regionálnej efektivity kapitálu je vhodným pomerovým ukazovateľom podiel hrubej tvorby kapitálu na HDP, zobrazeným v tabuľke č. 6. V rokoch 1998 – 2006 bol tento podiel priemerne na úrovni 27,6 %. Z toho vyplýva, že na jedno Euro produkcie musel byť investovaný kapitál v hodnote 27,6 centu (vrátane odpisov).

Tabuľka č. 6 Podiel hrubej tvorby kapitálu na tvorbe HDP

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Bratislavský kraj	30,8%	26,9%	25,7%	23,9%	26,7%	22,2%	22,7%	23,6%	23,7%
Trnavský kraj	31,4%	25,7%	24,0%	25,9%	25,9%	23,1%	23,7%	29,3%	27,4%
Trenčiansky kraj	38,0%	30,2%	25,1%	33,5%	30,8%	27,9%	25,9%	29,4%	30,1%
Nitriansky kraj	33,4%	28,0%	24,1%	28,7%	26,3%	23,5%	21,7%	23,4%	24,3%
Žilinský kraj	39,5%	32,0%	28,2%	33,4%	28,3%	29,0%	27,2%	29,4%	28,8%
Banskobystrický kraj	37,9%	29,8%	26,0%	28,1%	27,0%	23,2%	22,8%	27,4%	25,9%
Prešovský kraj	38,6%	34,1%	28,3%	28,4%	28,9%	26,2%	24,0%	26,5%	27,6%
Košický kraj	42,3%	33,1%	25,7%	31,7%	26,4%	26,6%	25,4%	28,2%	28,2%
Slovenská republika	35,7%	29,5%	25,8%	28,6%	27,4%	24,8%	24,0%	26,5%	26,5%

Zdroj: ŠÚ SR

Po privatizácií a reštrukturalizácií hospodárstva bola Slovenská ekonomika značne podkapitalizovaná, zároveň s vysokou mierou nezamestnanosti a relatívne lacnou pracovnou silou v porovnaní s okolitými krajinami. Po roku 1998 zároveň nastalo na Slovensku niekoľko kvalitatívnych zmien. Po týchto parlamentných voľbách nastala zmena v prístupe k hospodárskej politike. V tomto období postupne dochádza k liberalizácií ekonomiky, zlepšovaniu podnikateľského prostredia. Najvýznamnejším prvkom bolo postupné zavádzanie ekonomických a sociálnych reforiem. Vo vzťahu k rastu ekonomiky to bolo najmä zavedenie rovnej dane v roku 2004. To viedlo aj k postupnému zvyšovaniu prílevu priamych zahraničných investícií.

Prílev priamych zahraničných investícií (PZI) na Slovensko nebol rovnomerný. Najvyššie objemy PZI boli v sledovanom období dosiahnuté v rokoch 2000-2002 a v roku 2006, s hodnotami nad 2 mld. EUR. Takmer 2/3 týchto investícií smerovali aj vzhľadom na sídla celoslovenských firiem do Bratislavského kraja. Zaujímavým javom je alokovanie investícií hlavne do odvetví s tradíciou.

Tabuľka č. 7 Podiel priamych zahraničných investícií podľa ich alokácie v jednotlivých krajoch

PZI	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------

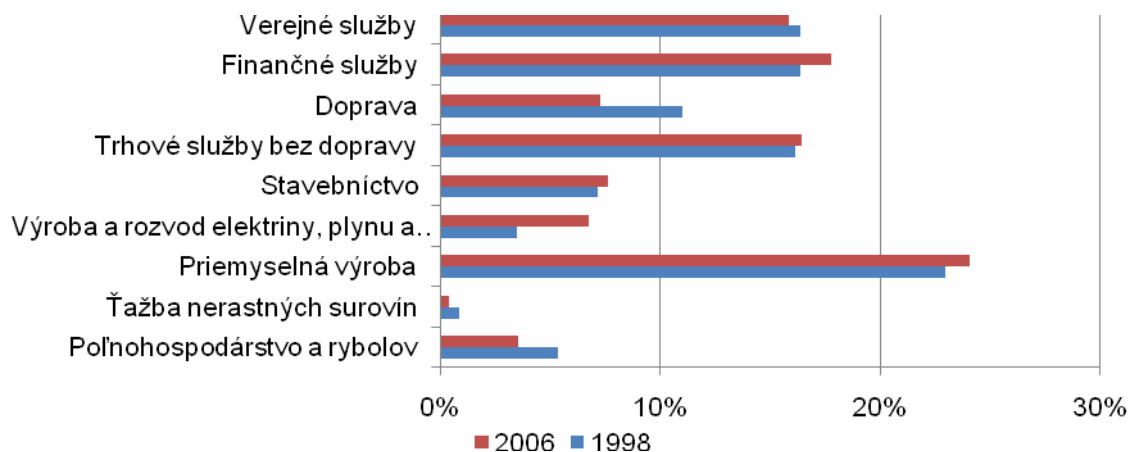
Bratislavský kraj	44,9%	54,8%	61,3%	83,8%	92,0%	79,9%	65,1%	33,2%	73,5%
Trnavský kraj	8,6%	12,7%	1,0%	2,5%	1,9%	3,5%	12,1%	3,1%	2,9%
Trenčiansky kraj	10,7%	13,0%	0,2%	0,9%	1,2%	8,7%	6,7%	15,1%	4,2%
Nitriansky kraj	3,9%	2,9%	0,8%	4,8%	0,6%	3,9%	0,4%	2,9%	1,8%
Žilinský kraj	15,5%	6,1%	5,6%	2,4%	3,5%	2,0%	7,0%	32,2%	13,6%
Banskobystrický kraj	3,6%	0,8%	0,5%	5,7%	0,2%	0,3%	2,6%	5,3%	1,5%
Prešovský kraj	2,2%	3,7%	0,5%	1,3%	0,1%	0,1%	3,2%	0,7%	0,7%
Košický kraj	10,5%	5,9%	30,0%	-1,4%	0,5%	1,6%	3,0%	7,6%	1,8%

Zdroj: NBS

V tabuľky č. 7 vidieť, že jednoznačne najvyšší prílev PZI má Bratislavský kraj, v Trnavskom a Trenčianskom kraji bol v dôsledku masívnych investícií väčších investorov v niektorých rokoch nárast (napr. PSA Trnava, čo v ďalších fázach pokračuje aj po roku 2006). V Nitrianskom kraji po roku 2006 nastal výrazný prílev PZI do elektrotechnického priemyslu. V Žilinskom kraji je vidieť význam masívnych prílevov PZI, napr. Kia Motors v rokoch 2005 a 2006. Banskobystrický a hlavne Prešovský kraj sú na chvoste prílevu PZI a nezmenilo sa to ani po roku 2006. Košický kraj mal veľký prílev PZI v čase vstupu US Steel do VSŽ. Celkovo možno konštatovať, že prílev PZI na Slovensko je nerovnomerný v čase aj v regionálnom členení, pričom Bratislavský kraj má najväčší prílev PZI a Banskobystrický a Prešovský naopak najnižší.

Štruktúra ekonomiky podľa odvetvovej klasifikácie ekonomickej činnosti (OKEČ) je v jednotlivých regiónoch rozdielna. Na porovnanie zmien v hrubej pridanej hodnote podľa jednotlivých sektorov uvádzame podiel sektora na pridanej hodnote v roku 1998 a 2006. Najväčším podielom sa na tvorbe hrubej pridanej hodnoty podieľa priemyselná výroba. Jej podiel vzrástol od roku 1998 o viac ako 1 percentuálny bod (p.b.) na 23 % v roku 2006. Druhým sektorom s najvyšším podielom pridanej hodnoty sú na Slovensku finančné služby, pričom ich podiel vzrástol od roku 1998 o 1,6 p.b. na 17,8 %. Nasledujú trhové služby bez dopravy s podielom v roku 2006 na úrovni 16,5 % s miernym rastom. Naopak, podiel verejných služieb na pridanej hodnote zahŕňajúcich verejnú správu, zdravotníctvo a školstvo v posledných rokoch mierne klesol a v roku 2006 dosahoval hodnotu 15,9 %. Z ostatných odvetví dosiahol najväčší pokles pridanej hodnoty sektor dopravy (podiel 7,3 %) a poľnohospodárstva (podiel 3,5 %). Najväčší nárast pridanej hodnoty dosiahol sektor výroba a rozvod elektriny, plynu a vody s podielom v roku 2006 približne 6,7 %, čím sa priblížil k sektoru stavebníctva (7,3 %). Prehľadne tento stav zobrazuje graf č. 1.

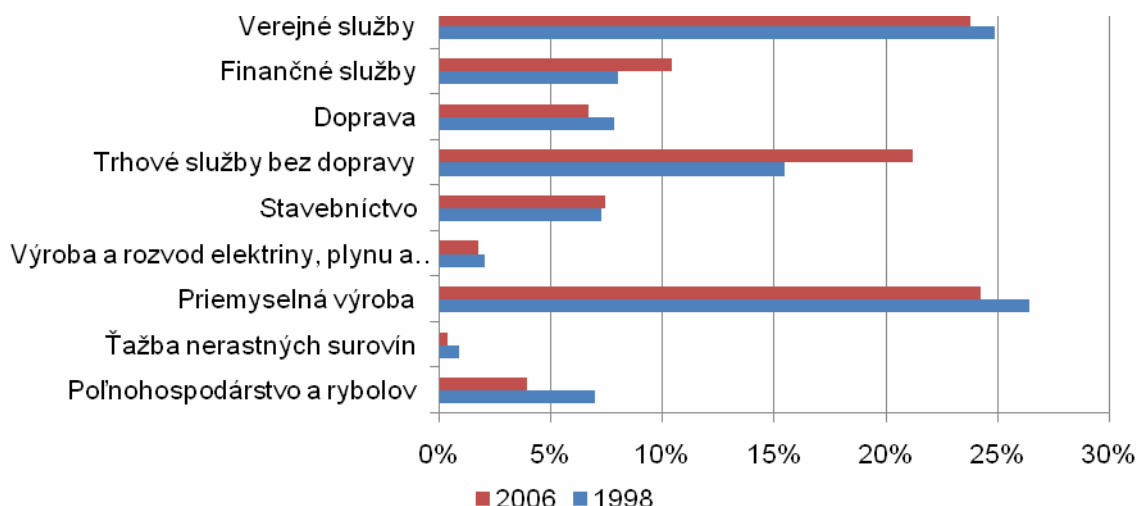
Graf č. 1 Podiel tvorby hrubej pridanej hodnoty na Slovensku podľa jednotlivých sektorov



Zdroj: ŠÚ SR

Na porovnanie produktivity práce v jednotlivých sektoroch uvádzame v grafe č. 2 počet pracujúcich v jednotlivých sektoroch na Slovensku. Výrazne väčší podiel pracujúcich ako podiel tvorby hrubej pridanej hodnoty majú sektory trhových a verejných služieb. Naopak vysoký podiel hrubej pridanej hodnoty na zamestnanca majú sektory finančných služieb a výroby a rozvodu elektriny, plynu a vody.

Graf č. 2 Podiel zamestnancov na Slovensku podľa jednotlivých sektorov



Zdroj: ŠÚ SR

3 PODNIKANIE

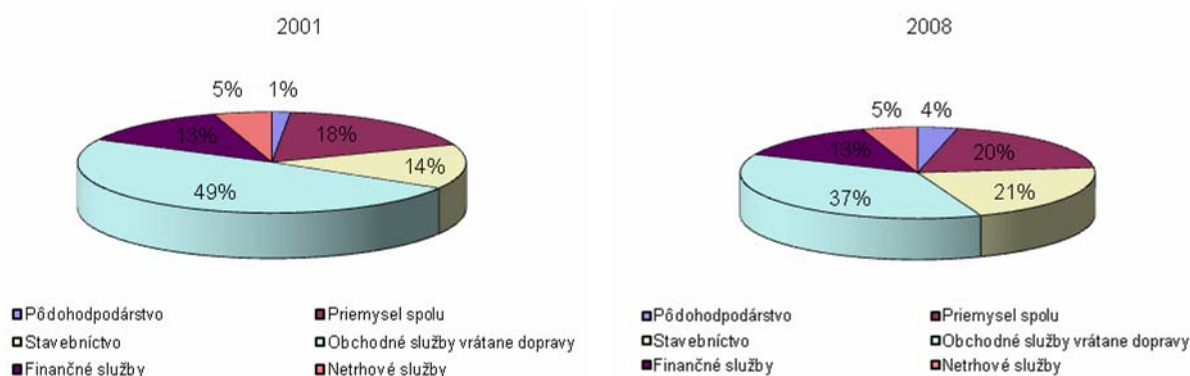
Vývoj podnikateľského prostredia je významne ovplyvňovaný viacerými faktormi. Jedným z hlavných javov je stabilizácia legislatívnych noriem, ktoré spolu s daňovou reformou významne prospeli k štartu viacerých nových podnikov. K rastu počtu živnostníkov a podnikov dochádza aj napriek celkovej situácii v podnikateľskom prostredí, ktorá je vo všeobecnosti vnímaná ako nie príliš pozitívna. Ako najväčšie negatíva v podnikateľskom prostredí sú vnímané vysoké odvody, malá dostupnosť nových investičných úverov a nedokonalosti štátnej administratívy pri rozvoji podnikania

Stav podnikateľského prostredia je dôležitým prvkom ekonomickej výkonnosti regiónu. Podnikateľské prostredie je tvorené fyzickými a právnickými osobami. Táto časť je venovaná popisu vývoja podnikania v SR za sledované obdobie. Zvlášť je sledovaný vývoj v štruktúre živnostníkov a podnikov.

1.3 Živnostníci

Celkový počet živnostníkov, vzrástol v období rokov 2001 až 2008 z 279,6 tisíca na 392,8 tisíca. Najvyššie prírastky počtu živnostníkov boli zaznamenané v rokoch 2003 a 2004, kedy tento počet vzrástol o viac ako 30 tisíc ročne. Spomedzi jednotlivých sektorov najväčší podiel živnostníkov pôsobí v sektore obchodných služieb³. V priebehu rokov však tento podiel poklesol zo 48 % na 37 %. V štruktúre živnostníkov sa jednoznačne prejavili fenomény hospodárskeho rozvoja za sledované obdobie akými sú reštrukturalizácia priemyslu a stavebný boom (Graf č. 3). Práve v sektoroch priemyslu a stavebníctva boli zaznamenané rasty podielov živnostníkov. Podiel živnostníkov pôsobiacich v sektore priemyslu vzrástol z 18 % na 20 %. V sektore stavebníctva vzrástol tento podiel zo 14% v roku 2001 na 21 % v roku 2008. Mierny nárast bol zaznamenaný v sektore pôdohospodárstva kde v roku 2008 pôsobili 4 % živnostníkov.

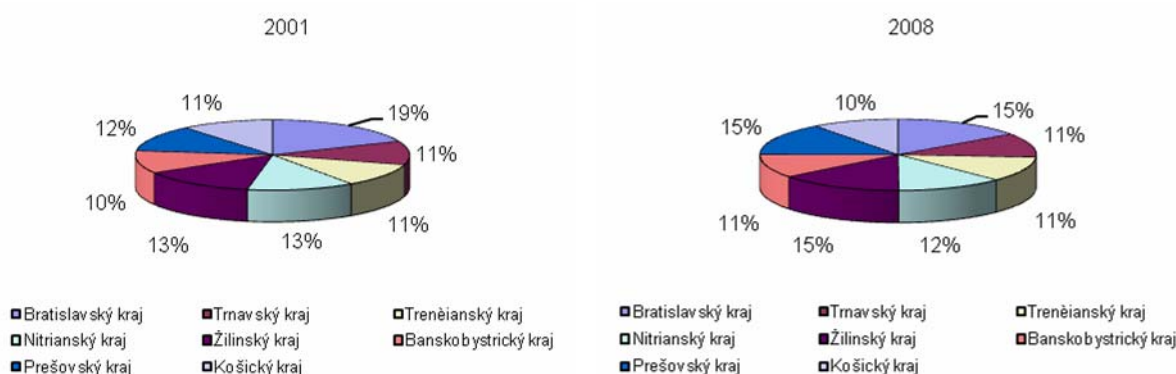
Graf č. 3 Živnostníci podľa kategórie činnosti v SR v roku 2001 a 2008



Zdroj: ŠÚ SR

Zaujímavá je situácia vývoja počtu živnostníkov vzhľadom na územné rozmiestnenie. Za sledovaný čas došlo k výraznému vyrovnaníu relatívneho počtu živnostníkov. Kým v roku 2001 bolo najviac živnostníkov pôsobiacich v Bratislavskom kraji (18 %) v roku 2008 boli najvyššie podiely živnostníkov (15 %) v troch krajoch – Bratislavskom, Žilinskom a Prešovskom. Najvyšší absolútny prírastok živnostníkov bol v sledovanom období zaznamenaný v Prešovskom kraji (viac ako 24 tis.)

Graf č. 4 Živnostníci podľa miesta registrácie v krajoch v roku 2001 a 2008



Zdroj: ŠÚ SR

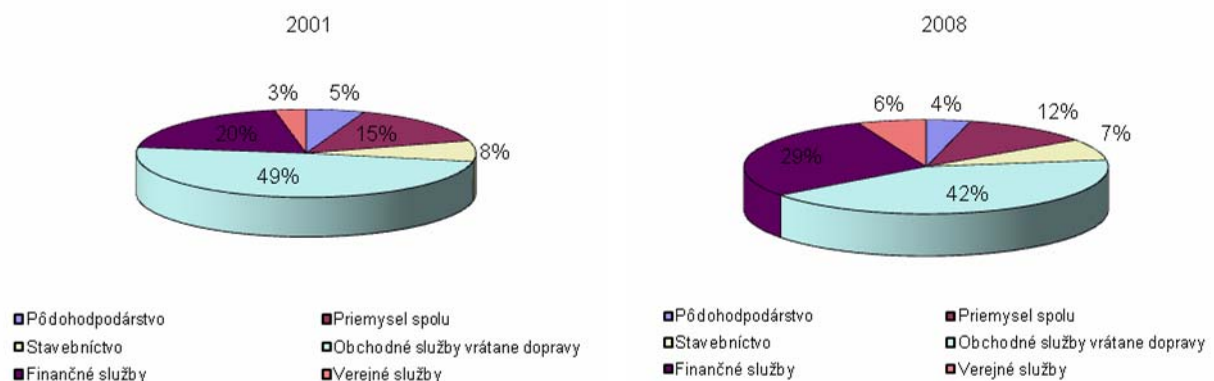
³ Pre potreby tejto analýzy bol vytvorený agregát obchodné služby, ktorý v sebe zahŕňa OKEČ G – veľkoobchod, maloobchod a oprava, H – hotely a reštaurácie, I – Doprava, skladovanie, pošty a telekomunikácie

1.4 Podniky

Podnikateľské prostredie je popri živnostníkoch predovšetkým závislé na rozvoji podnikov. Z definície sa pod podnikmi rozumejú tie právnické osoby, ktoré sú založené pre vytváranie zisku. Sú teda hlavným zdrojom ekonomickej výkonnosti a tvorby pracovných miest. V nasledujúcej časti bude popísaný stav a vývoj podnikovej sféry v jednotlivých regiónoch.

Vývoj v podnikovej sfére je v porovnaní s vývojom živností mierne odlišný. Hlavným dôvodom sú rozdielne finančné potreby pri zriaďovaní jednotlivých typov podnikaní. Pri porovnaní počtu podnikov podobne ako u živnostníkov došlo k poklesu podielu obchodných služieb (Graf č. 5). Ten zo 48 % v roku 2001 poklesol na 43 % v roku 2008. K poklesu podielu počtu podnikov z 8 % v roku 2001 na 7 % v roku 2008 došlo aj v sektore stavebníctva. Zaujímavým javom je aj pokles podielu počtu podnikov v priemysle. Na druhej strane sa však významne zvýšil podiel finančných (z 20 % na 29 %) a netrhových služieb (z 3% na 6%). Celkovo počet podnikov za sledované obdobie zrástol o 90 % zo 62 tisíc v roku 2001 takmer na 120 tisíc v roku 2008.

Graf č. 5 Podniky podľa kategórie činnosti v SR v roku 2001 a 2008



Zdroj: ŠÚ SR

Vzhľadom na priestorové rozloženie je možné sledovať dva významné javy. Viac ako tretina všetkých podnikov je registrovaná v Bratislavskom kraji (Graf č. 6). Hlavný význam má zjavne pozícia hlavného mesta, ktoré je sídlom viacerých celonárodných, medzinárodných a nadnárodných korporácií. V ostatných krajoch sú podniky rozdelené viac-menej rovnomerne. Takáto štruktúra sa s miernymi zmenami zachovala počas celého sledovaného obdobia. Podiel podnikov sa mierne zvýšil (do 2 p.b.) v Bratislavskom, Trnavskom a Nitrianskom kraji. Naopak mierne poklesy nastali v Košickom, Banskobystrickom, a Trenčianskom kraji. Vzhľadom na veľkosti podnikov je treba podotknúť, že viac ako 86 % podnikov bolo počas celého sledovaného obdobia zo skupiny 0 – 19 zamestnancov.

Graf č. 6 Podniky podľa miesta registrácie v roku 2001 a 2008



Zdroj: ŠÚ SR

5 ZÁVER

V tvorbe HDP, zamestnanosti, produktivite práce a prílevu priamych zahraničných investícií je vysoko nadpriemerný Bratislavský kraj a najhorší stav je v Prešovskom a Banskobystrickom kraji. Podľa všetkého sa tento trend v dohľadnej dobe nezmení. V poslednom desaťročí vidieť pozitívne trendy v Trnavskom, Trenčianskom a Žilinskom kraji. V Nitrianskom kraji sú badateľné do značnej miery prekvapivo nepriaznivé tendencie.

Na príjmoch VÚC majú daňové príjmy a príjmy z grantov a transferov najväčší podiel. Vo väčšine prípadov sa súčet týchto príjmov podieľa na príjmoch celej VÚC viac než 75 %, najčastejšie však viac než 85 %. Neplatilo to iba v jednom prípade v roku 2007 v Trnavského samosprávneho kraja, kedy 33 % príjmov samosprávneho kraja predstavovali príjmy z finančných operácií. Výdavky z rozpočtov samosprávnych krajov za sledované obdobie smerovali najmä na vzdelanie, čo predstavovalo viac než 40 %. Najvyšší podiel na vzdelanie vynakladá Bratislavský samosprávny kraj zo svojho rozpočtu na úrovni cca 55 %. Ďalej jednotlivé samosprávne kraje vynakladajú zhruba 15 % až 20 % na sociálne zabezpečenie, pričom najnižší podiel vynakladá na túto časť svojho rozpočtu Prešovský samosprávny kraj na úrovni asi 15 %. Väčšina samosprávnych krajov vynakladá cca 20 % zo svojho rozpočtu na dopravu. Výnimkou je Bratislavský a Žilinský samosprávny kraj, kde sa táto hodnota pohybuje okolo 10 % a 15 %. Najviac sa na dopravu vynakladá v Prešovskom samosprávnom kraji. V roku 2007 to bolo na úrovni 29 % zo svojho rozpočtu. Ostatné finančné prostriedky sú použité na verejné služby úradov samosprávnych krajov, zdravotníctvo, kultúru, správu záväzkov a pohľadávok alebo finančné operácie.

Vývoj podnikateľského prostredia popísaný počtom živnostníkov a podnikov nesvedčí o významne odlišných trendoch. U živnostníkov je badateľný významný rozvoj priemyselných a stavebných činností a pri sledovaní podnikov je významný rast finančného a netrhového sektora. Pri oboch formách podnikania dochádza k poklesu podielu obchodných činností vrátane dopravy. Svedčia o tom zmeny podielov živnostníkov resp. podnikov za príslušné sektory v jednotlivých regiónoch. Táto analýza však hovorí len o počtoch podnikov a nie o ich efektívnosti, veľkosti, pridanej hodnote a pod.

Použitá literatúra

1. Programové vyhlásenie vlády SR, Bratislava, 2006
2. VAŇO, Boris: Prognóza vývoja obyvateľstva v okresoch SR do roku 2025, Infostat - VDC, Bratislava, 2008
3. KVETAN, V.; RADVANSKÝ M.; PÁLENÍK, V.: Prognóza vývoja ekonomiky SR na roky 2009 – 2015 in Pohľady na ekonomiku Slovenska, Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2009
4. KVETAN, V.; RADVANSKÝ M.: Modeling of sustainability of pension system - case of Slovak Republic, EcoMod, Berlin, 2008
5. www.statistics.sk
6. www.nbs.sk
7. www.sario.sk
8. www.eurostat.sk

Kontaktné údaje

Marek Radvanský, Ing.
Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied
Šancová 56, 811 05 Bratislava
Marek.Radvansky@savba.sk

Vladimir Kvetan, Ing.
Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied
Šancová 56, 811 05 Bratislava
Vladimir.Kvetan@gmail.sk

Tomáš Domonkos, Ing., PhD.
Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied
Šancová 56, 811 05 Bratislava
Tomas.Domonkos@savba.sk

EKONOMETRICKÉ PROGRAMY PRO ZAČÁTEČNÍKY

ECONOMETRIC SOFTWARE FOR BEGINNERS

Šárka Lejnarová, Adéla Ráčková

Abstrakt

V tomto článku jsme analyzovali ekonometrický software, který je vhodný pro výuku základů ekonometrie. Byli jsme limitováni dostupností ekonometrických programů na Vysoké škole ekonomické v Praze, a to je také důvod, proč jsme pro naši analýzu vybrali následující softwarové produkty. Hodnotili jsme výhody programů GiveWin, gretl a SAS Enterprise Guide a hodnotili jsme tyto programy dle jejich užitečnosti a vhodnosti pro ty, kteří s ekonometrií teprve začínají. Za pomoci vícekritériálního rozhodování jsme dospěli k závěru, že nejvhodnějším programem pro lekce základů ekonometrie je program gretl.

***Klíčové slova:** gretl, SAS, GiveWin, výuka, základy ekonometrie*

Abstract

In this paper we analyzed econometric software suitable for basic econometric lessons. We were limited by software availability at the University of Economics in Prague and that is why the following econometric software was selected for our analysis. We discussed advantages and disadvantages of GiveWin, gretl and SAS Enterprise Guide and we evaluated them according to their convenience for econometric beginners. Using multiple criteria decision methods, gretl was chosen as the most suitable econometric software for basic econometric lessons.

***Keywords:** gretl, SAS, GiveWin, teaching, basic econometrics*

1 ÚVOD

V průběhu minulých let vrostl význam vědy, kterou známe jako ekonometrie. Výuka ekonometrie se stala součástí mnoha studijních oborů. V dnešní době se ekonometrii věnují nejen studenti v hlavních specializacích, ale také studenti s obory ekonomie, finance, účetnictví, marketing nebo management se s touto vědou v průběhu svého studia setkávají. Takové rozšíření lekcí mezi studenty, kteří mají vysoké znalosti z oboru ekonomie, ale podstatně menší znalosti z oborů statistika, matematika a odpovídajících softwarových produktů, způsobuje nemalé problémy v průběhu výuky ekonometrie. Hlavní cílem kurzů základů ekonometrie je seznámit studenty se základy ekonometrické a statistické analýzy na reálných ekonomických datech. Takový úvod je nezbytný, mají-li studenti použít jednoduchou ekonometrickou analýzu ve svých bakalářských pracích jako podporu svého výzkumu.

Po pár lekcích jsme dospěli k závěru, že užívání odpovídajícího softwaru během těchto hodin je jeden ze základních kamenů úspěšného vzdělávání mladých ekonometrů. Není problém zvolit jeden program a představit ho našim studentům. Otázkou je, který software je pro tyto účely nejvhodnější. Většina studentů má obavy z práce s ekonometrickým programem a soustředí se zejména na ovládnutí tohoto programu a podstatu lekce – studium ekonometrie –

zůstává skryta za ovládním softwaru. A to je právě důvod, proč bychom chtěli srovnat užívané a přístupné programy na naší univerzitě a rozhodnout, který z těchto programů je nejlepší a nejvhodnější pro výuku základů ekonometrie.

Na VŠE v Praze máme možnost vyučovat ekonometrii s pomocí tří programů – GiveWin, SAS, gretl. Z tohoto důvodu jsme pro srovnání softwarů zvolili právě tyto tři programy. Není naším cílem porovnávat všechny programy dostupné na trhu, protože nabídka je velice široká. Ne všechny dostupné programy jsou navíc vhodné pro studenty, kteří se studiem ekonometrie teprve začínají.

Uvedené programy jsme porovnávali podle různých kritérií. Jedno z kritérií byla finanční dostupnost programů. Zkoumali jsme, zda existuje verze programu, která by byla volně stažitelná, příp. limitovaná studentská verze. Předpokládali jsme, že studenti nejsou ochotni si kvůli jednosemestrální výuce pořizovat drahý ekonometrický software. Dále jsme zohledňovali, jak je uvedený program užíván v praxi.

Dalším kritériem byla samotná intuitivnost programu – porovnávali jsme ovládní programu, zda je podobné široce rozšířeným produktům typu MS Office. Důležité také bylo, jak jsou studenti schopni ztotožnit se s daným programem během 11 lekcí, které nám semestr poskytuje. V případě, že program není příliš komplikovaný, student soustředí svou pozornost na samotnou ekonometrii a získá tak znalosti, které by ze základních kurzů získat měl.

Srovnávali jsme složitost zadávání ekonometrického modelu, grafické rozhraní programu a další funkce – např. grafickou či statistickou analýzu. Důležitým kritériem byla také schopnost programu spolupracovat s různými typy databázových souborů, spolupráce s MS Office (ve smyslu exportu a importu dat), příp. existenci vzorových datových souborů – ať už implementovaných v daném programu či jejich dostupnost na webových stránkách programu. Porovnali jsme také výsledky, které jednotlivé programy nabízí, jejich čitelnost a srozumitelnost. Zaměřili jsme se také na to, zda software zobrazuje v základním výstupu všechny podstatné testy pro základní statistickou a ekonometrickou verifikaci modelu.

V tomto článku se zabýváme výhodami a nevýhodami uvedených programů a pokusili jsme se rozhodnout, který ze tří programů je nejvhodnějším pro výuku ekonometrie, zejm. z pohledu samotných studentů ekonometrie.

2 ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD

Uvedené programy a jejich funkci jsme zkoumali na modelu, ve kterém předpokládáme závislost míry inflace na nezaměstnanosti. K odhadu modelu byly použity roční časové řady týkající se České republiky a zahrnující roky 1993 – 2007.

Základní Phillipsova křivka zachycuje inverzní vztah mezi mírou mzdové inflace a mírou nezaměstnanosti. Odhadovali jsme modifikovanou Phillipsovu křivku popsanou P.A. Samuelsonem a R. M. Solowem, která popisuje inverzní vztah mezi mírou nezaměstnanosti a mírou inflace. Friedman a Phelps kritizovali dlouhodobou Phillipsovu křivku a dokázali, že negativní sklon Phillipsovy křivky je způsoben peněžní iluzí pracovníků, a jelikož tato iluze je pouze krátkodobého charakteru, neexistuje tento vztah mezi inflací a nezaměstnaností v dlouhém období a dlouhodobá Phillipsova křivka je vertikální (Mach, 2001).

Úkolem studentů bylo dokázat inverzní vztah mezi inflací a nezaměstnaností, který je znám jako Phillipsova křivka. Dále museli studenti ověřit shodu modelu s daty a danou ekonomickou teorií, splnění klasických předpokladů pro aplikaci metody nejmenších čtverců a v neposlední řadě interpretovat získané výstupy.

2.1 GiveWin

GiveWin je program, který obsahuje mnohé ekonometrické techniky, od jednorovnicových modelů po pokročilé modely volatility. GiveWin nabízí pro různé modely rozdílné programové moduly.

GiveWin jsme zvolili pro tuto analýzu, protože je to v současnosti jediný program, který je při výuce ekonometrie, stejně tak během kurzů časových řad, používán na naší univerzitě. Vzhled programu je podobný ostatním programům, které jsou studentům známy z jiných kurzů.

Předpokládá se, že uživatel programu má základní znalosti statistiky a zobrazovaný výstup pro něj tedy není neznámý. Stránky programu nabízejí vzorové databáze, které jsou volně ke stažení.

Nevýhodou programu je skutečnost, že neexistuje plná verze, která by byla studentům volně dostupná. Studenti tedy nemohou s tímto programem pracovat na svých osobních počítačích, aniž by porušovali autorské právo. Studenti mohou pouze užívat limitovanou studentskou verzi.

GiveWin nabízí možnost vytvořit vlastní databázi přímo v programu. Tento postup není však příliš uživatelsky příjemný a je vhodnější exportovat data z jiného softwarového produktu, ačkoliv i v tomto případě se můžeme potýkat s řadou problémů. GiveWin narozdíl od většiny programů pracuje s desetinnou tečkou namísto desetinné čárky, program navíc nespolupracuje s Excelem 2007.

Program používá dva typy menu. Hlavní menu programu je totožné pro všechny programové moduly a obsahuje základní operace s datovým souborem, základní výpočty a grafické analýzy. Menu samotného modulu se pak liší dle konkrétního modulu. Modulové menu se užívá pro vytváření konkrétního modelu. Přepínání mezi jednotlivými programovými nabídkami může být pro studenty matoucí.

Běžný výstup obsahuje typické statistické hodnoty a testy. Výstup je rozdělen do dvou částí. První tabulka obsahuje hodnoty týkající se konkrétní vysvětlující proměnné, charakteristiky celkového modelu jsou uvedeny ve druhé části výstupu. Následující obrázek zachycuje standardní výstup programu GiveWin.

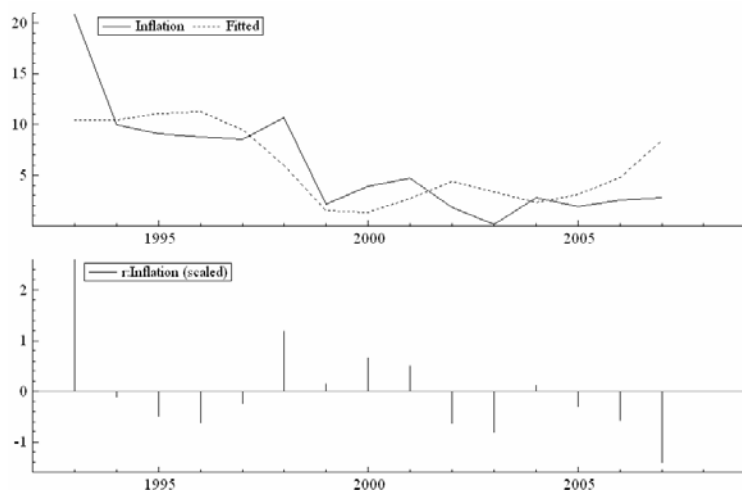
```
EQ( 1) Modelling Inflation by OLS (using Datal)
      The estimation sample is: 1993 to 2007

      Coefficient   Std. Error   t-value   t-prob   Part.R^2
Constant          19.2151     3.882     4.95     0.000    0.6534
Unemployment      -2.03631    0.5781    -3.52    0.004    0.4883

sigma             3.98826    RSS              206.781255
R^2               0.488309   F(1,13) =        12.41 [0.004]**
log-likelihood    -40.9612    DW              1.09
no. of observations      15   no. of parameters      2
mean(Inflation)      6.03333   var(Inflation)      26.9409
```

Obr. 1. Výstup z GiveWinu.

Grafická analýza není součástí výstupu a je třeba ji provádět odděleně. Následující obrázek zobrazuje část z možné grafické analýzy, kterou GiveWin nabízí.



Obr. 2. Grafický výstup z GiveWinu.

Grafickou analýzu program automaticky používá při vytváření predikcí. Uživatel si musí zvolit možnost zápisu predikce, v opačném případě je výstupem graf.

Pro studenty začínající s ekonometrií je matoucí také vyhodnocování autokorelace na základě obdrženého výstupu, protože je vždy zobrazena pouze Durbin-Watsonova statistika, a to i v případě, pokud je třeba vyhodnocovat autokorelaci za pomoci jiné statistiky. Dalším problémem, se kterým jsme se během kurzů potýkali, je vkládání sezónnosti do modelů.

2.2 Gretl

Gretl je volně dostupný program pro ekonometrický analýzy se širokou datovou základnou přístupnou na webových stránkách programu.

Gretl byl k této analýze vybrán, protože je volně stažitelný, uživatelsky příjemný a velmi intuitivní. Přestože jsme studenty s tímto programem na hodinách neseznamovali a pouze je informovali o existenci a umístění tohoto programu, byli schopni tento software užít ke zpracování semestrálních prací bez dalších konzultací.

Před spuštěním odhadové techniky je třeba do programu importovat datový soubor nebo vytvořit vlastní databázi přímo v programu. Software komunikuje s uživatelem pomocí přehledných dialogových oken a již v samém počátku nabízí změnu definice typu dat. Datový soubor nemusí být pouze ve standardním databázovém formátu. Ověřili jsme, že gretl velmi dobře komunikuje s Excelem a dalšími typy databázových souborů. Práce s programem gretl je podobná práci s programem E-views, což je další ze široce užívaných statistických a ekonometrických produktů. Tato podobnost poskytuje důležitou výhodu pro budoucí praxi studentů. Software komunikuje s uživateli pomocí čitelných a dobře navržených dialogových oken. Každé okno obsahuje menu, které lze využít pro vyhodnocování modelu, grafickou analýzu a doplňující diagnostické testy.

Základní výstup obsahuje část týkající se odhadů parametrů proměnných a jejich charakteristiky. Další část výstupu zahrnuje celkové charakteristiky modelu. Následující obrázek zachycuje standardní výstup při odhadu metodou nejmenších čtverců.

Model 1: OLS estimates using the 15 observations 1993-2007
 Dependent variable: Inflation

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value	
const	19,2151	3,88155	4,950	0,0003	***
Unemployment	-2,03631	0,578135	-3,522	0,0038	***

Mean of dependent variable = 6,03333
 Standard deviation of dep. var. = 5,37264
 Sum of squared residuals = 206,781
 Standard error of the regression = 3,98826
 Unadjusted R-squared = 0,48831
 Adjusted R-squared = 0,44895
 Degrees of freedom = 13
 Durbin-Watson statistic = 1,08853
 First-order autocorrelation coeff. = 0,142501
 Log-likelihood = -40,9612
 Akaike information criterion (AIC) = 85,9223
 Schwarz Bayesian criterion (BIC) = 87,3384
 Hannan-Quinn criterion (HQC) = 85,9072

Obr. 3. Výstup z gretlu.

Studenti oceňují, že spočítané charakteristiky jsou zobrazeny svými celými jmény a ne pouze zkratkami. Užívání celých názvů činí výstup srozumitelný zejména ekonometrickým začátečníkům, kteří nemají dané statistické zkratky zažity. Pokud je to nezbytné pro statistickou verifikaci, je výstup rozšířen dodatečnými statistikami (např. Durbinovo h), a to je velmi nápomocné během ekonometrických cvičení.

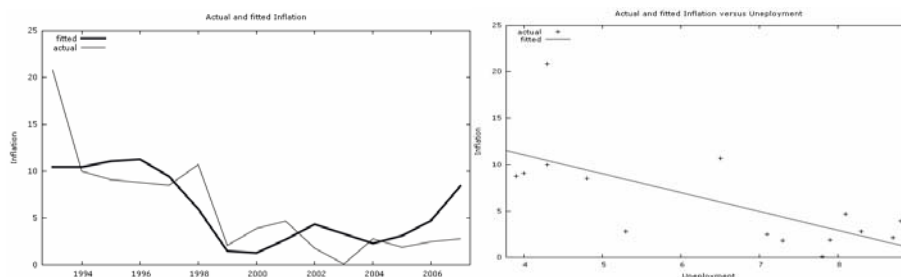


Fig. 4. Graphic analysis in gretl.

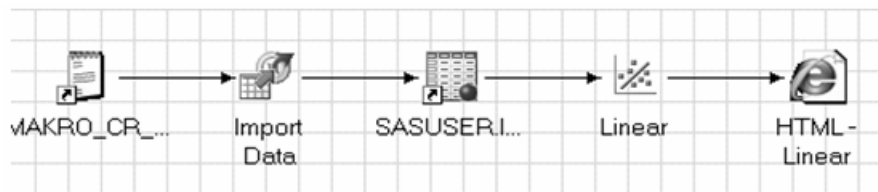
Gretl nabízí rozsáhlé množství grafů, dvě ukázky jsou zobrazeny na předchozím obrázku. Tento software umožňuje nejsnazší a nejrozsáhlejší editaci grafických výstupů v porovnání s ostatními softwary uvedenými v tomto textu, např. je možné uložit graf přímo v PDF formátu, měnit barevné nastavení apod. Pro pokročilejší ekonometrickou analýzu můžeme využít možnosti psaní kódu, ukázkové kódy a příkazy jsou součástí uživatelské příručky.

2.3 SAS Enterprise Guide

SAS Enterprise Guide je grafické rozhraní programu SAS base, což je jeden z nejznámějších statistických softwarů. SAS Enterprise Guide obsahuje statistické funkce od popisné statistiky až po vícerozměrnou analýzu. SAS Enterprise Guide byl vybrán do této analýzy z důvodu, že to je software, který se využívá pro kurzy statistiky na VŠE a studenti se s ním seznámí v kurzech základní statistiky. Studenti jsou tedy seznámeni s programem jako takovým, s jeho používáním, nastaveními a pod, mohou se tedy více soustředit na ekonometrické problémy. Další výhodou je uživatelsky přívětivé rozhraní, které je vhodné i pro nestatistiky. SAS Enterprise Guide umožňuje psaní kódu v SAS jazyku. Produkty společnosti SAS Company jsou široce využívány v praxi, zejména ve finančních a telekomunikačních firmách. SAS Enterprise Guide obsahuje rozsáhlou podporu v podobě nápovědy a ukázkových datových souborů.

Nevýhodou tohoto softwaru je jeho neekonometrický charakter. Další nevýhodou je, že neexistuje freeware tohoto softwaru a to způsobuje, že studenti s daným softwarem nemohou pracovat z domova na svých osobních počítačích.

SAS Enterprise Guide umožňuje používání různých formátů datových souborů přes funkci import data. Pro spuštění lineární regrese je zde jednoduchá volba `analyze – regression – linear`. V menu lineární regrese je možné nastavit role proměnných, statistiky na srovnávání modelů (Akaikeovo informační kritérium, Sawa's Bayesian informační kritérium), další statistiky (intervaly spolehlivosti parametrů pro různou hladinu významnosti, parciální korelace atd.) a různé testy autokorelace a heteroskedasticity. Ve stejném menu můžeme zvolit typ zobrazených grafů.



Obr. 5. Projektový diagram SAS Enterprise Guide.

Výstup se automaticky zobracuje v html formátu a obsahuje klasické statistické testy. Tento výstup také zobrazuje základní informace o splnění Gaussových-Markovových předpokladů.

Výstup obsahuje také test nezávislosti a identického rozdělení reziduí. Poslední tabulka uvádí informaci o autokorelaci a zobrazuje Durbin-Watsonovu statistiku a koeficient autokorelace 1. řádu ρ .

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	197.33208	197.3320	12.41	0.0038
Error	13	206.78126	15.90625		
Corrected Total	14	404.11333			

Root MSE	3.98826	R-Square	0.4883
Dependent Mean	6.03333	Adj R-Sq	0.4489
Coeff Var	66.10382		

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	19.21505	3.88155	4.95	0.0003
Unemployment	1	-2.03631	0.57813	-3.52	0.0038

Test of First and Second Moment Specification		
DF	Chi-	Pr > ChiSq
2	3.41	0.1815

Durbin-Watson D	1.089
Number of Observations	15
1st Order Autocorrelation	0.121

Obr. 6. Výstup z SAS Enterprise Guidu.

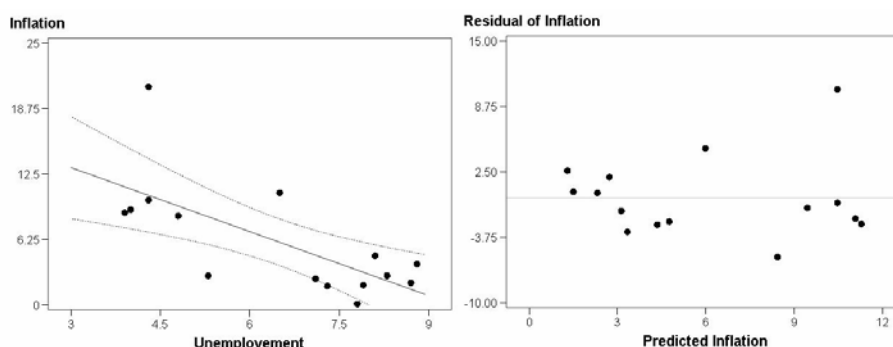


Fig. 7. Residuals in SAS Enterprise Guide.

Práce v SAS Enterprise Guide umožňuje rychlou a čitelnou analýzu. To je zejména užitečné pro studenty pracující na závěrečné práci, která obsahuje základní ekonometrickou analýzu. Pro pokročilejší ekonometrickou analýzu je možné používání psaní kódu, ukázkové kódy jsou implementovány v nápovědě.

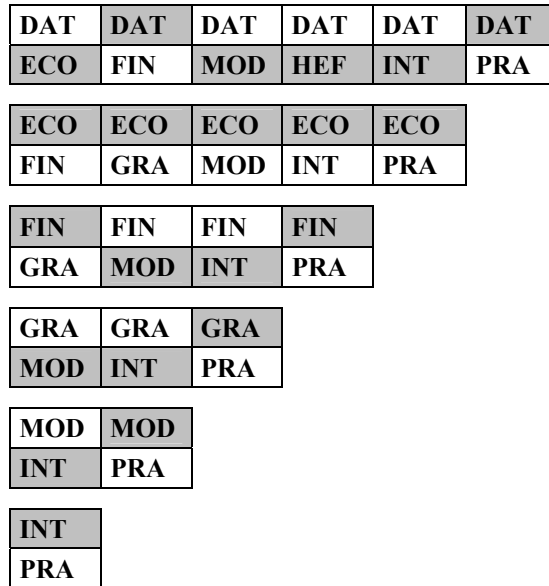
3 ROZHODOVACÍ ANALÝZA

Pro výběr nejvhodnějšího softwaru jsme zvolili metodu vícekritériálního rozhodování. Každý program byl ohodnocen dle sedmi kritérií: Finanční dostupnost, Intuitivnost programu, Náročnost odhadu modelu, Grafické rozhraní, Využití v praxi, Import datových souborů, Ekonometrické funkce. Seznam kritérií a hodnot použitých v této analýze jsou v tabulce 1.

Tab 1. Kritéria

Kritérium	Popis		GRETL	GiveWin	SAS	Škála
DAT	<i>Spouštění různých datových souborů</i>	<i>MAX</i>	4	3	5	5 - spustí různé typy datových souborů, 0 - pouze jeden typ datového souboru
ECO	<i>Ekonometrické funkce</i>	<i>MAX</i>	5	5	3	5 - mnoho funkcí, 0 - omezené funkce
FIN	<i>Finanční dostupnost</i>	<i>MAX</i>	2	1	0	2 - freeware, 1 - omezená studentská verze, 0 - žádné dostupné verze
GRA	<i>Grafické rozhraní</i>	<i>MAX</i>	4	2	5	5 - pokročilé grafické rozhraní, 0 - omezené grafické rozhraní
MOD	<i>Náročnost odhadu modelu</i>	<i>MAX</i>	5	2	4	5 - jednoduchý odhad, 0 - komplikovaný odhad
INT	<i>Intuitivnost programu</i>	<i>MAX</i>	5	2	5	5 - uživatelsky přívětivý, 0 - uživatelsky nepřívětivý
PRA	<i>Využití v praxi</i>	<i>MAX</i>	1	2	5	5 - široké využití, 0 - žádné využití

V této analýze má každé kritérium jinou důležitost – váhu. Pro určení vah byla použita Fullerova metoda. Fullerova metoda využívá párového porovnání kritérií. Grafické schéma analýzy se nazývá Fullerův trojúhelník.



Obr. 8. Fullerův trojúhelník

Váhy byly počítány podle

$$v_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{n_i}{N}, \quad (1)$$

kde v_i představuje váhu kritéria i ,
 n_i určuje, kolikrát bylo kritérium i vybráno a
 N je celkový počet porovnání určený z

$$N = \binom{k}{2} = \frac{k(k-1)(k-2)!}{2!(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{2}, \quad (2)$$

kde k je počet kritérií.

Table 2. Normalizované hodnoty a váhy kritérií.

Kritérium	Popis	Váha	Normalizované hodnoty		
			GRETL	GiveWin	SAS
DAT	Spouštění různých datových souborů	0,095	-0,500	-1,500	-1,500
ECO	Ekonometrické funkce	0,286	-0,500	-1,500	-1,500
FIN	Finanční dostupnost	0,095	1,000	0,000	0,000
GRA	Grafické rozhraní	0,143	0,333	-0,667	-0,667
MOD	Náročnost odhadu modelu	0,190	0,333	-0,667	-0,667
INT	Intuitivnost programu	0,190	0,333	-0,667	-0,667
PRA	Využití v praxi	0,000	0,750	-0,250	-0,250
Vážený průměr			0,079	-0,921	-0,921

Pro určení kompromisního řešení byla vybrána metoda váženého průměru. Normalizované hodnoty a váhy jsou v tabulce 2. Nejvyšší vážený průměr získal program gretl.

4 ZÁVĚR

V tomto článku byly zkoumány tři různé programy použité pro ekonometrickou analýzu s cílem rozhodnout, který z výše uvedených softwarů je nejvhodnější pro studenty začínající se studiem ekonometrie na Vysoké škole ekonometrické v Praze.

Analýza byla omezena zejména dostupností statistického a ekonometrického softwaru na VŠE. O výběru ekonometrického softwaru jsme rozhodli na základě metod vícekritériálního rozhodování. V článku byly rozebrány základní výhody a nevýhody programů vzhledem k použití v kurzech základů ekonometrie. V tomto článku nebyly diskutovány pokročilé ekonometrické analýzy jako např. analýza panelových dat, protože tyto analýzy nejsou součástí kurzu základy ekonometrie.

Na základě této analýzy byl doporučen program gretl jako hlavní software pro lekce základů ekonometrie na VŠE. Omezením tohoto výzkumu zůstává nemožnost výsledky zobecnit vzhledem ke specifickým podmínkám a výběru kritérií a vah použitých v tomto článku.

Použitá literatura

1. GUARANTI D.N. Basic econometrics. USA : McGraw-Hill, Inc., 1988. ISBN 9780072478525
2. HUŠEK, R, PELIKÁN, J. Aplikovaná ekonometrie: teorie a praxe. Praha : Professional Publishing, 2003. ISBN 8086419290.
3. JABLONSKÝ, J. Operační výzkum, kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. Praha : Professional Publishing, 2007. ISBN 9788086946443.
4. MACH M.: Makroekonomie II pro magisterské (inženýrské) studium 1. a 2. část, Slaný : Melandrium, 2001, s.268-269, ISBN 8086175189 .
5. OxMetrix webpage [online], dostupné z www: [<http://www.oxmetrics.net/>]
6. GRETL webpage [online], dostupné z www: [<http://gretl.sourceforge.net/>]
7. SAS webpage [online], dostupné z www: [http://www.sas.com/technologies/bi/query_reporting/guide/]

Kontaktné údaje

Ing. Šárka Lejnarová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel: 420 224 095 445

email: sarka.lejnarova@vse.cz

Ing. Adéla Ráčková

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel: 420 224 095 445

email: adela.rackova@vse.cz

VYUŽITIE METÓDY BOOTSTRAPPING VO VAR MODELOCH

USE OF BOOTSTRAPPING IN VAR MODELS

Martin Lukáčik

Abstrakt

Pri aplikácii VAR alebo VEC modelov sa odporúča využívať časové rady s dostatočne veľkým počtom pozorovaní. Príčina je rovnako ako pri iných typoch ekonometrických modelov zrejماً – asymptotické závery aplikovanej metodológie. Z tohto dôvodu sa pri modelovaní tranzitívnych ekonomík stretáme s rôznymi často protichodnými závermi. Ako riešenie problému sa ponúka využitie bootstrappingu – variantu metódy Monte Carlo, ktorá vytvorí rozdelenie sledovanej štatistiky z dostupného počtu pozorovaní pomocou opakovaného výberu s vrátením. Uvedenú problematiku prezentujeme pre asymptoticky rozdelenú štatistiku pomeru vierohodností, ktorou sa testujú ohraňovania VEC modelov.

***Kľúčové slová:** bootstrapping, opakovaný výber s vrátením, VAR modely, VEC modely*

Abstract

The estimation of parameters in VAR and VEC models as well as other econometric models requires the sufficient number of observations. This is typically one of the main problems of the time series modelling in transition economics. Bootstrapping as a variant of Monte Carlo with an artificial distribution with equal probability on all of the residuals from the initial estimation could help to solve this problem. One interesting application of bootstrapping is presented in this paper. It tries to solve the problem with an asymptotic distributed likelihood ratio statistics use in testing of the restrictions of VEC models.

***Keywords:** bootstrapping, resampling, VAR models, VEC models*

ÚVOD

Nedostatočné množstvo pozorovaní v časových radoch tranzitívnych ekonomík spôsobuje pri analýze mnohé problémy, ktoré vedú často až k protichodným záverom. Komplexnejšie a najmä dynamické štruktúry ako sú VAR alebo VEC modely môžu úplne zmeniť svoje charakteristiky pridaním niekoľkých pozorovaní. Niektoré problémy a navrhnuté modelové štruktúry pre ktoré by boli tieto typy modelov vhodné, z tohto dôvodu nie sú empiricky preverované (Husár a Szomolányi, 2009 resp. Szomolányi a Lukáčiková, 2008) a mnohé ďalšie, o ktorých konštrukciu sa autori pokúsili (Ištvániková, 2001 resp. Lukáčik, 2008), by si vyžadovali overenie pomocou simulácií.

Ekonometriovia pri aplikáciách využívajú najmä metódu Monte Carlo. Pomocou nej sa snažia napríklad napodobniť dáta generujúci proces vytvorením veľkého množstva výberov, kde sa pre každý jeden výber vypočíta sledovaná štatistika. Následne sa namiesto pôvodného výberového rozdelenia použije rozdelenie s charakteristikami získanými z momentov rozdelenia sledovanej štatistiky. Napodobenie procesu generujúceho skúmané dáta vyžaduje použiť skutočné rozdelenie náhodných členov, ktoré je neznáme. Preto sa obvykle zavádza predpoklad, že náhodné členy sú normálne rozdelené. Ak sa tento predpoklad nedá použiť, tak vtedy sa stáva alternatívou metódy Monte Carlo metóda bootstrapping (Li a Maddala, 1996), ktorá využíva opakovaný výber s vrátením z aktuálnej množiny údajov či reziduálov.

1 METÓDA BOOTSTRAPPING V KONTEXTE REGRESIE

Brooks (2008) uvádza dva spôsoby, ako aplikovať metódu bootstrapping v štandardnom regresnom modeli:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}. \quad (1)$$

Prvý spôsob predstavuje *opakovaný výber údajov s vrátením* (re-sampling of data). Pri tomto prístupe sa vyberajú jednotlivé riadky z vektora endogénnej premennej a matice exogénnych premenných zo vzťahu (1) podľa nasledovného postupu:

1. Vygeneruj výberový súbor pomocou opakovaného výberu údajov s vrátením o rozsahu n pozorovaní z pôvodnej množiny údajov, pričom pri výbere i -teho riadku sa vyberie i -te pozorovanie nielen endogénnej premennej ale súčasne všetkých exogénnych premenných.
2. Odhadni vektor parametrov modelu $\boldsymbol{\beta}^*$ získaného z výberu na základe prvého kroku.
3. Zopakuj prvý krok a generuj nový výber údajov o rozsahu n .

Po N násobnom opakovaní tohto postupu (pri dostatočne veľkom N) získame N odhadov vektora parametrov $\boldsymbol{\beta}^*$, ktoré sú vo všeobecnosti rozdielne a umožňujú konštrukciu pravdepodobnostných rozdelení jednotlivých parametrov.

Brooks zároveň upozorňuje, že s týmto postupom je spojený metodologický problém, lebo klasický predpoklad regresného modelu vyžaduje, aby boli vysvetľujúce premenné nenáhodné, čo pri ich opakovanom výbere s vrátením nie je splnené.

Druhý spôsob predstavuje *opakovaný výber reziduálov s vrátením* (re-sampling of residuals). Pri tomto prístupe už nie je atakovaný problém klasického predpokladu regresného modelu, lebo operujeme nie s údajmi, ale s reziduálmi. Postupuje sa nasledovne:

1. Odhadni parametre modelu pomocou pôvodnej množiny údajov. Vypočítaj vyrovnané hodnoty $\hat{\mathbf{y}}$ a reziduály \mathbf{e} .
2. Vygeneruj „bootstrappové“ reziduály \mathbf{e}^* pomocou opakovaného výberu reziduálov s vrátením o rozsahu n pozorovaní z vektora reziduálov \mathbf{e} a dopočítaj „bootstrappovú“ endogénnu premennú \mathbf{y}^* pripočítaním vyrovnanej hodnoty $\hat{\mathbf{y}}$ k reziduálom podľa vzťahu:

$$\mathbf{y}^* = \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{e}^*. \quad (2)$$

3. Odhadni vektor parametrov $\boldsymbol{\beta}^*$ modelu (1), pričom endogénna premenná \mathbf{y} je nahradená \mathbf{y}^* z predchádzajúceho kroku.
4. Zopakuj druhý krok a generuj nový výber reziduálov o rozsahu n .

Po N násobnom opakovaní tohto postupu získame N odhadov vektora parametrov $\boldsymbol{\beta}^*$, ktoré rovnako ako v prvom prípade umožňujú konštrukciu pravdepodobnostných rozdelení jednotlivých parametrov.

2 METÓDA BOOTSTRAPPING A VAR MODELY

Druhý postup uvedený Brooksom sa dá jednoducho rozšíriť aj na VAR respektíve VEC modely. Rozdiel je len v tom, že vo vzťahu (2) namiesto vektorov vystupujú matice vytvorené spojením vektorov jednotlivých rovníc viacrovnicového modelu.

Zaujímavejšou pre prezentáciu sa javí praktická aplikácia uvedenej problematiky v ekonometrických programoch. Ako príklad sme zvolili konštrukciu rozdelenia pomeru vierohodností pri testovaní ohraničení VEC modelov v dvoch rôznych programových prostrediach v komerčnom programe EViews a voľne šíriteľnom programe GRETl.

Predpokladajme VEC model s m premennými a k kointegračnými vzťahmi s oneskorením p . Kvôli jednoznačnosti zápisu uvažujme tretiu deterministickú schému s konštantou vo VAR aj v kointegračnej časti modelu. Iný typ schémy znamená len zohľadnenie syntaxu príkazu v oboch programoch. Pre ukážku uvažujeme opakovanie simulácie N krát.

Postup v programe EViews vyzerá nasledovne:

```

!N = 10000
vector(!N) loglik
var varmeno.ec(C,k) 1 p y1 y2 ... ym
varmeno.makesresids e1 e2 ... em
group gresid e1 e2 ... em
series y1fit = y1-e1
:
series ymfit = ym-em
var varmeno2_B
varmeno2_B.append(coint) B(1,1)=0, ..
FOR !i=1 to !N
gresid.resample
series y1_B = y1fit + gresid(1)
:
series ym_B = ymfit + gresid(m)
var varmeno_B.ec(C,k) 1 p y1_B y2_B ... ym_B
var varmeno2_B.ec(C,k,restrict) 1 p y1_B y2_B ... ym_B
loglik(!i)=2*(varmeno_B.@logl-varmeno2_B.@logl)
NEXT

```

Rovnaký problém riešený v programe GRETL:

```

scalar N=10000
matrix loglik=zeros(N,1)
varmeno <- vecm p k y1 y2 ... ym
matrix res = varmeno.$uhat
matrix yfit = varmeno.$yhat
loop i=1..N
genr resr = resample(res)
series y1_B=yfit[,1]+resr[,1]
:
series ym_B=yfit[,m]+resr[,m]
vecm p k y1_B y2_B ... ym_B
genr logl1 = $lnl
restrict
b[1,1] = 0
:
end restrict
genr logl2 = $rlnl
loglik[i,1]= 2*(logl1- logl2)
endloop

```

Pre zvýraznenie sme odlišovali syntax príkazov modrou farbou, voliteľné hodnoty červenou farbou a vytvárané typy premenných rôzneho typu tučným písmom. Rozsahy dát sme v ukážke nešpecifikovali, preto odporúčame ich doplnenie podľa vyžadovaného typu modelu.

Vidíme, že aj keď tu existuje rozdiel v type objektu, ktorý je používaný pre opakovaný výber reziduálov s vrátením – objekt *group* v programe EViews respektíve dátový typ *matrix* v programe GRET, tak možnosti oboch typov umožňujú realizáciu metódy bootstrapping aj v rámci viacrovnícového modelu. Významným rozdielom je čas trvania oboch dávok, kde vykonávanie v programe EViews je niekoľkonásobne pomalšie.

Uvedené dávky sa dajú ľahko upraviť pre bootstrapping iných štatistík respektíve parametrov, ktoré môžu, ale aj nemusia byť interne vypočítavané pre objekty (dátové typy) realizujúce odhad vektorovo-autoregresných modelov.

ZÁVER

Metóda bootstrapping je v súčasnosti aj napriek častej kritike pevnou súčasťou aplikácii využívajúcich ekonometrické techniky a postupy. Prezentovaná aplikácia v kontexte vektorovo-autoregresných modelov a modelov s korekčným členom naznačuje možnosť jej uplatnenia aj v prípade nevhodnosti využitia asymptotickej teórie z dôvodu nedostatočného počtu pozorovaní, čo je jeden z najväčších problémov tvorby ekonometrických analýz nielen na Slovensku ale vo všetkých tranzitívnych ekonomikách.

Použitá literatúra

1. BROOKS, C. 2008. *Introductory Econometrics for Finance*. Second Edition. Cambridge University Press 2008.
2. FAIR, R. C. 2003. *Bootstrapping Macroeconometric Models*. Cowles Foundation and International Center for Finance, New Haven: Yale University 2003.
3. HUSÁR, J. – SZOMOLÁNYI, K. 2009. Dynamický model stability inflačného procesu na báze kvantitatívnej teórie peňazí. In: *Politická ekonomie*, roč. 57, 2009, č. 1, s. 46-55.
4. IŠTVÁNIKOVÁ, A. 2001. Optimalizačný prístup k formovaniu hospodárskej politiky na základe ekonometrického modelu. In *Kvantitatívne metódy v ekonómii a podnikaní*, Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2001.
5. LI, H. – MADDALA G.S. 1996. Bootstrapping Time Series Models. In: *Econometric Reviews*, roč. 15, 1996, č. 2, s. 115-158.
6. LUKÁČIK, Martin. Štrukturálne VAR modely a Mundellov-Flemingov model. In *Infostat publikácia Cevavstat*, Bratislava 2008.
7. SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIKOVÁ, A. 2008. Úvaha nad jednorazovým monetárnym zásahom. In: *Zborník medzinárodného semináru mladých vedeckých pracovníkov KE FIS VŠE v Praze a KOVE FHI EU v Bratislave*, Praha 2008.

Kontaktné údaje

Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
tel: (421 2) 67 295 822
email: lukacik@euba.sk

ÚVOD DO TEÓRIE REGULÁCIE SIEŤOVÝCH ODVETÍ

INTRODUCTION TO THEORY OF REGULATION OF NETWORK SECTORS

Martina Mačičáková

Abstrakt

Ak trh zlyháva, je potrebné regulovať správanie podnikov. Väčšina podnikov, ktoré sú regulované, podniká práve v sieťových odvetviach. Regulácii by však nemali podliehať všetky podniky tohto sektora, ale len tie, ktoré majú charakter prirodzeného monopolu. Ekonomická teória definuje prirodzený monopol ako stav, kedy jeden monopolný dodávateľ je trvale schopný uspokojovať potrebu určitého produktu pri nižších nákladoch a lepšie, ako by ju mohlo zabezpečovať viacej vzájomne si konkurujúcich dodávateľov. Cieľom je dosiahnuť, aby trvale uspokojovali potrebu určitých produktov za najlepšiu cenu pre odberateľov, no zároveň spravodlivú pre dodávateľov.

***Kľúčové slová:** prirodzený monopol, regulácia, sieťové odvetvia, regulačné metódy*

Abstract

It is necessary to regulate the conduct of business, if the market fails. Most enterprises that are regulated make business in the network industry. Regulation should not be a subject of all of the companies in this sector, but only of those that have the character of natural monopoly. The economic theory defines a natural monopoly as a situation when a monopoly supplier is able to satisfy consistently the needs of a particular product at a lower cost and better than the system of more competing suppliers could provide. The main goal of regulation is to impose conditions that are similar to those in the competitive market.

***Keywords:** natural monopoly, regulation, network sectors, regulation methods*

1. REGULÁCIA SIEŤOVÝCH ODVETVÍ

Ak trh zlyháva, je účelné regulovať správanie podnikov. Väčšina podnikov, ktoré sú regulované, podniká práve v sieťových odvetviach. Regulácii by však mali podliehať len tie podniky tohto sektora, ktoré majú charakter prirodzeného monopolu. Ekonomická teória definuje prirodzený monopol ako stav, kedy jeden monopolný dodávateľ je trvale schopný uspokojovať potrebu určitého produktu pri nižších nákladoch a lepšie, ako by ju mohlo zabezpečiť viac vzájomne si konkurujúcich dodávateľov.

Dôležitú úlohu hrajú úspory z rozsahu a technologická väzba medzi dodávateľom a odberateľom. To znamená, že v sieťových odvetviach má charakter prirodzeného monopolu len prenos a rozvod energií a vody sieťami a len tieto činnosti je potrebné regulovať.

Regulácia nahrádza hospodársku súťaž sústavou zákonov a regulačných orgánov, ktoré vytvárajú kvázi konkurenčné prostredie pre podnikateľské subjekty, ktoré majú charakter prirodzených monopolov. Cieľom je dosiahnuť, aby trvale uspokojovali potrebu určitých produktov za najlepšiu cenu pre odberateľov, no zároveň spravodlivú pre dodávateľov.

Hlavným cieľom regulácie je nastoliť podmienky podobné podmienkam na konkurenčnom trhu. Ďalším zámerom je ekonomická efektívnosť, vyváženosť záujmov dodávateľov a odberateľov, administratívna uplatniteľnosť, zrozumiteľnosť, predvídavosť, rovnoprávnosť a transparentnosť.

Pre reguláciu subjektov sieťových odvetví vytvára štát inštitúciu regulátora, ktorého úlohou je v konečnom dôsledku z poverenia štátu vytvoriť také legislatívne prostredie a regulačné mechanizmy, ktoré zabezpečia trhovú rovnováhu pre sledované komodity pri garantovaní primeraného zisku pre regulovaný subjekt. Základným poslaním Úradu pre reguláciu sieťových odvetví je vecná a cenová regulácia podnikania v regulovaných odvetviach.

Cenová regulácia predstavuje určenie spôsobu výpočtu maximálnej ceny alebo tarify, resp. určenie maximálnej ceny alebo tarify, ako aj tarifných podmienok. Pritom sa zohľadňujú ekonomické náklady, teda oprávnené náklady a primeraný zisk z vykonávania regulovanej činnosti. Vecná regulácia je regulácia necenových parametrov (regulácia kvality, regulácia

vstupu na trh a výstupu z trhu, regulácia poskytovania informácií, regulácia správania sa podnikov).

Základnou úlohou Úradu je:

- vytvorenie fungujúceho konkurenčného trhového prostredia s produktmi sieťových odvetví, pri uplatnení štandardných mechanizmov (rovnováha medzi záujmami spotrebiteľov a dodávateľov, ochrana spotrebiteľov pred regulovanými podnikmi);
- a zároveň jeho úlohou je pripraviť analytický aparát cenovej regulácie sieťových odvetví, ktorý bude garantovať efektívny rozvoj regulovaných subjektov (zaistenie návratnosti investícií, stimuly pre efektívne fungovanie).

Úrad má úlohu stanoviť regulované ceny tak, aby neboli porušené zásady trhového mechanizmu v tom zmysle, aby stimulovali rozvoj sieťových odvetví na báze primeraného zisku. Napriek zrejmej absencii (dostatočne) dokonalej trhovej súťaže tak dochádza k rozvoju infraštruktúry (dlhodobé investície), resp. kvality siete samotnej. Pri stanovovaní regulovaných cien pre produkty sieťových odvetví je možné použiť niekoľko teoretických koncepcií.

Najpoužívanejšie sú dve regulačné metódy, a to regulácia miery návratnosti a výkonovo zameraná regulácia. Oba režimy sú v podstate variáciami toho istého regulačného prístupu, pričom najväčším rozdielom je vytváranie motivácie pre regulované subjekty v režime regulácie na základe výkonnosti.

1.1. Regulácia miery návratnosti investícií (Rate of Return Regulation - ROR)

Metóda stanovuje celkové povolené výnosy daného regulovaného subjektu podľa nasledujúceho vzorca

$$RR = r[V - D] + E + d + T.$$

Premenné vo vzorci označujú:

- RR** celkový ročný povolený výnos regulovanej činnosti regulovaného subjektu;
- V** hrubá hodnota regulovaných aktív;
- D** akumulované odpisy regulovaných aktív;
- r** dovoľená miera návratnosti na vlastný a cudzí kapitál;

- E** ročné náklady na prevádzku a údržbu (štruktúru týchto nákladov určuje regulátor vyhláškou);
- T** dane platené regulovaným subjektom, ako sú dane z príjmu, majetkové a iné dane.

Regulovaný subjekt zodpovedá za uspokojivé dokazovanie regulačnému orgánu, že každá navrhovaná položka vzorca výnosov sa použila uvážlivo a uvádzané náklady slúžia k výkonu regulovanej činnosti. Napríklad, aby investície do základných prostriedkov mohli byť zahrnuté do vzorca, musia byť racionálne a z hľadiska výkonu regulovanej činnosti „*použité a užitočné*“.

K hlavným výhodám aplikácie regulácií ROR patrí fakt, že stanovuje pevné ceny na základe skúšobného roka a tieto ceny sa nedajú meniť až do ďalšieho procesu zmeny taríf. Po určení cien, miera výšky výnosu regulovaného subjektu kolíše v závislosti na zmenách nákladov a predaja, a na schopnosti spoločnosti dodržiavať kontrolovateľné náklady. Zároveň sa pomocou tohto systému pomerne ľahko dosahujú mimoekonomické ciele, ako sú cenové úľavy pre niektoré kategórie spotrebiteľov.

Nevýhoda uvedenej metódy spočíva v tom, že charakter zvyšovania nákladov z dlhodobého hľadiska paralyzuje stimulovanie regulovaných subjektov minimalizovať náklady. Ak je povolená miera návratnosti vyššia ako skutočné kapitálové náklady, potom zariadenie bude motivované na nové investície, ktoré však nebudú nevyhnutné a naopak. Významnou nevýhodou je možné veľké regulačné riziko, ak pravidlá a zásady určovania požiadaviek na výkony nie sú dobre zakotvené, a to z toho hľadiska, aký regulačný prístup má regulačný orgán uplatniť na zistenie zdôvodnenej výšky únosných nákladov a investícií. Toto môže ohroziť dôveru investora k regulačnému systému. Napokon – s regulačnou kontrolou nákladov regulovaného subjektu pri tomto systéme sú spojené pomerne vysoké administratívne náklady.

1.2. Regulácia výkonovo zameraná (Performance Based Regulation -PBR)

Výkonovo zameraná regulácia (Performance Based Regulation) je vlastne modifikovaná regulácia na základe miery návratnosti investícií. V tomto režime regulačný orgán stanoví základné požiadavky na výnos a základné tarify vtedy, keď sa metóda implementuje po prvýkrát. Vo vopred stanovenom intervale (najčastejšie je to od 3 do 10 rokov) sa požiadavky na výnos a základné tarify revidujú na zásadách miery návratnosti investícií. Toto sa nazýva revízia taríf. Medzi revíziami taríf sa tarify upravujú periodicky podľa špecifických schém,

v ktorých sa zohľadňujú faktory miery výkonnosti regulovaného subjektu, nákladové indexy a iné. Tieto úpravy sa nazývajú úpravou taríf. Režim PBR odstraňuje niektoré regulačné zásahy a kontroly regulácie ROR a nahrádza ich systémom motivácie a postihu za výkonnosť regulovaného subjektu odchýlnu od „normálneho“ predpokladaného stavu.

Výkonnostné štandardy systému sa zameriavajú na spoľahlivosť, spokojnosť zákazníkov, výpadky dodávok pre spotrebiteľov, rast záťaže zákazníkov a systémové straty. Namiesto finančných stimulov za dobré výsledky a pokút za zlé, sa v podniku použije možnosť zarobiť si alebo naopak zvýšiť výdavky, čím sa ovplyvňuje jeho ziskovosť.

Typická PBR regulačná formula má tvar:

$$\text{Zmena cien} = RPI - X + Z.$$

Premenné vo vzorci označujú:

RPI index inflácie

X faktor efektívnosti – vyjadruje očakávanú mieru úspor nákladov regulovaného subjektu / sektoru;

Z zmeny nákladov vyvolané udalosťami mimo kontroly regulovaného subjektu (napr. katastrofy, zmeny daňového systému).

Vhodne nastavený regulačný systém PBR má svoje výhody aj nevýhody. Výhodou je, že do regulačného systému možno zabudovať definitívne stimulovanie a minimalizovanie nákladov a zlepšovanie kvality služieb. V krátkodobom časovom horizonte sú z hľadiska regulovaného subjektu prínosom, pretože úspory na nákladoch si regulovaný subjekt môže medzi dvoma revíziami taríf ponechať. Z hľadiska spotrebiteľov sú však výhodné z dlhodobého hľadiska, lebo tarify sa budú upravovať na základe efektívnych nákladov pri ich revíziách. Efektívny systém PBR môže zredukovať potrebu neustálych tarifných procesov, čo prinesie zníženie administratívnych nákladov. Tiež do určitej miery zbaví regulačný systém ľubovôle pri určovaní taríf medzi ich dvoma revíziami. Vzhľadom na to, že tarify sa stanovujú na základe vopred určených pravidiel, minimalizuje sa regulačné riziko a tarify sa stanú logicky predvídateľnými.

Ak však systém nie je dostatočne pozorne vypracovaný, môže stimulovať regulovaný subjekt k znižovaniu kvality poskytovaných služieb a zároveň tak podnietiť jeho snahu o získavanie iných finančných stimulov. Nevýhodou je to, že regulačné orgány medzi dvoma hlavnými

revíziami taríf nerobia kontrolu ziskovosti daného energetického zariadenia. A ak zariadenie vykazuje nadmerný zisk v dôsledku neočakávaného zvýšenia efektívnosti, regulačné orgány pod verejným i inštitucionálnym tlakom sa môžu pokúsiť skrátiť regulačné obdobie a zmeniť parametre nastavenia regulácie.

Tieto nevýhody možno odstrániť komplexným súborom kvalitatívnych noriem, ktoré by zabránili snahe znižovať kvalitu poskytovaných služieb, a systémom postihov za ich zníženu kvalitu. Pritom pravidlá, ktoré upravujú frekvenciu a postup zmeny taríf vytvárajú priestor pre zasahovanie zo strany regulačných orgánov i verejnosti do procesu určovania zmeny taríf a pre systém odmien a postihov na stimulovanie efektívnych investícií.

Neexistuje žiaden model najlepšej praxe, pretože zvolený model regulácie závisí od podmienok, v ktorých sa má použiť a na cieľoch, ktoré sa majú dosiahnuť.

Dôsledkom správneho uplatňovania ekonomickej regulácie sieťových odvetví je dostatok regulovaných produktov a služieb v požadovanej kvalite, požadovanom čase a za spravodlivé ceny, dostatok investícií pre rozvoj odvetvia a zvýšenie efektívnosti všetkých súvisiacich procesov, od výroby energií až po ich spotrebu.

Použitá literatúra

1. Fendek, M., Fendeková E. 2008, *Mikroekonomická analýza*, IURA edition, Bratislava
2. Kahn A. E. 1988, *The economics of Regulation, Principles and Institutions*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts
3. <http://www.urso.gov.sk>
4. Zákon č. 276/2001 Z.z. z 14.6.2001 o regulácii v sieťových odvetviach a o zmene a doplnení niektorých zákonov v plnom znení

Kontaktné údaje

Ing. Martina Mačičáková

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: martina.macicakova@gmail.com

VYJEDNÁVÁNÍ PŘI TVORBĚ KOALIC

NEGOTIATION AND GAME THEORY

Hana Mihalčinová

Abstrakt

Na vyjednávání můžeme z pohledu teorie her nahlížet jako na vyhrávání a prohrávání. Popisuji tři základní typy vyjednávání. Vyjednávání typu win-win, neboli kooperativní, kdy se všechny strany snaží dosáhnout vzájemně uspokojivé dohody. Při vyjednávání hledáme kompromis pro všechny zúčastněné. Nejznámější je vyjednávací styl typu win-loss, kdy se jedná o kompetitivní vyjednávání. Každá ze stran se snaží dosáhnout toho svého cíle a to i na úkor ostatních stran, soutěživým způsobem. Principiální vyjednávání se nezabývá mezilidskými vztahy a emocemi, ale odděluje lidi od problému. K tomu, abychom správně vyjednávali, měli bychom znát svou BATNU. BATNA je krácení počátečních písmen výrazu *Best Alternative To Negotiated Agreement*, který v překladu znamená nejlepší alternativa k vyjednávané dohodě. V podstatě se jedná o stanovení spodní hranice, kterou bychom při uzavírání dohody neměli překročit. Tímto můžeme definovat vyjednávací prostor.

Klíčové slova: vyjednávání, teorie her, BATNA

Abstract

We can see the negotiation from the view of game theory like win or loss. I describe three base type of negotiation. Negotiation of type win-win (cooperate). All players try to concert satisfactorily agreement. We search compromise for all players. The best known type of negotiation is win-loss (competitive). Each of players try to achieve his own aim, competitive type. Principial negotiatin does not deal with human relations and emotions, but separate people from problem. Make right negotiation, we need to known BATNA. BATNA is shortening of the words *Best Alternative To Negotiated Agreement*. We make the lower limit, which we do not go over. Thereby we can define negotiation area.

Keywords: negotiation, game theory, BATNA

1 VYJEDNÁVÁNÍ

S vyjednáváním se setkáváme každý den, ať už v rovině osobní či profesní a provází nás celým životem.

Už jako malé děti vyjednáváme, že chceme jít později spát a také že nechceme vstávat tak brzo, že si domácí úkoly zadané na základní škole vypracujeme později. V pubertě opět vyjednáváme s rodiči, jak dlouho se můžeme zdržet s kamarády v zábavném podniku, taktéž s kamarády vyjednáváme do kterého zábavního podniku zajít. Když nastupujeme do práce

snažíme se vyjednat „správnou“ výši platu. Pak se situace obrací a v roli rodičů se ocitáme my a opět vyjednáваме se svými ratolestmi o stejných věcech jako jsme to dělávali dříve.

Cílem vyjednávání by měla být rozumná dohoda (za předpokladu racionálních hráčů). Vyjednávání by také mělo být efektivní, což znamená, že každý hráč by si neměl pohoršit.. Jedná se o vyjednávání typu win-win, kdy se všechny strany snaží dosáhnout vzájemně uspokojivé dohody. Tento typ vyjednávání je jediný rozumný způsob jak získat to, co chceme. Při vyjednávání hledáme kompromis pro všechny zúčastněné. K tomuto kompromisu můžeme dojít také tak, že budeme nejprve hledat společné cíle a řešený problém budeme spíše analyzovat. V každém vyjednávacím kole by mělo dojít k paretovskému zlepšení. Jde o takové zlepšení, kdy by si měl hráč, který vyjednává, polepšit a přitom ostatní hráči by si neměli pohoršit.

Čemu bychom se při vyjednávání měli vyhnout? Především vyjednávání vycházející z pozice, neboť se jedná o neefektivní způsob argumentace. V této situaci vliv všech hráčů není stejný a tudíž reálná vyjednávací síla je různá. A protože při vyjednávání nesmíme opomenout jeho zpětnou vazbu a jeho dopad na celý systém, mohou tímto vzniknout nebezpečí, která ohrozí vzájemný vztah a tím i nedosáhnutí rozumné dohody. Klasickým příkladem vyjednávání z pozice je situace, kdy vládnoucí strana přednese návrh, ovšem bude trvat na tomto návrhu s argumenty typu „jsme v lepší pozici, máme víc hlasů, vy jste pouze v opozici“.

Nejznámější vyjednávací styl je typu win-loss, kdy se jedná o kompetitivní vyjednávání. Každá ze stran se snaží dosáhnout toho svého cíle a to i na úkor ostatních stran, soutěživým způsobem. I pro profesionálního vyjednavče tento způsob vyjednávání může znamenat psychologicky velmi náročnou činnost. Zejména z toho důvodu, že účastníci, za účelem co největšího zisku, budou poskytovat neúplné nebo i mylné informace. Jak se této situaci vyhnout? Můžeme zvolit jiný méně náročný styl vyjednávání, jakým může být třeba vyjednávání kooperativní, o kterém jsem se již výše zmínila, nebo principiální.

Kooperativní způsob vyjednávání je vyjednávání typu win-win. Jeho nevýhodou je podmínka důvěry mezi účastníky, což v tomto prostředí je nereálné.

Právě principiální vyjednávání představuje řešení jak dosáhnout rozumné dohody pro všechny účastníky, neboť od předchozích dvou stylů se odlišuje právě tím, že se nezabývá

mezilidskými vztahy a emocemi, ale odděluje lidi od problému. Principiální vyjednávání je tedy přísně racionální. Pokud se tedy bude jednat o podstatě věci, účastníci musí být tvrdí, ale pokud půjde o lidi, vyjednávání by mělo být měkké. Účastníci nemusí být ani protivníci, nemusí být ani přáteli, aby mohli řešit problém. Stejně tak jde stranou i důvěra. Podstatou je, aby cíl byl logický a efektivně dosažený výsledek, ne vítězství nebo dohoda.

Tento způsob vyjednávání se také zaměřuje na zájmy a ne na postoje. Zde nehrají roli nabídky nebo výhrůžky, ani jedno řešení, které budeme buď my nebo druhá strana akceptovat. Podstatný je zájem účastníků. To, co není podstatné je jejich postoj, ať by na něm některá ze stran trvala nebo jej snadno měnila.

Důležité je také vytvoření vlastních variant postupu před konečným rozhodnutím a požadavek na objektivitu kritérií výsledku. Může se stát, že se po nás chce rozhodnutí, kdy jsme pod tlakem. V takovéto situaci se naše představivost o všech řešeních snižuje, zvláště pokud máme rozhodnout o jediném optimálním. Proto je důležité mít rozpracováno více variant, a teprve z nich vybrat. Výsledné řešení by měla vycházet z objektivních standardů, bez použití nátlaku. Mezi objektivní standardy řadíme expertizy odborníků nebo zákony, které určují výsledek. Podstatou je, že žádný účastník nemusí ustupovat jinému. Všechny strany se podřizují řešení, které je spravedlivé. Účastníci otevřeně argumentují o podstatě problému.

V reálném světě ovšem nastávají situace, kdy se musíme vypořádat např. s tím, kdy je druhá strana silnější, nebo jak bychom se měli zachovat, používá-li druhá strana nečestné triky a také jak postupovat v případě, že druhá strana nechce akceptovat zásady principiálního vyjednávání.

Jak bychom se měli zachovat, když víme, že protistrana má lepší vyjednávací pozici, je silnější? V první řadě bychom se měli pokusit o co nejlepší vyjednaný výsledek, ale také bychom měli znát svou BATNU. BATNA je zkrácení počátečních písmen výrazu *Best Alternative To Negotiated Agreement*, který v překladu znamená nejlepší alternativa k vyjednávané dohodě. V podstatě se jedná s stanovení spodní hranice, kterou bychom při uzavírání dohody neměli překročit a pokud se vyjednávání dostane k BATNE, je lepší dohodu neuzavírat. Vzhledem k tomu, že všichni účastníci mají svou BATNU, můžeme tímto definovat vyjednávací prostor. Ten tvoří všechny možné dohody lepší než BATNY všech účastníků zároveň..

Aby kdokoli z účastníků hry nemohl používat nečestné praktiky je důležité stanovit jasná pravidla hry a sankce za jejich porušení. Jedině tak může být zachována objektivita hry při principiálním způsobu vyjednávání. Hráč, který bude porušovat pravidla hry se dobrovolně vystavuje situaci, že se mu v dalších kolech nebude věřit a tím s ním ostatní hráči nebudou chtít vyjednávat nebo tvořit koalice.

Poslední úskalí při snaze vyjednávat principiálním způsobem je, že druhá strana na tento způsob vyjednávání nechce přistoupit. V tomto případě se pouze můžeme zamyslet nad tím, co můžeme udělat sami, případně, co může udělat druhá strana, abychom ji k principiálnímu vyjednávání přiměli.

Použitá literatura

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. FISHER,R., URY, W., PATTON, B.: 2006. Jak dosáhnout souhlasu – Zásady úspěšného vyjednávání. Praha, Management Press, 2006. ISBN 80-7261-100-3
2. PLAMÍNEK,J.:2009, Konflikty a vyjednávání – Umění vyhrávat, aniž by někdo prohrál. Praha, Grada Publishing, a.s., 2009. ISBN 978-0-247-294-2
3. VALENČÍK, R.:2008, Základy teorie redistribučních systémů a její aplikace, Praha, EUPRESS, 2008

Kontaktné údaje

Ing. Hana Mihalčinová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

email: vysh01@vse.cz

MODIFIKÁCIA METÓDY POISTENIA KONŠTANTNEJ ČASTI PORTFÓLIA PRE KĹZAVÝ HORIZONT

Mlynarovič Vladimír, Veronika Miťková

Abstrakt: Článok prezentuje modifikáciu CPPI metódy, ktorá zohľadňuje poplatky za správu aktív a využíva systém uzamykania garantovaného dna s implementáciou jeho diskrétného posúvania v závislosti od aktuálnej hodnoty portfólia ako v smere nahor, tak aj v smere nadol s tým, že jeho minimálna hodnota nesmie klesnúť pod stanovenú minimálnu úroveň. Táto je riadená prostredníctvom tzv. rizikového rozpočtu alebo, ináč povedané, prípustnej úrovne poklesu garantovanej hodnoty pod úroveň východiskovej investície. Novým prvkom tejto modifikácie CPPI stratégie je zohľadnenie rizika pri výpočte hodnoty multiplikátora. Metóda vyberá takú hodnotu multiplikátora, ktorá čo možno najviac využíva aktuálnu veľkosť *redukovaného* vankúša, kde veľkosť redukcie je odvodzovaná od výšky rizika pre obdobie, ktoré zostáva do momentu splatnosti. Novým prvkom tejto modifikácie je tiež zavedenie kľzavého investičného horizontu.

Kľúčové slová: metódy poisťovania portfólia, CPPI, kľzavý investičný horizont

1 Úvod

Poisťovanie portfólia bolo navrhnuté na to, aby investorovi umožnilo limitovať dolné riziko a umožnilo mu pritom participovať na rastúcich trhoch. Takéto prístupy umožňujú investorom pokryť, v momente splatnosti, dané percento ich pôvodného kapitálu, a to aj pri klesajúcich trhoch. Existujú rôzne modely poisťovania portfólia, medzi nimi *Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)* [4, 5, 9,10], *Option Based Portfolio Insurance (OBPI)* [1,2] a *Volatility Based Portfolio Insurance (VBPI)* [11].

2 Metódy poistenia konštantnej časti portfólia

Garantované fondy sú vo financiách v súčasnosti veľmi úspešné. Ide o komplexné produkty, ktorých správanie nie je vždy na prvý pohľad zřejmé a otázky týkajúce sa ich očakávaných výkonnosti a rizikových profilov sú v mnohých prípadoch otvorené. Najjednoduchší variant najpopulárnejšej metódy bol vyvinutý *Blackom a Fisherom*, a je tiež známy ako *Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)*. Túto metódu v skutočnosti predstavil *Merton*, ako optimálnu stratégiu zodpovedajúcu určitej úlohe maximalizácie užitočnosti. CPPI metódu analyzovali *Black a Rouhani* (1989) a *Perold* (1992). Metóda je zložená na stratégiu dynamickej alokácie aktív v čase. Investor začne výberom *dna* rovným najnižšej akceptovateľnej hodnote portfólia. Potom vypočíta *vankúš*, ktorý sa rovná hodnote prevýšenia hodnoty portfólia nad dnom. Nakoniec sa vypočíta objem alokovaný do rizikového aktíva (obvykle nazývaný *vystavenie*) vynásobením vankúša predeterminovaným *multiplikátorom*. Zostávajúce fondy sú investované do rezervného aktíva (napríklad vládne pokladničné poukážky alebo iného typu likvidného nástroja peňažného trhu). Počiatočné hodnoty vankúša, multiplikátora, dna a tolerancie môžu byť vybrané podľa vlastných zámerov investora.

Čím vyšší je multiplikátor, tým viac sa na *býčích* trhoch zvyšuje hodnota portfólia. Avšak, čím vyšší je multiplikátor, tým bude na *medvedích* trhoch hodnota portfólia bližšie ku

dnu. Ako sa vankúš blíži k nule, objem investovaný do rizikového aktíva sa tiež blíži k nule. Z tejto vlastnosti vyplýva, že hodnota portfólia je pod úrovňou dna, ak nastane príliš rýchly pokles na trhu skôr ako investor môže modifikovať svoje investičné váhy. To vedie k rôznym prístupom k ohraničovaniu hodnoty multiplikátora.

2.1 CPPI s rozpočtom pre riziko a rizikovou aktualizáciou dna

Nasledujúca modifikácia diskkrétnej CPPI metódy, zohľadňuje poplatky za správu aktív, ale ich hodnotu v každom období t odvodzuje od hodnoty aktív v predchádzajúcom období $t-1$. Využíva systém uzamykania garantovaného dna, ale zavádza systém jeho diskrétno posúvania v závislosti od aktuálnej hodnoty portfólia ako v smere nahor, tak aj v smere nadol s tým, že jeho minimálna hodnota nesmie klesnúť pod stanovenú minimálnu úroveň. Táto je riadená prostredníctvom tzv. rizikového rozpočtu alebo, ináč povedané, prípustnej úrovne poklesu garantovanej hodnoty pod úroveň východiskovej investície. Poznamenajme, že výhodou takéhoto spôsobu uzamykania garantovanej hodnoty, pri ktorom je možný aj jej pohyb smerom nadol je to, že sa v prípade poklesu akciovej zložky portfólia vytvára priestor na to, aby stratégia dokázala využiť potenciál jej prípadného nasledujúceho rastu. Novým prvkom tejto modifikácie CPPI stratégie je zohľadnenie rizika pri výpočte hodnoty multiplikátora. Metóda vyberá takú hodnotu multiplikátora, ktorá čo možno najviac využíva aktuálnu veľkosť *redukovaného* vankúša, kde veľkosť redukcie je odvodzovaná od výšky rizika pre obdobie, ktoré zostáva do momentu splatnosti, alebo nejakú minimálne stanovenú dĺžku obdobia. Ako miera rizika sa využíva historická hodnota CVaR pre 95% hladinu významnosti.

Pre hodnotu portfólia období t platí

$$V_t = V_{t-1} \left(1 + E_{t-1} s_t + (1 - E_t) r_t + f \frac{d_t - d_{t-1}}{365} \right), \quad V_0 = 100$$

kde

$$s_t = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1, \quad r_t = \frac{B_t}{B_{t-1}} - 1, \quad r_t^{pa} = (1 + r_t)^{\frac{365}{d_t - d_{t-1}}}$$

a

- V_t je hodnota portfólia v čase t , $t > 0$,
- V_0 - počiatková investícia, garantovaný objem,
- P_t - hodnota dna v čase t ,
- C_t - vankúš v čase t , pričom $C_t = V_t - P_t$,
- m - multiplikátor,
- E_t - „vystavenie“, alebo investícia v rizikovom aktív v čase t ,
- T - splatnosť fondu,
- f - ročný poplatok za správu fondu, napr. 3%,
- S_0 - oficiálna uzatváracia cena rizikového aktíva (referenčného indexu) vo východiskovom období,
- S_t - oficiálna uzatváracia cena rizikového aktíva (referenčného indexu) v konečnom období,
- s_t - výnos rizikového aktíva v období t ,
- B_t - teoretická cena bezrizikového aktíva v období pozorovania t
- r_t - výnos bezrizikového aktíva v období t ,
- r_t^{pa} - anualizovaná hodnota výnosu bezrizikového aktíva v období t

d_t - počet kalendárnych dní medzi východiskovým dátumom a dátumom obdobia t

Podiel hodnoty portfólia, ktorý je v období t investovaný do rizikového aktíva, t.j. úroveň „vystavenia“:

$$E_t = m_t C_t = m_t (V_t - P_t), \quad d \leq E_t \leq h$$

kde

$$P_t = k_t (1 + r_t^{pa})^{-\frac{d_T - d_t}{365}}$$

$$k_t = \begin{cases} \max\{\max\{k_{t-1}, V_0\}(1+q), uV_t\}, & V_t > k_{t-1}(1+q) \\ \max\{k_{t-1}(1-q), V_0(1-b_r), cV_t\}, & V_t < k_{t-1} \\ k_{t-1}, & \text{ináč} \end{cases}$$

pričom

$$k_0 = V_0(1 - b_r)$$

kde

- d je dolná hranica úrovne vystavenia
- h - horná hranica úrovne vystavenia
- q - úroveň pre uzamykanie garantovanej hodnoty (napr. 2%)
- u - parameter uzamykania smerom „nahor“ s možnými hodnotami 0 alebo 1
- c - parameter uzamykania smerom „nadol“ s možnými hodnotami 0 alebo 1
- b_r - tzv. rozpočet pre riziko (napr. 3%)

Hodnota multiplikátora m_t sa vypočíta podľa nasledujúcej iteračnej procedúry:

1. $m_t^i = 1, \quad i = 1$
2. $\omega = \max\{m_t^i (V_t - P_t), 0\} \times CVaR_t \sqrt{\min\{d_T - d_t, o\}}$
3. $Q = V_t - \omega$
4. $(Q - P_t) \begin{cases} > 0, & m_t^{i+1} = m_t^i + 1, i = i + 1, \text{ návrat na krok 2.} \\ \leq 0, & m_t = m_t^i, \text{ koniec procedúry} \end{cases}$

kde o je minimálna dĺžka obdobia, pre ktoré sa zohľadňuje riziko.

2.2 Modifikácia CPPI pre kľzavý horizont

Legislatívne zmeny týkajúce garantovania výnosov dôchodkovými správcovskými spoločnosťami na Slovensku vyžadujú aby, aby každý fond garantoval priemerný výnos dosiahnutý v bežnom mesiaci nie menším priemerným výnosom o 6 mesiacov neskôr. To viedlo k zavedeniu kľzavého investičného horizontu do metódy prezentovanej v časti 2.1 a výsledkom je jej modifikácia prezentovaná vo forme excelovskej procedúry uvedenej na obr. 1.

Function cppi_vars(start_date, horizont, starting_value, v1, v2, v3, v4, v5, v6, rf, portfolio_value, rb, lv, cv_last, cond_var, minp, partp, zmk, zmkd, bondy, riskmin, riskmax)

```

Dim mr(5) As Variant
Dim cv, a, b, gv, j, gf1, lv2, cv_last1, zmk1, zmk2 As Variant
Dim wtelong(6), cvlong(6), values(6), end_date As Variant
Dim wte As Variant
Dim i, m, ik As Integer
Dim lockval, risk As Variant
values(1) = v1
values(2) = v2
values(3) = v3
values(4) = v4
values(5) = v5
values(6) = v6

zmk1 = zmk
zmk2 = zmkd
If zmk <> 1 Then zmk1 = 0
cv_last1 = cv_last
ik = 0
For i = 1 To 6
    If start_date - horizont(1, i) > 0 And i > ik Then
        cv_last1 = values(i)
        ik = ik + 1
    End If
Next i
lockval = Application.Max(starting_value, cv_last1)
lv2 = lv
end_date = horizont(1, 1)
For i = 1 To 6
    cvlong(i) = 0
Next i
wte = (end_date - start_date) / 360
For i = 1 To 6
    If start_date > horizont(1, i + 1) - horizont(1, 1) Then
        wtelong(i) = (horizont(1, i + 1) - start_date) / 360
        If wtelong(i) >= 0 Then cvlong(i) = values(i) / ((1 + rf) ^ wtelong(i))
    End If
Next i
risk = Application.Max((end_date - start_date) / partp, minp)
If portfolio_value - lockval > (lv2 * lockval) _
Then cv_last1 = Application.Max(cv_last1 + (cv_last1 * lv2), zmk1 * portfolio_value)
If portfolio_value - lockval < 0 Then
    If zmk2 <> -1 Then _
        cv_last1 = Application.Max(cv_last1 - (cv_last1 * lv2), starting_value * (1 - rb), zmk2 * portfolio_value)
End If
If wte >= 0 Then
    cv = cv_last1 / ((1 + rf) ^ wte)
Else
    cv = 0
End If
For i = 1 To 6
    If cvlong(i) > cv Then cv = cvlong(i)
Next i
gf1 = 1
For j = 1 To 100
    mr(2) = Application.Max((portfolio_value - cv) * gf1, 0)
    If mr(2) > portfolio_value Then
        mr(2) = portfolio_value
    End If
Next j

```

```

    GoTo out
  End If
  mr(1) = portfolio_value - mr(2)
  b = mr(2) * (cond_var * (risk ^ (1 / 2)))
  a = (mr(1) + mr(2)) - b

  If a > cv Then
    gf1 = gf1 + 1
  Else
    GoTo out
  End If
Next j
out:
mr(1) = portfolio_value - mr(2)
a = mr(1) + mr(2)
mr(1) = Application.Max(mr(1) / a - bondy, 0)
If mr(1) > 0 Then
  mr(2) = mr(2) / a
Else
  mr(2) = 1 - bondy
End If
If riskmin > 1 - bondy Then riskmin = 1 - bondy
If mr(2) < riskmin Then
  mr(2) = riskmin
  mr(1) = 1 - bondy - mr(2)
End If
If mr(2) > riskmax Then
  mr(2) = riskmax
  mr(1) = 1 - mr(2) - bondy
End If
mr(3) = cv_last1
mr(4) = gf1
mr(5) = cv
cppl_vars = mr
End Function

```

Obr. 1. CPPI metóda s kľavým horizontom

Literatúra:

- [1] Bertrand, P. J-l. Prigent: Portfolio insurance strategies: OBPI versus CPPI. GREQAM Seminar February 2002, et Universite Montpellier.
- [2] Bertrand, P. J-l. Prigent: Portfolio insurance strategies: a comparison of standard methods when the volatility of the stocks is stochastic, GREQAM Seminar November 2004, et Universite Montpellier
- [3] Black, F. and R. Jones: Siplifying portfolio insurance. *The Journal of Portfolio Management*, 1987, 48 – 51
- [4] Black, F. and R. Rouhani: Constant portfolio insurance and the synthetic put option: a comparison, in Institutional Investor focus on Investment Management, edited by Frank J. Fabozzi, Cambridge, Mass.: Ballinger, 1989, pp 695 – 708
- [5] Black, F. and A. R. Perold: Theory of constant proportion portfolio insurance. *The Journal of Economics, Dynamics and Control*, 16, 403 - 426
- [6] Boulier, J-F and A. Kanniganti: Expected performance and risks of various portfolio insurance strategies. Proceedings of the 5th AFIR International Colloquium 1995, 1093 – 1122.
- [7] Leland, H.E. and M. Rubinstein: The evolution of portfolio insurance, in: D.L. Luskin, ed., Portfolio insurance: a guide to dynamic hedging, Wiley 1976

- [8] Martellini, L. – K. Simsek – F. Goltz: Structured Forms of Investment Strategies in Institutional Investor's Portfolios. *An Edhec Risk and Asset Management Research Centre Publication. April 2005. EDHEC Business School, Lille – Nice.*
- [9] Perold, A.: Constant portfolio insurance. Harvard Business School. Unpublished Manuscript, 1986.
- [10] Perold, A. and W. Sharpe: Dynamic strategies for asset allocation. *Financial Analyst Journal*, 1988, January – February, 16 – 27
- [11] Global equities and Derivative Solutions. **Temporis** presentation, February 2008, Societe Generale, Corporate and Investment Banking

Adresy autorov:

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.

Ing. Veronika Mišková, PhD.

Fakulta sociálnych a ekonomických vied UK

820 05 Bratislava, Odbojárov 10/a, vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

RIEŠENIE PROBLÉMOV ROZVRHOVANIA POMOCOU GENETICKÝCH ALGORITMOV

SOLUTIONS PROBLEM'S OF SCHEDULING WITH USING GENETIC ALGORITHMS

Jana Patakyová, Marek Oštrom

Abstrakt

V článku prezentujem optimalizačný problém rozvrhovania produkcie výrobe pomocou genetických algoritmov. Rozdelila som ho na dve časti. V prvej časti sa zaoberám štruktúrou genetických algoritmov a v druhej ako sa dajú aplikovať genetické algoritmy na model rozvrhovania výroby.

Kľúčové slová: rozvrhovanie, genetické algoritmy

Abstract

In this paper we present an optimization approach to a production scheduling problem with using genetic algorithms. The paper itself is divided into two major parts. The first part mainly deals with the theoretical background of structured of genetic algorithm and in second part deals production scheduling problems with using genetic algorithms.

Keywords: scheduling, genetics algorithm

ÚVOD

Pôvod genetických algoritmov siaha až do 19. storočia, kedy boli postupne formulované zákony klasickej genetiky a boli objavené základné princípy reprodukcie. V 20. storočí sa podarilo tieto princípy preniesť z botaniky i do iných oblastí. V dnešnej dobe tak prakticky neexistuje oblasť, kde by genetické algoritmy neboli použité. Najlepších výsledkov sa dosahuje pri riešení veľmi zložitých problémov, pri ktorých klasické metódy zlyhávajú.

V praxi pomocou týchto algoritmov sa riešia problémy v priemysle, riadení výroby, doprave a logistike, matematike a v iných ďalších odboroch. V článku sa zameriame na úlohy riešenia výrobného procesu. Pri výrobe vznikajú problémy pri tvorbe rozvrhu. K riešeniu týchto problémov môžeme využiť rôzne metódy založené na metaheuristike. Jednou z týchto metód je použitie genetických algoritmov.

1. GENETICKÉ ALGORITMY

Genetické algoritmy (GA) vychádzajú z myšlienky Darwinovej teórie. Patria medzi základné evolučné algoritmy. Snažia sa pomocou princípov evolučnej teórie nájsť riešenie zložitých problémov, pre ktoré neexistuje použiteľný exaktný algoritmus.

Princíp práce genetických algoritmov je postupná tvorba generácií rôznych riešení daného problému. Pri riešení sa uchová tzv. populácia, ktorej každý jedinec predstavuje jedno riešenie daného problému, pričom pre každého jedinca je známa hodnota *fitness* (hodnota účelovej funkcie), ktorá môžeme minimalizovať alebo maximalizovať a súčasne pre všetky body prehľadávaného priestoru (potenciálne riešenia) vieme počítačom vypočítať jej hodnotu. Niektorí autori dodržia konvenciu, že *fitness* sa riešením pomocou genetických algoritmov maximalizuje. Vtedy *fitness* vznikne na základe vhodnej transformácie účelovej funkcie a je priamo úmerná pravdepodobnosti prežitia daného jedinca v konkurenčnom prostredí.

1.1. Výhody genetických algoritmov

- ✓ riešia sa s nimi zložité úlohy (prevažne úlohy nelineárneho programovania), ktorých optimalizácia je klasickými metódami náročná.
- ✓ vďaka stavbe genetického algoritmu máme istotu, keď jedinec nájde vzhľadom k zadaným podmienkam zaujímavé riešenie, tak ho budúce generácie budú zdokonaľovať. Môžeme povedať, že vzniká akýsi proces učenia, ktorý už od zárodkov eliminuje veľké množstvo variant neúspešných a zároveň dochádza k paralelnému vyhľadávaniu prípustných riešení.
- ✓ počas výpočtu môžeme sledovať, ktorý z parametrov alebo podmienok sa stáva obmedzujúci, alebo ktorý parameter nedosiahol riešenie a začína konvergovať mimo pásmo prípustnosti.
- ✓ možnosť zmeny priorít, termínov alebo zmenou podmienok v priebehu výpočtu a pokračovať v hľadaní prípustného riešenia bez akejkoľvek straty informácií z doterajšieho priebehu výpočtu.

1.2. Reprezentácia jedincov

Pretože na jedincov populácie (riešenia problému) chceme uplatňovať genetické operátory, potrebujeme ich mať reprezentované v nejakej vhodnej podobe. V praxi sa pritom veľmi často používajú reťazce. Kódovanie reťazcami má tiež svoju analógiu v genetike, kde v podstate reťazce odpovedajú chromozómom, jednotlivé pozície v reťazci jednotlivým génom a konkrétne hodnoty na týchto pozíciách potom alelám. Takáto reprezentácia (kód) predstavuje genotyp jedinca a jeho interpretácia v rámci riešeného problému, výsledok interakcie všetkých génov sa nazýva fenotyp.

Každému jedincovi je okrem toho priradené konkrétne číslo predstavujúce jeho vhodnosť (ohodnotenie). Pre riešený problém je vždy potrebné špeciálne definovať funkciu vhodnosti, ktorá dekóduje genotyp jedinca a vyhodnotí kvalitu riešenia (fenotyp) daného problému.

Voľba reprezentácie je jedným z kľúčových problémov návrhu GA. Ovplyvňuje napr. ktoré genetické operátory možno použiť pri zvolenej reprezentácii, resp. potrebu nadefinovania si vlastných operátorov.

1.3. Operátory

Štandardný genetický algoritmus pracuje s populáciou konštantnej veľkosti, takže sa vyberá presne toľko jedincov, aká je táto veľkosť. Pravdepodobnosť, že bude jedinec na túto činnosť vybraný závisí od jeho hodnoty *fitness*, kde pravdepodobnosť výberu daného jedinca je úmerná jeho relatívnemu ohodnoteniu.

Za účelom *kríženia* je najprv nutné vybrané jedince spárovať. Na každý pár je potom aplikované kríženie s nejakou predtým stanovenou pravdepodobnosťou (zvyčajne veľmi vysokou, napr. 0,95). Kríženie samo o sebe znamená výmenu genetického materiálu, teda častí reťazcov medzi oboma jedincami. V najjednoduchšom prípade sa môže jednať napr. o to, že sa náhodne určia pozície a od tejto pozície si oba reťazce vymenia konce. Vždy je treba voliť taký mechanizmus, aby krížením vznikol opäť reťazec, ktorý reprezentuje nejaké prípustné riešenie.



Obrázok 1.1 Jednobodové kríženie reálnočíselného reťazca



Obrázok 1.2 Viacbodové kríženie

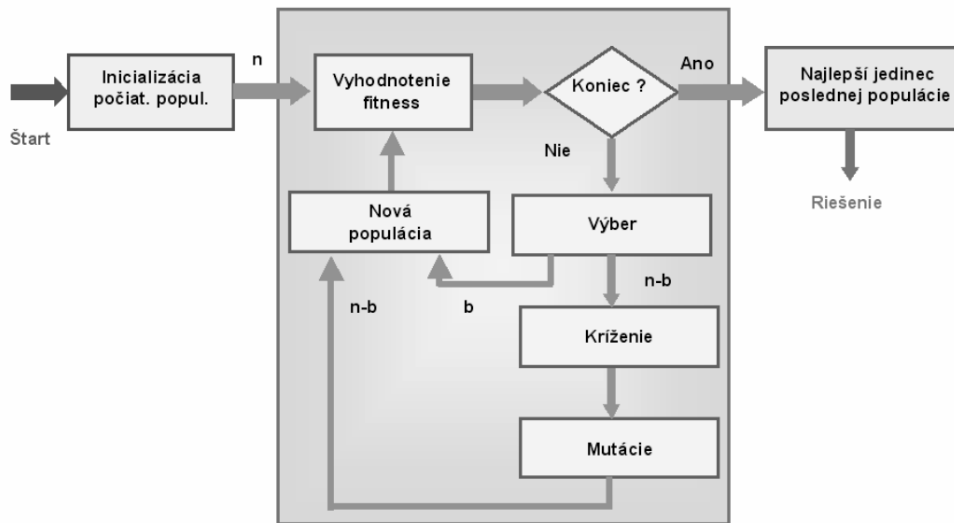
Mutácia slúži na udržovanie genetickej variability v populácii a tým bráni, aby proces hľadania sklúzol len do oblasti nejakého lokálneho optima. U binárnych reťazcov sa môže jednať napr. o prehodenie 0 za 1 na nejakú náhodne vybranú pozíciu. Pretože významne narušuje genetickú informáciu, malo by byť jej uplatňovanie obmedzené nejakou pomerne malou pravdepodobnosťou. I tu treba byť na zreteli, aby mutáciou narušený reťazec opäť reprezentoval nejaké prípustné riešenie. Takto sme teda získali novú generáciu riešení. Proces opakujeme tak dlho, kým nie je splnená ukončovacia podmienka, ktorá môže byť daná napr. vo forme maximálneho počtu generácií alebo vo forme nejakého prijateľného limitu.



Obrázok 1.3 Príklad mutácie

1.4. Algoritmus GA

Schéma výpočtového postupu genetického algoritmu je znázornená na obr. 1.4.

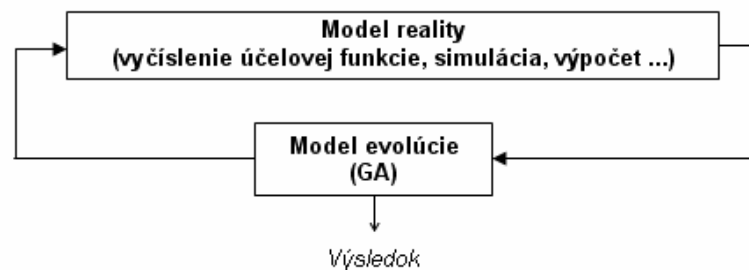


Obrázok 1.4. Základný cyklus genetického algoritmu

2. APLIKÁCIA GENETICKÉHO ALGORITMU V ROZVRHOVANÍ VÝROBY

Súčasťou rozvrhovania je požiadavka na optimalizáciu nejakej účelovej funkcie, ktorá závisí sa poradí jednotlivých operácií na strojoch. Teraz predpokladajme problém permutačného rozvrhovania výroby o rozsahu n úloh, potom riešenie bude mať rozsah $n!$. V prípade nepermutačného rozvrhovania výroby n úlohy, každá úloha sa skladá z m operácií, ktorá sa vykonáva na rôznych m strojoch. Rozsah riešenia problému rozvrhovania výroby je rovnakej veľkosti, ale obsahuje aj neprípustné riešenia.

Ako som už skôr spomenula, genetické algoritmy sa dajú požiť na riešenie veľmi širokého spektra úloh. Nutnou podmienkou je schopnosť sformulovať účelovú funkciu, ktorá môže byť minimalizačná (zníženie odchýlky rozvrhnutia operácie, zníženie nákladov a strát pri výrobe a spotreby energie) alebo maximalizačná (zvýšenie efektivity strojov,...). Ďalšou podmienkou je existencia počítačovej realizácie optimalizovaného problému, t.j. pre ľubovoľné potenciálne riešenie vieme počítačom vyčísliť hodnotu účelovej funkcie. Princíp riešenia úloh pomocou genetického algoritmu zjednodušene ilustruje nasledujúca schéma



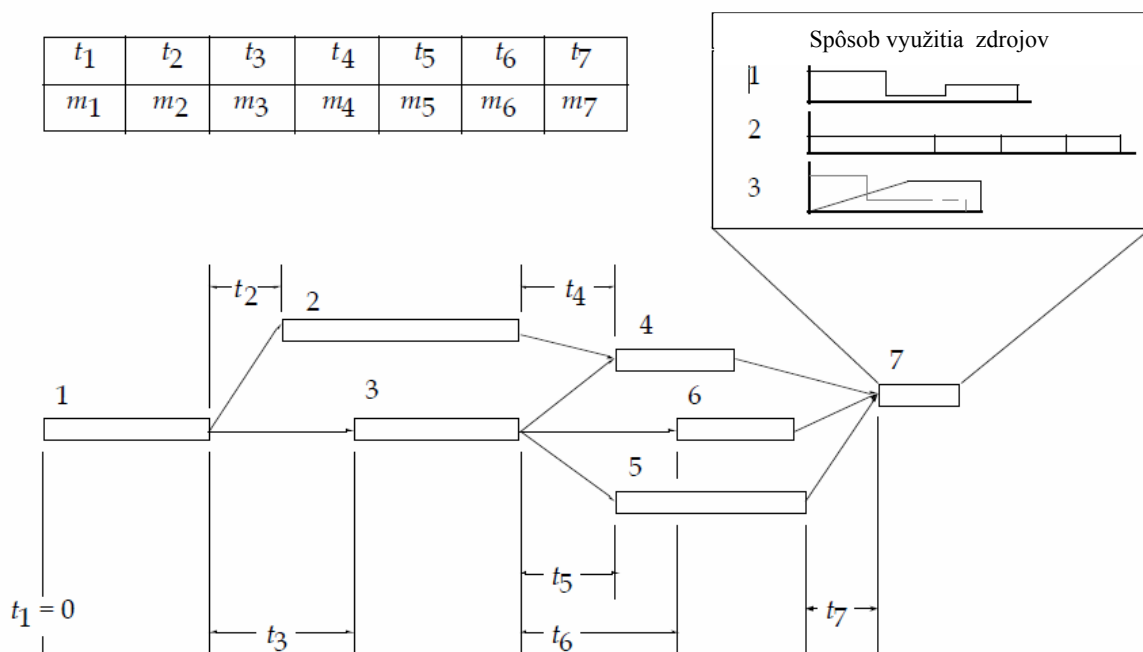
Obrázok 2.1 Princíp riešenia úlohy rozvrhovania pomocou genetických algoritmov¹

¹ http://ural.elf.stuba.sk/vrlab/index.php?option=com_content&task=view&id=18&Itemid=47

Genetický algoritmus dokáže navrhnuť rozvrh a zahrnúť pritom do riešenia aj ďalšie parametre akými sú napr. možnosť prevedenia danej operácie na viacerých strojov, výpadok niektorého pracoviska alebo operácie, zahrnutie časových prestojov a nákladov spojených s prechodom od jedného pracoviska k druhému a pod.

Pri aplikácií genetických algoritmov na problémy operačného výskumu každý jedinec v algoritme nejakým spôsobom kóduje jedno riešenie x problému. V prípade rozvrhovania (napr. výroby) bude jedincom jeden prípustný rozvrh. Dôležité je si uvedomiť, že v praxi nás nezaujímajú všetky riešenia lepšie ako zadané podmienky, ale aspoň jedno riešenie, ktoré je zadaným podmienkam vyhovuje.

Rozvrh navrhnutý pomocou genetických algoritmov je znázornený na obrázku č. 2.2. Ako vidíme, *genóm* pozostáva zo zoskupenia relatívnych časov začatia operácie a výpočtu pre každú úlohu. Máme informácie o čase trvania poslednej skončenej predchádzajúcej úlohy k začiatočnému času príslušnej úlohy. Každý režim úlohy reprezentuje, ktorý z týchto spôsobov prevedenia bude použitý na danú úlohu. Ako vidíme na obrázku, režim je definovaný pomocou podmienok na požiadavky strojov. Zoradené prvky zodpovedajú úlohám v pracovnom poriadku alebo návrhu rozvrhu, ale poradie prvkov sú navzájom nezávislé. Každý genóm potom predstavuje zostavený rozvrh. Spôsoby vytvorenia rozvrhu sa líšia vzhľadom na rôzne typy úloh. Genóm priamo reprezentuje rozvrh zakódovaním v oboch začiatočných časov a priradením stroja.



Obrázok 2.2 Mapovanie genómu a jeho rozvrhu. Každý prvok v poli zodpovedá úlohe v rozvrhu².

² WALL, Matthew Bartschi. A Genetic Algorithm for Resource-Constrained Scheduling. Massachusetts Institute of Technology. June 1996, s. 36

Táto reprezentácia predpokladá, že rozvrh existuje. Režim uskutočnenia pre každú úlohu musia byť obmedzenia a ciele definované prioritne. Genóm je zložený z niekoľkých režimov pre plnenie jednotlivých úloh.

V rozvrhovaní vygenerovaný reťazec nemusí reprezentovať prípustný rozvrh. Jedným spôsobom ako sa vyrovnáť s týmto problémom je pridať penalizačnú funkciu k parametru hodnoty, ktorá bude vyjadrovať závažnosť porušenia ohraničení pri danom rozvrhu.

ZÁVER

Genetické algoritmy umožňujú riešiť komplexné optimalizačné úlohy relatívne jednoduchým spôsobom, pričom základnou časťou implementácie GA je vytvorenie reprezentácie riešenia (tvar chromozómu) a definovanie funkcie vhodnosti. K riešeniu úlohy zostavovania rozvrhu výroby je možné pristupovať rôznymi spôsobmi. V súčasnosti ešte stále patria do kategórie netradičných výpočtových prístupov. Praktické skúsenosti však jednoznačne ukazujú, že použitie GA je veľmi efektívne a úspešné ako pri bežných optimalizačných úlohách, tak aj pri úlohách s narastajúcou zložitou a rozsahom.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- BIERWIRTH Christian, MATTFELD Dirk C.. Production Scheduling and Rescheduling with Genetic Algorithms. In Evolutionary Computation 7(1), Massachusetts Institute of Technology. 1990. 1-17
- FANG Hsiao-Lan, ROSS Peter, CORNE Dave. A promising genetic algorithm approach to Job-Shop scheduling, Rescheduling and Open Shop Scheduling Problems, In Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic algorithm, S. Forrest (ed.), San Mateo: Morgan Kaufmann, 1993, s. 375-382
- FEDORKO Gabriel, WEISZER Michal. Optimalizácia cestovných poriadkov s využitím genetického algoritmu In Perner's Contacts. roč. 4., 2009, č. I., s. 92 – 100
- WALL, Matthew Bartschi. A Genetic Algorithm for Resource-Constrained Scheduling. Massachusetts Institute of Technology. June 1996
- YAMADA Takeshi, NAKANO Ryohei. Genetic Algorithms for Job-Shop Scheduling Problems. In Proceedings of Modern Heuristic for Decision Support, UNICOM seminar, 1997, s. 67-81

Internetové zdroje

- http://ural.elf.stuba.sk/vrlab/index.php?option=com_content&task=view&id=24&Itemid=47 (5.12.2009)
- <http://www.systemonline.cz/clanky/geneticke-algoritmy-a-jejich-vyuziti-v-rizeni-vyroby-i-cast.htm> (5.12.2009)
- <http://www.systemonline.cz/clanky/geneticke-algoritmy-a-jejich-vyuziti-v-rizeni-vyroby-ii-cast.htm> (5.12.2009)

Kontaktné údaje

Ing. Jana Patakyová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: jana.pataky@gmail.com

Ing. Marek Oštrom
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 824
email: marek.ostrom@gmail.com

SROVNÁNÍ MODIFIKACÍ HEURISTIKY BEST-FIT

COMPARSION OF IMPROVEMENTS OF BEST-FIT HEURISTICS

Miroslav Rada, FIS VŠE v Praze

Abstrakt

Příspěvek se zabývá vybranými heuristikami pro problém neomezeného rozměru. Stručně jsou popsány metaheuristické metody pro jeho řešení, dále se zaměřuje na heuristický algoritmus Best-Fit a jeho dvě modifikace, jejichž výkonnost je na vybraných testovacích úlohách srovnávána. Ze srovnání vychází lépe vylepšení pomocí simulovaného žihání. Příspěvek dále nabízí možné směry dalšího zlepšování daného algoritmu.

Klíčová slova: *problém neomezeného rozměru, heuristika Best-Fit, simulované žihání, vícerozměrné řezné úlohy*

Abstract

The paper addresses selected heuristics for Open dimension problem. Briefly are described metaheuristics methods for its solving, further it aims on heuristic algorithm Best-Fit and its two improvements. Their efficiency is compared on selected benchmark problems. Comparision shows the simulated annealing improvement as the better. The paper supplies another possible modifications for enchancement of the presented algorithm.

Keywords: *strip packing problem, open dimension problem, best-fit heuristics, simulated annealing*

1 ÚVOD

Praktické aplikace dvojrozměrných řezných úloh se objevují v nejrůznějších oblastech výroby a zpracování materiálu – skla, kovu, dřeva, papíru nebo látky, kdy je žádoucí minimalizovat množství nevyužitého vstupu a tím snížit výrobní náklady. Analogické balící problémy mohou v praxi vznikat např. při alokaci zboží do regálů, při přepravě a podobně.

Rozdílné podmínky a omezení, které s sebou problémy z praxe přinášejí, vedou k nutnosti formulovat velké množství odlišných úloh, které mnohdy vyžadují rozdílné přístupy při řešení. Například formulace úlohy dělení materiálu zmíněné výše může být závislá na typu řezaného materiálu – u úloh zpracovávajících papír, látku a případně kov mohou být objekty vyřezávané z nekonečného pásu, u dřeva, skla (a kovu) jsou naopak rozměry původních objektů pevně dané.

Takto vznikající variabilita formulací úloh pak vyžaduje individuální přístupy k jednotlivým typům problémů, je nutné vyvíjet velké množství různých postupů řešení.

1.1 Problém neomezeného rozměru – formulace

Typem problému, který je předmětem zkoumání v tomto článku, je dvoudimenzionální rektangulární problém neomezeného rozměru (2-dimensional rectangular Open dimension problem dle Wascher a kol, (2007), jinde např. Strip Packing Problem, Stock-Cutting Problem). Ten je formulován následovně:

Je dán obdélníkový pás dané šířky a nekonečné výšky, dále je dána množina malých objektů (obdélníků). Cílem je obdélníky umístit na velký objekt tak, aby použitá výška velkého objektu byla co nejmenší a byla zachována obvyklá geometrická omezení (objekty se nepřekrývají). Jsou povoleny 90°-ové rotace malých objektů.

Cílem tohoto článku je představit některé postupy, které se pro řešení výše formulované úlohy používají, a na vhodných datech porovnat výsledky dosahované dvěma nezávislými modifikacemi jednoho z algoritmů. Vzhledem k tomu, že je popisovaná úloha NP-těžká (Hopper, Turton (2001b)), a k tomu, že se pomocí časově relativně nenáročných heuristických postupů daří dosahovat poměrně dobrých výsledků (výsledná výška je pro testované úlohy suboptimální v řádu jednotek procent), jsou představovány právě pouze heuristické algoritmy.

1.2 Struktura článku

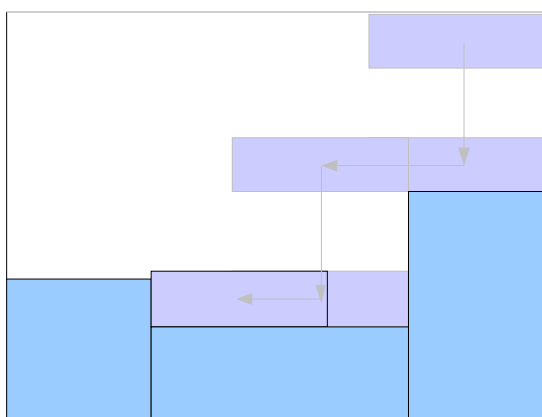
Ve druhé části jsou stručně popsány principy, na kterých je založeno řešení problému neomezeného rozměru pomocí dvoufázových metaheuristických postupů. Vychází zejména z Hopper, Turton (2001a). Část 3 popisuje heuristiku Best-Fit (Burke a kol. (2004)), která pro úlohy s 50 a více obdélníky metaheuristické algoritmy co do kvality výsledků i výpočetní doby předčí. V části 4 jsou představeny modifikace heuristiky Best-Fit navržené v Rada (2009), umožňující zlepšení výkonnosti téměř v polovině testovaných úloh. Jiné vylepšení heuristiky Best-Fit (viz část 5) vzniklo její kombinací s metaheuristickým postupem, což přineslo vylepšení výkonnosti zejména v úlohách s malými počty obdélníků (Burke a kol. (2009)). Závěrečná část 6 pak ve stručnosti porovnává výsledky dosahované modifikacemi heuristiky Best-Fit a navrhuje postupy, jak její výkonnost a chování dále vylepšovat.

2 METAHEURISTICKÉ ALGORITMY

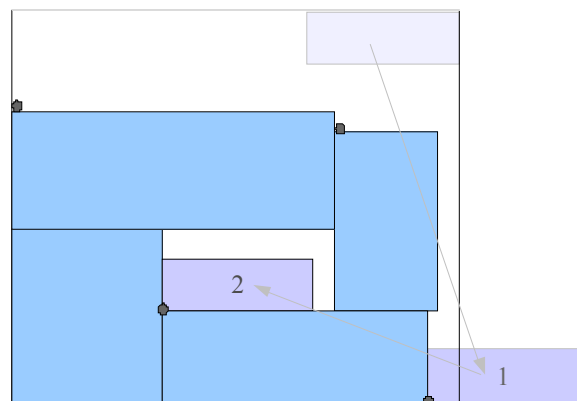
Základní myšlenka metaheuristických algoritmů pro řešení problému neomezeného rozměru je ve většině přístupů podobná - obdélníky jsou v předem daném pořadí umísťovány na velký objekt pomocí dané strategie umísťování. Výsledné rozmístění obdélníků a tím i řešení úlohy je tedy ovlivněné pouze dvěma faktory, a to strategií umísťování obdélníků na velký objekt a pořadím, v jakém jsou zpracovávány.

2.1 Strategie umísťování

Nejznámějšími strategiemi umísťování jsou pravděpodobně bottom-left (BL) a bottom-left-fill (BLF). Strategie BL počítá s tím, že každý obdélník je položen do pravého horního rohu a je posunut co nejnižší a co nejvíce vlevo (opakovaně, dokud je možný nějaký pohyb). Strategie dává přednost pohybu dolů v tom smyslu, že pokud je pohyb dolů možný, je vždy



Obr 1: Umísťování BL algoritmem



Obr 2: Umísťování BLF algoritmem (prohledávání rohů)

proveden přednostně, tedy započatý pohyb vlevo se v takových případech nedokončuje, viz. Obr 1. Tato strategie zaručuje, že existuje alespoň jedna sekvence obdélníků (alespoň jedno pořadí, v jakém jsou obdélníky umístovány), která povede k umístění obdélníků do optimální výšky (Liu, Teng (1999)).

Strategie BLF je v jistém smyslu podobná předchozí vylepšené strategii BL, s tím, že za cenu vyšší výpočetní doby umožňuje dosáhnout optimálního rozmístění (minimální výšky) pomocí většího počtu sekvencí. Strategie BL totiž zjevně do prostoru, který je již (téměř nebo úplně) obestavěný dříve umístěnými obdélníky, nemůže umístit další obdélník a tento obestavěný prostor se tak stává odpadem. Strategie BLF vede tato obestavěná místa v patrnosti a snaží se je novými obdélníky osazovat. Na obrázku 2 je uveden příklad použití strategie BLF při zaplňování pro strategii BL nepřístupného místa. Místa, která by teoreticky připadala pro umístění obdélníku v úvahu, jsou označena.

Strategie BLF podle empirického srovnání v Hopper, Turton (2001a) dosahuje až o 25 % lepších výsledků než BL. BL má nicméně složitost $O(N^2)$, BLF podle Chazelle (1983) $O(N^3)$.

2.2 Určení pořadí zpracování

Druhým faktorem ovlivňujícím kvalitu řešení je pořadí, v jakém jsou obdélníky zpracovávány. Pro hledání „dobrých“ sekvencí obdélníků se v Hopper, Turton (2001a) použily různé metaheuristické postupy a je srovnána jejich výkonnost. Společný jmenovatel jednotlivých metaheuristik je mnohonásobné generování nových sekvencí z dříve vytvořených a vyhodnocených jako potenciálně „perspektivní“. Pro tyto nové sekvence je spočtena výška použitého prostoru a na jejím základě jsou případně zařazeny mezi „perspektivní“. Jednotlivé metaheuristiky se potom mohou lišit jednak způsobem, jakým se generují nové sekvence, a také druhy změn, které jsou na „perspektivní“ sekvence aplikovány. Jedná se zejména o záměny obdélníků v sekvenci, otáčení, „křížení“ sekvencí apod. Hopper, Turton (2001a) označil ze čtyř testovaných metaheuristik za nejvýkonnější genetické algoritmy a simulované žíhání (simulated annealing).

Nejlepší řešení je potom sekvence, která vede k nejnižší výšce použitého prostoru. Kvalita řešení je závislá na tom, jak kvalitní sekvenci se metaheuristickým postupem podaří nalézt.

Nevýhodou metaheuristických algoritmů je zejména fakt, že s rostoucím počtem obdélníků velmi rychle klesá pravděpodobnost, že se v prostoru možných řešení podaří nalézt některou ze sekvencí poskytující kvalitní řešení.

3 ALGORITMUS BEST-FIT

Při dané strategii umístování je největším problémem nalezení co nejefektivnější sekvence zpracování. Algoritmus Best-Fit uvedený v Burke a kol. (2004) tento problém řeší tím, že obdélníky k umístění vybírá podle aktuální situace.

3.1 Základní koncept algoritmu

Stručně je možné algoritmus popsat tak, že se v každém okamžiku vybere největší místo co nejnižše na velkém objektu, a na toto místo umístit co nejvhodnější obdélník. Od výběru nejvhodnějšího obdélníku je odvozeno označení algoritmu jako Best-Fit (BF).

Například, na začátku běhu algoritmu, kdy ještě nejsou umístěny žádné obdélníky, je nejnižší místo (mezera, gap) ve výšce 0 a má velikost celé šířky velkého objektu. Při každé iteraci algoritmu (položení nového obdélníku) mohou při výběru nejvhodnějšího obdélníku nastat tři případy:

1. existuje (dosud neumístěný) obdélník, jehož jeden rozměr přesně odpovídá šířce mezery; v takovém případě je mezeru možné zcela zaplnit, pokud obdélníků s danou šířkou existuje více, je vybrán ten s největší výškou,
2. existuje (dosud neumístěný) obdélník, jehož rozměr je menší než šířka mezery; v takovém případě je vybrán obdélník s šířkou nejbližší menší šířce mezery, opět případně s co největší plochou, do mezery je umístěn podle jedné ze strategií umístování do mezery (niche-placement policies), viz dále,
3. neexistuje (dosud neumístěný) obdélník, který by měl alespoň jeden z rozměrů menší nebo roven šířce mezery; v takovém případě bude daná mezeru do výšky menšího ze sousedních obdélníků zcela jistě nevyužita a není nutno jí dále uvažovat (mezeru je zaplněna „fiktivním obdélníkem“).

3.2 Strategie umístování do mezery

Jak bylo avizováno výše, jsou navrženy tři strategie konkrétního umístování obdélníků do mezer, které mají větší rozměry než tyto obdélníky. Umístování obdélníků probíhá pro každou strategii zvlášť, algoritmus tedy produkuje tři rozdílná řešení, z nichž je na konci vybráno nejkvalitnější.

1. Umístění vlevo – jak napovídá název, obdélník je umístěn bezprostředně k levému okraji mezery.
2. Umístění vedle vyššího souseda – každá mezeru je z obou stran omezena „sousedě“, tedy jinými obdélníky, případně hranicí velkého objektu. Strategie umístuje obdélník na stranu, kde má ohraničení mezery vyšší výšku. Předpokládá se, že hranice velkého objektu má výšku nekonečno, tedy v případě, že je hranice velkého objektu jedním ze sousedů, je vždy vybrána ona.
3. Umístění vedle nižšího souseda – tato strategie umístuje obdélníky přesně na opačnou stranu než předchozí (vyjma případů, kdy mají sousedé stejnou výšku).

Způsob vyplňování mezer může vést k tomu, že určité obdélníky s relativně velkými rozměry budou zpracovány až v pozdních fázích umístování. Pokud budou umístěny v orientaci na výšku, může se stát, že budou negativně ovlivňovat kvalitu výsledného řešení. Proto je součástí algoritmu nalezení těchto „věží“ a jejich otočení do vodorovné polohy, pokud toto vede ke zlepšení řešení.

3.3 Další aspekty algoritmu

Z celého popisu algoritmu jsou opakované a tedy z hlediska časové náročnosti nejcitlivější procedury nalézání největší nejmenší mezery a následný výběr největšího obdélníku k jejímu vyplnění.

Protože při běhu algoritmu nevzniká žádný nevyužitý prostor, stačí k nalézání nejmenší mezery ukládat výšku použitého prostoru v každém bodě šířky mezery a následně mezi těmito hodnotami hledat nejmenší.

K usnadnění vyhledání nejvhodnějšího obdélníku pro zjištěnou mezeru je navrženo seřadit seznam obdélníků podle většího z jejich rozměrů, v případě shody potom podle menšího z nich, v obou případech sestupně, a vhodný obdélník vyhledávat dopředným procházením takto seřazeného seznamu.

4 MODIFIKACE ALGORITMU BEST-FIT

V Rada (2009) jsou pro algoritmus navržena některá vylepšení, a to jak po stránce implementace, tak po stránce kvality poskytovaného řešení.

4.1 Modifikace datových struktur a procedur algoritmu

4.1.1 Hledání nejnižší mezery

Jak bylo řečeno v předchozí části, nejnáročnější procedury z celého algoritmu spočívají v hledání nejnižší mezery a v nalezení nejvhodnějšího obdélníku. Přitom je zřejmé, že pro některé nalezené mezery (zejména ty s malým rozměrem) nemusí existovat obdélník, který by měl menší rozměr, než je šířka dané nalezené mezery. Kdyby byl ještě před hledáním znám nejmenší rozměr obdélníku mezi všemi obdélníky, bylo by možné hledat rovnou takovou mezeru, která by požadovanou minimální šířku měla, a zbytečné vyhledávání nižších, nicméně díky příliš malé šířce neobsaditelných mezer by bylo možné vynechat.

Za tímto účelem je navržena procedura pro hledání nejnižší mezery požadované délky.

4.1.2 Výběr nejvhodnějšího obdélníku

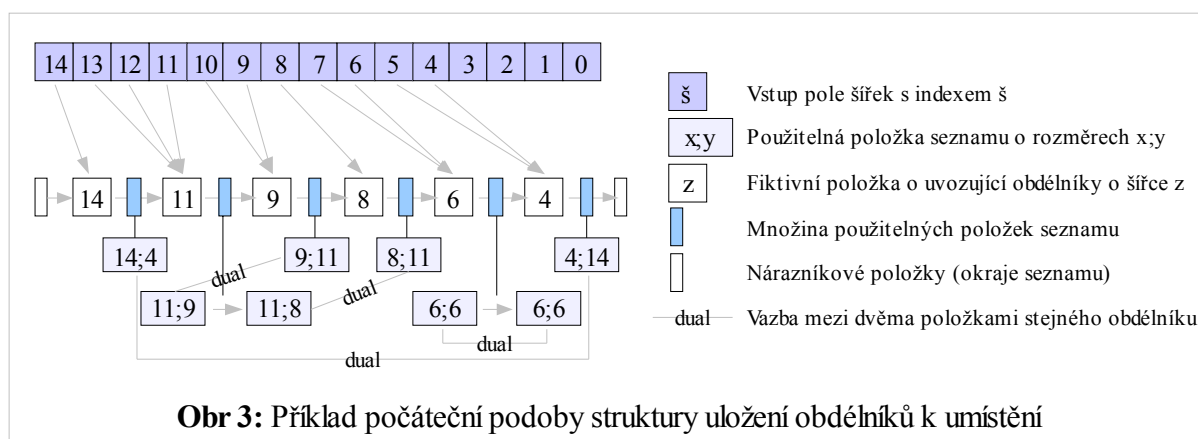
Hledání nejvhodnějšího prvku v rámci původního algoritmu Best-FIT má ve své původní podobě - prostém procházení seznamu - dva zřejmé kritické faktory:

- pro nalezení obdélníku do relativně malé mezery může být nutné projít velkou část seznamu a
- obdélníky se shodným jedním rozměrem nemusí být v seznamu uloženy za sebou.

Tyto dva problémy jsou řešeny zavedením sofistikovanější datové struktury. Základní myšlenka uložení obdélníků ve spojovém seznamu je zachována, nicméně při hledání vhodného obdélníku není třeba procházet obdélníky s rozměry většími. To je řešeno systémem ukazatelů na ta místa v seznamu, kde začínají položky s obdélníky, které mají jeden rozměr určité velikosti. Aby byly všechny takové obdélníky v seznamu za sebou, je každý obdélník vložen do seznamu dvakrát – jednou v orientaci na výšku, podruhé v orientaci na šířku.

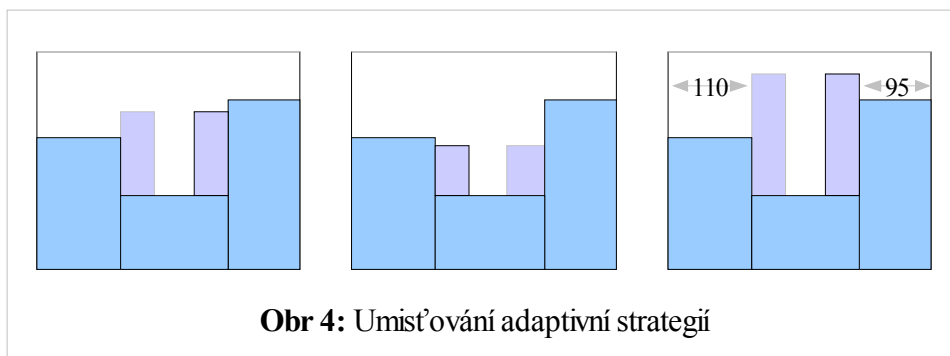
Při výběru vhodného obdélníku pak stačí pomocí příslušného ukazatele najít obdélník s odpovídající šířkou. Příklad datové struktury je znázorněn na obrázku 3.

Uvedená datová struktura umožňuje při odstraňování umístěvaných obdélníků zachovat konzistenci ukazatelů.



4.2 Funkční modifikace algoritmu

Kromě výše popsaných modifikací technického rázu jsou v Rada (2009) navrženy také dvě modifikace ovlivňující kvalitu získávaného řešení. Obě modifikace jsou motivovány stejnou myšlenkou, na které je ostatně založen i celý algoritmus Best-Fit. Přednostně jsou totiž algoritmem zpracovávány obdélníky s co největšími rozměry. Modifikace se snaží zachovávat



Obr 4: Umístování adaptivní strategií

co nejplošší hranici použitého prostoru, aby mezery k umístování obdélníků měly co největší šířku a obdélníky s většími rozměry tak byly zpracovány dříve.

4.2.1 Adaptivní strategie pro umístování obdélníku do mezery

Vedle tří v původním algoritmu popsanych strategií pro umístování obdélníku do mezery je navržena čtvrtá, beroucí kromě výšky obdélníků sousedících s mezerou v úvahu také výšku umístovaného obdélníku, tj. přizpůsobuje řešení této výšce – odtud označení „adaptivní strategie“. Použití této strategie ilustruje obrázek 4.

4.2.2 Výběr obdélníku k umístění

Mezerou se v této kapitole bude rozumět posloupnost prvků pole horizont, které mají stejnou výšku (úroveň mezery).

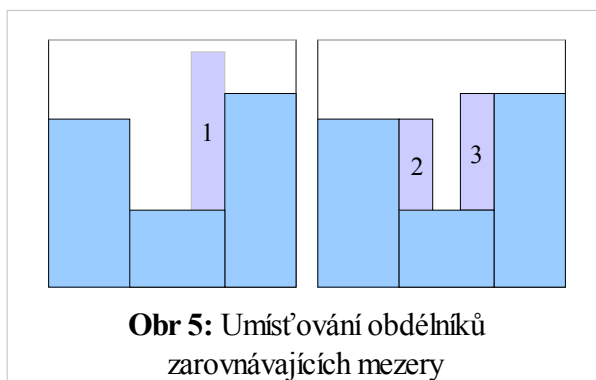
Pokud by byly vybírány obdélníky, které by horizont ve zvolené mezeře zarovnávaly na úroveň některé ze sousedních mezer, pak by následně vzniklá mezera byla širší než při výběru obdélníku původním způsobem. Jistou nevýhodou tohoto postupu oproti původnímu může být přednostní spotřeba nízkých obdélníků a potenciálně obtížnější umístování obdélníků s větším rozměrem.

Na obrázku 5 by byl k umístění vybrán obdélník 1. Pokud však je k dispozici obdélník 3, je umístěn přednostně, pokud ne, hledá se obdélník 2. Pokud ani ten není nalezen, je použit dříve nalezený prvek 1.

Použití principu zarovnávání mezery na úroveň sousední samozřejmě poněkud mění pohled na jednotlivé strategie umístění obdélníku v mezeře. Tyto strategie jsou uplatňovány pouze v případě, že nebyl nalezen obdélník vhodné výšky k zarovnání, v opačném případě je aktuální strategie ignorována a obdélník je umístěn k mezeře sousedící s mezerou, na jejíž úroveň je zarovnááno.

4.3 Výkonnost modifikací

Algoritmus s popsányými modifikacemi dosáhl co do kvality řešení téměř v polovině testovaných úloh lepších výsledků než původní verze algoritmu (srovnání viz Rada (2009)). V úlohách s malými rozměry však stále dosahují lepší výsledky metaheuristické algoritmy.



Obr 5: Umístování obdélníků zarovnávajících mezery

5 ALGORITMUS BEST-FIT S METAHEURISTIKOU

Patrně nejuniverzálnějším algoritmem je algoritmus představený v Burke a kol. (2009), který kombinuje algoritmus Best-Fit s metaheuristickým přístupem simulovaného žihání a BLF strategií umístování. Vychází se přitom z toho, že metaheuristika pro určitý malý počet obdélníků bude schopna prohledat prostor řešení a v rozumném čase najít dostatečně kvalitní řešení.

Umístování obdélníků tak probíhá ve dvou fázích. V první je umístěno $n-m$ obdélníků pomocí algoritmu Best-Fit, ve druhé jsou pak generovány sekvence zbývajících m obdélníků a pomocí strategie BLF umístovány na velký objekt.

Velmi důležitým problémem je zde volba počtu obdélníků zpracovávaných metaheuristickým algoritmem. Burke a kol. (2009) tento počet empiricky stanovil na 50. Ideální počet je nicméně závislý na době, která je povolena pro běh metaheuristiky, která je časově nepoměrně náročnější.

Podrobnější popis vlastností a parametrů simulovaného žihání je možné nalézt v Burke a kol. (2009).

6 SROVNÁNÍ MODIFIKACÍ ALGORITMU BEST-FIT

Obě představené modifikace algoritmu Best-Fit byly svými autory otestovány na mnoha sadách testovacích úloh. Použité výšky velkého objektu u testovacích úloh, u nichž jsou známy výsledky obou modifikací algoritmů, shrnuje následující tabulka.

Název problému	OŘ	Best-Fit+SA	BF+zar	Název problému	OŘ	Best-Fit+SA	BF+zar
c1p1	20	20	21	c6p3	120	122	122
c1p2	20	20	21	c7p1	240	244	245
c1p3	20	20	21	c7p2	240	244	243
c2p1	15	16	16	c7p3	240	245	243
c2p2	15	16	17	n1	40	40	45
c2p3	15	16	16	n10	150	152	151
c3p1	30	31	31	n11	150	153	152
c3p2	30	31	34	n12	300	306	353
c3p3	30	31	33	n13	960	964	961
c4p1	60	61	62	n2	50	50	53
c4p2	60	61	62	n3	50	51	51
c4p3	60	61	62	n4	80	82	83
c5p1	90	91	92	n5	100	103	103
c5p2	90	91	92	n6	100	102	103
c5p3	90	92	91	n7	100	104	135
c6p1	120	122	123	n8	80	82	81
c6p2	120	121	121	n9	150	152	153

Jednotlivé sloupce udávají identifikaci úlohy, optimální výšku použitého prostoru, výšku dosaženou kombinací algoritmu Best-Fit a metaheuristiky (Burke a kol. (2009)) a výšku dosaženou modifikací Best-Fit algoritmu se zarovnáváním použitého prostoru (Rada (2009)).

Algoritmus Best-Fit+SA dosáhl v úlohách s malými počty obdélníků i optimálního řešení. Celkově je možné říci, že byl ve 27 úlohách ze 34 lepší nebo stejně dobrý jako algoritmus BF+zar. Ten dosáhl lepšího nebo stejně dobrého výsledku pouze v 14 testovacích úlohách, zejména větších rozměrů.

Nutno však dodat, že algoritmus BF+zar. všechny úlohy vyřešil v celkové době kratší než 1 s. Řešení dosažená pomocí algoritmu BF+SA jsou výsledkem prohledávání prostoru řešení po dobu ne kratší než 1 minuta pro každou z uvedených úloh.

7 ZÁVĚR

Článek stručně představil vybrané heuristické algoritmy pro řešení problému neomezeného rozměru. Byly zde porovnány dvě výkonné modifikace algoritmu Best-Fit. Jako lepší se jeví kombinace algoritmu Best-Fit a metaheuristického přístupu simulovaného žíhání (Burke a kol. (2009)), která dosáhla výsledku ne horšího v 27 testovaných úlohách ze 34. Modifikace Best-Fit se zarovnáváním z Rada (2009) nebyla horší ve 14 případech.

Vzhledem k odlišnosti povahy obou modifikací se jako perspektivní jeví kombinace obou vylepšení.

Součástí nového algoritmu by pak mohla být také procedura řešící „selhávání“ algoritmu Best-Fit v případech, že mezi umisťovanými obdélníky je obdélník s jedním rozměrem větším než je šířka velkého objektu (v tabulce v části 6 označeno žlutě). Více o tomto problému je možné najít v Rada (2009).

Dalším námětem ke zkoumání může být efektivita algoritmu Best-Fit v porovnání s metaheuristickými přístupy v závislosti na homogenitě množiny umisťovaných obdélníků a jejich případné doporučení pro jednotlivé typy řezných úloh dle Wascher a kol. (2006).

Poděkování

Príspevek byl zpracován za podpory grantu GA ČR 402/09/H045.

Použitá literatura

1. BURKE, E. K., KENDALL, G., WHITWELL, G. 2004. A New Placement Heuristic for the Orthogonal Stock-Cutting Problem. *Oper. Res.* 52, 4 (Aug. 2004), 655-671.
2. BURKE, E. K., KENDALL, G., WHITWELL, G. A Simulated Annealing Enhancement of the Best-Fit Heuristic for the Orthogonal Stock-Cutting Problem. *INFORMS Journal of Computing* 21: 505-516, Published online before print July 31, 2009.
3. DYCKOFF, H. 1990. A typology of cutting and packing problems. *Eur. J. Oper. Res.* 44 145–159.
4. HOPPER, E., TURTON, B. C. H. 2001a. An empirical investigation of metaheuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem. *Eur. J. Oper. Res.* 128 34–57.
5. HOPPER, E., TURTON, B. C. H. 2001b. A review of the application of metaheuristic algorithms to 2D strip packing problem. *Artificial Intelligence Review* 16, 257-300. 2001.
6. CHAZELLE, B.. 1983. The bottom-left bin packing heuristic: An efficient implementation. *IEEE Trans. Comput.* 32 (8) 697-707.
7. JAKOBS, S. 1996. On genetic algorithms for the packing of polygons. *Eur. J. Oper. Res.* 88 165–181.
8. LIU, D., TENG., H. 1999. An improved BL-algorithm for genetic algorithms of the orthogonal packing of rectangles. *Eur. J. Oper. Res.* 112 413–419, 1999.
9. RADA, M. 2009. Dvojměrné řezné problémy. VŠE Praha. Diplomová práce.
10. WASCHER, G., HAUBNER, H., SCHUMANN, H. 2007. An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, Elsevier, vol. 127(3), pages 1109-1130, December 2007.

VYUŽITIE GEOGRAFICKÉHO INFORMAČNÉHO SYSTÉMU V RIADENÍ DODÁVATEĽSKÉHO REŤAZCA

USE OF GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEM IN MANAGING SUPPLY CHAIN

Marian Reiff

Abstrakt

Cieľom tohto článku je poukázať na nové trendy v riadení dodávateľského reťazca. V článku je stručne popísaný geografický informačný systém a prehľad niektorých prác integrujúcich techniky operačného výskumu a geografického informačného systému pri riadení strategických rozhodnutí v dodávateľskom reťazci.

***Kľúčové slová:** geografický informačný systém, dodávateľský reťazec, logistika*

Abstract

The aim of this paper is to refer to new trends in supply chain management. In this paper geographical information system is briefly defined and review of some papers integrating operation research techniques and geographical information system in order to manage strategic decisions in supply chain.

***Keywords:** geographical information system. supply chain, logistics*

Geografický informačný systém (GIS) [1] je informačný systém, uľahčujúci získavanie, zaznamenávanie, mapovanie a analýzu dát v rámci geografických oblastí. Má podobné funkcie ako mapa. Navyše poskytuje rozsiahle funkcionality, ktoré zvyšujú flexibilitu, rýchlosť a jednoduchosť použitia. Napríklad schopnosť vykonávať štatistické analýzy, geografické analýzy alebo analýzy trás prejdených automobilom. GIS je nástroj, ktorý umožňuje vytvárať a vyhodnocovať priestorové informácie, upravovať dáta a prezentovať informácie. Hoci kartografické a geografické analýzy môžu byť vykonávané pomocou manuálnych metód, použitie GIS je oveľa jednoduchšie a rýchlejšie.

V GIS existujú dva základné typy modelov ukladania (organizovania) informácií: vektorový model dát a rastrový model dát. Jednotlivé modely sa líšia v možnostiach spracovania, uloženia, analyzovania a prezentovania údajov. Vektorový model je určený na ukladanie a šifrovanie informácií definovaných súradnicami v priestore. Vektorový model možno využiť najmä na opis diskretných a statických informácií. Umiestnenie bodového prvku, napr. skladu, sa dá popísať jedným párom súradníc x , y . Lineárne prvky, ako sú cesty alebo rieky, sa ukladajú ako séria bodových súradníc. Polygónové prvky, ako sú obchodné alebo administratívne územia, je možné uložiť ako uzavreté slučky súradníc. Rastrový model dát je definovaný množinou bodov rovnakej veľkosti, pravidelne usporiadaných v riadkoch a stĺpcoch, podobne ako televízna obrazovka. Presnosť daného modelu je potom určená veľkosťou bodu, ktorý má danú vlastnosť – farbu. Rastrovým modelom možno popísať prvky, ktoré sa v priestore spojito menia, ako je napríklad pôdny typ alebo vegetácia.

Prácu s GIS možno rozdeliť na päť základných činností – úloh, a to: vstup, manipulácia, správa, logické úlohy a analýza, vizualizácia. Vo fáze vstupu sa nahrajú geografické údaje v GIS kompatibilných formátoch. Tieto údaje je možné získať od komerčných dodávateľov údajov a načítať ich priamo do GIS. Existujú rôzne druhy máp a geografických údajov, ktoré možno získať, napríklad: základné mapy, mapy s obchodnými dátami, mapy s environmentálnymi dátami. Základné mapy poskytujú informácie o cestnej sieti, vodných plochách, hraniciach mesta a štátu, adresách ako ulica a číslo domu alebo poštové smerovacie čísla. Mapy s obchodnými dátami často obsahujú štatistické záznamy týkajúce sa počtu obyvateľstva, demografie, dopravy, telekomunikácií, finančných služieb a ostatných poskytovaných služieb a tovarov. Mapy s environmentálnymi dátami sú určené na analýzu poveternostných podmienok, environmentálnych rizík, satelitných snímok. Následne je v procese manipulácie potrebné transformovať alebo nejakým spôsobom upraviť dáta tak, aby boli kompatibilné s používaným systémom. V procese správy sa využívajú GIS nástroje riadenia databáz za účelom skladovania, organizovania, riadenia a overovania dát. Vo fáze logických úloh a analýz má používateľ možnosť zadávať otázky ako napríklad: kde je najlepšia lokalita pre začatie novej podnikateľskej aktivity? Ak sa tu postaví nová diaľnica, ako to ovplyvní premávku? Väčšina otázok je založená na analýze scenárov „čo ak“. Počas tohto procesu sa často využívajú GIS analytické nástroje, ako je analýza blízkosti a prekryv. Pri analýze blízkosti sa určuje ochranné pásmo alebo zóna, tzv. buffering. Slúži na určovanie vzdialenostných vzťahov medzi jednotlivými prvkami. Napríklad odpovedá na otázku „koľko domov sa nachádza v určitej oblasti“. Integrácia rôznych vrstiev údajov sa robí postupom nazývaným prekryv. Posledným krokom je vizualizácia procesu. V tomto procese sa väčšina koncových výstupov a analýz zobrazí v podobe mapy.

Dodávateľský reťazec sa skladá z geograficky vzdialených zariadení, kde suroviny, nedokončené výrobky, hotové výrobky sú získavané, transformované, skladované a následne predávané. Skladá sa taktiež z „transportných liniek“, ktoré vzájomne spájajú tieto zariadenia a zabezpečujú jednotlivé toky. K strategickým rozhodnutiam v dodávateľskom reťazci patria rozhodnutia o optimálnom počte skladov, rozhodnutie o umiestnení a kapacite jednotlivých skladov, určenie množstiev a prepravných trás jednotlivých prepravovaných komodít, respektíve určenie najlepších okružných trás pri rozvoze komodít.

Potreba geografických informácií je v dodávateľskom reťazci evidentná a teda aj využitie GIS v dodávateľskom reťazci postupne vzrastá. GIS možno využiť pri hľadaní odpovedí na otázky ohľadom strategických rozhodnutí v dodávateľskom reťazci. V nasledujúcej časti je popísaný stručný prehľad literatúry zaoberajúcej sa využitím GIS v dodávateľskom reťazci. Pri rozmiestňovacích úlohách nie je podľa [2] hlavným cieľom iba výber lokalít. Problém zahŕňa analýzu vlastností jednotlivých trhov s celkovými podnikovými a marketingovými zámermi spoločnosti. V procese výberu možných lokalít umiestnenia skladu sú pomocou GIS mapované rôzne faktory, ktoré môžu ovplyvniť zákaznícky servis a náklady a následne integrované do rozhodovacieho modelu. V [3] je navrhnutý hierarchický model rozmiestnenia pobočiek banky v konkurenčnom prostredí. Autori kombinujú model pokrytia s GIS na zachytenie rôznych geografických, sociálnych a ekonomických kritérií, ako aj miestnu konkurenciu už pokrývajúcu dopyt po bankových službách. Hierarchický model rozmiestnenia pobočiek pozostáva najprv z úlohy určenia minimálneho počtu pobočiek banky a následne pre jednotlivé pobočky rieši úlohu maximalizácie pokrytia dopytu. Aj pomocou nástroja GIS je možné simulovať rôzne scenáre, vytvárať grafické ukážky na efektívne plánovanie a financovanie siete. Prípadové štúdie popisujúce implementáciu GIS pri úlohách rozmiestňovania maloobchodnej siete sú publikované v [4]. V [5] autori popisujú geografický informačný systém na riadenie integrovaných skladových a produkčných systémov

s jednotlivými prevádzkami na rôznych geografických miestach. Integrácia GIS a okružných úloh je popísaná napríklad v [6], [7].

Použitá literatúra

1. KEENAN, P.: Geographic Information Systems, In: Encyclopedia of Information Systems, 2004, s 421-432
2. VLACHOPOULOU, M., SILLEOS, G., MANTHOU, V.: Geographic information system in warehouse site selection decision. In: International Journal of Production Economics, 71(1), 2001, s. 205 - 212
3. MILIOTIS, P., DIMOPOULOU, M., GIANNISKOS, I.: A hierarchical location model for locating bank branches in a competitive environment. In: International Transactions in Operational Research, 9, 2002, s. 549 – 565
4. NASIRIN, S., BIRKS, D.: DSS implementation in the UK retail organizations: a GIS perspective. In: Information and Management, 40, 2003, s. 325 -336
5. JOHNSTON, D. A., TAYLOR, G. D., VISWESWARAMURTHY, G.: Highly constrained multi-facility warehouse management system using a GIS platform. In: Integrated Manufacturing systems, 10(4), 1999, s. 221 – 223
6. CAMBELL, J. F., LABELLE, A., LANGEVIN, A.: A hybrid travel distance approximation for a GIS-based decision support system. In: Journal of Business Logistics, 22(2), 2001, s. 165 – 182
7. TARANTILIS, C. D., KIRANOUDIS, C. T.: Using a spatial decision support system for solving the vehicle routing problem. In: Information and Management, 39, 2002, s. 359 - 375

Kontaktné údaje

Ing. Marian Reiff, PhD.
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
tel: (421 2) 67 295 823
email: reiff@euba.sk

TESTOVÁNÍ KOINTEGRACE FORWARDOVÝCH CEN ELEKTŘINY A CEN KOMODIT

TESTING OF COINTEGRATION OF FORWARD ELECTRICITY AND COMMODITY PRICES

Jiří Šumbera

Abstrakt

Tato práce analyzuje krátko- a dlouhodobé vztahy mezi cenou ropy, zemního plynu, emisních povolenek, uhlí a elektřiny na evropských komoditních trzích. Na týdenních datech za období 2006-2009 jsou analyzovány dlouhodobé vztahy mezi forwardovými cenami z elektřiny z burzy EEX, ropy Brent, uhlí API2, plynu z burzy TTF a emisních povolenek ze systému EU ETS pomocí Johansenova kointegračního rámce. Výsledky potvrzují existenci jednoho dlouhodobého vztahu mezi cenou elektřiny, uhlí a ropy, ne však emisních povolenek či plynu.

***Klíčové slová:** Ceny elektřiny, dlouhodobé forwardové ceny, VAR, kointegrace*

Abstract

This study investigates the short and long run relationship between crude oil, natural gas, emission allowances, coal and electricity prices in European commodity markets. Using weekly price data over the period 2006-2009 the long run relationship between year-ahead forward prices of EEX power, Brent crude, API2 coal, TTF gas and EU ETS allowance is analyzed using the Johansen cointegration framework. The results show in the long term one equilibrium relationship may be found. This relationship involves price of power, coal and crude oil, but neither gas nor emissions.

***Keywords:** Electricity prices, long-term forward prices, VAR modeling, cointegration*

1 ÚVOD

Cílem této práce je analyzovat vztahy mezi cenou elektřiny a cenami komodit používaných při její výrobě, především uhlí, plynu a ropy. Přestože jsou elektřina i ostatní komodity vzájemné substituty, liší se od sebe možnostmi skladování a přepravování. Na jednom konci spektra stojí elektřina jako především okální komodita, kterou nelze skladovat a jejíž přeprava vyžaduje existenci rozsáhlé infrastruktury, na straně druhé stojí ropa, která je obchodována na globálním trhu. Velikost trhu a nákladnost skladování a přepravy tak předurčují faktory, které budou ovlivňovat cenu komodit. Na druhé straně jsou všechny energetické komodity vzájemné substituty především v oblastech vytápění, dopravy či při výrobě elektřiny. Možnost substituce v dlouhém horizontu nedovolí, aby se ceny substitutů od sebe příliš vzdálily.

Cílem této práce je analyzovat časové řady forwardových cen těchto komodit a zkoumat jejich vzájemné vztahy metodou kointegrační analýzy za pomoci VAR a VEC modelů. Výhodou kointegračního přístupu je – na rozdíl od běžné regrese – možnost současného zachycení krátkodobých i dlouhodobých vztahů mezi jednotlivými veličinami spolu s analýzou kauzality, rychlosti přizpůsobení, délky zpoždění apod.

Tato práce je dále dělena do čtyř částí. Sekce 2 poskytuje přehled relevantní literatury, zatímco sekce 3 popisuje specifika trhů s elektřinou. V sekci 4 je z dostupných dat sestaven VAR model, který je dále testován na přítomnost dlouhodobých kointegračních vztahů a následně je sestaven model VEC. Poslední, pátá sekce prezentuje závěry této práce.

2 PŘEHLED LITERATURY

Jednou z nevýhod v ekonometrii často používané metody lineární regrese je problém takzvané zdánlivé regrese¹, který vzniká při regresi nestacionárních veličin s podobným trendem. V důsledku existence trendu může regresní analýza potvrzovat existenci vzájemné vazby i v případě, že jsou veličiny nezávislé. Standardní řešení spočívající v analýze diferencovaných řad není schopno postihnout vývoj vzájemných dlouhodobých vztahů a jejich případný vliv na vztahy krátkodobé. Alternativní řešení nazvané kointegrační analýza, které postihuje jak krátkodobé, tak dlouhodobé vztahy, se poprvé objevilo na počátku 80. let v pracích C. Grangera. Tento populární způsob modelování v posledních letech pronikl i do prací zabývajících se vývojem energetických časových řad.

[Bosco, 2007] zkoumá míru propojení cen elektřiny na šesti evropských burzách s elektřinou (Německo, Francie, Holandsko, Rakousko, Španělsko a Skandinávie (Nordpool)) a dále jejich vztah s cenou ropy Brent a cenou plynu z belgického hubu Zeebrugge. Autoři nalézají velmi silnou míru cenové integrace západoevropských burz a naopak odlišné cenové trendy ve Španělsku a Skandinávii, které lze vysvětlit odlišnou skladbou zdrojů a mírou fyzického propojení s ostatními trhy. Ceny elektřiny na uvažovaných západoevropských trzích dobře kointegrují s cenou plynu, ale ne s cenou ropy.

[Boutaba, 2009] analyzuje vztahy mezi cenou emisních povolenek obchodovaných v rámci EU ETS na šesti evropských energetických burzách (ECX, Nordpool, Powernext, EEX, EXAA a Climex) v období 2006-7. Autor dochází k závěru, že všechny evropské burzy s emisními povolenkami jsou dobře propojeny, a identifikuje ECX a EEX jako dva trhy s největším dopadem na ostatní.

¹ Viz [Hušek], str. 123.

[Bencivenga, 2009] zkoumá vztahy mezi (forwardovou) cenou elektřiny, plynu a ropy v Evropě a USA na denní bázi za poměrně dlouhé období 2001-2009. Jako relevantní cenové indexy v případě evropských dat volí německou burzu s elektřinou EEX, londýnskou ropu Brent a britský trh s plynem NBP. Kointegrační analýza formou VEC modelu nachází v případě obou trhů dva kointegrační vektory (a tedy jeden společný stochastický trend). Zatímco na cena elektřiny vykazuje cca jednodenní zpoždění na cenu ropy a dvoudenní na cenu plynu, nachází autor sedmidenní zpoždění mezi cenou plynu a cenou ropy.

[Povh, 2009] zkoumá vztahy forwardové ceny elektřiny na skandinávské burze Nordpool s forwardovými cenami ropy WTI, cenou uhlí TFS API2 a cenou plynu z burzy ICE (NBP) a také forwardovými cenami povolenek z burzy Nordpool, forwardovou cenou elektřiny ze sousední země (EEX) a konečně i forwardovou cenou hliníku z Londýnské burzy v kontextu modely VAR a VEC. Práce zkoumá vývoj cen v týdenním rozlišení v horizontu 2005-7. Autoři dochází k závěru, že kromě stacionárních řad pro cenu ropy a cenu emisní povolenky jsou všechny ostatní řady integrované řádu jedna. Kointegrační model založený na celkem sedmi endogenních veličinách odhaluje dva stacionární kointegrační vektory, z nichž první je cena ropy a druhý je lineární kombinací všech veličin kromě ceny ropy a ceny plynu.

Je zřejmé, že spektrum prací aplikujících kointegrační analýzu na ceny elektřiny je velmi široké. V kontextu této jsou zajímavé například tyto závěry. Dobrou integraci na západoevropských trzích [Bosco], lze vysvětlit podobným portfoliem zdrojů a velmi dobrým vzájemným propojením. Dobrá integraci cen emisních povolenek na různých evropských burzách [Boutaba] je také snadno pochopitelná, neboť emisní povolenky jsou svojí podstatou velmi blízké cenným papírům, nevyžadují tedy žádnou infrastrukturu pro přenos a skladování a arbitráž rychle odstraní cenové rozdíly. [Bencivenga] potvrzuje existence zpoždění mezi provázanými časovými řadami. [Povh] nachází kointegraci ceny cenou uhlí a cenou emisních povolenek, [Bosco] prokazuje kointegraci s cenami plynu a nezávislost na ceně ropy v případě západoevropských trhů a konečně [Bencivenga] nachází kointegraci s cenami ropy i plynu.

3 TRHY S ELEKTRINOU

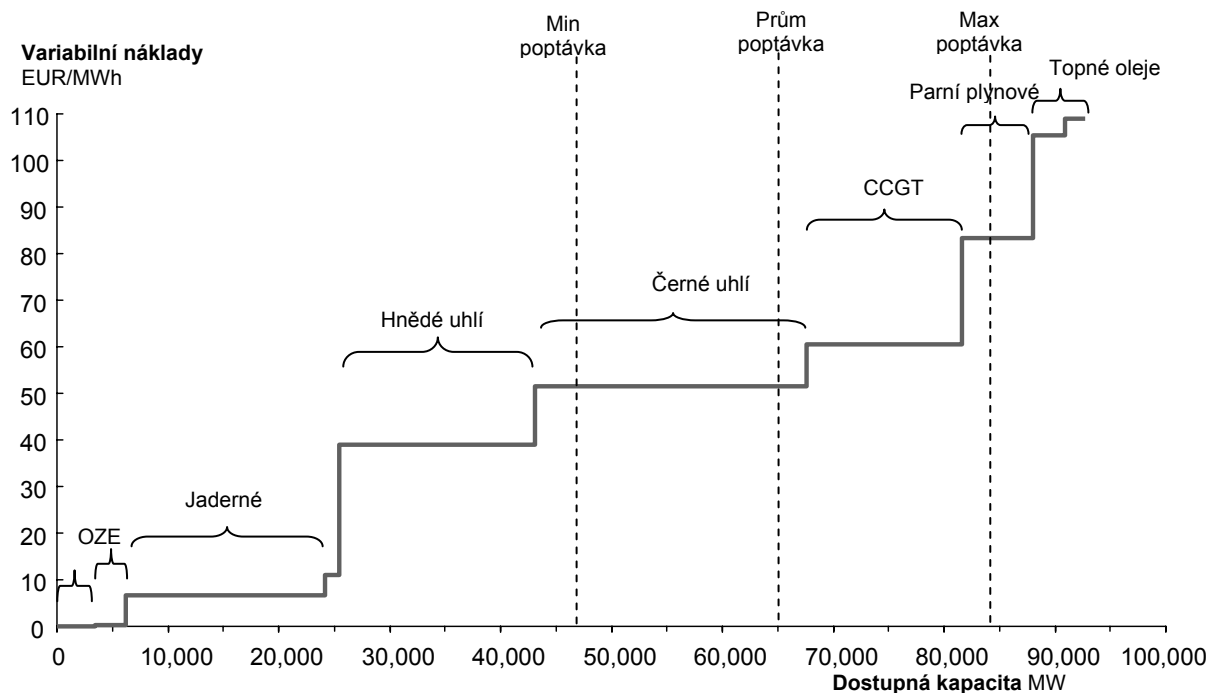
3.1 Fundamentální vlastnosti trhů s elektřinou

Cena elektřiny, podobně jako na všech trzích, je určena rovnováhou mezi nabídkou a poptávkou. Celkovou poptávku tvoří především poptávka domácností a průmyslu, stranu nabídky tvoří jednotlivé výrobní zdroje (elektrárny). Zatímco v dlouhém období budou na trh vstupovat nové zdroje pouze pokud si pokryjí provozní a investiční náklady, v krátkém období budou elektrárny nabízet elektřinu už když si pokryjí své proměnné provozní (variabilní) náklady. Jednotlivé elektrárny se liší nejen svou velikostí, tj. schopností uspokojit poptávku, ale mají také různé variabilní náklady, v důsledku odlišné technologie výroby a nákladů na spotřebovávaná paliva.

Variabilní náklady (VC) typické termální elektrárny jsou dány vzorcem

$$VC = \frac{1}{ucinnost} (Cena\ paliva + Emisni\ faktor * Cena\ povolenky) \quad [1]$$

Agregací nabídek elektráren a poptávek spotřebitelů vznikají nabídkové a poptávkové křivky. Zatímco elasticita nabídky je určena podílem jednotlivých zdrojů na trhu, elasticita nabídky je především v krátkém období, velmi malá, téměř neelastická. Tržní cena elektřiny vzniká uspokojením poptávky výrobou elektřiny s nejlevnějšími náklady, tj. v průsečíku obou křivek (viz obr. 1).



Obr. 1: Schematická nákladová křivka pro německý trh pro rok 2008.

3.2 Specifika spotových trhů s elektřinou

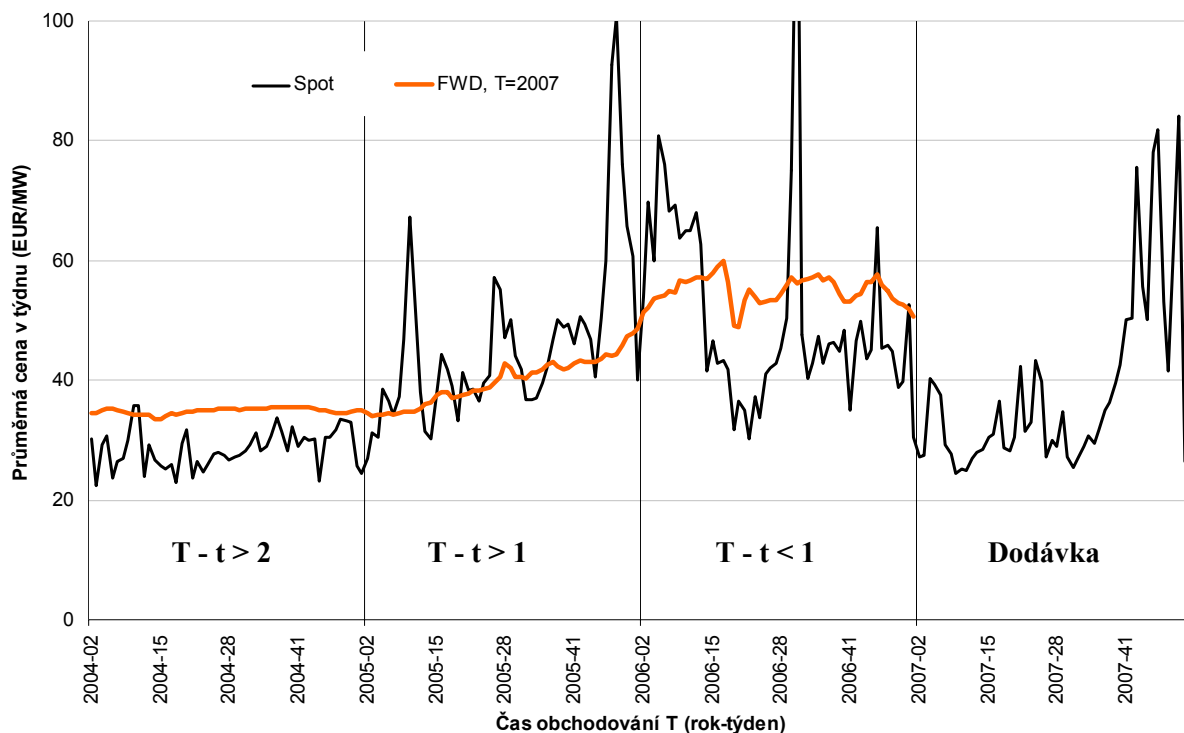
Spotový trh je založen na principu nabídek na nákup, resp. prodej, dodávky elektřiny pro konkrétní časový interval následujícího dne. Na rozdíl od jiných finančních trhů jsou kontrakty uzavírány jeden den před fyzickou dodávkou. Není obchodován průběžně, ale jednou denně v podobě aukce. V důsledku fyzické dodávky a tedy i potřebě rovnováhy jsou spotové ceny charakteristické velkou cykličností, volatilitou, vrácením se k střední hodnotě (mean-reversion) a také přítomností extrémních hodnot (outlierů).

3.3 Specifika forwardových trhů s elektřinou

Zatímco spotový trh je obchodován formou každodenní aukce s datem dodání následující den, existují i tzv. „forwardové“ trhy, na nichž mohou účastníci nakoupit či prodat elektřinu s větším časovým předstihem. Nejčastěji se na nich obchodují standardizované transakce s přesně daným objemem, místem dodávky, časem dodávky a finančním (a fyzickým) vypořádáním. Tyto obchody jsou nejčastěji obchodovány na burze (jako tzv. futures), ale mohou být obchodovány i bilaterálně (jako tzv. forwards) na Over-the-counter (OTC) trhu.

Nejběžnějším a nejlikvidnějším forwardovým produktem obchodovaným na burze je future s datem dodání v následujícím kalendářním roce. Tento produkt typu „Y+1“, byl zvolen jako relevantní cenový index pro elektřinu v této analýze.

Vzhledem k tomu, že forwardové produkty pokrývají výrazně delší období než spotové produkty (rok vs. hodina), nebývá jejich vývoj tak citlivý na okamžitou situaci na trhu, neboť ta se do data dodávky ještě může změnit. Obrázek 10 ilustruje odlišnou dynamiku vývoje forwardového produktu s datem dodání v roce 2007 (Cal07Base) a spotové ceny elektřiny ve stejném obchodovacím období t. Přestože se tento produkt ještě na konci roku 2006 obchoduje za cenu blízkou 50 EUR/MWh, výsledná cena (průměr spotových cen) je pouhých 38 EUR/MWh.



Obr. 2: Odlišný vývoj spotové ceny elektřiny a ceny produktu Cal07Base ve stejném obchodovacím období t.

4 ANALÝZA DAT

4.1 Lineární model a relevantní vysvětlující proměnné

Nejjednodušším způsobem modelování forwardové ceny je lineární model, tj. lineární kombinace očekávaných hodnot jednotlivých driverů nabídky a poptávky v čase dodávky elektřiny

$$F_{t,T}^e = \sum_i \alpha_i X_T^i, \quad [2]$$

kde $F_{t,T}^e$ je v čase t obchodovaná cena elektřiny s datem dodávky T (forwardová cena)

Očekávané hodnoty některých driverů zachycují jejich forwardové trhy, které díky častému obchodování poskytují informaci o ceně s velkou frekvencí. Jedná se především o forwardové trhy pro paliva, povolenky a elektřinu. Na druhou stranu informace o ostatních proměnných jako je například očekávaný vývoj velikosti nabídky a poptávky přichází s menší frekvencí (čtvrtletní, roční) a není tak spolehlivá jako tržní informace². Z těchto důvodů a z důvodu zjednodušení modelu jsou do lineárního modelu pro forwardovou cenu elektřiny zahrnuty jen “vysokofrekvenční“ proměnné, tj. forwardové ceny paliv a emisní povolenky CO₂.

V případě německého trhu jsou relevantními palivy především černé uhlí a plyn, jak je patrné z obrázku 1. V případě ceny černého uhlí je relevantním trhem pro ceny je index TFS API2, který pokrývá tzv. trh ARA (Amsterdam-Rotterdam-Antwerp), který představuje vstupní bránu dováženého světového uhlí pro Evropu a to i přestože významnou část spotřeby černého uhlí uspokojuje Německo z vlastních zdrojů. Domácí produkce černého uhlí však

² Například pokud se na trh dostane informace o zpoždění ve výstavbě nové elektrárny, musí každý z účastníků trhu vyhodnotit nejistotu a dopad této zprávy sám. Navíc je nepravděpodobné, že by se tato informace v krátkém horizontu opět změnila. Podobně i očekávaná spotřeba se vyvíjí poměrně stabilně a její očekávanou výši lze ve vyspělých trzích poměrně přesně odhadovat na základě historického vývoje.

není efektivní a z důvodu udržení zaměstnanosti je dotována německou vládou. Cena ARA tak určuje cenovou úroveň, na kterou je stát ochoten dražší produkci dorovnat.

V případě ceny zemního plynu je situace složitější díky absenci významných domácích zdrojů a existenci dvou základních způsobů jeho dovozu. Větší část plynu, dováženého zejména z Norska a Ruska, je určována cenovými vzorci navázanými na ropu³. Naopak plyn přicházející z Holandska je převážně ohodnocen cenou plynu kotovanou na holandské plynové burze TTF. Detailní informace o kontraktaci jednotlivých elektráren nejsou známy, ale průměrnou cenu dováženého plynu v měsíčních intervalech reportuje statistický úřad BAFA⁴. Z této statistiky vyplývá, že okolo 85% plynu je oceněno ropnými deriváty, zbytek na základě burzovní ceny. Z výše uvedených důvodů budou jako vysvětlující proměnné pro cenu plynu použity jak cena ropy Brent, tak cena plynu TTF.

Cena emisní povolenky je relevantním vstupem, protože vystupuje jako náklad ve vzorci [1]. Nenulovou cenu má i v případě alokace zdarma, neboť má ekonomickou hodnotu jako náklad příležitosti při alternativním využití⁵.

Cena elektřiny na sousedních trzích nebude uvažována jako relevantní vysvětlující veličina navzdory tomu, že se nepochybně jedná o přímý substitut. V případě německého trhu by nepřinesla cena elektřiny v sousedním trhu dodatečnou informaci a to především důvodů jeho velikosti a likvidity⁶. Po zahrnutí relevantních proměnných má výsledná rovnice pro forwardovou cenu elektřiny tvar

$$F_{t,T}^{eex} = \alpha_{coal} F_{t,T}^{coal} + \alpha_{gas} F_{t,T}^{gas} + \alpha_{oil} F_{t,T}^{oil} + \alpha_{ea} F_{t,T}^{ea} \quad [4]$$

Z důvodu nedostupnosti forwardových dat pro ropu byla namísto nich použita data spotová⁷, tzn. v rovnici [4b] namísto veličiny $F_{t,T}^{oil}$ ve skutečnosti vystupuje S_{T}^{oil} .

4.2 Deskriptivní analýza

Protože základní soubor dat vykazoval poměrně značné odchylky od normálního rozdělení, byla pro další analýzu byla data zlogaritmována. Ve srovnání s původním nezlogaritmovaným souborem se u ceny uhlí, ropy a plynu zlepšila normalita podle Jarque-Bera testů. Všech pět časových řad bylo otestováno na přítomnost jednotkového kořene pomocí testů Dickey-Fuller (ADF) a Phillips-Perron (PP). Na obrázku 12 a v tabulce 4 je zachycen grafický průběh a popisné statistiky logaritmu jednotlivých proměnných⁸ společně s hodnotami ADF a PP testů na samotných veličinách i jejich prvních diferencích.

³ Vzorce jsou kromě ropy Brent často navázané také na topné oleje. Cena topných olejů jakožto ropných derivátů je ovšem také odvozena zejména od ceny ropy.

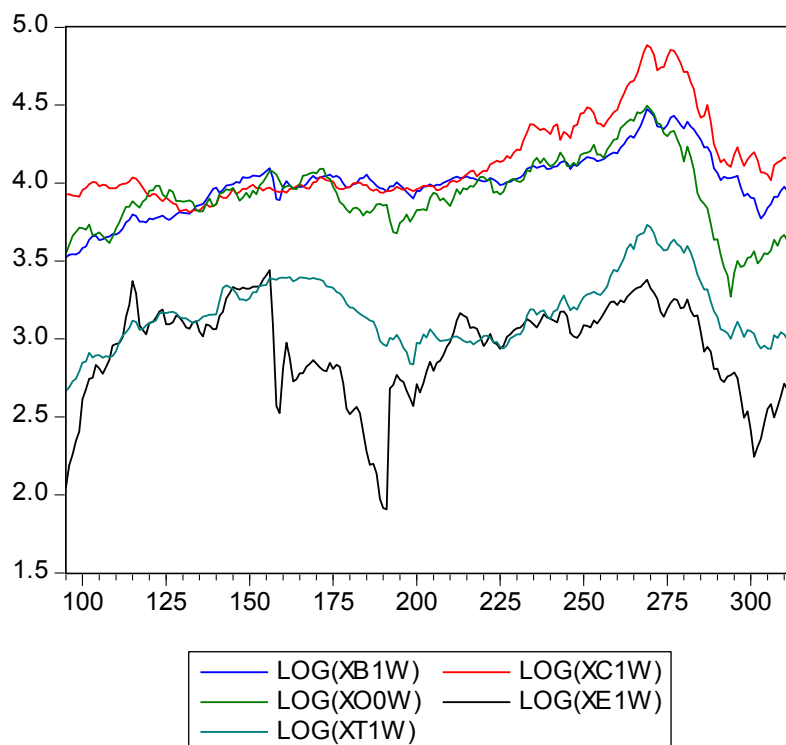
⁴ Bundesamt für Wirtschaft und Ausfuhrkontrolle (Úřad pro hospodářství a kontrolu vývozu).

⁵ V případě rozhodnutí o uspokojení poptávky po elektřině vlastní výrobou ze zdroje emitující CO₂, které vede k určitému zisku či ztrátě dle ceny elektřiny, je alternativou uspokojit poptávku nákupem elektřiny za tržní cenu a současným prodejem emisní povolenky opět za tržní cenu. Jinak řečeno při „spálení povolenky CO₂“ je z ekonomického pohledu správné ocenit povolenku tržní hodnotou.

⁶ A) Velmi dobrá integrace s okolními trhy, především s Francií. B) Velikost německého trhu. Ve srovnání s velikostí každého jednotlivého sousedního trhu výjimku Francie) je Německo výrazně větší. C) Podobné fundamentální drivery jako na okolních trzích. Většina zdrojů v Německu, stejně jako v sousedních zemích, spaluje uhlí nebo zemní plyn. D) Velká likvidita na německé burze EEX. Německá burza je největší a nejlikvidnější kontinentální evropská energetická burza.

⁷ V analyzovaném období byla forwardové ropy blízko či o trochu výše (v důsledku nenulových nákladů na úschovu) než spotové ceny. Obě dvě ceny ale díky vysoké likviditě a velkému počtu arbitráže schopných účastníků vykazují velmi podobný průběh.

⁸ Pozn. Značení proměnných. X/L značí původní/zlogaritmovanou proměnnou, B/C/O/E/T značí komoditu: elektřina (Baseload), uhlí (Coal), ropa (Oil), emisní povolenka CO₂ (Emissions) a plyn (TTF), číslo značí horizont: 0 značí spotová (Y+0), 1 forwardová (Y+1) data, W/D značí data s týdenním/denním rozlišením. Příklad: Týdenní průměr forwardových cen elektřiny na příští rok je značen XB1W



Obr. 3: Graf logaritmů analyzovaných veličin (týdenní průměry). Data pokrývají období od 02/05/2003 do 05/04/2009.

	Elektřina	Uhlí	Ropa	CO2	Plyn
Označení	LB1W	LC1W	LO0W	LE1W	LT1W
Mean	3.8	4.1	3.8	2.1	3.2
Median	3.9	4.0	3.8	2.8	3.1
Maximum	4.5	4.9	4.5	3.4	3.7
Minimum	3.3	3.4	3.1	0.0	2.7
Std. Dev.	0.3	0.3	0.3	1.3	0.2
Skewness	-0.1	0.8	-0.1	-0.9	0.5
Kurtosis	2.0	4.3	2.2	2.0	2.8
Jarque-Bera	13.6	58.8	10.1	54.9	8.9
Probability	0.0011	0.0000	0.0063	0.0000	0.0118
Observations	313	313	313	313	219
ADF (intercept)	-1.89	-2.24	-2.08	-3.07*	-2.23
PP (intercept)	-1.92	-2.20	-2.11	-2.71	-2.31
ADF in D	-12.91	-13.80	-14.50	-10.69	-10.68
PP in D	-12.89	-13.71	-14.60	-11.03	-10.75

Tab. 1: Vlastnosti zlogaritmovaného souboru dat.

Kritické hodnoty ADF a PP testu jsou -2.87 na hladině významnosti 5% a -3.45 na hladině významnosti 1%. Je zřejmé, že na 5% hladině významnosti oba testy zamítají hypotézu o stacionaritě všech uvažovaných časových řad, s výjimkou řady CO₂. V případě diferencovaných řad již hypotézu stacionarity jednoznačně zamítnout nelze. Proto budou všechny uvažované řady považovány za integrované řádu 1, tj. I(1).

4.3 Model VAR

Základní myšlenkou modelu vektorového autoregresního procesu řádu k - model VAR(k) - je symetrické zacházení se všemi proměnnými – rovnice pro vývoj každé proměnné zahrnuje její zpoždění a také zpoždění všech ostatních proměnných. Nelze proto analyzovat každou (nebo jen jednu) z rovnic zvlášť, neboť „všechno souvisí se vším“, tj. každá proměnná ovlivňuje všechny ostatní. Díky tomuto přístupu se model VAR zbavuje problému přílišné identifikace⁹. Proto jsou modely VAR užitečné pro vyšetřování dynamiky časových řad, neboť nevyžadují žádnou další formální specifikaci skrze teoretický model, v němž některé veličiny ovlivňují jiné, ale jiné naopak ne.

Systém lze vyjádřit ve formě

$$Y_t = \sum_{j=1}^k A_j Y_{t-j} + u_t, \quad [5]$$

kde Y_t je l -rozměrný vektor endogenních proměnných s nulovou střední hodnotou, A_j jsou matice velikosti $l \times l$ a u_t jsou normálně rozdělené l -rozměrné náhodné veličiny. Ze zápisu je zřejmé, že v modelu VAR je endogenní vektor (elektřina, uhlí, ropa, emise, plyn) lineární kombinací svých předchozích hodnot.

V případě, že jsou kořeny rovnice

$$|I_l - A_1 B - A_2 B^2 - \dots - A_k B^k| = 0 \quad [6]$$

vně jednotkového kruhu, kde B je operátor zpoždění ($B Y_t = Y_{t-1}$), je proces VAR stacionární. V tomto případě jsou vektor středních hodnot, korelace proměnných i kovariance mezi jejich dvojicemi konečné a autokovariance a kovariance jsou pouze funkcí zpoždění. V opačném případě je buďto nutno model VAR omezit dodatečnými kointegračními vztahy (viz dále), anebo (pokud tyto vztahy neexistují) jej stacionarizovat diferencováním a následně vytvořit VAR model z těchto diferencí. S ohledem na nestacionaritu časových řad jednotlivých komodit, nelze očekávat ani stacionaritu VAR modelu, a proto budou v další části hledány kointegrační vztahy.

Model sestavený na základě dat pro roky 2005-2009 vykazoval problémy specifikace jako autokorelaci, nenormalitu a heteroskedasticitu. Pro zlepšení specifikace byly provedeny tyto kroky: A) horizont byl zkrácen o jeden rok, resp. z modelu byly vynechány hodnoty za rok 2005, B) byly přidány pomocné proměnné pro odstranění největších outlierů v ceně emisní povolenky, ropy a plynu¹⁰, C) cena emisních povolenek byla do modelu zahrnuta v nezlogaritmované podobě. Výsledná podoba VAR modelu vyjádřena jako

$$Y_t = A_0 + \sum_{j=1}^k A_j Y_{t-j} + \sum_{p=1}^n \Theta_p w_{p,t} + u_t, \quad [7]$$

kde $A_0 = (\mu - A_1 \mu - \dots - A_k \mu)$ a $w_{p,t}$ jsou pomocné nula-jedničkové proměnné¹¹. Díky provedeným změnám, výrazně zlepšila kvalita specifikace VAR modelu. Byla snížena autokorelace reziduí, všechna rezidua jsou nyní normální a heteroskedasticitu vykazují pouze cena elektřiny a cena uhlí. V souladu s očekáváním¹² má největší vlastní číslo AR rovnice absolutní hodnotu blízkou jedné (≈ 1.001).

⁹ Více viz [Sims].

¹⁰ Byla přidána 1 pomocná nula-jedničková proměnná pro odstranění největšího outlieru na ceně ropy, 3 pomocné proměnné pro odstranění 3 největších outlierů na ceně a konečně 3 pomocné proměnné pro odstranění šoku při pádu ceny emisních povolenek v dubnu roku 2006 a následnému poklesu ceny elektřiny

¹¹ Tyto proměnné nabývají hodnoty 1 pro jedno konkrétní pozorování, jehož vliv má být potlačen, a hodnotu 0 v ostatních případech.

¹² VAR model je vytvořen z nestacionárních časových řad.

4.4 Kointegrační analýza

Rovnici [10] lze bez jakýchkoliv dalších omezujících předpokladů transformovat do podoby modelu korekce chyby (VEC model¹³)

$$\Delta Y_t = A_0 + \Pi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k-1} \Gamma_j \Delta Y_{t-j} + \sum_{p=1}^q \Theta_p w_{p,t} + u_t. \quad [8]$$

kde

$$\Gamma_j = \sum_{i=1}^j A_i - I \quad a \quad \Pi = \sum_{j=1}^k A_j - I. \quad [9]$$

Tento model obsahuje jak krátkodobé vztahy mezi procesy (vyjádřené diferencovanými členy), tak i vztahy dlouhodobé (nediferencované členy).

Řád diferencovaného procesu ΔY_t je buď menší nebo roven řádu původního nediferencovaného procesu Y_t . Rovnost nastává pokud je původní proces stacionární, v opačném případě nastává ostrá nerovnost.

Výše uvedené vlastnosti lze využít při tvrzení o hodnosti matice Π , neboť v rovnosti [11] vystupují jak diferencované, tak původní řady. Matice proto Π může, ale nemusí mít plnou hodnost. První případ nastává pokud řada Y_t je stacionární¹⁴. V opačném případě matice Π plnou hodnost nemá a je možné dále rozlišit dva případy:

1. Matice má nulovou hodnost. V tom případě neexistují mezi jednotlivými časovými řadami dlouhodobé vztahy.
2. Matice má nenulovou (avšak ne plnou) hodnost. V tom případě jsou některé časové řady kointegrované. V tomto případě je možno matici Π lze rozložit jako $\Pi = \alpha\beta^T$, kde matice α vyjadřuje rychlost přizpůsobení při vychýlení systému z rovnovážné polohy a matice β^T je matice kointegračních koeficientů taková, aby $\beta^T Y$ vytvářelo dlouhodobé rovnovážné kointegrační vztahy. Toto tvrzení je obsahem tzv. Grangerovy věty¹⁵.

V analyzovaném případě ukazují testy na nestacionaritu modelu VAR, a lze tedy očekávat, že matice Π nebude mít plnou hodnost a nastane jedna ze dvou výše uvedených možností¹⁶. Vlastní čísla matice Π a také hodnoty a odpovídající Pvalues dvou kointegračních testů - Johansenova kointegračního testu (λ_{trace}) a také „maximum eigenvalue statistic“ testu (λ_{max}) - obsahuje tabulka 2. Oba testují nulovou hypotézu o řádu kointegrace r proti alternativní hypotéze o řádu kointegrace $r+1$. Testy byly provedeny za předpokladu existence konstanty jak v diferencovaném, tak v kointegrovaném vztahu.

Rank \leq	λ_i	λ_{trace}	Prob.**	λ_{max}	Prob.**
0	0.224	71.05	0.040	43.63	0.003
1	0.070	27.42	0.838	12.55	0.908
2	0.052	14.87	0.788	9.26	0.811
3	0.032	5.61	0.741	5.58	0.668
4	0.000	0.03	0.855	0.03	0.855

Tab. 2 Výsledky kointegračních testů upraveného VAR(2) modelu.

¹³ Vector Error Correction

¹⁴ Diference stacionárního procesu je stacionární, a proto lze v rovnosti [11] sčítat diferencované i původní řady. Pokud by řada Y_t stacionární nebyla, pak by řád levé straně rovnosti [11] byl menší než řáde její pravé strany.

¹⁵ Viz [Arlt], str. 238-241.

¹⁶ Jinak řečeno za předpokladu, že procesu Y_t je řádu I(1), platí pro jeho diference ΔY_{t-i} , že jsou řádu I(0), a stejného řádu tedy musí být v rovnici [11] i řada ΠY_{t-1} a matice Π nemůže mít plnou hodnost.

Díky tomu, že první vlastní číslo je větší než ostatní vlastní čísla matice Π , lze očekávat, že v systému bude existovat jen jeden kointegrační vektor. V prvním řádku tabulky Johansenův test prokazuje (na 5% hladině významnosti), že hodnota matice Π není nulová, tj. že systém obsahuje více než 0 kointegračních vektorů. Ve druhém řádku test naopak neprokazuje, že hodnota matice Π je větší než 1, systém tedy neobsahuje více než jeden kointegrační vektor. Ke stejnému závěru dochází i druhá uvažovaná statistika a matice β^1 je tedy vektor.

Případnou nulovost jednotlivých prvků matice β , lze testovat věrohodnostním poměrem. Výsledky poukazují na vazbu mezi elektřinou, uhlím, ropou a emisemi, neboť na 5% hladině významnosti zamítají hypotézy o nulovosti jejich koeficientů v kointegračním vztahu pro cenu plynu. Na stejné hladině významnosti však nezamítají hypotézu o nulovosti kointegračního koeficientu plynu, a proto byl tento koeficient nastaven na nulovou hodnotu a znovu byly provedeny testy významnosti jednotlivých veličin. Test nulovosti kointegračního koeficientu emisí nyní již na 5% hladině významnosti významný není (Pvalue 0.114), a proto ve výsledném kointegračním vztahu vystupují pouze ceny elektřiny, ropy a plynu. V tabulce 11 jsou uvedeny kointegrační vektory v případě zahrnutí všech veličin, nezahrnutí plynu a nezahrnutí plynu a emisí.

	Elektřina	Uhlí	Ropa	CO2	Plyn	Konstanta
Označení	LB1W(-1)	LC1W(-1)	LO0W(-1)	XE1W(-1)	LT1W(-1)	C
Všechny proměnné	1.000	-0.180	-0.264	-0.005	0.002	-2.176
bez plynu	1.000	-0.180	-0.263	-0.005	0.000	-2.174
bez plynu a emisí	1.000	-0.158	-0.359	0.000	0.000	-1.983

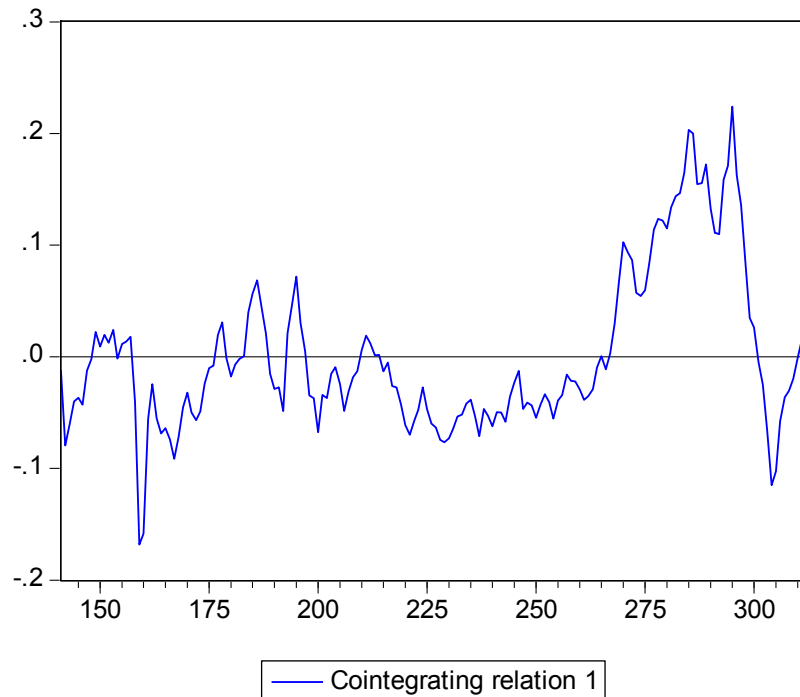
Tab. 11 Složky normovaného kointegračního vektoru β^1 v závislosti na zahrnutých proměnných.

Na obrázku 11 je zachycen graf průběhu odpovídajícího kointegračního vektoru. ADF testy nezamítají hypotézu o jeho stacionaritě, ale dle subjektivního ohodnocení zcela jednoznačně prokázána není. Výsledný kointegrační vztah mezi cenou elektřiny a cenou uhlí a ropy, který lze algebraickou transformací upravit do tvaru

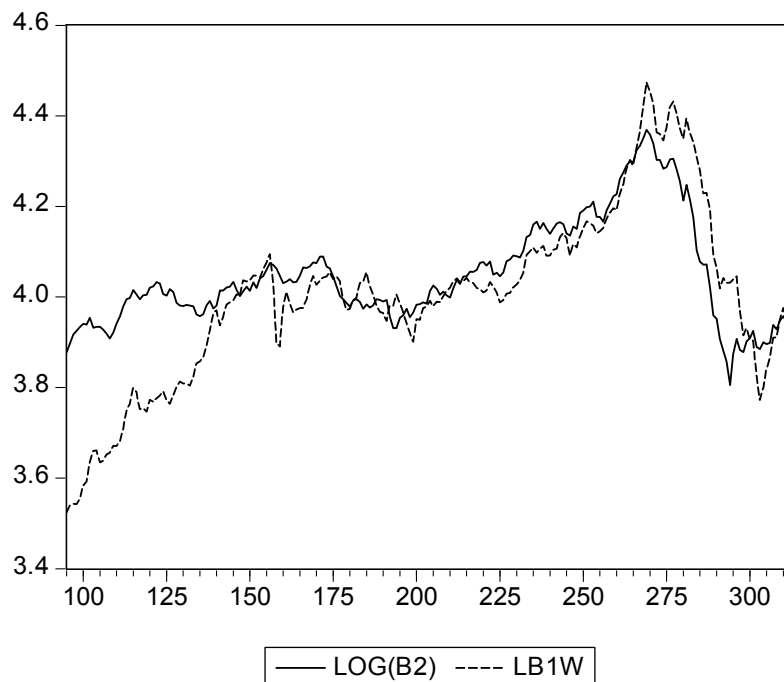
$$B = C^{0.158} O^{0.359} e^{1.983}, \quad [13]$$

lze použít jako vztah pro rovnovážnou cenu elektřiny jako funkci dvou základních paliv. Ze srovnání se skutečnou cenou elektřiny (LB1W) na obrázku obrázek 12 je zřejmé, že tento kointegrační vztah predikuje dobře cenu elektřiny pře celé modelované období (roky 2006-9: vzorky 140-300), ale selhává v předcházejícím, nemodelovaném období (rok 2005).

Následně byla testována nulovost jednotlivých prvků matice (vektoru) α , tj. byla testována hypotéza, že kointegrační vztah k predikci vývoje dané veličiny není potřebný, tzv. hypotéza slabé exogenity. Nulovost některého prvků vektoru α znamená, že model v diferencích je dostačující a nepotřebuje korekci od dlouhodobého vztahu. Testy věrohodnostním poměrem neprokázaly slabou exogenitu, kterékoliv veličiny, což je překvapivé především v případě veličin, které nejsou v kointegračním vztahu zahrnuty.



Obr. 4: Graf průběhu kointegračního vektoru



Obr. 5: Srovnání ceny elektřiny předpovězené kointegračním vztahem (LOG(B2)) a ceny skutečné (LB1W).

Kointegrační vztah je v souladu s očekávaným principem tvorby ceny: cena elektřiny vzniká jako variabilní náklad marginální elektrárny. Vzhledem k skladbě zdrojů na německém trhu (viz obrázek 11) není překvapivý výsledek dávající do vztahu průměrnou roční cenu elektřiny s cenami ropy a uhlí, tj. cenami vstupů pro uhelné a (některé) plynové elektrárny. Jeho

exponenciální forma je důsledek volby zahrnutí proměnných. Absence ceny plynu z TTF v kointegračním vztahu poukazuje na větší roli plynu navázaného dlouhodobými kontrakty než plynu oceněného burzou TTF. Překvapivá je ale absence členu pro emise CO₂, která jinými slovy říká, že cenu emisní povolenky ovlivňují jiné trendy než ty, které ovlivňují elektřinu, ropu a uhlí. Nevýznamnost emisí CO₂ lze vysvětlit odstraněním outlierů (největší šoky v ceně emisí, které se ale přenášejí i do ceny elektřiny, byly odstraněny volbou pomocných proměnných) či délkou horizontu (emisní povolenky jsou v rámci jednoho alokačního období zaměnitelné¹⁷, a proto vývoj jejich cen odráží vliv faktorů za celé alokační období a nikoliv pouze ve zvoleném roce).

5 ZÁVĚR

V této práci byly analyzovány vztahy týdenních časových řad pro forwardové ceny elektřiny, uhlí, ropy, emisních povolenek a plynu s datem dodávky na příští rok (Y+1) relevantní pro cenotvorby na německém trhu s elektřinou pro období 2005-2009. Z časových řad sestavený VAR model vykazoval značnou autokorelaci reziduí, nenormalitu a heteroskedasticitu. Specifikace modelu byla zlepšena přidáním pomocných proměnných a zkrácením horizontu na období 2006-2009. Protože u žádné z analyzovaných časových řad nebyla prokázána stacionarita, byly model VAR převeden do tvaru modelu korekce chyby (EC). Kointegrační analýza prokázala existenci jednoho kointegračního vektoru, který nezávisí na ceně emisní povolenky a ceně plynu. Testy slabé exogenity neprokázaly její existenci pro kteroukoliv cenu. Výsledný VEC model pomohl odstranit autokorelaci reziduí i jejich heteroskedasticitu (kromě ceny uhlí) a je tedy dobře specifikován.

Použitá literatura

1. ARLT, J. ARLTOVÁ, M. Ekonomické časové řady. Praha. Professional Publishing. ISBN: 978-80-86946-85-6. EAN: 978808694685.
<https://webhosting.vse.cz/arltova/ECR/>
2. BENCIVENGA, C. SARGENTI, G. A comparison between US and European energy markets. Università degli Studi di Roma "La Sapienza". Doctoral School of Economics. Alumni Workshop 2009. <http://phdschool-economics.dse.uniroma1.it/website/seminars.aspx>.
3. BOUTABA, M A. Dynamic linkages among European carbon markets. Economics Bulletin, Vol. 29 no.2 pp. 513-525. 2009.
<http://www.accessecon.com/Pubs/EB/2009/Volume29/EB-09-V29-I2-P1.pdf>
4. BOSCO, B. PARISIO, L. PELAGATTI, M. BALDI, F. A Robust Multivariate Long Run Analysis of European Electricity Prices. FEEM Working Paper No. 103.2007. 2007. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1035901
5. HUŠEK, R. Ekonometrická analýza. Praha, Oeconomica. 2007. ISBN: 978-80-245-1300-3
6. JOHANSEN, S. Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models. Oxford. Oxford University Press. 1995

¹⁷ Emisní povolenka pro rok 2008 je stejná jako emisní povolenka pro rok 2012: obě jsou emisními povolenkami pro druhou fázi EU ETS a rozdíl na ceně vzniká pouze v důsledku nákladů na skladování (cost-of-carry).

7. POVH, M. FLETEN, S E. Modeling long-term electricity forward prices. IEEE Transactions on Power Systems, 24(4), 1649-1656. 2009. <http://mpa.ub.uni-muenchen.de/13162/>
8. SIMS, C A. Macroeconomics and Reality. Econometrica. 1980. <http://links.jstor.org/sici?sici=0012-9682%28198001%2948%3A1%3C1%3AMAR%3E2.0.CO%3B2-A>

Kontaktné údaje

Ing. Jiří Šumbera

Doktorand na katedře ekonometrie,

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3 – Žižkov

email: sumbera@jikos.cz

PROBLÉM DÔVERYHODNOSTI MONETÁRNEJ POLITIKY

THE TIME CONSISTENCY PROBLEM OF THE MONETARY POLICY

Karol Szomolányi

Abstrakt

V príspevku ponúkame možné vysvetlenie inflácie teóriou problému dôveryhodnosti v monetárnej politike. Úradníci centrálnej banky čelia pohnutkam nadhodnotiť potenciál ekonomiky a nevhodnou expanzívnu politikou produkujú inflačný odklon.

Kľúčové slová: *problém dôveryhodnosti v monetárnej politike, záväzok, postupná racionálnosť, inflačný odklon*

Abstract

We offer an explanation of the inflation by the monetary policy time inconsistency. The Central bank has an incentive to raise the production above its potential level and systematically generates an inflation bias.

Keywords: *time consistency of the monetary policy problem, commitment, sequential rationality, inflation bias*

1 ÚVOD

Proces tvorby monetárnej politiky možno charakterizovať ako riešenie úlohy tvorcu politiky, ktorý maximalizuje blaho spoločnosti vzhľadom na štruktúru ekonomiky. Čo robí analýzy bohatšie, je ohraničenie uvedenej úlohy o ďalšie podmienky charakterizujúce *pohnutky* a *sklony* tvorcu politiky (*tendenčné ohraničenia*), ktoré odrážajú špecifickú povahu procesu tvorby politiky.

V analýzach problematiky dôveryhodnosti politiky, tendenčné podmienky vyplývajú z povahy prostredia tvorby politiky ako postupného procesu, v ktorom politik má možnosť zmeniť vlastné politické plány, alebo ohlásené pravidlá politiky. Ak raz účastníci súkromného sektora zistia, že vláda disponuje týmto „stupňom voľnosti“, môže sa zmeniť povaha ich správania spôsobom, že uvedený *sklon* tvorcu politiky k zmenám vlastnej politiky budú očakávať.

Uvažujme o tvorcovi politiky, ktorý má ambíciu skonštruovať pravidlo optimálnej politiky v období t . Maximalizuje funkciu užitočnosti vzhľadom na požiadavku rovnováhy v súkromnom sektore. Dôležitá úvaha pri voľbe takejto politiky pre nejaké budúce obdobie $t + s$ vyplýva z otázky: ako očakávaná politika v období $t + s$ vplýva na rozhodnutia súkromného sektora v časovom intervale $(t, t + s)$.

Teraz sa zamyslíme nad rozhodovaním tvorcu politiky v období $t + s$. Bude politika, ktorá v úlohe bez tendenčných podmienok bola v období t optimálna, optimálnou v rovnako formulovanej úlohe v období $t + s$? Odpoveď je nie. Je to preto, že rozhodnutia súkromného sektora v obdobiach medzi t a $t + s$ sú už minulosťou v období $t + s$, takže politika ich nemôže ovplyvniť. Inými slovami, tvorca politiky čelí iným ohraničeniam ex post, ako čelil ex ante

a to spôsobuje, že uprednostňuje inú politiku: pôvodný politický plán je časovo nekonzistentný.

Napriek tomu môže existovať prostredie, kde nie je prítomný *problém časovej konzistencie*, na ktorý sa Persson a Tabellini (1994) odvolávajú aj ako na problém dôveryhodnosti. Predpokladajme, že tvorca politiky má akýsi *záväzok* neodkloniť sa od pôvodnej politiky. Podľa uvedenej koncepcii dokáže ovplyvniť správanie tvorca politiky v období $t + s$ a problém časovej konzistencie je irelevantný. Rozlišujeme medzi prostredím, v ktorom tvorca politiky má takýto *záväzok*, *prostredie so záväzkom* a *prostredím bez záväzku*. Tvorcovia politiky majú zriedka podobný *záväzok*. V tomto rámci súkromný sektor očakáva budúce sklony tvorca politiky zmeniť politické rozhodnutia. Problém dôveryhodnosti demonštrujeme príkladom v druhej časti.

Najcitovanejšia a zároveň základná práca zaoberajúca sa problémom časovej konzistencie je od Kydlanda a Prescottta (1977), vďaka ktorej autori dostali v roku 2004 cenu Švédskej banky na pamiatku Alfréda Nobela za ekonómiu. Podstatu a povahu problému objasníme modifikovaným príkladom, ktorý je uvedený v publikácii Romera (2006). Na Slovensku sa vplyvom monetárnej politiky na infláciu zaoberali aj Husár a Lukáčik (2002)

2 PROBLÉM DÔVERYHODNOSTI MONETÁRNEJ POLITIKY

Nech vzťah medzi infláciou a produkciou je daný lineárnou Phillipsovou krivkou rozšírenou o očakávania:

$$Y_t = Y^P + a(\pi_t - \pi_t^e) \quad (1)$$

Vo Phillipsovej krivke (1) Y_t je reálna produkcia v ekonomike Y^P je reálny potenciálny produkt, π_t je miera inflácie a π_t^e je miera očakávanej inflácie. Predpokladáme, že v ekonomike je dokonalý prístup k informáciám a očakávania sú racionálne¹. Konkrétne dôsledky tohto predpokladu ukážeme nižšie. Koeficient $a > 0$ je parameter Phillipsovej krivky. Všetky ekonomické agregáty sú logaritmované.

Všetky ekonomické subjekty – ekonomická spoločnosť – si želajú vysokú produkciu – národný príjem – a nízku infláciu. Predpokladajme, že spoločnosťou želaná miera inflácie je nulová. Veľmi dôležitý predpoklad je, že rast peňazí významne ovplyvňuje infláciu (pozri napríklad Romer; 2006). Jednoduchý spôsob, ako možno vyjadriť uvedené predpoklady je formuláciou blaha spoločnosti funkciou národného príjmu a inflácie:

$$w_t = Y_t - Y^P - \frac{b}{2} \pi_t^2 \quad (2)$$

kde parameter b vyjadruje relatívnu spoločenskú váhu volatility národného príjmu a inflácie. Výber medzi úrovňou inflácie a úrovňou národného príjmu podľa preferencií účastníkov ekonomiky realizuje spoločnosťou delegovaná centrálna banka svojou monetárnou politikou.

2.1 Monetárna politika v prostredí so záväzkom

V prostredí so záväzkom predpokladáme, že centrálna banka má schopnosť zaviazať si svoju budúcu politiku monetárnou politikou, dokáže stanoviť infláciu pred tým, ako sa realizujú inflačné očakávania. Za predpokladu racionálneho správania, súkromné ekonomické subjekty

¹ Predpoklad racionálneho správania ekonomických subjektov je v súčasnej dobe finančnej krízy predmetom kritiky. Iste tento predpoklad nemusí byť vhodný v krátkodobých modeloch, ktoré majú ambíciu vysvetliť napríklad hospodárske cykly. Modely dôveryhodnosti ekonomickej politiky vysvetľujú ekonomické relácie z dlhodobého hľadiska, a teda uvedený predpoklad je podľa autorov náležitý.

v období t poznajú potenciál ekonomiky a dokážu dokonale predvídať vývoj cien, inflačné očakávania sa rovnajú skutočnej inflácii: $\pi = \pi^e$ a teda Phillipsovu krivku môžeme vyjadriť ako:

$$Y_t = Y^P \quad (3)$$

V prostredí so záväzkom centrálna banka v každom období rieši úlohu maximalizovať funkciu blaha (2) vzhľadom na Phillipsovu krivku (3). Uvedenú úlohu možno, dosadením (3) do (2), vyjadriť ako úlohu na voľný extrém:

$$\max_{\pi_t} \left(-\frac{b}{2} \pi_t^2 \right)$$

Jej riešením je: $\pi_t = 0$.

2.2 Monetárna politika v prostredí bez záväzku

Realite viac zodpovedá tvorba monetárnej politiky v prostredí bez záväzku. Pri výbere inflácie považuje centrálna banka inflačné očakávania za dané. Centrálna banka nemá schopnosť zaviazat' si svoju politiku, výber inflácie môže realizovať až potom, ako sa realizujú inflačné očakávania.

V prostredí bez záväzku centrálna banka rieši úlohu maximalizovať funkciu blaha (2) vzhľadom na Phillipsovu krivku (1). Funkciu blaha (2) možno dosadením (1) do (2) vyjadriť:

$$w_t = a(\pi_t - \pi_t^e) - \frac{b}{2} \pi_t^2 \quad (4)$$

V prostredí bez záväzku je tak úlohou centrálnej banky v každom období výberom miery inflácie π_t maximalizovať funkciu blaha (4). Riešenie úlohy je $\pi_t = a/b$.

Za predpokladu racionálneho správania súkromného sektora: $\pi_t^e = \pi_t = a/b$. Ak dosadíme túto podmienku racionálnych očakávaní do Phillipsovej krivky (1), dostaneme rovnovážnu úroveň produkcie na úrovni $Y_t = Y^P$.

3 ZÁVER

V prostredí bez záväzku je správanie ekonomických subjektov racionálne. Časová postupnosť rozhodnutí je nastavená tak, že subjekty nemajú možnosť neskôr zmeniť svoje rozhodnutia. Centrálna banka vykoná svoju politiku „raz a navždy“. V prostredí so záväzkom má centrálna banka *sklon* prekvapiť súkromný sektor neočakávanou infláciou (*inflačným odklonom*), za účelom vyššej produkcie, ako je potenciál ekonomiky. Ak porovnáme riešenia, ktoré generujú úlohy centrálnej banky v rôznych prostrediach, v oboch ekonomika produkuje rovnako, v prostredí bez záväzku však je vyššia inflácia ($a/b > 0$).

V prostredí bez záväzku sa politika môže dostať do vážnych problémov dôveryhodnosti, pretože súkromný sektor odhalí sklony tvorcov politiky odkloniť sa od pôvodnej politiky.

Podľa empirických zistení autora (Ivaničová a kol. 2009, časť 2.8, str. 76-93) Národná banka Slovenska v dobe svojej existencie nemala problém časovej konzistencie. Využili sme prístupy Irelanda (1999) a Surica (2007) a využili sme metódy VARMA a GMM (pozri Lukáčiková a Lukáčik, 2008)

Použitá literatúra

1. HUSÁR, J. a LUKÁČIK M. 2002 What is the impact of current and future money on the price level. In: *Strategijski menadžment: časopis za strategijski menadžment i sisteme podrške strategijskom menadžmentu* - Subotica: Ekonomski fakultet Subotica. ISSN 0354-8414, 2002, roč. 6, č. 2-3, s. 41-42
2. IRELAND, P. N. 1999 Does the Time-Consistency Problem Explain the Behavior of US Inflation? In: *Journal of Monetary Economics* 38, 1999a s. 215-220
3. IVANIČOVÁ, Z. a kolektív 2009 *Modelovania vybraných problémov slovenskej ekonomiky pred vstupom do Európskej menovej únie* EKONÓM 2009, Bratislava, ISBN 978-80-225-2828-3
4. KYDLAND, F. a PRESCOTT, E. 1977 Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans. In: *Journal of Political Economy*, roč. 85, 1977, s.473-491
5. LUKÁČIKOVÁ, A. a LUKÁČIK, M. 2008 *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*, EKONÓM, Bratislava, 2008. 343 s. ISBN 978-80-225-2614-2
6. PERSSON, T. a TABELLINI, G. 1994 *Monetary and Fiscal Policy*. The MIT Press, Cambridge, 1994, ISBN 0262660873
7. ROMER, D. 2006 *Advanced Macroeconomics*. McGraw-Hill Irwin, University of California, Berkeley, 2006
8. SURICO, P. 2007 The Fed's Monetary Policy Rule and US inflation: the Case of Asymmetric Preferences. In: *Journal of Economics Dynamics and Control* 31, 2007, s. 305-324

Kontaktné údaje

Ing. Karol Szomolányi, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 822

email: szomolan@euba.sk