

Katedra ekonometrie
Fakulty informatiky a statistiky VŠE v Praze



a

Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave



MEZINÁRODNÍ VĚDECKÝ SEMINÁŘ NOVÉ TRENDY V EKONOMETRII A OPERAČNÍM VÝZKUMU

Katedry ekonometrie FIS VŠE v Praze

a

Katedry operačného výskumu a ekonometrie FHI EU v Bratislave

ZBORNÍK

15. – 17. december 2010

15. – 17. prosinec 2010

Praha

Programový výbor – recenzenti:

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Michal Fendek, PhD., EU Bratislava
prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., EU Bratislava
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., VŠE Praha
doc. Ing. Ivan Brezina, CSc., EU Bratislava
prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc., VŠE Praha
Mgr. Juraj Pekár, PhD., EU Bratislava

Organizačný výbor:

Ing. Karol Szomolányi, PhD.
Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Ing. Jan Fábry, PhD.
doc. dr. Ing. Martin Dlouhý, PhD.

Kontakt:

reiff@euba.sk, jablon@vse.cz

Editor: Ing. Marian Reiff, PhD., prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Web editor: Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Prahe,
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
a Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Ekonomická univerzita v Bratislave,
Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2010

ISBN: 978-80-225-3126-9

Obsah

Adam Borovička:	<u>Analýza akciových titulů obchodovaných v systému spad na BCPP z hlediska vícekritériálního hodnocení</u>	5
Robert Bucki:	<u>Flexibilita řízení výrobního systému s mezisklady</u>	12
Michal Černý:	<u>A Method for Estimation of Contemporary Volatility from Historical Data</u>	21
Martin Dlouhý:	<u>Nové trendy v simulačním modelování</u>	30
Tomáš Domonkos, Nora Grisáková, Ivan Lichner:	<u>Vybrané přístupy k analýze ekonomických dopadů klimatických změn na národní hospodářstvo</u>	35
Tomáš Domonkos, Marek Oštrom, Jana Patakyová:	<u>Analýza pracovních síl a konečné spotřeby pomocí input-output modelování (případ Slovenska)</u>	43
Petr Fiala:	<u>Řešení problémů síťového revenue managementu</u>	53
Darina Frandferová, Marek Oštrom:	<u>Teoretické aspekty modelů VaR</u>	60
Andrea Furková:	<u>Vplyv exogénnych premenných na efektívnosť v modeloch SFA</u>	67
Anna Hollá, Jana Patakyová, Zuzana Škerlíková:	<u>Stochastické lokačné modely</u>	74
Karel Charvát:	<u>Simulační modelování v MS EXCEL – aplikace SIMULANT</u>	82
Michaela Chocholatá:	<u>Analýza dlhodobých a krátkodobých vztahů mezi dvojicami vybraných evropských burzových indexů</u>	90
Viktor Chrobok:	<u>Srovnání použití historické a implikované volatility při oceňování opcí</u>	97
Vladislav Chýna:	<u>O jedné chybě v sw Lingo 12</u>	104
Marika Křepelová:	<u>Vliv burzovních indexů</u>	110
Lenka Lízalová, Martina Kuncová, Jana Kalčevová:	<u>Srovnání nabídky cestovního pojištění metodami vícekritériálního hodnocení variant</u>	115
Karol Szomolányi, Martin Lukáčik:	<u>Model hospodárskych cyklov a reálne ekonomiky</u>	121

Adriana Lukáčiková:	Monetárna politika v krajinách V4	126
Veronika Miřková, Nora Grisáková:	Je dobrý výsledok maturity zárukou úspechu na vysokej škole?	131
Vladimír Mlynarovič:	Politika alokácie aktív a výkonnosť portfólia	135
Petr Mynařík:	Otvorené podílové fondy	140
Dalibor Nečas:	Za hranice operačného výzkumu a ekonometrie	147
Jana Patakyová, Zuzana Škerlíková, Anna Hollá:	Optimalizácia job shop problému rozvrhovania pomocou rojenia častíc (PSO)	153
Juraj Pekár, Ivan Brezina, Zuzana Čičková:	Rovnomernosť vyťaženia umiestnených obslužných centier	159
Peter Princ:	Simulačné metódy a ich využitie v podnikových procesoch	166
Zuzana Škerlíková, Jana Patakyová:	História úlohy obchodného cestujúceho	172
Václav Školuda:	Plynárenstvo na Slovensku: vstup novej spoločnosti na trh, prípadová štúdia	178
Tereza Suchánková:	Dynamická modifikovaná okružná úloha	186
Kvetoslava Surmanová, Andrea Furková:	Využitie dynamiky v ekonometrickom modelovaní spotrebnej funkcie	191
Martina Zouharová:	Praktické uplatnění systému NetLogo pro potřeby operačného výzkumu	198

ANALÝZA AKCIOVÝCH TITULŮ OBCHODOVANÝCH V SYSTÉMU SPAD NA BCPP Z HLEDISKA VÍCEKRITERIÁLNÍHO HODNOCENÍ

AN ANALYSIS OF STOCKS TRADED IN TERMS OF SPAD ON PSE IN LIGHT OF MULTIPLE CRITERIA DECISION MAKING

Adam Borovička

Abstrakt

Problematika hodnocení akciových titulů patří do kategorie reálných problémů, kde lze uplatnit matematické metody, konkrétně metody vícekritériálního hodnocení variant. Meritem příspěvku je reálná situace investičního rozhodování potenciálního investora, který se rozhodl vložit své volné finanční prostředky do některé z akcií na Burze cenných papírů Praha v prostředí nejlikvidnějšího tržního segmentu SPAD (Systém pro podporu trhu akcií a dluhopisů) v České republice. Aplikací vybraných hodnotících kritérií a metod lze získat doporučení pro chování daného investora. Článek tedy ve zkratce nastiňuje uvedený problém a jeho řešení.

***Klíčová slova:** akcie, kritérium, rozhodnutí*

Abstract

A questions of an evaluation of stocks belongs to category of real problems where use of mathematic methods is possible, concretely multiple criteria decision making methods. A base of an article is a decision making of potential investor who decided to insert his free financial means into some of stocks on Prague Stock Exchange in terms of the most liquid segment SPAD (System for Support of the Share and Bond Markets) in Czech Republic. An application of chosen evaluative criteria and methods enables to obtain a recommendation for investor's behaviour. So the paper outlines a mentioned proposition and its solution.

***Keywords:** stock, criterion, decision*

1 ÚVOD

Rozhodování, rozhodnutí, rozhodnout se – pojmy, které se objevují v životě snad každého z nás. Člověk bez rozdílu věku, pohlaví, národnosti, rasy či náboženského vyznání čelí řadě situací, kdy musí volit jednu z dostupných variant. Obecně jedinec vybírá takovou alternativu, která mu poskytuje největší užitek. V mnoha případech se jedná o velice složité a komplexní problémy, které jsou bez použití vhodných modelů jakožto prostředníků mezi teorií a realitou složitě řešitelné. V podobné situaci se nachází i investoři, kteří se rozhodují, do jakých akciových titulů na burzovním trhu investovat.

Pro bližší pochopení a identifikaci s problémem je žádoucí seznámení s českým burzovním prostorem, zejména pak se Systémem pro podporu trhu akcií a dluhopisů na Burze cenných papírů Praha. Další teoretická pasáž bude zahrnovat základní vymezení metodických přístupů teorie rozhodování či stanovení možností vyjádření preferencí rozhodovatele. V aplikačně zaměřené části definujeme typy investorů různého zaměření při investování, určíme tedy kritériální systémy, aplikujeme vybrané metody rozhodovacích procesů. Následná studie výsledků vyústí přijetím patřičných závěrů spojených s investičním doporučením.

2 BURZA CENNÝCH PAPÍRŮ PRAHA

Burzovní prostředí se na území českého státu plně začíná obnovovat a vlastně nově inovativně tvořit po dlouhém období komunistického režimu, pro nějž byl obchod s cennými papíry jedním z atributů „nenáviděného“ kapitalismu. Zahájení obchodování na parketu burzy se datuje k 6. dubnu 1993. BCPP je burzou elektronickou, kde funguje automatizovaný obchodní systém, který je založen na automatickém zpracování objednávek, kdy jednotliví členové burzy jsou on-line připojeni na centrální počítač a vydávají jednotlivé nákupní a prodejní příkazy. Burza v Praze je založena na členském principu. Můžeme rozlišit několik druhů obchodů, nás však budou zajímat hlavně obchody s účastí tvůrců trhu v **Systému pro podporu trhu akcií a dluhopisů** (více viz Veselá, 2005). V současnosti je v tomto systému obchodováno 15 akciových emisí – AAA AUTO, CETV, ČEZ, ECM, ERSTE GROUP BANK, FORTUNA, KITD, KOMERČNÍ BANKA, NWR, ORCO, PEGAS NONWOVENS, PHILIP MORRIS ČR, TELEFÓNICA O2 C.R., UNIPETROL a VIG. V době prováděné analýzy ještě nebyla na trhu emise společnosti KIT Digital, která byla upsána na konci ledna tohoto roku. V říjnu roku 2010 přibyl na burzu patnáctý akciový titul, zástupce zcela nového odvětví na pražské burze v podobě provozování kurzového sázení společností Fortuna. Tato emise taktéž nebyla zahrnuta do prováděné analýzy. Oficiálním indexem pražské burzy je akciový index PX.

3 TEORIE ROZHODOVÁNÍ

Rozhodování je proces výběru varianty z množiny variant podle určitého pravidla s ohledem na dosažení stanovených cílů. Subjekt, který provádí popsanou činnost, se nazývá **rozhodovatel**, zmíněné pravidlo pak **kritérium**, pomocí něhož uživatel dává najevo své preference na množině variant (Fiala, 2008). Množina variant má diskretní nebo spojitý charakter (více viz Fiala, 2008 nebo Fiala a kol., 1984). V případě investičního rozhodování má potenciální investor k dispozici množinu variant s konečným počtem prvků – akciových titulů. Jedná se o **vícekritériální hodnocení variant**. Jak předešlé vyjádření napovídá, praktické problémy většinou zahrnují nejedno kritérium různé povahy (více viz Brožová a kol., 2009). Náš sledovaný případ není výjimkou.

3.1 Vícekritériální hodnocení variant

Úloha vícekritériálního hodnocení variant je zadána explicitně množinou variant $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ a množinou kritérií $F = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}$. Hodnocení variant podle jednotlivých kritérií obvykle zobrazujeme ve formě tzv. kritériální matice

$$\begin{matrix} & f_1 & f_2 & \dots & f_k \\ a_1 & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1k} \\ a_2 & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_p & y_{p1} & y_{p2} & \dots & y_{pk} \end{matrix}$$

kde prvky y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, k$) představují informace o hodnocení alternativ podle jednotlivých kritérií (Fiala, 2008).

V úlohách vícekritériálního rozhodování charakterizujeme přístupy k vyjádření preferencí rozhodovatele, ať už mezi kritérii, tak mezi variantami podle jednotlivých kritérií (více viz Fiala; 2008 či Brožová a kol., 2009). Pro mou analýzu využívám k vyjádření

preferenci kardinální informace, formu vah. Pro bližší seznámení s metodami stanovení vah kritérií doporučuji literaturu (Fiala, 2008; Brožová a kol., 2009 či Hwang a kol., 1981).

3.2 Metody vícekritériálního hodnocení variant

Základní klasifikaci metod vícekritériálního rozhodování provádí (Fiala, 2008) z hlediska přítomnosti dodatečných informací o kritériích v rozhodovacím procesu. Rozlišujeme tedy metody bez informace, metody s aspiračními úrovněmi, metody s ordinální a kardinální informací. Mezi metody bez informace můžeme zařadit například metodu dominovanosti. Konjunktivní a disjunktivní metoda, či metoda PRIAM patří do skupiny metod s aspiračními úrovněmi. Zástupci metod s ordinální informací jsou permutační, lexikografická metoda nebo metoda ORESTE. Z hlediska prováděné analýzy nás bude nejvíce zajímat skupina metod s kardinální informací o kritériích. Metodické přístupy spadající do této skupiny se většinou klasifikují podle způsobu, který používají na vyhodnocování variant. Rozlišujeme tři přístupy – maximalizace užitku, minimalizace vzdálenosti od ideální varianty a preferenční relace. Metody založené na výpočetním principu maximalizace užitku jsou například metoda váženého součtu (WSA) nebo metoda AHP. Princip minimalizace vzdálenosti od ideální varianty zastupuje metoda TOPSIS. Mezi nejznámější metody využívající vyhodnocování variant podle preferenční relace patří AGREPREF, MAPPAC a skupiny metod ELECTRE či PROMETHEE. Více informací o výše zmíněných metodách poskytují odborné publikace (Fiala, 2008) nebo (Brožová a kol., 2009). Při investičním rozhodování jsme použili ještě jeden přístup, a to metodu přiřazovací, která vychází jak z ordinální informace v podobě uspořádání variant podle jednotlivých kritérií, tak je možné využít i kardinální informaci v podobě vah použitých charakteristik (více viz Hwang a kol., 1981, popř. Bouška a kol., 1984).

4 INVESTIČNÍ ROZHODOVÁNÍ

Před samotným investičním rozhodnutím či doporučením, totiž aplikací vybraných metodických přístupů, musí investor stanovit vhodná kritéria, podle kterých jednotlivé investiční varianty bude hodnotit. Posléze přiděluje jednotlivým charakteristikám patřičné váhy.

4.1 Kritéria

Potenciální investor volí následující kritéria:

- **výkonnost** akciového titulu - výnos vyjádřený v procentech z investované částky
 - *krátkodobější (roční)* - sleduje období roku 2008
 - *dlouhodobější (čtyřletá)* - zahrnuje vrcholnou fázi konjunktury, následnou krizi a začínající mírný vzestup
- **dividenda** - nominální hodnota dividendy pro rok 2008
- **dividendový výnos** - poměr dividendy a tržní ceny akcie
- **průměrný růst dividend** - pro období 2006 až 2008
- **volatilita cen** - měřena na základě měsíční směrodatné odchylky za období posledních tří let
- **průměrný objem obchodů** - hodnota je stanovena na základě pozorování denních objemů obchodů za období posledních tří let
- **tržní kapitalizace** - součin tržní ceny a počtu emitovaných akcií
- **zisk** (na akcii) - za první tři čtvrtletí krizového roku 2009
- **průměrná změna zisku** (na akcii) - za období 2007 až 2009 (říjen)

- **minimální investovaná částka** - cena standardizované obchodní jednotky obsahující určitý počet akcií konkrétního emitenta

Kromě charakteristiky *minimální investovaná částka a volatilita tržních cen akcií*, které mají minimalizační charakter, jsou všechna kritéria maximalizační. V mnohých případech nebylo zcela jednoduché nalézt historická data o inkriminovaných společnostech. Tento fakt se nejvíce podepsal na *průměrných hodnotách změn zisku a dividend*, které by si zcela jistě zasloužily delší časovou řadu k výpočtu. U některých titulů pro kratší pobyt na pražské burze *čtyřletá výkonnost* fakticky neodpovídá celé délce sledovaného období. Stejná situace nastává u některých akcií v položce *volatility cen a průměrného objemu obchodů*, které jsou založeny na tříletém období. Charakteristiky *výkonnosti, průměrného objemu obchodů, volatility cen a tržní kapitalizace* se opírají o údaje z pražské burzy k 8. 1. 2010.

Zvolená kritéria nemusí být jedinými použitelnými k vícekritériální analýze. Nabízí se například různé finanční poměrové ukazatele a další. Každopádně vybrané charakteristiky považují z hlediska multikritériálního investičního rozhodování za velice důležité a rozhodující k dosažení kýženého výsledku.

4.2 Kritériální matice

Jak již bylo zmíněno, hodnocení investičních variant podle zvolených kritérií zobrazíme tradičně v tzv. kritériální matici, která představuje pro uživatele velice přehledné zobrazení všech investičních možností, zvolených kritérií a charakteristických hodnot.

Tab. 1: Kritériální matice (1. část)

	Výkonnost (1R)	Výkonnost (4R)	Dividenda	Pr. růst dividendy	D/P	Volatilita
Jednotka	%	%	Kč	%	-	%
AAA AUTO	57,03	-74,84	0	0	0	23,64
CETV	19,82	-67,36	0	0	0	32,91
ČEZ	9,36	18,27	50	62,5	5,45	8,97
ECM	23,46	-78,64	0	0	0	19,71
ERSTE	84,53	-46,3	17,10	1,22	2,32	22,25
KB	28,77	2,65	180	10	4,78	12,48
NWR	130,61	-58,52	12,11	0	6,57	30,23
ORCO	-14,87	-91,14	36,84	19,98	20,58	22,34
PEGAS	75,25	-44,01	23,68	8,85	5,39	11,05
PM	48,16	-51,84	560	5,29	6,21	12,02
TELEFÓNICA	-3,31	-20,93	50	0	11,57	6,34
UNIPETROL	-4,88	-41,11	17,65	0	12,19	11,47
VIG	51,03	-31,29	52,63	57,97	5,44	15,45
<i>Povaha kritéria</i>	MAX	MAX	MAX	MAX	MAX	MIN

Tab. 2: Kriteriaální matice (2. část)¹

Jednotka	Pr. objem obchodů Kč	Tržní kapitalizace Kč	Zisk na akcii Kč	Pr. změna zisku na akcii %	Min. in. částka Kč
AAA AUTO	1 752 194	938 446 569	0,62	-5	41 550
CETV	81 455 406	26 151 145 722	-14,93	-270,5	466 600
ČEZ	1 230 244 744	493 605 603 883	82	13	4 587 500
ECM	27 956 211	2 157 954 506	-107,59	-243,5	157 100
ERSTE	305 035 854	278 001 693 262	51,58	-47	1 471 200
KB	394 484 053	143 069 082 928	296	0,5	1 882 000
NWR	150 882 010	48 734 540 537	-6,84	-27	921 850
ORCO	60 613 199	1 958 952 014	-623,71	-750,5	89 500
PEGAS	27 804 950	4 054 475 420	60,49	-21,5	439 300
PM	22 728 947	17 244 332 678	413	33,5	901 100
TELEFÓNICA	315 777 581	139 175 041 469	18	6,5	2 160 500
UNIPETROL	99 378 939	26 264 527 218	-3,22	-120,5	1 448 400
VIG	5 442 178	123 840 000 000	72,10	-3	483 750
Povaha kritéria	MAX	MAX	MAX	MAX	MIN

4.3 Váhy kritérií

Investor podává informaci o kritériích kardinálního charakteru v podobě váhového vektoru. Stanovuje váhy kritérií na základě bodovací metody (více viz Fiala, 2008). Uživatel má k dispozici škálu od nuly do desítky, z které přiřazuje body podle subjektivní důležitosti jednotlivým charakteristikám.

Pro větší atraktivitu zvolíme dva typy investorů, kteří vyznávají typické investiční strategie. První typ investujícího subjektu popíšeme jako investora, kterému tolik nezáleží na kapitálovém výnosu, jednoznačně se zaměřuje na **dividendový výnos**. Samozřejmě též sleduje výkonnost akcie za uplynulá léta, či jak si stojí firma ve výsledku hospodaření, ale jsou to čistě doprovodné a spíše okrajové ukazatele. Na druhém břehu řeky stojí investující osoba, která bedlivě sleduje **kapitálový výnos** z akcie, volatilitu cen (kapitálové riziko), také se zajímá o prosperitu firmy, naopak přítomnost dividendy prakticky nevnímá. Tento investor velice silně vnímá kapitálový výnos, na druhé straně krotí své výnosové ambice uvědomělých přístupem k riziku, investice volí spíše stabilnějšího charakteru na delší časový horizont.

Výslednou podobu kvantitativně vyjádřených vah kritérií pomocí bodovací metody zobrazuje na druhé straně tabulkové schéma.

¹ Veškeré údaje v obou příložených tabulkách byly získány z mnoha zdrojů, především pak procházením internetových stránek zmíněných společností. Hlavním zdrojem se staly výroční zprávy firem. Položky typu *tržní kapitalizace* či *minimální investovaná částka* byly stanoveny prostřednictvím návštěvy webových stránek pražské burzy a finanční společnosti Patria. Většina hodnot musela být na základě získaných dat dopočítána.

Tab. 3: Přiřazené váhy kritériím u obou investorů

<i>Investor orientovaný na dividendový výnos</i>			<i>Investor orientovaný na kapitálový výnos</i>		
Kritérium	Body	Váhy	Kritérium	Body	Váhy
Výkonnost akcie (1R)	3	0,068182	Výkonnost akcie (1R)	10	0,166667
Výkonnost akcie (4R)	2	0,045455	Výkonnost akcie (4R)	10	0,166667
Dividenda	10	0,227273	Dividenda	2	0,033333
Průměrná míra růstu dividendy	9	0,204545	Průměrná míra růstu dividendy	1	0,016667
Dividenda/Tržní cena	8	0,181818	Dividenda/Tržní cena	2	0,033333
Volatilita cen	3	0,068182	Volatilita cen	7	0,116667
Průměrný objem obchodů	2	0,045455	Průměrný objem obchodů	7	0,116667
Tržní kapitalizace	1	0,022727	Tržní kapitalizace	8	0,133333
Zisk na akcii	3	0,068182	Zisk na akcii	6	0,1
Průměrná změna zisku na akcii	2	0,045455	Průměrná změna zisku na akcii	6	0,1
Minimální investovaná částka	1	0,022727	Minimální investovaná částka	1	0,016667

Zdroj: diplomová práce (Borovička, 2010)

4.4 Investiční rozhodnutí

K praktické aplikaci jsme postupně využili přiřazovací metodu, metodu WSA, TOPSIS, ELECTRE I, ELECTRE III, PROMETHEE II a MAPPAC (detailní informace o výsledcích výpočtů – viz Borovička, 2010). Nastíníme si tedy jen stručně výsledné pořadí. Otázkou zůstává, jak z provedených výpočtů dostat jednoznačné celkové uspořádání investičních variant, protože každá z metod poskytuje více či méně odlišné výsledky. Asi nejjednodušší mechanismus výpočtu finálního uspořádání investičních variant spočívá ve zprůměrování všech nabytých pořadí u každé varianty za předpokladu, že výsledky použitých metod budou mít stejnou váhu.

Tab. 4: Výsledné uspořádání investičních alternativ pro oba investory

Výs. pořadí	<i>Investor orientující se na dividendový výnos</i>		<i>Investor orientující se na kapitálový výnos</i>	
	Společnost	Průměrné pořadí	Společnost	Průměrné pořadí
1.	ČEZ	2,08	ČEZ	1,50
2.	PM	2,25	KB	2
3.	KB	2,83	ERSTE	4,25
4.	VIG	4,17	TELEFÓNICA	4,33
5.	TELEFÓNICA	5,5	VIG	5,67
6.	PEGAS	5,83	PM	6,08
7.	ORCO	6,50	NWR	6,67
8.	UNIPETROL	8,17	PEGAS	7,17
9.	ERSTE	8,67	UNIPETROL	7,67
10.	NWR	9	AAA AUTO	10,5
11.	AAA AUTO	11	CETV	10,67
12.	ECM	12	ECM	11,5
13.	CETV	13	ORCO	13

Zdroj: diplomová práce (Borovička, 2010)

Pro investora zaměřeného na dividendový výnos se na prvním místě s mírným náskokem před tabákovou firmou Philip Morris umístila **akcie společnosti ČEZ**. Investor by tudíž na základě vícekritériálního rozhodování investoval své peněžní prostředky právě do akcie této energetické společnosti. I díky velice malému rozdílu mezi prvními dvěma společnostmi by nebylo od věci využít základní nástroje fundamentální či technické analýzy, které by dále prověřily výhodnost investice do daného investičního instrumentu. Například stanovením vnitřní hodnoty akcie by se ukázala nadhodnocenost či podhodnocenost daného titulu na burze cenných papírů, což by bylo dalším příhodným vodítkem k uvažované investici. Na druhé straně bychom mohli sáhnout po dalších metodách vícekritériálního hodnocení variant, které by nám taktéž mohly jasněji prokázat či vyvrátit první místo energetické společnosti.

Podle vícekritériální rozhodovací úlohy investor orientující se na kapitálový výnos vkládá své finanční prostředky do **akcie společnosti ČEZ**, která vyhrála zcela drtivě. Ač jsou výsledky naprosto jednoznačné, další pohled na investiční rozhodnutí by také vnesla aplikace analytických nástrojů kapitálového trhu - fundamentální či technická analýza, které jsou hojně používaným konceptem po celém světě. Nakonec zapojení spíše přehlížené psychologické analýzy by bylo zvláště v dnešní pohnuté době inspirujícím faktorem.

5 ZÁVĚR

Metody vícekritériálního hodnocení variant patří mezi metody matematického modelování. V článku bylo nastíněno, jak lze některé z metod využít v praktické aplikaci, zde konkrétně při rozhodování investora.

Použitá literatura

- [1] Borovička, A.: Vícekritériální hodnocení akciových titulů obchodovaných v systému SPAD na BCPP, diplomová práce, 2010
- [2] Bouška, J., Černý, M., Glückaufová, D.: Interaktivní postupy rozhodování, Academica, 1984, ISBN (Brož.)
- [3] Brožová, H., Houška, M., Šubrt, T.: Modely pro vícekritériální rozhodování, ČZU, Praha, 2009, ISBN 978-80-213-1019-3
- [4] Fiala, P.: Modely a metody rozhodování, Oeconomica, Praha, 2008, ISBN 978-80-245-1345-4
- [5] Fiala, P., Jablonský, J., Maňas, M.: Vícekritériální rozhodování, VŠE, Praha, 1994, ISBN 80-7079-748-7
- [6] Hwang, C. L., Yoon, K.: Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications, Springer-Verlag, Berlin, 1981, ISBN 3-540-10558-1
- [7] Veselá, J.: Burzy a burzovní obchody – výchozí texty ke studiu, Oeconomica, Praha, 2005, ISBN 80-245-0939-3

Kontaktné údaje

Ing. Adam Borovička

Vysoká škola ekonomická v Praze, Katedra ekonometrie, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel: +420 605 710 878

E-mail: adam.borovicka@vse.cz

FLEXIBILITA ŘÍZENÍ VÝROBNÍHO SYSTÉMU S MEZISKLADY

MANAGING FLEXIBILITY OF THE PRODUCTION SYSTEM WITH INTEROPERATION STORES

Robert Bucki

Abstrakt

Článek se zabývá problémem matematického modelování logistického produkčního systému s mezisklady. Velmi složitá ekonomická struktura je řízena pomocí heuristických algoritmů. Všechna výrobní pracoviště mají vzájemné vztahy. Optimální trajektorie výroby je určena minimalizací celkového času nutného k realizaci objednávky. Cílem je určení sekvence výroby produktů, která umožní minimalizaci celkového času produkce.

Klíčová slova: produkční proces, heuristický algoritmus, rovnice stavu

Abstract

The paper highlights the problem of mathematical modelling of the logistic production system with interoperation stores. The highly complex economic structure is controlled by means of heuristic algorithms. There are mutual relations between production stands. Production routes are chosen in the way which lets us minimize the total time of order realization. The main goal remains to determine the sequence of product realization in order to minimize the total production time.

Keywords: production process, heuristic algorithm, equations of state

1. INTRODUCTION

Methodology of modeling of complexes of operations consists in defining the state of the system as well as the procedures of generating the subsequent states which form the required trajectory. The definition of the state depends on the logistic system structure. A state is a matrix in a general case. Elements of this matrix are defined so that the acceptable (optimal) schedule of servicing the order could be read off from the state. The sequence of states forms a trajectory. The initial state of each trajectory is given. The final states represent acceptable time schedules. To evaluate the time schedule which represents the state, definitions of the state value are introduced. The procedures of generating the subsequent states have the basic meaning in the methodology of modeling complexes of operations. The procedures consist of logical conditions and functions of transformation of states - they are used in case of meeting logical conditions. The chronological order is used in the procedures of generating states. In this way chronological time scales are generated which is the simulation realization of complexes of operations. During generating states the values of these states are calculated. It can be estimated on the basis of the generated state value whether further trajectory generation can lead to the optimal state. If the evaluation is negative, the state is eliminated as non-perspective. Heuristic rules can be introduced in the procedures of generating states - as elements of artificial intelligence. The results of modeling of complexes of operations can be practically implemented in the logistic production systems. Each logistic system must be described in detail [8].

The problem of mathematical modelling is often represented by economic system modelling [2]. Mathematical modelling is the foundation of every logistic production system, e.g. rolling processes [6]. Heuristic algorithms are implemented to control production and tool regeneration processes. On the basis of specific assumptions of the production system simulators are built in order to imitate a real environment adequate to the one of the existing system. The main aim of the simulator is to prove that certain approaches minimize the production process realization time [3]. Production systems are indispensably interconnected with distribution systems as well as with supply systems [4]. The increasing complexity in order processing of today's logistics systems requires a reorganization of existing planning and control systems which do not allow a fast and flexible adaptation to changing environmental influences. Autonomously controlled logistics processes seem to be an appropriate approach to meet these new demands. There is a need to meet main criteria of the system. Changes in order processing by establishing autonomous control becomes a must in the contemporary production systems [1]. For building up the model of production systems and subsequent implementation of the proposed experiments, it is possible to use a wide range of simulation programs and systems. The Witness system environment is one of those. This system was used to simulation study of many production systems. In the work [5] it is used for building up a model of the existing short barrel of the gun manufacturing line, and, especially, proposing a solution for increase of productivity, and finding bottlenecks of the system. Moreover, order processing of business cases can be effectively performed using business intelligence tools. These tools enable effective interconnection of business and production processes [7].

2. GENERAL ASSUMPTIONS

Let us assume there is a production system consisting of production stands between which there are interoperation buffer stores. Each production stand performs a different task. Each task is carried out throughout a certain time unit. There are defined production trajectories in the economic system. Only one trajectory is used at one time. It is assumed that there are different groups of machines. It is further assumed that no machine can perform the same operation as another machine in the system. There is the input buffer store for charge material and the output store for the fully realized order. Moreover, there are interoperation buffer stores between production stands. We assume that the capacity of the stores remains unlimited throughout the whole production process (Fig. 1). If an operation on a product in the given stand is completed, the product can be moved directly to the next stand through the interoperation store between the stands. It means that the production process is fully continuous and operations do not block the flow of material.

Final products are counted in number of units specified in the order vector. It is assumed that products have different shapes which leads to the conclusion that different operations must be carried on them. However, some operations are the same for different products. It means that a certain production stand performs the same operation on different elements of the order vector.

Let us assume the order vector takes the following form:

$$Z = [z_n], \quad n = 1, \dots, N$$

where: z_n - the n th product order (in units).

Let us introduce the structure matrix E :

$$E = \begin{cases} [e_{i,j}] & \text{for production stands,} \\ \square & \\ [b_{i,j}] & \text{for interoperation stands.} \end{cases}$$

where: $e_{i,j}$ - the production stand in the i th row and j th column of the production system,
 $b_{i,j}$ - the interoperation store before the production stand in the i th row and the j th column of the production system.

We assume that each production stand has its own interoperation store placed before it. Each trajectory passes through this store before entering the stand itself (Fig. 2).

The elements $e_{i,j}$ take the following values:

$$e_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{for active production stands,} \\ \square & \\ 0 & \text{for inactive or nonexistent production stands.} \end{cases}$$

The elements $b_{i,j}$ take the following values:

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{for used interoperation stores,} \\ \square & \\ 0 & \text{for unused or nonexistent interoperation stores.} \end{cases}$$

It is assumed that $\bigvee_{j=1} b_{i,j} = 0$ which means that there is no store before any of the production stand in the column $j=1$. The input buffer store is meant to be its replacement.

The system structure is modelled in the way shown below:

$$B_{input} \Rightarrow \begin{bmatrix} e_{1,1} & \dots & b_{1,j} & e_{1,j} & \dots & b_{1,J} & e_{1,J} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots & \\ e_{i,1} & \dots & b_{i,j} & e_{i,j} & \dots & b_{i,J} & e_{i,J} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots & \\ e_{I,1} & \dots & b_{I,j} & e_{I,j} & \dots & b_{I,J} & e_{I,J} \end{bmatrix} \Rightarrow B_{output}$$

Fig. 1: The flow diagram of the production system
where: B_{input} - the input buffer store,
 B_{output} - the output store.

A production route begins after the charge material enters the production structure through the input buffer store. It leads the material through each stand and interoperation buffer stores between stands and finishes after completing the production operation in the last stand in the production structure before entering the output store. On the basis of this description we can create the route matrix:

$$D = [d_{n,j}], \quad n = 1, \dots, N, \\ i = 1, \dots, I$$

where: $d_{n,j} = \begin{cases} e_{n,j} & \text{in case of production stands,} \\ \square & \\ b_{n,j} & \text{in case of interoperation stores.} \end{cases}$

at the same time : $e_{n,j}$ - the number of the row in which the production stand used for manufacturing the n th product is located,

$b_{r,n,j}$ - the number of the row in which the interoperation store placed before the production stand used for manufacturing the n th product is located,

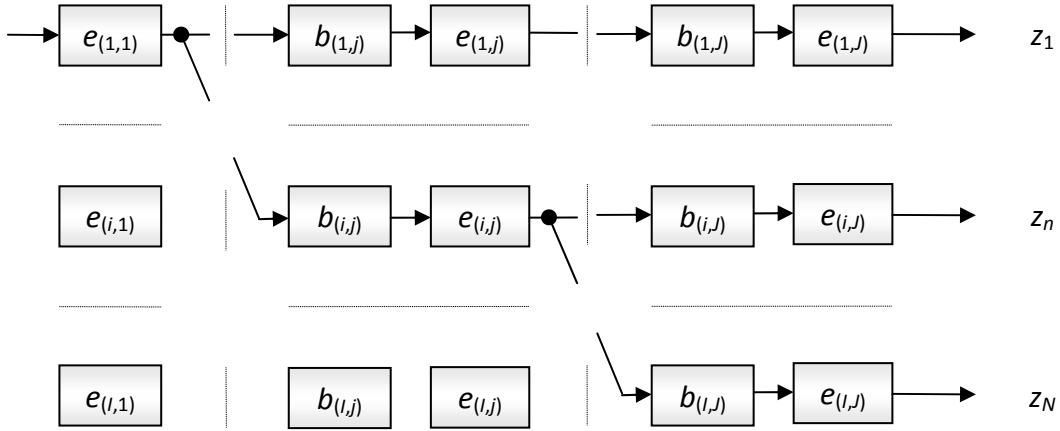


Fig. 2: Possible run of production routes used to manufacture the vector Z

Let us introduce the life matrix of stands:

$$G = [g_{i,j}], \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J,$$

where: $g_{i,j}$ - the life of the stand with coordinates i, j (in units).

The structure of the system is changeable. If the stand $e_{i,j}$ is either not necessary or used up or does not exist, we treat this stand as non-existent $e_{i,j} = 0$.

Let us assume that the system state and the flow capacity of the system can be defined at the k th stage, $k = 1, \dots, K$

The production line state can be defined in the matrix of state at the k th stage:

$$S^k = [s_{i,j}^k], \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K,$$

where: $s_{i,j}^k$ - the state of the production stand with coordinates i, j at the k th stage (in units).

The state must fulfill the condition: $s_{i,j}^{k-1} \leq g_{i,j}$

Each production decision changes the state of the system as follows:

$$S^0 \rightarrow S^1 \rightarrow \dots \rightarrow S^{k-1} \rightarrow S^k \rightarrow S^{k+1} \rightarrow \dots \rightarrow S^{K-1} \rightarrow S^K$$

Consequently: $s_{i,j}^0 \rightarrow s_{i,j}^1 \rightarrow \dots \rightarrow s_{i,j}^{k-1} \rightarrow s_{i,j}^k \rightarrow s_{i,j}^{k+1} \rightarrow \dots \rightarrow s_{i,j}^{K-1} \rightarrow s_{i,j}^K$

The flow capacity matrix of stands in the k th state is defined as follows:

$$P^k = [p_{i,j}^k], \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K,$$

where: $p_{i,j}^k$ - the flow capacity of the production stand with coordinates i, j at the k th stage.

The flow capacity of the stand is calculated on the basis of the equation below:

$$p_{i,j}^k = g_{i,j} - s_{i,j}^k$$

Let p_n^k be the flow capacity of the n th route at the k th stage.

To allow the production process through the n th production route the condition $p_n^k > 0$ must be fulfilled.

Let us introduce the flow capacity matrix of routes:

$$P_n^k = [p_{n,j}^k], \quad n = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, J,$$

where: $p_{n,j}^k$ - the flow capacity of the stand in the j th column for manufacturing the n th product at the k th stage.

A tool in the stand $e_{i,j}$ is replaced with a new one or regenerated on the following condition:

$$\forall_{1 \leq n \leq N} p_n^k = 0$$

The order vector at the stage $k = 0$ takes the form: $Z^0 = [z_n^0]$, $n = 1, \dots, N$

where: z_n^0 - the number of units of the n th product at the moment of ordering.

In the course of production orders decrease: $Z^0, Z^1, \dots, Z^k, \dots, Z^K$ which means that after each decision k vectors must be modified. Simultaneously, we assume that $Z^0 = [z_n^0]$ is bigger than the flow capacity of the n th route, so the orders are realized partially. Orders are realized till the moment when all elements of the vector Z^k equal 0.

If an order z_n^0 , where $n = 1, \dots, N$, is completely realized and at the same time no other route passes through the given stand, then we assume that: $g_{i,j} = -i$. In such a case, after the given order realization, the number of products left to be manufactured decreases by one.

Let us introduce the matrix of production operation times in stands: $T^{pr} = [t_{i,j}^{pr}]$

where: $t_{i,j}^{pr}$ - the operation time in the stand $e_{i,j}$.

Let us introduce the matrix of tool replacement times for tools in stands: $T^{repl} = [t_{i,j}^{repl}]$

where: $t_{i,j}^{repl}$ - the tool replacement time for the tool in the stand $e_{i,j}$.

If the tool does not have its replacing tool, it must be regenerated. So, the matrix of regeneration times of tools is introduced: $T^{reg} = [t_{i,j}^{reg}]$

where: $t_{i,j}^{reg}$ - the regeneration time of the tool for the stand $e_{i,j}$.

The total realization time of the order z_n is calculated below:

$$T_N = \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{pr} + \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{repl} + \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{reg}$$

where: $\tau_{n,j}^{pr}$ - the total manufacturing time of the n th product at the stand in the j th column,

$\tau_{n,j}^{repl}$ - the total replacement time of the tool at the stand in the j th column used for manufacturing the n th product,

$\tau_{n,j}^{reg}$ - the total regeneration time for the tool at the stand in the j th column used for manufacturing the n th product.

The regeneration time $\tau_{n,j}^{reg}$ is added only when there is no new tool to replace the one which still can be regenerated and the whole production system has been brought to a standstill.

The replacement time $\tau_{n,j}^{repl}$ is added only when the whole production system has been brought to a standstill to replace a certain tool.

Let us introduce the matrix of replacement decisions:

$$H = [h_{i,j}]$$

where: $h_{i,j}$ - the decision about the tool destiny.

The elements of the vector H take the following values:

$$h_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if the tool can be regenerated,} \\ 0 & \text{if a new tool of the same type will replace the once used tool.} \end{cases}$$

Even if the realization of the product z_n has not been fully completed, it is possible to use another route for producing another product from the order vector Z .

If $\forall_{1 \leq n \leq N} t_{n,j}^{pr} \geq t_{n,j+1}^{pr}$, then all interoperation buffer stores will remain not filled.

If $\exists_{1 \leq n \leq N} t_{n,j}^{pr} < t_{n,j+1}^{pr}$, then at least one interoperation buffer store will be filled.

The production rate for all routes is given in the vector of rates:

$$V = [v_n], n = 1, \dots, N$$

where: v_n - the number of units of the n th product manufactured in a time unit.

If the condition $p_{i,j}^{k-1} = 0$ is fulfilled, the worn out tool in the adequate stand $e_{i,j}$ has to be replaced. From the point of view of continuous production, it seems necessary to minimize the replacement and regeneration times in stands. The production process should be controlled in order to eliminate replacement of tools which are not completely worn out.

3. EQUATIONS OF STATE

Let b be the number of the row and c the number of the column in which the stand with the tool to be replaced is. Then the state of the production system takes the form:

$$S^k = f(S^{k-1}, b, c)$$

In case of a tool replacement the equation of the stand state takes the form:

$$s_{i,j}^k = \begin{cases} s_{i,j}^{k-1} & \text{if } i \neq b \wedge j \neq c \\ g_{i,j} & \text{if } i = b \wedge j = c \end{cases}$$

We assume that in the described economic system different products are manufactured from the same charge material. Each charge unit has the same form but different operations are performed on it in subsequent production stands.

The equation of state of the production system takes the general form:

$$S^k = f(S^{k-1}, x_n^k, b, c)$$

where: x_n^k - the production decision made on the basis of the heuristic algorithm,
 b, c - the coordinates of the stand in which the tool is assigned to replacement.

The equation of state in case of production can be presented as follows:

$$s_{i,j}^k = \begin{cases} s_{i,j}^{k-1} & \text{if material is not passed through the stand } e_{i,j}, \\ s_{i,j}^{k-1} + \min(p_a^{k-1}, z_a^{k-1}) & \text{otherwise.} \end{cases}$$

In case of the replacement of the tools in the stand $e_{b,c}$ the equation of state takes the form:

$$s_{i,j}^k = \begin{cases} s_{i,j}^{k-1} & \text{if } i \neq b \wedge i \neq c \\ 0 & \text{if } i = b \wedge i = c \end{cases}$$

As it can be seen, the tool replacement in the stand $e_{i,j}$ brings about the opportunity for starting further production.

Let us determine the following:

$$Z = [z_n^{k-1}], \quad k = 1, \dots, K,$$

where: z_n^{k-1} - the order n number of units in state $k-1$.

The order vector changes after each decision about production (x_n^k):

$$z_n^k = \begin{cases} z_n^{k-1} - x_n^k & \text{if } n = a, \\ z_n^{k-1} & \text{if } n \neq a. \end{cases}$$

where: x_n^k - the number of units of product a .

4. HEURISTIC MANAGEMENT OF THE PRODUCTION PROCESS

There are heuristic algorithms which can be used to control the production process of this kind. The goal set for the production management process is to minimize the total production time.

Let us assume there is a vector of production heuristics:

$$A = [a_h], \quad h = 1, \dots, H$$

Each heuristic a_h may generate losses in the form of residual capacity of the tools - the capacity which could be used up if the tools in the given routes enabled continuing production till the whole order is manufactured. However, the production process cannot be resumed without replacing the tool with a new one. From the economical point of view the problem consists in implementing such a heuristic a_h which will minimize the lost flow capacity of a tool in the stand. The above requires using the criterion of minimizing the costs of not used tools in stands. Residual pass of stands $R_{i,j}$ is calculated as follows:

$$R_{i,j} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J p_{i,j}$$

The criterion for minimizing the economical losses in the production line is formulated as follows:

$$Q_r = \sum_{y=0}^Y R_{i,j}^y \rightarrow \min$$

where: y - a state in which there was the replacement decision made, $y = 0, 1, \dots, Y$, $Y < K$
Should the sum of residual pass of stands throughout the whole production process in which the order $Z = [z_n]$, $n = 1, \dots, N$ is realized completely be minimal, then the criterion Q_r is fulfilled. It means that the production is the cheapest in terms of minimizing the costs of lost pass capacity.

The criterion for minimizing the total production time takes the following form:

$$Q_{T_N} = \left(\sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{pr} + \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{repl} + \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{reg} \right) \rightarrow \min$$

This criterion means that the production process is the cheapest when the production time, in fact the sum $\sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{repl} + \sum_{j=1}^J \tau_{n,j}^{reg}$, is the shortest. We assume that there are fines for not realizing the order in time.

5. CONCLUSIONS

The system presented in the paper hereby is a highly complex economic structure. It can be used to model a flexible system equipped with interoperation buffer stores. Buffer stores enable the production system to manufacture products defined in the order vector. Previous attempts to create a model do not take buffer stores into account so the material is kept in a production stand brings the whole system to a standstill as one production element in the route which has a worn out tool cannot manufacture a product [3]. Interoperation stores with no limited capacity allow us to continue production which, in the longer run, may optimize the production activity. It seems obvious that the limited capacity of the interoperation buffer stores prolongs production activity. Further work should concentrate on determining such algorithms which minimize the production process. Moreover, we need to search for a set of algorithms which would lead to minimizing the production time and reducing residual pass of production stands. Moreover, it seems reasonable to limit the number of interoperation buffer stores in order to optimize the in-store operations.

The work was supported by the grants:

- *MEB051031 (VŠE Praha – WSIZ Bielsko-Biala) financed by MŠMT ČR.*
- *MEB051024 (UTB Zlín – WSIZ Bielsko-Biala) financed by MŠMT ČR*
- *APVV SK-PL-0031-09 (PU Prešov – WSIZ Bielsko-Biala)*

Bibliography

1. BÖSE F., WINDT K., TEUCKE M. Modelling of Autonomously Controlled Logistic processes in Production Systems. In: Proceedings of 8th MITIP Conference, Budapest, 11-12 September, 2006, pp. 341-346.
2. BUCKI, R. Mathematical Modelling of Allocation Processes as an Effective Tool to Support Decision Making, Information and Telecommunication Systems, Polish Information Processing Society, Academy of Computer Science and Management, Bielsko-Biala, Vol. 17, 2008, str. 7 - 15. ISBN 9788360716601.

3. BUCKI, R. Thorough Analysis of the Technological Case Control. Management & Informatics, Network Integrators Associates, Parkland, Florida, Vol. 1, No. 1, 2007, pp. 68-112, ISSN 1939-4187.
4. BUCKI, R., ANTONYOVÁ, A., SUCHÁNEK, P. Economic Control of the Distribution System by Means of Heuristic Approach. Vol. 12, No. 2, National Academy of Sciences of Ukraine, State Department on Communication and Informatization of Ukraine, State Scientific and Research Institute of Information Infrastructure, 2009, pp. 57-66.
ISSN 0135-5465.
5. CHRAMCOV, B., DANÍČEK, L. Simulation Study of the Short Barrel of the Gun Manufacture. In: Proceedings of 23rd European Conference on Modelling and Simulation. Madrid: European Council for Modelling and Simulation, 2009. s. 275-280. ISBN 978-0-9553018-8-9.
6. KVACKAJ, T., PAVLUS, M. A Mathematical Model for Elongation of Rolled Material, Hutnicke Listy, Technical Translations, Cambridge, Vol. 45, No. 2, 1990, pp. 77-87.
7. SUCHÁNEK, P. Business Intelligence - The Standard Tool of a Modern Company. In 6-th International Symposium on Business Administration. Karviná: Silesian University in Opava, Canakkale Onsekiz Mart University, 2010, pp. 432-441. ISBN 978-80-7248-594-9.
8. <http://www.referaty10.com/referat/Ekonomie/12/tema-12-38-Ekonomie.php>

Contact

Dr Robert Bucki
 The College of Informatics and Management
 ul. Legionów 81, 43-300 Bielsko-Biała
 Tel.: +48604643686
 rbucki@wsi.edu.pl

A method for estimation of contemporary volatility from historical data

MICHAL ČERNÝ¹

Abstract. We present a method for detection of changes in volatility of financial time series that allows us to estimate a decomposition of the series into blocks of constant volatility and to estimate the most recent change in volatility. Unlike traditional methods, our method has the property that it is insensitive to old changes in volatility and hence it is suitable for estimation of contemporary volatility. This information helps in deciding how long history of data shall be taken into account in estimation of contemporary volatility if it is necessary to estimate the volatility from historical data (for example, this is the case of pricing volatility-sensitive financial instruments with underlyings for which no suitable volatility-sensitive traded reference instruments are available). We demonstrate the method by two examples of analysis of foreign exchange rates.

Keywords. Historical volatility; change point; exchange rate.

JEL Classification. C13 (primary), G12 (secondary).

1 Introduction

Values of various financial instruments depend on volatility of their underlying variables. These instruments include derivatives or hybrid instruments containing option features, such as floored bonds or convertible bonds. Pricing models for such instruments are often sensitive to the volatility estimated. There are two basic approaches for estimation of volatility to be used as an input for pricing models: (1) implied volatility and (2) volatility learned from historical data (and possibly adjusted). Implied volatility is market-valued volatility obtained as a solution of an equation $PM(\sigma) = FV$, where $PM(\sigma)$ is a pricing model for an instrument the value of which is a function of volatility σ , and FV is its market price. For example, for listed options, PM is a suitable option pricing model and FV is the market price of a listed option. Volatility estimated in this way can then be used for pricing options of similar characteristics as the listed option has. However, in practice, we often face the problem that we need to value an instrument, the value of which depends on volatility, and no suitable similar listed instruments are available — the market might be illiquid or simply suitable listed instruments do not exist. Such situations occur, for instance, in case of employee option plans. Nevertheless, such instruments need to be valued e.g. for accounting, tax or risk-management purposes. Then, we have to lean on estimation of volatility from historical data.

Volatility is not directly observable. Pricing models often assume that the volatility of the underlying is constant over time; however real-world time series suffer from volatility of volatility. There are interesting investigations of this fact, see e.g. [12]. Theory of time series offers a variety of tools to capture the

¹University of Economics Prague, Department of Econometrics. Nám. W. Churchila 4, 130 67 Prague, Czech Republic. +420 777 090 755, cernym@vse.cz.

non-constancy phenomenon. However, they rarely give an answer to the basic question occurring in practice: *if we are estimating contemporary volatility from historical data, how long history shall we take into account?* For a variety of time series, very long histories are available, and there is a question whether long history is relevant or not for estimation of contemporary volatility. In this text, we propose a simple volatility model that might provide a (partial) answer to this question, or at least some insight into the behavior of volatility of the series under investigation that might assist the process of valuation of the financial instrument in consideration.

Our method is based on an adaptation and extension of an approach from statistical control of quality ([1], [2]). We assume that volatility of the series is a *piecewise constant function of time*. This is an alternative approach to models assuming continuous (deterministic or stochastic) changes in volatility. This assumption shall allow us to study the series ‘per partes’, meaning that each part behaves as a volatility-constant period. We shall introduce statistics to study the question whether there are changes in volatility in the series under investigation, and if so, where the points of change in volatility occur. So, we shall estimate the time points where the volatility function appears to have a discrete jump. Such points in the history of series will help us to decide how long history of the series shall be included in volatility estimation. For instance, if the latest jump in volatility is attributable to a structural change in economic conditions which is no more likely to occur, for estimation of volatility it could be suitable to use the data after the last changepoint.

The method, described in the next section, may be useful not only for pricing of financial instruments, but also in econometric analysis of financial data, e.g. in analysis of exchange rates. A change in volatility of exchange rates might be a significant macroeconomic factor and its detection, analysis and explanation is a traditional issue in econom(etr)ics, the importance of which has been pointed out by the so-called Financial Crisis again. Behavior of exchange rates has been recently studied in many papers, see e.g. [4], [7], [9], [10], [11], [13].

The basic question, *how long history of data shall be taken into account*, is usually addressed very briefly by traditional literature. For example, the probably most popular book on derivatives [14] says:

The most common estimate of volatility is simply²

$$\sqrt{\frac{1}{(M-1)\delta t} \sum_{i=1}^M (R_i - \bar{R})^2}.$$

If δt is sufficiently small the mean return \bar{R} term can be ignored. For small δt

$$\sqrt{\frac{1}{(M-1)\delta t} \sum_{i=1}^M (\log S(t_i) - \log S(t_{i-1}))^2}$$

can also be used where $S(t_i)$ is the closing price on day t_i .

² M denotes the number of observations, δt is a time step and R_i is the i -th return of the underlying variable. (Note by M.Č.)

It is highly unlikely that volatility is constant for any given asset. Changing economic circumstances, seasonality etc., will inevitably result in volatility changing with time. If you want to know the volatility today you must use some past data in the calculation. Unfortunately, this means that there is no guarantee that you are actually calculating today's volatility.

Typically you would use daily closing prices to work out daily returns and then use the past 10, 30, 100, ... daily returns in the formula above. Or you could use returns over longer or shorter periods. Since all returns are equally weighted, while they are in the estimate of volatility, any large return will stay in the estimate of vol until the 10 (or 30 or 100) days have past. This gives rise to plateauing of volatility, and is totally spurious.

2 The method

Let $\{S_i, i = 1, \dots, n+1\}$ be the observations, say daily, of the time series under consideration, with a reversed time scale (i.e. S_1 is today's observation, S_2 yesterday's etc.). Assume that daily log-yields

$$y_i := \ln \frac{S_i}{S_{i+1}}, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

are independent normal variables with mean μ . This is a strong assumption; we shall use it for derivation of the test, and we shall also comment its robustness.

Let us ask the question whether

$$H : \text{all } y_i \text{'s have the same variance } \sigma^2$$

or

$$A : \exists \kappa \in \{1, \dots, n-1\}, \exists \sigma_1^2, \exists \sigma_2^2 \text{ such that } \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \text{ and}$$

$$\text{var}(y_i) = \begin{cases} \sigma_1^2 & \text{for } i = 1, \dots, \kappa, \\ \sigma_2^2 & \text{for } i = \kappa + 1, \dots, n \end{cases}$$

holds, where *var* stands for variance. The symbols H and A denote the null and the alternative hypothesis, respectively.

Remark. We assume that both under H and A , $E(y_i) = \mu$, i.e. all y_i 's have common drift. However, in our construction we could assume the alternative

$$A' : \exists \kappa \in \{1, \dots, n-1\}, \exists \mu_1, \exists \sigma_1^2, \exists \mu_2, \exists \sigma_2^2 \text{ such that } \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \text{ and}$$

$$y_i \sim \begin{cases} N(\mu_1, \sigma_1^2) & \text{for } i = 1, \dots, \kappa, \\ N(\mu_2, \sigma_2^2) & \text{for } i = \kappa + 1, \dots, n \end{cases}$$

where N stands for normal distribution. In the following text, we shall not use the hypothesis A' ; however observe that using the same construction it would be straightforward to obtain a more general test statistic for A' .

Let $\varphi(t; \mu, \sigma) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$. Under H , the joint distribution of y_i 's is

$$f_H(y_1, \dots, y_n; \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n \varphi(y_i; \mu, \sigma)$$

and under A

$$f_A(y_1, \dots, y_n; \kappa, \mu, \sigma_1, \sigma_2) = \prod_{i=1}^{\kappa} \varphi(y_i; \mu, \sigma_1) \cdot \prod_{i=\kappa+1}^n \varphi(y_i; \mu, \sigma_2).$$

Let κ be fixed. The log-likelihood ratio is

$$\begin{aligned} L_{\kappa}(y_1, \dots, y_n; \mu, \sigma, \sigma_1, \sigma_2) &= \ln \frac{f_A}{f_H} = \\ &= \ln \frac{\prod_{i=1}^{\kappa} \varphi(y_i; \mu, \sigma_1) \cdot \prod_{i=\kappa+1}^n \varphi(y_i; \mu, \sigma_2)}{\prod_{i=1}^n \varphi(y_i; \mu, \sigma)} = \frac{1}{2} (n \ln \sigma^2 - \kappa \ln \sigma_1^2 - (n - \kappa) \ln \sigma_2^2) + \\ &\quad + \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{\sum_{i=1}^{\kappa} (y_i - \mu)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{\sum_{i=\kappa+1}^n (y_i - \mu)^2}{2\sigma_2^2}. \end{aligned}$$

Setting $\frac{\partial L_{\kappa}}{\partial \mu} = \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial \sigma} = \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial \sigma_1} = \frac{\partial L_{\kappa}}{\partial \sigma_2} = 0$, we obtain max-likelihood estimates of $\mu, \sigma, \sigma_1, \sigma_2$:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} s_{1:n}^2}, \quad \hat{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{1}{\kappa} s_{1:\kappa}^2}, \quad \hat{\sigma}_2 = \sqrt{\frac{1}{n - \kappa} s_{\kappa+1:n}^2},$$

where

$$s_{i:j}^2 := \sum_{k=i}^j (y_k - \hat{\mu})^2.$$

So,

$$\begin{aligned} L_{\kappa}(y_1, \dots, y_n; \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2) &= \\ &= \frac{1}{2} \left(n \ln \frac{s_{1:n}^2}{n} - \kappa \frac{s_{1:\kappa}^2}{\kappa} - (n - \kappa) \ln \frac{s_{\kappa+1:n}^2}{n - \kappa} \right) + \frac{s_{1:n}^2}{2} - \frac{s_{1:\kappa}^2}{2} - \frac{s_{\kappa+1:n}^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \left(n \ln \frac{s_{1:n}^2}{n} - \kappa \frac{s_{1:\kappa}^2}{\kappa} - (n - \kappa) \ln \frac{s_{\kappa+1:n}^2}{n - \kappa} \right) = \frac{1}{2} Z_{\kappa}^2, \end{aligned}$$

where

$$Z_{\kappa} := \sqrt{\kappa \ln \left(\frac{\kappa}{n} \cdot \frac{s_{1:n}^2}{s_{1:\kappa}^2} \right) + (n - \kappa) \ln \left(\frac{n - \kappa}{n} \cdot \frac{s_{1:n}^2}{s_{\kappa+1:n}^2} \right)}.$$

Now, taking maximum over κ , we get a max-likelihood statistic

$$\max_{k \in \{1, \dots, n-1\}} \frac{1}{2} Z_k^2.$$

Equivalently, we can use a modified statistic

$$\mathcal{Z}_n(y_1, \dots, y_n) := \max_{k \in \{1, \dots, n-1\}} Z_k.$$

The statistic suggests to estimate the location of the point of change in volatility as

$$\widehat{\kappa}_n(y_1, \dots, y_n) := \arg \max_{k \in \{1, \dots, n-1\}} Z_k.$$

A compact formula for distribution and critical values of \mathcal{Z}_n is not known. The statistics has been derived under normality assumptions; however, real-world variables rarely behave normally. So, we shall prefer a robust construction of critical values; two such methods shall be discussed in Sect. 3. Now, let us assume that an α -critical value $Q_n^{[\alpha]}$ for \mathcal{Z}_n is available and that α is fixed.

First method. The following procedure marks the estimated points of changes in volatility.

Procedure $A(y_1, \dots, y_N)$.

1. If $\mathcal{Z}_N(y_1, \dots, y_N) < Q_N^{[\alpha]}$, stop.
2. Otherwise, set $\kappa := \widehat{\kappa}_N(y_1, \dots, y_N)$, mark κ as a point of change and run recursively $A(y_1, \dots, y_\kappa)$ and $A(y_{\kappa+1}, \dots, y_N)$.

If our aim is to study contemporary volatility, there is a disadvantage of this approach: the segmentation may be affected by existence of changepoints that occurred very long time ago. In that case, the following method might be more appropriate.

Second method. The time

$$n_0 := \min\{k \leq n : \mathcal{Z}_k(y_1, \dots, y_k) > Q_k^{[\alpha]}\}$$

is the first time when the process $\mathcal{Z}_k(y_1, \dots, y_k)$ detects an existence of a change point on an α -level of significance, and so

$$\kappa_0 := \widehat{\kappa}_{n_0}(y_1, \dots, y_{n_0})$$

is the estimate of the most recent time of change. If n_0 does not exist, then H has not been rejected at the α -level and the entire data set seems to have constant volatility. If n_0 exists then the segment $y_1, y_2, \dots, y_{\kappa_0}$ appears to have constant volatility.

With this approach, it is suitable to study the process

$$z_i = \mathcal{Z}_i(y_1, \dots, y_i). \tag{2}$$

The process has the property that $z_i \geq Q_i^{[\alpha]}$ if an existence of a changepoint is detected. The evolution of the process

$$K_i = \widehat{\kappa}_i(y_1, \dots, y_i), \tag{3}$$

for those i where $z_i \geq Q_i^{[\alpha]}$, shows the *stability* of the changepoint detected. In practice, often it is the case that K_i 's remain unchanged, or varies only slightly, for a long time $i \geq n_0$. It will be apparent in the next section.

3 Two examples

It remains to construct the critical values $Q_k^{[\alpha]}$. We shall do that in Section 4; here we use the asymptotic critical values (4) from that Section. As an example we study the daily exchange rates CZK/EUR for the period ending on April 12, 2010. So, S_1 = exchange rate as of April 12, 2010 (monday); S_2 = exchange rate as of April 9, 2010 (friday) etc. The data set ends with S_{573} = exchange rate as of January 1, 2008. Nevertheless, if we include a longer history, the results plotted in Figure 1 would not change, which is an important property of our method.³

In Figure 1, we plot the process z_i and K_i given by (2) and (3), respectively. From the Figure it is apparent that the process z_i enters the 1%-critical region $z_i \geq Q_i^{[1\%]}$ at $i = 268$ (corresponding to March 17, 2009). We take the liberty of neglecting the ‘touch’ of the critical region in $i = 113, 114, 115$. For $i \geq 268$, the process K_i , estimating the point of change in volatility, remains stable at $K_i = 230$ (corresponding to May 13, 2009), with a small exception $K_i = 253$ (corresponding to April 7, 2009) for $i \in \{355, \dots, 377; 380\}$. This suggests that the volatility may be assumed to be constant for the period May 13, 2009 – April 12, 2010.

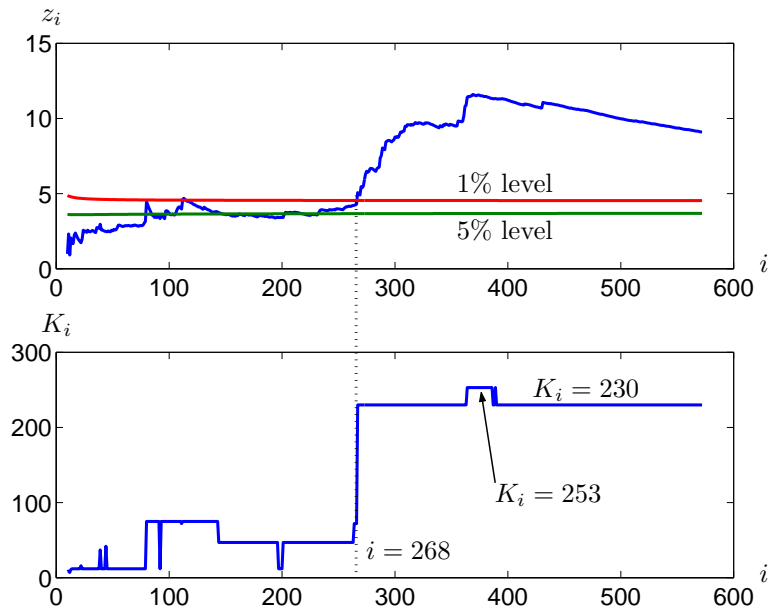


Figure 1: Evolution of z_i and K_i for daily CZK/EUR exchange rates for the period ending April 12, 2010.

If we analyze currencies highly correlated with EUR (such as CHF or HRK),

³Traditional change-detection methods, such as methods presented in [1] and [2], process the data globally. They are highly sensitive to the length of history included.

it is not surprising that results and estimated points of the last change in volatility are similar to the situation in Figure 1. It is interesting that also currencies not correlated with EUR, such as New Zealand Dollar (NZD) or Mexican Peso (MXN), appear to have similar behavior. In Figure 2, we plot an analogy of Figure 1 for NZD (now S_i 's are daily exchange rates CZK/NZD for the period ending on April 12, 2010).

The Figure also supports the empirical observation that the estimator of the last point of change K_i is stable in the sense that as the process z_i enters the critical region $z_i > Q_i^{[\alpha]}$, then the variability of K_i significantly decreases. The critical region is entered at $i = 308$ (corresponding to January 20, 2009) and for $i \geq 308$, the point of change in volatility is estimated as $K_i \in \{255, 271, 298\}$. The values 255, 271 and 298 correspond to April 3, 2009, March 12, 2009 and February 3, 2009, respectively. The value 255 seems to be the most stable. Observe that this value is not far from the estimated value 230 for the exchange rate CZK/EUR.

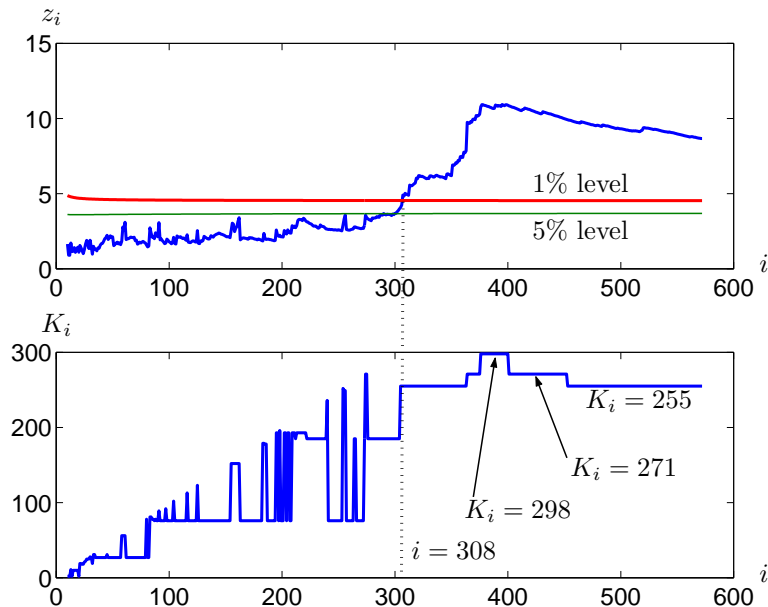


Figure 2: Evolution of z_i and K_i for daily CZK/NZD exchange rates for the period ending April 12, 2010.

4 Critical values

The statistic Z_n , being a maximum of dependent random variables, has under the null hypothesis H a complicated distribution. Although some bounds on such distributions are known [6], a compact formula is not available. We can

use simulations; simulated critical values for the normal independent case⁴ are shown in the following table.

$n =$	10	50	100	300	600	1000	2000
$\alpha = 5\%$	2.83	3.09	3.16	3.27	3.32	3.34	3.36
$\alpha = 1\%$	3.40	3.59	3.67	3.76	3.81	3.83	3.80

Extremal theory, based on the Law of Iterated Logarithm, allows us to derive asymptotic results. The following theorem is available ([1], [3], [5]):

Theorem 1. *Let $a_n := \sqrt{2 \ln \ln n}$ and $b_n := 2 \ln \ln n + \ln \sqrt{\ln \ln n} - \ln \sqrt{\pi}$. Let y_i 's be independent, identically distributed with $\mathbf{E}(y_i^{4+\varepsilon}) < \infty$ for some $\varepsilon > 0$. Then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr[a_n \mathcal{Z}_n(y_1, \dots, y_n) - b_n > x] = e^{-2e^{-x}}. \quad \square$$

Observe the minimal assumptions on the distribution of y_i 's. The theorem allows us to use asymptotic critical values of the form

$$Q_n^{[\alpha]} = \frac{2 \ln \ln n + \ln \sqrt{\ln \ln n} - \ln \sqrt{\pi} - \ln \ln \frac{1}{\sqrt{1-\alpha}}}{\sqrt{2 \ln \ln n}}; \quad (4)$$

we used these critical values in the Section 3.

For real-world data, one more data-driven robust method is available. It is based on the permutation principle [8]. Observe that if y_1, \dots, y_n fulfill H , then for any permutation π of the set $\{1, \dots, n\}$, $y_{\pi(1)}, \dots, y_{\pi(n)}$ also fulfill H . On the other hand, if y_1, \dots, y_n fulfill A , then for a random permutation π , it is very improbable that $y_{\pi(1)}, \dots, y_{\pi(n)}$ fulfill A . This observation leads us to the following definition: if

$$z_n(\pi) = \mathcal{Z}_n(y_{\pi(1)}, \dots, y_{\pi(n)}),$$

then

$$F_n(x) := \Pr[z_n(\pi) \leq x : \pi \text{ is a random permutation of } \{1, \dots, n\}]$$

is called *permutation distribution function*. The (empirical) α -quantile of F_n is then taken as an approximation of $Q_n^{[\alpha]}$. Exact calculation of $F_n(x)$ requires huge computational effort (as there are $n!$ permutations); however, simulations show that for $n \approx 1000$, it is sufficient to pick $\approx 10^4$ permutations π at random to get a reasonable approximation.

Remark

MatLab codes are available by mail cernym@vse.cz.

⁴It is remarkable that in practice, the y_i 's given by (1) are rarely normal-like, but often they seem to be uncorrelated.

References

- [1] Antoch J., Hušková M., Jarušková, D. *Off-line statistical process control*. In: *Multivariate Total Quality Control*. Physica-Verlag, Heidelberg, 2002, pp. 1–86.
- [2] Antoch J., Jarušková D. *On-line statistical process control*. In: *Multivariate Total Quality Control*. Physica-Verlag, Heidelberg, 2002, pp. 87–124.
- [3] Broemling L., Tsumuri H. *Econometrics and structural changes over time*. Dekker, 1987.
- [4] Bubák V., Žikeš F. *Distribution and dynamics of Central-European exchange rates. Evidence from intraday data*. *Finance a úvěr* 59 (4), 2009, pp. 360–382.
- [5] Csörgő M., Horváth L. *Limit theorems in change-point analysis*. Wiley, 1997.
- [6] Černý M. *Second-order Bonferroni inequalities and the binary segmentation statistic*. Submitted in: *Mathematical Equations and Applications*, 2010.
- [7] Frömmel M. *Volatility regimes in Central and Eastern European countries exchange rates*. *Finance a úvěr* 60 (1), 2010, pp. 2–21.
- [8] Hušková M. *Permutation principle and bootstrap in change point analysis*. *Fields Institute Communications* 44, 2004, pp. 273–291.
- [9] Kočenda E., Poghosyan T. *Macroeconomic sources of foreign exchange risk in new EU members*. *Journal of banking and finance* 33 (11), pp. 2164–2173.
- [10] Kočenda E., Poghosyan T. *Exchange rate risk in Central European countries*. *Finance a úvěr* 60 (1), 2010, pp. 22–39.
- [11] Kočenda E., Valachy J. *Exchange rate volatility and regime change. A Visegrad comparison*. *Journal of comparative economics* 34 (4), pp. 727–753.
- [12] Taleb N. *Dynamic hedging: managing vanilla and exotic options*. Wiley, 1997.
- [13] Stančík J. *Determinants of exchange-rate volatility. The case of the new EU members*. *Finance a úvěr* 57 (9-10), 2007, pp. 414–431.
- [14] Wilmott, P. *Paul Wilmott introduces quantitative finance*. Wiley, 2005.
- [15] Worsley K. *Testing for a two-phase multiple regression*. *Technometrics* 25, 1983, pp. 35–42.

NOVÉ TRENDY V SIMULAČNÍM MODELOVÁNÍ

NEW TRENDS IN SIMULATION MODELLING

Martin Dlouhý

Abstrakt

Rozlišujeme čtyři typy metod simulačního modelování: statickou Monte Carlo simulaci, simulaci diskrétních událostí, systémovou dynamiku a multiagentní systémy. V článku spekulujeme o možných budoucích trendech ve vývoji simulačních modelů.

Klíčové slova: *Monte Carlo, simulace diskrétních událostí, systémová dynamika, multiagentní systémy.*

Abstract

We distinguish four types of simulation modelling methods: static Monte Carlo simulation, discrete-event simulation, system dynamics, and agent-based modelling. In the paper, we speculate about the future trends in simulation modelling.

Keywords: *Monte Carlo, discrete-event simulation, system dynamics, agent-based modeling.*

1 CHARAKTERISTIKA SIMULAČNÍCH MODELŮ

Základní myšlenka simulačních modelů spočívá v tom, že napodobujeme chod reálného nebo plánovaného podnikového systému či procesu pomocí počítačového modelu. Po spuštění chodu modelu pak pozorujeme, co se v modelu děje. Po ukončení simulace získáme odhady ukazatelů, které charakterizují chování a výkonnost daného nastavení systému při proběhnuté simulaci. Na rozdíl od analytických řešení není simulační řešení přesné (jde o odhad), na druhé straně je simulační řešení však využitelné i v situacích, kdy analytické řešení nemáme z důvodu složitosti systému k dispozici.

Podle výchozích předpokladů a postupu tvorby modelu budeme rozlišovat čtyři simulační modelové přístupy, které vycházejí z myšlenky napodobení chování systému za pomoci počítače: simulaci Monte Carlo, simulaci diskrétních událostí, systémovou dynamiku a multiagentní systémy.

Simulací Monte Carlo rozumíme numerické řešení pravděpodobnostních i deterministických úloh pomocí statistického experimentu (Fabian, Klumber, 1998). Při této metodě je pro experimentování sestrojena nová pravděpodobnostní úloha, která má shodné řešení s původní úlohou. Řešení takto získané má pravděpodobnostní charakter, jde o statistický odhad, jehož přesnost roste s počtem pokusů.

Simulace diskrétních událostí (diskrétní simulace) modeluje systémy jako provázanou síť dynamických a statických objektů (Pidd, 2004, Dlouhý a kol., 2007). Simulovaný čas je sice spojitý, ale změny stavu systému se vyskytují pouze v určitých diskrétních časových okamžicích. Dynamické objekty v simulovaném systému jsou zachyceny jako individuální entity, které mají své charakteristiky (vlastnosti) ovlivňující průchod entity systémem. Při průchodu systémem entity vyžadují vykonání různých obslužných aktivit (činností). Pro

realizaci aktivit jsou potřeba určité zdroje (statické objekty), pro něž je typická omezená kapacita, což vede ke vzniku front. Cílem je analýza fungování podnikového systému nebo jeho optimalizace za pomoci detailního počítačového modelu.

Oproti tomu *systemová dynamika* (system dynamics) zobrazuje systém jako provázanou řadu úrovnových a tokových veličin, jejichž změny mají spojitý charakter (Mildeová, Vojtko, 2003, Brailsford, Hilton, 2000). Na rozdíl od diskrétní simulace se model systémové dynamiky nezabývá detailem, ale klíčovými zpětnými vazbami a jejich vlivem na celkový vývoj systému (např. neomezený růst, pokles, cyklický vývoj). Původní modely systémové dynamiky byly vytvořeny J. W. Forresterem (Forrester, 1961, 1969, 1971) a jeho kolegy na Sloan School of Management při Massachusetts Institute of Technology.

Multiagentní systémy představují počítačové modely pro simulaci interakcí mezi velkými počty autonomních agentů, kteří se chovají podle předem definovaných pravidel (např. Axelrod, 1997, Cahlik, 2006, Macal, North, 2010). Modelování jednotlivých agentů umožňuje zachytit existující různorodosti agentů v systému. Cílem modelu je hodnocení toho, jak individuální rozhodování velkého počtu různorodých agentů ovlivňuje chování systému jako celku.

Typický model multiagentního systému se skládá ze tří částí: a) z množiny agentů, jejich charakteristik a pravidel chování; b) z množiny vztahů a způsobů komunikace mezi agenty; c) ze systémového okolí, se kterým agenti rovněž interagují. Simulace ukazují, že i velmi jednoduchá pravidla vedou k velmi komplexnímu chování systému. Často též můžeme v modelech pozorovat, že vzájemné interakce mezi agenty vedou k určité sebeorganizaci. Heterogenita agentů a možnost vzniku sebeorganizace jsou zřejmě dvě nejdůležitější vlastnosti, které multiagentní systémy odlišují od ostatních simulačních metod. Multiagentní systémy prozatím nenajdeme v tradičních učebnicích simulačního modelování, operačního výzkumu, managementu či ekonomie. Přitom v posledních letech pozorujeme rostoucí zájem o tuto metodu simulace.

Simulace je metodou, která pomocí počítačového modelu podnikového procesu umožňuje manažerům předvídat chování systému při změně vnitřních či vnějších podmínek, optimalizovat podnikové procesy vzhledem k zadaným kritériím (zisk, spolehlivost, rychlost), porovnat mezi sebou navrhované alternativy organizace studovaného procesu. Značnou výhodou simulace je fakt, že vše se děje jen v počítačovém modelu bez nutného zásahu do provozu podniku. Pomocí simulace je možné prozkoumat různé alternativy změn v systému, ověřit dopady a důsledky těchto změn a vybrat takové řešení, které je pro danou situaci nejvhodnější.

Simulace jako vědecká i aplikační disciplína úzce souvisí s rozvojem výpočetní techniky, bez níž by nebylo možné rozsáhlé výpočty realizovat. Postupně byly vyvinuty specializované simulační jazyky a produkty, které zjednodušují tvorbu simulačních modelů, provádění simulačních experimentů a analýzu výsledků. Nové počítačové aplikace otvírají pro simulaci nové modelovací možnosti.

Simulovat znamená napodobovat a v tomto významu se simulace vyskytuje i v některých dalších spojeních. Například při výcviku pilotů, dispečerů, řidičů a jiných profesí se využívají různé simulátory či тренаžéry. Jde o zařízení, která určitým způsobem napodobují reálné situace, a tak slouží k procvičení správných reakcí a návyků pro jejich zvládnutí, zvláště v případě krizových situací. Podobné určení mají ekonomické hry, které simulují investiční

rozhodování, řízení podniku, marketingovou strategii apod. Bývají určeny pro více osob, které spolupracují nebo naopak hrají proti sobě. Cílem je cvičit týmovou spolupráci a strategické myšlení, a to pokud možno atraktivní formou. Simulátory a ekonomické hry odlišuje od počítačové simulace především možnost člověka do průběhu simulace zasahovat. Poněkud jiné je i jejich poslání, protože cílem počítačové simulace je analyzovat konkrétní problém, zatímco cílem simulátoru či hry je se na řešení problémů připravit, naučit se zvládat běžné nebo naopak výjimečné krizové situace. Občas se za simulaci označuje analýza citlivosti (analýza stability řešení) nebo predikce možného budoucího vývoje.

2 VIZE BUDOUCÍHO VÝVOJE

Je obtížné dělat předpovědi budoucnosti v oblastech, jejichž vývoj je úzce propojen s vývojem výpočetní techniky. Je jisté, že neustálé zvyšování výkonnosti výpočetní techniky bude pozitivně ovlivňovat vývoj simulačních nástrojů, ať už jde o výpočtové či grafické možnosti. Zdokonalovat se budou i programovací techniky a modelovací nástroje. Tyto faktory lze označit jako součásti přirozeného vývoje, který zřejmě nebude skokový a nezpůsobí v nejbližších letech revoluci.

Zajímavější předpovědi lze nalézt v článku Simona Taylora a Stewarta Robinsona (2006), ve kterém autoři oslovili členy redakční rady časopisu *Journal of Simulation*, aby vyslovili své názory na vývoj v oblasti simulace diskretních událostí v příštím desetiletí. Vynecháme zde „méně zajímavé“ návrhy a naopak zdůrazníme ty „velmi zajímavé až futuristické“ návrhy, které by podle našeho mínění mohly změnit filozofii vývoje simulace.

Jedním ze zajímavých postřehů je, že simulace by se mohla inspirovat v průmyslu počítačových her. Například v oblasti realističtějšího zobrazení simulovaného systému. Dokonce by snad bylo možné, aby simulace běžela jako průběžná hra, která by zachycovala dopady změn v systému ve formě určitého skóre podobně jako počítačová hra. Vysoké skóre by značilo, že byla vybrána výhodná produkční strategie, a naopak nízké skóre by bylo znakem nevhodně vybrané strategie. Učitelé by dokonce mohli využít dosažené skóre pro hodnocení svých studentů.

Nesmíme opomenout ani fakt, že trh počítačových her je na rozdíl od trhu simulačních nástrojů velmi rozsáhlý, což může představovat velký ekonomický potenciál pro toho, kdo by přišel jako první s nějakým hybridním softwarovým produktem, který by sloužil pro simulaci podnikových procesů a zároveň by byl prodáván jako počítačová hra. Autoři také spekulují, že bychom se mohli dočkat překvapení ve vývoji programů, neboť mezi tvůrce simulačních nástrojů nastupuje první generace, která již od dětství vyrostla v prostředí počítačových her. Zda to ovlivnilo vnímání mladých programátorů tak, že budou schopni vytvořit zcela nové techniky, rámce a modely, si musíme ještě počkat.

Zřejmě dalším vývojovým trendem bude vznik specializovanějších simulačních nástrojů, které budou sloužit pro analýzu systémů v určitých odvětvích. To znamená, že programy budou obsahovat předem definované objekty, které jsou pro dané odvětví typické. Místo „kódování“ půjde v takovýchto specializovaných nástrojích spíše o „nastavení“ modelu na konkrétní případ. Mezi taková velmi specifická odvětví patří například zdravotnictví, ve kterém je třeba modelovat komplikované systémy s mnoha prvky a mnoha vzájemnými vazbami. Přitom je třeba rozlišovat neživé prvky typu stroj, zařízení či výrobek, jejichž

chování v systému se popisuje snadněji, než v případě, že jde o živé lidi. Pro modelování chování lidí v systému je dnešní pojetí entity zřejmě nedostatečné.

Zajímavou cestou by mohlo být využití přístupů známých z multiagentního modelování. Agent, který má sice jednoduchá, ale autonomní rozhodovací pravidla, by mohl představovat velmi perspektivní modelové zachycení lidského chování v diskrétní simulaci. Doposud ovšem podle názorů mnoha expertů programy pro multiagentní simulaci nedosahují úrovně programů pro diskrétní simulaci a chybí též učebnice pro aplikaci multiagentních systémů v manažerské praxi (Siebers a kol., 2010).

Ve stejném čísle časopisu *Journal of Simulation* shodou okolností najdeme ještě další článek o budoucnosti diskrétní simulace. Pidd a Carvalho (2006) se věnují především očekávanému vývoji simulačního softwaru. Podle jejich názoru je možné, že nástroje pro diskrétní simulaci, které mají podobu všeobsahujících softwarových balíčků, již dosáhly svých vývojových možností. Většina simulačních nástrojů vychází především z modelu tradičního výrobního procesu, jenže v současnosti se simulace aplikuje v mnoha dalších oblastech, pro které průmyslový výrobní model není nejvhodnější. V programech definované objekty a postupy v minulosti prokázaly dostatečnou univerzálnost, ale zdá se, že již nemohou nabídnout dostatečnou flexibilitu pro stále různorodější požadavky zákazníků.

Podle autorů si musíme uvědomit, že tvorba modelu v současných simulačních nástrojích není programování, ale vlastně jen dodání dat do předem definovaného prostředí. Tak tomu bylo i například v původní verzi simulačního jazyka GPSS, ve kterém byl popis systému vytvořen ve formě vývojového diagramu. Profesionálové však požadují čím dál tím více maximální flexibilitu a na základě toho autoři docházejí k závěru, že budoucnost má „software na objednávku“. Profesionální simulační modeláři budou své modely tvořit nikoliv v jednom simulačním programu, ale budou je sestavovat pomocí různých softwarových komponent.

3 ZÁVĚREM

Ať už bude vývoj jakýkoli, o budoucnost simulačního modelování se bát nemusíme. Simulace je a bude univerzálním a velmi užitečným nástrojem modelování podnikových procesů. Nové možnosti výpočetní techniky, nové programové koncepty a přenášení modelových koncepcí mezi příbuznými disciplínami, například z multiagentních systémů, jsou příslibem zajímavé budoucnosti.

Práce vznikla za podpory GAČR, projekt č. 402/08/0155.

Použitá literatura

1. AXELROD, R. 1997. *Agent-Based Models of Competition and Cooperation*. Princeton University Press, Princeton.
2. BRAILSFORD, S.; HILTON, N. 2000. *A Comparison of Discrete-Event Simulation and System Dynamics for Modelling Healthcare Systems*. Proceedings from ORAHS 2000, Glasgow Caledonian University, Glasgow.
3. CAHLÍK, T. 2006.: *Multiagentní přístupy v ekonomii*, Karolinum, Praha.

4. DLOUHÝ, M. A KOL. 2007. Simulace podnikových procesů. Computer Press, Brno.
5. EL-HAIK, B., AL-AOMAR, R. 2006. Simulation-Based Lean Six Sigma and Design for Six Sigma. John Wiley and Sons, Hoboken (New Jersey).
6. FABIAN, F., KLUIBER, Z. 1998. Metoda Monte Carlo a možnosti jejího uplatnění. Prospektum, Praha.
7. FORRESTER, J.W. 1961. Industrial Dynamics. Wiley, New York.
8. FORRESTER, J.W. 1969. Urban Dynamics. MIT Press, Cambridge.
9. FORRESTER, J.W. 1971. World Dynamics. MIT Press, Cambridge.
10. HARRINGTON, H. J., TUMAY, K. 2000. Simulation Modeling Methods. McGraw-Hill, New York.
11. LAW, A. M.; KELTON, W. D. 2000. Simulation Modelling and Analysis. McGraw-Hill.
12. MACAL, C. M., NORTH, M. J. 2010. Tutorial on agent-based modelling and simulation. Journal of Simulation, roč. 4, s. 151-162.
13. MILDEOVÁ, S., VOJTKO, V. 2003. Systémová dynamika. VŠE v Praze, Praha.
14. PIDD, M. 2004. Computer Simulation in Management Science. Fifth Edition. John Wiley and Sons, Chichester.
15. PIDD, M., CARVALHO, A. 2006. Simulation software: not the same yesterday, today, forever. Journal of Simulation, roč. 1, č. 1, s. 7-20.
16. SIEBERS, P. O., MACAL, C. M., GARNETT, J., BUXTON, D., PIDD, M. 2010. Discrete-event simulation is dead, long live agent-based simulation! Journal of Simulation, roč. 4, s. 204-210.
17. SWAIN, J. J. 2009. Simulation Software Boldly Goes. ORMS Today, roč. 36, č. 5, s. 50-61.
18. TAYLOR, S. J. E., ROBINSON, S. 2006. So where next? A survey of the future for discrete-event simulation. Journal of Simulation, roč. 1, č. 1, s. 1-6.

Kontaktní údaje

Doc. Martin Dlouhý
 Vysoká škola ekonomická v Praze
 Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
 Tel: ++420/224095548
 email: dlouhy@vse.cz

VYBRANÉ PRÍSTUPY K ANALÝZE EKONOMICKÝCH DOPADOV KLIMATICKÝCH ZMIEN NA NÁRODNÉ HOSPODÁRSTVO

CHOSEN APPROACHES HOW TO ANALYSE ECONOMIC IMPACT OF CLIMATE CHANGES IN THE NATIONAL ECONOMY

Tomáš Domonkos, Nora Grisáková, Ivan Lichner

Abstrakt

Globálneho otepľovania má nielen environmentálny aspekt, ale aj aspekt ekonomický a sociálny. Dôsledku globálneho otepľovania, teplota povrchu Zeme za posledné storočie stúpila o 0,74 °C. Preto zmena globálnej klímy, je jedným z najvýznamnejších environmentálnych problémov ľudstva, čo vytvára potrebu zaoberať sa touto problematikou z pohľadu ekonomických a sociálnych dopadov na spoločnosť. Cieľom predloženého článku je uviesť prehľad právneho rámca emisnej politiky v zahraničí a v podmienkach SR a následne charakterizovať modely, ktoré sa používajú na kvalifikáciu a analýzu klimatických zmien na národné hospodárstva z ekonomického a sociálneho pohľadu.

KLúčové slová: Globálneho otepľovania, modelovanie klimatických zmien, CGE model

Abstract

Global warming has not only environmental aspects but also economic and social aspect. One of the results of global warming is that the Earth's surface temperature over the last century has risen by 0.74 ° C. Therefore, global climate changes are one of the most serious environmental problems of humanity, which creates the need to address this issue from the perspective of economic and social impact on society. The present article shows an overview of the legal framework of environmental policy abroad and in the SR and subsequently characterize models that are used for analysis of impact of climate changes on national economies from the economic and social perspective.

Keywords: Global warming, climate changes modeling, CGE model.

Úvod

Potreba hovoriť o ochrane životného prostredia vo svete vzniká hlavne z dôvodu globálneho otepľovania povrchu Zeme - za posledné storočie stúpila teplota povrchu o 0,74 °C. Zmena globálnej klímy, je jedným z najvýznamnejších environmentálnych problémov v doterajšej histórii ľudstva. Skleníkový efekt atmosféry je spôsobený tým, že tzv. skleníkové plyny v atmosfére¹ voľne prepúšťajú krátkovlnné slnečné žiarenie, to dopadá na zemský povrch a zohrieva ho. Dlhovlnné (infračervené) žiarenie, ktoré vyžaruje zemský povrch, je z väčšej časti týmito plynmi zachytené a čiastočne spätne vyžiarené k zemskému povrchu. Odhadovanie vplyvov klimatických zmien pri súčasnej, a naďalej rastúcej, komplexnosti

¹ Skleníkovými plynmi sú napríklad vodná para, oxid uhličitý, metán, oxid dusný...

a previazanosti ekonomických procesov je pomocou input-output modelov obmedzené. Z tohto dôvodu sa pre analyzovanie dopadov využívajú tzv. modely integrovaného hodnotenia (Integrated Assessment models - IAM), ktoré v sebe spájajú poznatky z dvoch alebo viacerých oblastí do jedného kompaktného rámca. Cieľom predloženého článku je uviesť prehľad právneho rámca emisnej politiky v zahraničí a v podmienkach SR a následne charakterizovať modely, ktoré sa používajú na kvalifikáciu a analýzu klimatických zmien na národné hospodárstva z ekonomického a sociálneho pohľadu.

PRÁVNÝ RÁMEC EMISNEJ POLITIKY V ZAHRANIČÍ A V PODMIENKACH SR

Medzi skleníkové plyny, ktorých obsah je v atmosfére ovplyvnený ľudskou činnosťou patria oxid uhličitý, metán a oxid dusný. Zvýšená koncentrácia skleníkových plynov v atmosfére môže viesť k zmene klimatických podmienok na Zemi. Podľa analýz vykonaných v rámci Tretej hodnotiacej správy Medzivládneho panelu pre zmenu klímy², sa očakávajú globálne ročné emisie oxidu uhličitého z energetických zdrojov v roku 2100 v rozsahu 12,1 až 135,6 mld. t, pričom zo zmeny využívania pôdy od poklesu o 9,2 mld. t po vzostup o 5,5 mld. t oxidu uhličitého. Kumulatívne emisie oxidu uhličitého zo všetkých zdrojov sa v roku 2100 očakávajú v oblasti 2820 až 8980 mld. t.

Oxid siričitý v atmosfére má opačný efekt, ako oxid uhličitý, preto je dôležité sledovať aj vývoj jeho emisií. Ročné emisie oxidu siričitého budú podľa uvedenej analýzy vrcholiť v priebehu jednej alebo dvoch dekád a potom budú klesať, pričom v roku 2100 sa budú pohybovať medzi 22 a 166 mil.t.

Právnym základom pre riešenie problému zmeny klímy sa stal Rámcový dohovor OSN o zmene klímy, prijatý v roku 1992 v Rio de Janeiro. Pre Slovensko Dohovor nadobudol platnosť 23.novembra 1994. Dohovor do súčasnej doby ratifikovalo 183 štátov sveta a Európska únia.

V dňoch 1.-10. decembra 1997 sa konala v Kjóte v Japonsku 3. konferencia strán Rámcového dohovoru OSN o zmene klímy³, ktorej ťažiskom bolo naplnenie Berlínskeho mandátu. Bol tu prijatý Kjótsky protokol k Dohovoru, ktorý sprísňuje záväzky pre krajiny zúčastnené krajiny. Pre Slovensko to znamená v období rokov 2008-2012 znížiť emisiu skleníkových plynov oproti roku 1990 o 8% (rovnako ako EÚ).

Podľa informačnej kancelárie európskeho parlamentu na slovensku, Európska únia plní záväzky vyplývajúce z Kjótskeho protokolu, okrem dvoch krajín – Malty a Cypru. Z priebežných výpočtov vyplýva, že únia vo svojom terajšom zložení (okrem Malty a Cypru), splnila cieľ v roku 2008 s nadbytkom - keďže sa zaznamenalo zníženie emisií o 14,3 percent. Európska komisia odhaduje v pôvodnej európskej pätnástke sa toto číslo priebežne na 6,9 percent a to aj napriek tomu, že ich hospodárstva narástli o 45 percent od roku 1990⁴.

Keďže platnosť Kjótskeho protokolu končí v roku 2012, začalo sa v decembri 2007 na konferencii na Bali rokovať o novej zmluve, ktorá by mala Kjótsky protokol nahradiť po roku 2012. Uvedenej konferencii sa zúčastnili predstavitelia 180 krajín a začali formálne

² United nation information service - Medzinárodný panel pre zmenu klímy, Slovenská agentúra životného prostredia

³ Kjótsky protokol k rámcovému dohovoru OSN o zmene klímy

⁴ Agentúrne správy z EÚ, 12. Október 2010 – Štáty EÚ úspešné v plnení Kjótskych záväzkov

rokovania o celosvetovej klimatickej politike po roku 2012 a vypracovali tzv. „Celosvetovú mapu“ na jej uskutočnenie.

V rámci európskej únie poslanci z dočasného výboru navrhujú⁵:

- Aby krajiny EÚ a priemyselné krajiny do roku 2010 znížili množstvo emisií skleníkových plynov o 20 – 40 % a do roku 2050 až o 80 %,
- Do roku 2020 by sa mala zvýšiť energetická účinnosť v EÚ o 20 %.
- Európska komisia by mala prehodnotiť koncept kvót pre biopalivá a zriadiť by sa mal Európsky fond pre oblasť klímy⁶.

Plnenie Kjótskeho protokolu Slovenskou republikou

Podľa národnej správy o inventarizácii emisií skleníkových plynov, aktualizovanej k 15. aprílu 2008, dosiahlo v roku 2006 Slovensko pokles celkových antropogénnych emisií skleníkových plynov, vyjadrených ako CO₂ ekvivalent, o viac ako 35% v porovnaní s rokom 1990 (východzí rok)⁷. Podiel emisií oxidu uhličitého na celkovej spotrebe primárnych energetických zdrojov sa na Slovensku v dôsledku technologickej reštrukturalizácie v období rokov 1990 a 2005 znížil o 23,82 %, čo predstavuje najväčší pokles v rámci EÚ. Podľa ministerstva životného prostredia bude ďalšie znižovanie emisie skleníkových plynov náročné z dôvodu vysokého podielu energeticky náročných prevádzok na tvorbe HDP.

Systém obchodovania s emisiami v prostredí Európskej únie

Európsky systém obchodovania s emisiami (EU ETS) je jedným z kľúčových nástrojov, ktorými sa EÚ snaží dosiahnuť zníženie emisií skleníkových plynov.

Cieľom EU ETS je umožniť členským krajinám Únie splniť záväzky podľa Kjótskeho protokolu. Systém stojí na využití trhových mechanizmov a obchodovanie s emisiami vytvára okolo seba nový ekonomický subsektor so sprostredkovateľskými firmami, poradcami a podobne. EU ETS stojí na šiestich základných princípoch:

- je to systém založený na princípe „limit a obchod“
- pôvodne sa zameriava na emisie CO₂ veľkých priemyselných znečisťovateľov
- implementácia prebieha vo fázach s pravidelnými revíziami, ktoré vytvárajú možnosť rozšírenia schémy na iné skleníkové plyny a ďalšie sektory hospodárstva
- rozhodovanie o alokačných plánoch limitov emisií prebieha tiež periodicky vo fázach
- systém obsahuje robustný rámec kontroly plnenia
- trh s emisiami funguje v celej EÚ, špeciálnymi mechanizmami však otvára možnosti redukcie emisií aj v iných krajinách, je otvorený spolupráci s inými podobnými systémami

Schéma obchodovania s emisiami je určená Smernicou 2003/87/EC, ktorá vstúpila do platnosti 25. októbra 2003. Fungovať začala v januári 2005.

Všetky krajiny v rámci Únie vypracovávajú Národný alokačný plán, ktorý určuje množstvo emisií CO₂, ktoré môžu vyprodukovať firmy v danej krajine. Komisia žiadnemu štátu neurčuje presný objem emisií, stanovených je len 12 kritérií, ktoré je potrebné rešpektovať. Vlády však vedia, že ak by boli príliš štedré pri určovaní alokácií, mohlo by to ohroziť

⁵ www.europarl.europa.eu

⁶ Danou problematikou sa zaoberá aj Dočasný výbor pre klimatické zmeny a jeho návrh správy z 23. 7. 2008

⁷ Tlačová správa ministerstva životného prostredia zo dňa 6. 5. 2009

fungovanie celého EU-ETS. Výsledkom by bolo buď nesplnenie kjótskych záväzkov, alebo potreba pristúpiť k iným, potenciálne nákladnejším nástrojom. Prvé obdobie obchodovania s emisiami prebiehalo v 2005-2007, druhé v 2008-2012, tretie začne po roku 2013.

Trh s emisnými povoleniami

Národnú kvótu emisií príslušná vláda rozdelí medzi firmy a zariadenia, ktoré sú do EU-ETS na jej území zahrnuté. Firmy sa môžu rozhodnúť, či svoju kvótu úplne vyčerpajú, alebo predajú jej časť iným firmám, ktoré svoju alokáciu prekračujú. Vytvára sa tým „trh s emisiami“ (resp. s „povoleniami na emisie“), kde trhový mechanizmus tlačí firmy k zavádzaniu menej znečisťujúcich technológií.

95 % povolení na emisie v prvom období a 90 % povolení na emisie v druhom období (jedno „povolenie“ umožňuje emisie jednej tony CO₂) dostávajú firmy zahrnuté do schémy od svojich národných vlád zadarmo. Trh s povoleniami je však otvoreným – kupovať a následne predávať ich môžu firmy, inštitúcie, mimovládne organizácie i jednotlivci.

V prvej fáze (2005-2007) EU ETS pokrýva len emisie CO₂ veľkých znečisťovateľov v sektore výroby elektrickej energie a tepla a vo vybratých energeticky náročných odvetviach: spaľovne, rafinérie ropy, koksárne, železiarne a oceliarny, cementárne, sklárne, vápenky, tehelne, výrobné keramiky, papierne. O zaradení konkrétnej továrne do schémy rozhoduje jej produkčná kapacita a objem výroby. V prvom období to bolo takmer 11 500 výrobných prevádzok v 25 členských krajinách, ktoré zodpovedali za asi 45% celkových emisií CO₂ v EÚ, respektíve 30% celkových emisií skleníkových plynov⁸.

Systém kontroly

Každý kalendárny rok musia všetky prevádzky zahrnuté do EU ETS predložiť správu o tom, aké množstvo emisií vyprodukovali (merané v ekvivalentoch CO₂). Na základe toho sa im potom zruší určité množstvo povolení, zvyšné možno ušetriť do ďalšieho roka, alebo s nimi obchodovať.

Ak podnik prekročí povolené množstvo emisií, za každú tonu navyše zaplatí pokutu 100 eur. Jeho meno bude zverejnené a do nasledujúceho roku si bude musieť na trhu kúpiť potrebné dodatočné množstvo povolení.

PREHLAD MODELOV ANALYZUJÚCICH KLIMATICKÉ ZMENY

Jedným z prvých integrovaných modelov bol model DICE⁹, ktorý predstavoval globálne agregovaný model prepájajúci model všeobecnej rovnováhy s klimatickým modelom zahrňujúcim emisie, koncentráciu skleníkových plynov, klimatickú zmenu, jej dopady a optimálne spôsoby riešenia. Hlavným nedostatkom globálne agregovaných modelov je strata mnohých zaujímavých a dôležitých špecifik jednotlivých regiónov. Jedným z hlavných nedostatkov je aplikovanie predpokladu, že politické rozhodnutia o redukcii emisií skleníkových sú prijímané na vyššej ako národnej úrovni, čo v skutočnosti neplatí. Preto bol vyvinutý model RICE (Regional Integrated model of Climate and the Economy), ktorý sa snažil o realističnejší obraz politického rozhodovania o adaptačných opatreniach s prihliadnutím na odlišný stupeň spolupráce medzi národmi. Model RICE predstavuje regionálny, dynamický model všeobecnej rovnováhy, ktorý v sebe integruje ekonomické odvetvia s ich zdrojmi, emisiami skleníkových plynov a ich následkami a klimatickou zmenou.

⁸ www.europskaunia.sk

⁹ Z anglického *Dynamic Integrated model of Climate and and the Economy*

Tento model sa v pozitívnom zmysle slova snaží nájsť odpoveď na otázku, ako by mali národy riešiť problém klimatickej zmeny vo svetle ekonomických kompromisov a národných záujmov. Model umožňuje vypočítať nie len efektívnu alternatívu, ale umožňuje jej porovnanie s výsledkami pri voľbe iných alternatív. V modeli je svet rozdelený na desať regiónov, z ktorých každý má k dispozícii počiatočnú zásobu kapitálu, svoju populáciu a využíva určitú technológiu. Počet obyvateľov a technologický pokrok je modelovaný prostredníctvom exogénneho rastu, zatiaľ čo akumulácia kapitálu je výsledkom optimalizácie spotreby v čase. Output je výsledkom Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie so vstupmi – práca, kapitál a technológia. Hlavným prínosom tohto modelu je prepojenie odvetví citlivých na klimatickú zmenu s ekonomickou časťou modelu. Model obsahuje rovnice emisií skleníkových plynov jednotlivých regiónov, globálnu rovnicu koncentrácie skleníkových plynov, rovnicu celosvetovej klimatickej zmeny a regionálne prepojenia klimatických dopadov. Iba emisie CO₂ sú modelované endogénne zatiaľ čo ostatné skleníkové plyny sa správajú exogénne. Dopady klimatickej zmeny zahrnuté do modelu sú odhadnuté na základe viacerých štúdií a toto predstavuje najneistejšiu časť modelu. Hlavnými hospodárskymi rozhodnutiami stojacimi pred národmi pri tomto modelovom prístupe sú spotreba tovarov a služieb, investovanie do produktívneho kapitálu a snaha o spomalenie klimatickej zmeny prostredníctvom redukcie emisií CO₂. Novým prvkom, ktorý tento model prináša je možnosť voľby odlišných národných stratégií. Rozlišujeme tieto tri nasledujúce prístupy: trhový, spolupráca a nespôlupráca. Pri trhovom je riešenie problému klimatickej zmeny ponechané na silách trhu. Kooperatívny prístup predpokladá spoločnú snahu všetkých svetových národov a v poslednom prístupe národy prijímajú svoje vlastné rozhodnutia bez zohľadnenia vplyvu ich rozhodnutí na ostatné národy. RICE model predstavuje dynamický, multi-regionálny model všeobecnej rovnováhy klímy a ekonomiky. Tento modelový prístup zohľadňuje implikácie toho faktu, že klimatická zmena predstavuje globálnu externalitu, avšak rozhodnutia smerujúce k zmierneniu jej dopadov sú prijímané na relatívne malej národnej úrovni.

Ďalším modelom, ktorý pre potreby analyzovania dopadov klimatickej zmeny implementuje princíp všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy do jedného ekonomicko-energeticko-klimatického modelového rámca predstavuje model WIAGEM (World Integrated Assessment General Equilibrium Model), ktorý spája ekonomický, energetický a klimatický modul do integrovaného hodnotiaceho prístupu. Tento model predstavuje IAM založený na dynamickom modeli všeobecnej rovnováhy kombinovanom s modelom trhu s energiou a klimatickým submodelom, ktorý je schopný odhadnúť budúci vývoj až do roku 2050 v päťročných krokoch. Pre hodnotenie trhových a netrhových nákladov a prínosov klimatickej zmeny, WIAGEM kombinuje ekonomický model zameraný na medzinárodný trh s energiami a integruje vzájomné vzťahy klímy so zmenou v teplote a úrovni morskej hladiny. Štruktúra modelu vychádza z 25 svetových regiónov, ktoré sú agregované do 11 obchodných oblastí z ktorých každá obsahuje 14 odvetví. Každý región pozostáva z piatich energetických sektorov: uhlie, zemný plyn, ropa, ropné a uhoľné produkty a elektrina, spolu s priemyselnými odvetviami, poľnohospodárstvom a sektormi služieb. Produkcia jednotlivých odvetví je popísaná vnorenou CES¹⁰ produkčnou funkciou. Vzťahy medzi jednotlivými odvetviami sú popísané prostredníctvom dynamickej všeobecnej rovnováhy, a model v sebe obsahuje medzinárodné trhy ropy, zemného plynu a uhlia, čo umožňuje realističšie modelovanie trhu s ropou v tom zmysle, že regióny OPEC sú schopné z ich pozície ovplyvniť trhovú cenu. Model zohľadňuje vplyvy všetkých skleníkových plynov na potenciálny vývoj priemernej teploty, zmenu úrovne morskej hladiny a odhaduje pravdepodobné dopady klimatickej zmeny v zmysle nákladov a prínosov. Trhové a netrhové škody sú posudzované prostredníctvom hodnotenia dopadov tak ako ich popisuje Tol [1]. Model taktiež zohľadňuje

¹⁰ Z anglického *Constant Elasticity of Substitution*

čistú zmenu produkcie skleníkových plynov prostredníctvom modelovania ich zdrojov ako aj znižovania ich obsahu v atmosfére cez zásobníky, ako výsledok zmeny vo využívaní pôdy a obnovy lesov. Základnou myšlienkou tohto modelového prístupu je evaluácia trhových a netrhových dopadov indukovaných klimatickou zmenou.

Do tejto triedy modelov je možné zaradiť aj model analyzujúci dopady klimatických zmien vyvinutý tímom autorov neziskovej výskumnej organizácie FEEM (Fondazione Eni Enrico Mattei¹¹). Model FEEM je založený na verzii modelu GTAP¹²-E [2], v ktorého základná štruktúra je popísaná v práci Hertela [3]. Základný GTAP model je rozšírený o časť modelujúcu emisie skleníkových plynov. Model odhaduje dopady klimatických zmien v niekoľkých smeroch s využitím komparatívno statického prístupu. Najprv je vytvorený benchmarkový scenár pomocou ymien v parametroch a exogénnych premenných, čo v sebe zahrňuje odhad štruktúry svetovej ekonomiky do roku 2050. Tento odhad abstrahuje od vplyvu klimatických zmien alebo ďalších makroekonomických šokov, prostredníctvom zmien v disponibilite práce, kapitálu, prírodných zdrojov a pôdy, spolu so zmenami v produktivite faktorov. Benchmark je následne porovnávaný so scenármi ktoré simulujú efekty klimatickej zmeny. Priame dopady klimatických zmien sú interpretované ako exogénne zmeny ekonomických premenných a parametrov (napr. zmena disponibilite primárnych zdrojov a zmeny v produktivite, technológii, spotrebných zvyklostiach atď). Tieto exogénne šoky implikujú štruktúrne pohyby v hospodárstve a smerujú k nájdeniu nového rovnovážneho stavu všetkých previazaných trhov. V nadväznosti na tento modelový prístup vznikla zdokonalené dynamizovaná verzia tohto modelu, nazvaná ICES (Intertemporal Computable Equilibrium System). ICES je založený na princípe rekurzívnej – dynamizácie so zreteľom na akumuláciu kapitálu a dlhu. Dopady zahrnuté do modelu predstavujú efekty klimatických zmien na produktivitu poľnohospodárstva, dopyt po energiách, ľudské zdravie, stúpanie morskej hladiny a turizmus. Analýza výsledkov modelu ICES ukazuje, že efekty emisií sú predovšetkým distributívne, teda že emisie v niektorých odvetviach klesajú zatiaľ čo v iných rastú. Celková úroveň globálnych emisií sa však zásadne nemení čo naznačuje že v skutočnosti nie je veľký rozdiel v tom či je alebo nie je použitý iteratívny prístup. Tento modelový prístup je príkladom ako detailne je možné popísať efekty zmeny klímy pomocou rekurzívno-dynamického CGE modelu.

Konštrukcia mnohých modelov si vyžaduje pre kvantifikovanie dopadov zmeny klímy iteratívnu interakciu medzi ich ekonomickými a klimatickými submodelmi, ako príklad je možné spomenúť model GIAM¹³. Tento model predstavuje prepojený klimaticko-ekonomický rámec, ktorý umožňuje odhadnúť dopady klimatickej zmeny a prijímaných adaptačných rozhodnutí na ekonomický systém. Model pracuje na inetratívnom princípe s počiatočnými hodnotami nastavenými na základe odhadu výsledkov modelu GTEM¹⁴ do roku 2100, bez zohľadnenia dopadov klimatických zmien, a vypočítaných hodnôt emisií skleníkových plynov vytvorených svetovou ekonomikou. Hodnoty emisií sú prepočítané na odhad trajektórií skleníkových plynov, ktoré predstavujú vstupy do modelu Mk3L¹⁵, ktorý vypočíta časové rady teplôt zemského povrchu pre všetky regióny modelu GTEM. Následne submodel GTEM opätovne vypočíta výsledky pre všetkých 13 regiónov a 19 odvetví avšak už pri zohľadnení dopadov klimatickej zmeny. Výsledkom sú nové hodnoty ekonomických ukazovateľov a emisných trajektórií. Celý iteračný proces prebieha až do momentu pokým hodnoty

¹¹ Hlavnými riešiteľmi boli Francesco Bosello a Roberto Roson

¹² GTAP predstavuje celosvetovú sieť výskumníkov a tvorcov politik zaobierajúcu sa kvantitatívnymi analýzami medzinárodných problémov

¹³ Z anglického *Global Integrated Assessment Model*

¹⁴ Z anglického *Global Trade and Environment Model*

¹⁵ *Mk3L* je modelom klimatického systému

ekonomických ukazovateľov a emisných trajektórií v dvoch po sebe nasledujúcich iteráciách nie sú rovnaké. V tomto bode konvergenencie sú hodnoty HDP, emisií skleníkových plynov ako aj zmena teploty nižšie ako v počítačnom výpočte submodelu GTEM, čo je dôsledkom toho, že zahrnutie dopadov klimatických zmien vedie k spomaleniu svetovej hospodárskej aktivity a tým pádom aj nižším emisiám.

ZÁVER

Ako už bolo vyššie naznačené, téma životného prostredia z pohľadu globálneho otepľovania má nielen environmentálny aspekt, ale aj aspekt ekonomický a sociálny. Dôsledku globálneho otepľovania, teplota povrchu Zeme za posledné storočie stúpla o 0,74 °C. Preto zmena globálnej klímy, je jedným z najvýznamnejších environmentálnych problémov v doterajšej histórii ľudstva. Z toho dôvodu je dôležité a urgentné sa zaoberať touto problematikou z pohľadu ekonomických a sociálnych dopadov na spoločnosť. Na kvantifikáciu týchto dopadov sa v súčasnosti najčastejšie používajú input-output modely alebo tzv. modely integrovaného hodnotenia. Odhadovanie vplyvov klimatických zmien pri súčasnej, a naďalej rastúcej, komplexnosti a previazanosti ekonomických procesov je pomocou input-output modelov niekedy problematické. Z tohto dôvodu sa pre analyzovanie dopadov využívajú tzv. modely integrovaného hodnotenia (Integrated Assessment models - IAM), ktoré v sebe spájajú poznatky z viacerých vedeckých oblastí.

Použitá literatúra

1. Tol, R. (1999): Temporal and Spatial Efficiency in Climate Policy: Applications of FUND, *Environmental and Resource Economics* 14, s. 33 – 49.
2. Burniaux J.-M., Truong, T.P., (2002): GTAP-E: An Energy-Environmental Version of the GTAP Model, GTAP Technical Paper n.16.
3. Hertel, T.W., (1996): *Global Trade Analysis: Modeling and applications*, Cambridge University Press.
4. I.N. Harman et al., (2008): „Assessment of future global scenarios for the Garnaut Climate Change Review : an application of the GIAM framework“, CSIRO Marine and Atmospheric Research.
5. Berrittella, M., Bigano, A., Roson, R. and R.S.J. Tol, (2006): “A general equilibrium analysis of climate change impacts on tourism”, *Tourism Management*, 25(5), 913-924.
6. Nordhaus, W.D. (1993): Rolling the "DICE": An optimal transition path for controlling greenhouse gases, *Resource Energy Econ.* 15, p.27-50.
7. Roberto Roson and Richard S.J. Tol: “An Integrated Assessment Model of Economy-Energy-Climate - The Model WIAGEM: A Comment”, *The Integrated Assessment Journal*, 6 (1), 75-82.
8. Národný alokačný plán na roky 2008 – 2012
http://ec.europa.eu/clima/policies/ets/docs/nap_sk_final.pdf
9. Piata národná správa o zmene klímy a správa o dosiahnutom pokroku pri plnení Kjótskeho protokolu, 2009, http://unfccc.int/resource/docs/natc/svk_nc5.pdf
10. United nation information service - Medzinárodný panel pre zmenu klímy,
http://www.unis.unvienna.org/unis/sk/thematic_info_climate_change_ipcc.html
11. Slovenská agentúra životného prostredia www.sazp.sk
12. Kjótsky protokol k rámcovému dohovoru OSN o zmene klímy
http://www.vuvh.sk/download/VaV/Vyznamne%20dokumenty%20EU/Kjotsky_protokol.pdf
13. Agentúrne správy z EÚ, 12. Október 2010 – Štáty EÚ úspešné v plnení Kjótskych záväzkov, <http://www.europskyparlament.sk/view/sk/press->

[release/institution/institution-2010/institution-2010-October/institution-2010-October-5.html;jsessionid=03981513AD830045DC520730441A321C](http://www.release/institution/institution-2010/institution-2010-October/institution-2010-October-5.html;jsessionid=03981513AD830045DC520730441A321C)

14. Tlačová správa ministerstva životného prostredia zo dňa 6. 5. 2009
http://www.enviro.gov.sk/servlets/page/868?c_id=5799&o_id=7832

Kontaktné údaje

Ing. Tomáš Domonkos, PhD.
Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied
Šancova č. 56, 811 05 Bratislava
email: tomas.domonkos@savba.sk

Ing. Nora Grisáková, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemská 1/b, 852 35 Bratislava
email: nora.mikusova@euba.sk

Ing. Ivan Lichner
Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied
Šancova č. 56, 811 05 Bratislava
email: ivan.lichner@savba.sk

ANALÝZA PRACOVNÝCH SÍL A KONEČNEJ SPOTREBY POMOCOU INPUT-OUTPUT MODELOVANIA (PRÍPAD SLOVENSKA)

ANALYSING THE IMPACT OF FINAL CONSUMPTION ON LABOR FORCE BY INPUT-OUTPUT MODELING (CASE SLOVAKIA)

Tomáš Domankos, Marek Oštrom, Jana Patakyová

Abstrakt

Každá ekonomika sa vyznačujú silnými medziodvetvovými väzbami. Štandardné nástroje ekonomickej analýzy sa najčastejšie zameriavajú na skúmanie izolovaných odvetví a ich vzájomné väzby zanedbávajú. Nedostatok týchto štandardných prístupov je možné doplniť tzv. input – output analýzou, ktorá disponuje nástrojmi na kvantifikáciu vzájomných väzieb medzi subjektmi (odvetviami alebo sektormi) v ekonomike. Cieľom predloženého príspevku je rozšírenie štandardného input – output modelu o blok pracovných síl a analýza dôsledkov zmien v konečnej spotrebe na potrebu pracovných síl v odvetviach národného hospodárstva. Následne bude tento model aplikovaný na prípad Slovenska.

***Kľúčové slová:** input – output tabuľka, pracovné sily, konečná spotreba*

Abstract

Each economy is characterized by relatively strong relations between its sectors. Standard structural analysis focuses on isolated sectors but neglects their interactions. This disadvantage of these approaches can be corrected by input - output analysis, which has the tools to quantify the interrelationship of the sectors (e.g. industry, construction, services etc.) in the economy. In the presented paper we use an extended input - output model by the „sector“ of workforce and we analyze the impact of changes on final consumption on the needs for workers in each branches of the national economy. Subsequently, the model will be applied to the case of Slovakia.

***Keywords:** Input-Output table, Input-Output analysis, Work force, Final consumption*

Úvod

Nástup trhovej ekonomiky v našom národnom hospodárstve priniesol celý rad podstatných kvantitatívnych i kvalitatívnych zmien vo všetkých sférach výrobnjej, ekonomickej a sociálnej činnosti. Najväčšie zmeny v počte a štruktúre pracovných síl zaznamenalo poľnohospodárstvo, stavebný a textilný priemysel. Slovensko malo pred začiatkom hospodárskej krízy problém nedostatku kvalifikovanej pracovnej sily v priemysle. Problém bol spočiatku charakteristický najmä pre západné a stredné Slovensko¹ a postupne sa rozšíril do prevažnej väčšiny sektorov ekonomiky a na celé územie Slovenska. Na Slovensku sa snažia riešiť niektorí zamestnávateľi situáciu nedostatku pracovných síl pomocou spolupráce so strednými a vysokými školami, ale táto iniciatíva je iba výnimočná. Častejšie postup je najímanie lacnej kvalifikovanej pracovnej sily zo zahraničia, a to aj napriek stále relatívne vysokej miere nezamestnanosti, ktorá je momentálne na úrovni cca 12%. Aj napriek pomerne nízkej mobilite v rámci krajiny, do zahraničia migruje za prácou viac a viac kvalifikovaných pracovných síl. Táto migrácia je najčastejšie motivovaná ekonomicky, nakoľko Slovensko z pohľadu príjmov patrí stále medzi najhoršie v Európskej únii. Mobilita v rámci krajiny je charakteristická pre mladých absolventov vysokých a stredných škôl, ktorý sa z ekonomicky menej výkonných regiónov ako je kraj Košický alebo Prešovský migrujú za prácou do Bratislavy. Česko a Maďarsko stále priťahuje množstvo zamestnancov najmä do priemyslu, ktorý v týchto krajinách zaznamenal konjunktúru a výrazný dopyt po pracovnej sile. Po vstupe SR do EÚ v roku 2004, taktiež Veľká Británia alebo Írsko lákajú veľké množstvo mladých ľudí, ktorí vykonávajú prevažne nízko-kvalifikované práce, ktorá nezodpovedá ich kvalifikácii.

V roku 2011 uplynie prechodné obdobie, ktoré umožnilo Nemecku a Rakúsku obmedziť voľný pohyb pracovnej sily z nových členských krajín. Aj keď Slovensko pomaly stráca pozíciu krajiny s regionálne najlacnejšou pracovnou silou, je potrebné očakávať ďalší odlev pracovnej sily. Demografický vývoj na Slovensku ale aj v celej Európe naznačuje, že slovenský trh práce začne byť závislý aj na pracovných silách zo zahraničia. Preto je vhodné vytvoriť podmienky na prilákanie vysokokvalifikovaných odborníkov z odborov, ktorí sú potrební na rozvoj nových technológií na Slovensku.

Jednou z možností ako analyzovať potrebu pracovnej sily v jednotlivých odvetviach členené podľa odvetvovej klasifikácie ekonomických činností je tzv. Input-output analýza. V predložennom článku budeme skúmať priamu a nepriamu náročnosť jednotlivých zložiek konečnej spotreby na pracovnú silu v jednotlivých odvetviach SR. Použitá input-output tabuľka je v bežných cenách z roku 2005 a dostupná na stránke Európskeho štatistického úradu² (EUROSTAT).

ZÁKLADNÉ TEORETICKÉ VÝCHODISKA INPUT-OUTPUT ANALÝZY

Základným nástrojom pre štruktúrnú analýzu sú input – output tabuľky. Tabuľka zobrazuje vzťahy medzi odvetvami národného hospodárstva, kvantitatívne toky produkcie vo výrobnjej a nevýrobnjej sfére. Spotrebu produkcie členíme v tabuľke na výrobnú³ a konečnú⁴ spotrebu

¹ Napr. závody KIA, PSA, Volkswagen alebo Samsung.

² http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/esa95_supply_use_input_tables/data/workbooks

³ Výrobnú produkciu tvoria toky produkcie v rámci jednotlivých odvetví.

v rámci sledovaného obdobia. Input – output tabuľka je zložená zo štyroch kvadrantov (tabuľka č. 1):

Tabuľka č. 1: **Input – output tabuľka**

Dodávateľské odvetvia		Odvetvia výrobnjej spotreby				Celkom	Zložky konečnej spotreby				Konečná spotreba	Celková produkcia	
		Spotrebiteľské odvetvia					Spotreb a domácnosti	Spotreba štátnej správy	Tvorba hrubého kapitálu	Export			
		1	...	j	...	n							
Spotreba energie, materiálov, polotovarov atď.	1	x_{11}	...	x_{1j}	...	x_{1n}	u_1	C_1	G_1	I_1	E_1	y_1	x_1
	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	i	x_{i1}	...	x_{ij}	...	x_{in}	u_i	C_i	G_i	I_i	E_i	y_i	x_i
	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n	x_{n1}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	u_n	C_n	G_n	I_n	E_n	y_n	x_n
Celkom		v_1	...	v_j	...	v_n		C	G	I	E	Y	X
Zložky primárnych vstupov – pridaná hodnota	Mzdy	z_{m1}	...	z_{mj}	...	z_{mn}	z_m	IV kvadrant					
	Spotreba fixného kapitálu	z_{o1}	...	z_{oj}	...	z_{on}	z_o						
	Zisk	z_{z1}	...	z_{zj}	...	z_{zn}	z_z						
	Dane a ostatné	z_{d1}	...	z_{dj}	...	z_{dn}	z_d						
	Celkom	z_1	...	z_j	...	z_n	Z						
Dovoz		d_1	...	d_j	...	d_n	D						
Celková produkcia		x_1	...	x_j	...	x_n	X						

Zdroj: Goga 2009.

Všeobecná input-output tabuľka sa skladá zo štyroch kvadrantov, ktoré sú:

- **I kvadrant** - (kvadrant výrobnjej spotreby) zachytáva dodávateľsko – odberateľské vzťahy medzi výrobnými odvetviami vo forme medzispotreby. Toky produkcie na hlavnej diagonále predstavujú vnútro – odvetvovú spotrebu.
- **II kvadrant** - popisuje vzťahy medzi dodávateľskými výrobnými odvetviami a autonómnymi odvetviami v podobe konečnej spotreby (spotreba domácností, spotreba štátnej správy, tvorba hrubého kapitálu a export).
- **III kvadrant** - zobrazuje pridanú hodnotu (alebo hodnotu pridanej spracovaním) v jednotlivých výrobných odvetviach. Obsahuje nemateriálovú spotrebu odvetví, ktorá zvyšuje hodnotu produkcie, ako sú náklady na mzdy pracovníkov, náklady na spotrebu fixného kapitálu, údaje o ziskoch a daniach. Obsahuje aj údaje o dovezenej produkcii, použitej v jednotlivých odvetviach na spotrebu.
- **IV kvadrant** - obsahuje priame vzťahy medzi primárnymi činiteľmi (spotreba fixného kapitálu, mzdy, zisk a dane) a konečnou spotrebou. V prevažnej miere je tento kvadrant prázdny, pretože v základom statickom input – output modeli sa možno zaoberať aj bez týchto údajov.

⁴ Konečnú spotrebu členíme na spotrebu domácností, spotrebu štátnej správy, tvorbu hrubého kapitálu, export a import produkcie.

PRACOVNÁ SÍLA A KONEČNÁ SPOTREBA

V tejto časti budeme analyzovať štruktúru konečnej spotreby na potrebu množstva pracovných síl, výrobných kapacít, na objem mzdových nákladov, zisk a spotrebu fixného kapitálu. Najprv si rozšírime input – output tabuľku o blok pracovných síl. Blok pracovných síl je štruktúrovaný podľa kvalifikácie a profesie pracovnej sily a podľa odvetvového členenia (tabuľka č. 2):

Tabuľka č. 2: *Pracovná sila štruktúrovaná podľa kvalifikácie v Input – output tabuľke za jednotlivé výrobné odvetvia*

Dodávateľské odvetvia		Odvetvia výrobné spotreby					Počet pracovníkov v kvalifikačnej skupine	
		Spotrebiteľské odvetvia						
		1	2	...	<i>j</i>	...	<i>n</i>	
Kvalifikačná skupina a profesia	1	t_{11}	t_{12}	...	t_{1j}	...	t_{1n}	w_1^t
	2	t_{21}	t_{22}	...	t_{2j}	...	t_{2n}	w_2^t
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	<i>p</i>	t_{p1}	t_{p2}	...	t_{pj}	...	t_{pn}	w_p^t
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	<i>q</i>	t_{q1}	t_{q2}	...	t_{qj}	...	t_{qn}	w_q^t
Počet pracovníkov v odvetviach		t_1	t_2	...	t_j	...	t_n	Celkom

Zdroj: Goga 2009.

kde t_{pj} predstavuje počet pracovníkov *p*-tej kvalifikačnej skupiny $p = 1, 2, \dots, q$ potrebných na zabezpečenie výroby celkovej produkcie x_j v *j*-tom odvetví. Celkovú potrebu pracovníkov určitej kvalifikačnej skupiny⁵ alebo profesie na zabezpečenie výroby v príslušnom výrobnom odvetví vypočítame pomocou vzťahu:

$$\mathbf{w}^t = \mathbf{A}^t \mathbf{x}, \quad (1.1)$$

kde \mathbf{w}^t je vektor, vyjadrujúci celkovú potrebu pracovných síl na výrobu produkcie \mathbf{x} podľa kvalifikačnej štruktúry a \mathbf{A}^t je matica koeficientov *priamej pracovnej náročnosti* podľa kvalifikačnej štruktúry s rozmermi $(q \times n)$, resp. $\mathbf{a}^t = (a_1^t, a_2^t, \dots, a_n^t)$ bez kvalifikačnej štruktúry pracovných síl.

Ak chceme zistiť, aké nároky na počet pracovných síl vyvolávajú zmeny v konečnej spotrebe \mathbf{y} , môžeme použiť Leontiefov otvorený statický model, v tvare $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}$. Ak tento model dosadíme do upraveného vzťahu (1.1), potom dostaneme:

$$\mathbf{w}^t = \hat{\mathbf{A}}^t \mathbf{x} = \hat{\mathbf{A}}^t (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} = \hat{\mathbf{A}}^t \mathbf{R} \mathbf{y} = \mathbf{R}^t \mathbf{y} \quad (1.2)$$

kde \mathbf{R} je matica koeficient celkovej náročnosti materiálovej spotreby a $\hat{\mathbf{A}}^t$ je diagonálna matica koeficientov priamej pracovnej náročnosti. Matica koeficientov $\mathbf{R}^t = \hat{\mathbf{A}}^t \mathbf{R}$ je tzv. matica koeficientov celkovej pracovnej náročnosti alebo celkovej práci s rozmermi $(q \times n)$

⁵ <http://www.infostat.sk/ELIS/RES/okecnace.html> (Stiahnuté: 20.11.2010)

$$\mathbf{R}^t = \begin{bmatrix} r_{11}^t & r_{12}^t & \dots & r_{1n}^t \\ r_{21}^t & r_{22}^t & \dots & r_{2n}^t \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ r_{q1}^t & r_{q2}^t & \dots & r_{qn}^t \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Koeficienty celkovej pracovnej náročnosti r_{pj}^t ($p = 1, 2, \dots, q$ a $j = 1, 2, \dots, n$) vyjadrujú, aké množstvo práce p -tej kvalifikácie bolo vynaložené vo výrobných odvetviach na výrobu jednotky celkovej produkcie určenej na konečnú spotrebu. Ak poznáme tieto koeficienty, potom vieme určiť náročnosť jednotlivých zložiek konečnej spotreby na pracovné sily podľa kvalifikácie zo vzťahu (1.2) a platí, že sú väčšie ako koeficienty priamej pracovnej náročnosti, t.j. $r_{pj}^t \geq a_{pj}^t$ pre $p = 1, 2, \dots, q$ a $j = 1, 2, \dots, n$.

ANALÝZA PRACOVNEJ SÍLY A KONEČNEJ SPOTREBY NA PRÍKLADE SLOVENSKA

Input-Output tabuľka, ako bolo vyššie naznačené sa skladá z štyroch kvadrantov. V našich podmienkach sa od štvrtého kvadrantu (kvadrant znovurozdeľovania) abstrahuje. V nasledujúcej analýze budeme používať tabuľku v bežných cenách z roku 2005. Zdrojom údajov bol EUROSTAT. Agregácia bola vykonaná na úroveň šestnástich hlavných činností OKEČ, pričom pôvodná tabuľka bola dezadregovaná na úrovni dvojmiestneho OKEČ a upravená tak, aby plne zodpovedala štruktúre tabuľky č.1 prezentovanej vyššie. Tieto odvetvia sú nasledovné:

- A, B – Poľnohospodárstvo poľovníctvo a lesné hospodárstvo, rybolov, chov rýb
- C – Ťažba nerastných surovín
- D – Priemyselná výroba
- E – Výroba a rozvod elektriny, plynu a vody
- F – Stavebníctvo
- G – Veľkoobchod a maloobchod, oprava motorových vozidiel, motocyklov a spotrebného tovaru
- H – Hotely a reštaurácie
- I – Doprava, skladovanie, pošta a telekomunikácie
- J – Finančné sprostredkovanie
- K – Nehnutelnosti, prenájom a obchodné činnosti
- L – Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie
- M – Školstvo
- N – Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť
- O – Ostatné spoločenské, sociálne a osobné služby
- P – Súkromné domácnosti s domácim personálom

Počet pracujúcich v jednotlivých odvetviach bol podľa rovnakého členenia, pričom sme použili údaje za rok 2005 zo systému národných účtov, aby sme zachovali čo najvyššiu konzistenciu medzi používanými údajmi. Zdrojom údajov bol Štatistický úrad Slovenskej republiky. V roku 2005 podľa metodiky ESA95 bola celková zamestnanosť na úrovni 2 088 909 osôb. Najväčší podiel na úrovni skoro 25 % vykazoval priemysel. Čo je podľa očakávaní, nakoľko predstavuje odvetvie s najväčším podielom na tvorbe HDP. Za ním

nasledoval sektor veľkoobchodu a maloobchodu, opravy motorových vozidiel, motocyklov a spotrebného tovaru s asi 17 % podielom.

Tabuľka č. 3: *Celková zamestnanosť v SR (ESNÚ95) podľa ekonomických činností (OKEČ) v osobách*

Národné hospodárstvo spolu	Poľnohospodárstvo, poľovníctvo a lesné hospodárstvo, rybolov, chov rýb	Ťažba nerastných surovín	Priemysel a výroba	Výroba a rozvod elektriny, plynu a vody	Stavebníctvo	Veľkoobchod a maloobchod, oprava motorových vozidiel, motocyklov a spotrebného tovaru	Hotely a reštaurácie
	A, B	C	D	E	F	G	H
	1	2	3	4	5	6	7
2 088 909	91660	9105	511018	38148	154399	370334	57033
Podiel	4,39%	0,44%	24,46%	1,83%	7,39%	17,73%	2,73%
Doprava, skladovanie, pošta a telekomunikácie	Finančné sprostredkovanie	Nehnuteľnosti, prenájom a obchodné činnosti	Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie	Školstvo	Zdravníctvo a sociálna starostlivosť	Ostatné spoločenské, sociálne a osobné služby	Súkromné domácnosti s domácim personálom
I	J	K	L	M	N	O	P
8	9	10	11	12	13	14	15
138773	34923	179481	140394	166375	121230	76021	15
6,64%	1,67%	8,59%	6,72%	7,96%	5,80%	3,64%	0,00%

Zdroj: ŠÚSR, metóda ESNÚ 95, podľa štvrťročných národných účtov.

Zaujímavé je, že podiel pracovníkov v odvetví nehnuteľnosti, prenájmu a obchodných činností vykazuje tretí najvyšší podiel na počte pracovníkov s cca 8 %. Za ním nasleduje školstvo s asi 8 %, stavebníctva s približne 7,5 % a verejná správa a obrana a povinné sociálne zabezpečenie so skoro 7 %. Doprava, skladovanie, pošta a telekomunikácie a zdravotníctvo a sociálna starostlivosť vykazujú cca 6,6 % a 5,8 %. Ostatné odvetvia majú podiel nižší ako 4 %, pričom najnižší podiel vykazujú súkromné domácnosti s domácim personálom.

V nasledujúcej časti charakterizujeme input – output tabuľku za Slovensko z roku 2005. Dôvod prečo používame rok 2005 je ten, že v súčasnosti neexistuje verejne publikovaná novšia verzia. Input – output tabuľky sú v súčasnosti publikované v päťročných časových intervaloch v bežných cenách, čo sťažuje ich porovnanie v čase.

V tabuľke č. 4. môžeme vidieť, že domáca spotreba, čo predstavuje súčet konečnej spotreby domácností, štátnej správy, tvorby hrubého fixného kapitálu a importu predstavovalo 86 036 mil. EUR. Ak od tohto čísla odrátame vývoz, ktorý bol na úrovni 39 865 mil. EUR, tak dostaneme HDP Slovenskej republiky za rok 2005 na úrovni 46 717,5 mil. EUR. Celková produkcia x v roku 2005 predstavovala 150 368 mil. EUR. Medzispotreba bola 64 332 mil. EUR. Pridaná hodnota, ktorá je súčet kompenzácie zamestnancov, daní a subvencií na produkciu, spotreby fixného kapitálu, zisku a vývozu činila rovnako ako domáca spotreba 86 036 mil. EUR, čo je v súlade s tzv. podmienkami bilančnej rovnováhy, z ktorých vychádza základný input – output model (Goga 2009, str. 20 - 21).

Tabuľka č. 4: **Input - output tabuľka v bežných cenách, Slovenská republika, Rok 2005**

Kód	Oštiev	Oštiev																			C	G	I	EK	Y	X
		A, B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P										
Obst		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22			
A, B	Pohospodárstvo, poľovníctvo a lesné hospodárstvo, rybné, chov rýb	744	1	144	5	17	34	42	3	1	19	114	1		5		2 131	1 483	3	142	556	2 184	4 314			
2	C	9	21	2 948	1 105	11	55	3	338		6	2	8	3	8		4 915	23		77	220	319	4 655			
3	D	656	66	20 934	450	2 189	1 048	182	1 036	75	886	242	66	412	152		38 485	8 664	1 019	6 823	29 115	45 412	73 817			
4	E	113	45	1 370	3 245	99	187	49	93	22	238	123	111	98	86		5 800	2 022		179	2 201	8 081				
5	F	13	20	163	110	3 005	123	6	65	5	344	118	27	21	33		4 164	208	4	5 822	155	5 989	10 142			
6	G	182	3	1 655	86	312	756	58	203	15	218	75	22	100	34		3 722	2 982	1	694	2 807	6 085	9 807			
7	H	6		56	4	23	35	6	82	11	46	51	12	8	49		370	894	10		468	1 382	1 762			
8	I	101	33	1 318	179	213	509	12	2 300	161	246	167	23	36	144		5 442	2 561	119	45	2 335	4 860	10 302			
9	J	26	1	220	32	44	202	4	138	403	238	53	2	10	8		1 369	2 005	1		217	2 222	3 591			
10	K	135	21	1 566	227	508	1 281	69	517	411	2 214	289	18	78	170		7 855	3 899	143	825	883	5 060	12 415			
11	L	1	1	24	10	5	4		10	5	8	74	2		3		146	78	4 314	1	51	4 444	4 591			
12	M			29	4	4	6		8	10	14	9	28	4	9		124	281	1 540		11	1 822	1 959			
13	N	12		3			2		2		4	9	2	34	2		70	376	1 665		76	2 127	2 206			
14	O	5	2	96	18	18	23	8	18	2	27	58	7	17	448		749	1 134	280	21	485	1 910	2 880			
15	P																									
16	Spolu	2 094	216	31 546	5 475	6 336	4 267	441	4 794	1 122	4 497	1 304	330	828	1 151		64 322	25 489	9 130	13 830	37 598	88 038	180 398			
17	W	656	115	4 388	539	1 186	2 040	289	1 516	647	1 851	1 838	1 407	916	588								18 284			
18	T	- 114	- 9	848	86	149	253	30	211	88	238	198	59	66	141								2 221			
19	D	459	127	1 782	1 668	221	181	60	1 210	968	1 883	1 080	77	190	182								6 919			
20	IS	795	66	4 084	102	1 985	2 911	291	1 456	993	2 682	- 42	31	208	507								16 077			
22	D	544	4 321	30 979	131	215	155	652	1 117	373	1 166	42	52	6	110								38 665			
23	Z	2 310	4 919	42 271	2 886	3 736	5 540	1 311	5 508	2 489	7 917	3 227	1 628	1 386	1 519									86 016		
24	X	4 314	4 935	73 817	8 081	10 142	9 807	1 762	10 302	3 591	12 415	4 591	1 959	2 206	2 880									180 398		

Zdroj: EUROSTAT, vlastné prepočty autorov.

Ďalej pokračujeme s analýzou koeficientov priamej a celkovej pracovnej náročnosti. Vysvetlenie a interpretáciu koeficientov uvedieme na konkrétnych výsledkoch. Nasledujúca tabuľka znázorňuje koeficienty priamej pracovnej náročnosti.

Tabuľka č. 5: **Koeficienty priamej pracovnej náročnosti**

Poľnohospodárstvo, poľovníctvo a lesné hospodárstvo, rybolov, chov rýb	Ťažba nerastných surovín	Priemysel a výroba	Výroba a rozvod elektriny, plynu a vody	Stavebníctvo	Veľkoobchod a maloobchod, oprava motorových vozidiel, motocyklov a spotrebného tovaru	Hotely a reštaurácie	Doprava, skladovanie, pošta a telekomunikácie
A, B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8
21,24	1,88	6,92	4,72	15,37	37,76	32,55	13,47
Finančné sprostredkovanie	Nehnutelnosti, prenájom a obchodné činnosti	Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie	Školstvo	Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť	Ostatné spoločenské, sociálne a osobné služby	Súkromné domácnosti s domácim personálom	
J	K	L	M	N	O	P	
9	10	11	12	13	14	15	
9,73	14,46	30,58	85,06	54,95	28,58	-	

Zdroj: EUROSTAT, ŠÚSR a vlastné prepočty autorov.

Na to aby sa vyprodukovala jeden mil. EUR. produkcie v priemysle je potrebné skoro sedem pracovníkov resp. sedem pracovníkov aby vyrábali počas celého roka v tomto ekonomickom odvetví. Najviac pracovne náročné sektory sú podľa očakávania zdravotníctvo (asi 55 človekorokov) a školstvo (asi 85 človekorokov). Jeden z dôvodov je, že tieto odvetvia explicitne nefungujú v plnom rozsahu s cieľom produkovať zisk. Za nimi nasledujú ďalšie odvetvia služieb ako veľkoobchod a maloobchod s asi 37 pracovníkmi a hotelierstvo, verejná správa a ostatné spoločenské a sociálne služby s asi 30 potrebnými pracovníkmi na jeden rok na vyprodukovanie jedného milióna EUR. Na vyprodukovanie jedného mil. EUR v poľnohospodárstve je potrebné cca 21 človekorokov. Najmenej pracovne náročné odvetvie na Slovensku je odvetvie ťažby nerastných surovín, kde na vytvorenie milióna EUR. je potrebných iba asi 2 človekoroky. Dôvod nižšej pracovnej náročnosti vo výrobných odvetviach oproti službám je spôsobený najmä vysokým stupňom mechanizácie.

Koeficienty celkovej pracovnej náročnosti vyjadrujú potrebu človekorokov na jeden mil. EUR z príslušného odvetvia určených na konečnú spotrebu. Koeficienty celkovej pracovnej náročnosti sú z pravidla vyššie ako koeficienty priamej pracovnej náročnosti. Je to spôsobené faktom, že iba určité percento celkovej produkcie je použité v rámci konečnej spotreby. Pracovná náročnosť na finálnu spotrebu je napr. v odvetviach ako priemysel alebo stavebníctvo o skoro 100 % vyššia ako koeficienty priamej pracovnej náročnosti. Na produkciu v hodnote jedného mil. EUR na konečnú spotrebu je potrebných asi 14 človekorokov pre priemysel a 31 človekorokov pre stavebníctvo. Je zaujímavé, že v odvetviach služieb sa koeficienty celkovej pracovnej náročnosti zvýšili nižším podielom než v vo výrobných odvetviach. Koeficienty celkovej pracovnej náročnosti pre jednotlivé odvetvia sa nachádzajú v tabuľke č. 6.

Tabuľka č. 6: *Koeficienty celkovej pracovnej náročnosti*

Poľnohospodárstvo, poľovníctvo a lesné hospodárstvo, rybolov, chov rýb	Ťažba nerastných surovín	Priemysel a výroba	Výroba a rozvod elektriny, plynu a vody	Stavebníctvo	Veľkoobchod a maloobchod, oprava motorových vozidiel, motocyklov a spotrebného tovaru	Hotely a reštaurácie	Doprava, skladovanie, pošta a telekomunikácie
A, B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8
33,28	2,68	14,02	13,78	31,02	48,62	38,38	23,22
Finančné sprostredkovanie	Nehnuteľnosti, prenájom a obchodné činnosti	Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie	Školstvo	Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť	Ostatné spoločenské, sociálne a osobné služby	Súkromné domácnosti s domácim personálom	
J	K	L	M	N	O	P	
9	10	11	12	13	14	15	
16,27	22,67	38,34	89,60	63,52	41,80	0,00	

Zdroj: EUROSTAT, ŠÚSR a vlastné prepočty autorov.

ZÁVER

V súčasnosti sa čoraz väčší dôraz kladie pri tvorbe makroekonomických analýz na preskúmanie štruktúry ekonomiky, t. j. preskúmanie vzťahov medzi jednotlivými odvetviami. Jedným z možných nástrojov na vykonanie takejto analýzy je input - output analýza založená na tzv. princípoch bilančnej rovnováhy. Tento typ analýzy využíva input - output tabuľku, ktorá vychádza z národného účtovníctva a zachytáva toky medzi jednotlivými odvetviami. Tieto tabuľky sa v podmienkach SR publikujú raz za 5 rokov. Posledná, najaktuálnejšia verzia je z roku 2005. V predloženom článku skúmame pomocou input - output modelu potrebu pracovnej sily na konečnú spotrebu. V prvej časti príspevku sa nachádzajú teoretické východiská všeobecného input - output modelu a rozšíreného modelu, ktorý skúma vzťah medzi konečnou spotrebou a pracovnou silou. Následne uvádzame input - output tabuľku SR a na záver koeficienty priamej a celkovej pracovnej náročnosti. Koeficient priamej pracovnej náročnosti vyjadruje potrebu pracovnej sily na vyprodukovanie jednej jednotky celkovej produkcie. Koeficient celkovej pracovnej náročnosti vyjadruje potrebu pracovnej sily na jednu jednotku finálnej spotreby. Z pohľadu priamej pracovnej náročnosti sú najviac pracovne náročné sektory podľa očakávania zdravotníctvo s cca 55 človekorokmi a školstvo s cca 85 človekorokmi. Najmenej pracovne náročné odvetvie na Slovensku je odvetvie ťažby nerastných surovín, kde na vytvorenie milióna EUR. je potrebných iba asi 2 človekorokov. Z pohľadu koeficientov celkovej pracovnej náročnosti je zaujímavé spomenúť odvetvia ako priemysel alebo stavebníctvo so skoro 100 % vyššou celkovou pracovnou náročnosťou ako priamou. Na produkciu v hodnote jedného mil. EUR na konečnú spotrebu je potrebných asi 14 človekorokov pre priemysel a 31 človekorokov pre stavebníctvo. Je zaujímavé, že v odvetviach služieb sa koeficienty celkovej pracovnej náročnosti zvýšili nižším podielom než v výrobných odvetviach. Táto analýza poskytla zaujímavé informácie ohľadne priamej ako aj celkovej pracovnej náročnosti v podmienkach SR a preto považujeme za dôležité vykonávať takéto analýzy.

Použitá literatúra

1. GOGA, M. 2009. Input - output Analýza. Prvé vydanie, Iura Edition, Bratislava 2009. ISBN: 978 80 8078 293 1

Kontaktné údaje

Ing. Tomáš Domonkos, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: tdomonkos@gmail.com

Ing. Marek Oštrom

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: marek.ostrom@gmail.com

Ing. Jana Patakiová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: jana.pataky@gmail.com

ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ SÍŤOVÉHO REVENUE MANAGEMENTU

SOLVING NETWORK REVENUE MANAGEMENT PROBLEMS

Petr Fiala

Abstrakt

Revenue management (RM) je procesem pochopení, odhadování a ovlivňování chování spotřebitele s cílem maximalizace příjmů. Modely síťového revenue managementu se snaží maximalizovat příjem v situacích, kdy zákazníci kupují balíčky z více zdrojů. Vazby mezi zdroji jsou v tomto případě vytvářeny poptávkou zákazníků. Problém síťového revenue managementu může být formulován jako problém stochastického dynamického programování, jehož optimální řešení je výpočetně nezládnutelné. Řešení jsou založena na aproximacích různých typů. Většina aproximačních metod využívá zjednodušeného síťového modelu nebo rozložení problému do soustavy jedno-zdrojových problémů. V příspěvku jsou prezentovány aproximační metody založené na rozšíření základních přístupů.

***Klíčová slova:** revenue management, síťové problémy, aproximace*

Abstract

Revenue management (RM) is the process of understanding, anticipating and influencing consumer behavior in order to maximize revenue. Network revenue management models attempt to maximize revenue when customers buy bundles of multiple resources. The dependence among the resources in such cases is created by customer demand. Network revenue management can be formulated as a stochastic dynamic programming problem whose exact solution is computationally intractable. Solutions are based on approximations of various types. Most approximation methods use a simplified network model or decompose the network problem into a collection of single-resource problems. Approximation methods based on extensions of the basic approaches are proposed in the paper.

***Key words:** revenue management, network problems, approximations*

1 ÚVOD

Revenue management (RM) je procesem pochopení, odhadování a ovlivňování chování spotřebitele s cílem maximalizace příjmů. Úkolem je prodat správný zdroj správnému zákazníkovi ve správném čase za správnou cenu pomocí správného prodejního kanálu. RM je umění a věda predikce zákaznické poptávky v reálném čase a optimalizace ceny a dostupnosti produktů vzhledem k poptávce. RM se týká tří základních kategorií rozhodování v oblasti managementu poptávky:

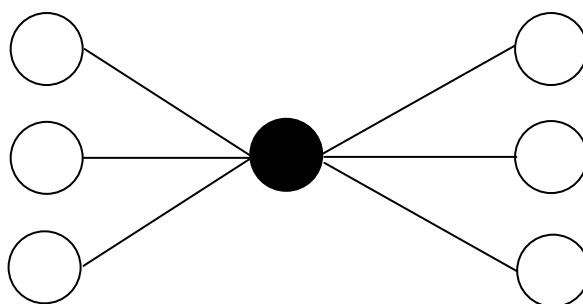
- cena,
- množství,
- strukturální rozhodnutí.

Oblast RM zahrnuje všechny postupy spojené s managementem cen a poptávky. To zahrnuje tradiční postupy jako je alokace kapacit, dynamické vytváření cen nebo overbooking, ale rovněž i novější oblasti, jako jsou oligopolní modely, vyjednávání cen či aukce.

RM zaznamenal v posledních letech obrovský úspěch, zejména v oblasti aerolinií, hotelů a půjčoven aut. V současnosti stále větší počet sektorů využívá podobných konceptů (viz Talluri a van Ryzin, 2004, Belobaba, 2001, Williamson, 1992). To, co je nové kolem RM, nejsou rozhodování v oblasti managementu poptávky sama o sobě, ale spíše způsob, jak jsou tato rozhodování uskutečněna. Skutečná inovace RM spočívá v metodách rozhodování.

2 PROBLÉM SÍŤOVÉHO REVENUE MANAGEMENTU

Revenue management s více zdroji je označován jako síťový revenue management. Modely síťového revenue managementu se snaží maximalizovat příjem v situacích, kdy zákazníci kupují balíčky z více zdrojů. Vazby mezi zdroji jsou v tomto případě vytvářeny poptávkou zákazníků. Vzájemné vazby mezi zdroji, označované jako síťové efekty, vytvářejí složitost řešení tohoto problému. Taková třída problémů vzniká v aerolinkách, hotelech, železniční dopravě atd. V případě aerolinek, spočívá problém v řízení kapacit soustavy navazujících letů v síti, tzv. síť typu hub-and-spoke (viz Obr. 1). V případě hotelů spočívá problém v řízení kapacit pokojů v následných dnech, jestliže zákazníci mají různě dlouhé pobyty.



Obr.1: Síť typu hub-and-spoke

Problém síťového revenue managementu může být formulován jako problém stochastického dynamického programování, jehož optimální řešení je výpočetně nezávládnutelné. Klasickou technikou pro zvládnutí tohoto problému bylo použití deterministického lineárního programování pro síťový kapacitní problém. Metoda deterministického lineárního programování (DLP) je značně populární v praxi v řadě průmyslových aplikací. Tato metoda je však založena na chybných předpokladech, že poptávka je deterministická a statická. Počáteční úspěch metody DLP vyvolal však významný výzkum možných reformulací a rozšíření. Významným omezením aplikovatelnosti této metody je rovněž předpoklad nezávislosti poptávky. Výzkum se zaměřil na zahrnutí zákaznickova výběru do těchto modelů, což zvýšilo jejich složitost. Tento vývoj ovlivňuje současné úsilí o navržení výkonných praktických heuristik, které mohou řešit problémy praktických rozsahů.

Základní model problému síťového revenue managementu může být formulován následovně (viz Talluri, van Ryzin, 2004): Síť má m zdrojů, které mohou být použity pro vytvoření n produktů. Definujme incidenční matici $A = [a_{ij}]$, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$, kde

$$a_{ij} = 1, \text{ jestliže zdroj } i \text{ je použit pro produkt } j, \\ a_{ij} = 0, \text{ jinak.}$$

Sloupec j matice A , označený a_j , je incidenčním vektorem pro produkt j . Značení $i \in a_j$ znamená, že zdroj i je použit pro produkt j .

Stav sítě je popsán vektorem $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, zachycujícím kapacity zdrojů. Jestliže je prodán produkt j , potom se stav sítě změní na $x - a_j$.

Čas je diskrétní, existuje T period a index t označuje průběžný čas, $t = 1, 2, \dots, T$. Předpokládá se, že v každé periodě t může přijít nejvýše jeden požadavek na produkt.

Poptávka v časové periodě t je modelována jako realizace náhodného vektoru $r(t) = (r_1(t), r_2(t), \dots, r_n(t))$. Jestliže $r_j(t) = r_j > 0$, znamená to, že vznikla poptávka po produktu j a odpovídající příjem je r_j . Jestliže $r_j(t) = 0$, znamená to, že nevznikla žádná poptávka po produktu j . Realizace $r(t) = 0$ (všechny složky vektoru jsou rovny nule) znamená, že není poptávka po žádném produktu v čase t . Předpoklad, že může přijít nejvýše jeden požadavek v každé časové periodě, znamená, že nejvýše jedna složka vektoru $r(t)$ může být kladná. O posloupnosti $r(t)$, $t = 1, 2, \dots, T$, se předpokládá, že je nezávislá se známými společnými rozděleními v každé časové periodě t . Jestliže jsou příjmy spojené s produktem j pevné, označíme je r_j a vektor příjmů $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$.

Pro daný průběžný čas t , průběžné zbývající kapacity x a průběžný požadavek $r(t)$ existuje rozhodnutí akceptovat nebo neakceptovat průběžný požadavek. Definujme rozhodovací vektor $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$, kde

$$\begin{aligned} u_j(t) &= 1, \text{ jestliže je požadavek na produkt } j \text{ v čase } t \text{ akceptován,} \\ u_j(t) &= 0, \text{ jinak.} \end{aligned}$$

Složky rozhodovacího vektoru $u(t)$ jsou funkcemi složek vektoru zbývajících kapacit x a složek vektoru příjmů r , $u(t) = u(t, x, r)$. Rozhodovací vektor $u(t)$ je vymezen množinou

$$U(x) = \{u \in \{0, 1\}^n, Au \leq x\}.$$

Maximum očekávaného příjmu, při dané zbývající kapacitě x v časové periodě t , je označeno $V_t(x)$. Potom $V_t(x)$ musí splňovat Bellmanovu rovnici

$$V_t(x) = E \left[\max_{u \in U(x)} \{r(t)^T u(t, x, r) + V_{t+1}(x - Au)\} \right] \quad (1)$$

s okrajovou podmínkou

$$V_{T+1}(x) = 0, \forall x.$$

Rozhodnutí u^* je optimální právě tehdy, když splňuje podmínky:

$$\begin{aligned} u_j(t, x, r_j) &= 1, \text{ jestliže } r_j \geq V_{t+1}(x) - V_{t+1}(x - a_j), a_j \leq x, \\ u_j(t, x, r_j) &= 0, \text{ jinak.} \end{aligned}$$

To odráží intuitivní názor, že příjem r_j za produkt j je akceptován jedině tehdy, když převyšuje náklady alternativních příležitostí snížení kapacit zdrojů, požadovaných pro splnění tohoto požadavku.

3 ZÁKLADNÍ APROXIMAČNÍ PŘÍSTUPY

Rovnice (1) není přesně řešitelná pro většinu sítí reálného rozsahu. Řešení jsou založena na aproximacích různých typů. Existují dvě důležitá kritéria při hodnocení metod pro síťový revenue management: přesnost a rychlost. Mezi nejužitečnější informace, poskytované aproximačními metodami, patří odhady nabídkových cen (viz Talluri a van Ryzin, 2004).

Pro danou aproximační metodu M , která poskytuje odhad hodnotové funkce $V_t^M(x)$, můžeme aproximovat náklady snížení pro akceptaci produktu j pomocí gradientu aproximace hodnotové funkce. Nabídkové ceny jsou potom definovány

$$\pi_i^M(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_i} V_t^M(\mathbf{x}).$$

Většina aproximačních metod je založena na dvou základních postupech:

- použití zjednodušeného síťového modelu,
- rozložení problému do soustavy jedno-zdrojových problémů.

První přístup použití zjednodušeného síťového modelu například považuje problém za statický problém matematického programování. Uvedeme metodu deterministického lineárního programování (DLP).

Metoda DLP používá aproximaci

$$V_t^{LP}(\mathbf{x}) = \max \mathbf{r}^T \mathbf{y} \tag{2}$$

při omezeních

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{y} &\leq \mathbf{x}, \\ 0 &\leq \mathbf{y} \leq E[\mathbf{D}], \end{aligned}$$

kde $\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n)$ je vektor poptávky během časových period $t, t+1, \dots, T$, po produktu $j, j = 1, 2, \dots, n$, a $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ je vektor příjmů spojených s n produkty. Rozhodovací vektor $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ reprezentuje alokaci kapacit pro každý z n produktů. Aproximace pracuje s poptávkou jako by byla deterministická a rovnala se její střední hodnotě $E[\mathbf{D}]$.

Optimální hodnoty duálních proměnných π^{LP} , spojených s omezeními $\mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$, jsou použity jako nabídkové ceny. Metoda DLP byla mezi prvními metodami, použitými pro analýzu síťového problému RM (viz Talluri a van Ryzin, 2004). Hlavní výhodou metody DLP je její velká výpočetní efektivnost. Vzhledem ke své jednoduchosti a rychlosti je populární v praxi. Slabou stránkou aproximace pomocí DLP metody je skutečnost, že pracuje pouze se střední hodnotou poptávky a nebere v úvahu další informace o rozdělení poptávky. Výkonnost metody DLP závisí na typu sítě, na způsobu příchodu požadavků a na frekvenci re-optimizace.

Druhým postupem je dekompozice síťového problému do m jedno-zdrojových problémů, z nich každý obsahuje určitou síťovou informaci, ale které jsou nezávislé. Aproximační metoda M rozkládá síťový problém do m jedno-zdrojových modelů, označených jako modely $i = 1, 2, \dots, m$, s hodnotovými funkcemi $V_t^{M_i}(x_i)$, závislými na času t a zbývajícím kapacitě x_i zdroje i . Ty mohou být odhadovány s využitím určitých statických síťových informací. Celková hodnotová funkce je aproximována jako

$$V_t^M(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m V_t^{M_i}(x_i).$$

Takové aproximace jsou většinou diskrétní a poskytují nabídkové ceny

$$\pi_i(t, \mathbf{x}) = \Delta V_t^{M_i}(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

kde

$$\Delta V_t^{M_i}(x_i) = V_t^{M_i}(x_i) - V_t^{M_i}(x_i - 1)$$

je obvyklá marginální očekávaná hodnota, poskytovaná modelem i .

Dekompoziční aproximace mají několik předností před síťovými aproximacemi. Za prvé, protože jsou založeny na jedno-zdrojových problémech, náklady na snížení a nabídkové ceny jsou většinou dynamické a mohou být reprezentovány pomocí tabulky výstupů (v případě modelů dynamického programování) nebo pomocí jednoduchých vzorců (v případě statických aproximací). Potom je možné jednoduše určit důsledky změn na výsledné nabídkové ceny ve zbývajícím čase t a při zbývajícím kapacitě x . Na rozdíl od síťových modelů, které musejí být řešeny opakovaně, aby bylo možné určit důsledky takových změn. Za druhé, protože jsou často založeny na jednoduchých jedno-zdrojových modelech, dekompoziční metody umožňují vycházet z realističtějších předpokladů, jako je diskrétní poptávka a kapacita, stochastická dynamická poptávka a sekvenční rozhodování v čase. Hlavní nevýhoda dekompozičních metod spočívá v procesu rozdělení problému podle zdrojů, potom může být obtížné zachovat v aproximaci důležité síťové efekty.

4 ROZŠÍŘENÍ ZÁKLADNÍCH APROXIMACÍ

Dále uvedeme aproximační metody založené na rozšíření základních přístupů. Metoda DLP je založena na chybném předpokladu, že poptávka je deterministická. Metoda náhodnostního lineárního programování (RLP - Randomized linear programming) navrhuje jednu z možností zahrnutí stochastické informace do metody DLP: nahrazení očekávané hodnoty $E[D]$ samotným náhodným vektorem D a očekávaná hodnota výsledného optimálního řešení potom tvoří aproximaci hodnotové funkce (viz Kunnumkal a Topaloglu, 2007). To znamená, definovat úlohu

$$H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D}) = \max \mathbf{r}^T \mathbf{y} \tag{3}$$

při omezeních

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{y} &\leq \mathbf{x} \\ 0 &\leq \mathbf{y} \leq \mathbf{D}. \end{aligned}$$

Optimální hodnota $H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ je náhodná proměnná. Jako $\pi(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ je označen vektor duálních cen pro soustavu omezení $\mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$, $\pi(\mathbf{x}, \mathbf{D})$ je také náhodný vektor.

Hodnotová funkce může být aproximována očekávanou hodnotou $H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})$,

$$V_t^{RLP}(\mathbf{x}) = E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})].$$

Pravá strana odpovídá aproximaci při perfektní informaci, protože zachycuje situaci, ve které jsou budoucí alokace založeny na perfektní znalosti realizované poptávky D . Gradient $\nabla_{\mathbf{x}} E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})]$ je potom použit jako vektor nabídkových cen.

Metoda RLP vychází z efektivního způsobu výpočtu gradientu $\nabla_{\mathbf{x}} E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{D})]$:

- simulovat k nezávislých vzorků vektorů poptávky, $D^{(1)}, D^{(2)}, \dots, D^{(k)}$, a pro každý vzorek řešit úlohu (1.3),
- odhadnout gradient jako průměrné duální hodnoty z k řešení na základě náhodně generované poptávky $\boldsymbol{\pi}^{RLP} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x}, D^{(i)})$.

Nabídkové ceny jsou tradičně počítány řešením deterministické úlohy lineárního programování. Avšak tato řešení jsou nepřesná vzhledem k tomu, že používají pouze očekávané počty požadavků a neuvažují dynamiku příchodů požadavků.

Další rozšíření zahrnuje dynamiku příchodů požadavků. Základní myšlenkou je formulace problému síťového revenue managementu jako úlohy dynamického programování a relaxace určitých omezení pomocí Lagrangeových multiplikátorů (viz Topaloglu, 2007). Výsledkem je dekompozice síťového problému revenue managementu podle zdrojů a postupná analýza se zaměřením vždy jen na jeden druh zdroje.

Je zaveden fiktivní produkt jd , který nespotřebuje žádný zdroj, $r_{jd} = 0$ a $p_{t,jd} = 1 - \sum_j p_{t,j}$, což znamená pro všechny produkty (včetně fiktivního) plat $\sum_j p_{t,j} = 1$.

Množina zdrojů je rozšířená o fiktivní zdroj id s nekonečnou kapacitou a všechny produkty používají jednu jednotku tohoto fiktivního zdroje id .

Proměnná $y_{t,i,j} = 1$, jestliže je akceptován požadavek na zdroj i pro produkt j v čase t , $= 0$, jinak.

Podmínka optimality

$$V_t(\mathbf{x}) = E \left[\max_{u \in U(\mathbf{x})} \{ \mathbf{r}(t)^T \mathbf{u}(t, \mathbf{x}, \mathbf{r}) + V_{t+1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{u}) \} \right]$$

při omezeních

$$\begin{aligned} a_{i,j} y_{t,i,j} &\leq x_{i,t}, \forall i, t, \\ y_{t,i,j} - y_{t,id,j} &= 0, \forall t, \\ y_{t,i,j} &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

Relaxace omezení typu $y_{t,i,j} - y_{t,id,j} = 0, \forall t$, pomocí Lagrangeových multiplikátorů $\lambda = \{\lambda_{t,i,j}\}$ převádí problém na úlohu dynamického programování

$$V_t^\lambda(\mathbf{x}) = \max \sum_j p_{t,j} \{ [r_j - \sum_i \lambda_{t,i,j} b_{t,id,j} + \sum_i \lambda_{t,i,j} y_{t,i,j} + V_{t+1}^\lambda(x_t - \sum_i y_{t,i,j} a_{i,j} e_i)] \}$$

při omezeních

$$\begin{aligned} a_{i,j} y_{t,i,j} &\leq x_{i,t}, \forall i, t, \\ y_{t,i,j} &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

Definujeme mez LR jako $V^{LR} = \min_\lambda V_t^\lambda$.

Heuristická řešení poskytují horní meze k optimálnímu řešení. Nalezení těsných mezí vzbuzuje velký zájem, protože jak se ukazuje na základě empirických studií a praktických zkušeností, modely poskytující těsnější meze také vedou k lepšímu řízení ve smyslu poskytování většího příjmu.

Je dokázáno, že platí $V^{DLP} \geq V^{RLP} \geq V^{LR} \geq V^*$, kde V^* je optimální řešení.

5 ZÁVĚR

Modely síťového revenue managementu se snaží maximalizovat příjem v situacích, kdy zákazníci kupují balíčky z více zdrojů. Základní model síťového revenue managementu je formulován jako úloha stochastického dynamického programování, jejíž přesné řešení je výpočetně nezvládnutelné. Většina aproximačních metod je založena na dvou základních postupech: použití zjednodušeného síťového modelu nebo rozložení problému do soustavy jedno-zdrojových problémů. Síťové metody i dekompoziční metody mají určité nevýhody. Avšak hybridní postupy mohou přinášet výhody obou typů metod, síťových i

dekompozičních. Základní metody revenue managementu mohou být rozšířeny zahrnutím stochastické a dynamické podstaty poptávky.

Poděkování

Výzkumný projekt byl podporován grantem č. P402/10/0197 „Revenue management – modely a analýzy“, uděleným Grantovou agenturou České republiky.

Použitá literatura

1. Belobaba, P. 2001. Revenue and competitive impacts of O-D control: Summary of PODS results. In: First Annual INFORMS Revenue Management Section Conference, Columbia University, New York, NY.
2. Kunnumkal, S., Topaloglu, H. 2007. A stochastic approximation method for the single-leg revenue management problem with discrete demand distributions. Working paper, Cornell University, Ithaca, NY.
3. Talluri, K. T. and van Ryzin, G. J. 1999. A randomized linear programming method for computing network bid prices. *Transportation Science* 33, 207–216.
4. Talluri, K. T., and van Ryzin, G. J. 2004. The Theory and Practice of Revenue Management. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.
5. Topaloglu, H. 2007. Using Lagrangian relaxation to compute capacity-dependent bid prices in network revenue management. *Technical report*, Cornell University, Ithaca, NY.
6. Williamson, E. 1992. Airline Network Seat Inventory Control: Methodologies and Revenue Impact. PhD thesis, MIT, Cambridge, MA.

Kontaktní údaje

Prof. RNDR. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA
Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
Tel: (420 2) 24 095 447
email: pfiala@vse.cz

TEORETICKÉ ASPEKTY MODELOV VaR

THEORETICAL ASPECTS OF VaR MODELS

Darina Frandoferová, Marek Oštrom

Abstrakt

Príspevok je zameraný na kvantifikáciu rizika investícií pomocou VaR metodológie. Metóda VaR je v posledných rokoch veľmi rozšírená a prakticky využívaná metóda určená na kvantifikáciu najmä trhových rizík. Existujú rôzne spôsoby výpočtu VaR hodnoty. V príspevku sú popísané tri metódy na určenie hodnoty VaR. Hlavné ťažisko príspevku je sústredené na problémy spojené s využitím troch základných metód na výpočet VaR – historickej simulácie, variančno-kovariančnej metódy a Monte Carlo simulácie.

KLúčové slová: *VaR, Historická simulácia, Variančno- kovariančná metóda, Monte Carlo simulácia*

Abstract

The aim of this article is quantifying the risks of investing using VaR methodology. VaR methodology is in recent years widespread and practical method used especially designed to quantify market risk. There are different ways of calculating VaR values. The article describes three methods for determining the value of VaR. The main focus of this paper is focused on problems associated with using three basic methods for calculating VaR - Historical simulation, variance-covariance method and Monte Carlo simulation.

Keywords: *VaR, Historical simulation, Variance-covariance method, Monte Carlo simulation*

1 ÚVOD

Koncepcia a použitie metódy Value at Risk bola vyvinutá poprednými americkými bankami v 80-tych rokoch, teda v čase rozvoja derivátových trhov. Práve rozvoj derivátov vyvolal potrebu nového prístupu k manažmentu rizika. Vznikla tak potreba vývoja všeobecnej miery ekonomickej straty, ktorá odráža riziká finančných produktov a je schopná agregácie rizika na portfóliovom základe. Pomocou tejto metodológie je možné vyčíslit' maximálnu stratu pri daných historických dátach.

2 METÓDY VÝPOČTU VALUE AT RISK

Napriek tomu, že VaR predstavuje veľmi jednoduchú a jasnú koncepciu, jeho meranie predstavuje zložitý štatistický problém. Dodnes neexistuje jediný správny a univerzálny spôsob ako VaR vypočítať. Napriek tomu, že existujúce modely, ktoré na výpočet VaR

využívajú odlišné metodológie, všetky zachovávajú rovnakú všeobecnú štruktúru. Výpočet VaR je možné uskutočniť rôznymi spôsobmi, ktoré zachovávajú rovnaký postup¹:

- 1) výpočet súčasnej hodnoty portfólia (Mark-to-Market Value), ktorá je funkciou aktuálnych hodnôt trhových faktorov, ktoré ju určujú (úrokových mier, menových kurzov a pod.),
- 2) odhad rozdelenia výnosov portfólia,
- 3) výpočet VaR portfólia.

Podstatná odlišnosť medzi jednotlivými metódami spočíva v spôsobe riešenia problému odhadu rozdelenia zmien hodnoty portfólia. Výpočet VaR je možné uskutočniť rôznymi spôsobmi. Tradične sa používajú tri:

- historická simulácia,
- variančno- kovariančná metóda,
- Monte Carlo simulácia²

V prvom rade treba poznamenať, že všetky tri modely merania rizika sa zakladajú na rôznych matematických modeloch a štatistikách vzťahujúcich sa na odlišnú mieru spoľahlivosti. Z tohto dôvodu nejestvujú žiadne predpoklady pre definíciu jediného správneho modelu merania rizika.

Hodnota VaR

Value at Risk je definovaná nasledovne³:

$${}^tVaR_{\alpha,j} = Pr\left[\frac{P}{L} < -1 * VaR\right] = 1 - \alpha$$

kde

${}^tVaR_{\alpha,j}$ predstavuje maximálnu (najhoršiu) možnú stratu, ktorú očakávame v priebehu t dni na $100*\alpha$ percent v čase j . Inými slovami: v priebehu t dni od času j na $100*\alpha$ percent bude najhoršia strata maximálne ${}^tVaR_{\alpha,j}$. Strata = -1 * zisk. Ak t nie je špecifikované, máme na mysli 1 dňovú VaR,

$\frac{P}{L}$ je hodnota zisku/straty portfólia,

$Pr[\cdot]$ je funkcia pravdepodobnosti,

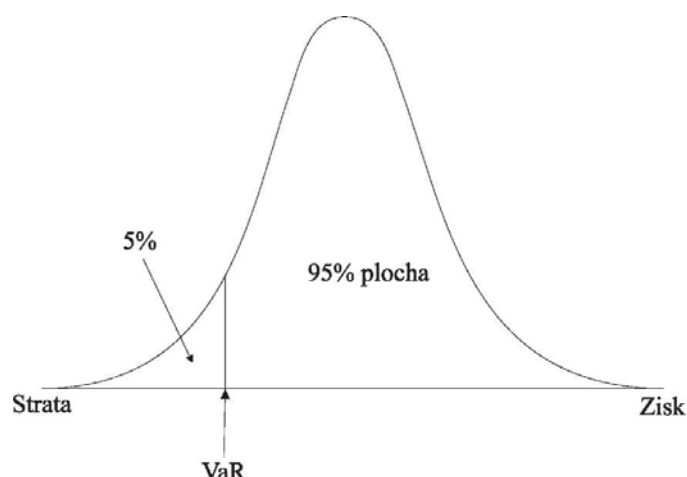
α je hladina spoľahlivosti.

Na nasledujúcom *obrázku č. 1* môžeme vidieť grafickú interpretáciu hore-uvedeného vzťahu stanovenia hodnoty Value-at-Risk

¹ MANGANELLI, S. – ENGLE, R., F.: Value at Risk Models in Finance, 2001, Working Paper no. 75, European Central Bank, s. 7.

² JÍLEK, J.: Finanční rizika, 2000, Praha: Grada, s. 415.

³ HOLTON, G.: Value-at-Risk: Theory and Practice, Academic Press, New York, 2003



Obrázok č. 1: VaR – grafická interpretácia

Výpočet 1 dňovej VaR.

V praxi sú zaužívané dva postupy, ako počítať t dňovú VaR.:

- 1) Odhadnúť VaR na základe histórie t dňových údajov podkladových dát – rizikových faktorov.
- 2) Odhadnúť 1 dňovú VaR a prepočítať ju na viacdňovú pomocou pravidla druhej odmocniny času, teda prenásobiť jednodňovú VaR druhou odmocninou z t .

Je potrebné si uvedomiť, že VaR vyjadruje stratu a teda má záporné znamienko vo vektore ziskov. V prípade definície premennej ziskov/strát $[P/L]$ platí:

$$P/L_t = |P_t - P_{t-1}|$$

$$P/L_t \geq 0 \text{ pre } \forall t$$

ak $P_t < P_{t-1}$ tak P/L je strata

ak $P_t \geq P_{t-1}$ tak P/L je zisk

Ďalej platí:

$$P/L_t = P_t - P_{t-1}$$

$$L/P_t = P_{t-1} - P_t$$

$$VaR_{\alpha,t} = Pr \left[P/L < -1 * VaR \right] = 1 - \alpha$$

$$VaR_{\alpha,t} = Pr \left[P/L > -1 * VaR \right] = \alpha$$

$$VaR_{\alpha,t} = Pr \left[L/p < VaR \right] = \alpha$$

$$VaR_{\alpha,t} = Pr \left[L/p > VaR \right] = 1 - \alpha$$

kde

P_t je hodnota portfólia v čase t

P/L_t je zisk

L/P_t je strata

Teda ak 1 dňová $VaR_{0,95}$ bude menšia ako 0 napríklad -1 000 EUR, platí, že očakávaná strata s pravdepodobnosťou 95% bude nižšia ako -1 000 EUR, čo možno povedať slovami, že za deň zarobíme viac ako 1 000 EUR v 95 zo 100 prípadov.

2.1 Historická simulácia

Za najjednoduchšiu metódu na určenie VaR sa považuje historická simulácia, pretože pri jej výpočte nie je potrebné pracovať s rozdeleniami pravdepodobnosti faktorov rizika a stanovením korelácií medzi rizikovými faktormi. Táto metóda je jednoducho implementovateľná a zrozumiteľná manažmentu, ktorý filozofiu zvyšných metód nemusí vôbec pochopiť. Jej nevýhodou je potreba dostatočného počtu historických simulácií. Na výpočet VaR pomocou historickej simulácie je potrebné získať časové rady príslušných trhových faktorov. Pri použití historickej simulácie sa musíme rozhodnúť, ktoré dáta z minulosti sú ešte dosť aktuálne a vyhovujú na určenie výšky rizika za požadovanú časovú periódu. Postup výpočtu VaR pomocou historickej simulácie rozdeľujeme do niekoľkých na seba nadväzujúcich krokov⁴:

1) **Získanie časového radu P/L_t portfólia**, tak aby zodpovedalo súčasnej štruktúre rozloženia jednotlivých aktív v ňom, tento rad nemusí zodpovedať P/L_t portfólia počas sledovaného obdobia, nakoľko sa mohla meniť štruktúra portfólia. Časový rad P/L_t má konštantnú dĺžku, čo znamená, že najnovšie dáta vytláčajú najstaršie.

2) **Zoradenie P/L podľa výšky straty** – zostavenie histogramu P/L . Poznamenávame, že nie je nutne robiť žiadne úvahy o kauzalite jednotlivých aktív medzi sebou (koeficient korelácie a pod.), pretože tato kauzalita je zahrnutá v P/L portfólia.

3) **Nájdenie hodnoty P/L , ktorá oddeľuje $(1 - \alpha)$ % najhorších strát od ostatných hodnôt**, ak tato hodnota neexistuje získame ju interpoláciou medzi najbližšími existujúcimi stratami, ktoré rozdeľujú vektor P/L s podielom najnižších ziskov trochu viac resp. menej ako $(1 - \alpha) * 100$ %.

4) **Rozšírenie odhadu VaR**: V prípade, že chceme získať hustotu rozdelenie P/L , urobíme to z empirického histogramu, s tým, že diskkrétne hodnoty spojíme určitou aproximáciou (lineárnou, kvadratickou a pod.). V prípade ak chceme vyčíslit' konfidenčný interval pre VaR, používame Bootstrapp metódu⁵.

Problémom tejto metódy je, že skúmané obdobie nemusí byť typické, čoho výsledkom môže byť podhodnotenie čísla VaR. Niektorí autori považujú metódu historickej simulácie za úplne nespoľahlivú.

2.2 Monte Carlo simulácia

Idea Monte Carlo metódy je opakovane simulovať z náhodného procesu cenu, vynos, alebo iný rizikový faktor finančného inštrumentu. Pre potreby určenia VaR, každá simulácia poskytne možnú hodnotu portfólia na konci obdobia, ku ktorému počítame hodnotu VaR. Ak zrealizujeme mnoho simulácií, nasimulovaná distribúcia ceny resp. výnosu portfólia sa bude

⁴ DOWD, K.: Measuring Market Risk, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005

⁵ Vyberáme vzorku z pozorovaných dát a vypočítavame VaR, vzorka sa mení a ak to urobíme dostatočne veľa krát máme štatistiku na určenie konfidenčného intervalu, viac Dowd, Kevin, Measuring Market Risk, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 2005 str. 105 - 110

približovať skutočnej, avšak neznámej distribúcii ceny resp. výnosu portfólia a z tejto distribúcie odvodíme empirické rozdelenie P/L portfólia a vypočítame VaR.

Tento simulačný proces si vyžaduje určitý počet špecifických krokov. Potrebujeme určiť stochastický proces, ktorý opisuje správanie rizikového faktora. Následne odhadneme parametre tohto stochastického procesu, buď na základe historického vývoja rizikového faktora, alebo empiricky – expertne, napríklad na základe väzieb na makroekonomické ukazovatele. Potom zostrojíme simuláciu pre všetky rizikové faktory, na základe ktorých počítame hodnotu portfólia. Simulácia rizikových faktorov určuje hypotetickú hodnotu portfólia. Proces simulovania opakujeme dostatočne veľa krát, aby sme sa uistili, že hypotetická distribúcia hodnoty portfólia je uspokojivo „blízka“ skutočnej, avšak neznámej distribúcii hodnoty portfólia. Následne z hypotetickej distribúcie odhadneme VaR. Monte Carlo simulácia sa týmto spôsobom vysporiada z nelineárnou závislosťou hodnoty portfólia od rizikových faktorov, špicatosťou rozdelenia, komplexnosťou i nelineárnymi závislosťami medzi rizikovými faktormi. Z predchádzajúceho textu vyplýva, že najnáročnejšie je určenie stochastického procesu pre jednotlivé rizikové faktory. V prenesenom slova zmysle to znamená, že Monte Carlo metódy pracujú buď na pozičnom resp. portfóliovom prístupe:

- **Portfóliový prístup:** hodnota portfólia závisí iba na jednom rizikovom faktore a odpadá modelovanie závislosti medzi náhodnými premennými.

- **Pozičný prístup:** hodnota portfólia sa odvíja od viacerých rizikových faktorov, ktoré môžu mať medzi sebou komplikovane i nelineárne väzby.

2.3 Variančno- kovariančná metóda

Poslednou metódou je Variančno- kovariančná metóda, tiež nazývaná analytická metóda a zo všetkých troch metód si kladie najsilnejšie predpoklady. Výpočet Value at Risk pomocou variančno-kovariančnej metódy nie je až taký zložitý, za predpokladu, že poznáme rozdelenie výnosov. Najjednoduchší predpoklad je, že výnosy trhových faktorov majú normálne rozdelenie. Následne potom aj potenciálne výnosy portfólia majú normálne rozdelenie. Vychádzajúc z tohto predpokladu zostáva už iba určiť jeho parametre. V ďalšom kroku pomocou matematických výpočtov určíme dosiahnutú alebo prekročenú stratu požadovanej pravdepodobnosti. Vychádzajme z predpokladu, že potenciálne výnosy majú normálne rozdelenie s priemerom μ a štandardnou odchýlkou σ . Následne vieme vypočítať, že výsledky menšie ako 1,65-krát štandardnej odchýlky od priemeru sa vyskytuje v 5% prípadoch. V rovnici to vyzerá nasledovne:

$$VAR_{95\%} = W \times (\mu - 1,65 \times \sigma) ,$$

kde

W - hodnota portfólia

μ - priemer

σ - štandardná odchýlka

Použitím príslušných kvantilov, ktoré sú uvedené v tabuľkách si vieme určiť Value at Risk pri iných pravdepodobnostiach. Aj keď vyjde záporný výsledok, vždy hovoríme o kladnej hodnote Value at Risk.

Ako základný predpoklad sme doteraz brali do úvahy, že výnos trhového faktoru má normálne rozdelenie. Pri výpočtoch však nemusíme použiť len tento predpoklad. Existuje veľa iných prístupov, kde predpokladáme, že výnos má iné ako normálne rozdelenie. Tu je prehľad najpoužívanejších prístupov:

- normálne rozdelenie
- Studentovo rozdelenie
- log normálne rozdelenie
- Lévyho prístup
- Jump Difusion
- prístup založený na stochastickej volatilitate

Vo väčšine prípadov cenu daného finančného produktu ovplyvňuje nielen jeden trhový faktor. Preto sa používajú prístupy, kde sa predpokladá mnohorozmerné rozdelenie. Najpoužívanejšie prístupy sú:

- viacrozmerné normálne rozdelenie
- viacrozmerné Studentovo t rozdelenie
- Hull – White transformácia na normálne rozdelenie.

Počítanie s viacrozmerným rozdelením je však omnoho ťažšie, pretože je potrebná veľká počítačová kapacita na zber a vyhodnotenie dát a taktiež zložitejší matematický aparát.

Použitá literatúra

1. JORION, P. 2003. *Financial Risk Manager Handbook*, Jon Wiley & Sons, 2nd Edition, 832 p.
2. MANGANELLI, S. – ENGLE, R., F. 2001. *Value at Risk Models in Finance*, Working Paper no. 75, European Central Bank.
3. JÍLEK, J. 2000. *Finanční rizika*, Praha: Grada.
4. MINA, J. – XIAO, J., Y. 2001. *Return to RiskMetrics: The Evolution of a Standard*, New York: RiskMetrics Group.
5. DOWD, K. 2005. *Measuring Market Risk*, 2nd Edition, John Wiley & Sons.

Kontaktné údaje

Ing. Darina Frandoferová
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 826
email: darina.frandoferova@gmail.com

Ing. Marek Oštrom
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 826
email: marek.ostrom@gmail.com

VPLYV EXOGÉNNYCH PREMENNÝCH NA EFEKTÍVNOSŤ V MODELOCH SFA

EFFECT OF EXOGENOUS INFLUENCES ON EFFICIENCY IN SFA MODELS

Andrea Furková

Abstrakt

V príspevku budeme venovať pozornosť rôznym prístupom zachytenia exogénnych vplyvov na efektívnosť v modeloch SFA. Exogénne premenné ako sú napr. stupeň konkurencieschopnosti, kvalita vstupov a výstupov, forma vlastníctva alebo regulácia môžu byť začleňované do odhadu efektívnosti rôznymi spôsobmi, uvedieme viaceré prístupy, analyzujeme výhody a nevýhody týchto prístupov a vybrané metódy aplikujeme na panelový model stochastickej produkčnej hranice s časovo premenlivou technickou efektívnosťou. Odhadneme miery technickej efektívnosti vybraných transformujúcich sa krajín a pokúsime sa identifikovať možné zdroje technickej neefektívnosti krajín. Na odhad dvoch modelov SFA špecifikujeme translogaritmickú produkčnú funkciu a neefektívnosť v modeli č.1 budeme formulovať ako explicitnú funkciu vektorov pre krajinu špecifických premenných a modeli č.2 tieto premenné zahrnieme priamo do deterministického jadra stochastickej produkčnej hranice.

***Kľúčové slová:** analýza stochastickej hranice, technická efektívnosť, panelové modely stochastických produkčných hraníc, efektívnosť*

Abstract

This paper deals with various approaches of incorporation exogenous influences on efficiency in SFA models. Exogenous variables e.g. competitiveness, input and output quality, form of property or regulation would be incorporated into efficiency measurement in a variety ways. We discuss these approaches and some of them will be applied on stochastic production panel model with time varying technical efficiency. Technical efficiency scores of chosen transitive countries will be estimated and we attempt identify possible sources of technical inefficiency. The translog stochastic production function was used and the technical inefficiency effects were examined as a function of specific factors in model 1 and in model 2 these variables were incorporated into deterministic core of stochastic production frontier.

***Keywords:** stochastic frontier analysis, technical efficiency, stochastic production frontier panel models, efficiency*

1 ÚVOD

Analýza efektívnosti v rámci metodológie SFA (Stochastic Frontier Analysis) by mala pozostávať z dvoch častí. Prvá časť predstavuje odhad stochastickej produkčnej (alebo nákladovej) hranice, ktorá je tvorená najlepšimi sledovanými jednotkami. Výstupy sledovaných jednotiek sú porovnávané s „referenčným správaním“ resp. „štandardom“ nazývaným efektívnou hranicou (produkčnou alebo nákladovou). Neefektívnosť (technická alebo nákladová) jednotky je následne definovaná ako odchýlka od optimálneho bodu na

efektívnej hranici. Problematika odhadu modelov stochastických produkčných (nákladových) hraníc je podrobne spracovaná napr. v [Kumbhakar a Lovell (2000)].

Druhá, rovnako dôležitá časť analýzy efektívnosti je spojenie zmien v správaní sa sledovanej jednotky so zmenami v exogénnych premenných, ktorými je charakterizované prostredie, v ktorom jednotka pôsobí. Medzi takéto faktory môžeme zahrnúť napr. stupeň konkurencieschopnosti, kvalitu vstupov a výstupov, formu vlastníctva alebo reguláciu. Úloha týchto premenných pri vysvetľovaní správania sa jednotky nie je úplne zrejmá. Exogénne premenné môžu ovplyvňovať technológiu prostredníctvom, ktorej sú vstupy premieňané na výstupy alebo môžu ovplyvňovať priamo efektívnosť jednotky. Tieto exogénne premenné sú začleňované do odhadu efektívnosti rôznymi spôsobmi a práve rôznym prístupom zachytenia exogénnych vplyvov na efektívnosť budeme venovať v príspevku pozornosť. Cieľom je poukázať na výhody resp. nevýhody rôznych prístupov a v poslednej časti príspevku budeme vybrané metódy aplikovať na panelový model stochastickej produkčnej hranice s časovo premenlivou technickou efektívnosťou. Preskúvame ekonomickú výkonnosť vybraných transformujúcich sa krajín v zmysle technickej efektívnosti a pokúsime sa identifikovať možné zdroje technickej neefektívnosti krajín. Analýza bude vykonaná na paneli údajov za 27 krajín (10 postkomunistických krajín a ďalších 17 krajín Európskej únie) a sledovaným obdobím budú roky 1990 až 2007.

1 MOŽNÉ PRÍSTUPY ZACHYTENIA VPLYVOV EXOGÉNNYCH PREMENNÝCH NA EFEKTÍVNOSŤ V MODELOCH SFA

Keďže heterogénne výrobné prostredie ovplyvňuje výrobný proces alebo efektívnosť, ktorú jednotka dosahuje, sú v literatúre venovanej stochastickým hraniciam, navrhnuté viaceré prístupy, pomocou ktorých sa zabudovávajú tieto premenné do produkčnej¹ hranice. Pravdepodobne najjednoduchší spôsob ako uvažovať o takýchto premenných je včleniť ich priamo do nestochastickej časti produkčnej hranice ako vysvetľujúce premenné, čo vedie k nasledujúcej špecifikácii produkčnej funkcie:

$$\ln y_{it} = \ln f(\mathbf{x}_{it}, \mathbf{z}_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

kde y_{it} sú výstupy, \mathbf{x}_{it} je vektor vstupov, \mathbf{z}_{it} je vektor exogénnych premenných popisujúcich rôznorodosť výrobných prostredí (v prípade konštantnosti týchto premenných v čase prepíšeme \mathbf{z}_{it} na \mathbf{z}_i), β je vektor neznámych parametrov, ktorý teraz zahŕňa aj parametre premenných výrobného prostredia, $v_{it} \sim \text{iid } N(0, \sigma_v^2)$ predstavuje náhodnú zložku, u_{it} predstavuje časovo premenlivú technickú neefektívnosť. V tejto formulácii premenné, popisujúce heterogenitu, priamo ovplyvňujú výstup, menia tvar produkčnej hranice ale neovplyvňujú efektívnosť. Preto zahrnutie ďalších premenných nestačí na vysvetlenie zmien v neefektívnosti. Parametre modelu je možné odhadnúť pomocou zvyčajných techník využívaných na odhady, ktoré sú popísané napr. v [Kumbhakar a Lovell (2000)].

Niektorí autori (napr. Pitt a Lee, [Pitt a Lee (1981)]) skúmali vzťah medzi premennými prostredia a predikovanej technickej efektívnosti použitím tzv. dvojstupňového prístupu. Prvý stupeň predpokladá odhadnutie modelu stochastickej produkčnej hranice bez premenných prostredia zvyčajne metódou maximálnej vierohodnosti za klasických predpokladov o rozdelení a nezávislosti. Na separovanie náhodnej zložky od technickej neefektívnosti v reziduáloch sa použije JLMS dekompozíciu (bližšie pozri v [Battese, Coelli, (1988)]). Druhý stupeň predpokladá uskutočnenie regresie predikovaných neefektívnosti na exogénne premenné prostredia s cieľom vysvetlenia resp. lokalizovania zdrojov neefektívnosti. Tieto dvojstupňové metódy majú určité nedostatky. V druhom stupni by sa neefektívnosti mali

¹ V príspevku budeme venovať pozornosť iba odhadu produkčnej hranice.

meniť v závislosti od premenných \mathbf{z}_{it} , čo je v protiklade s predpokladom i.i.d, ktorý je nevyhnutný na použitie JLSM procedúry. Druhým problémom je, že ak zložky \mathbf{x}_{it} sú korelované so zložkami \mathbf{z}_{it} , potom estimátor ML (Maximálna vierohodnosť) použitý v prvom stupni bude skreslený, keďže \mathbf{z}_{it} nie je zahrnuté v prvostupňovej regresii a následne sú tiež skreslené aj odhady neefektívnosti. Toto skreslenie bude viesť ku skresleniam aj v druhom stupni. Ďalší problém vzniká zo skutočnosti, že ak u_{it} je funkciou \mathbf{z}_{it} , potom odhadované u_{it} v prvej regresii je namerané s chybou, ktorá je korelovaná so \mathbf{z}_{it} . Toto bude v druhom stupni viesť k vychýleniu koeficientov \mathbf{z}_{it} nadol.

Kumbhakar, Ghosh a McGukin [Kumbhakar, Ghosh a McGukin (1991)] a Reifschneider a Stevenson [Reifschneider a Stevenson (1991)] navrhli modely stochastických hraníc, v ktorých neefektívnosti sú vyjadrené ako explicitná funkcia vektorov pre firmu špecifických premenných a náhodnej zložky. Battese a Coelli [Battese a Coelli (1995)] navrhli model, ktorý je ekvivalentný s modelom Kumbhakara, Ghosha a McGukina. Tento model môže byť vyjadrený nasledujúco:

$$\ln y_{it} = \ln f(\mathbf{x}_{it}, \beta) + v_{it} - u_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

kde

$$u_{it} = \delta \mathbf{z}_{it} + w_{it} \quad (3)$$

$$v_{it} \sim \text{iid } N(0, \sigma_v^2),$$

\mathbf{z}_{it} je vektor premenných, ktoré môžu ovplyvniť efektívnosť jednotky,

u_{it} sú nezáporné náhodné premenné, ktoré zachytávajú technickú neefektívnosť

a predpokladá sa, že sú iid $N^+(\mathbf{z}_{it}^T \delta, \sigma_u^2)$,

δ je vektor neznámych parametrov,

w_{it} je náhodná premenná a keďže sa predpokladá nezápornosť u_{it} , je modelová ako $w_{it} \sim N(0, \sigma_w^2)$ s bodom zrezania v $-\mathbf{z}_{it}^T \delta$.

V tomto modeli je neefektívnosť vyjadrená ako explicitná funkcia vektorov pre sledovanú jednotu špecifických premenných (\mathbf{z}_{it}) a náhodnej chyby (w_{it}). O špecifických prierezových premenných (\mathbf{z}_{it}) predpokladáme, že môžu vplyvať na efektívnosť sledovaných jednotiek, t.j. môžu priamo ovplyvňovať stochastický člen produkčnej funkcie. Funkcia maximálnej vierohodnosti tohto modelu je zovšeobecnením funkcie vierohodnosti pre tradičný model stochastických produkčných hraníc. Technickú efektívnosť i -tej sledovanej jednotky v čase t vypočítame dosadením člena neefektívnosti do nasledujúceho vzťahu:

$$TE_{it} = \exp\{-u_{it}\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

Vo všetkých vyššie uvedených modeloch sme predpokladali, že determinanty heterogenity sú známe a preto môžu byť zahrnuté do modelov špecifikovaním vektora premenných prostredia \mathbf{z}_{it} za účelom modelovania rozdielov buď v tvare deterministického jadra hranice alebo strednej hodnoty a/alebo rozptylu člena neefektívnosti. Avšak na explicitné začlenenie týchto premenných musíme mať dobrý dôvod, keďže nie je jasné ktoré premenné by mali byť začlenené do deterministického jadra a ktoré do člena neefektívnosti. Greene [Greene (2003)] navrhol vylúčiť z deterministického jadra ten regresor, ktorého parameter je štatisticky nevýznamný a zahrnúť ho do člena neefektívnosti.

2 DÁTA A ŠPECIFIKÁCIA MODELU

Vybrané prístupy z predchádzajúcej časti príspevku sme aplikovali na nevybilancovaný panel údajov (455 pozorovaní) za 27 krajín² (10 postkomunistických krajín a ďalších 17 krajín Európskej únie) sledovaných v období od roku 1990 až do roku 2007³. Všetky údaje boli získané z databázy World Development Indicators, ktorú publikuje Svetová banka. Na odhad modelov bola špecifikovaná translogaritmická produkčná funkcia, kde ako výstup krajiny (Y) bolo zvolené HDP krajiny a ako vstupy práca (L) a kapitál (K). Do modelov bola taktiež zahrnutá premenná kvadratický trend (t^2). Zámerom analýzy bolo preskúmať ekonomickú výkonnosť vybraných transformujúcich sa krajín v zmysle technickej efektívnosti a hľadanie možných zdrojov technickej neefektívnosti krajín. Odhadnuté boli dva panelové modely stochastických produkčných hraníc s efektívnosťou meniacou sa v čase. Pri odhade modelu č.1 sme vychádzali z modelu naformulovaného v rovniciach (2) a (3) a neefektívnosť sme v tomto modeli vyjadrili ako explicitnú funkciu vektorov pre krajinu špecifických premenných (z_{it}) a náhodnej chyby (w_{it}). Ako špecifické prierezové premenné, o ktorých predpokladáme, že by mohli vplyvať na efektívnosť sledovaných krajín sme zvolili premenné: spotreba elektrickej energie (El), priame zahraničné investície (FDI), export tovarov a služieb (Ex), mestskú populáciu (U) a infláciu (I).

Model 1:

$$\ln(Y_{it}) = \beta_0 + \beta_1(\ln K_{it}) + \beta_2 \ln(L_{it}) + (1/2)[\beta_{11}(\ln K_{it})^2 + \beta_{22} \ln(L_{it})^2] + \beta_{12}(\ln K_{it})\ln(L_{it}) + \beta_{13}(\ln K_{it})t + \beta_{23} \ln(L_{it})t + \beta_{33}t^2 + v_{it} - u_{it}$$

kde

$$u_{it} = \delta_1 \ln El_{it} + \delta_2 \ln FDI_{it} + \delta_3 \ln Ex_{it} + \delta_4 U + \delta_5 I + w_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

Pri odhade modelu č.2 sme vychádzali z modelu naformulovaného v rovnici (1), čiže špecifické prierezové premenné spotreba elektrickej energie (El), priame zahraničné investície (FDI), export tovarov a služieb (Ex), mestská populácia (U) a inflácia (I) boli priamo včlenené do deterministického jadra stochastickej produkčnej hranice. O u_{it} sme predpokladali, že sú vyjadrené exponenciálnou funkciou času (bližšie pozri v [Coelli, Prasada, Battese, (2005)]), ktorá obsahuje iba jeden neznámy parameter η , ktorý musíme odhadnúť.

Model 2:

$$\ln(Y_{it}) = \beta_0 + \beta_1(\ln K_{it}) + \beta_2 \ln(L_{it}) + (1/2)[\beta_3(\ln K_{it})^2 + \beta_4 \ln(L_{it})^2] + \beta_5(\ln K_{it})\ln(L_{it}) + \beta_6(\ln K_{it})t + \beta_7 \ln(L_{it})t + \beta_8 t^2 + \beta_9 \ln El_{it} + \beta_{10} \ln FDI_{it} + \beta_{11} \ln Ex_{it} + \beta_{12} U + \beta_{13} I + v_{it} - u_{it}$$

kde

$$u_{it} = \exp\{-\eta(t-T)\}u_i \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

Premenné v oboch modeloch boli definované nasledovne:

Y – definované ako HDP krajiny (v USD b.c.)

K – tvorba hrubého kapitálu (% z HDP)

L – celková pracovná sila

El – spotreba elektrickej energie (v kWh na osobu)

FDI – priame zahraničné investície (% z HDP)

Ex – export tovarov a služieb (% z HDP)

² Belgicko, Bulharsko, Cyprus, Česká republika, Dánsko, Estónsko, Fínsko, Francúzsko, Grécko, Holandsko, Írsko, Litva, Lotyšsko, Luxembursko, Maďarsko, Malta, Nemecko, Poľsko, Portugalsko, Rakúsko, Rumunsko, Slovensko, Slovinsko, Španielsko, Švédsko, Taliansko, Veľká Británia.

³ Z dôvodu vytvorenia homogénneho súboru z hľadiska údajov nebolo možné zahrnúť do údajovej základne roky 2008 a 2009.

U – mestská populácia (% z celkovej populácie krajiny)

I – inflácia (ročne v %).

Model č. 1 formulovaný v rovniciach (5) bol odhadnutý metódou maximálnej vierohodnosti za nasledujúcich predpokladov o rozdelení poruchových členov: $v_{it} \sim iid N(0, \sigma_v^2)$, $u_{it} \sim N^+(\mathbf{z}_{it}^T \delta, \sigma_u^2)$ a $w_{it} \sim N(0, \sigma_w^2)$. Model č. 2 bol taktiež odhadnutý metódou maximálnej vierohodnosti a to za nasledujúcich predpokladov o rozdelení poruchových členov: $v_{it} \sim iid N(0, \sigma_v^2)$ a $u_i \sim iid N^+(0, \sigma_u^2)$ t. j. pre u_i predpokladáme polonormálne rozdelenie. Na separovanie náhodnej zložky od technickej neefektívnosti bol v oboch prípadoch využitý bodový estimátor Batteseho a Coelliho (bližšie pozri v [Battese, Coelli, (1988)]). Individuálne odhady technickej efektívnosti boli získané dosadením technickej neefektívnosti do vzťahu (4). Finálne odhady parametrov modelov sú uvedené v tabuľke č. 1 a č. 2, individuálne miery technickej efektívnosti krajín⁴ pre nedostatok priestoru neuvádzame, výsledky prezentujeme v skrátenej verzii v grafe č. 1.

Tabuľka č. 1 Parametre modelu 1

Premenná	Parameter	Koeficient	t-štatistika
konštanta	β_0	-12,1960*	-2,1250
$\ln K$	β_1	17,9189*	6,6919
$\ln L$	β_2	0,5726**	1,7406
$(\ln K)^2$	β_{11}	-5,6356*	-6,3325
$(\ln L)^2$	β_{22}	0,0423*	3,0702
$\ln K * \ln L$	β_{12}	-0,0765	-1,0324
$\ln K * t$	β_{13}	0,0289*	3,3034
$\ln L * t$	β_{23}	-0,0077*	-3,9087
$(t)^2$	β_{33}	0,0036*	4,9065
Efekty neefektívnosti			
$\ln EI$	δ_1	-1,7313*	-5,5910
$\ln FDI$	δ_2	15,7947*	5,8312
$\ln Ex$	δ_3	1,4195*	4,2769
U	δ_4	-0,0663*	-5,2846
I	δ_5	0,0036*	4,2843
	σ^2	1,4271*	5,7109
	γ	0,9966*	643,5869
$\log LF$		-207,6499	

Tabuľka č. 2 Parametre modelu 2

Premenná	Parameter	Koeficient	t-štatistika
konštanta	β_0	18,6864*	4,9466
$\ln K$	β_1	-0,0822	-0,1040
$\ln L$	β_2	0,4499	0,8769
$(\ln K)^2$	β_3	0,2914	1,5786
$(\ln L)^2$	β_4	0,0290	0,7695
$\ln K * \ln L$	β_5	-0,0326	-1,0743
$\ln K * t$	β_6	-0,0046	-0,8320
$\ln L * t$	β_7	-0,0010	-0,8739
$(t)^2$	β_8	0,0036*	12,4631
$\ln EI$	β_9	-0,0069	-1,4719
$\ln FDI$	β_{10}	-0,0455	-0,4864
$\ln Ex$	β_{11}	-0,0001	-1,2438
U	β_{12}	-0,6339*	-3,5995
I	β_{13}	-0,1455*	-2,7221
	σ^2	2,0790*	2,8991
	γ	0,9925*	369,9723
	η	18,6864*	4,9466
$\log LF$		211,9545	

Zdroj: vlastné výpočty

*významné na hladine významnosti $\alpha = 0,05$

**významné na hladine významnosti $\alpha = 0,1$

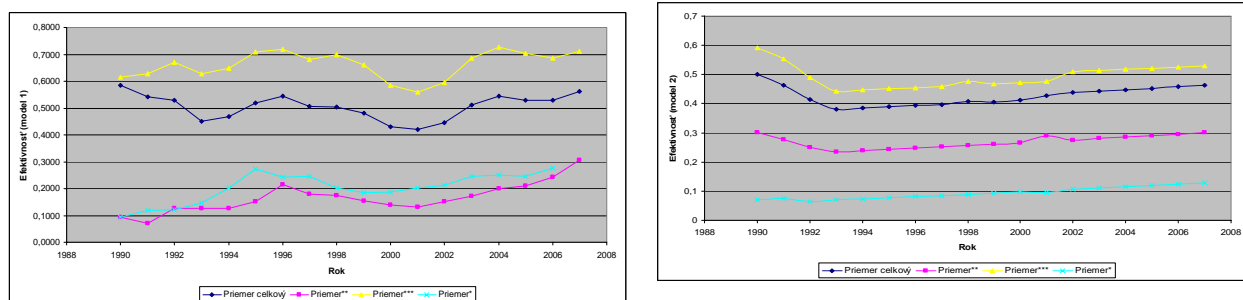
3 ZÁVER

Zámerom analýzy bolo prostredníctvom modelov SFA zhodnotiť úspešnosť procesu transformácie krajín (Bulharsko, Česká republika, Estónsko, Litva, Lotyšsko, Maďarsko, Poľsko, Rumunsko, Slovensko, Slovinsko) resp. identifikovať zdroje neefektívnosti týchto krajín. Do údajovej základne sme však zahrnuli aj ďalších 17 krajín Európskej únie (Belgicko, Dánsko, Fínsko, Francúzsko, Grécko, Holandsko, Írsko, Luxembursko, Nemecko, Portugalsko, Rakúsko, Španielsko, Švédsko, Taliansko, Veľká Británia), ktoré tiež ovplyvňujú tvar odhadnutej produkčnej efektívnej hranice a z analýzy môžeme vidieť aj rozdiely v efektívnosti krajín postkomunistických a krajín „západnej“ Európy. Takmer všetky parametre modelu č. 1 (viď tab. č. 1) sú štatisticky významné, parametre pri premenných K (kapitál) a L (práca) majú očakávané kladné znamienka a taktiež parameter γ (bližšie pozri v [Coelli, Prasada, Battese, (2005)]) je štatisticky významný (pozri tab. č.1) na základe čoho

⁴ Odhad parametrov modelov ako aj odhady efektívnosti krajín boli vykonané prostredníctvom programu Frontier 4.1

môžeme usúdiť, že efekty technickej neefektívnosti, resp. premenné spotreba elektrickej energie (El), priame zahraničné investície (FDI), export tovarov a služieb (Ex), urbanizácia (U) a inflácia (I) sú premenné, ktoré majú významný vplyv na výstup. Odhady parametrov zodpovedajúce týmto premenným (δ_i) sú všetky štatisticky významné a poukazujú na kombináciu kladných a záporných vplyvov na neefektívnosť sledovaných krajín. Na rozdiel od modelu č.1 boli v modeli č. 2 zvolené špecifické premenné zahrnuté do deterministického jadra stochastickej produkčnej hranice. Avšak takáto modifikácia modelu spôsobila, že štatisticky významné sú iba niektoré parametre modelu (pozri tab. č.2) a nemajú očakávané znamienka. Štatisticky významný parameter η má očakávanú kladnú hodnotu, čo indikuje, že efektívnosť sledovaných krajín rastie resp. ak $\eta > 0$ potom člen neefektívnosti vždy klesá v čase, čo však možno považovať za nevýhodu tohto modelu. Na základe našich výsledkov sa javí model (model č.1), v ktorom boli exogénne premenné (tie, ktoré by mali vysvetľovať neefektívnosť) priamo včlenené do člena neefektívnosti (u) za vhodnejší. Priemerné ročné miery technickej efektívnosti krajín podľa oboch modelov prezentujeme v skrátenej verzii v grafe č. 1. Hodnoty sa pohybuje v intervale od 0 po 1 a hodnota 1 znamená, že krajina je úplne efektívna a hodnota 0 indikuje úplnú neefektívnosť krajiny.

Graf č.1 Miery technickej efektívnosti krajín (model č.1 a model č. 2)



Zdroj: vlastné vypracovanie

* krajiny V4

** Bulharsko, Česká republika, Estónsko, Litva, Lotyšsko, Maďarsko, Poľsko, Rumunsko, Slovensko, Slovinsko

*** Belgicko, Dánsko, Fínsko, Francúzsko, Grécko, Holandsko, Írsko, Luxembursko, Nemecko, Portugalsko, Rakúsko, Španielsko, Švédsko, Taliansko, Veľká Británia

Použitá literatúra

- BATTESE, G. E., COELLI, T. J (1988): Prediction of Firm-Level Technical Efficiencies with a Generalized Frontier Production Function and Panel Data. In: Journal of Econometrics, č. 38, s. 387 - 399. ISSN 0304-4076
- BATTESE, G. E., COELLI, T. J. (1992): Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India. In: Journal of Productivity Analysis, ročník 3, č. 1-2, s. 153 - 169. ISSN 0895-562X
- BATTESE, G. E., COELLI, T. J. (1995): A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data, Empirical Economics 20, 325 - 332.
- COELLI, T. J., RAO PRASADA, D., BATTESE, G. (2005): An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Springer, 349 s. ISBN 0387242661
- DELÍKTAS, E., BALCILAR, M.: A Comparative Analysis of Productivity Growth, Catch-Up and Convergence in Transition Economies, http://www.emu.edu.tr/mbalcilar/rresearch/papers/deliktas_balcilar_rev.pdf
- FURKOVÁ, A. (2007): Analýza nákladovej efektívnosti slovenských a českých distribučných podnikov elektrickej energie, dizertačná práca, 180 s. Bratislava

7. GREENE, W. H. (2003): Distinguishing Between Heterogeneity and Inefficiency: Stochastic Frontier Analysis of the World Health Organizations Panel Data on National Health Care Systems. Working Paper, Department of Economics, Stern School of Business, New York University.
8. JONDROW, J., LOVELL, C. A. K., MATEROV, I. S, SCHMIDT, P. (1982): On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. In: Journal of Econometrics, č. 19 (2-3), s.233 - 238. ISSN 0304-4076
9. KUMBHAKAR, S. C., GHOSH, S., MCGUCKIN, J. T. (1991): A Generalized Production Frontier Approach for Estimating Determinants of Inefficiency in US Dairy Farms, Journal of Business and Economic Statistics 9 (3), 297 - 286.
10. KUMBHAKAR, S. C., LOVELL, C. A. K. (2000): Stochastic Frontier Analysis. Cambridge University Press, 333 s. ISBN 05216666635
11. PITT, M., LEE, L. F. (1981): The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry, Journal of Development Economics 9, 43 - 64.
12. REIFSCHEIDER, D., STEVENSON, R. (1991): Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency, International Economic Review 32 (3), 715 - 723.
13. WORLD DEVELOPMENT INDICATORS: <http://data.worldbank.org/indicator>

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 832

email: furkova@euba.sk

STOCHASTICKÉ LOKAČNÉ MODELY

STOCHASTIC LOCATION MODELS

Anna Hollá, Jana Patakyová, Zuzana Škerlíková

Abstrakt

V príspevku predstavujeme transformáciu jednoduchého skladového deterministického p -medián lokačného modelu na jeho stochastickú verziu. Aj v lokačných modeloch možno úspešne akceptovať pravdepodobnostné prvky, ktoré vyžadujú osobitý prístup. Aplikácia stochastických prvkov vyžaduje transformáciu klasického skladového lokačného modelu na dvojstupňový lokačný program. V nasledujúcich riadkoch popisujeme možný prístup k transformácii deterministického p -medián problému na stochastickú verziu p -mediánu.

Kľúčové slová: stochastický lokačný model, p -medián

Abstract

In this paper, we study a basis of the simple plant location problem. We confirm the importance of the stochastic aspect within stochastic location models and we study transformation of the simple plant location problem to the two-stage stochastic program. Together we study transformation of the deterministic p -median problem to the stochastic version of the p -median.

Keywords: stochastic location model, p -median

ÚVOD

Dnešné dynamické a prepojené trhy vyžadujú optimalizáciu pri riadení dopravy a logistiky. Z toho dôvodu upriame pozornosť na distribučný subsystém, ktorého snahou je zabezpečiť umiestnenie správneho produktu v správnom čase, na správnom mieste a pri čo najnižších nákladoch. Dôležité je poukázať na skutočnosť, že jedným z najdôležitejších rozhodnutí v oblasti logistiky je to, ako vytvoriť skladovú sieť, ktorá by bola optimálna, tak z pohľadu charakteru produkcie podniku, ako aj z pohľadu zákazníkov podniku. Vieme, že

toto rozhodnutie zahŕňa celý rad dôležitých prvkov. Vhodné umiestnenie skladu je základným strategickým rozhodnutím ovplyvňujúcim výšku dopravných nákladov a úroveň zákaznickeho servisu. Ich návrhu a optimalizácii treba venovať zvýšenú pozornosť.

Logistické technológie vychádzajú zo vzájomného pôsobenia jednotlivých subsystémov logistického reťazca. Ich optimalizácia a vzájomné spolupôsobenie ponúka možnosť dosiahnuť stanovené očakávané výsledky. Logistické technológie sú sledom rozhodovacích postupov a procedúr, ktoré v danom ekonomickom prostredí rešpektujú logistickú interakciu medzi komponentmi logistického systému a využitie optimalizačných metód, ktoré vedú k optimalizácii logistických nákladov.

V rámci danej témy je vhodné sa zamerať na modely so stochastickým aspektom. Vieme, že väčšina v súčasnosti používaných modelov plánovania a riadenia má deterministický charakter. Predpokladá sa v nich, že parametre modelu sú vopred známe a jednoznačné a že aj vzťahy medzi jednotlivými veličinami sú jednoznačne dané. Po formálnej stránke sú to modely s úplnou informáciou o východiskových údajoch, avšak vplyv okolia modelovaného systému sa do značnej miery v deterministických modeloch zanedbáva. Stochastický aspekt vo svojej podstate predpokladá zmeny systému v čase podmienené vplyvom nekontrolovateľných náhodných faktorov. V skutočnosti vieme, že predpokladaný deterministický charakter úloh obstoí iba čiastočne, nakoľko vplyv okolia modelovaného systému je nepopierateľný a vo väčšine prípadov nie zanedbateľný. Je teda otázne, či výsledky podané deterministickým riešením sú adekvátne pre ďalšie využitie v praxi, alebo nie je adekvátnejšie zapracovať priamo do modelovaného systému jeho stochastickú zložku. Ako sme už naznačili, tá sa s takmer úplnou pravdepodobnosťou vyskytuje v každom deterministickom modeli. Či už je to vplyvom nepresností a chýb vznikajúcich pri zbere a spracovaní údajov, alebo nereálnosťou získania presných informácií o podmienkach, v ktorých bude modelovaný systém v budúcnosti fungovať, atď.

Predmetom stochastického programovania je skúmanie teórie a metód riešenia úloh matematického programovania s neúplnou informáciou o východiskových údajoch. Medzi úlohy stochastického programovania patria aj zložité úlohy, ktoré sú v princípe deterministické, ale nie je možné zohľadňovať všetky detailné údaje a vzťahy pri výpočtoch. Nesúlad medzi praktickými výpočtovými možnosťami a zložitosťou úlohy je v určitom zmysle ekvivalentný nedostatku informácie. Okrem toho sa medzi úlohy stochastického programovania začleňujú aj úlohy plánovania a riadenia s viacnásobným rozhodovaním v opakujúcich sa situáciách, pričom stačí, ak sa ohraničenia spĺňajú iba v priemere a sleduje sa iba priemerný efekt z rozhodnutí. V takýchto situáciách sa totiž ukazuje, že namiesto toho

istého rozhodnutia v tých istých podmienkach je výhodnejšie použiť náhodný mechanizmus, ktorým môžeme dosiahnuť oveľa väčší efekt.

Skúsenosti ukazujú, že pre efektívne využitie aparátu stochastického programovania je potrebné viac ako v deterministických modeloch matematického programovania venovať pozornosť formuláciám úloh, pretože si často vyžadujú citlivé premietnutie spôsobu zohľadňovania získanej informácie, spôsobu rozhodovania a spôsobu korekcie daného rozhodnutia. Napriek tomu majú stochastické modely podstatne väčšiu vypovedaciu schopnosť a v mnohých prípadoch sú aj jednoduchšie z hľadiska skúmania a realizácie rozhodnutia ako deterministické modely [1].

V nasledujúcej štúdií nadvižeme na spomínanú problematiku a budeme sa venovať transformácii dvoch klasických skladových lokačných modelov, jednoduchému skladovému lokačnému problému a *p-medián* problému, na dvojstupňový stochastický program so zdrojom neurčitosti pri požiadavkách a dopyte, variabilnou produkciou a prepranými nákladmi, pričom ceny budú stanovené. Taktiež sa budeme venovať vzťahu medzi stochastickou verziou jednoduchého skladového lokačného problému a stochastickou verziou *p-mediánu*.

1 DISKRÉTNE STOCHASTICKÉ LOKAČNÉ PROBLÉMY

Klasický lokačný problém pozostáva z hľadania optimálneho umiestnenia a z rozsahu zariadení, ktoré majú byť umiestnené v danom súbore možných lokácií s cieľom plniť špecifické požiadavky. Všeobecne medzi úlohy tohto typu patrí lokalizácia výrobných a dcérskych výrobných podnikov vzhľadom na materský podnik, rozmiestnenie obchodných komplexov alebo umiestnenie jednotlivých skladovacích plôch. Všetky tieto prípady sú okrem iných problémov spojené aj s minimalizáciou prepravných nákladov. V rámci dcérskych výrobných podnikov je to minimalizácia dopravy surovín a pracovných síl, v rámci obchodných domov je to minimalizácia prepravných nákladov tovaru od jednotlivých výrobcov. Pri rozmiestňovaní skladov sa taktiež okrem ceny pozemku zohľadňuje aj efektívnosť prepravy tovaru od výrobcu do skladu a k zákazníkovi. Tieto požiadavky sú vopred známe a je možné do nich zahrnúť minimalizáciu celkových nákladov pozostávajúcich z fixných nákladov zariadenia a variabilných nákladov vo forme výrobných alebo prepravných.

Statický kapacitne neohraničený prípad v značnej miere začal študovať Kuehn a Hamburger [2] a odkazujú sa na nedávny Krarupa, Pruzana [3] a Cornejolsa [4], kde hlavný

problém je voľba lokácie z veličín získaných ako súčet požiadaviek získaných z každej neobsadenej lokácie. V dôsledku toho sú stanovené kapacity plne vytážené.

V dynamickom kontexte Manne [5] skonštatoval, že časové plánovanie rozhodnutí sa stáva dôležitým. Dynamické kapacitne neohraničené lokačné problémy zariadení boli navrhnuté Roodmanom a Schwarzom [6] a v mierne odlišnej podobe Wesolowskym a Truscottom [7]. Van Roy a Erlenkotter [8] navrhli dvoj – bazové procesy, ktoré rozširujú prístupy vyvinuté Bildom, Kraupom [9] a Erlenkotterom [10] pre statické kapacitne neohraničené problémy. Ich metóda predpokladá, že kapacita je plne využitá v každej perióde. Navrhujú riešiť kapacitné problémy rozšírením podobných problémov do tých, ktoré navrhli Guignard a Spielberg [11] v statickom prípade.

Táto štúdia poukazuje na stochastický lokačný problém zariadení, v ktorom dopyt, výrobné a prepravné náklady spolu s predajnou cenou obsahujú svoju náhodnú zložku. Neistota v dopyte tvorí fakt, že plné využitie výrobných kapacít sa stáva nemožným a požiadavka, aby bol uspokojený celý dopyt za všetkých okolností sa stáva tiež nereálnou. To vysvetľuje, prečo je predajná cena určená. A to odvtedy, čo optimálne rozhodnutia o veľkosti zariadení vyplývajú z kompromisu medzi nákladmi na zvýšenú kapacitu, čistým ziskom z predaja tovaru a z pravdepodobností rôznych úrovní dopytu.

Ostatné práce sa venujú stochastickým lokačným problémom a týkajú sa najmä optimálneho umiestnenia v sieti, Handler a Mirchanani [12], vrátane prerozdelenia rozhodnutia, Berman a Leblanc [13] alebo Louveaux a Thisse [14], alebo v nich prevláda domienka transformácie problému na dva jednoduchšie problémy, Jucker a Carlson [15]. Franca a Luna [16] navrhujú aplikovať Benderovu dekompozíciu do stochastických dopravných problémov navrhnutých Williamsom [17], v ktorom je veľkosť odbytu rozhodnutá ešte pred náhodnými pozorovanými javmi.

V tomto príspevku prezentujeme stochastický model jednoduchého skladového lokačného problému a *p*-medián problému, pokiaľ ide o dvojstupňový stochastický program. Súčasne sa zaoberáme existujúcimi vzťahmi medzi dvoma modelmi.

2 JEDNODUCHÝ SKLADOVÝ LOKAČNÝ PROBLÉM

Deterministický model s kapacitne neohraničeným lokačným problémom zariadenia predstavujúci jednoduchý skladový lokačný problém (ďalej iba JSLP) interpretujeme ako nasledujúcu úlohu:

$$\min z_p = \sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \quad i \in I \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j \in J \quad (4)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (5)$$

kde I je súbor stredísk dopytu. J je súbor potenciálnych zariadení lokácie, x_j má hodnotu 1 – pokiaľ zariadenie j je neobsadené a 0 – pokiaľ je zariadenie j obsadené. Premenná y_{ij} je časť uspokojeného dopytu i v lokácii zariadenia j , c_{ij} sú produkčné a distribučné náklady pre uspokojenie dopytu i v lokácii zariadenia j , f_j sú fixné náklady pre vytvorenie zariadenia j .

Riešenie JSLP tvorí súbor vopred daných a stanovených požiadaviek. Na rozdiel od stochastického prípadu, kde produkčné a distribučné náklady na jednej strane, dopyt a požiadavky na druhej, už obsahujú svoju náhodnú zložku. V takomto prípade nie je možné definovať veľkosť a rozsah zariadenia ako súčet splnených zadaných požiadaviek. Ešte pred časťou rozhodovacieho procesu by mali byť stanovené možnosti obslúženia požiadaviek a veľkosti zariadení. Taktiež je potrebné zaviesť formu zisku pri splnených požiadavkách alebo sankcie pri nesplnených.

Formulácia stochastického jednoduchého skladového lokačného problému (ďalej iba SJSPL) je najlepšie definovaná v pojme dvojstupňového stochastického programu, kde rozhodnutia prvej fázy sú lokačné a rozhodnutie druhej fázy je stanovenie dosiahnuteľnej produkcie v bode najväčšieho dopytu.

Formulácia SJSPL je nasledovná:

$$\max E_{\omega} U \left[- \sum_{j \in J} f_j x_j - \sum_{j \in J} g_j z_j + \max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_i(\omega) \cdot (p_i(\omega) - c_{ij}(\omega)) \cdot y_{ij}(\omega) \right] \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij}(\omega) \leq 1 \quad i \in I, \omega \in \Omega \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} d_i(\omega) \cdot y_{ij}(\omega) - z_j \leq 0 \quad j \in J, \omega \in \Omega \quad (8)$$

$$y_{ij}(\omega) - x_j \leq 0 \quad i \in I, j \in J, \omega \in \Omega \quad (9)$$

$$y_{ij}(\omega) \geq 0 \quad i \in I, j \in J, \omega \in \Omega \quad (10)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j \in J \quad (11)$$

$$z_j \geq 0 \quad j \in J \quad (12)$$

kde z_j je veľkosť skladu j , f_j , x_j a y_{ij} sú definované rovnako ako v predchádzajúcej časti, g_j je variabilný rozmer nákladov, d_i je celkový dopyt v lokácii i , p_i je jednotka zisku pri danom dopyte i , c_{ij} sú jednotkové produkčné a distribučné náklady z_j do i , E_ω označuje matematické očakávania na náhodnú premennú ω . Ako bolo spomenuté už predtým, model možno použiť v zmysle, že druhá fáza rozhodnutia premenných y_{ij} závisí na konkrétnej realizácii náhodného javu ω .

3 P-MEDIÁN PROBLÉM

Deterministický *p*-medián problém (ďalej iba p – M):

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_{ij} y_{ij} \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \quad i \in I \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (15)$$

$$y_{ij} \leq x_j \quad i \in I, j \in J \quad (16)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j \in J \quad (17)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad i \in I, j \in J \quad (18)$$

spočíva v nájdení optimálnych presne p zariadení lokácie za účelom splnenia stanovených požiadaviek a pri čo najnižších prepravných nákladoch, kde I je súbor stredísk dopytu, J je súbor potenciálnych lokácií zariadení, medzi ktorými p bude neobsadená, x_j má hodnotu 1 ak je zariadenie voľné a 0 naopak. Premenná y_{ij} je časť obsluženého dopytu lokácie v zariadení j a a_{ij} sú variabilné náklady na prepravu pre klienta i obsluženého v j .

Stochastická verzia *p*-medián je definovaná nasledovne (ďalej iba Sp – M):

$$\max E_{\omega} U \left[\max - \sum_{i \in I} d_i(\omega) \cdot \sum_{j \in J} a_{ij}(\omega) \cdot y_{ij}(\omega) - \sum_{i \in I} p_i(\omega) \cdot d_i(\omega) \cdot (1 - \sum_{j \in J} y_{ij}(\omega)) \right] \quad (19)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij}(\omega) \leq 1 \quad i \in I, \omega \in \Omega \quad (20)$$

$$\sum_{i \in I} d_i(\omega) \cdot y_{ij}(\omega) - z_j \leq 0 \quad j \in J, \omega \in \Omega \quad (21)$$

$$\sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{j \in J} g_j z_j + \sum_{j \in J} s_j(\omega) \cdot \left(\sum_{i \in I} d_i(\omega) \cdot y_{ij}(\omega) \right) \leq B \quad \omega \in \Omega \quad (22)$$

$$y_{ij}(\omega) - x_j \leq 0 \quad i \in I, j \in J, \omega \in \Omega \quad (23)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad j \in J \quad (24)$$

$$z_j \geq 0 \quad j \in J \quad (25)$$

$$y_{ij}(\omega) \geq 0 \quad i \in I, j \in J, \omega \in \Omega \quad (26)$$

kde a_{ij} sú variabilné náklady na prepravu klienta i obsluženého v lokácii $j \in J$, p_i je pokuta pre neuspokojený dopyt, B je horná hranica rozpočtových finančných prostriedkov a s_j sú servisné náklady j . Rovnako ako v stochastickej verzii JSLP, umiestnenie a veľkosť zariadenia sú prvá fáza, zatiaľ čo rozdelenie dostupných služieb klientov sa vykonáva v druhej etape.

ZÁVER

V uvedenej štúdií sme stručne charakterizovali problematiku transformácie klasických lokačných modelov na modely so stochastickou verzou. Štúdiu sme spracovali na základe dostupných materiálov a poukázali tak na aktuálnosť danej problematiky.

POUŽITÁ LITERATÚRA:

- [1] A. Laščiak a kol.: Optimálne programovanie, Alfa 1990.
- [2] A.A. Kuehn and M.J. Hamburger, A heuristic program for locating warehouses, *Management Science* (1963) 643.
- [3] J. Krarup and P.M. Pruzan, The simple plant location problem: Survey and synthesis, *Eur. J. Oper. Res.* 12(1983)36.
- [4] G. Cornuejols, G.L. Nemhauser and L.A. Wolsey, The uncapacitated facility location problem, in: *Discrete Location Theory*, ed. R.L. Francis and P. Mirchandani (Wiley Interscience, 1986), forthcoming.
- [5] A.S. Manne (ed) *Investments for Capacity Expansion: Size, Location and Time-Phasing* (MIT Press, Cambridge, MA, 1967).
- [6] G.M. Roodman and L.B. Schwarz, Extensions of the multi-period facility phase-out model: New procedures and applications to a phase-in phase-out problem, *AIIE Trans.* 9(1977)103.
- [7] G.O. Wesolowsky and W.G. Truscott, The multiperiod location-allocation problem with relocation of facilities, *Management Science* 22(1975)57.
- [8] T.J. Van Roy and D. Erlenkotter, A dual-based procedure for dynamic facility location, *Management Science* 28(1982)1091.
- [9] O. Bilde and J. Krarup, Sharp lower bounds and efficient algorithms for the simple plant location, *Ann. Discr. Math.* 1(1977)79.
- [10] D. Erlenkotter, A dual-based procedure for uncapacitated facility location, *Oper. Res.* 26 (1978)992.
- [11] M. Guignard and K. Spielberg, A direct dual method for the mixed plant location problem with some side constraints, *Math. Progr.* 17(1979)198.
- [12] G.Y. Handler and P.B. Mirchandani, *Location on Networks. Theory and Algorithms* (MIT Press, Cambridge, MA, 1979).
- [13] O. Berman and B. Leblanc, Location-relocation of Nmobile facilities on a stochastic network, *Transportation Science* 18(1984)315.
- [14] F.V. Louveaux and J.F. Thisse, Production and location on a network under demand uncertainty, *Oper. Res. Lett.* 4(1985)145.
- [15] J.V. Jucker and R.C. Carlson, Simple plant location problem under uncertainty, *Oper. Res.* 24(1976)1045.
- [16] P.M. Franca and H.P. Luna, Solving stochastic transportation-location problems by generalized Bender's decomposition, *Transportation Science* 16(1982)113.
- [17] A.C. Williams, Stochastic transportation problem, *Oper. Res.* 11(1963)759.

Simulační modelování v MS Excel – aplikace SIMULANT

Karel Charvát

Abstrakt

Doplňek SIMULANT pro MS Excel byl vytvořen v rámci diplomové práce na Vysoké škole ekonomické v Praze. Jedná se o nástroj pro diskrétní simulaci. Článek ve zkratce seznamuje s pojmem simulace a charakteristickými rysy diskrétní simulace. Následuje stručný popis možností doplňku a základních objektů i principů, které doplněk využívá. V závěrečné části článku jsou nastíněny možnosti využití doplňku SIMULANT i možné směry budoucího vývoje.

Klíčová slova: simulační modelování, diskrétní simulace, MS Excel, SIMULANT

Add-in SIMULANT for MS Excel was created as a part of thesis at the University of Economics, Prague. It is a tool for discrete event simulation. The paper in brief introduces concept of simulation and characteristic features of discrete event simulation. Following part of the paper shortly describes possibilities of the add-in and basic objects and principles, which the add-in uses. In the final part the paper outlines possibilities for use of add-in SIMULANT and possible future development.

Keywords: simulation modelling, discrete event simulation, MS Excel, SIMULANT

1 Úvod

Simulační modelování vzniklo z **metody Monte Carlo**. Hlavní myšlenkou metody Monte Carlo je řešení pravděpodobnostních i deterministických úloh pomocí statistického experimentu. Někteří autoři považují pojmy simulace a Monte Carlo za shodné, jiní je rozlišují podle využití. Dle jejich členění je Metoda Monte Carlo využívána k řešení úloh, ve kterých nehraje roli dynamické chování, zatímco simulace ke studiu dynamických systémů, tedy takových, ve kterých je podstatným faktorem čas. [2]

Simulaci můžeme dělit na několik typů dle způsobu zachycení času a stavů systému. Za **diskrétní** považujeme takovou simulaci, kdy změny systému nejsou zaznamenávány průběžně, ale pouze při výskytu určitých událostí, které mohou nastat v libovolném okamžiku ve sledovaném časovém úseku, a jsou z hlediska zkoumání daného systému relevantní. Časové úseky, ve kterých se žádná ze sledovaných událostí nevyskytuje, jsou v diskrétní simulaci přeskočeny. Interval mezi výskytem těchto událostí obvykle nebývá stejně dlouhý a jeho délka často má náhodný charakter.

Simulace byla v počátku využívána převážně v technických oborech či pro modelování chemických procesů. Později se však rozšířila i do ekonomické oblasti, neboť možnost předvídat důsledky nejrůznějších vnitřních i vnějších změn na chování určitého systému je velice užitečná i při analýze ekonomických procesů. [2]

Možnost simulovat změny systému pomocí modelu bez nutnosti zasahovat do reálného systému a porovnávat nejrůznější varianty činí simulaci vhodným podpůrným nástrojem pro manažerské rozhodování. S diskretní simulací se nejčastěji setkáváme právě v ekonomické oblasti.

Existuje celá řada produktů zaměřených na různé typy simulace, výhradně diskretní simulaci, případně zahrnující diskretní simulaci jako jednu ze svých součástí. [4]. Licenční politika jednotlivých výrobců simulačního softwaru se samozřejmě liší. Někteří nabízejí akademické, případně studentské verze svých produktů zdarma, či za zvýhodněných cenových podmínek. Možnost stažení a instalace takového produktu však většinou bývá spojena přinejmenším s nutností registrace prostřednictvím stránek výrobce či distributora softwaru.

Ve druhé kapitole článku se seznámíme s volně dostupným simulačním produktem jménem SIMULANT. Ve třetí kapitole jsou nastíněny možnosti jeho využití a závěru možné směry dalšího vývoje tohoto nástroje.

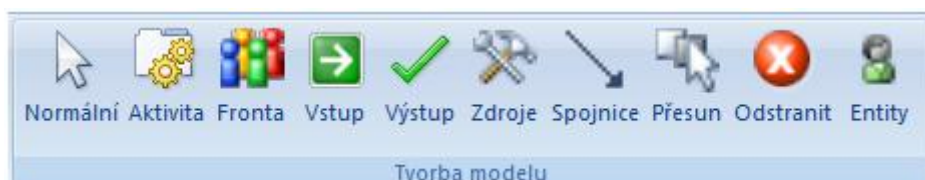
2 Seznámení s doplňkem SIMULANT

SIMULANT je nástroj pro diskretní simulaci, který umožňuje vytvářet simulační modely v grafickém režimu. Jedná se o doplněk pro MS Excel vytvořený v jazyku VBA (Visual Basic for Applications). První verze doplňku SIMULANT vznikla v rámci Diplomové práce, kterou jsem v roce 2009 obhájil na Vysoké škole ekonomické v Praze, katedře ekonometrie.

Doplňek SIMULANT ke své činnosti vyžaduje MS Excel 2007. Ve starších verzích MS Excel není jeho fungování možné, a to především kvůli zvolenému uživatelskému rozhraní, kterým je pás karet poprvé se vyskytující ve verzi 2007. V aplikaci MS Excel 2010 jsem zatím činnost doplňku netestoval, ale vzhledem k tomu, že Excel 2010 rovněž využívá pás karet, předpokládám, že řešení případných problémů s kompatibilitou by se mělo obejít bez zásadních zásahů do struktury doplňku.

Hlavní ovládací prvky doplňku se nacházejí na kartě SIMULANT, která na pásu karet po instalaci doplňku přibude. Dostupnost jednotlivých ovládacích prvků je ovlivněna tím, v jakém režimu se model v danou chvíli nachází.

Na kartě SIMULANT je možné zvolit typ vkládaného prvku a následně umisťovat prvky do modelu kliknutím na příslušné místo podkladu. Stejně snadno lze definovat i vazby mezi jednotlivými prvky modelu.



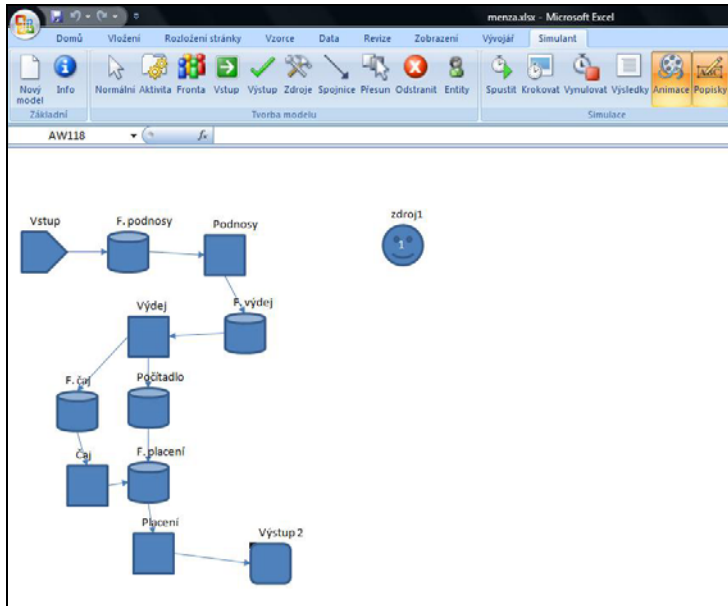
Obr 1 - Tlačítka pro tvorbu modelu

Nastavování vlastností jednotlivých prvků modelu je možné pomocí formulářů, které lze zobrazit kliknutím na příslušný prvek.

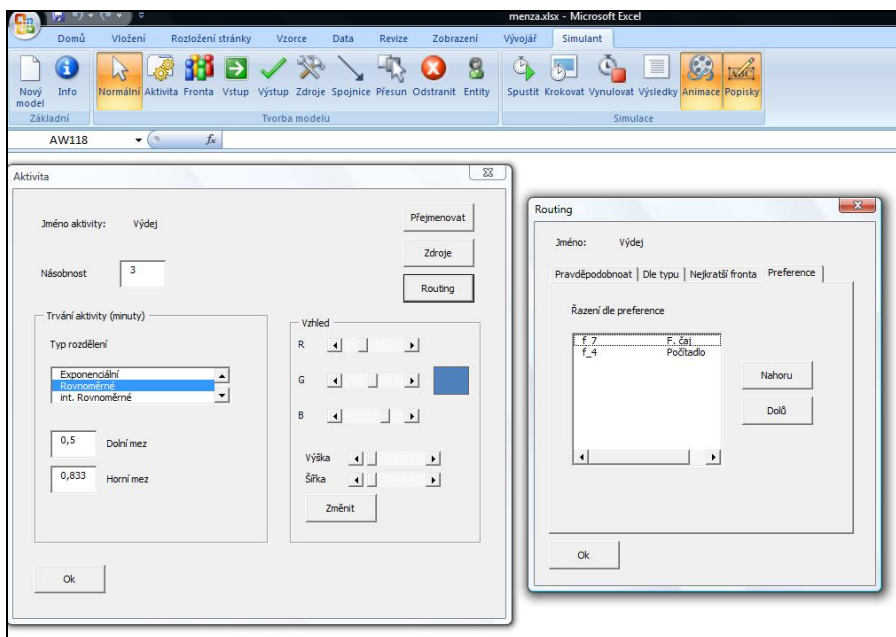
V doplňku SIMULANT jsou k dispozici prvky **entita**, **vstup**, **fronta**, **aktivita**, **výstup**, **zdroj** a **spojnice**. Názvosloví jednotlivých prvků modelu se mezi jednotlivými simulačními programy samozřejmě může lišit.

Většina z těchto typů prvků má určité nastavitelné atributy.

- **Entita** je typ prvku, který prochází simulačním modelem. V Doplňku SIMULANT je možné definovat více typů entit.
- **Vstupy** slouží jako objekty, kterými entity přicházejí do modelu. Pro vstup je nejdůležitější nastavitelnou vlastností interval mezi příchody jednotlivých entit. K dispozici je několik náhodných rozdělení, kterými se interval mezi příchody může řídit. Jedná se o exponenciální, rovnoměrné, celočíselné rovnoměrné, trojúhelníkové a normální rozdělení. Pro každé z těchto rozdělení je samozřejmě možné nastavit jeho parametry. Ke generování náhodných čísel je využita funkce **Rnd** jazyku VBA. Následuje transformace vygenerovaných náhodných čísel na hodnoty z příslušných náhodných rozdělení. Principy těchto transformací jsou popsány např. v [2] nebo [3].
- **Fronty** slouží jako místo, ve kterém entity mohou vyčkávat na uvolnění místa v objektu, který za frontou následuje. Fronta se může řídit jedním z režimů FIFO (first in first out), LIFO (last in first out), nebo SIRO (select in random order). Pro frontu je dále možno nastavit její maximální možnou délku. Také je možno určit, že pořadí entit opouštějících frontu se bude řídit prioritami. V takovém případě se prioritá stává primárním kritériem a výše uvedené možnosti slouží jako pomocné kritérium v případě rovnosti priorit. Priority je možno entitám přiřadit při vstupu do modelu.
- **Aktivity** reprezentují činnosti, kterými entity během simulace procházejí. Nejdůležitější nastavitelnou vlastností je náhodná doba trvání aktivity. Tato doba se může řídit některým z náhodných rozdělení, která byla uvedena u objektu vstup. Další důležitou vlastností je násobnost dané aktivity. Je-li násobnost větší než 1, graficky je aktivita reprezentována stále jen jedním objektem, ale do simulačního modelu je zařazena vícekrát paralelně, v nastaveném počtu.
- **Zdroje** jsou prvky modelu, které mohou být v různém počtu vyžadovány k vykonávání určitých aktivit. Jedna aktivita může vyžadovat více typů zdrojů. Pro vykonávání aktivity je možné požadovat jeden, či více typů zdrojů v libovolném počtu. O některé zdroje se může dělit více aktivit. Aktivita vyžadující zdroje nemůže být zahájena, dokud jí nejsou všechny požadované zdroje v potřebném počtu přiřazeny. Po dobu vykonávání aktivity jsou zdroje přiřazené této aktivitě blokovány. Dokud není daná aktivita ukončena a zdroje uvolněny, nemohou být využívány v rámci jiné aktivity.
- **Výstup** je objekt, kterým entity opouštějí model. Tento typ objektu nemá žádné nastavitelné parametry ovlivňující chod simulace.
- **Spojnice** slouží pro definování vazeb mezi jednotlivými objekty. Vstupům, frontám a aktivitám je možno pomocí spojnic přiřazovat následníky a vytvářet tak strukturu modelu. Jednomu objektu může být přiřazeno více následníků.



Obr 2 - Ukázka modelu



Obr 3 - Ovládací formuláře

Pro vstupy, fronty a aktivity je možno vybrat některé z pravidel, dle kterého entity opouštějící daný objekt volí, ke kterému z jeho následníků se přesunou. Tato pravidla jsou v doplňku SIMULANT nazývána **routing**. Je možno volit mezi pravidly:

- Pravidlo pravděpodobnost: Toto nastavení je výchozím pravidlem. Každému z následníků určitého objektu je možno přiřadit pravděpodobnost, se kterou je volen.
- Pravidlo dle typu: Pomocí tohoto pravidla můžeme určit, kterým následníkům budou jednotlivé typy entit směřovat.
- Pravidlo nejkratší fronta: Entita volí následníka s nejkratší délkou fronty. Výstupy a volné replikace aktivit jsou považovány za následníky nulovou délkou fronty.

- Preference: entita opouštějící objekt vybírá následníka dle seznamu preferencí. Jako následník je vybrána položka nejvýše v seznamu, která má volnou kapacitu.

Pro samotný běh je možné nastavit simulační čas, ve kterém bude simulace ukončena. Simulaci je také možno kdykoliv v průběhu pozastavit a následně opět spustit. Další možností využitelnou při chodu simulace je krokování. Při krokování dochází k posunu simulačního času na okamžik nejbližší události, zpracování události, které se v tomto čase odehrají a následnému automatickému pozastavení.



Obr 4 - Řízení chodu simulace

Kdykoliv během pozastavení simulace nebo po jejím ukončení je možno vygenerovat výsledkovou zprávu. Z jednoho běhu simulace je možno vygenerovat více výsledkových zpráv v různých v různých simulačních časech. **Výsledková zpráva** obsahuje charakteristiky jednotlivých prvků modelu získané z aktuálního běhu simulace. V případě vstupů se jedná například o počet entit vygenerovaných vstupem. Výsledky týkající se front obsahují například údaje o průměrných dobách čekání v dané frontě a průměrné délce fronty. Výsledky týkající se aktivit informují o počtech obslužených entit a využití dané aktivity. Rovněž u zdrojů je hlavní informací jejich vytiženost. U jednotlivých výstupů můžeme zjistit například průměrné doby setrvání entit v systému.

Podrobnější informace o výsledkové zprávě můžete nalézt v [1].

Hlášení číslo 8		Simulační čas (minuty)	
		17.04	
jméno fronty: F. podnosy		Podle typu entit	
Délka fronty		zákazník	
Aktuální:	0	0	0
Průměrná:	0	0	0
Maximální:	1	1	1
Počet přichozících entit	50	50	
Počet a manuální dobu čekání	2	2	
Doba čekání			
Průměrná:	0,04	0,04	
Maximální:	0,04	0,04	
Směrodatná odchylka:	0,01	0,01	
jméno fronty: F. výdej		Podle typu entit	
Délka fronty		zákazník	
Aktuální:	0	0	0
Průměrná:	0,21	0,21	
Maximální:	3	3	
Počet přichozících entit	49	49	
Počet a manuální dobu čekání	17	17	
Doba čekání			
Průměrná:	0,07	0,07	
Maximální:	0,7	0,7	
Směrodatná odchylka:	0,14	0,14	
jméno fronty: Počítadlo		Podle typu entit	
Délka fronty		zákazník	
Aktuální:	0	0	0
Průměrná:	0	0	0
Maximální:	0	0	0

Obr 5 - Výsledková zpráva

V průběhu simulace můžeme informace o chování modelu získávat také pomocí jednoduché **animace** znázorňující pohyby entit a pomocí průběžně aktualizovaných čísel zobrazovaných na jednotlivých objektech. V případě vstupů tato čísla udávají počet entit, který byl do aktuálního času daným vstupem vygenerován, v případě front a aktivit počet entit, které se v daném objektu momentálně nalézají, u výstupů celkový počet entit, které daným výstupem opustily model. U zdrojů je tímto způsobem možno sledovat aktuálně volný počet jednotek daného zdroje.

Doplňěk využívá ke své činnosti několik různých listů. Tyto listy jsou při tvorbě nového modelu zkopírovány z doplňku do aktivního sešitu aplikace Excel.

Jeden list slouží jako součást uživatelského rozhraní a obsahuje grafickou podobu modelu. Ostatní listy jsou využívány k ukládání různých typů dat. Tyto listy jsou skryty, ale proti zobrazení nejsou nijak chráněny. Při pozastavení simulace, nebo po jejím ukončení je tedy možné údaje obsažené v těchto listech prohlížet.

Z hlediska chování simulačního modelu může být pro některé uživatele zajímavý především list obsahující seznam všech událostí, ke kterým došlo v jednotlivých simulačních časech.

Základním principem, na kterém je simulační algoritmus použitý v doplňku založen, je **časový krok proměnlivé délky**. Myšlenka tohoto principu je velice obecná a existuje mnoho naprosto odlišných způsobů, jak tento princip do simulačních programů implementovat. Podrobnější informace o postupech použitých v doplňku SIMULANT můžete získat v [1]. Příklady jiných způsobů implementace tohoto principu jsou uvedeny např. v [3]

3 Možnosti využití doplňku SIMULANT

Ačkoliv jsou možnosti doplňku SIMULANT ve srovnání s komerčními simulačními programy omezené, doplňěk nabízí všechny základní typy prvků potřebné pro diskrétní simulaci, se kterými jsem se během svého studia v rámci předmětu Simulační modely seznámil.

Důvodem vzniku tohoto doplňku nebyla snaha konkurovat jeho možnostmi komerčním produktům. Hlavním cílem bylo poskytnutí dostupného a snadno ovladatelného nástroje, který umožňuje ilustrovat základní principy diskrétní simulace.

Počet vstupů, front, aktivit a výstupů, které může doplňěk obsahovat, se teoreticky může pohybovat i v tisících. Pro modely takového rozsahu však není doplňěk určen, protože při jeho tvorbě byla preferována jednoduchost použitých postupů před maximalizací výkonu. S růstem počtu prvků v modelu se zpomaluje chod simulace a prodlužuje čas nutný ke zpracování výsledků.

Domnívám se, že kromě výukových účelů je i přes omezení týkající se výkonu možno doplňěk využít i pro simulaci chování některých reálných systémů, především systémů hromadné obsluhy malého rozsahu. Pod pojem systémy malého rozsahu zahrnuji takové, které lze popsat pomocí modelu, kde se celkový počet nepohyblivých prvků (vstupů, front, aktivit a výstupy) pohybuje maximálně v řádu desítek. Možnosti a výkon doplňku by měly být

dostačující například pro studium čekacích dob a dalších základních charakteristik při obsluze klientů v nejrůznějších institucích, při ošetřování pacientů ve zdravotnických zařízeních, nebo pro simulaci jakýchkoliv jiných systémů, kde není nutné uvažovat změnu typu či množství entit a spotřebu zdrojů.

Doplňek SIMULANT v současné podobě není vhodný pro simulaci takových systémů, pro jejichž modelování je nutné například na určitém místě slučovat entity a vytvořit skupinu, která společně prochází modelem až do výstupního bodu, nebo do rozdělení skupiny na jiném místě modelu, ani k simulaci takových systémů, kde je v modelu nutné uvažovat spotřebu zdrojů, případně na jednom místě zdroje obsazovat a na jiném místě tyto zdroje uvolňovat. Například pro simulaci různých výrobních či skladovacích procesů jsou tedy možnosti doplňku velice omezené.

4 Závěr

Výše popsany doplněk SIMULANT slouží převážně pro ilustraci základních principů diskrétní simulace. Je však potenciálně využitelný i pro simulaci určitých reálných systémů. Jednoduchost ovládání a prostředí MS Excel, které je pro mnoho uživatelů důvěrně známe, mohou být jedním z důvodů, proč tento doplněk zvolit pro první praktické seznámení s diskrétní simulací.

Aktuální verzi doplňku SIMULANT i diplomovou práci můžete nalézt na adrese <http://simulant-addin.webnode.cz>

V následujících měsících hodlám možnosti doplňku SIMULANT rozšířit, ale tempo dalšího vývoje v tuto chvíli garantovat nemohu. V první fázi by se mělo jednat o efektivnější zpracování výsledků, přidání nových možností generování entit a přidání možnosti nastavit určité atributy některých prvků jako proměnlivé v čase. V další fázi připadá v úvahu i možnost vytvářet skupiny entit, spotřebovávat zdroje a nastavit určité parametry jako proměnlivé v závislosti na průběhu simulace.

Za téměř jisté považuji to, že další verze budou mít uživatelské rozhraní výhradně v anglickém jazyce. Aktualizace doplňku ve dvou jazycích by z časových důvodů nejspíše nebyla v mých silách, a anglický jazyk považuji za volbu, která doplněk zpřístupní většímu okruhu potenciálních uživatelů.

Použitá literatura

1. CHARVÁT, K. *Diskrétní simulace v MS Excel*. Vysoká škola ekonomická v Praze, 2009. diplomová práce
2. DLOUHÝ, M., FÁBRY, J., KUNCOVÁ, M., HLADÍK, T. *Simulace podnikových procesů. 1. vyd.* Brno : Computer Press, 2007. 201 s. ISBN 978-80-251-1649-4.
3. BANKS, J. *Handbook of Simulation: Principles, Methodology, Advances, Applications and Practice*. New York: John Wiley & Sons, 1998. ISBN 0-471-13403-1

Elektronické zdroje

4. SWAIN J.J. *Simulation Software Survey* [online].c2009,poslední revize 30.12.2009. [cit.29.11.2010].
<<http://www.lionhrtpub.com/orms/surveys/Simulation/Simulation.html>>

Kontaktní údaje

Ing. Karel Charvát
Vysoká škola ekonomická v Praze, Katedra ekonometrie
Nám. W.Churchilla 4, 13067 Praha 3
Tel: (+420) 732 941 415
email: charvat.k@seznam.cz

ANALÝZA DLHODOBÝCH A KRÁTKODOBÝCH VZŤAHOV MEDZI DVOJICAMI VYBRANÝCH EURÓPSKÝCH BURZOVÝCH INDEXOV¹

THE ANALYSIS OF THE LONG-RUN AND THE SHORT-RUN RELATIONSHIPS BETWEEN THE PAIRS OF SELECTED EUROPEAN STOCK INDICES

Michaela Chocholatá

Abstrakt

Predmetom príspevku je analýza dlhodobých a krátkodobých vzťahov medzi dvojicami európskych burzových indexov AEX, ATX, CAC40, DAX, FTSE100, OMXSPI, OSEAX a Swiss Market za obdobie 7.2.2001 – 15.11.2010. Existencia dlhodobých vzťahov bola testovaná (po zistení nestacionárneho charakteru všetkých logaritmovaných burzových indexov) s využitím Engleho – Grangerovho testu kointegrácie a existencia krátkodobých vzťahov pomocou koncepcie Grangerovej kauzality. Dlhodobé vzťahy sa potvrdili medzi dvojicami logaritmovaných indexov FTSE100 a ATX, Swiss Market a ATX i OSEAX a OMXSPI. Obojstranná kauzalita bola potvrdená pre rôzne počty oneskorení vo viacerých prípadoch.

Kľúčové slová: burzový index, Engleho – Grangerov test kointegrácie, Grangerova kauzalita

Abstract

This paper deals with the analysis of the long-run and the short-run relationships between the pairs of stock indices AEX, ATX, CAC40, DAX, FTSE100, OMXSPI, OSEAX and Swiss Market during the period February 7, 2001 – November 15, 2010. The existence of the long-run relationships was tested (after confirmation of the non-stationary character of all the analyzed logarithmic stock indices) through the Engle – Granger cointegration test and the existence of the short-run relationships through the concept of the Granger causality. The long-run relationships were confirmed between the following pairs of logarithmic stock indices: FTSE100 and ATX, Swiss Market and ATX, OSEAX and OMXSPI. The bidirectional Granger causality was confirmed for different lags in several cases.

Keywords: stock index, Engle – Granger cointegration test, Granger causality

1 ÚVOD

Analýza vývoja denných hodnôt burzových indexov a ich vzájomných vzťahov predstavuje zaujímavú problematiku. Vzhľadom na to, že časové rady burzových indexov možno zaradiť medzi finančné časové rady, dá sa očakávať, že budú mať nestacionárny charakter. Nestacionaritu v rozptyle možno vyriešiť napr. logaritmickou transformáciou príslušného časového radu. Vážnejší problém predstavuje však nestacionarita v strednej hodnote, na otestovanie ktorej možno použiť niektorý z testov jednotkového koreňa (pozri napr. [3], [5], [16]). Existenciu dlhodobých vzťahov medzi nestacionárnymi časovými radmi možno

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0181/10 „Hybridné modely prognózovania finančných časových radov“.

otestovať pomocou testov kointegrácie (Engleho – Grangerova koncepcia [4], Johansenova koncepcia [8], [9]) a existenciu krátkodobých vzťahov pomocou koncepcie Grangerovej kauzality [6].

Problematike testovania existencie dlhodobých, či krátkodobých vzťahov medzi rôznymi finančnými časovými radmi bolo venovaných viacero výskumných štúdií. Veľmi obľúbeným predmetom analýzy je napríklad analýza vzájomných vzťahov medzi výmennými kurzami a burzovými indexmi (pozri napr. [7], [11], [13], [14]), burzovými indexmi navzájom [1], výmennými kurzami [12], medzi vývojom akciových trhov a HDP [2], či medzi finančným rozvojom a rastom [15].

Cieľom tohto príspevku je analyzovať vzájomné vzťahy (dlhodobé i krátkodobé) medzi skupinou európskych burzových indexov uvádzaných na internetovej stránke www.finance.yahoo.com.

2 ZÁKLADNÉ CHARAKTERISTIKY ANALYZOVANÝCH BURZOVÝCH INDEXOV

Ako už bolo naznačené, predmetom príspevku je analýza dlhodobých a krátkodobých vzťahov medzi dvojicami európskych burzových indexov získaných zo stránky www.finance.yahoo.com, a to: holandského AEX, rakúskeho ATX, francúzskeho CAC40, nemeckého DAX, britského FTSE100, švédskeho OMXSPI, nórskeho OSEAX a švajčiarskeho Swiss Market² za obdobie 7.2.2001 – 15.11.2010 (hodnoty indexu OSEAX sú totiž uvedené až od 7.2.2001). Za uvedené obdobie sme mali k dispozícii pre jednotlivé indexy nasledovný počet hodnôt (uzatváracích hodnôt, t.j. hodnôt „close“): AEX – 2497, ATX – 2420, CAC40 – 2498, DAX – 2488, FTSE100 – 2469, OMXSPI – 2517, OSEAX – 2458, Swiss Market – 2470. Do analýzy boli zahrnuté len tie dni, v ktorých boli definované všetky indexy, čo predstavovalo 2327 údajov. Jednotlivé burzové indexy boli zlogaritmované (odtiaľ predpona „l“ pred názvom časového radu), pričom ich deskriptívne charakteristiky sú v tabuľke č.1 a grafický priebeh je znázornený v grafe č. 1.

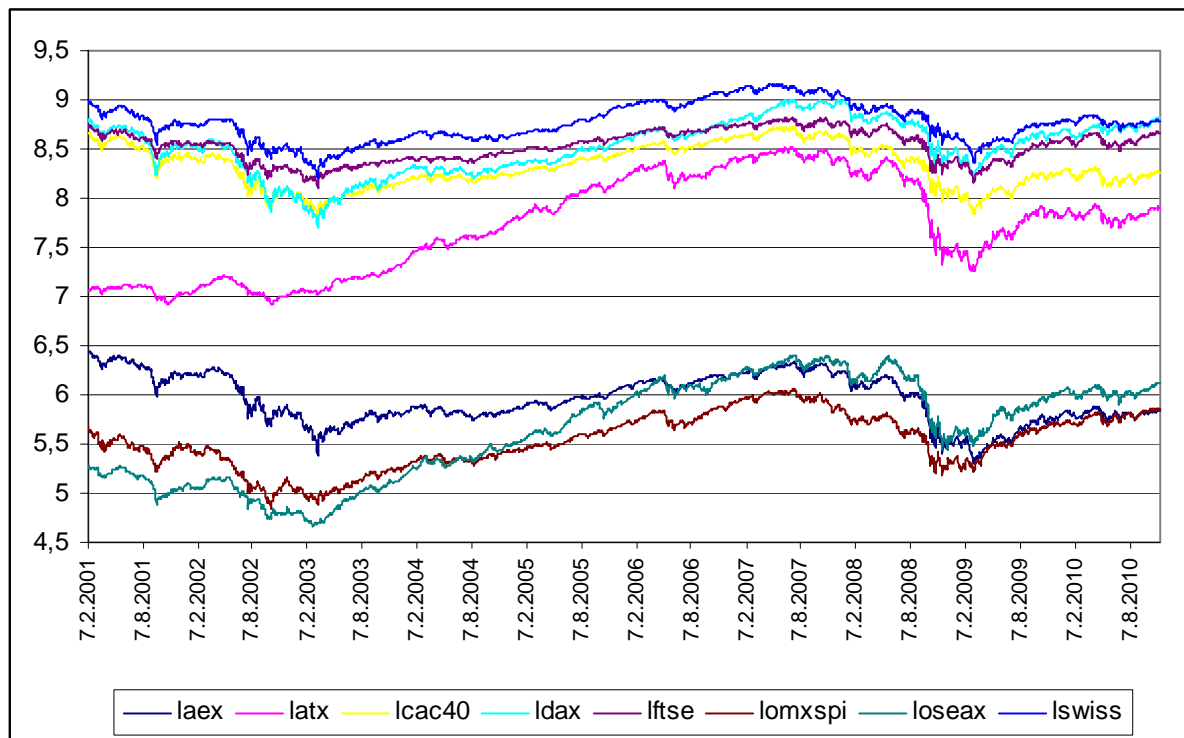
Tabuľka č. 1 – Deskriptívne štatistiky jednotlivých burzových indexov

	laex	latx	lcac40	ldax	lftse	lomxspi	loseax	lswiss
Priemer	5,949	7,712	8,318	8,520	8,531	5,527	5,635	8,766
Medián	5,909	7,768	8,292	8,555	8,555	5,512	5,681	8,757
Maximum	6,441	8,514	8,720	9,000	8,815	6,057	6,405	9,158
Minimum	5,295	6,912	7,784	7,698	8,098	4,840	4,662	8,209
Štand. od.	0,245	0,492	0,212	0,273	0,158	0,281	0,501	0,197
Šikmosť	-0,118	-0,008	0,021	-0,434	-0,246	-0,196	-0,227	0,0757
Špicatost'	2,172	1,648	2,027	2,562	2,085	2,246	1,703	2,385
J-B	71,775	177,160	91,983	91,750	104,544	70,109	183,175	38,886
p - value	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Pozorovaní	2327	2327	2327	2327	2327	2327	2327	2327

² Z analýzy bol vylúčený belgický index BEL20, nakoľko jeho hodnoty za pomerne dlhé časové úseky roka 2009 a 2010 neboli dostupné.

Z tabuľky č.1 je zrejmé, že štandardné odchýlky sa pre časové rady logaritmov analyzovaných burzových indexov pohybovali v rozmedzí 0,158 – 0,501. Vo väčšine prípadov (výnimkou sú časové rady lcac40 a lswiss) išlo o rozdelenia negatívne zošikmené. Vo všetkých prípadoch bola zaznamenaná nižšia špicatosť v porovnaní s normálnym rozdelením, vzhľadom na hodnoty Jarqueho – Berovej štatistiky možno však tvrdiť, že sa na hladine významnosti 0,05 i 0,01 nepotvrdil predpoklad o normálnom rozdelení.

Graf č. 1 - Priebeh analyzovaných časových radov logaritmov burzových indexov



Na základe priebehu jednotlivých časových radov znázornených v grafe č.1 možno tvrdiť, že v podstate všetky analyzované časové rady logaritmov burzových indexov zaznamenávali veľmi podobný priebeh vývoja (jedinou výnimkou bol latx od začiatku sledovaného obdobia do cca roku 2005, v priebehu ktorého sa pomaly priblížil vývoju ostatných analyzovaných burzových indexov). Od začiatku analyzovaného obdobia mali burzové indexy mierne klesajúci charakter až do dosiahnutia minima 12.3.2003 (laex, lcac40, ldax, dftse, lswiss), resp. v prípade indexov severských krajín o niečo skôr: 9.10.2002 (lomxspi), resp. 25.2.2003 (loseax). Ďalšia tendencia vývoja bola rastúca s miernymi výkyvmi až do októbra 2008, kedy začali všetky indexy v dôsledku finančnej krízy mať klesajúci trend, pričom minimálna hodnota bola dosiahnutá v priebehu februára, resp. marca 2009, odkedy je ich trend opäť s miernymi výkyvmi rastúci.

Na základe rozšíreného testu Dickeyho – Fullera (ADF testu) jednotkového koreňa (pozri napr. [3]) sme potvrdili nestacionárny charakter všetkých analyzovaných časových radov. Výsledky testov pre jednotlivé časové rady i z toho vyplývajúce závery sú súčasťou tabuľky č. 2.

Tabuľka č. 2 - Výsledky ADF testov jednotkového koreňa pre logaritmy burzových indexov

		laex	latx	lcac40	ldax	lftse	lomxspi	loseax	lswiss
Úroveň	trend+								
	konštanta	-2,055	-0,826	-1,937	-2,426	-2,262	-2,201	-1,419	-2,115
	konštanta	-2,197	-1,309	-1,931	-1,474	-1,875	-1,118	-0,644	-1,861
Úroveň	bez trendu								
	bez konšt.	-0,788	1,013	-0,622	-0,009	-0,144	0,185	1,027	-0,357
1. dif.	trend+	-	-						
	konštanta	16,225 ***	45,829 ***	-23,647 ***	-49,815 ***	-23,470 ***	-47,538 ***	-48,369 ***	-22,574 ***
Záver		I(1)	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)	I(1)

Poznámka: Symbol *** indikuje zamietnutie hypotézy H_0 o existencii jednotkového koreňa na hladine významnosti 1 %.

3 TESTOVANIE DLHODOBÝCH A KRÁTKODOBÝCH VZŤAHOV

Pri testovaní existencie dlhodobých vzťahov medzi dvojicami analyzovaných časových radov sme v dôsledku ich nestacionárneho charakteru využili teóriu kointegrácie, konkrétne Engleho – Grangerovu metódu. Odhadli sme parametre dvojice regresných rovníc pre každú dvojicu logaritmovaných burzových indexov (konkrétny burzový index vystupoval v jednej rovnici v pozícii závisle premennej a v druhej rovnici ako nezávisle premenná) metódou najmenších štvorcov, pričom pre potvrdenie existencie kointegrácie je potrebná stacionarita časového radu rezíduí, ktorú sme otestovali pomocou ADF testu bez konštanty i časového trendu (pozri [3]) s využitím kritických hodnôt odvodených MacKinnonom [10], pričom výsledky testov sú v tabuľke č. 3.

Akceptovanie hypotézy H_0 o existencii jednotkového koreňa v časovom rade rezíduí znamená neexistenciu kointegrácie medzi analyzovanou dvojicou logaritmov burzových indexov, teda neexistenciu dlhodobého rovnovážneho vzťahu medzi touto dvojicou premenných. Na základe výsledkov ADF testov pre časové rady rezíduí prezentovaných v tabuľke č. 3 možno tvrdiť, že rezíduá boli v prípade oboch rovníc pri testovaní kointegrácie pre príslušnú dvojicu logaritmov burzových indexov stacionárne na hladine významnosti max. 10 % len v troch prípadoch, a to: latx a lftse, latx a lswiss i loseax a lomxspi. Znamená to teda, že medzi týmito tromi dvojicami časových radov bola potvrdená existencia dlhodobých vzťahov. Rezíduá z týchto rovníc možno potom využiť na odhad modelu s korekčným členom (ECM – Error Correction Model), ktorý vyjadruje dynamiku rovnovážneho vzťahu medzi analyzovanou dvojicou logaritmov burzových indexov, či pri testovaní krátkodobých vzťahov pomocou koncepcie Grangerovej kauzality.

Tabuľka č. 3 Engleho – Grangerov test kointegrácie: výsledky ADF testov rezíduí

	laex	latx	lcac40	ldax	lftse	lomxspi	loseax	lswiss
laex	-	-2,482	-1,684	-1,279	-1,054	-1,819	-2,260	-1,896
latx	-2,201	-	-3,114*	-2,915	-3,361**	-3,212*	-1,993	-3,329*
lcac40	-1,584	-2,967	-	-0,537	-1,044	-1,536	-2,361	-2,847
ldax	-0,046	-2,687	0,527	-	-2,105	-2,512	-3,184*	-1,129
lftse	-0,745	-3,173*	-1,106	-2,457	-	-3,209*	-3,012	-2,874
lomxspi	-0,279	-2,905	-0,358	-2,328	-2,667	-	-3,328*	-1,697
loseax	-0,790	-1,566	-1,546	-2,987	-2,618	-3,256*	-	-1,973
lswiss	-1,441	-3,373**	-2,653	-1,507	-3,200*	-2,206	-2,826	-

Poznámka: Premenné v prvom stĺpci sú závisle premenné a premenné uvedené v prvom riadku sú nezávisle premenné. Symboły *, ** indikujú zamietnutie hypotézy H_0 o existencii jednotkového koreňa na hladine významnosti 10 %, resp. 5 %.

S cieľom otestovať existenciu krátkodobých vzťahov medzi jednotlivými dvojicami logaritmických transformácií burzových indexov sme aplikovali Grangerov test kauzality, ktorého predmetom je skúmanie, či minulé zmeny v jednej premennej, x_t , umožňujú predikovať súčasné zmeny inej premennej, y_t (v regresii y_t závisí od minulých hodnôt y_t a x_t). Ak áno, potom možno tvrdiť, že x_t ovplyvňuje v Grangerovom zmysle y_t , ak uvedená skutočnosť neplatí, potom x_t neovplyvňuje v Grangerovom zmysle y_t . Existuje však i možnosť prítomnosti Grangerovej kauzality v opačnom smere, teda že y_t ovplyvňuje v Grangerovom zmysle x_t . Podmienkou aplikácie tohoto testu je použitie stacionárnych časových radov. Vzhľadom na nestacionárny charakter časových radov logaritmov burzových indexov boli na analýzu použité prvé diferencie (logaritmické výnosy) jednotlivých časových radov. Využitie diferencovaných premenných však vo všeobecnosti vedie k strate užitočných dlhodobých informácií o kauzálnych vzťahoch medzi premennými. Z tohto dôvodu je vhodné namiesto štandardnej Grangerovej metódy na skúmanie Grangerovej kauzality využiť model korekcie chyby ECM, ktorý (v prípade potvrdenia kointegrácie medzi dvojicou premenných) zahŕňa okrem prvých diferencií kointegrovaných nestacionárnych premenných taktiež oneskorenú hodnotu rezíduí z dlhodobého rovnovážneho modelu. Existenciu Grangerovej kauzality testujeme pomocou Waldovho F-testu.

Existenciu Grangerovej kauzality sme testovali pre všetky dvojice prvých diferencií logaritmov jednotlivých burzových indexov pre oneskorenia 1-5 (s výnimkou dvojíc prvých diferencií časových radov *latx* a *lftse*, *latx* a *lswiss* i *loseax* a *lomxspi*). Tabuľka č. 4 udáva, pre ktoré časové rady a pre aký počet oneskorení bola potvrdená existencia obojstrannej Grangerovej kauzality a taktiež tie dvojice, pre ktoré sa existencia Grangerovej kauzality nepotvrdila (predpona „d“ pred názvom časového radu indikuje, že ide o časový rad prvých diferencií).

Tabuľka č. 4 – Niektoré závery testov existencie Grangerovej kauzality

Obojstranná kauzalita		Žiadna kauzalita	
dvojica	počet oneskorení	dvojica	počet oneskorení
dlaex + dldax	5	dltse + dlaex	1-3
dldax + dlatx	1	dlomxspi + dlaex	1-3
dlomxspi + dlatx	1-2	dlswiss + dlaex	1-2
dldax + dlcac40	1-5	dltse + dlcac40	1-3
dldax + dltse	1, 4-5	dlomxspi + dlcac40	3-5
dloseax + dldax	1	dlomxspi + dltse	1-3
dloseax + dltse	4-5	dlswiss + dltse	3
dlswiss + dltse	4-5	dlswiss + dlomxspi	1-5
dlswiss + dloseax	1-3	-	-

V prípade dvojíc prvých diferencií časových radov *latx* a *lftse*, *latx* a *lswiss* i *loseax* a *lomxspi*, pre ktoré bola potvrdená existencia kointegrácie, boli pri testovaní existencie Grangerovej kauzality (pre 1 oneskorenie) do modelov zahrnuté rezíduá z príslušného dlhodobého rovnovážneho modelu. Výsledky testov spolu s hodnotami F – štatistiky sú v tabuľke č. 5. Keďže analyzované časové rady majú podobné trendy (t. j. sú kointegrované), musí v rámci koncepcie ECM existovať kauzalita minimálne v jednom smere, čo potvrdzujú i výsledky uvedené v tabuľke č. 5. Obojstranná kauzalita bola potvrdená pre dvojice *dlswiss* a *dlatx* i *dloseax* a *dlomxspi*. Pre dvojicu *dltse* a *dlatx* sa potvrdila existencia Grangerovej kauzality len v jednom smere, a to od *dlatx* smerom k *dltse*.

Tabuľka č. 5 - Výsledky testov Grangerovej kauzality pre kointegrované dvojice logaritmov burzových indexov

H_0	Počet oneskorení	F - štatistika	Záver: H_0
dltfse - / → dlatx dlatx - / → dltfse	1	1,6063 7,3429***	prijímame zamietame
dlswiss - / → dlatx dlatx - / → dlswiss	1	3,0949* 6,4186**	zamietame zamietame
dloseax - / → dlomxspi dlomxspi - / → dloseax	1	17,2904*** 8,8054***	zamietame zamietame

Poznámka: Symbol - / → označuje neexistenciu Grangerovej kauzality. Symboly *, **, *** označujú zamietnutie H_0 na hladine významnosti 10%, 5%, resp. 1%.

4 ZÁVER

V príspevku sme analyzovali vzájomné vzťahy medzi dvojicami vybraných európskych burzových indexov. Pre tri dvojice (britský FTSE100 a rakúsky ATX, švajčiarsky Swiss Market a rakúsky ATX, nórsky OSEAX a švédsky OMXSPI) bola potvrdená existencia dlhodobých i krátkodobých vzťahov. V prípade ďalších dvojíc indexov sa existencia dlhodobých vzťahov nepotvrdila. Existencia krátkodobých vzťahov však bola preukázaná vo viacerých prípadoch, a to tak existencia obojstrannej i jednostrannej kauzality. Zaujímavým z pohľadu skúmania vzájomných vzťahov medzi burzovými indexmi sa javí i analýza podmienenej heteroskedasticity a preskúmanie jej vplyvu na dosiahnuté výsledky, čo bude predmetom ďalších analýz.

Použitá literatúra

- [1] BAUMÖHL, E.: Skúmanie jednosmerných závislostí medzi svetovými akciovými indexmi. Dostupné na: <http://www3.ekf.tuke.sk/konfera2008/zbornik/files/prispevky/baumohl.pdf>
- [2] BAUMÖHL, E.: Analýza vzájomného vzťahu akciových trhov a HDP – Grangerov test kauzality. Národohospodársky obzor 9, 2009, č.1, s. 5 - 20.
- [3] ENDERS, W.: Applied Econometric Time Series. New York: John Wiley&Sons, Inc. 1995.
- [4] ENGLE, R. F. – GRANGER, C. W. J.: Cointegration and Error-Correction: Representation, Estimation, and Testing. Econometrica 55, Marec 1987, s. 251-276.
- [5] FRANCES, P. H. – DIJK, D. van: Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [6] GRANGER, C. W. J.: Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. Econometrica 37, júl 1969, s. 424 - 438.
- [7] CHOCHOLATÁ, M.: Analysis of the mutual relationships between the exchange rates and the stock indices. Proceedings of the International Conference „Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making XV)”, October 6-8, 2010, Smolenice, ISBN 978-80-8078-364-8, s. 61 – 73.
- [8] JOHANSEN, S.: Statistical Analysis of Cointegration Vectors. Journal of Economic Dynamics and Control 12, 1988, s. 231-254.

- [9] JOHANSEN, S. – JUSELIUS, K.: Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to Demand for Money. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52, May 1990, s. 169 – 210.
- [10] MacKINNON, J.: Critical values for Cointegration Tests. In: Engle, R.F. – Granger, C.W.J.: Long-run Economic Relationships, Oxford, Oxford University Press 1991, s. 267 - 276.
- [11] NATH, G. C. – SAMANTA, G. P.: Dynamic Relation Between Exchange Rate and Stock Prices – A Case for India. Dostupné na:
http://golak.tripod.com/nifty_exrate.pdf
- [12] STAVÁREK, D.: Analýza vzájemných vazeb medzi devizovými kurzy stredoevropských mien. Ekonomický časopis 55, 2007, č.7, s. 646 – 658.
- [13] TABAK, B. M.: The Dynamic Relationship between Stock Prices and Exchange Rates: evidence for Brazil. Working Paper Series 124, Banco Central do Brasil, November 2006, 27s.
- [14] TAHIR, R. – GHANI, A.A.: Relationship Between Exchange Rates and Stock Prices: Empirical Evidence from Bahrain's Financial Markets. Dostupné na:
http://www.ecomod.net/conferences/ecomod2004/ecomod2004_papers/101.doc
- [15] ULRICHS, M.: Some notes on causality relations between financial development and growth among the Visegrad group. Proceedings of the International Conference „Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making XV)“, October 6-8, 2010, Smolenice, ISBN 978-80-8078–364–8, s. 233 – 245.
- [16] VINCÚR, P. a kol.: Úvod do prognostiky. Bratislava: Sprint 2007, 389 s.
- [17] www.finance.yahoo.com
- [18] EViews 5 User's Guide

Kontaktné údaje

Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 832

email: chocholatam@yahoo.com

SROVNÁNÍ POUŽITÍ HISTORICKÉ A IMPLIKOVANÉ VOLATILITY PŘI OCEŇOVÁNÍ OPCÍ

COMPARISON OF THE USAGE OF HISTORICAL AND IMPLIED VOLATILITY IN OPTION PRICING

Viktor Chrobok

Abstrakt

Příspěvek se zabývá metodami oceňování opcí. Cílem je zjistit, jestli je vhodnější v oceňovacích modelech používat implikovanou nebo historickou volatilitu. K tomuto účelu jsou použita data z americké burzy opcí v Chicagu CBOE. Nejdříve je použita Black-Scholesova oceňovací formule na všechna data, poté ještě dalších pět oceňovacích modelů na náhodně vybraný vzorek 1000 opcí. Všechny dostupné charakteristiky ukazují, že je v oceňovacích modelech vhodnější používat implikovanou volatilitu.

***Klíčová slova:** opce, Black-Scholes model, French Black-Scholes model, binomický model, model kvadratické aproximace, Bjerksund-Stersland model, Jump-Diffusion model*

Abstract

The paper is focused on the option pricing methods. The aim is to determine whether it is more suitable to use implied volatility or the historical one in those models. The data from the Chicago Board Options Exchange were used to support the conclusion. Firstly the Black-Scholes pricing formula is applied on the whole dataset. Secondly the randomly chosen subset of 1000 options is analyzed by other 5 pricing methods. All available characteristics showed that the implied volatility is more suitable to use when dealing with the option pricing.

***Keywords:** option, Black-Scholes model, French Black-Scholes model, Binomial Model, Quadratic approximation model, Bjerksund-Stersland model, Jump-Diffusion model*

1 INTRODUCTION

An option is a security giving its owner the right but not the obligation to sell or buy an underlying asset at a fixed price at or before a specific date. The possibility to decide whether buy/sell the underlying asset is definitely an advantage for an owner and a disadvantage for the seller that is why options are sold for a so-called option premium. Determining this premium is crucial since the price of the option is the most important factor for an investor deciding whether buy the option or not. Essentially the investors seek options with high profit potential and issuers try to sell low profitable options for high prices.

The most important factor for determining the option premium is expected development of the underlying asset. Since the future development of the underlying asset's price is uncertain, it is needed to build some prediction model to determine it. There are various types of options providing different features enhancing or restricting pay-off possibilities. These modifications are naturally affecting the option prices as well.

The key question of this paper is whether it is better to use historical or implied volatility in the option pricing models to obtain better results.

1.1 Used Models and Basic Definitions

In the following text six option pricing models are used. Those models are the Binomial model, the Black-Scholes model, the French Black-Scholes model the Quadratic Approximation model (RAW), the Bjerksund-Stersland (BJST) model and the Jump Diffusion model. The first two models are used to price European options; the binomial model is suitable for European and also American options. The RAW and BJST models were developed especially to price American options. The Jump Diffusion model in its basic form is suitable only for European options. For the detailed description of the models see the original texts in the references, i.e.

The historical volatility could be calculated as a standard deviation of the underlying asset's historical value. The problem is that the most of the pricing formulas suggest that the volatility is constant over the time, which is generally not true. It means that the evaluation must be recalculated always when the volatility changes. This characteristic is provided every month by CBOE for all underlying assets. Since this is in USD it must be divided by stock price to get the percentage amount. This volatility is same for all options issued on the same underlying.

The implied volatility can be calculated from the pricing formula if all other parameters including the option premium are known. If the implied volatility significantly differs from the historical volatility it means that the market expects some major change or that it is an imperfect market, the other possible explanation is that the implied volatility is different from the historical one because of the volatility smile¹. This characteristic differs for various options. The implied volatility in the analyzed dataset was calculated as the volatility which after plugging in the Black-Scholes model gives the market price. This volatility is known everyday at the same time as the market price. Since the aim of usage of option pricing models is to predict the option prices it is impossible to use this volatility in the models. The value of implied volatility from three days before for each option was assigned to the each option and used as an implied volatility. It is rational to suppose that one knows three-days-old implied volatility for each option.

1.2 Description of the Dataset

The dataset contains the data for all options listed at CBOE² from 31st and 28th July 2009. The dataset contains a huge amount of data – there were 316 245 different options listed at CBOE on 31st July 2009.

The pricing will be done for the 31st July the dataset from 28th July was used just to assign values of the historical implied volatility. The next dataset which was used contains historical volatilities of all underlying assets on which were issued options at CBOE. This was used to calculate the number of jumps in the underlying price during a year and to assign a historical volatility to each underlying asset.

All options in the dataset are American type according to the available description of the dataset. The Fed funds rate was 0.18 % on 31st July 2009³.

It was needed to omit some options from the dataset because of incomplete information or not available implied volatility from 28th July 2009. The rest of the dataset contains 273 152 options, which is still more than a sufficient size of the sample.

The analyzed dataset contains 136 544 call options and 136 608 put options. 225 842 options were not traded during the trading day and 187 383 had zero open interest. The average bid

¹ More about volatility smile could be found in

² Chicago Board of Options Exchange – for more details see www.cboe.com

³ We shall use this as an interest rate during the whole pricing process in this chapter. The yield rate was considered to be zero for all models. It was tried to set the yield rate equal to the interest rate, but the change in the results was nearly zero.

ask spread was approximately 0.49 USD. The average time to expiration was 158 days the median value was 140 days.

2 COMPARISON OF THE PRICING MODELS

In this part shall be provided a description of the results obtained by the pricing models when the only variable changed was the volatility. Firstly the Black-Scholes formula will be applied on the whole dataset. Secondly all above mentioned pricing models will be applied to the randomly chosen subsample containing 1000 observations.

2.1 Evaluating All Options

There was calculated the price of all options by the Black-Scholes model⁴ and the ask price was subtracted from this value. This differences posse the characteristics provided below. Two calculations were made: the first one computes with the historical volatility and the second one was obtained using the implied volatility from three days before.

	HV	IV
mean	16.29441	3.878228
Median	0.949896	-0.02
max	1602.76	1393.439
min	-3585.2	-3586.2
Q1	-1.50069	-2.5
Q3	22	7.8259
stddev	89.63391	58.39637
skew	7.996411	4.687983
kurt	147.7505	295.1921
Underpriced	6767	7000
overpriced	22598	8025

Tab. 1: Differences between estimated and the market price (whole dataset, Black-Scholes model)

HV stands for the historical volatility approach, IV stands for the implied volatility. The mean is calculated as a simple arithmetic average, Q1 and Q3 stands for quartiles, “stddev” is a standard deviation, “skew” stands for skewness, “kurt” for kurtosis, “underpriced” stands for the number of options whose value was estimated more than 50 USD⁵ lower than the market price and “overpriced” indicates the number of options whose price was estimated more than 50 USD higher than the market price.

It is clear that the implied volatility approach brought better results than the historical one.

The mean and median are closer to zero, the quartile spread and the standard deviation is lower, the kurtosis is higher. The historical volatility approach mispriced more than 10 % of

⁴ Note that the Black-Scholes formula is suitable just for European options, but the dataset contains the American ones. Let’s consider the difference between the American and European option small enough missing index to be omitted. The results of the methods pricing American options will be provided below, but it cannot be done on the whole dataset due to the computational complexity.

⁵ 50 USD can look as an enormous value, but even those values can occur in such a large dataset. A relative-difference approach would probably provide different results. Find out more about it in

all options, the implied volatility one mispriced just 5 % of the options from the whole dataset.

There are provided log-histograms below to find out more about the distribution of differences⁶.

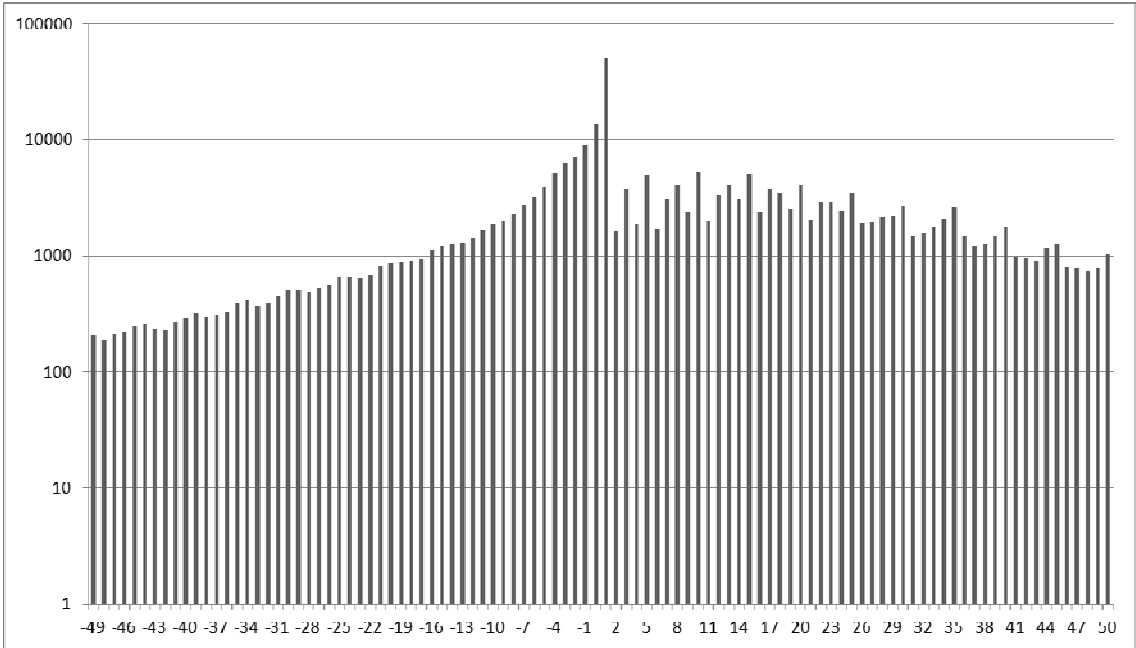


Fig. 1: Log-histogram of deviances of the Black-Scholes Model from the market data (the whole dataset, historical volatility)

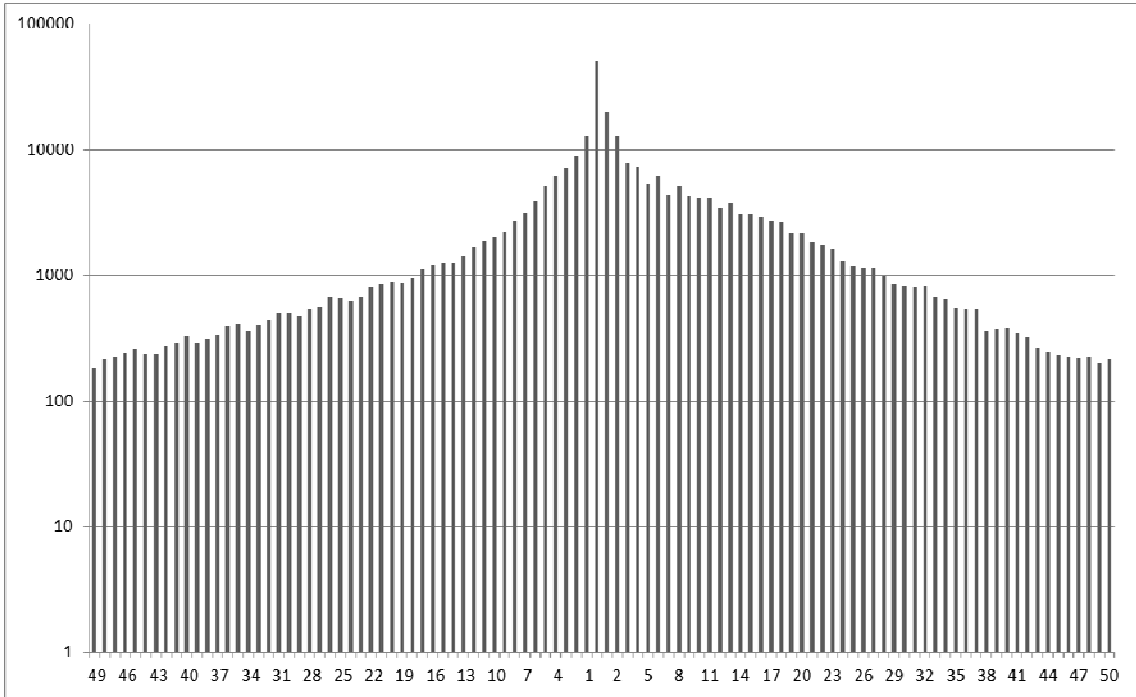


Fig. 2: Log-histogram of deviances of the Black-Scholes Model from the market data (whole dataset, implied volatility)

⁶ The mispriced observations are omitted.

Note the strong asymmetry for the estimates obtained by the model using historical volatility. The modal interval for the historical volatility model is between 0 USD and 1 USD and between -1 and 0 for the implied volatility model. Both modal intervals consist of more than 50 000 observations.

This section showed that the Black-Scholes formula for the European option works quite well even for the American options.

2.2 Evaluation of a Random Subsample

The first random sample contains options selected just by randomness there was no other criteria for the selection. The set contains 156 options which were traded during the data date and 686 options with nonzero open interest. There are 521 call options and 479 put options. The average bid/ask spread was 0.6 USD. 433 options were in the money⁷, 482 options were out of the money⁸ and the remaining options are considered to be at the money.

The the differences of the estimated price are in the following table:

	BS	FBS	bin	RAW	BJST	JD
mean	3.072201	3.15319318	2.874884	3.0742671	2.902001	5.347286
median	2.696053	2.79298568	2.486749	2.696053	2.610428	2.585035
max	261.6552	261.48	261.6552	261.65517	261.6552	462.8188
min	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2
Q1	0.430087	0.46662451	0.153727	0.4301078	0.337644	0.477441
Q3	5.617426	5.76029006	5.474221	5.617932	5.460521	5.669728
mtddev	13.92373	13.9374976	13.92692	13.923744	13.83352	27.29623
m skew	1.460188	1.43206845	1.494368	1.4601912	1.461516	9.451771
kurt	197.4106	196.279704	197.3575	197.40991	202.3281	147.0438
R-squared	0.816472	0.815671	0.817451	0.81646	0.81965	0.301597

Tab. 2: Differences between estimated and the ask price (random data, historical volatility)

Note the systematic overestimation of the price which could be caused by the wrong model selection or by the fact that the historical volatility is not suitable for estimating option prices very well. The R-squared of the used models except for the Jump-Diffusion one is very similar, but it suggests that the BJST model fits the best.

Now we shall provide the same calculations, but with a usage of implied volatility observed three days before the date of acquiring the dataset. As a market price, which was subtracted from the estimated price, was considered an ask price as in the previous section.

	BS	FBS	bin	RAW	BJST	JD
mean	0.026391	0.07398192	0.027869	0.027923	-0.01709	1.541238
median	-0.013889	0.00964	-0.01596	-0.01367	-0.02335	0.008826
max	261.6552	261.48	261.6552	261.6552	261.6552	540.9037
min	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2	-219.2
Q1	-0.105162	-0.0697959	-0.10982	-0.10446	-0.13936	-0.09234
Q3	0.058469	0.10790915	0.060754	0.059931	0.040929	0.105051
stddev	12.85127	12.8479727	12.85183	12.85131	12.85134	22.94104
skew	2.607804	2.58177416	2.607122	2.607424	2.617801	13.9947

⁷ Strike/Underlying < 0.95 for calls and Underlying/ Strike < 0.95 for puts

⁸ Strike/Underlying > 1.05 for calls and Underlying/ Strike > 1.05 for puts

kurt	274.5797	274.363612	274.5299	274.575	274.6089	334.3385
R-squared	0.850913	0.850985	0.8509	0.850912	0.850912	0.522769

Tab. 3: Differences between estimated and the ask price (random data, implied volatility)

The results look much better now. The mean moves around zero. The BJST has the lowest mean difference in the absolute value, but on the other hand the lowest median in the absolute value occurred for the FBS model and the BS model posses the lowest quartile spread. The FBS has the highest R-squared.

Let's show plot the log/histograms for evaluation models with both volatilities to find out more about the distribution of the evaluated options.

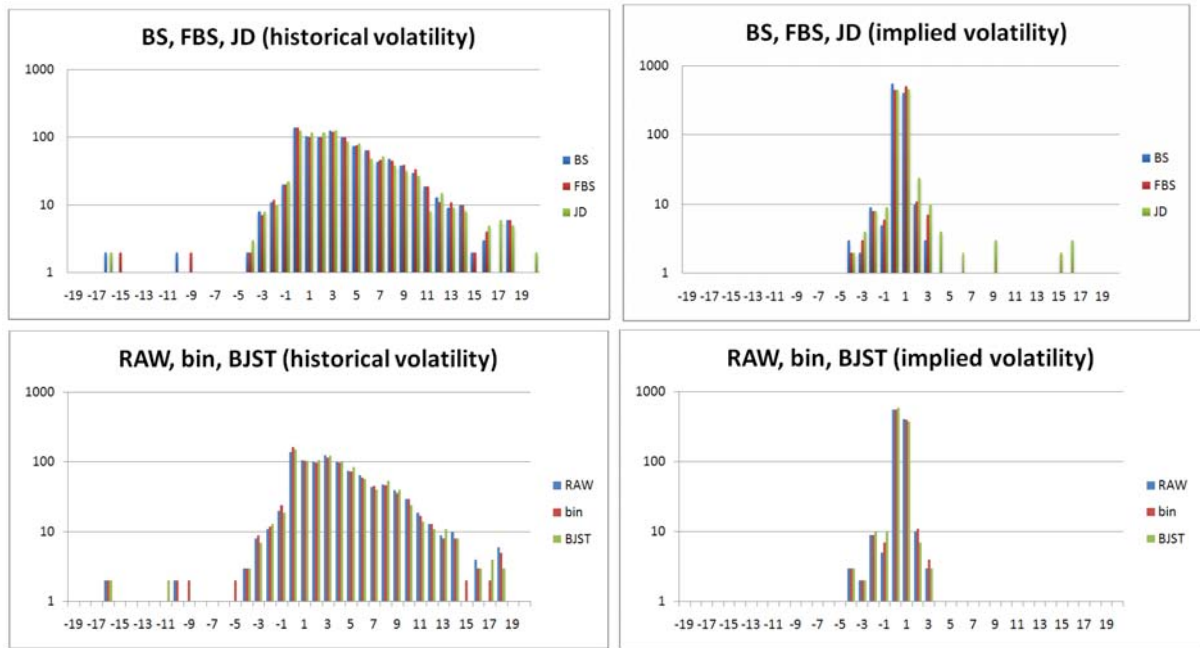


Fig. 3: Log-histograms of deviances of the used models from the market data (1000 observations subset)

Note that the majority of models now fits very well so it would be reasonable to divide the observations into the smaller intervals. The following histogram plots the log-density of implied volatility approach between -1.02 USD and 1.02 USD with 0.04 USD long intervals.

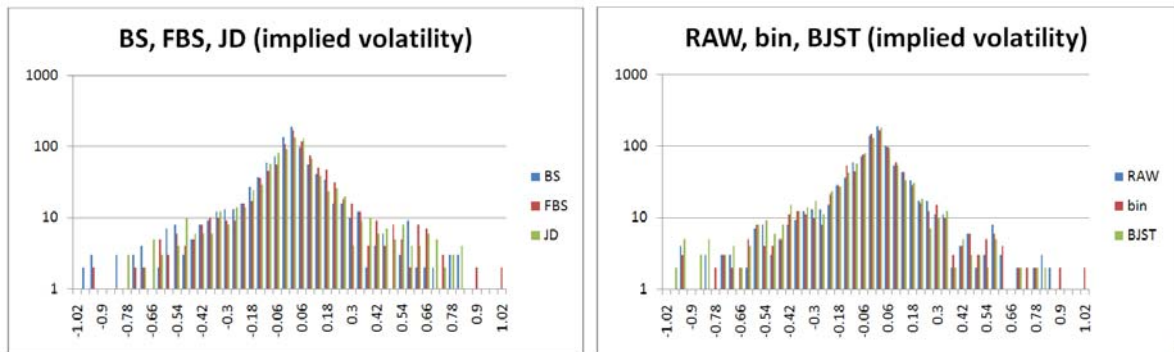


Fig. 3: Log-histograms of deviances of the used models from the market data (1000 observations subset, implied volatility)

More than 130 options from the dataset were priced according to the ask price ± 0.02 USD by all models. The most precise was the Black-Scholes Model which priced accurately 190 options. The skew is close to zero, which means that the histograms are nearly symmetric. At end of the pricing spectrum there were just 48 options mispriced by all methods by more than 1 USD. Just 2 of them were traded on 31st July 2009⁹, only 12 of those 48 had non-zero open interest and only 4 of them were out of the money!

3 CONCLUSION

The paper provides the results of the empirical testing of 6 option pricing models. The only model applied to the whole dataset was the Black-Scholes one and it gathered quite good results. The calculations provided much better results when the 3 days old implied volatility was used for this model. The Black-Scholes model evaluated the options quite well in spite of the fact that it is build for the European options. The central tendency to price the options correctly was very clear. After the analysis of the whole dataset, all methods were implemented on the randomly chosen subset of 1000 options. The results confirmed that the implied volatility is better for all pricing formulas, not just the Black-Scholes one. Most of the models showed a very good fit with implied volatility, which was documented by providing various summary statistics.

References

1. Barone-Adesi, G.; Whaley, R. E.: *Efficient Analytic Approximation of American Option Values*, The Journal of Finance, Vol. 42, No. 2, 1967
2. Bjerksund, P.; Stensland, G.: *Closed Form Valuation of American Options*, The Scandinavian Journal of Economics, 2002
3. Cont, R., Tankov, P.: *Non-Parametric Calibration of Jump-Diffusion Option Pricing Models*, Journal of Computational Finance, Vol. 7, No 3, 2004
4. Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M.: *Option Pricing: A Simplified Approach*, Journal of Financial Economics 7: 229-263, 1979
5. Dlouhý, M. a kol.: *Simulace podnikových procesů*, Brno: Computer Press, 2007
6. Feng, L.; Linetsky, V.: *Pricing Options in Jump-Diffusion Models: An Extrapolation Approach*, Operations Research, Vol. 56, No. 2, 2008
7. French, D.: *The Weekend Effect on the Distribution of the Stock Prices: Implications for Options Pricing*, Journal of Financial Economics, Vol. 13, No. 4, 1984, 547 - 559
8. Gujarati, D. N.: *Basic econometrics*, Boston, McGraw-Hill, 2003
9. Hanson, F. B.; Westman, J. J.: *Jump-Diffusion Stock Return Models in Finance: Stochastic Process Density with Uniform-Jump Amplitude*, University of Illinois at Chicago; University of California, 2003
10. Merton, R. C.: *Theory of Rational Option Pricing*, The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, No. 1, 1973
11. Scholes, M.; Black, F.: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3, 1973

⁹ One was overpriced and one was underpriced.

O JEDNÉ CHYBĚ V SW LINGO 12

ABOUT ONE BUG IN SW LINGO 12

Vladislav Chýna

Abstrakt

Příspěvek se zabývá chybou v optimalizačním SW Lingo 12 při výpočtu malé úlohy na pevné náklady. V druhé kapitole je formulována daná úloha včetně matematického modelu. Poté následuje zdrojový kód v SW Lingo s ukázkou chyby.

Klíčové slová: *Lingo, Pevné náklady*

Abstract

The Contribution deals with an error in optimizing SW Lingo 12 in the calculation of a small “fix cost” example. The example including mathematical model is formulated in chapter two. The Lingo’s source code with the bug follows.

Keywords: *Lingo, Fix cost problem*

1 ÚVOD

Při výuce optimalizace na VŠE (Operační výzkum, Kvantitativní management, Diskrétní modely,...) se používá systém Lingo. Jedná se o produkt společnosti LINDO Systems, Inc., aktuálně ve verzi 12¹ (blíže viz [5]).

Jak uvádí [2] na straně 160: „Lingo představuje především nástroj pro řešení lineárních i nelineárních optimalizačních úloh a pro řešení soustavy lineárních i nelineárních rovnic. U proměnných daného modelu umožňuje navíc uvažovat i podmínky celočíselnosti (obecně celočíselné i bivalentní proměnné). Pro řešení různých skupin úloh využívá Lingo tři zabudované řešitele, které se podle charakteru úlohy volí automaticky. Jedná se o řešitele pro:

- Lineární optimalizační úlohy případně soustavy lineárních rovnic
- Nelineární optimalizační úlohy a soustavy nelineárních rovnic
- Úlohy s podmínkami celočíselnosti“

Že tento SW lehce zvládne během okamžiku vyřešit i úlohy s množstvím celočíselných proměnných jsme mohli vidět např. v [1]. O to víc zarazí chyba, na kterou jsme narazili při řešení malého ukázkového příkladu. Jde o úlohu s fixními náklady (formulováno na základě [4]), ve které se používají 3 celočíselné a 3 bivalentní proměnné. Nejprve se podíváme na zadání úlohy a její formulaci. Poté si ukážeme, k jakým „zajímavým“ výsledkům se Lingo dopočítá.

¹ Výpočet jsme testovali rovněž ve verzích 9 a 10 a v nich k chybě nedochází. Chyba je tedy pravděpodobně způsobena nějakým „vylepšením“ ve vyšší verzi. Příklad jsme navíc testovali na několika počítačích a instalacích Lingo 12 a všude jsme dospěli ke stejným výsledkům. Nejedná se tedy o problém chybné instalace.

2 PROBLÉM S FIXNÍMI NÁKLADY

2.1 Zadání

Malý podnikatel může vyrábět lahve kompotu, slivovice a povidel. K dispozici má 1 700 kg švestek a 200 kg cukru. Pro případnou výrobu jednotlivých druhů lahví si navíc musí za jednorázovou platbu pronajmout konkrétní zařízení (pokud daný výrobek vyrábět vůbec nebude, zařízení si pronajmout samozřejmě nemusí):

- pro výrobu kompotu zavařovací hrnec za 5 000 Kč
- pro výrobu slivovice destilační přístroj za 3 000 Kč
- pro výrobu povidel mísič za 1 500 Kč.

V tabulce jsou dány spotřeby surovin na jednu láhev (sklenici) příslušného produktu, odbytové meze a jednotkový zisk po odečtení nákladů (bez zahrnutí nákladů na pronájem zařízení). Kolik lahví kompotu, slivovice a povidel má podnikatel vyrobit, aby maximalizoval svůj celkový čistý zisk?

	kompot	slivovice	povidla	zásoba
švestky (kg)	0,75	12,00	1,60	1 700,00
cukr (kg)	0,20	0,00	0,50	200,00
jednotlivý zisk (bez zahrnutí pevných nákladů)	20,00	220,00	50,00	x
odbyt (lahve)	600,00	170,00	neomezen	x
náklady na pronájem (pevné náklady)	5 000,00	3 000,00	1 500,00	x

2.2 Formulace

Jak už bylo řečeno v úvodu, jedná se o tzv. problém pevných nákladů (bližší např. [3]), přičemž jeho formulace není nijak složitá:

Zavedeme si 3 nezáporné celočíselné proměnné (X_1 , X_2 , X_3), které budou reprezentovat množství vyrobených lahví kompotu, slivovice a povidel.

Nesmíme překročit kapacity jednotlivých surovin:

- Švestky: $0,75X_1 + 12,00X_2 + 1,60X_3 \leq 1\,700$
- Cukr: $0,20X_1 + 0,00X_2 + 0,50X_3 \leq 200$

Zavedeme si pomocné bivalentní proměnné (Y_1 , Y_2 , Y_3), přičemž např. $Y_1 = 1$ bude znamenat, že vyrábíme aspoň 1 láhev kompotu a musíme si tedy pronajmout zavařovací hrnec. Účelová funkce má následující podobu:

$$\bullet \quad z = 20X_1 + 220X_2 + 50X_3 - 5\,000Y_1 - 3\,000Y_2 - 1\,500Y_3 \rightarrow \text{MAX}$$

k zajištění vazby, že $Y_1 = 1 \Leftrightarrow X_1 \geq 1$ a naopak $Y_1 = 0 \Leftrightarrow X_1 = 0$ (ekvivalentně pro Y_2 , X_2 , Y_3 , X_3) využijeme odbytové meze na jednotlivé výrobky. U povidel je trh schopen přijmout jakékoliv vyrobené množství, proto horní mez odhadneme např. z omezení na cukr – i pokud bychom vyráběli pouze povidla, nemůžeme rozhodně díky omezené zásobě cukru vyrobit více než 400 lahví.

- $Y_1 \leq X_1 \leq 600Y_1$

- $Y2 \leq X2 \leq 170Y1$
- $Y3 \leq X3 \leq 400Y1$

Uvědomme si ještě, že zajišťovat dolní meze ($Y1 \leq X1$, $Y2 \leq X2$, $Y3 \leq X3$) není nutné. Díky maximalizační formulaci se sama účelová funkce postará o to, že rozhodně nenastane případ, kdy $X1=0$ a zároveň $Y1 = 1$. Bohužel se ukazuje, že tato logická úvaha v SW Lingo 12 neplatí.

3 ŘEŠENÍ V SW LINGO

3.1 Úloha včetně dolních mezí na proměnné $X1$, $X2$, $X3$

Zapišme nyní výše formulovanou úlohu (včetně dolních mezí na proměnné $X1$, $X2$, $X3$) do SW Lingo a vyřešme ji:

```
max=20*X1+220*X2+50*X3-5000*Y1-3000*Y2-1500*Y3;
0.75*X1+12*X2+1.6*X3<=1700;
0.2*X1+0.5*X3<=200;
X1<=600*Y1;
X2<=170*Y2;
X3<=400*Y3;
Y1<=X1;
Y2<=X2;
Y3<=X3;
@gin(X1);@gin(X2);@gin(X3);
@bin(Y1);@bin(Y2);@bin(Y3);
```

Solver Status	
Model Class:	MILP
State:	Global Opt
Objective:	28020
Infeasibility:	0
Iterations:	0

Extended Solver Status	
Solver Type:	B-and-B
Best Obj:	28020
Obj Bound:	28020
Steps:	0
Active:	0

Variables	
Total:	6
Nonlinear:	0
Integers:	6

Constraints	
Total:	9
Nonlinear:	0

Nonzeros	
Total:	23
Nonlinear:	0

Generator Memory Used (K): 20

Elapsed Runtime (hh:mm:ss): 00:00:00

Update Interval: 2

Buttons: Interrupt Solver, Close

Během zlomku vteřiny získáme následující řešení:

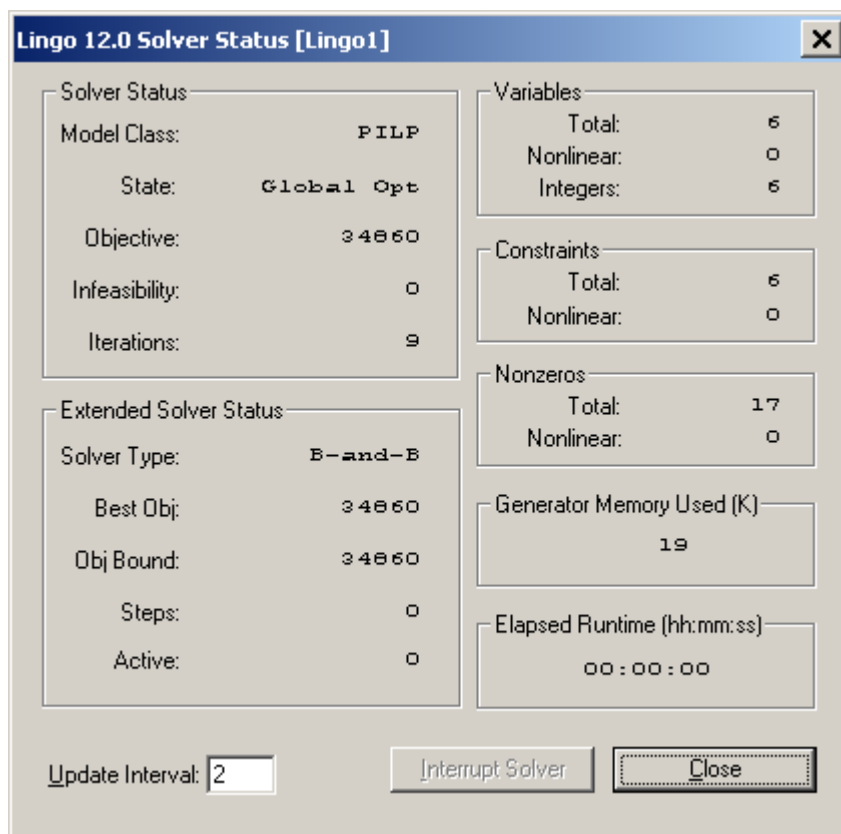
- zisk (hodnota účelové funkce): 28 020 Kč

- výroba kompotů (proměnná X_1) = 0 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_1 = 0$
- výroba slivovice (proměnná X_2) = 141 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_2 = 1$
- výroba povidel (proměnná X_3) = 0 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_3 = 0$

3.2 Úloha bez dolních mezí

Vyřešme nyní úplně stejnou úlohu, tentokrát však již bez dolních mezí, které, jak jsme výše odvodili, jsou díky účelové funkci zbytečné² (dolní meze zakomentujeme pomocí vykřičníku):

```
max=20*X1+220*X2+50*X3-5000*Y1-3000*Y2-1500*Y3;
0.75*X1+12*X2+1.6*X3<=1700;
0.2*X1+0.5*X3<=200;
X1<=600*Y1;
X2<=170*Y2;
X3<=400*Y3;
!Y1<=X1;
!Y2<=X2;
!Y3<=X3;
@gin(X1);@gin(X2);@gin(X3);
@bin(Y1);@bin(Y2);@bin(Y3);
```



Během zlomku vteřiny získáme opět řešení, bohužel zcela jiné, než v prvním případě:

- zisk (hodnota účelové funkce): 34 860 Kč
- výroba kompotů (proměnná X_1) = 0 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_1 = 0$
- výroba slivovice (proměnná X_2) = 88 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_2 = 1$

² Nezápornost uvažuje Lingo automaticky, nemusíme ji tedy zapisovat.

- výroba pividel (proměnná X_3) = 400 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_3 = 1$

Uvolněním podmínek, které byly logicky zbytečné, se nám tedy „podařilo“ zvýšit zisk o téměř 25 %. Z příložených pritscreenů je navíc patrné, že Lingo v obou případech našlo „globální“ optimum a použilo stejný postup řešení – metodu větvení a mezí.

3.3 Úloha včetně dolních mezí s přidaným omezením

Stále ještě můžeme být na pochybách, zda se jedná o chybu v Lingu, nebo o chybu v úvaze. Zkuste tedy ještě jeden výpočet – použijme formulaci s dolními mezemi, ale přidejme navíc jednu poměrně striktní omezující podmínku: $X_3 = 400$:

```
max=20*X1+220*X2+50*X3-5000*Y1-3000*Y2-1500*Y3;
0.75*X1+12*X2+1.6*X3<=1700;
0.2*X1+0.5*X3<=200;
X1<=600*Y1;
X2<=170*Y2;
X3<=400*Y3;
Y1<=X1;
Y2<=X2;
Y3<=X3;
X3=400;
@gin(X1);@gin(X2);@gin(X3);
@bin(Y1);@bin(Y2);@bin(Y3);
```

I když po přidání dodatečných omezení lze očekávat v nejlepším případě stejnou hodnotu účelové funkce, došlo k výraznému zlepšení řešení a sice na hodnoty dosažené při výpočtu bez dolních mezí:

- zisk (hodnota účelové funkce): 34 860 Kč

- výroba kompotů (proměnná X_1) = 0 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_1 = 0$
- výroba slivovice (proměnná X_2) = 88 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_2 = 1$
- výroba povidel (proměnná X_3) = 400 lahví a tomu odpovídající hodnota $Y_3 = 1$

4 ZÁVĚR

Na drobném příkladu jsme ukázali, že ani profesionálním optimalizačním softwarům se nevyplatí bezmezně věřit. Pokud nějaký SW zvýší hodnotu účelové funkce po přidání omezující podmínky, je to jistě důvod k zamyšlení. Nezbyvá než věřit, že jde pouze o ojedinělý případ. Pokud chceme na základě výsledků optimalizace provádět důležitá rozhodnutí, bude nejjistější výsledek ověřit ve více programech. Příklad zároveň ukazuje, že „vylepšení“, která tvůrci SW nepřetržitě produkují s cílem přinutit své zákazníky k opakovanému nákupu, mohou být někdy spíše kontraproduktivní.

Použitá literatura

1. CHÝNA, V. 2008: Naprogramujte si vlastní sudoku řešitel v Lingo. In Medzinárodný seminár mladých vedeckých pracovníků. Praha: Oeconomica, 2008, s. 1--10. ISBN 978-80-245-1405-5.
2. JABLONSKÝ, J. 2002: Operační výzkum Kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování druhé vydání Professional Publishing 2002 ISBN: 80-86419-42-8
3. PELIKÁN, J. 1999: Diskrétní modely. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1999. ISBN 80-7079-179-9.
4. ŠINDELÁŘOVÁ, I. 2010: Poznámky ke cvičení OV
5. www stránky SW Lingo, www.lindo.com, navštíveno 1.12.2010

Kontaktní údaje

RNDr. Ing. Vladislav Chýna, Ph.D
 Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky
 nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
 Tel: +420 224 09 5380
 email: vladislav.chyna@vse.cz

VLIV BURZOVNÍCH INDEXŮ

INFLUENCES BETWEEN STOCK INDICES

Ing. Marika Křepelová

Abstrakt

V tomto článku zkoumám, jak jsou ovlivňovány burzovní indexy zemí mezi sebou. Porozumění přenosu informací mezi indexy je důležitým prvkem při správné diverzifikaci portfolia. Čím méně je burzovní index ovlivňován jiným, tím menší je pravděpodobnost ztráty v případě investice do obou indexů. Přenos informací je testován pomocí Grangerovy kauzality.

***Klíčová slova:** burzovní index, Grangerova kauzalita*

Abstract

In this article I examined how the stock indices are influenced by each other. To understand the transmission of information across the indices is important factor for good diversification of portfolio. The less influence from one stock index to another is observed the less probability of loss is expected in case of investing in both indices. The transmission of information is tested by Granger causality.

***Keywords:** stock index, Granger causality*

1 ÚVOD

Pohyb burzovních indexů jednotlivých zemí je určován jeho složením a propojeností akciových titulů na světovou burzu. Tímto tématem se již zabývaly práce v 80. letech (Agmon, 1972; Ripley, 1973; a další), kde vlivy mezi jednotlivými akciovými trhy byly zkoumány kvůli tématům jako diverzifikace rizika a teorie portfolia. Euna a Shima (1989) pomocí modelů autoregresních rovnic a Grangerovy kauzality prokázali dominantnost amerického trhu. Naopak v práci, která se zabývala kauzalitou mezi akciovými trhy v době krize v říjnu 1987 (Malliaris, Urrutia, 1992), se dokázalo, že tokijská burza (tedy index Nikkei 225) přebírá veškeré vlivy a hraje pouze pasivní roli. V mé práci jsem vybrala 7 burzovních indexů a to: S&P500, FTSE 100, DAX, BSE SENSEX, HSI, Nikkei 225 a PX. Jestliže se prokáže ovlivnění jednoho indexu druhým, lze tuto skutečnost vysvětlit 3 hlavními faktory. Jedna možnost je, že je burza dominantní (případ americké burzy). Druhý faktor, který vysvětluje závislost mezi indexy je finanční krize, kdy se globálně trhy chovají stejně. Třetí faktor vychází z teorie efektivních trhů, kde efektivní trhy přebírají všechny dostupné informace a zahrnují je do výpočtů ceny. Proč je zkoumání přenosu informací důležité? Některé trhy mají schopnost ovlivňovat druhé, například ve zmíněné práci Euna a Shima (1989) se prokázala dominantnost americké burzy. Jakákoliv nejistota na americké burze se tím pádem přelívá i do ostatních světových burz. Mají tuto schopnost i jiné burzy? Objevují se tyto transmisní mechanismy pouze v průběhu finanční krize, nebo zde byly již před ní? To je hlavním předmětem mé práce.

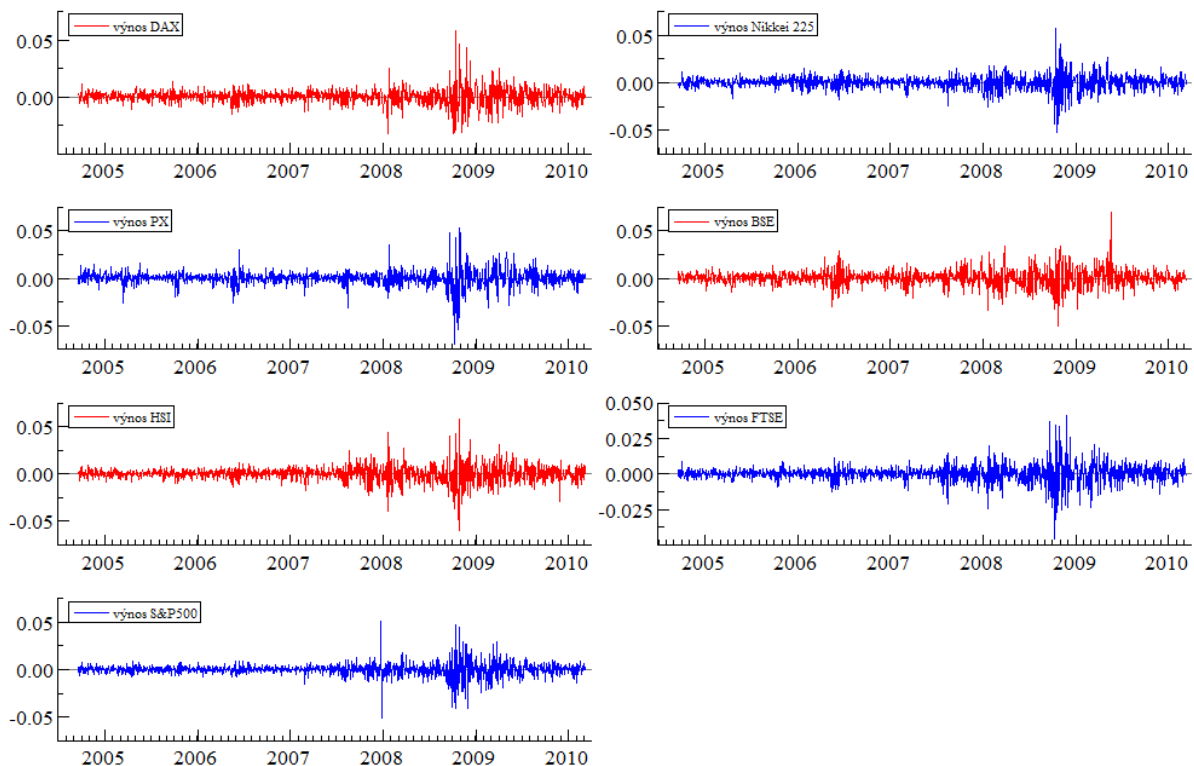
1.1 Data

V mé práci byla použita data stažená z *www.patria.cz* a *yahoo.finance.com*. Sledované období bylo od 16.9.2004 do 9.3.2010. Jelikož dané období obsahuje i finanční krizi, která začala ke konci roku 2007, testovala jsem jednotlivé modely v celém období i v období od 16.9.2004 do 10.3.2007. Protože indexy nejsou stacionární v čase, vzala jsem v úvahu logaritmy jejich výnosů, to znamená, že indexy byly upraveny následujícím způsobem:

$$\ln(r_t^X) = \ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = \ln(x_t) - \ln(x_{t-1})$$

Při zkoumání grafů výnosů jednotlivých indexů, jak je znázorněno na obr.1, lze pozorovat větší výkyvy na začátku roku 2008 a na konci roku 2008. Jelikož je tato větší volatilita pozorovatelná všude, lze říci, že je způsobená finanční krizí, která má globální dopad na všechny trhy. V období před krizí (do první poloviny roku 2007) lze pozorovat na jednotlivých indexech výkyvy, které jsou charakteristické pouze pro určitý index. Například u indexu Indie (BSE SENSEX) je možno pozorovat období rozkolísanosti výnosu v první polovině roku 2006.

Obr.1: Graf výnosů jednotlivých indexů



1.2 Použité metody

Ekonometrický model, na kterém jsem testovala Grangerovu kauzalitu, měl dvě podoby. Jestliže jsem prokázala, že logaritmy výnosů obou indexů nejsou kointegrované, použila jsem model vektorových autoregresních rovnic:

$$\ln r_t^X = \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} \ln r_{t-i}^X + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} \ln r_{t-i}^Y + \varepsilon_{1t},$$

$$\ln r_t^Y = \sum_{i=1}^p \alpha_{2i} \ln r_{t-i}^X + \sum_{i=1}^p \beta_{2i} \ln r_{t-i}^Y + \varepsilon_{2t}.$$

V rovnicích proměnné X a Y označují dva různé indexy a p označuje délku zpoždění, které jsem vybrala podle Akaikeho kritéria. V případě, kdy jsem pomocí Johansenova testu prokázala kointegraci dvou časových řad, použila jsem model korekce chyb:

$$\ln r_t^X = \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} \ln r_{t-i}^X + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} \ln r_{t-i}^Y + \phi_1 \varepsilon_{1,t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$\ln r_t^Y = \sum_{i=1}^p \alpha_{2i} \ln r_{t-i}^X + \sum_{i=1}^p \beta_{2i} \ln r_{t-i}^Y + \phi_2 \varepsilon_{2,t-1} + \varepsilon_{2t}$$

Samotné testování Grangerovy kauzality (Granger, 1969) probíhalo pomocí odhadnutí neomezené a omezené regrese a testování pomocí Waldova F-testu, kde nulová hypotéza zněla, že index X neovlivňuje index Y v Grangerově smyslu. Alternativní hypotéza tedy byla, že index X ovlivňuje index Y v Grangerově smyslu.

1.3 Model strukturních změn

Při analýze jednotlivých časových řad burzovních indexů můžeme použít testy ke zjištění, zda se v datech nacházejí body zlomu ve volatilitě. Jestliže budou body zlomu stejné u různých indexů, bude se jednat o globální přenos informace mezi trhy. Přítomnost strukturálních zlomů se dá testovat např. pomocí algoritmu iterativních kumulovaných součtů čtverců neboli ICSS algoritmu (Inclan Taio, 1994). Tento test předpokládá, že časová řada má stacionární nepodmíněný rozptyl, dokud nenastane zlomový okamžik. K odhadu počtu zlomů se používají následující statistiky:

$$C_k = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2 \quad k=1, 2, \dots, n \text{ a } \varepsilon_t \text{ je řada nezkorelovaných náhodných proměnných s nulovou střední hodnotou a nepodmíněným rozptylem}$$

$$D_k = \frac{C_k}{C_n} - \frac{k}{n} \quad k=1, 2, \dots, n \text{ a } D_n = D_0 = 0$$

Inclan a Taio dokázali, že $\sqrt{T/2} D_k$ se chová asymptoticky jako Brownův most. Při aplikaci ICSS algoritmu na zkoumaných 7 časových řad burzovních indexů dostávám následující tabulku, kde znázorňuji pouze strukturální zlomy stejné pro více indexů:

Tab.1: Vybrané data strukturálních zlomů volatility indexů

Index	S&P500	FTSE	DAX	Nikkei	HSI	BSE	PX	
<i>Datum</i>								<i>Událost</i>
2006	10.5	10.5	10.5		18.5	12.5	19.5	Americký FED zvýšil úrokové sazby na 5%. Rozhodnutí FEDu, zda dojde k dalšímu zvyšování úrokových sazeb.
		10.8		7.8	14.8			
2008			14.1		8.1		8.1	Spekulace, že Countrywide Financia vyhlásí bankrot.
			24.1		30.1		24.1	Pozitivní reakce na růst akcií v zámoří.
					16.9	15.9	15.9	Bankrot Lehman Brothers.
				30.10	30.10			Americký FED snížil hlavní úrokovou míru na 1%.
	16.12			15.12				Americký FED snížil úrokovou míru na 0%.
2009		5.5		7.5				Americká vláda oznamuje, že stress test bank dopadl lépe, než se čekalo.

Z výsledků je patrné, že trhy měnily svou volatilitu zejména v období finanční krize (což bylo očekávané), ale reagovaly změnou volatility již před finanční krizí a to na rozhodnutí amerického FEDu na změnu úrokových sazeb.

2 ANALÝZA VLIVŮ MEZI BURZOVNÍMI INDEXY

Při analýze vlivů pomocí VAR modelů jsem testovala dvě základní období. Období od 16.9.2004 do 9.3.2010 a období před začátkem krize od 16.9.2004 do 10.3.2007. Období by bylo možné také rozdělit podle výsledků získané z analýzy strukturních změn, což jsem však v mé práci nevyužila.

2.1 Celé sledované období

Při analýze závislostí podle Grangerovy kauzality jsem prokázala dominantnost americké burzy, která podle výsledků p-hodnoty ovlivňuje ostatní trhy na 1% hladině významnosti. Jediná oboustranná závislost se prokázala u britského a německého burzovního indexu. Zde byl také použit model korekce chyb, jelikož se prokázalo, že jsou časové řady indexů kointegrované. Asijské trhy hrají spíše pasivní roli, jsou ovlivňovány světovými trhy, ale sami je neovlivňují. V tabulce jsou zobrazeny veškeré výsledky testu Grangerovy kauzality.

Tab.2: P-hodnoty testu Grangerovy kauzality (16.9.2004 - 9.3.2010)

x \ y	S&P 500	FTSE 100	DAX	BSE SEN.	HSI	Nikkei 225	PX
S&P 500	x	[0,0017]**	[0,0000]**	[0,0001]**	[0,0002]**	[0,0000]**	[0,0000]**
FTSE 100	[0,7340]	x	[0,0002]**	[0,0095]**	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,0538]
DAX	[0,5732]	[0,0005]**	x	[0,0012]**	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,0008]**
BSE SEN.	[0,6895]	[0,3942]	[0,6028]	x	[0,0262]*	[0,0000]**	[0,0571]
HSI	[0,9474]	[0,6398]	[0,5865]	[0,1087]	x	[0,0077]**	[0,7716]
Nikkei 225	[0,7762]	[0,8244]	[0,0865]	[0,9504]	[0,1997]	x	[0,7778]
PX	[0,5486]	[0,3628]	[0,4166]	[0,3384]	[0,0063]**	[0,0001]**	x

2.2 Období před finanční krizí

Jestliže jsem chtěla zodpovědět otázku, zda byly burzy ovlivňovány i před finanční krizí, vzala jsem v úvahu pouze toto období (jak bylo uvedeno výše od 16.9.2004 do 10.3.2007). I zde se ukázala americká burza jako burza dominantní, avšak některé vztahy oproti původně testovanému modelu vymizely. Již zde není patrný oboustranný vztah německé a britské burzy, ale naopak se objevil oboustranný vztah americké a čínské burzy. Index PX se zdá být neovlivňovaný jinými indexy kromě amerického. Index japonské burzy opět hraje pouze pasivní roli, je ovlivňován ostatními světovými indexy. Opět jsem přiložila tabulku, kde jsou znázorněny veškeré výstupy testu Grangerovy kauzality.

Tab.3: P-hodnoty testu Grangerovy kauzality (16.9.2004 - 10.3.2007)

x \ y	S&P 500	FTSE 100	DAX	BSE SEN.	HSI	Nikkei 225	PX
S&P 500	x	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,0004]**	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,0000]**
FTSE 100	[0,7144]	x	[0,0156]*	[0,0788]	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,5111]
DAX	[0,8965]	[0,3246]	x	[0,0092]**	[0,0000]**	[0,0000]**	[0,5251]
BSE SEN.	[0,6997]	[0,9015]	[0,1469]	x	[0,1166]	[0,0029]**	[0,5061]
HSI	[0,0103]*	[0,4310]	[0,0997]	[0,3500]	x	[0,0806]	[0,5046]
Nikkei 225	[0,2985]	[0,4581]	[0,4426]	[0,0902]	[0,4406]	x	[0,4245]
PX	[0,7538]	[0,4041]	[0,6557]	[0,1078]	[0,2743]	[0,0007]**	x

3 ZÁVĚR

V této práci jsem potvrdila analogické závěry s výsledky Euna a Shina (1989), že americká burza je hlavní světovou burzou a ovlivňuje ostatní burzy na celém světě. Burza britská, německá i čínská mají také schopnost ovlivňovat ostatní burzy a toto bylo potvrzeno hlavně v období finanční krize. Jak to, že přenos informací napříč burzami je větší v období krize? V posledních dekadách jsme zažili několik finančních krizí, které nám mohou poskytovat určité vodítko. Například recese v Japonsku v 90. letech způsobila vysoký deficit zahraničního obchodu s dalšími asijskými státy (Jižní Korea, Thajsko, Malajsie...) a tím zapříčinila depreciaci thajské a ostatních měn. Stádové chování investorů na tento podnět zareagovalo stáhnutím jejich finančních prostředků v krátké době a zapříčinilo tím pád asijských akcií v roce 1997. Nedůvěra ve finanční trhy se podepsala i v současné finanční krizi.

V mé analýze indexů jsem neuvažovala nesynchronní obchodování burz, to znamená, jestli data ještě z toho samého dne neovlivňují jiný index (například americký), jelikož v době, kdy se ukončí obchodování na asijské burze, na americké ještě ani neotevřely. Jestliže bych vzala v úvahu tento časový posun, prokázala bych u asijských indexů (BSE SENSEX, Nikkei 225, HSI) oboustrannou závislost na americkém indexu (S&P500).

Na závěr je potřeba zdůraznit, že pohyby výnosů jednotlivých burzovních indexů vysvětlují v průměru pouze okolo 15% variability jejich ceny. Modely by tedy nebyly vhodné pro použití na predikování budoucí hodnoty výnosu akcií.

Text vznik v rámci grantu IGA F4/13/2010.

Použitá literatura

1. AGMON, T. 1972. The Relations Among Equity Markets: A Study of Share Price Co-Movements in the United States, United Kingdom, Germany and Japan. In: The Journal of Finance, roč. 27, 1972, č. 4, s. 839-855.
2. EUN, CH. P., SHIM, P. 1989. International Transmission of Stock Market Movements. In: The Journal of Financial and Quantitative Analysis, roč. 24, 1989, č. 2, s. 241-256.
3. GRANGER, C. W. J. 1969. Investigating causal relations by econometrics methods and crossspectral methods. In: Econometrica, roč. 37, 1969, č. 3, s. 424-438.
4. INCLAN, C., TIAO G. 1994. Use of cumulative sums of squares for retrospective detection of changes in variance. In: Journal of the American Statistical Association, roč. 89, 1994, č. 427, s. 913-923.
5. MALLIARIS, A.G, URRUTIA, J. L. 1992. The International Crash of October 1987: Causality Tests. In: The Journal of Financial and Quantitative Analysis, roč. 27, 1992, č. 3, s. 353-364.
6. RIPLEY, D. M. 1973. Systematic Elements in the Linkage of National Stock Market Indices. In: The Review of Economics and Statistics, roč. 55, 1973, č. 3, s. 356 – 361.

SROVNÁNÍ NABÍDKY CESTOVNÍHO POJIŠTĚNÍ METODAMI VÍCEKRITERIÁLNÍHO HODNOCENÍ VARIANT

COMPARISON OF THE TRAVEL INSURANCE OFFERS USING THE MULTIATTRIBUTE EVALUATION METHODS

Lenka Lízalová, Martina Kuncová, Jana Kalčevová

Abstrakt

Nabídka produktů cestovního pojištění je dosti široká, jak se lze přesvědčit na internetových stránkách pojišťoven. Pokud se klient orientuje výhradně podle ceny, výběr je jednoduchý, avšak tato volba nemusí být optimální. Kritérií, která ovlivňují rozhodování je celá řada a právě proto bývá rozhodování tak obtížné. Pro účely srovnání jsme vybrali sedm základních kritérií cestovního pojištění. S využitím metod vícekriteriálního hodnocení variant (WSA, TOPSIS, ELECTRE I a II, PROMETHEE, MAPPACC) jsme se pokusili nalézt pojišťovnu nejlépe vyhovující všem kritériím.

***Klíčová slova:** cestovní pojištění, srovnání, vícekriteriální hodnocení variant*

Abstract

The offer of the travel insurance products is quite wide as we can see from the web pages of the insurance companies. As the client prefers only the price, the choice is easy but the selection need not be optimal. A lot of criteria exist that influence the decision. For the comparison we have selected seven basic criteria of the travel insurance. Using some of the multiattribute evaluation methods (WSA, TOPSIS, ELECTRE I and III, PROMETHEE, MAPPACC) we have tried to find the insurance company that offers the product that best meets all the criteria.

***Keywords:** travel insurance, comparison, multiattribute evaluation methods*

1 ÚVOD

Stránky České asociace pojišťoven (www.cap.cz, 2010) zdůvodňují, proč je důležité se pojistit: „Náklady na léčbu v některých cizích zemích mnohonásobně převyšují náklady na léčbu v ČR. I když mají naši občané při pobytu ve státech Evropské unie nárok na zdravotní péči na účet svých zdravotních pojišťoven (Evropský zdravotní průkaz), v mnoha případech je vyžadována vysoká spoluúčast, kterou zdravotní pojišťovny nehradí. Z EZP také není kryta repatriace zpět do vlasti.“ Cestovní pojištění by tedy mělo být součástí každé zahraniční cesty, ať už soukromé, s cestovní kanceláří nebo pracovní. Cestovní pojištění, finančně chrání pojištěného v případech, že se v cizině dostane do potíží, kryje totiž rizika spojená s náhlým onemocněním, úrazem, ztrátou zavazadel, nebo způsobení škody třetí osobě.

2 POJISTNÁ RIZIKA

Podle přílohy č. 2, zákona o pojišťovnictví (viz business.center.cz, 2010), která se zabývá rozdělením pojistných odvětví pro výkaznictví pojišťoven, patří cestovní pojištění do části B odvětví neživotního pojištění, skupiny 18. Zákonný název cestovního pojištění je „Pojištění pomoci osobám v nouzi během cestování nebo pobytu mimo místa svého bydliště, včetně

pojištění finančních ztrát bezprostředně souvisejících s cestováním (asistenční služby)“ (Zákon o pojišťovnictví, 1999).

Základním rizikem, které ošetřuje cestovní pojištění je pojištění léčebných výloh v případech náhlého onemocnění, úrazu nebo smrti v zahraničí. Podle portálu Finanční vzdělávání (Finanční vzdělávání, 2010) je většinou z tohoto pojištění hrazeno:

- Ambulantní lékařské ošetření
- Předepsané léky a zdravotnický materiál
- Hospitalizace
- Lékařsky neodkladná operace
- Převoz nemocného do ČR
- Převoz tělesných ostatků do ČR
- Zubní ošetření k odstranění akutní bolesti
- Případně další doplňkové asistenční služby¹

2.1 Možnosti připojištění

Jednotlivé instituce nabízí další možnosti připojištění, které budou také předmětem posuzování v i našem případě komparace pojistných produktů.

- Úrazové pojištění
- Pojištění cestovních zavazadel
- Pojištění odpovědnosti za škodu
- Pojištění storna zájezdu

Výše pojistného je potom závislá na okolnostech zahraniční cesty, jako jsou věk pojištěného, délka jeho pobytu v zahraničí, zaměření cesty (turistická, pracovní, se sportovním zaměřením) a územní platnost (Evropa, svět). Před uzavřením smlouvy je třeba se důkladně seznámit s pojistnými podmínkami, zejména s výlukami z pojištění (například výlukami škod způsobenými válečnou událostí nebo občanskou válkou, občanskými nepokoji, na nichž se pojištěný přímo podílel, vlastním jednáním, kdy vědomě nedodržel zákonná ustanovení platná v dané zemi atd.).

2.1 Výběr kritérií pro srovnání

Příklad, na kterém bude demonstrována metoda vícekritériálního rozhodování, simuluje situaci, ve které pojištění uzavírá čtyřčlenná rodina, která hodlá vycestovat na šestidenní soukromou cestu do zahraničí, se zaměřením na provozování zimních sportů. K rekognoskaci nabídek jednotlivých pojišťoven byl využit internetový srovnávač pojistných produktů (www.top-pojisteni.cz, 2010).

Pro komparaci byla vybrána nabídka 8 pojišťoven, ve které byla kromě ceny za pojistnou ochranu posuzována tato kritéria:

¹ (dle jednotlivých pojistných podmínek jednotlivých produktů)

- **Limit pojistného plnění pojištění léčebných výloh.**

Základem cestovního pojištění je úhrada léčebných výloh na ošetření v případě, že pojištěný v zahraničí onemocní nebo utrpí úraz. Z tohoto pojištění pojišťovna uhradí náklady za ošetření, hospitalizaci, léčení, výlohy na léky, nezbytné převozy apod. Součástí pojištění zpravidla bývá i repatriace či převoz tělesných ostatků v případě úmrtí pojištěného. Některé pojišťovny nabízejí i úhradu nákladů na přivolání a pobyt opatrovníka - blízké osoby.

- **Nabídka asistenční služby.**

Asistenční služba pomůže pojištěnému v nouzové situaci s vyhledáním a převozem do vhodného zdravotního zařízení, poskytne platební garance léčby, zajistí potřebné léky, vyslání opatrovníka apod. V případě okradení služba zajistí zaslání potřebné finanční částky a pomůže s vyřízením náhradních cestovních dokladů.

- **Možnost připojištění úrazového pojištění a limit jeho pojistného plnění.**

Rozšíření cestovního pojištění o úrazové pojištění zahrnuje pojistné plnění v případě trvalých následků úrazu, smrt na následky úrazu a odškodné. Pojistné plnění je vypláceno pojištěnému po návratu z cesty nebo případně pozůstalým osobám.

- **Možnost připojištění zavazadel a limit jeho pojistného plnění.**

Pojištění zavazadel se vztahuje na věci osobní potřeby, které se obvykle berou s sebou na cestu (např. oblečení, obuv, toaletní potřeby, hodinky, fotoaparát aj.) a které patří pojištěnému, a dále na věci, které si pojištěný prokazatelně pořídil v průběhu dovolené. Věci, které jsou předmětem pojištění, jsou detailně vyjmenovány v pojistných podmínkách cestovního pojištění každé pojišťovny.

- **Možnost připojištění odpovědnosti za škodu a limit jeho pojistného plnění.**

Připojištění odpovědnosti za škodu se vztahuje na odpovědnost za škody způsobené třetí osobě v zahraničí při běžných činnostech jako je sport, rekreace a zábava - a to jak na zdraví, tak na majetku. Dále kryje nároky zdravotních pojišťoven a pojistitelů majetku, kteří se po zaplacení plnění poškozenému domáhají zaplacení škody na viníkovi.

- **Možnost slevy při uzavření pojistky přes internet.**

Sjednávání pojistek přes internet je pro pojišťovny výrazně levnější, což se také promítá v konečné ceně pojistného. Některé pojišťovny nabízejí při on-line uzavření pojistky slevu na pojistném.

3 VÍCEKRITERIÁLNÍ HODNOCENÍ VARIANT

Problematika vícekritériálního rozhodování spadá do oblasti operačního výzkumu (Jablonský 2007, Fiala 2008). Vícekritériální rozhodování bývá obvykle rozděleno na dvě hlavní kategorie, a to na vícekritériální programování a vícekritériální hodnocení variant. Náš případ spadá do druhé oblasti, tj. zabýváme se problémem vícekritériálního hodnocení variant, kde je nutné specifikovat varianty, které hodnotíme, a kritéria, dle kterých hodnotíme. Kritéria byla popsána v předchozí kapitole, variantami jsou zde pojistné produkty jednotlivých pojišťoven. Na základě dostupných údajů jsme se přiklonily k využití metod s kardinální informací, neboť získaná data umožňují srovnat jednotlivé pojišťovny dle každého kritéria nejen do pořadí, ale také ve většině kritérií jsme schopny specifikovat, o kolik je jedna pojišťovna lepší/horší než druhá dle daného kritéria.

3.1 Použité metody

Pro srovnání pojišťoven jsme tedy zvolili 6 základních metod vícekritériálního hodnocení variant, a to metody WSA, TOPSIS, ELECTRE I a III, PROMETHEE a MAPPACC (podrobnější postup výpočtu viz Fiala 2008). Pro toto hodnocení jsou také potřeba váhy kritérií, které jsme stanovily následovně:

Tabulka 1: Váhy kritérií

<i>kritérium</i>	Odpovědnost	Zavazadla	Úrazové pojištění	Asistence	Sleva on-line	Léčebné výlohy	Cena
<i>váha</i>	0,1	0,1	0,1	0,1	0,05	0,05	0,5

Srovnání se tedy týká vybraných pojišťoven, které nabízejí určitý druh cestovního pojištění. Údaje pro srovnání lze nalézt v následující tabulce:

Tabulka 2: Výchozí údaje pro srovnání

Pojišťovna / kritéria	Odpovědnost ¹	Zavazadla ²	Úrazové pojištění ²	Asistence	Sleva on-line ³	Léčebné výlohy ¹	Cena
ČSOB	0	0	0	0	0	1,5	360 Kč
Adria Way	0	15	0	0	0	1,5	427 Kč
KB Pojišťovna	0	0	0	0	0	1,3	534 Kč
Generali	0	0	0	1	15	1,7	576 Kč
Uniq	1	15	300	1	0	2,0	734 Kč
Česká pojišťovna	0	0	0	1	0	1,5	821 Kč
Kooperativa	2	15	200	1	10	1,5	1 134 Kč
Evropská cestovní pojišťovna	4	30	400	1	0	3,0	3 800 Kč
<i>váha</i>	0,1	0,1	0,1	0,1	0,05	0,05	0,5

Zdroj: srovnávač pojistných produktů (www.top-pojisteni.cz, 2010)

¹ limity pojistného plnění v mil. Kč, ² limity pojistného plnění v tis. Kč, ³ sleva v % z pojistného

Všechna kritéria jsou maximalizačního typu, tj. požadujeme co nejvyšší limity plnění, až na kritérium cena, které je naopak minimalizačního typu. Již z této tabulky je patrné, že KB Pojišťovna si vede hůře než např. Adria Way, tj. KB Pojišťovna nebude nikdy na prvním místě. Stejně tak to platí pro Českou pojišťovnu, která bude vždy horší než pojišťovna Uniq.

3.2 Výsledky srovnání

Metody WSA, TOPSIS, ELECTRE II a MAPPACC nepotřebují kromě zadání vah žádné dodatečné informace. U metody ELECTRE I (která rozděluje varianty na efektivní a neefektivní) jsme testovali různé prahy preferencí a dispreferencí. Pro hodnotu prahu preference $c=0,5$ a prahu dispreferencí $d=0,9$ vychází jediná efektivní varianta – a to pojišťovna ČSOB, avšak pro prah preference 0,6 jsou již dvě, a to ČSOB a Uniq, neboť

z hlediska preferencí (které neberou v potaz absolutní hodnoty kritérií) ČSOB o 5 setin procenta převyšuje pojišťovnu Uniqa. Teprve při preferenčním prahu $c=0,9$ vychází jako další efektivní pojišťovna Generali. U metody PROMETHEE jsme použili 4 různé druhy preferenčních funkcí – viz tabulka 3 (detaily k preferenčním funkcím viz Fiala 2008).

Tabulka 3: Typy preferenčních funkcí a nastavené parametry pro metodu PROMETHEE

Prof.fce	1-obecná	3-lineární	3-lineární	1-obecná	2-quasi	3-lineární	5-s indif.oblastí
	Odpovědnost	Zavazadla	Úrazové pojištění	Asistence	Sleva on-line	Léčebné výlohy	Cena
q-indif					10		100
p-abs-pref		15	200			0,5	500

Výsledná pořadí dle použitých metod udává tabulka 4. Bez ohledu na metodu (možná až na EKLECTRE I, která ale nebere v potaz absolutní hodnoty kritérií) vítězí pojišťovna Uniqa, která sice nenabízí nejlevnější cestovní pojištění, avšak poněkud vyšší cena je vykompenzována dalšími nabídkami (např. jedním z nejvyšších limitů pojistného plnění na úrazové pojištění). Pořadí na dalších místech se mírně liší dle použité metody (např. Kooperativa se umísťuje na druhém místě dle WSA a TOPSIS, avšak vyšší cena a vyšší důležitost tohoto kritéria způsobují při párovém srovnání v metodě ELECTRE III či PROMETHEE její sestup až na páté, resp. šesté místo). Jak jsme předpokládali, KB Pojišťovna a Česká pojišťovna se umísťují ve spodní části. Nejhuře však, zejména vzhledem k nesrovnatelně vysoké ceně (která je pro nás nejdůležitějším kritériem), dopadla nabídka Evropské cestovní pojišťovny.

Tabulka 4: Výsledné srovnání

Pojišťovna / METODA	WSA	TOPSIS	ELECTRE I	ELECTRE III	PROMETHEE	MAPPACC
ČSOB	6	5	Efekt. (1)	4	4	3
Adria Way	4	3	Neef.	2	2	5
KB Pojišťovna	7	6	Neef.	6	5	6
Generali	3	4	Efekt.(3)	3	3	2
Uniqa	1	1	Efekt.(2)	1	1	1
Česká pojišťovna	5	7	Neef.	7	8	8
Kooperativa	2	2	Neef.	5	6	4
Evropská cestovní pojišťovna	8	8	Neef.	8	7	7

4 ZÁVĚR

Cílem tohoto příspěvku bylo vyhodnocení nabídky cestovního pojištění pro konkrétního klienta za pomoci metod vícekritériálního hodnocení variant (se zvoleným váhovým vektorem). Pro srovnání jsme použily několik metod pracujících na odlišných principech (maximalizace užitku, minimalizace vzdálenosti od ideální varianty, preferenční relace). Jako nejvýhodnější produkt byl téměř všemi metodami shodně označen produkt pojišťovny Uniqa,

který zahrnuje všechny možnosti připojištění s průměrnými pojistnými limity, za přijatelnou cenu.

Tento článek vznikl částečně za podpory grantu IGA VŠE F4/14/2010.

Použitá literatura

1. business.center.cz. (2010). Dostupné z: <http://business.center.cz/business/pravo/zakony/pojistovnictvi/priloha2.aspx>, [cit. 8.11.2010]
2. Česká asociace pojišťoven: Dostupné z: <http://www.cap.cz/Folder.aspx?folder=Lists/Menu/Pr%C5%AFvodce+poji%C5%A1t%C4%9Bn%C3%ADm/Poji%C5%A1t%C4%9Bn%C3%AD+dle+druhu+rizika/Cestovn%C3%AD+poji%C5%A1t%C4%9Bn%C3%AD> [cit. 10.11.2010]
3. Fiala, P.: *Modely a metody rozhodování*. Praha, Oeconomica, 2008. ISBN 978-80-245-1345-4
4. Finanční vzdělávání. (2010). Dostupné z: <http://www.financnivzdelavani.cz/webmagazine/page.asp?idk=415>, [cit. 20.11.2010]
5. Jablonský, J.: *Operační výzkum – kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Professional Publishing, Praha 2007, ISBN 978-80-86946-44-3
6. www.top-pojisteni.cz. Dostupné z: <http://www.top-pojisteni.cz/cestovni-pojisteni/kalkulace-a-srovnani> [cit. 8.11.2010]
7. Zákon o pojišťovnictví. (1999). Zákon č. 363/1999 Sb., o pojišťovnictví.

Kontaktní údaje

Ing. Lenka Lízalová, PhD.
Vysoká škola polytechnická Jihlava
Tolstého 16, 58601 Jihlava, Česká republika
Tel: (+420) 567 141 217
email: lizalova@vspj.cz

Ing. Martina Kuncová, Ph.D.
Vysoká škola ekonomická v Praze
Nám. W. Churchilla 4, 13067 Praha 3, Česká republika
Tel.: (+420) 224 095 449
email: kuncovam@vse.cz

Mgr. Jana Kalčevová, Ph.D.
Vysoká škola ekonomická v Praze
Nám. W. Churchilla 4, 13067 Praha 3, Česká republika
Tel.: (+420) 224 095 449
email: kalcevov@vse.cz

MODEL HOSPODÁRSKÝCH CYKLOV A REÁLNE EKONOMIKY

BUSINESS CYCLES MODEL AND REAL ECONOMIES

Karol Szomolányi, Martin Lukáčik

Abstrakt

Problematika hospodárskych cyklov je v popredí záujmu ekonómov už od počiatkov vzniku ekonomickej vedy, aj keď kvantitatívny obsah získala až v dvadsiatom storočí. Samuelson (1939) vysvetlil cyklický priebeh ekonomických veličín deterministickým multiplikačno-akceleračným modelom. Skutočnosť, že oscilačné správanie ekonomiky možno vysvetliť dynamickým Keynesovým modelom, spustilo rozvoj dynamických a ekonometrických metód skúmania ekonomických modelov v povojnovom období. V sedemdesiatych rokoch Lucas (1976) skritizoval uvedený prístup. Ekonomické vzťahy podľa neho nemôže ovplyvniť ekonomická politika. Lucasova kritika viedla k tvorbe stochastického modelu reálnych hospodárskych cyklov Kydlanda a Prescottta (1982). Ďalší výskum preukázal, že mnoho modelov tohto typu do veľkej miery dokáže vysvetliť ekonomické fluktuácie.

Kľúčové slová: teória hospodárskych cyklov, fluktuácie, ekonomické indikátory

Abstract

The issue of business cycles in the forefront of economists since the beginning of economic science, even though quantitative content obtained only in the twentieth century. Samuelson (1939) explains the cyclicity of economic variables deterministic multiplier-acceleration model. The fact that oscillatory behaviour can be explained by the dynamic economies of Keynes model launched the development of dynamic and econometric methods for examining economic models during the post-war period. In the seventies, Lucas (1976) criticized this approach. Economic relations under it can not affect economic policy. Lucas critique led to the development of realistic stochastic model of business cycles, Kydland and Prescott (1982). Further research showed that many models of this type to a large extent can explain economic fluctuations.

Keywords: theory of business cycles, fluctuations, economic indicators

1 ÚVOD

Ak by sme na grafe zobrazili úrovne hrubého domáceho produktu za obdobie povedzme 50 rokov pre rôzne ekonomiky ako sú napríklad USA, EU a Japonsko, tak by sme videli, že ekonomická aktivita meraná reálnym HDP neustále rastie. Pre USA a EU predstavuje viac ako štvornásobný nárast a pre Japonsko dokonca sedemnásobný nárast oproti úrovni z roku 1960. Táto expanzia jednoznačne predbehla demografický rast, čo znamená, že sa zvýšil HDP na obyvateľa a narástla životná úroveň. V kratších periódach vývoj HDP podlieha rôznym fluktuáciám, lebo ekonomiky sú ovplyvňované šokmi, a teda dochádza aj k poklesom a krajiny majú rôzne skúsenosti s recesiou. Prvá ropná kríza v sedemdesiatych rokoch, následne druhá ropná kríza na prelome sedemdesiatych a osemdesiatych rokov a spomalenie a pokles na začiatku deväťdesiatych rokov sú dostatočne známe a skúmané javy. Takým sa istotne stane aj nedávna kríza spôsobená hypotekárnymi cenovými bublinami v USA. Tieto fázy akcelerácie a poklesu v ekonomickej aktivite potvrdzujú existenciu hospodárskych cyklov.

Existencia hospodárskych cyklov je podmienená faktormi, ktoré ich spôsobujú. Tieto mechanizmy rozdeľujeme na interné a externé. Práve význam pripisovaný rôznym faktorom rozdeľuje jednotlivé prístupy, ktoré existujú k tejto problematike. Interné faktory predstavujú činitele, ktoré ovplyvňujú ekonomiku zvnútra. Ekonomika sama osebe generuje hospodárske cykly. A každá ekonomika prechádza od recesie k expanzii a naopak. Externé mechanizmy ovplyvňujú priebeh hospodárskych cyklov z priestoru mimo skúmanej ekonomiky. Ako príklad takýchto faktorov nám môžu poslúžiť technologické inovácie, vojnové konflikty, revolúcie a podobne.

Ekonomické cykly sú v dlhodobom horizonte relatívne malé. Napriek tomu neúmerne ovplyvňujú správanie a pohľady ľudí, ktorí sa obávajú straty zamestnania, nízkych príjmov, malej spotreby, atď. Preto je dôležitá analýza cyklov a porozumenie procesom, ktoré v nich pôsobia. V tejto práci prezentujeme jednoduchý model reálnych hospodárskych cyklov a poukážeme na jeho podobnosť s hospodárskymi cyklami ekonomiky SR.

2 MODEL

Predpokladajme rovnovážny model hospodárskych cyklov, kde fluktuácie reagujú na ekonomické šoky. Príklad takého šoku je zmena úrovne technológie A_t v produkčnej funkcii s dvoma výrobnými faktormi: kapitálom K_t a prácou L_t :

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \quad (1)$$

V modeli uvažujeme domácnosti, ktorých plánovací horizont je dve obdobia. Model nezodpovedá ekonomickej realite tak dobre ako existujúce prepracované modely, ale je vhodným odrazom pre porozumenie podstaty teórie reálnych hospodárskych cyklov.

Nech sa v modeli prekrývajú generácie spotrebiteľov. V každom období sa narodí jedna generácia spotrebiteľov a každý spotrebiteľ žije dve obdobia. Spotrebiteľia v prvom období, keď sú mladí, pracujú. V druhom období idú do dôchodku a žijú zo svojich úspor. V modeli budeme označovať hornými indexmi obdobie, kedy sa príslušný spotrebiteľ narodil, dolnými indexmi označíme aktuálne obdobie. Spotrebiteľov nezaujímá voľný čas. Blahobyt spotrebiteľa narodeného v období t vyjadříme funkciou užitočnosti v tvare:

$$u(c_t^t, c_{t+1}^t) = \ln c_t^t + \ln c_{t+1}^t \quad (2)$$

Mohli by sme uvažovať s diskontným faktorom, aby sme odlišili preferencie spotrebiteľa v budúcnosti ale pre zjednodušenie predpokladáme, že si spotrebiteľ cení každé obdobie rovnako. Mladý spotrebiteľ ponúkne v každom období jednotku práce, $l_t = 1$, za ktorú dostane mzdu v hodnote w_t . Mzdu môžu využiť na úspory k_t a na spotrebu c_t^t . Rozpočtové ohraničenie mladého spotrebiteľa má tvar:

$$c_t^t + k_t = w_t \quad (3)$$

Mladý spotrebiteľ požičia svoje úspory k_t firme. Firma využije jeho úspory ako kapitál a pôžičku mu naspäť vráti o jedno obdobie neskôr – v dôchodkovom veku. Príjem z jednotky kapitálu je v tom období r_{t+1} . Firma z tohto príjmu zaplatí čiastku potrebnú na obnovu opotrebovaného kapitálu. Z jednotky kapitálu zaplatí čiastku δ a zvyšok dá spotrebiteľovi dôchodcovi. Jeho rozpočtové ohraničenie má tvar:

$$c_{t+1}^t = (1 - \delta + r_{t+1})k_t \quad (4)$$

V ekonomike, ako sme už naznačili, existuje popri spotrebiteľoch konkurenčná firma, ktorá v období t produkuje spotrebné tovary a služby s využitím vstupov k_{t-1} a l_t . Kapitál ponúkne

dôchodca, prácu ponúkne mladý spotrebiteľ. Úroveň technológie je v našom modeli zdrojom ekonomických šokov, preto ju chápeme ako parameter produktivity, ktorý nie je konštantný a v období t je A_t . Produkčná funkcia je Cobbvho-Douglassovho typu, teda má tvar (1).

Ak si vyjadríme agregovaný kapitál K_t , spotrebu C_t a investície I_t v závislosti od úrovne technológie A_t , ktorú v modeli interpretujeme ako šok v produktivite a v závislosti od hodnoty stavu kapitálu k_{t-1} v predchádzajúcom období, dostaneme vzťahy:

$$K_t = k_t = \frac{1}{2} A_t (1 - \alpha) k_{t-1}^\alpha \quad (5)$$

$$C_t = \frac{1}{2} (1 + \alpha) A_t k_{t-1}^\alpha + (1 - \delta) k_{t-1} \quad (6)$$

$$I_t = \frac{1}{2} (1 - \alpha) A_t k_{t-1}^{1-\alpha} - (1 - \delta) k_{t-1} \quad (7)$$

3 SIMULÁCIE A CYKLY REÁLNEJ EKONOMIKY

Myšlienku modelu reálnych hospodárskych cyklov môžeme lepšie pochopiť simuláciami ekonomiky. To znamená, že určíme hodnoty všetkých parametrov, štartovacieho stavu kapitálu a vygenerujeme rad náhodných šokov. Využijeme riešenie dané rovnicami (5) – (7) pre výpočet spotreby, investícií, produkcie ($Y_t = C_t + I_t$) a zásob kapitálu v ekonomike pre ľubovoľný počet období. Potom môžeme porovnať výsledok s hospodárskymi cyklami v reálnom svete. Model je preto taký jednoduchý, aby boli potrebné iba dva parametre α a δ . Parameter produktivity je generovaný rovnicou:

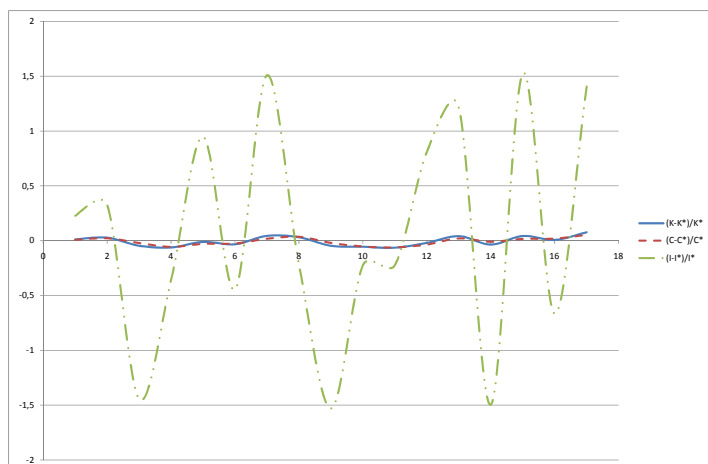
$$A_t = A^* + \varepsilon_t \quad (8)$$

kde A^* predstavuje priemernú (rovnovážnu) úroveň produktivity, kým ε_t sú náhodné šoky. Rad náhodných šokov generuje počítač nezávisle od prítomného obdobia. Náhodné šoky sú rovnomerne rozdelené v intervale $< -0,1; 0,1 >$. Šok môže zmeniť produktivitu v rozpätí plus, mínus 10%. Simulácie realizujeme v softvérovom balíku MS Excel.

Výsledok simulácie je zobrazený na Grafe 1. Graf zobrazuje priebeh relatívnych odchýlok kapitálu, spotreby a investícií od ich rovnovážnych hodnôt pri parametroch $\alpha = 0,3$; $\delta = 0,05$ a $A^* = 1$. Uvedené hodnoty parametrov α a δ sú zvolené tak, aby zodpovedali hodnotám typickým pre reálne vyspelé ekonomiky. Z prezentovaného grafu vyplýva, že hospodárske cykly nie sú pravidelné a majú rôznu intenzitu amplitúd. To zodpovedá reálnej situácii, kde každý cyklus býva vyvolaný iným faktorom a má svoj vlastný priebeh.

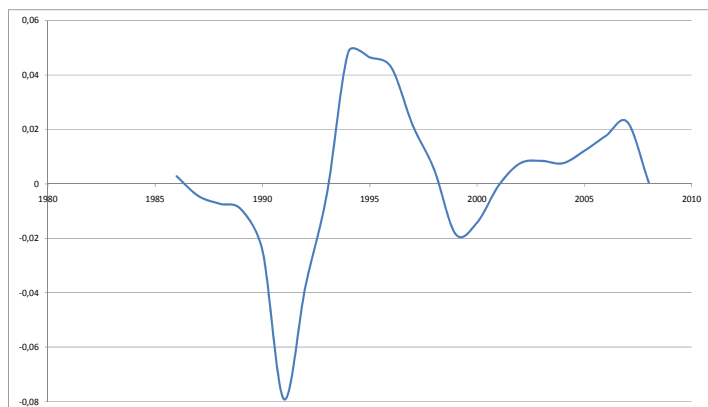
Zo zobrazených relatívnych hodnôt sledovaných premenných sa potvrdila známa skutočnosť, že investície sú najvolatilnejšie. Všetky zobrazené premenné sa správajú procyklicky, teda reagujú na situáciu vyvolanú šokom rovnakým spôsobom. Uvedený jednoduchý model, teda replikuje závery pozorované a odhadnuté na skutočných ekonomikách.

Porovnajme simulované hospodárske cykly s cyklami skutočnej ekonomiky. Graf 2 zobrazuje priebeh cyklickej zložky HDP v stálych cenách Slovenska v rokoch 1986 – 2008. Jej časový rad je vypočítaný ako rozdiel logaritmov nameraných hodnôt HDP v stálych cenách od logaritmov ich exponenciálne vyrovnaných hodnôt. Údaje o HDP Slovenska v stálych cenách sú zo stránky Svetovej banky, <http://www.worldbank.org/>. Hospodárske cykly ekonomiky Slovenska sú tiež nepravidelné a takisto amplitúdy majú rôznu intenzitu.



Graf 1 Simulácia hospodárskych cyklov.

Priebeh relatívnych odchýlok kapitálu, spotreby a investícií od ich rovnovážnych hodnôt Časové rady sú dané vzťahmi (5)-(8). Parametre sú $\alpha = 0,3$; $\delta = 0,05$ a $A^* = 1$. Náhodný šok, ε_t , generuje počítač nezávisle od prítomného obdobia. Náhodné šoky sú rovnomerne rozdelené v intervale $\langle -0,1; 0,1 \rangle$.



Graf 2 Priebeh cyklickej zložky HDP v stálych cenách Slovenska

Časový rad je vypočítaný ako rozdiel logaritmov nameraných hodnôt HDP v stálych cenách od logaritmov ich exponenciálne vyrovnaných hodnôt. Údaje o HDP Slovenska v stálych cenách sú zo stránky Svetovej banky, <http://www.worldbank.org/>.

4 ZÁVER

Uvedený jednoduchý model hospodárskych cyklov vyhovuje aj vzhľadom na skutočnosti hospodárskych cyklov. Tvar, dĺžka a amplitúdy sú porovnateľné s údajmi skutočných ekonomík, investície sú relatívne volatilnejšie ako spotreba a mzda je procyklická. Zložitejšie modely reálnych hospodárskych cyklov sa ešte viac zhodujú s nameranými ekonomickými údajmi. Rozšírením modelu o ponuku práce, možno simulovať procyklický rad zamestnanosti. Pri neurčenom plánovacom horizonte spotrebiteľov vyhovujú aj absolútne zmeny spotreby a investícií. Takéto modely dokážu vysvetliť okolo 70% z celkového počtu aktuálnych hospodárskych cyklov.

Vďaka tomuto úspechu, sa mnohí ekonómovia domnievajú, že hospodárske cykly presne vyplývajú zo štandardnej ekonomickej teórie. Ak existujú šoky v produktivite, optimálne prispôsobenia domácností a firiem v rámci efektívneho trhového systému generujú šablónu fluktuácií pozorovateľnú v skutočnom svete. Z tejto perspektívy hospodárske cykly nie sú žiadnym zázrakom. Bolo by prekvapujúce, keby neexistovali.

Aj keď sa šoky produktivity v kombinácii s efektívnym trom javia ako vhodné vysvetlenie hospodárskych cyklov, nemôžeme vylúčiť aj iné možnosti tvorby šokov a iné pohľady na hospodárske cykly. Nakoniec, prezentovaná teória nie je úspešná na 100% vo vysvetlení skutočných ekonomických fluktuácií vo svete, takže musia existovať aj iné faktory. Existuje veľké množstvo modelov s iným mechanizmom tvorby hospodárskych cyklov. Žiaden z týchto modelov však nie je v napodobnení aktuálnych ekonomických fluktuácií tak úspešný ako modely reálnych hospodárskych cyklov.

Použitá literatúra

1. BARRO, R.J. 1997. *Macroeconomics - 5th Edition*. The MIT Press 1997.
2. BARRO, R.J. 2007. *Macroeconomics: A Modern Approach*. South-Western College Pub 2007.
3. DOEPKE, M. – LEHNERT, A. – SELLGREN, A.V. 1999. *Macroeconomics*. University of Chicago text 1999.
4. IŠTVÁNIKOVÁ, Adriana. Optimalizačný prístup k formovaniu hospodárskej politiky na základe ekonometrického modelu. In *Kvantitatívne metódy v ekonómii a podnikaní*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2001, s. 475-479.
5. KYDLAND, F.E. – PRESCOTT, E.C, 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, Econometric Society, vol. 50(6), 1982, s. 1345-1370.
6. LUCAS Jr, R.E. 1976. *Econometric Policy Evaluation: A Critique*. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1, 1976, s. 19-46.
7. LUKÁČIKOVÁ, Adriana. Model všeobecnej ekonomickej rovnováhy ekonomiky SR. In *Participácia doktorandov na vedeckovýskumnej činnosti*. Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky EU, 2004, s. 329-334.
8. SAMUELSON, P.A. 1939. Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration. *Review of Economics and Statistics*, roč. 21.
9. <http://www.worldbank.org/> (november, 2010)

Kontaktné údaje

Ing. Karol Szomolányi, PhD., Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 822,
email: szomolan@euba.sk, lukacik@euba.sk

MONETÁRNA POLITIKA V KRAJINÁCH V4

MONETARY POLICY OF V4 COUNTRIES

Adriana Lukáčiková

Abstrakt

Monetárna politika je predmetom záujmu všetkých ekonomických škôl, lebo na otázku, či pomocou nej dokážeme ovplyvňovať reálne premenné, sa ponúkajú rôzne odpovede. Vo svete reálnych ekonomík centrálné banky orientujú svoju politiku najmä na ovplyvňovanie inflácie. Pomocou Taylorovho modelu (1993), ktorým sa pokúsil charakterizovať pravidlo monetárnej politiky centrálnej banky USA, sa pokúsime odhadnúť pravidlo monetárnej politiky krajín Visegrádskej štvorky pomocou panelových dát.

***Príčné slová:** monetárna politika a pravidlá, produkčná medzera, inflačné celenie*

Abstract

Monetary policy is the subject of the interest of all schools of economic thought, because the question, whether it could impact the real economic variables, has different answers. In the world of real economies the central banks orientate their policy to the inflation targeting. Using the Taylor model (1993), which attempted to characterize the monetary policy rule of the U.S. central bank, will try to estimate the monetary policy rule of the Visegrad Group with help of panel data.

***Keywords:** monetary policy and rules, output gap, inflation targeting*

1 ÚVOD

Monetárna politika je politika, zameraná na kontrolu množstva peňazí v obehu a úrokovej miery s cieľom ovplyvňovať rozhodujúce makroekonomické veličiny. Ide o súhrn opatrení a zásad v oblasti meny a úveru, ktoré sa majú prostredníctvom menových nástrojov snažiť plniť stanovené makroekonomické ciele a presadiť zábery emitenta peňazí, resp. poskytovateľa úveru. Sprostredkujúcim cieľom monetárnej politiky je ochrana integrity národného finančného systému a kontrola inflácie. Hlavným subjektom monetárnej politiky je centrálna banka, ktorá má k dispozícii viac nástrojov na presadzovanie stanovených cieľov.

Monetárna politika sa vykonáva v reálnom čase a od doby, keď sa v ekonomike vyskytne nejaká makroekonomická odchýlka, po dobu, kým sa prijme potrebné opatrenie monetárnej politiky a začne pôsobiť, uplynie určitý čas, ktorý môže mať za následok, že konečný účinok zavedeného opatrenia bude úplne iný ako pôvodný záber. Takéto opatrenia sa v čase, kedy skutočne začnú pôsobiť, môžu ukázať ako nesprávne, resp. procyklické. Aj keď viacero modelov spochybňuje jej účinok, v reálnom svete je monetárna politika stále považovaná za dôležitý pilier riadenia hospodárstva.

V posledných rokoch si väčšina krajín vybrala stratégiu monetárnej politiky, známu ako inflačné celenie. Maastrichtská zmluva v časti o cenovej stabilite ako primárnom ciele Európskej centrálnej banky naznačuje, že ECB využíva mnohé hlavné črty inflačného celenia vo svojej politike. Tento prístup je charakterizovaný, oznámením oficiálnej škály cieľovej miery inflácie na jedno či viac období a tým sa uznáva, že nízka a stabilná inflácia je

prvoradým cieľom monetárnej politiky. Iná dôležitá charakteristika inflačného cielenia je komunikácia s verejnosťou ohľadom plánov a cieľov tvorcov monetárnej politiky. Explicitná cielená inflácia býva definovaná ako interval, ale niekedy aj ako presná hodnota. Bežne sa pohybuje medzi 1,5% a 2,5% a býva stanovená na niekoľko období vopred.

2 MONETÁRNE PRAVIDLÁ

Pravidlo racionálneho správania sa očakáva od tvorca menovej politiky, že v každom okamihu vyberie najlepšiu politiku, aká sa dá zvoliť. Kydland a Prescott (1977) rozobrali tento prístup, pričom hľadali takú politiku, ktorá bude časovo konzistentná. Problematikou časovej konzistencie sa podrobne zaoberá Szomolányi (2004), Szomolányi a kolektív (2009) a Lukáčik a Szomolányi (2008). Monetárne pravidlo teda predstavuje určitú formu prísľubu, ktorý sa snaží tvorca politiky dodržať, aby sa očakávania zhodovali so skutočnou mierou inflácie. Najznámejším monetárnym pravidlom je Taylorovo pravidlo.

Taylorovo pravidlo stanovuje, o koľko by mala centrálna banka zmeniť nominálnu úrokovú mieru ako reakciu na odchýlku aktuálnej produkcie od potenciálneho produktu a aktuálnej miery inflácie od cielenej miery inflácie. Pravidlo má všeobecný tvar:

$$i_t = (r_t + \pi_t^t) + \beta_\pi(\pi_t - \pi_t^t) + \beta_y(y_t - y_t^p), \quad (1)$$

kde i_t je krátkodobá nominálna úroková miera, π_t je miera inflácie, π_t^t je cielená miera inflácie, $\beta_0 = r_t + \pi_t^t$ je predpokladaná stabilizujúca nominálna úroková miera, y_t je reálna produkcia a y_t^p je potenciálny produkt. V tejto verzii navrhnutej Taylorom pre USA boli parametre β_π a β_y kladné, pričom Taylor (1993) ich určil ako $\beta_\pi = 1,5$ a $\beta_y = 0,5$. Pravidlo odporúča relatívne vysoké úrokové sadzby, keď je inflácia nad cielenou úroveň, alebo keď ekonomika je nad úroveň plnej zamestnanosti a relatívne nízku úrokovú mieru v opačnom prípade.

Taylorovo pravidlo je na prvý pohľad vcelku nenáročné. Jeho praktická implementácia však nie je jednoduchá. Najväčší problém spočíva v odhade rovnovážnej nominálnej úrokovej miery. Reálna rovnovážna úroková miera r_t sa totiž v čase mení – jednak v dôsledku zmien vo výnosnosti kapitálu (t.j. zmien v produkčnej funkcii), jednak v dôsledku zmien preferencií verejnosti, presnejšie ich ochoty požíčať si. Vplyv tu má taktiež celý rad ďalších faktorov, ako je napríklad očakávané riziko investícií, mobilita kapitálu a podobne. Reálna rovnovážna úroková miera taktiež krátkodobo reaguje na zmeny v ponuke peňazí – stúpa pri reštriktívnej a klesá pri expanzívnej politike – nie je teda nezávislá na nástroji i_t monetárnej autority. Podobný problém je spojený s druhou zložkou nominálnej rovnovážnej miery, mierou inflácie – π_t . Nominálna úroková miera nezávisí od súčasnej miery inflácie, ale od jej očakávanej hodnoty π_t^e . Tá však rovnako závisí od monetárneho riadenia. Napríklad, zníženie tempa rastu peňažnej zásoby najprv zvýši nominálnu úrokovú mieru (rastie r_t), vzápätí ju však zníži (klesá π_t^e). Oneskorenie ani citlivosť od monetárneho riadenia tu teda nie je jasná. Ďalšie problémy sú tiež spojené s odhadom produkčnej medzery, časovými oneskoreniami a citlivosťou úrokovej miery i_t na obe medzery – ich koeficienty Taylor priamo neodhaduje. Podrobnejšie sa uvedenými problémami zaoberá Marcinová (2010).

3 MONETÁRNA POLITIKA V KRAJINÁCH V4

Väčšina centrálnych bánk už oveľa skôr, ale niektoré aj z dôvodu vstupu krajín Visegrádskej štvorky do Európskej únie, pristúpili k inflačnému cieleniu kvôli nevyhnutnosti splnenia maastrichtských kritérií, ku ktorým sa zaviazali v prístupových zmluvách. Táto skutočnosť nám umožňuje pristupovať k uvedenej štvorici ako jednému bloku i keď prijatím Eura na Slovensku sa jeho pozícia oproti ostatným krajinám V4 čiastočne zmenila.

Pri skúmaní reakcie centrálnych bánk na zmenu produkčnej medzery a odklonu inflácie využijeme napriek rozdielnosti prístupov jednotlivých centrálnych bánk krajín V4 panelové dáta. Následne preveríme hypotézu o odlišných parametroch reakcie na produkčnú medzeru a odklon inflácie. Závbery vyplývajúce z analýzy nám ukážu, ktorá centrálna banka preferuje aký typ monetárnej politiky.

Pre analýzu boli použité štvrtročné údaje publikované Eurostatom. Krátkodobú nominálnu úrokovú mieru predstavujú trojmesačné úrokové miery na peňažnom trhu (repo sadzby sú príliš fixované). Inflácia je vypočítaná z harmonizovaných indexov spotrebiteľských cien. Pomocou Hodrickovho-Prescottovho filtra je z reálnych hodnôt HDP vypočítaný potenciálny produkt ako trendová zložka (použitá bola odporúčaná hodnota parametra lambda 1600). Použité boli údaje od 2000Q1 po 2010Q3.

Najskôr sme odhadli pool model nerozlišujúci medzi jednotlivými krajinami. Následne sme využili model s fixnými efektmi, ktorý rozlišuje stabilizujúcu nominálnu úrokovú mieru pre jednotlivé krajiny. Opodstatnenosť modelu bola testovaná pomocou F testu. Podrobnejšie informácie o modeloch a teste ponúkajú Lukáčiková a Lukáčik (2008). Následne sme pre jednotlivé krajiny preverovali rozdielnosť parametrov reakcie na zmenu v produkčnej medzere a potom aj rozdielnosť parametrov reakcie na inflačný odklon. Posledný model sledoval rozdielnosť v týchto parametroch súčasne. Pre analýzu sme využili umelé premenné ako ich prezentuje Husár a Lukáčik (2004). Pre každý model sledujeme, ako sa mení stabilizujúca nominálna úroková miera v jednotlivých krajinách. Výsledky sú prezentované v Tabuľke 1 a v Tabuľke 2.

Model	β_0				β_ν				β_π				F test
	CZ	HU	PL	SK	CZ	HU	PL	SK	CZ	HU	PL	SK	
Pool	5,528 (0,286)	5,528 (0,286)	5,528 (0,286)	5,528 (0,286)	0,161 (0,054)	0,161 (0,054)	0,161 (0,054)	0,161 (0,054)	1,324 (0,267)	1,324 (0,267)	1,324 (0,267)	1,324 (0,267)	13,97 (2;164)
FEM (LSDV)	3,019 (0,428)	8,034 (0,467)	7,342 (0,426)	4,331 (0,436)	0,141 (0,043)	0,141 (0,043)	0,141 (0,043)	0,141 (0,043)	0,921 (0,226)	0,921 (0,226)	0,921 (0,226)	0,921 (0,226)	30,64 (3;161)
LSDV β_ν	3,019 (0,431)	8,030 (0,472)	7,342 (0,429)	4,336 (0,440)	0,184 (0,127)	0,090 (0,077)	0,140 (0,078)	0,182 (0,082)	0,923 (0,233)	0,923 (0,233)	0,923 (0,233)	0,923 (0,233)	30,09 (3;158)
LSDV β_π	3,067 (0,425)	8,161 (0,574)	7,028 (0,440)	4,376 (0,450)	0,129 (0,044)	0,129 (0,044)	0,129 (0,044)	0,129 (0,044)	0,352 (0,476)	0,777 (0,446)	2,278 (0,599)	0,826 (0,342)	24,16 (3;158)
LSDV β_ν a β_π	3,066 (0,427)	8,294 (0,597)	7,027 (0,443)	4,339 (0,455)	0,165 (0,127)	0,068 (0,082)	0,126 (0,078)	0,182 (0,085)	0,369 (0,483)	0,624 (0,482)	2,280 (0,604)	0,915 (0,366)	24,03 (3;155)

Tabuľka 1. Výsledky odhadu jednotlivých modelov za obdobie 2000q1 až 2010q3.

Pod odhadmi parametrov sú v zátvorke uvedené odhady štandardných odchýlok. V poslednom stĺpci F test je v každom modeli testovaná hypotéza o rovnosti parametrov stabilizujúcej nominálnej úrokovej miery v jednotlivých krajinách (pre prvý pool model je testovaná významnosť modelu ako celku), pod testom sú uvedené jeho stupne voľnosti. Skratky CZ, HU, PL a SK označujú postupne krajiny Visegrádskej štvorky Českú republiku, Maďarsko, Poľsko a Slovensko.

Na základe významnosti parametrov odhadnutých v jednotlivých modeloch môžeme konštatovať, že pre interpretačné závery je najvhodnejší model FEM rozlišujúci stabilizujúcu nominálnu úrokovú mieru pre jednotlivé krajiny, ale nerozlišujúci rozdielnosť parametrov reakcie na zmenu v produkčnej medzere a pri inflačnom odklone (aj keď samozrejme aj tu vidíme výrazné odlišnosti medzi jednotlivými centrálnymi bankami).

Model	β_0				β_v				β_π				F test
	CZ	HU	PL	SK	CZ	HU	PL	SK	CZ	HU	PL	SK	
Pool	4,329 (0,242)	4,329 (0,242)	4,329 (0,242)	4,329 (0,242)	0,085 (0,042)	0,085 (0,042)	0,085 (0,042)	0,085 (0,042)	1,133 (0,286)	1,133 (0,286)	1,133 (0,286)	1,133 (0,286)	8,75 (2;92)
FEM (LSDV)	2,541 (0,242)	7,599 (0,263)	4,877 (0,238)	3,064 (0,237)	0,066 (0,022)	0,066 (0,022)	0,066 (0,022)	0,066 (0,022)	0,377 (0,157)	0,377 (0,157)	0,377 (0,157)	0,377 (0,157)	83,77 (3;89)
LSDV β_v	2,520 (0,241)	7,617 (0,261)	4,881 (0,236)	3,069 (0,235)	0,137 (0,067)	0,015 (0,039)	0,047 (0,044)	0,108 (0,038)	0,359 (0,157)	0,359 (0,157)	0,359 (0,157)	0,359 (0,157)	85,58 (3;86)
LSDV β_π	2,558 (0,244)	7,660 (0,306)	4,896 (0,248)	3,015 (0,238)	0,070 (0,022)	0,070 (0,022)	0,070 (0,022)	0,070 (0,022)	0,229 (0,257)	0,293 (0,267)	0,267 (0,443)	0,963 (0,377)	68,86 (3;86)
LSDV β_v a β_π	2,535 (0,240)	7,780 (0,306)	4,897 (0,244)	3,007 (0,234)	0,136 (0,067)	0,004 (0,040)	0,047 (0,044)	0,129 (0,039)	0,242 (0,253)	0,137 (0,273)	0,268 (0,435)	1,118 (0,379)	72,96 (3;83)

Tabuľka 2. Výsledky odhadu jednotlivých modelov za obdobie 2004q4 až 2010q3.

Spoločný model potvrdzuje závery, ku ktorým dospel Taylor, ktorý odporúča viac ako percentuálnu reakciu pri percentuálnom náraste inflácie a menej ako pol percentnú reakciu pri percentuálnom poklese produkcie oproti potenciálu. Pri odlišení krajín sa prekvapujúco dostávame tesne pod percentuálnu reakciu pri percentuálnom náraste inflácie.

So skracovaním údajovej základne na obdobie, keď sú už krajiny Visegrádskej štvorky členmi Európskej únie, sú reakčné parametre nižšie s výnimkou slovenskej reakcie na infláciu pri modeli rozlišujúcom všetky koeficienty podľa jednotlivých krajín. So skrátením údajovej základne sa znížili aj odhadnuté hodnoty stabilizujúcej nominálnej úrokovej miery.

4 ZÁVER

Taylor vysvetľuje navrhnuté pravidlo v troch jednoduchých termínoch: miera inflácie, rast produkcie a úroková sadzba. Keby inflácia vzrástla o 1%, správnou reakciou by bolo zvýšenie úrokovej sadzby o 1,5%. Taylor zároveň upozorňuje, že nie je vždy potrebné, aby to bolo presne 1,5%. Podstatné je, aby to bolo viac ako 1%. Ak produkcia klesne o 1% pomerne oproti svojmu rastu, potom je správnou reakciou znížiť úrokovú sadzbu o 0,5%. Vidíme, že nezávisí až tak na presnej veľkosti parametrov (v ďalších prácach boli aj pre USA odhadnuté jemne odlišné hodnoty), ako na tom, že sa pomocou nich dá zhodnotiť snaha centrálnej banky a jej orientácia pri monetárnej politike a pomocou stabilizujúcej (dlhodobej) úrokovej miery týchto pôvodne tranzitívnych krajín úroveň ich konvergencie k vyspelým krajinám.

Z pohľadu stabilizujúcej nominálnej úrokovej miery je v miere konvergencie najbližšie k vyspelým krajinám podľa očakávaní Česká republika nasledovaná Slovenskom, po ktorom ide Poľsko a najhoršie vychádza z tohto porovnania Maďarsko. Inflačné ciele je výraznejšie ako reakcia na produkčnú medzeru. Ale iba Slovensko vykazuje podobné charakteristiky ako odporúčal Taylor (1993) vo svojom článku.

V prípade, ak by nás zaujímala stabilizujúca reálna úroková miera, tak je od nominálnej úrokovej miery potrebné odrátať priemernú infláciu v danom období. Za obdobie posledných 10 rokov (zodpovedajúcej údajom z Tabuľky 1) bola priemerná inflácia v Českej republike približne 2,3%, v Maďarsku 5,5%, v Poľsku 2,9% a na Slovensku 3,9%. Za obdobie posledných 6 rokov (zodpovedajúcej údajom z Tabuľky 2) bola priemerná inflácia v Českej republike približne 2,4%, v Maďarsku 4,9%, v Poľsku 2,7% a na Slovensku 2,3%.

Použitá literatúra

1. HUSÁR, J. – LUKÁČIK, M, 2004. Aplikovaná ekonometria. Bratislava: EKONÓM, 2004.
2. KYDLAND, F.E. – PRESCOTT, E.C, 1977. Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans. Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 85(3), 1977 s. 473-91.
3. LUKÁČIK, M. – SZOMOLÁNYI, K, 2008. Is Slovak Monetary Policy Time Consistent? In Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIV. Bratislava: IURA EDITION, 2008, s. 170-177..
4. LUKÁČIKOVÁ, A. – LUKÁČIK, M, 2008. Ekonometrické modelovanie s aplikáciami. Bratislava: EKONÓM, 2008.
5. MARCINOVÁ, K, 2010. Monetárne pravidlá bánk. Dipl. práca, Bratislava, 2010.
6. SURMANOVÁ, K.: Ovplyvní zavedenie eura výšku miezd? In INPROFORUM 2007 - inovace, podniky, regiony, organizace [elektronický zdroj] : sborník příspěvků z mezinárodní vědecké konference: České Budějovice: Ekonomická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, 2007. - ISBN 978-80-7394-016-4. - S. 589-595.
7. SZOMOLÁNYI, K. – LUKÁČIK, M. – LUKÁČIKOVÁ, A, 2009. Prehľad vývoja problematiky časovej konzistencie ekonomickej politiky. In Národohospodársky obzor. Brno: Ekonomicko-správní fakulta MU, roč. 9, č. 1, 2009, s. 44-68.
8. SZOMOLÁNYI, K, 2004. Konzistencia monetárnej politiky v ekonomike SR. 1. medzinárodný seminár doktorandov KOVE FHI EU v Bratislave a KE FIS VŠE v Praze. Bratislava: EKONÓM, 2004, s. 95-105.
9. TAYLOR, J.B, 1993. Discretion versus Policy Rules in Practice. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 39(1), 1993, s. 195-214.
10. <http://epp.eurostat.ec.europa.eu> (november, 2010)

Kontaktné údaje

Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 829

email: istvanik@euba.sk

JE DOBRÝ VÝSLEDOK MATURITY ZÁRUKOU ÚSPECHU NA VYSOKEJ ŠKOLE?

GUARANTEES THE GOOD HIGH SCHOOL GRADUATION EXAMS RESULT UNIVERSITY STUDY SUCESS?

Veronika Miťková, Nora Grisáková

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá vzťahom výsledku externej časti maturitnej skúšky zo slovenského a anglického jazyka uchádzača o štúdium na Fakulte sociálnych a ekonomických vied Univerzity Komenského v Bratislave a jeho výkonom v prvom roku štúdia meraným váženým študijným priemerom. Výsledkom analýzy je veľmi slabá korelácia medzi týmito dvomi veličinami a krátke odporúčania pre prax.

***Kľúčové slová:** výber uchádzačov, externá časť maturity, vysokoškolské štúdium*

Abstract

The paper deals with the correlation between the external part of the final high school examinations in Slovak and English language of the applicants to the Faculty of Social and Economic Sciences, Comenius University in Bratislava, and their performance in the first year of their university studies measured as weighted average grade. The analysis resulted in the very weak correlation between the two variables and in the short recommendations for the admission process in the future.

***Keywords:** applicants selection, external high school graduation results, university studies*

1 THE APPLICANTS AND THE ADMISSION PROCESS

The aim of this paper is to study how the study performance of the first year university students is related to the high school graduation results. The study is performed on the data of the students started their university studies in the faculty of Social and Economic Sciences, Comenius University in Bratislava, in academic year 2009/2010. They graduated at latest in year 2008/2009r.

1.1 The Admission Conditions

According to the admission conditions for the above mentioned year the applicants will be considered according to the external part of the final high school examinations in Slovak and English language. The exams in English language are in two levels, B1 – the lower and B2 – the higher level. The results are recalculated according to the mathematical model such that the applicant can gain maximum of 100 points for the Slovak language and maximum of 100 points for the English language (the higher level is advantageous). Students finished their studies before 2005 do not have the external part of the examinations and their grades are considered as the average of points for the corresponding quartile of all the applicants of that year – the average for the first quartile for grade “excellent”, the average of the third quartile for grade “good” and so on. Applicants with no English language exam results are rated by

zero points for this subject. The total point result gained in the admission procedure is the average of the two subjects. It means that any applicant is examined by the faculty. This approach is chosen for its simplicity and assumption of objectivity. An applicant can choose a maximum of two study programs among four programs in daily and external form: Applied Economics, European Studies, Social and Work Psychology and Social Anthropology.

1.2 The Data Set

There were 1727 applicants for the bachelor study in the daily form considered in the admission process for the academic year 2009/2010. We do not consider masters study and external form of study because of different conditions and factors influencing the admission. 457 students were accepted for the study and 170 completed the first year of study. Foreign students and students accepted through transfer program were excluded from the database, so we had 159 entries: 44 for the program of Applied Economics (AE), 62 for European Studies (ES), 35 for Social and Work Psychology (SWP) and 18 for Social Anthropology (SA). The data collected include name of the student, his/her average grade for the first year of study, the points gained in the admission process, the points for the Slovak language, the points for the English language, the type of a high school and the city district of his/her residence.

1.3 The High School Graduation Grades

There is a minimal level of points gained in the admission procedure which must be fulfilled by the student and this level is set each academic year for each study program. For the Applied Economics it was 53.65 points, the highest score was needed for the European studies 82.15 points, for the Social and Work Psychology: 80.53 and the lowest for the Social Anthropology program: 43.65 points.

The average score of all the successful applicants was 80.02 points. Divided into the programs the average for AE was 71.08 points, for ES 86.06, for SWP it was 85.11 points and for the SA program 71.13 points. It means that the best high school students studied the European studies university program. In the next chapter we will compare these results with the study grade during their first year of study. The results for the separate subjects are the very same, we do not state them here.

2 THE FIRST YEAR ACADEMIC PERFORMANCE

The study program of the Faculty of Social and Economic Sciences are assessed in accordance with the ECTS (European Credit Transfer System). Every subject is assessed for credits according to how demanding it is, and the extent of direct and individual preparation required. The first year subjects are endowed by 6 credits each. In the first semester of the study a student has to obtain the minimum number of 30 credits laid down by the Faculty.

Table 1: The grades and the numerical values

Grade	Verbal	Numerical value	%
A	Excellent	1	100-91
B	Very good	1.5	90-81
C	Good	2	80-73
D	Satisfactory	2.5	72-66
E	Sufficient	3	65-60
Fx	Fail	4	59-0

A student gains total of 60 credits for 10 different subjects during the first year on the faculty according to the suggested study plan. The grades and the corresponding numerical values are the following as stated in the Table 1:

2.1 The Average Study Score

The average grade score for the first year students was exactly 2.00, the differences are among study programs. The best performance was in the program of Social and Work Psychology, with average 1.69, the second best was the European Studies program, 1.99 followed by Applied Economics with 2.18 and closed with the Social Anthropology program 2.21. However the first year study plan is not identical for the different programs there are many joint courses. Concluding this part, the best high school students are not the best university students according this simple survey. The closer look to these results gives us the next sub-chapter.

2.2 The Correlation Analysis

The main question is if there is any direct relationship between the variables: the weighted average study grade and the high school exams points. We expect the negative relationship – the higher the high school exam points the lower the average grade. The closer the coefficient is to -1 the stronger the correlation between the variables. If the variables are independent, Pearson's correlation coefficient is 0, but the converse is not true because the correlation coefficient detects only linear dependencies between two variables. The correlation analysis results are in the Table 2.

Table 2: The correlation analysis – results in %

correlation	FSEV	AE	ES	SWP	SA
study score – exam points	-42.35%	-19.51%	-15,58%	-37,12%	-60,30%
study score – Slovak points	-36.57%	-21.09%	-4,44%	-54,07%	-34,64%
study score – English points	-30.63%	-6.87%	-11,81%	14,13%	-49,11%

The relationship between the high school and university study performance is very weak, in most cases below 50% correlation. The best results are in the Social Anthropology program for the average high school score. The European Studies program is studied in the English language at the faculty but the relationship between the English exam and the average first year grade is only 11.81%. One interesting result is the relationship between the English exam points and the university studies grades for the Social and Work Psychology students, which is positive. As the recommendation, only for the program of Social Anthropology is worth to select the students according to the external part of the final high school examination.

2.3 The Type of the High School

The main group of successful students completed their study on the grammar high school – general, sport or bilingual, public or private. The second type is the vocational high school – business school, technical school, hotel academy. The distribution is in the Table 3. The majority of students completed their high school education in the grammar school – on the European studies program every student.

Table 3: The distribution of students according to the type of the high school

	FSEV	AE	ES	SWP	SA
grammar school	133	28	62	30	13
vocational high school	25	15	0	5	5

The correlation analysis and the average study grade divided according to the type of high school are summarized in the Table 4.

Table 4: The correlation analysis by the type of high school

correlation	grammar high school	vocational high school
study score – exam points	-32.13%	-70,21%
study score – Slovak points	-27.78%	-59.58%
study score – English points	-23.40%	-40.10%

It is obvious that the correlation coefficients are higher at the vocational high schools. This may be explained by the high variety of grammar high schools and their performance. As a conclusion of this part it is preferable to apply the criteria used till now only to the vocational high school applicants, through it is discriminating.

3 THE CONCLUSIONS

The simple survey on the admission and grade data of the Faculty of Social and Economic Sciences for 2009/2010 we can conclude that there is only a weak relationship among the performance of a student on the final high school examinations in English and Slovak languages and his/her grades in the first year of the study. This rule may be applicable on the admission process for the Social Anthropology program and the vocational high school applicants. Such different criteria are discriminating and according to the laws of the Slovak republic cannot be used in the admission process to the university.

It is worth to concern to the analysis of another styles of pre-selection process of the applicants. One interesting, though not observable result is that what would be the analysis conclusions without the pre selection process. Unfortunately we do not have an evidence about the study performance in the first year of all the applicants in the given year.

Bibliography

- (1) The Faculty of Social and Economic Sciences database
- (2) Hill, R., Griffiths, W. and Lim, G. (2008) Principles of Econometrics. Boston: Wiley. ISBN978-0-471-72360-8.

Kontaktné údaje

Ing. Veronika Mit'ková, PhD.

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta sociálnych a ekonomických vied

Mlynské luhy 4, 821 05 Bratislava

e-mail: veronika.mitkova@fses.uniba.sk

Ing. Nora Grisáková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového manažmentu

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: mikusova@euba.sk

POLITIKA ALOKÁCIE AKTÍV A VÝKONNOSŤ PORTFÓLIA

ASSETS ALLOCATION POLICY AND PORTFOLIO PERFORMANCE

Vladimír Mlynarovič

Abstrakt

Príspevok prezentuje metódy analýzy efektov alokačnej politiky medzi triedami aktív z hľadiska ich efektov na výkonnosť fondu (portfólia). Ukazuje niektoré možnosti využitia replikačných procedúr pre determinovanie štruktúry pasívnej a aktívnej politiky manažovania portfólia a následnej analýzy ich efektov. V aplikačnej časti stručne charakterizuje súčasný stav excelovskej aplikácie využitia týchto prístupov pri analýze výkonnosti penzijných fondov.

KLúčové slová: alokačná politika, replikačné procedúry, výkonnosť portfólia

Abstract

The paper presents methods of analysis allocation policy effects among assets classes from a viewpoint of their effect on fund (portfolio) performance. It shows some possibilities how to use replication procedures to determine the structure of active and passive policy for portfolio management and analyze of the effect. The application part of the paper describes the present version of excel application that use such approaches in pension funds performance analysis.

Keywords: allocation policy, replication procedures, portfolio performance

1 ÚVOD

Práce *Brinsona, Hooda a Beebovera* (1986) a *Brinsona, Singera a Beebovera* (1991), ktoré dokumentujú významnosť príspevku politiky alokácie aktív k výkonnosti portfólia upriamili pozornosť na analýzu alokačnej politiky prostredníctvom rozdelenie celkových výnosov portfólia do troch komponentov, a to politika alokácie aktív, fázovanie trhu a výber cenných papierov. Politika alokácie sa týka rozhodnutí o aktívnych alebo pasívnych váhach pre jednotlivé triedy aktív. Fázovanie trhu je proces riadenia váh pre triedy aktív v krátkych časových obdobiach a výber cenných papierov sa týka rozhodnutí o konštrukcii každej triedy aktív prostredníctvom individuálnych cenných papierov. *Ibbotson a Kaplan* (2000) sformulovali nasledujúce tri otázky týkajúce sa významnosti politiky alokácie aktív:

1. Aký podiel variability výnosov v čase je vysvetlený politikou alokácie aktív?
2. Koľko rozdielov vo výnosov jednotlivých portfólií (fondov) je vysvetlené rozdielmi v politike alokácie?
3. Aká časť úrovne výnosu je vysvetlené politikou výnosov?

Existuje dostatočný počet pokusov, ktoré hľadali viac alebo menej úspešne odpovede na otázky takéhoto typu. Medzi najzaujímavejšie patria výsledky prezentované *Fersonom a Harweym* (1993), *Blackom a Littermanom* (1992) a *Drobetzom a Kohlerom* (2002). Cieľom tohto príspevku je ukázať užitočnosť niektorých možnosti aplikácií modelov výberu portfólia

pri determinovaní výnosov politiky alokácie a načrtnúť excelovskú aplikáciu vybranej metodiky pre analýzu príspevkovej výkonnosti vybraných penzijných fondov fungujúcich v rámci druhého a tretieho piliera sústavy dôchodkových fondov v SR.

2 PRÍSTUPY K ANALÝZE VÝNOSOV ALOKAČNEJ POLITIKY

Alokáciu aktív nemožno skúmať v operačnej rovine bez definovania *tried aktív*. Až po definovaní sústavy tried aktív možno totiž analyzovať fond z hľadiska reakcií jeho výnosu vzhľadom na triedy aktív. Ak potom disponujeme procedúrou pre meranie takýchto reakcií, tak môžeme analyzovať ako presne portfólio manažér kopíruje benchmark a aké sú výsledky jeho aktívnej alokačnej politiky.

Prvým krokom analýzy je preto nájdenie váh alokačnej politiky pre každý fond. Portfólio manažér konkrétneho fondu obvykle disponuje len čiastkovými informáciami o dlhodobých investičných politikách klienta, prípadne o taktickej alokácii aktív. Na prekonanie tohto informačného nedostatku možno aplikovať rôzne modely pre analýzu *investičného štýlu*. Klasický je v tejto súvislosti využívaný prístup, ktorý navrhol *Sharpe* (1992). Pri tomto prístupe riešenie úlohy kvadratického programovania umožňuje identifikovať aká kombinácia dlhých pozícií v pasívnych indexoch poskytne najbližšiu replikáciu skutočných výnosov fondu v špecifikovanom časovom období. Uvažujme, pre fond i faktorový model v tvare

$$r_{it} = \sum_{j=1}^n w_{ij} f_{jt} + e_{it}, \quad \sum_{j=1}^n w_{ij} = 1, \quad w_{ij} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

kde r_{it} je výnos fondu i v čase t , f_{jt} je hodnota faktora j v čase t a e_{it} špecifický podiel výnosu fondu i v čase t , ktorý nie je vysvetlený prostredníctvom uvažovaných faktorov. Váhy w_{ij} vyjadrujú citlivosť výnosu r_{it} na uvažovaných n faktorov. Faktorový model pre triedu aktív možno považovať za špeciálny prípad modelu (2.1), v ktorom sú faktory nahradené výnosmi pasívnych indexov a váhy w_{ij} sú interpretované ako strategické váhy jednotlivých tried aktív. Výnos fondu i je potom v čase t opísaný prostredníctvom váženého súčtu výnosov jednotlivých tried aktív a reziduálnej položky e_{it} . Tento vážený súčet *Sharpe* nazýva investičným štýlom fondu, alebo alokáciou aktív a reziduálnu položku „výberom“. Ak teda poznáme realizované výnosy fondu a výnosy pasívnych indexov, ktoré reprezentujú triedy aktív, potom možno na báze (2.1) odhadnúť váhy alokačnej politiky pre každý uvažovaný fond i niekoľkými prístupmi:

- Sharpovým* prístupom, kde sú váhy nájdené prostredníctvom minimalizácie rozptylu hodnôt e_{it} pre špecifikované časové obdobie.
- Aplikáciou cieľového programovania (Mlynarovič, 2001), kde sa riešia úlohy, v ktorých sa minimalizuje (vážený) súčet odchýlkových premenných n_{it} a p_{it} :

$$\min \sum_t n_{it} + p_{it}$$

za podmienok

$$\sum_{j=1}^n w_{ij} f_{jt} + n_{it} - p_{it} = r_{it}, \quad \sum_{j=1}^n w_{ij} = 1, \quad w_{ij} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad n_{it}, p_{it} \geq 0, \quad \forall t$$

- c) Aplikáciou replikačného modelu, v ktorom sa minimalizuje pre definovanú úroveň spoľahlivosti β hodnota CVaR (Konno – Waki - Yuuki, 2002):

$$\min \alpha + \sum_{t=1}^T \frac{z_t}{(1-\beta)T}$$

za podmienok

$$z_t \geq -\sum_{j=1}^n f_{jt} w_{ij} + r_{it} - \alpha, t = 1, 2, \dots, T$$

$$z_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T \quad \sum_{j=1}^n w_{ij} = 1, \quad w_{ij} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Výsledky takýchto prístupov sú obvykle vyhodnocované na základe ich schopnosti vysvetliť rozptyl výnosov, t.j. na základe ich koeficienta determinácie:

$$R^2 = 1 - \frac{Var(e_i)}{Var(r_i)}$$

Využívajúc metodiku navrhnutú Ibbotsonom a Kaplanom (2000) možno teraz otázku o časti výkonnosti vysvetlenej rozhodnutím o alokácii aktív analyzovať z troch rôznych hľadísk, a to:

- variabilita výnosov v čase, ktorú možno priradiť k politike,
- zmeny vo výnosoch fondov vysvetliteľné rozdielmi v politikách,
- podiel úrovne výnosu vysvetliteľný výnosmi alokačnej politiky.

Ako východisko, pre každý fond jeho celkové historické výnosy r_{it} rozložíme na dve zložky, a to na výnos politiky d_{it} a aktívny výnos a_{it} podľa vzťahu

$$r_{it} = \frac{1 + d_{it}}{1 + a_{it}} - 1 \tag{2.2}$$

kde

$$d_{it} = \sum_{j=1}^n w_{ij} f_{jt} \tag{2.3}$$

a f_{jt} je výnos triedy aktív j v čase t , takže pre aktívne výnosy platí

$$a_{it} = \frac{1 + r_{it}}{1 + d_{it}} - 1 \tag{2.4}$$

Analýza variability výnosov v čase predpokladá aplikáciu regresnej analýzy časových radov výnosov fondu a výnosov politiky pre každý fond. Koeficienty determinácie potom kvantifikujú aká časť variability fondu je v priemere vysvetlená jeho alokačnou politikou. Pri hľadaní odpovedí na druhú otázku sa najskôr skonštruujú priemerné (ročné) historické výnosy za špecifikované obdobie, na ktoré je potom aplikovaná regresia s priemernými výnosmi

alokačnej politiky. Pre každý fond je vypočítaný priemerný ročný výnos za dané obdobie podľa vzťahu

$$\bar{r}_i = \sqrt[T]{(1+r_{i1})(1+r_{i2})\dots(1+r_{iT})} - 1 \quad (2.5)$$

kde T je ako ja vyššie počet období a N je počet období v rokoch. Analogicky sa vypočítajú priemerné výnosy alokačnej politiky podľa vzťahu

$$\bar{d}_i = \sqrt[N]{(1+d_{i1})(1+d_{i2})\dots(1+d_{iT})} - 1 \quad (2.6)$$

Ak všetky fondy dokonale sledujú rovnakú politiku pasívnej alokácie aktív, potom neexistujú žiadne rozdiely medzi fondmi a alokačná politiky vysvetľuje celú časovú variabilitu výnosov fondu. Ak sú však všetky fondy manažované pasívne, ale majú odlišné alokačné politiky, potom sú všetky rozdiely vo výnosoch vysvetliteľné alokačnou politikou.

Aby sa našla odpoveď na tretiu otázku, treba vypočítať podiel priemerných ročných výnosov politiky, \bar{d} a priemerných ročných výnosov \bar{r} . Tento podiel výnosov predstavuje jednoduchú mieru výkonnosti.

3 EXCELOVSKÁ APLIKÁCIA

Excelovská aplikácia v súčasnej verzii automatizuje spracúvanie účtovných informácií o vývoji vybraného penzijného fondu v štruktúre individuálny cenný papier, trieda aktív, fond a definovaná štruktúra benchmarkov. Zabezpečuje postupné dopĺňanie údajovej základne v čase, resp. jej revíziu pre nové časové obdobie. Pre vybrané časové obdobie analyzuje výkonnosť cenného papiera v štruktúre efektov vyplývajúcich zo zmeny účtovnej ceny, z realizovaných obchodov, zo zmeny výmenného kurzu a z výnosu z vlastníctva fondu. Bilancia tokov hotovosti je konštruovaná na základe reálnych obchodov a reálnych obchodných cien. Tieto informácie sú agreeované cez triedy aktív až po úroveň fondu.

Použitá literatúra:

1. Black, F. – R. Litterman(1992): Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal* (September – October), pp. 28-43.
2. Brinson, G. – L. Hood – G. Beebover(1986): Determinants of Portfolio Performance. *Financial Analysts Journal* (July/August), pp. 39 – 48.
3. Brinson, G. – L. Hood – G. Beebover(1991): Determinants of Portfolio Performance II: An Update. *Financial Analysts Journal* (May/June), pp. 40 – 48.
4. Drobetz, W.- F. Kohler(2002): The Contribution of Asset Allocation Policy to Portfolio Performance. *Financial Markets and Portfolio Management*. Volume 16, Number 2, pp. 219 – 231.
5. Ferson, W.E. – C.R.Harvey(1993): The Risk and Predicability of International Equity Returns. *The Review of Financial studies* 6, pp.527 – 566
6. Ibbotson, R. – P. Kaplan (2000): Does asset Allocation Policy Explain 40, 90 or 100 Percent of Performance. *Financial Analysts Journal* (January/February), pp.26 – 30.
7. Konno, H. - Waki , H.–A.Yuuki (2002): Portfolio Optimization under Lower Partial Risk Measures. *Asia/Pacific Financial Markets* 9, 127-140.
8. Mlynarovič, V.: Finančné investovanie. Teória aplikácie. IURA Edition, Bratislava, 2001

Kontaktné údaje:

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.
Fakulta sociálnych a ekonomických vied UK
820 05 Bratislava, Odbojárov 10/a,
email: vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

OTEVŘENÉ PODÍLOVÉ FONDY

SHARES FUNDS

Petr Mynařík

Abstrakt

Tento příspěvek se zabývá investováním do otevřených podílových fondů. Ukazuje dopad krize na možnosti investování a také jej popisuje pomocí konkrétních hodnot. Pokusil jsem spočítat vliv krize na jednotlivé investiční nástroje na vybraném portfoliu fondů. Aplikoval jsem metodu vícekriteriálního hodnocení na různé možnosti, jak lze investovat. Cílem je porovnat různé alternativy a nabídnout možné řešení.

***Klíčová slova:** investice, podílový fond, krize, vícekriteriální hodnocení variant*

Abstract

This article describes the investments in funds. The text shows the impact of the crisis on the investment and also uses particular values to describe it. I tried to calculate the impact of the crisis on various investment instruments of selected portfolio of funds. I focus on application methods of multicriterial evaluation of alternatives on different possibilities of investment. The target is to compare different possibilities and then suggest a solution.

***Keywords:** investment, shares fund, crisis, multiple criteria decision making*

1 ÚVOD

Tento příspěvek se věnuje otázce rozhodování mezi různými typy investičních fondů. Nabízím pohled na analýzu jednotlivých fondů a také dopad období krize na jejich výkonnost. Pro analýzu a hledání nejlepšího řešení používám nejnovější data a údaje.

Pro moje porovnávání jsem si zvolil za varianty základní typy otevřených podílových fondů. Za kritéria jsem vybral základní charakteristiky, podle kterých lze hodnotit a porovnávat vhodnost jednotlivých instrumentů.

2 INVESTOVÁNÍ A OTEVŘENÉ PODÍLOVÉ FONDY

Na samotný začátek příspěvku je podstatné přiblížit řešenou problematiku, proto na následujících řádcích nabízím jednoduché představení investování do podílových fondů a určitých variant, jak je možné investovat. Teoretický základ se snažím doplnit o určité zajímavosti a fakta, která přímo souvisí se zvoleným tématem [2].

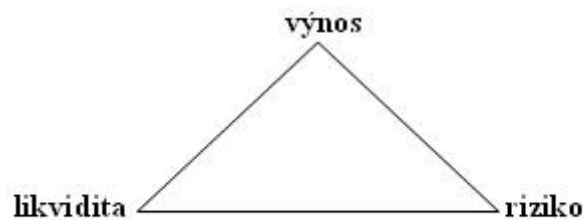
2.1 Investční trojúhelník

Každý, kdo se zajímá o investice, ví, že existují určité zásady, kterými bychom se měli řídit. Jenom tak můžeme být úspěšní a dosáhnout svých cílů. Každá investice má svá základní hlediska, podle kterých jí lze porovnávat a hodnotit.

Tato hlediska představuje tzv. „investiční trojúhelník“. Tato teorie v sobě spojuje tři základní ukazatele, které vždy musíme sledovat při volbě nástroje. Mezi ukazatele patří:

- Výnos
- Riziko
- Likvidita

Zde chci ukázat určité závislosti, které nám právě investiční trojúhelník znázorňuje. Následující ilustrativní obrázek nám přibližuje tento základní investiční pojem. Vidíme, že čím blíže budeme směrem k vrcholu, tím vyšší hodnoty dosahujeme u daného hlediska. Nejvyšší možné hodnoty nám reprezentují vrcholy trojúhelníku.



Obr. 1. Investiční trojúhelník

Za nejdůležitější, co nám tento graf ukazuje, lze považovat vztah mezi jednotlivými ukazateli u investic. Platí zde předpoklad „něco za něco“. To znamená, že nikdy nemůžeme současně dosáhnout nejpříznivějších hodnot u všech tří hledisek. Pokud to převedu do srozumitelné řeči: chci-li mít nízké riziko, nemohu očekávat vysoký výnos. Naopak pokud mám zájem o vysoký výnos, musím bezpodmínečně podstoupit vyšší rizikovost investice. Je přece jasné, že pokud chceme prostřednictvím investic hodně získat, musíme se odprostit od veškerých jistot a garancí, protože právě za garance a nízké riziko se draze platí.

2.2 Otevřené podílové fondy

Pro další výzkum a analýzu budeme sledovat pouze otevřené podílové fondy. Otevřený podílový fond je instrument kolektivního investování, kdy si za investované finanční prostředky kupujete tzv. podílové listy. Podílový list je cenný papír, jehož hodnota odpovídá podílu investovaných prostředků na vlastním jmění fondu. Kurs podílového listu nás přesně informuje o vývoji a změnách zhodnocení portfolia fondu. Hodnota podílového listu kolísá v závislosti na výnosech tzv. podkladových aktiv, tedy cenných papírech do kterých podílový fond investuje.

Podílové fondy se označují jako otevřené z toho důvodu, že garantují investorům zpětný odkup podílových listů za aktuální hodnotu, a tudíž nemůže nastat situace, že by byly podílové listy bezcenné.

Podílové fondy se musí rozlišovat na určité typy, protože každý investor je jiný, má jiný přístup, a proto se pro něj musí nabízet i jiné alternativy. Nejpoužívanější rozdělení rozlišuje 4 typy podílových fondů: fondy peněžního trhu, dluhopisové fondy, smíšené fondy a akciové fondy. Pro názornější pochopení představím jednoduchou tabulku, která nám poskytne přehledný souhrn základních charakteristik všech zmíněných skupin podílových fondů.

Tabulka 1. Porovnání typů podílových fondů

Typ podílových fondů	Investiční horizont	Riziko	Volatilita	Očekávaný výnos
Fondy peněžního trhu	do 1 roku	nejnižší	nejnižší	nízký
Dluhopisové fondy	2-3 roky	nízké	nízká	střední
Smíšené fondy	3 roky	vysoké	vysoká	vysoký
Akciové fondy	nad 5 let	nejvyšší	nejvyšší	nejvyšší

3 ŘEŠENÍ – VÍCEKRITERIÁLNÍ HODNOCENÍ VARIANT

V této kapitole představím vlastní zkoumání zvoleného tématu. K řešení a analýze použiji metody vícekritériálního hodnocení variant (VHV) [1], [3]. Mým cílem je přiblížit čtenářům možné varianty řešení záležitosti investování a nastínit vhodný výběr produktů. Dále uvidíme, jaký dopad měla krize na jednotlivé druhy podílových fondů.

3.1 Výchozí data

Zásadním rozhodnutím bylo zvolit varianty, které budeme porovnávat, a také kritéria, podle nichž budeme hodnotit a porovnávat. Za varianty jsem vybral čtyři základní typy podílových fondů, které jsem již popisoval v kapitole věnující se podílovým fondům. Připomenu, že budeme dále porovnávat tyto varianty: *fondy peněžního trhu, dluhopisové fondy, smíšené fondy a akciové fondy*.

Dále bylo nezbytně nutné rozhodnout se pro kritéria, která by popisovala a charakterizovala významné parametry jednotlivých typů fondů. Nakonec jsem se rozhodl pro pět kritérií:

- riziko - srovnání možného rizika u daného investičního nástroje
- volatilita – míra kolísání ceny investičního nástroje
- očekávaný výnos - částka, kterou za očekávaného vývoje budeme mít na konci investování
- průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky (p.a.) - vypočtená charakteristika na základě vlastního výzkumu
- průměrná roční výkonnost za posledních 5 let (p.a.) - vypočtená charakteristika na základě vlastního výzkumu

U prvních tří kritérií jsem sestavil hodnoty pro jednotlivé varianty stupnicově (1-nejnižší, ..., 4-nejvyšší). Zde nebyl žádný problém, jednalo se pouze o stupnicové nastavení hodnot. Zbývající dvě kritéria se již týkala konkrétních hodnot, která bylo nutné zjistit a spočítat.

Jako podkladové portfolio jsem se rozhodl vybrat otevřené podílové fondy nabízené na českém trhu, které jsou dostupné českým investorům a které se nejčastěji nabízejí. V příloze najdete tabulku, která ukazuje všechny zahrnuté a vybrané podílové fondy. Nakonec jsem do portfolio zařadil 10 fondů peněžního trhu, 21 dluhopisových fondů, 11 smíšených fondů a 34 akciových fondů. Pro úplnost vyjmenuji všechny vybrané fondy, které jsou zahrnuty do porovnávání a analýzy:

- a) fondy peněžního trhu: Conseq Konzervativní, Fond peněžního trhu, KBC Multi Cash, ING Český fond peněžního trhu, Sporinvest, Pioneer – Sporokonto, IKS peněžní trh PLUS, Opportunities Euro Plus, Short Term Euro, Templeton Liquid Reserve

- b) dluhopisové fondy: Conseq Dluhopisový, Korporátní dluhopisy, ČSOB bond mix, ČSOB dluhopis. Příležitostí, ING Český fond obligací, ISČS - Bond Invest, ISČS - korporátní dluhopisový, Sporobond, Trendbond, Vyvážený mix, Pioneer – obligační, IKS dluhopisový plus, Raiffeisen fond fondů konzervativní, Bond Euro, Bond Europe Plus, Bond Corporate Euro, Franklin High Yield, Franklin U.S. Total Return, Parvest Euro Bond, Parvest Global Bond
- c) smíšené fondy: Smíšený f., ČSOB bohatství, ČSOB středoevropský, Fond řízených výnosů, Pioneer - dynamický fond, IKS balanc. – konzerv., IKS balanc. – dynamický, Raiffeisen fond fondů balancovaný, AKRO balancovaný fond, AKRO fond progr. společn., Parvest Asian Convertible Bond, Parvest Target Return Plus
- d) akciové fondy: Conseq Akciový, AXA CEE Akciový fond, ČP Invest - Farmacie a biotechnologie, ČP Invest - Globální značky, ČP Invest - Nové ekonomiky, ČP Invest - Ropa a energetický průmysl, ČSOB akciový mix, ING Český fond akcií, ING Emerging Markets, ING Invest Energy, ING Global High Dividend, ING Invest World, ISČS - Akciový mix, Dynamický mix, Global Stocks, Pioneer - akciový fond, IKS akciový PLUS, Raiffeisen fond fondů růstový, Equity Brazil, Equity China, Equity Latin America, AKRO akciový fond nových ekonomik, C-Quadrat Total Return Balanced, C-Quadrat Total Return Dynamic, C-Quadrat Best Momentum, Templeton Asian Growth, Templeton Emerging Markets, Templeton Growth, Franklin European Small-Mid Cap Growth, Franklin Technology, Franklin U.S. Opportunities, Parvest Emerging Markets, Parvest Global Resources, Parvest Global Technology

Po výběru fondů následovala početně nejnáročnější operace, a to počítání průměrné výkonnosti za poslední 3 roky (p.a.), resp. za posledních 5 let. Všechny získané hodnoty jsou k datu 1.10.2010. Spočítané hodnoty přehledně představuje následující tabulka.

Tabulka 2. Vypočítané parametry výkonnosti

Typ podílových fondů	Průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky	Průměrná roční výkonnost za posledních 5 let
fondy peněžního trhu	1,69%	1,78%
dluhopisové fondy	2,39%	2,61%
smíšené fondy	-1,25%	2,95%
akciové fondy	-3,11%	5,65%

Po zjištění a spočítání výkonností všech zvolených fondů jsem měl již plně k dispozici všechna základní data. Tato tabulka představuje kritériální matici.

Tabulka 3. Kritériální matice

Typ podílových fondů	Riziko	Volatilita	Očekávaný výnos	Průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky	Průměrná roční výkonnost za posledních 5 let
fondy peněžního trhu	1	1	1	101,69	101,78
dluhopisové fondy	2	2	2	102,39	102,61
smíšené fondy	3	3	3	98,75	102,95
akciové fondy	4	4	4	96,89	105,65

kritérium	min	min	max	max	max
-----------	-----	-----	-----	-----	-----

V dalším kroku bylo nezbytné zvolit si metodu, kterou aplikuju na data a budu řešit zadaný problém. Po vlastní úvaze jsem se rozhodl pro metodu PROMETHEE. Více o zvolené metodě lze zjistit v uvedené literatuře [1], [3].

A poslední záležitost, kterou jsem musel rozhodnout, bylo nastavení váhového vektoru jednotlivých kritérií. To znamená nastavení preferencí mezi jednotlivá kritéria. Na závěr ještě musím doplnit, že váhy jsem stanovoval na základě metody pořadí. Investor si sám seřadí kritéria podle důležitosti a na základě metody pořadí se poté jednoduše spočítá váhový vektor.

3.2 Řešení úlohy

Metoda PROMETHEE využívá 6 základních typů preferenčních funkcí, některé z nich vyžadují zadání několika parametrů. V tabulce je vidět, pro které preferenční funkce jsem se rozhodl u jednotlivých kritérií a jaké jsem nastavil hodnoty u požadovaných paramterů.

Tabulka 4. Zadání PROMETHEE

kritérium	riziko	volatilita	očekávaný výnos	průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky	průměrná roční výkonnost za posledních 5 let
povaha	min	min	max	max	max
preferenční funkce	obyčejné krit.	krit. s lin. preferencí	úrovňové krit.	krit. s indiferenční oblastí	Gaussovo krit.
zvolené parametry		$p = 2$	$p = 2,5$ $q = 1,5$	$p = 2$ $q = 1$	$\sigma = 0,5$

Následně se mohlo přistoupit k již samotné výpočetní fázi příkladu. Pouze zbývalo nastavit váhový vektor, a tím určit důležitost zvolených kritérií.

Rozhodl jsem se pro aplikaci metody PROMETHEE na 2 různá zadání.

1. příklad: První příklad charakterizují „indiferentní“ pohled na jednotlivá kritéria, tzn. že všechna kritéria zaujímají stejnou váhu. V tomto případě jsou pro nás všechna kritéria stejně významná a neexistuje žádné, které by bylo důležitější než ostatní. Je to vlastně nejjednodušší možné zadání. Následující tabulka popisuje tuto skutečnost pomocí čísel.

Tabulka 5. Váhový vektor

PREFERENCE		
kritérium	pořadí	váhy
riziko	1.	1/5
volatilita	1.	1/5
očekávaný výnos	1.	1/5
průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky	1.	1/5
průměrná roční výkonnost za posledních 5 let	1.	1/5

Nyní již máme všechny potřebné údaje a hodnoty a nezbývá nám, než aplikovat metodu PROMETHEE na zadání problému. Souhrn výsledného řešení je opět pro větší přehlednost znázorněn do tabulky.

Tabulka 6. Matice globálních preferenčních indexů

	fondy peněžního trhu	dluhopisové fondy	smíšené fondy	akciové fondy	F+	F ⁻	F	pořadí
fondy peněžního trhu	0	0,3	0,6	0,6	1,5	0,837	0,663	1.
dluhopisové fondy	0,150	0	0,5	0,6	1,250	0,622	0,628	2.
smíšené fondy	0,287	0,022	0	0,5	0,809	1,3	-0,491	3.
akciové fondy	0,4	0,3	0,2	0	0,9	1,7	-0,8	4.

Z tabulky je zřejmé, že při tomto zadání se jeví jako nejlepší varianta *fondy peněžního trhu*.

2. příklad: Druhé zadání představuje situaci, kdy hledáme nejlepší variantu pro investora, který požaduje maximální výnos a je ochoten podstoupit i vysoké riziko za cenu nejvyššího zhodnocení peněz. Bodovací metodou jsem určil váhový vektor potřebný pro samotný výpočet a nalezení nejlepší varianty.

Tabulka 7. Váhový vektor

PREFERENCE		
kritérium	pořadí	váhy
riziko	5.	1/15
volatilita	4.	2/15
očekávaný výnos	3.	1/5
průměrná roční výkonnost za poslední 3 roky	2.	4/15
průměrná roční výkonnost za posledních 5 let	1.	1/3

Tabulka 8. Matice globálních preferenčních indexů

	fondy peněžního trhu	dluhopisové fondy	smíšené fondy	akciové fondy	F+	F ⁻	F	pořadí
fondy peněžního trhu	0	0,133	0,467	0,467	1,067	1,194	-0,127	3.
dluhopisové fondy	0,249	0	0,4	0,467	1,116	0,602	0,514	1.
smíšené fondy	0,412	0,036	0	0,4	0,848	1,2	-0,352	4.
akciové fondy	0,533	0,433	0,333	0	1,299	1,334	-0,035	2.

Z výsledné tabulky po aplikaci metody vyšla jako nejvhodnější varianta *dluhopisové fondy*.

3.3 Shrnutí

V závěrečné části bych stručně zhodnotil dosažené výsledky. Na první pohled je jasně vidět, že neexistuje žádné „univerzální“ řešení, které by se dalo aplikovat na všechny typy investorů a které by bylo pro ně nejlepším možným řešením. Je nutné ke každému člověku přistupovat čistě individuálně a subjektivně. Za nejdůležitější považuji správné pochopení jeho přístupu k investování, k jeho očekáváním a cílům. Následně poté lze provést přesnou a správnou analýzu, jejíž výsledky nám dokáží nabídnout ono „ideální“ řešení pro konkrétního investora. Dle několika dílčích zadání bylo pouze dokázáno, že každé zadání má své vlastní řešení, který se významně liší od ostatních.

Použitá literatura

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. FIALA P. Modely a metody rozhodování. Oeconomica Praha, 2003. ISBN 80-245-0622-X.
2. GAZDA J., LIŠKA V. Kapitálové trhy a kolektivní investování. Professional Publishing, Praha, 2004. ISBN 80-86419-63-0.
3. HWANG C.L., MASUD A.S. Multiple objective decision making, Methods and applications. Springer Verlag, Berlin 1979.

Kontaktné údaje

Ing. Petr Mynařík

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W.Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: 728 937 106

email: xmynp02@vse.cz

ZA HRANICE OPERAČNÍHO VÝZKUMU A EKONOMETRIE

BEYOND THE BORDERS OF OPERATIONAL RESEARCH AND ECONOMETRICS

Dalibor Nečas

Abstrakt

Smyslem článku je upozornit na možnosti, které se nabízejí po vykročení za hranice jednoho vědního oboru, kdy kombinace metod a vědomostí z různých oborů umožňují překonat samotnými původními metodami zdánlivě neřešitelné úlohy. Autor předkládá konkrétní problém, na kterém ukazuje, jakým způsobem si představuje možnosti jeho řešení díky propojení znalostí a metod ekonometrie, simulace a demografického modelování. Nejprve jsou zkoumány možnosti, které nabízí tyto jednotlivé obory samostatně a na závěr je předložena koncepce řešení, jež využívá z každého oboru určitou, pro model vhodnou část.

***Klíčová slova:** věda, simulace, demografie, ekonometrie*

Abstract

The goal of this article is to highlight the opportunities offered by making a step beyond the boundaries of one discipline when combination of methods and knowledge from various disciplines allow overcoming the abilities in solving by separated specializations seemingly unsolvable problems. Author presents a specific task and shows how he imagines the possibility of solution based on interfacing knowledge and methods of econometrics, simulations and demographic modelling. At first he investigates the possibilities offered by the various disciplines separately and finally he presents the concept of a solution that uses good parts from each discipline put together.

***Keywords:** science, simulation, demography, econometrics*

1 DO HLOUBKY

Moderní vědě, stejně jako modernímu trhu práce, předcházela dlouhá etapa specializace. Věda se rozdělila na vědy přírodní a vědy společenské, vyčlenily se vědní obory, v rámci vědních oborů vznikly vědní disciplíny, z vědců se stali filosofové, matematici, fyzikové, přírodovědci, ekonomové, příznivci různých škol a směrů, zkrátka úzce specializovaní odborníci na svá témata. Tento pochopitelný trend, související s celospolečenským vývojem i snahou pokračovat v poznání stále více a více do hloubky, ale přinesl také určitá úskalí. Omezené možnosti lidského poznání nedovolily při zaměření se na detail zachovat původní šíři záběru znalostí a mnohdy se tak u specialistů vytratilo povědomí o širších souvislostech a přesah za hranice jednoho oboru. Tato prohlubující se nerovnováha společně s tendencí neustálého umenšování mimooborové výuky na vysokých školách dnes často vede k tomu, že teoretický ekonom (pokud možno příznivec nějaké konkrétní školy) neumí ani spočítat nebo statisticky odhadnout dopad svých teorií na reálnou ekonomiku, zatímco matematik dokazuje, proč jednička je větší než nula a že existuje nekonečno, které je větší než jiné nekonečno, ale praktické uplatnění svých znalostí vidí nanejvýš v akademické sféře.

Může se zdát, že např. právě ekonometrie je vhodnou ukázkou propojení vícero vědních oborů – jde přece o kombinaci ekonomie, matematiky a statistiky. Také operační výzkum využívá všech výše uvedených disciplín a jistě přidá i něco z managementu nebo teorie her. Jenomže zdání klame. Přijde praxe, a jakmile se metody těchto oborů dostanou kvůli reálným podmínkám jenom krůček za linie vymezené klasickými úlohami, celá ekonometrie i operační výzkum se všemi svými možnostmi optimalizace a simulačních technik bez dalších znalostí ze zcela jiných oblastí prostě nestačí. Uvedu příklad. Při predikci vývoje ekonomiky je obvykle brán v úvahu dosavadní vývoj vybraných makroagregátů, finančních ukazatelů, jsou zakomponovány různé typy očekávání. Oduševnělý ekonom, znalý dostatečně teorie, zohlední i to, že ekonomiku tvoří lidé, jejichž počet se mění a zkusí k výpočtům přidat možná Solowův¹ růstový model, možná nějaký jiný. A najednou, světe div se, velikou zátěž státního rozpočtu České republiky v posledních letech představuje průběžně financovaný důchodový systém, přestože dlouhodobě působil nenápadným dojmem jako fungující a dobře nastavená součást národního hospodářství. Že se to dalo očekávat? Ano, demografové dlouhodobě upozorňovali na tento problém, jenomže pokud ti dokázali něco namodelovat, pak možná projekci vývoje počtu obyvatelstva odvislou pouze od stávajícího počtu obyvatel a aktuálních věkově a pohlavně specifických měr úmrtnosti a plodnosti, ke kterým nanejvýš přiřadili odhad migrace. Že by dokázali současně odhadnout vliv, jaký má na porodnost v každém období ekonomická situace, ve které se zkoumaná populace právě nachází? To je přece práce ekonomů a ekonometrů. Nebo ne? A to nemluvíme o závislostech ekonomiky na struktuře sociálních vazeb uvnitř společnosti a dalších okolnostech.

Často je podcenění důležitosti přesahu formulovaného problému do více oborů omlouváno tím, že lze vytvořit a komplexně popsat pouze část reality a model nikdy nevystihuje všechny její aspekty, nýbrž pouze ty podstatné. Otázkou ovšem zůstává, zda ty podstatné skutečně popisuje. Spíše než nemožnost sestavit globální model nebo do stávajících modelů zahrnout nové proměnné je řadě odborníků zatěžko vyrovnat se s čímkoliv, co přesahuje hranice jejich vědního oboru a jejich dosavadního bádání. Nechci tím shodit žádné úsilí, ani říci, že takový mezioborový přesah je jednoduchá věc, naopak. Je to věc velmi náročná, vyžadující nejen motivaci, ale i trpělivost a ochotu učit se něco, za co člověk možná neobdrží další akademický titul, ale usnadní mu to poznat svůj vlastní obor z nové perspektivy, umožní mu to nahlédnout a popojít o krok dále. Nejde ale již o krok do hloubky, je to krok stranou, krok kamsi za hranice, tam, kde vznikají nové věci díky dostatečnému nadhledu a vyváženosti všech aspektů.

2 DEMOGRAFIE POPRVÉ

Záměrně jsem jako nadpis této kapitoly zvolil název skript [1] dnes již zesnulého bývalého pedagoga Vysoké školy ekonomické v Praze, doc. RNDr. Felixe Koschina, CSc. Právě on mi svými znalostmi a schopností je využít ukázal, jak je dobré, ba dokonce nezbytné, vnímat každou vědu s návazností na vše, co ji obklopuje. On, vystudovaný statistik na Matematicko-fyzikální fakultě University Karlovy, který ale prakticky celý svůj kariérní život spojil s Vysokou školou ekonomickou v Praze, kde získal docenturu z Demografie a současně se stal uznávaným demografem nejen doma, ale i v zahraničí. Dokázal využít poznatky z demografie pro řešení ekonomických otázek, ale na rozdíl od jiných demografů věděl, co je integrál, co je to test hypotézy a jak které výsledky interpretovat, zkrátka dokázal svá tvrzení podložit výpočtem, přičemž měl stále na paměti, jakých se dopustil zjednodušení a zda a proč tato zjednodušení mají nebo nemají zásadní vliv na řešený problém.

¹ Solow, Robert, The Growth theory, viz např. [3].

Současně je nadpis také lehce provokativní vzhledem k tomu, že tato práce se má vztahovat k ekonometrii a operačnímu výzkumu. Provokace ale není samoučelná, chci se totiž pokusit o propojení poznatků obou zmíněných disciplín právě s demografií. Chci využít synergický efekt, který se zde nabízí, chci udělat onen krok za hranice jednoho nebo dvou oborů.

Cíl jsem si stanovil nelehký. Tvorba populačně ekonomického modelu, který by zahrnoval vlivy oběma směry, tj. vliv velikosti a struktury populace na ekonomiku a vliv ekonomiky na reprodukci a chování obyvatel, bude jistě narážet na mnohé překážky počínaje sběrem dat a konče možnostmi jejich uchopení a propojení. Přesto si myslím, že právě robustnost nikoliv modelů, ale robustnost metod a postupů, které lze díky spojení vědních oborů využít, může být klíčem k dosažení vyčteného cíle. Možná, pokud se to podaří, přijde někdo další a opět rozšíří takto vzniknuvší model o další poznatky, další metody, nový rozměr.

Jelikož očekávám, že čtenář tohoto textu bude mít povědomí spíše o ekonometrických metodách a o metodách operačního výzkumu, začnu s popisem základních demografických přístupů k modelování.

2.1 Velikost a věkově pohlavní struktura populace

Základními demografickými charakteristikami jedinců jsou pohlaví a věk. Rozložení těchto charakteristik v populaci lze dobře znázornit graficky pomocí tzv. stromu života. Značná část úsilí při modelování v demografii je potom věnována zejména modelování úmrtnosti a plodnosti, které pohlavně věkovou strukturu nejvíce ovlivňují (určitý vliv má samozřejmě ještě migrace). Jak modelování úmrtnosti, tak modelování plodnosti se neobejde bez určitých zjednodušujících předpokladů.

Úmrtnost je nejčastěji vyjadřována specifickými mírami úmrtnosti, potažmo intenzitami úmrtnosti nebo střední délkou života právě narozených. Úmrtnost je vždy vyhodnocována odděleně pro obě pohlaví, neboť úmrtnost žen se od úmrtnosti mužů liší prakticky ve všech věkových skupinách. Při konstrukci intenzit úmrtnosti jako úplného popisu řádu vymírání dochází při použití klasických metod demografického modelování k několika zjednodušením, na která je dobré nezapomínat, jako například předpoklad o nezávislosti demografického chování jednotlivců v populaci, předpoklad o stejném demografickém chování jedinců v rámci definovaných skupin, předpoklad o rovnoměrném rozložení úmrtí během roku (nebo i delšího období) a další. Zásadním, a ne vždy dostatečně zdůrazňovaným faktem je, že všechny zmiňované charakteristiky úmrtnosti jsou charakteristikami vystihujícími stav v době, kdy jsou měřeny, tedy že např. střední délka života novorozenců není skutečná délka života, kterou v průměru prožijí právě narození jedinci, ale pouze očekávaná, kterou by prožili, pokud by úmrtnost během jejich života byla po celou dobu stejná, jako byla v době měření. Zkušenost však zatím vždy byla taková, že charakteristiky úmrtnosti se v čase měnily (dnes se lidé u nás dožívají vyššího věku než třeba před dvaceti lety). Na druhou stranu tzv. generační analýza úmrtnosti na základě historických údajů, která je také možná, by vyžadovala pozorování nejméně po dobu jednoho lidského života (spíše ale po dobu přibližně jednoho století), což je úkol náročný zejména na dostupnost dat.

Mnohé z předešlého platí i pro popis plodnosti. Kromě již učiněných zjednodušení se u plodnosti navíc předpokládá např. její nezávislost na pořadí dítěte, což už je hypotéza od reality hodně vzdálená. Pokud jsou známy specifické míry plodnosti a úmrtnosti, lze namodelovat i tzv. stabilní populaci a určit, na jaké věkové strukturu by se limitně ustálila sledovaná populace, pokud by míry úmrtnosti a plodnosti zůstaly konstantní na hodnotách z měřeného období.

Z výše uvedeného vyplývá, že všechny zmíněné techniky jsou v podstatě technikami statickými a predikce budoucího vývoje struktury a počtu obyvatel populace pouze na základě

klasické demografické projekce současných hodnot se dopouští stále větších nepřesností, které rostou s délkou období predikce. To vše navíc stále za předpokladu nulové migrace. Stav bez pohybu osob přes hranice sledované oblasti samozřejmě rovněž nebývá v reálu naplněn, avšak často vyvstává otázka, nakolik je migrace statisticky zachytitelná, aby s ní bylo vůbec možno se vší vážností počítat. Přesto je používána i demografická projekce s migrací.

2.2 Socio-demografické populační charakteristiky

Charakteristika jedinců podle dvou základních znaků, jimiž jsou pohlaví a věk, a omezení jejich chování na pouhé rozmnožování a vymírání, by bylo zjevně přílišným zjednodušením reality ve snaze charakterizovat či dokonce predikovat vývoj populace. Navíc i plodnost je zcela zjevně ovlivněna nejen věkem matky, ale i rodinným stavem nebo např. již zmiňovaným pořadím dítěte. Takovouto složitější formulaci problémů umožňují v demografii techniky vícecestavové demografie. Jak název napovídá, jedná se o počítání pravděpodobností přechodu mezi více možnými stavy, např. při sledování sňatečnosti žen mezi transientními² stavy svobodná, vdaná, rozvedená, ovdovělá, a ze všech stavů do tzv. absorpčního stavu, jímž je zpravidla smrt. Opět ale platí stejné předpoklady, které byly uvedeny v předchozí kapitole. Chybí zde jakákoliv přizpůsobivost odhadů na vývoj jiných ukazatelů z vnějšího prostředí, což vnáší do systému chyby, které jsou s rostoucí délkou předpovědi stále větší a větší.

3 ZRÁDNÉ PŘEDPOVĚDI

3.1 Ekonometrie

Ekonometrie naproti tomu nabízí řadu metod a přístupů k predikci, které dokáží zahrnout do předpovědi dokonce i racionalitu chování ekonomických subjektů nebo jejich přizpůsobivost novým podmínkám a tyto vlastnosti také změřit. Jenomže použití regrese a dalších klasických ekonometrických či statistických postupů v demografii nepřináší (nebo alespoň zatím nikdy nepřineslo) kýžené ovoce. Zatím se nepodařilo nalézt žádné vzorce ani soustavy rovnic či nerovnic, které by byly s to zachytit globální změny v populačním chování, natož je správně předpovídat.

3.2 Operační výzkum

Metody operačního výzkumu byly v demografii použity například Davidem Richardsonem z Cambridge University, který se ve svém díle [4] věnoval optimalizaci velikosti populace Velké Británie na základě zdrojů surovin, dostupné plochy apod. Jeho úvahy sice vedly k možnosti vypočítat optimální počet obyvatel za podmínek daných vnějším prostředím, neumožnily už ale optimalizovat vnější prostředí podle skutečného počtu obyvatel v populaci, natož počítat s populačními změnami.

3.3 Simulace

Reprodukční aktivita i úroveň úmrtnosti jsou evidentně ovlivňovány množstvím malých dílčích faktorů, jejichž aktuální konstelace definitivně určuje celkový stav. Zde se nabízí určitá souvislost s multiagentními systémy, jež se v operačním výzkumu využívají jako jeden z nástrojů, kterým lze skrze simulaci vyřešit složité modely, k jejichž řešení nelze pro velký počet proměnných a stochastických vztahů mezi nimi použít analytických metod. Právě propojení regrese, simulačních metod a demografických postupů by mohlo představovat onen

² Transientní stav znamená přechodný stav, tedy takový, ze kterého lze přejít do jiného stavu, zatímco absorpční stav je stav definitivní, ze kterého již nelze přejít do žádného jiného stavu. Více viz [2].

mezioborový přesah, jenž byl naznačen v úvodu tohoto textu, a jenž by mohl přispět k rozvoji všech zmíněných vědních oborů.

3.4 Propojení

Princip mých úvah je následující. Nejprve by byly provedeny odhady parametrů vzájemných vztahů mezi vývojem makroekonomických řad a vývojem demografického chování sledované populace na základě historických údajů. Tím by byly určeny vstupní parametry chování agentů v multiagentním systému, jenž by sloužil k simulaci vývoje populace. Současně by bylo možné modelované prostředí rozdělit do oblastí, ve kterých by se charakteristiky mohly vyvíjet odlišně. Mezi oblastmi by byla umožněna migrace s tím, že by se vyvíjela podle společenské a ekonomické situace v daných oblastech, stejně jako ve skutečnosti se liší vývoj v různých regionech. Pokud by byl požadavek na opravdu sofistikovaný model, mohla by být dále zahrnuta i vnější migrace (a asi by to bylo vzhledem k zvyšující se celosvětové mobilitě i záhodno), což by ovšem potřebovalo i kvalifikovaný odhad vývoje vnější migrace. Díky možnosti reakce parametrů chování agenta na prostředí, ve kterém se nachází, stejně jako možnosti změny prostředí podle množství a typu agentů v něm, by se jednalo o vhodný nástroj k predikci vývoje celého systému.

4 ZÁVĚREM

Ačkoliv propojení vědních oborů je věc vždy složitá, která navíc obvykle nenachází ohlas u zástupců původních směrů, kteří jsou často toho názoru, že jejich specializace je výjimečná a ve své roli nezastupitelná, přesto bych se chtěl pokusit využít toho nejlepšího, co ekonometrie, operační výzkum i demografie mohou nabídnout a zkonstruovat něco nového, co by posunulo hranice modelování zase o krok dále. Jestli se mi to povede, ukáže až čas.

4.1 Ekověda aneb třídění vědeckého odpadu

Díky stále intenzivnějšímu využívání výpočetní techniky je dnes oproti dřívějším dobám obvyklá relativně značná strukturalizace metod, technik a veškerého poznání. Přesto bývá obtížné, zejména díky moderním komunikačním nástrojům, jako je internet, se velice rychle neztratit v informační záplavě, ve změti nespočetného množství nejen relevantních poznatků, ale i neužitečného balastu. Totéž platí i ve vědě. Lze říci, že již dnes lidstvo stojí na pomyslném prahu, kdy se množství dostupných informací může v některých vědních oborech jevit až neúnosnou. Možná by neškodilo při dnešní popularitě různých bioproduktů a ekologických řešení začít třídít odpad nejen fyzický, ale i ten digitální. Stálo by to za úvahu nejen proto, že by se zamezilo vzniku duplicit, totiž že na dvou místech na světě lidé napíší prakticky tutéž práci, aniž by přitom o sobě vůbec věděli, ale snad by se i usnadnila komunikace mezi vědci z různých oborů, jež se orientují pouze ve vlastních tématech a nejsou tak schopni využít potenciálu, který se jim díky globalizované společnosti nabízí. Pevně doufám, že ani tato práce není pouhým balastem, že neformuluji myšlenku, kterou už měl někdo dávno přede mnou. Pokud tomu tak není, mohu se těšit, že mé úsilí nebude vynaloženo nadarmo.

Tento výzkum byl podpořen Grantovou agenturou ČR, projekt č. 402/08/0155.

Použitá literatura

1. KOSCHIN, Felix. 2000. Demografie poprvé. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze. ISBN: 80-245-0125-2.
2. KOSCHIN, Felix. 1992. Vícetavová demografie. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze. ISBN: 80-7079-087-3.
3. MANKIW, N. G. 2003 Macroeconomics. New York: Worth Publishers. ISBN: 0-7167-5237-9
4. RICHARDSON, David. 1993. The optimum population of the United Kingdom. Budapest: Conference of European Society for Population Economics, roč. 7, 1993.

Kontaktní údaje

Ing. Dalibor Nečas

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (+420) 224 095 111

E-mail: xnecd04@vse.cz

OPTIMALIZÁCIA JOB SHOP PROBLÉMU ROZVRHOVANIA POMOCOU ROJENIA ČASTÍC (PSO)

A PARTICLE SWARM OPTIMIZATION ALGORITHM FOR JOB SHOP SCHEDULING PROBLEM

Jana Patakyová, Zuzana Škerlíková, Anna Hollá

Abstrakt

Job shop rozvrhovací problém patrí do skupiny NP – úplných optimalizačných problémov. Cieľom tohto príspevku je použitie optimalizácie rojenia častíc (PSO) pre riešenie job shop rozvrhovacích problémov. Pôvodný PSO algoritmus bol použitý na riešenie spojitých optimalizačných problémov. Vzhľadom na diskretný priestor hľadania rozvrhovacích problémov musíme modifikovať reprezentáciu rojenia častíc, pohyb častíc a rýchlosť pohybu častíc.

KLúčové slová: *job shop, optimalizácia rojenia častíc (PSO), reprezentácia rojenia častíc, pohyb častíc, rýchlosť pohybu častíc*

Abstract

The job shop scheduling problem (JSP) is one of the most NP-complete optimization problems. The aim of this paper is to construct a particle swarm optimization (PSO) for an elaborate job-shop scheduling problem. The original PSO was used to solve continuous optimization problems. Due to the discrete solution spaces of scheduling optimization problems, we have modified the particle position representation, particle movement, and particle velocity.

Keywords: *job shop, particle swarm optimization (PSO), particle position representation, particle movement, and particle velocity*

ÚVOD

Začiatky štúdia problematiky job shop rozvrhovacích problémov sa datujú približne do 50-tych rokov 20-teho storočia. Podnetom bol rozvoj oblastí ako operačný výskum, priemyselné inžinierstvo a manažment, ktoré sa museli efektívne vysporiadať s narastajúcimi nárokmi vo svojom pracovnom prostredí.

Job shop rozvrhovací problém je považovaný za obzvlášť NP – ťažký¹ kombinatorický problém (Garey, Johnson, & Sethi, 1976) a považuje sa za jeden z výpočtovo najzložitejších v matematike. Napr., ak sa náš problém skladá z n úloh, potom každý stroj musí spracovať n operácii, t.j. počet všetkých možných usporiadaní operácii na jednom stroji je $n!$. Ak počet

¹ NP ťažká úloha je úloha, pre ktorú sa doteraz nepodarilo nájsť polynomiálny algoritmus. Nepodarilo sa však ani dokázať, že tento polynomiálny algoritmus neexistuje. Nájdenie takéhoto algoritmu pre jedinú zo stoviek NP – ekvivalentných úloh by znamenalo existenciu polynomiálneho algoritmu pre všetky ostatné. Niekedy sa termín NP-ťažká úloha používa aj pre optimalizačnú verziu NP-úplnej úlohy.

permutácii pre každý stroj je $n!$, potom počet všetkých rozvrhov bude $(n!)^m$. V reálnej praxi je ťažké riešiť optimalizačné problémy alebo niekedy je až nemožné nájsť riešenie v akceptovanom výpočtovom čase. Tieto problémy môžeme riešiť pomocou metaheuristik, napr. genetické algoritmy, rojenie častíc, atď.

1. JOB SHOP SYSTÉM

Job shop systémy (J_m) sú systémy rozvrhovania m operácii, ktoré sú vykonávané na n sériovo radených obslužných objektoch (strojoch) s rovnakým poradím operácií v rámci danej úlohy. Jednotlivé úlohy sú vykonávané ľubovoľným poradím prechodu operácii s cieľom minimalizovať hodnotu nákladovej funkcie f . Prípustným rozvrhom je taký rozvrh, v ktorom sa operácie pre každú úlohu vykonávajú v určenom poradí a kde žiadne dve operácie neobsadzujú ten istý stroj v jednom časovom okamžiku a na žiadnej úlohe sa nevykonávajú dve operácie naraz. Pre job shop problémy platia nasledujúce podmienky (Unčovský, 1991):

- Všetky operácie a všetky obslužné objekty sú k dispozícii od okamihu nula.
- Operácie sú vzájomne nezávislé.
- Doby trvania operácie sú nezávislé na poradí vykonania operácie.
- Jednotlivé operácie nie možné prerušiť.

2. ROJENIE ČASTÍC (PARTICAL SWARM)

Algoritmus patrí medzi tzv. inteligentný swarm (z angl. Swarm intelligence)² a je založený na pozorovaní krdľoch vtákov, húfov rýb alebo roje včiel a dokonca aj ľudského spoločenského správania z ktorej inteligencia vyplýva. Algoritmus sa podobá evolučným technikám, ako sú napr. optimalizácia kolóniou mravcov a genetické algoritmy. Vzťah medzi rojom a časticami je podobný ako medzi populáciou a chromozómami v genetických algoritmoch. V oboch prípadoch ide o samo organizujúce systémy vykazujúce silné kolektívne chovanie. Systém je inicializovaný populáciou náhodných riešení a hľadá optima pre rôzne možnosti generácii. Na rozdiel od genetických algoritmov, rojenie častíc nemá žiadny evolučný operátor na kríženie alebo mutáciu. V tomto algoritme, každá častica populácie má prispôsobiteľnú rýchlosť (zmena pozície), podľa ktorej sa pohybuje v priestore hľadania a pamäť, ktorá si pamätá najlepšiu pozíciu pre daný priestor hľadania. Spoločným prvkom oboch algoritmov je, že obe používajú hodnotu *fitness*.

Pri algoritme rojenia častíc sa potenciálne riešenia nazývajú *častice* (z angl. particles)³. Pozícia častice je ovplyvnená najlepšou pozíciou, ktorú sama navštívila (t.j. vlastné skúsenosti) a od pozície najlepšej častice vo svojom okolí (napr. skúsenosti iných častíc). Ak sa používa menšie okolie, potom algoritmus je *lbest* (local best), t.j. nedochádza medzi jedincami k vzájomnému ovplyvňovaniu. Keď okolie častíc je zložené z celého roja (swarm), potom najlepšia pozícia v celom okolí sa nazýva globálne najlepšia častica a výsledný algoritmus sa nazýva *gbest* (global best). V tomto modeli je zavedené susedstvo, v rámci ktorého sa už jedinci vzájomne ovplyvňujú tak, že jedinci, ktorí patria do tohto susedstva putujú k najväčšiemu možnému extrému, ktorý sa v tomto susedstve nachádza. Výkonnosť jednotlivých častíc (napr. ako blízko je častica od globálneho optima) sa meria použitím *fitness*, ktorá sa líši v závislosti od optimalizačného problému.

² skupina optimalizačných heuristik založených na populácii a interakcií medzi jej jednotlivými členmi

³ <http://www.swarmintelligence.org/index.php> (15.7.2010)

2.1 Pôvodný PSO algoritmus (Particle Swarm Optimisation)

Pôvodný PSO algoritmus je založený na množine (swarm) častíc prechádzajúcich d – dimenzionálnym vyhľadávacím priestorom. Každá častica reprezentuje potenciálne riešenie optimalizačného problému. Predpokladajme, že vyhľadávací priestor je d – dimenzionálny a v ňom existuje ρ častíc v množine (swarm). Každá častica⁴ i je reprezentovaná vektorom pozície \vec{x}_i (i je index častice) a rýchlosť zodpovedajúcemu vektoru \vec{v}_i , kde $i = 1, 2, \dots, \rho$.

Najlepšia osobná pozícia častice i je najlepšia pozícia (t.j. tej častice, ktorej výsledkom je najlepšia hodnota *fitness*) navštívenej častice i v diaľke. Nech f je účelová funkcia, potom najlepšia osobná pozícia častice v čase t je daná nasledovne:

$$p_i(t) = \begin{cases} p_i(t-1) & \text{ak } f(x_i(t)) \geq f(p_i(t-1)) \\ x_i(t) & \text{ak } f(x_i(t)) < f(p_i(t-1)) \end{cases} \quad (2.01)$$

Pre *gbest* je najlepšia častica determinovaná z celého swarmu výberom najlepšej osobnej pozície. Ak pozícia globálne najlepšej častice je označená vektorom \vec{p} , potom

$$p(t) \in \{p_0, p_1, \dots, p_s\} = \min\{f(p_0(t)), f(p_1(t)), \dots, f(p_s(t))\}, \quad (2.02)$$

kde s označuje veľkosť swarmu.

Rýchlosť obnovenia kroku je špecifická pre každú dimenziu $j \in 1, \dots, k_d$, kde v_{ij} reprezentuje j^{th} prvok vektora rýchlosti pohybu i^{th} častice. Potom rýchlosť pohybu častice i je daná vzťahom (Eberhart & Kennedy, 1995):

$$v_{ij}(t) = wv_{ij}(t-1) + c_1r_1(p_{ij}(t-1) - x_{ij}(t-1)) + c_2r_2(p_j^*(t-1) - x_{ij}(t-1)). \quad (2.03)$$

kde: r_1 a r_2 sú náhodne generované čísla s normálnym rozložením v intervale $[0,1]$, c_1 je kongnitívny akceleračný koeficient, c_2 je sociálny akceleračný koeficient (coefficient of the social component), w je váhový faktor (inertia weight), ktorý môže byť počas optimalizácie konštantný alebo sa môže meniť lineárne počas iterácií v intervale od 1 do 0, (dvojica parametrov w_{\max} a w_{\min}). Služi ako spomienka na predchádzajúcu rýchlosť pohybu. Vysoká váha zotrvačnosti uprednostňuje skúmanie, zatiaľ čo malá váha uprednostňuje využívanie klesajúci koeficient zabraňuje osciláciám a zároveň stimuluje časticu ku konvergencii nad nájdeným globálnym minimom. Vhodný výber veľkosti tohto faktora má za následok rovnováhu medzi globálnym a lokálnym prieskumom, t.j. menej iterácií pri hľadaní úspešného riešenia. Tento faktor vypočítame pomocou vzťahu (Xia W. – Wu Z. 2005)

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{iter_{\max}} iter, \quad (2.05)$$

⁴ Častica je členom swarmu (roja). Každá častica reprezentuje potenciálne riešenie daného problému.

kde: w_{\max} je začiatočná hodnota váhového koeficientu, w_{\min} je konečná hodnota váhového koeficientu, $iter_{\max}$ je maximálny počet iterácií, $iter$ je súčasná iterácia.

Nová pozícia je determinovaná súčtom predchádzajúcich pozícií a nová rýchlosť sa zmení podľa vzťahu (2.06).

$$x_{ij}(t) = x_{ij}(t-1) + v_{ij}(t) \quad (2.06)$$

Funkcia fitness: Funkcia, ktorá priradzuje hodnotu každému jedincovi populácie. Tvorí jadro problému optimalizácie, pri ktorej je cieľom nájsť globálny extrém. Je to miera maximalizácie alebo minimalizácie. Fitness sa používa na hodnotenie výkonnosti častíc vo swarne. Je to funkcia, ktorá znázorňuje mieru vhodnosti alebo úspešnosti jedinca a je spravidla zastúpená funkciou $f: S \rightarrow R^+$ (S je množina „uchádzačov“ rozvrhov a R^+ je množina pozitívnych reálnych hodnôt). Najlepšia hodnota funkcie fitness v prípade maximalizačnej úlohy je najvyššia hodnota účelovej funkcie, naopak, v prípade minimalizácie je to najnižšia hodnota fitness (účelovej) funkcie.

2.2 PSO optimalizačný algoritmus pre riešenie job shop rozvrhovacieho problému.

Navrhovaný JSSP/PSO algoritmus používa množinu permutácií, ktoré „nepriamo“ predstavuje riešenie pre JSSP. Problémom PSO algoritmu je, že ho nemôžeme priamo použiť na JSSP. Aby sme mohli implementovať PSO algoritmus, musíme kódovať reprezentáciu alebo použiť pravidlo SPV (Smallest Position Value), ktoré sa používa na výpočet spojitej hodnoty⁵ operácie. Častica sama o sebe nepredstavuje riešenie. SPV pravidlo sa použije na nájdenie prvej permutácie operácie. SPV jednoducho priradí každej dimenzii častíc v kontinuálnom priestore index⁶. Potom postupnosť týchto priradení tvoria dohromady permutácie a vektor opakovania úlohy je determinovaný nasledovným vzťahom:

$$\pi_{ik}^t = \left\lfloor \frac{\varphi_{ik}^t - 1}{n} \right\rfloor + 1$$

kde φ_{ik}^t permutácia operácie v k – tom kroku.

Potom pri každej opakovanej úlohe sa je získa hodnota fitness častice. Po vyhodnotení algoritmu PSO sa pokračuje podľa ďalších krokov.

Kódovanie reprezentácie je veľmi dôležité, keď sa snažíme nájsť riešenie problému v heuristických a metaheuristických algoritmoch. Dôležitou otázkou úspešného implementovania PSO algoritmu na JSSP je vytvorenie efektívneho mechanizmu na „zobrazenie problému“ a „riešenie generácií“. Ak tieto dva mechanizmy sú navrhnuté úspešne, potom je možné nájsť dobré riešenia pre daný optimalizačný problém v akceptovateľnom čase. Zlé kódovanie reprezentácie môže zvýšiť veľkosť oblasti hľadania a spomaliť algoritmus.

⁵ Častice zodpovedajú spojitém hodnotám pre $n \times m$ operácie partikulárnych riešení i pre t^{th} iteráciu.

⁶ Celé číslo

Cheng (1996), Kleeman a Lamont (2007) predstavili taxonómiu evolučných algoritmov reprezentujúcich job – shop rozvrhovací problém. Táto taxonómia platí aj pre rojenie častíc. Tieto reprezentácie môžu byť klasifikované buď priamo, zakódovanými prístupmi alebo nepriamo, kódovanými prístupmi.

Ako treba kódovať rozvrh, aby sme mohli nájsť riešenie? V práci sa zaoberáme kódovaním reprezentácie nepriamo, a to pomocou prioritných pravidiel. Pomocou tejto techniky oblasť hľadania má rozmer veľkosti $(n!)^m$. Sekvencie operácií dostupných strojov sú závislé od rastúceho času spracovania. Ak dva stroje majú rovnaký čas spracovania, potom stroj s nižším indexom má prednosť. Predpokladajme, že všetky stroje majú rozdielnu úroveň priorit, ktoré vykonávajú rovnakú operáciu. Potom pozícia častice môže byť generovaná stochasticky podľa poradia operácii rôznych úloh. Vzhľadom na odlišné priority úrovne zodpovedajúcej rôznym strojom, pozícia častice zodpovedá stroju priradených operácií (Xia, W. – Wu, Z., 2005).

Pomocou jednoduchého príkladu si vysvetlíme tento prístup. Problém sa skladá z troch úloh a štyroch strojov. Ľavá strana tabuľky (2.1) predstavuje pôvodné údaje, vrátane strojov, operácii a času spracovania na rôznych strojoch. Na pravej strane je poradie priorit (t.j. stupeň priority, 1, 2, 3 alebo 4 a musí platiť $1 > 2 > 3 > 4$) strojov zodpovedá každej operácii. Pozícia častice je rad úrovni priorit pridelených strojov podľa poradia operácii. Stochastická pozícia častice je zobrazená na obr. 2.1.

Operácia	Úloha 1		Úloha 2			Úloha 3	
	$O_{1,1}$	$O_{1,2}$	$O_{2,1}$	$O_{2,2}$	$O_{2,3}$	$O_{3,1}$	$O_{3,2}$
Pozícia častice	2	1	3	2	2	4	4
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Stroj	M_1	M_2	M_4	M_2	M_3	M_1	M_3

Obrázok 2.1: Stochastická pozícia častice reprezentácie.

Začiatočná pozícia a začiatočná rýchlosť častice vo swarne je generovaná náhodne. Napr. v tabuľke 3.1 definujeme stupeň priority menej ako 4. Potom stroj, ktorý má vyššiu prioritu ako 4, nemôže vykonávať žiadnu operáciu, napr. stroj M_3 nemôže vykonávať operácie $O_{1,1}$, $O_{1,2}$ a pre stroj M_2 operácie $O_{2,1}$, atď.

		Stroj				Poradie priorit			
		M_1	M_2	M_3	M_4	1	2	3	4
J1	$O_{1,1}$	2	3	4	1	M_4	M_1	M_2	M_3
	$O_{1,2}$	3	1	8	2	M_2	M_4	M_1	M_3
J2	$O_{2,1}$	1	4	1	2	M_2	M_3	M_4	M_2
	$O_{2,2}$	5	3	2	9	M_3	M_2	M_1	M_4
	$O_{2,3}$	3	1	1	4	M_2	M_3	M_1	M_4
J3	$O_{3,1}$	7	6	3	5	M_3	M_4	M_2	M_1
	$O_{1,2}$	4	5	6	2	M_4	M_1	M_2	M_3

Tabuľka 3.1: poradie priorit operácií.

Akým spôsobom teda bude pracovať particle swarm optimalizácia, ak *gbest* každej častice vo swarne môže byť zdieľaná s ostatnými časticami? Každá pozícia častice reprezentuje úroveň priority operácie. Každý kúsok z pozície častice mal by byť celočíselný. Po vyriešení rovníc (2.03) a (2.06) pozícia častice nebude mať celé číslo ale má skutočnú hodnotu (napr. 2,638). Potom musíme túto hodnotu zaokrúhliť na najbližšie celé číslo. Týmto spôsobom môžeme previesť kontinuálny (spojitý) optimalizačný problém na diskretný optimalizačný problém.

ZÁVER

Cieľom príspevku bolo popísať riešenie problému job shop rozvrhovania pomocou rojenia častíc, ktoré patria do skupiny zmiešaných algoritmov. Tieto algoritmy predstavujú zmes deterministických a stochastických postupov. Veľmi často nachádzajú kvalitné riešenia prezentované jedným alebo viacerými extrémami funkcie. Sú označované ako veľmi efektívne, t.j. sú schopné nájsť extrémny skúmaných funkcií niekedy len s použitím relatívne málo iterácií (tvrdenie platí skôr pre jednoduchšie testovacie funkcie). Vďaka stochastickej zložke sú schopné, na rozdiel od deterministických metód, za určitých okolností opustiť lokálne minimum.

Použitá literatúra

1. BREZINA, I. 2003. *Kvantitatívne metódy v logistike*. Bratislava: Vydavateľstvo KONÓM, 2003. 294 s. ISBN 80-225-1735-6.
2. PALÚCH S.: Skripta z teórie rozvrhov, Fakulta riadenia a informatiky Žilinskej univerzity, Žilina, str. 4-5, dostupná na internete: <http://frcatel.fri.uniza.sk/users/paluch/roz1.pdf> (22.7.2010)
3. SHI Y. – EBERHART R. 1998. Parameter selection in particle swarm optimization, *Lecture Notes In Computer Science, Proceedings of the 7th International Conference on Evolutionary Programming VII* [online]. 1998, vol. 1447, p. 591 – 600 [cit. 2010-02-08]. Dostupné na inter-nete: http://www.engr.iupui.edu/~shi/PSO/Paper/EP98/psof6/ep98_pso.html. ISBN:3-540-64891-7
4. TASGETIREN M.F. 2006 A Particle Swarm Optimization and Differential Evolution Algorithms for Job Shop Scheduling Problem In. *International Journal of Operations Research* [online]. 2006 vol. 3, no. 2, p. 120-135 [cit. 2010-12-08]. Dostupné na internete: http://www.orstw.org.tw/IJOR/vol3no2/Paper-5-IJOR-Vol3_2-Mehmet%20Sevкли_OK.pdf
5. UNČOVSKÝ, L. 1985. *Operačná analýza v riadení podnikov*. 1.vyd. Bratislava: ALFA, 1985. 448s.
6. XIA W. – WU Z. 2005. An effective hybrid optimization approach for multi-objective flexible job-shop scheduling problems In. *Computers and Industrial Engineering* [online]. 2005 vol. 48, no. 2 , p. 409 - 425 [cit. 2010-02-08]. Dostupné na internete: http://research.bilalgonen.com/ppr/An_effective_hybrid_optimization_approach_for_multi-objective_flexible_job-shop_scheduling_problems.pdf. ISSN:0360-8352

Kontaktné údaje

Ing. Jana Patakyová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava, Tel: (421 2) 67 295 824, email: jana.pataky@gmail.com

Ing. Zuzana Škerliková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava, Tel: (421 2) 67 295 824, email: zuzana.skerlikova@gmail.com

Ing. Anna Hollá, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava, Tel: (421 2) 67 295 824, email: annaholla@gmail.com

ROVNOMERNOSŤ VYŤAŽENIA UMIESTNENÝCH OBSLUŽNÝCH CENTIER

PROPORTIONAL LOAD OF LOCATED SERVICE FACILITIES

Juraj Pekár, Ivan Brezina, Zuzana Čičková

Abstrakt

Rovnomernosť vyťaženia umiestnených obslužných centier možno využiť pri riešení špecifických lokačných úloh nájdenia minimálnej vzdialenosti pri stanovenom počte obslužných centier ako druhotné kritérium. Na riešenie sú potom používané metódy na riešenie úloh viackriteriálneho programovania.

KLúčové slová: lokačné úlohy, lokácia obslužných centier, viackriteriálne programovanie

Abstract

This paper presents the approach for solution locations problems with proportional load of service facilities. For this problem can be used specific locational task of finding the minimum distance for set service facilities as a secondary criterion. For solving are used multicriteria programming methods.

Keywords: location problems, location service facilities, multicriteria programming

ÚVOD

Pri riešení špecifických lokačných úloh nájdenia minimálnej vzdialenosti pri stanovenom počte obslužných centier sú umiestňované obslužné centrá zvyčajne na základe jediného kritéria, ktoré neberie do úvahy ďalšie požiadavky, napr. množstvo požiadaviek v jednotlivých oblastiach. Táto skutočnosť však môže spôsobiť nadbytočné zriadenie obslužných centier v oblastiach s nízkym dopytom. Uvedenú situáciu umožňuje odstrániť uplatnenie ďalšieho kritéria zohľadňujúce rovnomernosť zaťaženia jednotlivých obslužných centier.

1. FORMULÁCIA ÚLOHY

Uvažujme s možnosťou zriadenia m obslužných centier pre n lokalít (uzlov). Zaťaženie i -tého obslužného centra možno vypočítať zo vzťahu $\sum_{j=1}^n b_j y_{ij}$, kde binárna premenná y_{ij} nadobúda hodnotu 1 v prípade, že dopyt j -tého uzla je zabezpečený i -tým obslužným centrom a hodnota parametra b_j reprezentuje hodnotu dopytu j -tého uzla. Ak predpokladáme, že pm reprezentuje priemerný dopyt uzlov určený vzťahom $pm = \frac{dm}{p}$, kde dm je celkový dopyt uzlov a p počet obslužných centier, rozdiel hodnôt zaťaženia obslužného centra a priemerného dopytu uzlov vyjadruje, ako je dané obslužné centrum zaťažené oproti

požadovanej hodnote. Štruktúrne ohraničenie, ktoré zabezpečí nadobudnutie odchýlok od požadovanej hodnoty pre odchýlkové premenné, možno potom zapísať:

$$\left(\left(\sum_{j=1}^n b_j y_{ij} \right) - pm \cdot ro_i^+ + pm \cdot ro_i^- - pm \right) x_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

kde ro_i^+ – percentuálny nadbytok dopytu v i -tom obslužnom centre,

ro_i^- – percentuálny deficit dopytu v i -tom obslužnom centre.

Násobenie premennou x_i (v prípade nadobudnutia hodnoty 1 sa obslužné centrum zriadi) zabezpečí, aby hodnoty rozdielu nadobudli iba odchýlkové premenné pre uzly, v ktorých je vybudované obslužné centrum. Účelovú funkciu vyjadrujúcu priemernú percentuálnu odchýlku od požadovanej hodnoty možno zapísať:

$$f_1(\mathbf{ro}) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n ro_i^+ + ro_i^- \rightarrow \min$$

Zápis úlohy viackriteriálneho programovania vychádza z úlohy nájdenia minimálnej vzdialenosti pri stanovenom počte obslužných centier, ktorá je rozšírená o uvedené štruktúrne ohraničenie a účelovú funkciu. Potom možno úlohu formulovať nasledujúcim spôsobom:

$$f_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{ro}) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n ro_i^+ + ro_i^- \rightarrow \min$$

$$f_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}, z) = z \rightarrow \min$$

$$\left(\left(\sum_{j=1}^n b_j y_{ij} \right) - pm \cdot ro_i^+ + pm \cdot ro_i^- - pm \right) x_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$y_{ij} - x_i \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = p$$

$$\sum_{i=1}^n d_{ij} y_{ij} - z \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_j, y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$z, ro_i^+, ro_i^- \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2. RIEŠENIE PROBLÉMU

Predpokladajme, že rozhodovateľ stanovil hodnoty váh $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$ pre obidve kritériá. Pri riešení využijeme metódy cieľového programovania, pričom rozhodovateľ stanoví cieľové hodnoty pre prvé kritérium – priemernú percentuálnu odchýlku dopytu v obslužných centrách a druhé kritérium – maximálnu vzdialenosť medzi uzlom a obslužným centrom, ktorú rieši použitím percentuálnych odchýlkových premenných. Prvé kritérium je konštruované použitím odchýlkových premenných, t. j. pri riešení pomocou metód cieľového programovania budú okrem odchýlkových premenných slúžiacich na agregáciu účelových

funkcií použité aj odchýlkové premenné vyjadrujúce percentuálnu odchýlku od požadovanej hodnoty dopytu v obslužnom centre.

Použitie L_1 - metriky

V ďalšej časti formulujeme uvedenú úlohu použitím váženej L_1 -metriky a váženej L_∞ -metriky. Ak použijeme váženú L_1 -metriku, uvedenú úlohu formulujeme ako úlohu matematického programovania nasledujúcim spôsobom:

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, z, \mathbf{ro}, \mathbf{o}) &= \lambda_1 o_1^+ + \lambda_2 o_2^+ \rightarrow \min \\
 \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n ro_i^+ + ro_i^- - y_1^0 o_1^+ &\leq y_1^0 \\
 z - y_2^0 o_2^+ &\leq y_2^0 \\
 \left(\left(\sum_{j=1}^n b_j y_{ij} \right) - pm \cdot ro_i^+ + pm \cdot ro_i^- - pm \right) x_i &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{i=1}^n y_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 y_{ij} - x_i &\leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{i=1}^n x_i &= p \\
 \sum_{i=1}^n d_{ij} y_{ij} - z &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 x_j, y_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
 z, ro_i^+, ro_i^-, o_1^+, o_2^+ &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

Výber uzlov, v ktorých budú zriadené obslužné centrá, je riešením uvedenej úlohy pri stanovenej úrovni cieľovej hodnoty odchýlky od rovnomerného rozloženia dopytu medzi jednotlivé obslužné centrá a odchýlky od požadovanej maximálnej vzdialenosti medzi uzlom a obslužným centrom. Problémom pri riešení úlohy je nelineárnosť štruktúrnych ohraničení zabezpečujúcich nadobudnutie hodnôt odchýlok od priemernej hodnoty počtu požiadaviek na jedno obslužné centrum. Uvedený jav spôsobuje, že sa zvyšuje náročnosť výpočtu riešenia danej úlohy.

Pri riešení úlohy umiestnenia obslužných centier pomocou kritérií minimálnej vzdialenosti a rovnomernosti vyťaženia centier použitím váženej L_1 -metriky pomocou programu GAMS sme použili Solver RMINLP určený na riešenie úloh zmiešaného celočíselného nelineárneho programovania. Zdrojový kód pre program GAMS je nasledujúci:

```

Sets
i /1*n/
alias (i,j);
Scalar p /p/
pm /pm/
l1 /l1/
l2 /l2/
c1 /c1/
c2 /c2/;
Parameters b(j);
Table d(i,j);
Variables f;
Binary variable y;
Binary variable x;
Positive variable z
ro1
ro2
o1
o2;
Equations
uf
plate
sieste
siedme(i)
prve(j)
druhe(i,j)
tretie
stvrte(j);
uf..f=e=l1*o1+l2*o2;
plate.. z-c1*o1=l=c1;
sieste.. sum(i,ro1(i)+ro2(i))/p-c2*o2=l=c2;
siedme(i).. x(i)*(sum(j,b(j))*y(i,j))-pm*ro1(i) + pm*ro2(i) -pm)=e=0;
prve(j).. sum(i,y(i,j))=e=1;
druhe(i,j).. y(i,j)-x(i)=l=0;
tretie.. sum(i,x(i))=e=p;
stvrte(j).. sum(i,d(i,j))*y(i,j))-z=l=0;
Model CP3L1 /all/;
solve CP3L1 using rminlp minimizing f;

```

Použitie L_∞ - metriky

V prípade dosiahnutia riešenia, ktoré zabezpečí vyrovnanosť odchýlok jednotlivých kritérií, možno použiť váženú L_∞ -metriku. Pri jej použití formulujeme uvedenú úlohu ako úlohu matematického programovania nasledujúcim spôsobom:

$$\begin{aligned}
& f(\mathbf{x}, \mathbf{y}, z, \mathbf{ro}, \alpha) = \alpha \rightarrow \min \\
& \frac{1}{p} \sum_{i=1}^n ro_i^+ + ro_i^- - \frac{y_1^0}{\lambda_1} \alpha \leq y_1^0 \\
& z - \frac{y_2^0}{\lambda_2} \alpha \leq y_2^0 \\
& \left(\left(\sum_{j=1}^n b_j y_{ij} \right) - pm \cdot ro_i^+ + pm \cdot ro_i^- - pm \right) x_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^n y_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
& y_{ij} - x_i \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^n x_i = p \\
& \sum_{i=1}^n d_{ij} y_{ij} - z \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
& x_j, y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
& z, ro_i^+, ro_i^-, \alpha \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

Zdrojový kód pre program GAMS na riešenie úlohy umiestnenia obslužných centier pomocou kritérií minimálnej vzdialenosti a rovnomernosti vyťaženia centier použitím váženej L_∞ -metriky:

```

Sets
i /1*n/
alias (i,j);
Scalar p /p/
pm /pm/
l1 /l1/
l2 /l2/
c1 /c1/
c2 /c2/;
Parameters b(j);
Table d(i,j);
Variables f;
Binary variable y;
Binary variable x;
Positive variable z
ro1
ro2
alfa;
Equations uf
piate
sieste
siedme(i)
prve(j)
druhe(i,j)
tretie
stvrte(j);
uf..f=e=alfa;
piate.. z-c1*alfa/l1=l=c1;
sieste.. sum(i,ro1(i)+ro2(i))/p-c2*alfa/l2=l=c2;
siedme(i).. x(i)*(sum(j,b(j)*y(i,j))-pm*ro1(i) + pm*ro2(i) -pm)=e=0;
prve(j).. sum(i,y(i,j))=e=1;
druhe(i,j).. y(i,j)-x(i)=l=0;
tretie.. sum(i,x(i))=e=p;
stvrte(j).. sum(i,d(i,j)*y(i,j))-z=l=0;
Model CP3Lnek /all/;
solve CP3Lnek using rminlp minimizing f;

```

ZÁVER

V tejto úlohe riešime problematiku, kde kritérium minimálnej vzdialenosti neberie do úvahy dopyt jednotlivých uzlov, pričom spôsob eliminácie uvedeného javu realizujeme pomocou kritéria rovnomernosti vytťaženia obslužných centier. Toto kritérium sa snaží lokalizovať obslužné centrá tak, aby zabezpečovali dopyt v rovnakej výške. Ako sme už uviedli, pri danej úlohe nastáva problém s jej riešiteľnosťou, nakoľko sme ju formulovali ako úlohu nelineárneho programovania.

Použitá literatúra:

1. BREZINA, I., ČIČKOVÁ, Z., GEŽÍK, P., PEKÁR, J (2009).: Modelovanie reverznej logistiky - optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009.
2. COHON, J. L. 2004. *Multiobjective programming and planning*. New York : Academic Press, 2004, p. 352, ISBN 0-486-43263-7.
3. IVANIČOVÁ , Z., BREZINA, I., PEKÁR, J. (2002): Operačný výskum. Bratislava : Iura Edition, 2002.
4. MLYNAROVÍČ, V. 1998. *Modely a metódy viackriteriálneho rozhodovania*. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 1998. 233 s. ISBN 80-225-0985-X.
5. STEUER, R. E. 1986. *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. New York : JOHN WILEY and SONS, 1986. ISBN 047188846X.

Kontaktné údaje

Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 826

email: pekar@euba.sk

doc. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 821

email: brezina@euba.sk

Ing. Zuzana Čičková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 820

email: cickova@euba.sk

SIMULAČNÉ METÓDY A ICH VYUŽITIE V PODNIKOVÝCH PROCESOCH

SIMULATION METHODS AND THEIR USE IN BUSINESS PROCESSES

Ing. Peter Princ

Abstrakt

V tomto článku sa zameriavam na možnosti využitia simulačných metód pri analýze podnikových procesov. Samotná aplikácia simulačných metód na podnikový proces je ukázaná pomocou modelu systému podpory IT vybranej bankovej spoločnosti. Model je vytvorený v programe Simul8.

Kľúčové slová: simulačné metódy, podnikový proces, Simul8

Abstract

This paper is focused on the possibility of using simulation methods for the analysis of business processes. The application of simulation methods for business processes is shown on the model of IT support system in selected bank. The model is created in Simul8.

Keywords: simulation methods, business process, Simul8

1 Úvod

Podnikové procesy sú v poslednej dobe považované za kľúč k prežitiu na trhu. Simulácia podnikových procesov vytvára pridanú hodnotu v pochopení, analýze a návrhu procesu s jeho dynamickými aspektami. To prispieva k podpore rozhodovania pri odhade budúcich zmien v procese a k pochopeniu procesu. V súčasnosti má rozhodovateľ k dispozícii oveľa viac možností ako pred pár rokmi, pretože tým, ako sa vyvíja veda a technika, tak sa do popredia dostávajú mnohé nové možnosti ako sa rozhodovať tak, aby naše rozhodnutie bolo čo najlepšie. Dôraz kladený na výsledok rozhodovacieho procesu prechádza postupne od najvyššieho stupňa riadenia aj na ďalšie, nižšie hierarchicky postavené centrá rozhodovacieho procesu. Za jeden z možných nástrojov pri rozhodovaní sa v podniku považujeme simulačné metódy, ktoré sú už aj u nás, čím viac, tým častejšie vyhľadávané a používané.

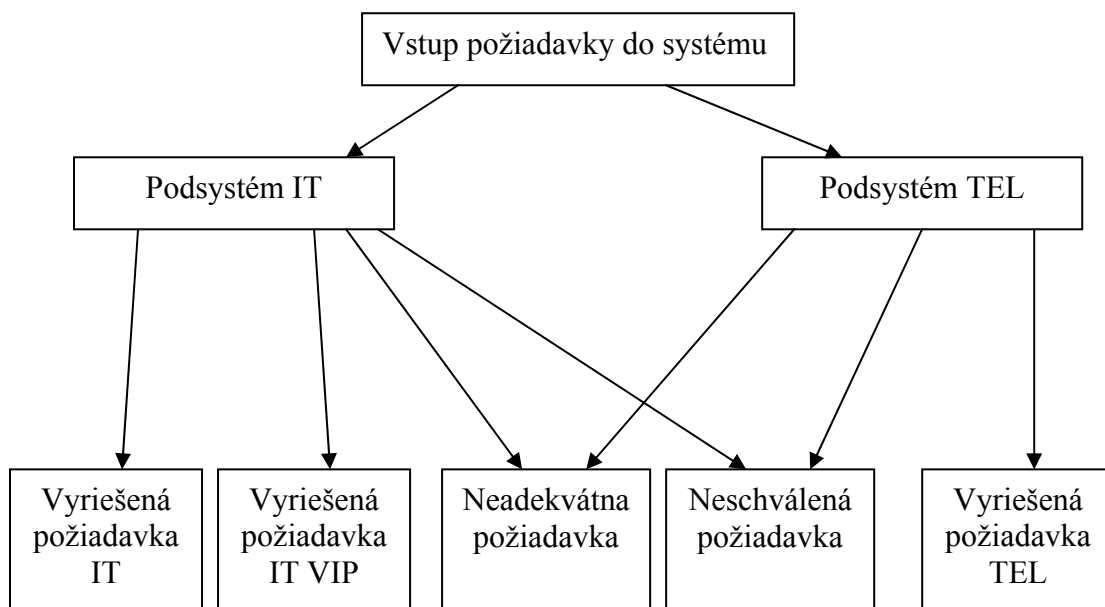
2 Charakteristika vybraného procesu

Vyššie uvedené predpoklady sú aplikované na podnikový proces banky pôsobiacej na slovenskom trhu. Jedná sa o proces prechodu požiadavky systémom podpory a prevádzky IT, ktorý má dva podsystémy: podporu výpočtovej techniky - IT a podporu telekomunikačných zariadení - TEL. Údaje (frekvencia príchodu požiadavky do systému, čas strávený požiadavkou na jednotlivom pracovisku atď.), s ktorými sa pracuje pri samotnej simulácii boli získané priamo z informačného systému banky a z expertných odhadov vedúceho pracovníka oddelenia podpory a prevádzky IT. Štruktúra podnikového procesu predstavuje jednotlivé

prvky procesu, ktorými prechádza entita procesu, v tomto prípade požiadavka vložená do informačného systému podniku, tzv. Service desk.

Na modelovanie procesu bol využitý simulačný program Simul8, ktorý predstavuje jednoduchý a prehľadný aplikačný balík vhodný na simuláciu podnikových procesov. Umožňuje nám zobrazit' všetky zmeny, ktoré môžu nastať počas experimentovania s modelom a poskytuje nám všetky základné štatistiky na dôkladnú analýzu skúmaného procesu. Význam takejto simulácii tkvie nielen v možnosti analyzovať systém pri záťažových situáciách, ako sú situácie spôsobené náhlym zvýšením počtu požiadaviek v systéme, znížením počtu pracovníkov zúčastnených na riešení požiadavky v dôsledku ochorenia či skúmanie vplyvu prijatia nového pracovníka na zmeny v rýchlosti riešenia požiadaviek, ale aj v hlbšom pochopení systému ako celku a jeho vplyvu na chod banky ako takej.

V prvotnom štádiu procesu je požiadavka vytvorená pomocou dotazníka v aplikácii Service desk. Požiadavka môže nadobúdať tieto atribúty: charakter (zadaná, neadekvátna, schválená, neschválená, nemusela prejsť schvaľovaním), kontrola (OK, zle vyriešená), oddelenie (IT, TEL), pracovník (1, 2, 3, 4, 5), priorita požiadavky (1, 2, 3, 4), priorita zle vyriešenej požiadavky (0,1), a stav vyriešenosti (vyriešená, nevyriešená). Schému, ktorá nám zobrazuje konečné stavy každej požiadavky môžeme vidieť na obrázku 1.



Obrázok 1. Schéma konečných stavov požiadavky v systéme

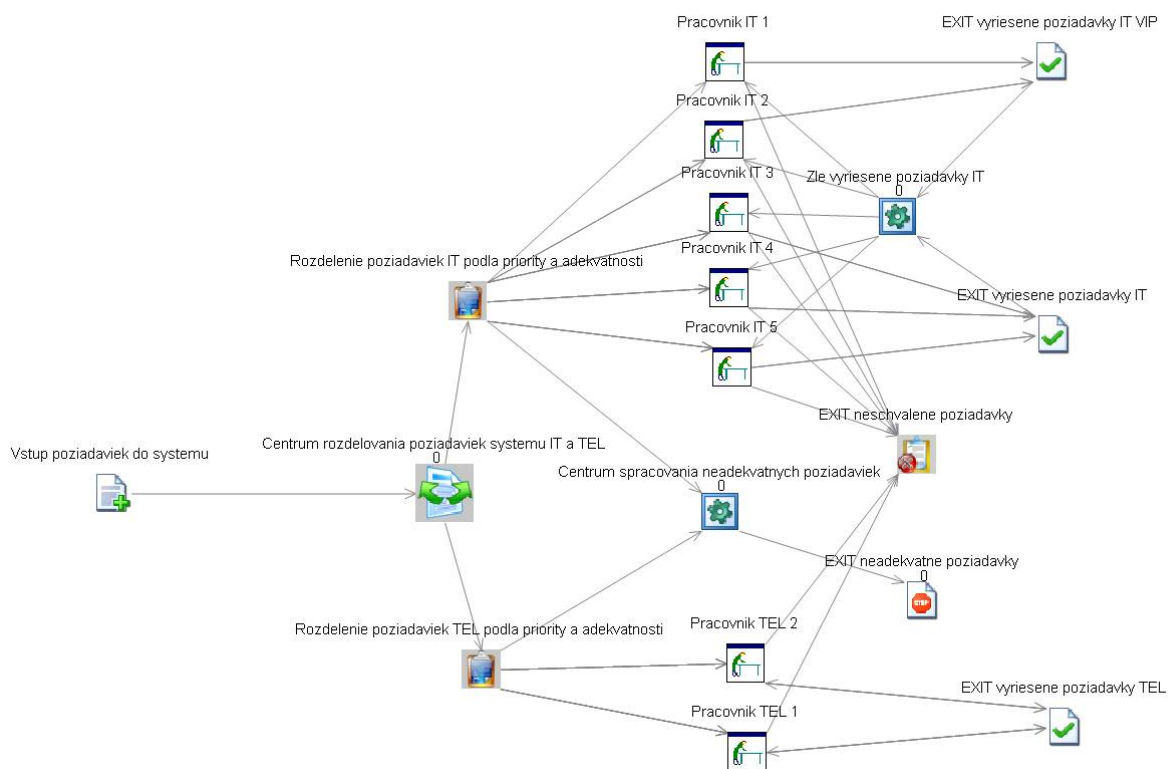
3 Modelovanie vybraného procesu

Pomocou schémy na obrázku 2 je možné popísať cestu, ktorou prechádza požiadavka v systéme. Z dôvodu väčšej prehľadnosti boli využité možnosti hierarchického modelovania v programe Simul8.

Každá požiadavka prechádza procesom rozdeľovania požiadaviek v centre rozdeľovania požiadaviek systému IT a TEL na požiadavky typu IT a požiadavky typu TEL. Požiadavky

typu IT sú požiadavky týkajúce sa opravy, nahradenia, vyradenia hardvérovej časti výpočtovej techniky alebo inštalácie softvérovej časti. Požiadavky typu TEL sú požiadavky na zapojenie telefónneho prístroja, na prenesenie čísla používateľa pri preradení používateľa na iné pracovné miesto, požiadavky na výmenu telefónneho prístroja a iné.

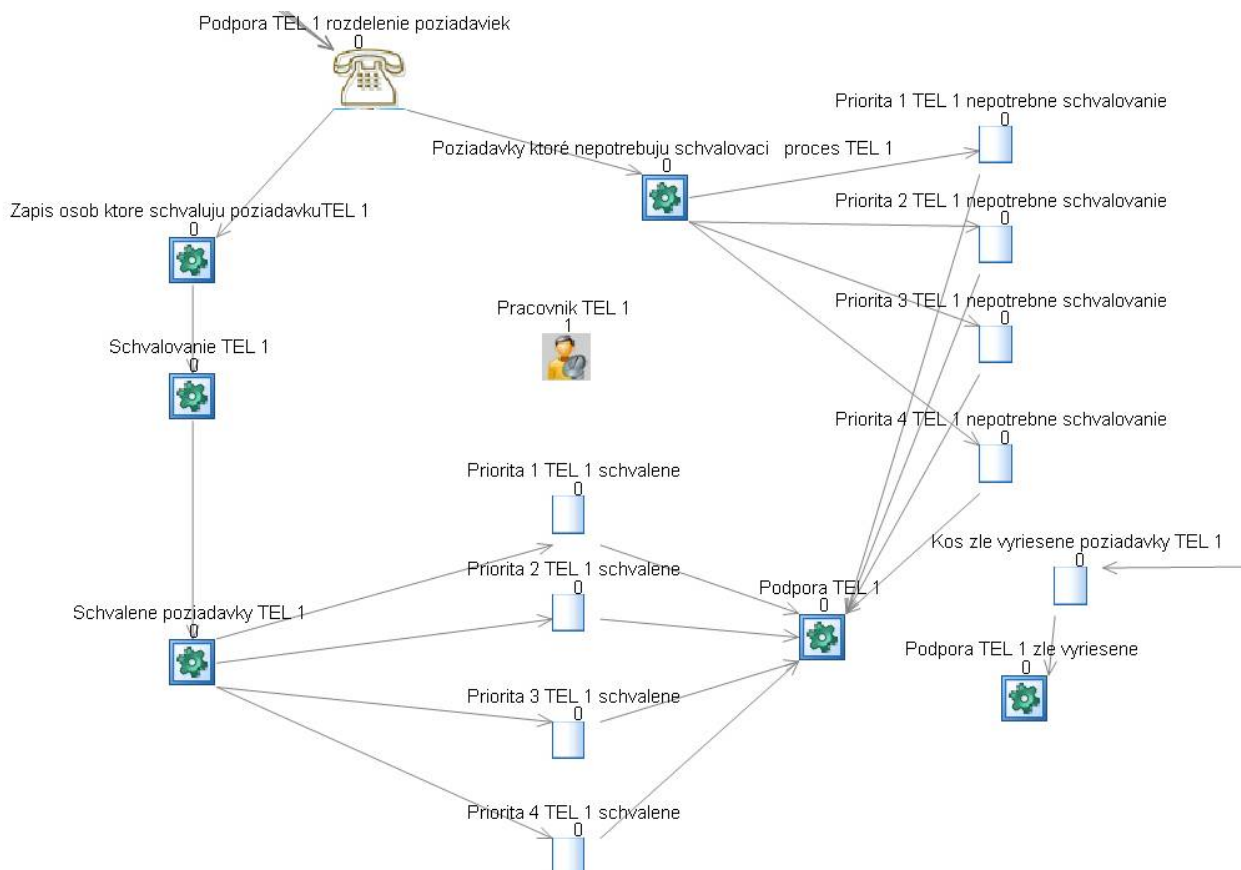
Zaoberajme sa ďalej prúdom požiadaviek podsystemu TEL. Požiadavka po rozdelení postupuje do Centra rozdelenia adekvátnych a neadekvátnych požiadaviek TEL, ktoré je riadené vedúcim pracovníkom. Ten po prezretí požiadavky rozhodne, či je adekvátna. Pokiaľ je požiadavka uznaná ako neadekvátna, prechádza centrom spracovania neadekvátnych požiadaviek. Z centra potom požiadavka odchádza do výstupu zo systému EXIT neadekvátne požiadavky. Ďalším problémom, ktorý musíme vyriešiť, je rozdelenie požiadaviek podľa ich priorit, pretože každá požiadavka s danou prioritou musí byť vyriešená do iného časového ohraničenia. Preto za centrom rozdelenia adekvátnych a neadekvátnych požiadaviek nasleduje na obidvoch stranách centrum zamerané na rozdelenie požiadaviek podľa stupňa ich priority. Vzhľadom na fakt, že ešte v tomto štádiu procesu, môžu byť požiadavky preradené do iného stupňa priority, už nie je daný rozdeľovací systém riadený softvérovo, ale má ho na starosti riadiaci pracovník oddelenia podpory IT a TEL, ktorý na základe svojich pracovných skúseností prevádza takéto úpravy. Obdobné nastavenia ako pre centrum rozdeľovania požiadaviek sme použili aj pre centrum rozdeľovania požiadaviek TEL.



Obrázok 2. Schéma prechodu požiadavky systémom

Bližšie si teraz rozoberme proces riešenia požiadaviek na pracovisku, ktoré je zachytené pomocou schémy na obrázku 3, a ktorý je spojený v niektorých prípadoch aj so schvaľovacím procesom požiadaviek. Začneme skupinou TEL, ktorá pozostáva z dvoch pracovníkov. Pracovníci si z úložiska požiadaviek vyberú požiadavku vždy s tou najvyššou prioritou, aká sa

aktuálne nachádza v množine úložísk. Požiadavky nevyžadujúce schvaľovací proces sú potom ďalej smerované do príslušného centra požiadaviek. Požiadavky, ktoré musia prejsť schvaľovacím procesom sú najskôr smerované do centra, v ktorom pracovník zapisuje osoby, ktoré schvaľujú danú požiadavku. Potom nasleduje centrum, v ktorom sa požiadavky delia na tie, ktoré boli schválené a na tie ktoré neboli schválené. Požiadavky, ktoré neboli schválené odchádzajú do centra určeného na spracovanie neschválených požiadaviek. Schválené požiadavky odchádzajú do centra schválených požiadaviek, z ktorého sú ďalej smerované do úložísk podľa priority. Najdôležitejšou časťou každého pracoviska je centrum samotnej podpory. Smerovanie do tohto pracoviska je zabezpečené z úložísk podľa priority, pričom požiadavky v stave schválené majú prednosť pred požiadavkami ktoré nemuseli prejsť schvaľovaním. Vyriešená požiadavka smeruje ďalej do centra kontroly podpory TEL, ktoré je riadené vedúcim pracovníkom, ktorý rozhodne o tom, či bola konkrétna požiadavka vyriešená dostatočne alebo nie. Správne vyriešené požiadavky odchádzajú do výstupu zo systému EXIT vyriešené požiadavky. Zle vyriešené požiadavky odchádzajú do príslušného centra, z ktorého sú smerované ku pracovníkovi, ktorý riešil danú požiadavku. V centre podpory TEL zle vyriešených požiadaviek prebieha oprava zle vyriešenej požiadavky. Pracovník sa musí najskôr venovať požiadavke v tomto centre a až potom sa môže venovať požiadavkám v centre rozdeľovania požiadaviek na vyžadujúce a nevyžadujúce schvaľovací proces, v centre zápisu osôb schvaľujúcich danú požiadavku a v centre samotnej podpory.



Obrázok 3. Schéma pracoviska

Požiadavka je potom smerovaná do centra kontroly požiadaviek poslaných na preriešenie TEL. Odtiaľto nakoniec požiadavka smeruje do výstupu Exit vyriešených požiadaviek TEL. Obdobný myšlienkový prístup pri začlení schvaľovacieho procesu do riešenia požiadaviek bol využitý aj pri jednotlivých nastaveniach riešenia požiadaviek v systéme podpory IT. Pripomeňme si však teraz niektoré odlišnosti pri modelovaní tohto podsystemu, v ktorom pracuje 5 pracovníkov. Prvou odlišnosťou je, že dvaja pracovníci sústreďujú svoju činnosť na riešenie požiadaviek pre VIP klientov, ktorým je automaticky priradená najvyššia priorita, z toho jeden sa venuje len úložisku so štvrtým stupňom priority a druhý sa venuje úložisku so stupňom priority 4 a 3, pričom sa prednostne venuje požiadavkám s prioritou 4. Druhú časť oddelenia predstavujú 3 pracovníci venujúci sa požiadavkám s prioritou 3, 2, 1. Čo sa týka nastavenia prúdov deliacich požiadavky na nepožadujúce schvaľovací proces a požiadavky s nutným schvaľovacím procesom, požiadavky schválené a neschválené, prioritizovanie pracovných síl, a kontrolu vyriešenia požiadaviek, zostáva zachovaný pomer a nastavenia ako na oddelení TEL.

Na takto zostavenom modeli ďalej prebehla analýza, ktorá vychádzala z požiadavky manažmentu podpory IT, ktorou bolo overenie a zhodnotenie možnosti zamestnania nového pracovníka na pracovisko podpory IT. Pomocou experimentovania s modelom sme dospeli k stanovisku, že zaradenie nového pracovníka na toto pracovisko by prispelo k zlepšeniu činnosti samotného systému. Ďalšou požiadavkou manažmentu bola otázka špecializácie sa vybraných pracovníkov podpory IT na požiadavky s vyššou prioritou, ktorá nebola jednoznačne pomocou modelu podporená. Poslednou analýzou, ktorá bola na modeli vykonaná, bola analýza systému pri zvýšenom zaťažení systému požiadavkami s rôznymi charakteristikami. Pri tejto analýze boli za parametre modelu dosadené expertné odhady manažmentu a výsledky boli ďalej zohľadnené v stratégii ďalšieho rozvoja systému a pri riešení personálnej politiky oddelenia podpory a prevádzky IT.

4 Záver

V tomto článku som naznačil možnosti využitia simulačných modelov pri efektívnom riadení podnikových procesov, pričom sme sa zamerali na konkrétny podnikový proces spracovania a riešenia požiadaviek v systéme podpory informačných technológií. Simulácia bola uskutočnená pomocou reálnych údajov z informačného systému banky pôsobiacej na slovenskom trhu. Na modelovanie procesu bol aplikovaný simulačný program Simul8, ktorý je svojou jednoduchosťou a prehľadnosťou vhodný na simuláciu podnikových procesov. Pomocou záťažových testov aplikovaných na simulačný model boli odskúšané rôzne možné stavy systému. Týmto sa poodhalili nové skutočnosti a mohli byť pripravené nové stratégie odozvy na tieto stavy. Takéto postupy by mohli byť použité aj pri modelovaní iných systémov v podobných inštitúciách.

Použitá literatúra

1. PRINC, P.2010. Využitie simulačných metód v podnikovom procese. Bratislava, 2010.
2. BANKS, J. *Discrete event simulation*. New Jersey: Prentice-Hall, 2000.
3. DLOUHÝ, M., FÁBRY, J., KUNCOVÁ, M., HLADÍK, T. *Simulace podnikových procesů*. Brno: Computer Press, 2007. 199s. ISBN 978-80-251-1649-4.

Kontaktné údaje

Ing. Peter Princ

Katedra ekonometrie

Fakulta informatiky a statistiky

VŠE v Praze

Tel: +420 224 09 5445

email: xprip00@vse.cz

HISTÓRIA ÚLOHY OBCHODNÉHO CESTUJÚCEHO

THE HISTORY OF TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

Zuzana Škerlíková, Jana Patakyová

Abstrakt

S problematikou optimalizácie sa stretávame neustále. Je predmetom rôznych matematických formulácií, publikácií a výskumu. Úloha obchodného cestujúceho, ktorá je optimalizačnou úlohou, je zrejme aj najznámejšou z nich. Je to aj vďaka nesmiernemu počtu praktických aplikácií, ktoré táto pomerne jednoduchá, ale pritom nesmierne zložitá úloha ponúka. Je jedným z najviac študovaných problémov výpočtovej matematiky. V tomto článku sa venujeme histórii tejto problematiky z dôvodu, že na Slovensku nie je mnoho dostupnej kompletne spracovanej literatúry s touto problematikou.

***KLúčové slová:** úloha obchodného cestujúceho, dynamické programovanie, okružné cesty*

Abstract

We encounter constantly with the optimization problems. It is an object to various mathematical formulations, researches and publications. The travelling salesman problem (TSP) which is also an optimization problem, is probably the best known of all of them. It is also because of the enormous number of practical applications which this relatively simple, but still an extremely difficult task offers. The travelling salesman problem is one of the most intensively studied problems in computational mathematics. We will look at the history problem of this issue in the article on the grounds that in Slovakia there is not much available consistent literature on this issue.

***Key words:** travelling salesman problem, dynamic programming, round trips*

ÚVOD

Na začiatok by bolo vhodné si definovať úlohu obchodného cestujúceho. Nech je daných N miest a nech je možné dostať sa z každého mesta do všetkých ostatných (buď priamo alebo cez niektoré iné mesto). Nech je každá cesta medzi dvomi navzájom prepojenými mestami ohodnotená číslom, ktoré môže vyjadrovať vzdialenosť, cenu, čas atď.

Cieľom obchodného cestujúceho je vybrať sa z mesta, v ktorom sa práve nachádza, navštíviť každé mesto práve raz a vrátiť sa do počiatočného mesta. Pritom sa snaží túto cestu absolvovať tak, aby precestoval čo najmenšiu vzdialenosť, zaplatil čo najmenej peňazí a podobne.

Jednoduchosť definovania problému je ale klamlivá. Táto úloha je jednou zo siedmich najštudovanejších problémov v oblasti výpočtovej matematiky a aj napriek tomu nie je nájdené žiadne účinné riešenie známou metódou pre všeobecný prípad.

1. POČIATKY ÚLOHY OBCHODNÉHO CESTUJÚCEHO

Problém obchodného cestujúceho sa datuje do 19. storočia, kedy sa ním zaoberal írsky matematik, fyzik a astronóm Sir William Rowan Hamilton (4. august 1805 – 2. september 1865) a britský matematik Thomas Penyngton Kirkman (31. marec 1806 – 3. február 1895). O Williamovi Hamiltonovi sa jeho vtedajší profesor biskup Dr. John Brinkley v r. 1823 vyjadril takto: „*Tento mladý muž, a nehovorím, že bude, ale už je, prvým matematikom svojho veku.*“

Na druhej strane, Thomas Kirkman bol dôležitým vkladateľom teórie skupín v angličtine. Teraz si ho mnohí pamätajú podľa kombinatorickej úlohy, ktorá nesie jeho meno „Kirkman's schoolgirl problem“ (Kirkmanov problém školáčky). Úloha spočíva v tomto zadani: 15 mladých diečat chodia do školy v trojici za sebou po dobu siedmich dní. Úlohou je nájsť také riešenie, aby žiadne dve nešli v túto určenú dobu vedľa seba. V nasledujúcej tabuľke je jeden zo siedmich možných spôsobov riešenia tohoto problému:

Sun	ABC	DEF	GHI	JKL	MNO
Mon	ADH	BEK	CIO	FLN	GJM
Tue	AEM	BHN	CGK	DIL	FJO
Wed	AFI	BLO	CHJ	DKM	EGN
Thu	AGL	BDJ	CFM	EHO	IKN
Fri	AJN	BIM	CEL	DOG	FHK
Sat	AKO	BFG	CDN	EIJ	HLM

Tab. č. 1.: Riešenie Kirmanovho problému školáčok¹

2. 20.-TE STOROČIE

V 20-tych rokoch 20. storočia sa Karl Menger (13. január 1902 - 5. október 1985) zaoberal problémom poslania správ. Na konferencii Matematického kolokvia 5. februára 1930 predstavil „*Das Botenproblem*“, predchodcu problému obchodného cestujúceho, a vniesol do povedomia otázku o lepšom algoritme:

¹) zdroj: <http://mathworld.wolfram.com/KirkmansSchoolgirlProblem.html> k dňu 25.11.2010

„Samozrejme, tento problém je riešiteľný pri konečnom počte pokusov. Avšak pravidlá, ktoré znížia počet pokusov oproti počtu permutácii doteraz nie sú známe.“²

Podobne sa vyjadril aj Ghosh v roku 1949. Podotkol, že problém nájdenia najkratšej okružnej cesty pre n náhodných miest na mape je zložitý:

„Po vymedzení si n náhodných bodov na mape určitého regiónu, je veľmi zložitý nájsť aktuálnu najkratšiu trasu spájajúcu všetky body, ak nie je n dostatočne malé, čo je však zriedkavý prípad tohto rozsiahleho prieskumu.“³

Nie je možné presne stanoviť, keď bola úloha obchodného cestujúceho matematikmi prvýkrát sformulovaná. Podľa Flooda (1956) bola prvýkrát spomenutá na prednáške H. Whitneya v r. 1934. Ball (1939) o nej prvýkrát hovoril v r. 1939 ako o „Hamilton Game“. V 30-tych rokoch 20-teho storočia sa táto úloha opakovane objavovala ako objekt záujmu v matematických kruhoch na univerzite v Princetone.

Je však nutné si uvedomiť, že už v tom čase bola táto úloha pokladaná za veľmi obtiažnu. V prejave z dňa 09. septembra 1949 na stretnutí členov Americkej Psychologickej Asociácie v Denveri, Coloráde (1950), Thorndike študoval problém zaradenia zamestnancov:

„Existuje, ako už bolo preukázane, konečný počet permutácii v úlohe klasifikácie zamestnancov na jednotlivé pracovné pozície. Keď som tento problém prezentoval istému matematikovi, poukázal na tento fakt a povedal, že z jeho pohľadu matematika vlastne žiadny problém neexistuje. Keďže počet permutácií je konečný, je iba potrebné vyskúšať každú jednu z nich a rozhodnúť, ktorá je najlepšia. V tomto bode to teda odmietol ako problém. To je trochu slabá útecha pre psychológa, keď si uvedomíme, že iba 10 rôznych zamestnancov a 10 rôznych pozícií nám dáva cez 3,5 miliona permutácií. Vyskúšanie každej možnosti môže byť matematicky riešenie pre tento problém, avšak nie je praktické.“⁴

Ale v správe z firmy RAND Corporation z 5. decembra 1949, Robinsonová (1949) uvádza, že neúspešný pokus o vyriešenie problému obchodného cestujúceho ju viedol k metóde zrušenia cyklu pre optimálny priradovací problém, ktorý v skutočnosti stojí na základe účinných algoritmov pre sieťové problémy. Určila kritérium optimality pre priradovací problém (absencia negatívnych dĺžok cyklov v reziduálnom grafe). Pokiaľ ide o TSP sa uvádza:

„Keďže existuje len konečný počet trás na uváženie, problém pozostáva z nájdenia metódy výberu optimálnej trasy, keď je n mierne veľké, dajme tomu $n = 50$. V tomto prípade je viac ako 10^{62} možných trás, takže ich nemôžeme vyskúšať všetky. Aj pre $n = 10$, nejaké „skratky“ sú nevyhnutné.“⁵

²⁾ ³⁾ ⁴⁾ Schijver A. - On the history of combinatorial optimization

⁵⁾ Bellman R., An introduction to the theory of dynamic programming, The RAND Corporation, Report R-245, 1953.

Zároveň poznamenala, že počet uskutočniteľných riešení nie je meradlom zložitosti tohoto problému. Vo svojom článku „On the Hamilton game (A travelling salesman problem)“ prvýkrát používa pojem „úloha obchodného cestujúceho“ v zmysle matematickej optimalizácie. K formulácii tejto úlohy sa vyjadruje takto:

„Jednou z formulácií je nájsť najkratšiu okružnú cestu pre obchodného cestujúceho, ktorý vyjde z Washingtonu, má navštíviť hlavné mestá všetkých ostatných štátov a potom sa vrátiť späť do Washingtonu.“⁶

Vývin simplexovej metódy pre lineárne programovanie a jeho, v praxi úspešná, aplikácia na kombinatorickú optimalizáciu viedli k mnohým špekuláciám teoretickej efektívnosti simplexovej metódy. Práve úloha 49 miest v USA, formulovaná Robinsovnou bola neskôr riešená touto metódou. Vo svojom článku opisujúcej aplikáciu simplexového algoritmu na problém transportu, Dantzig (1951) uviedol (po tom, ako navrhol zavedenie výberového kritéria, ktoré malo viesť k priaznivej skúsenosti s výpočtom pri príkladoch s veľmi veľkým n):

„Toto neznamená, že teoretické problémy nemôžu byť stále problematické tam, kde je toto kritérium slabé, ale v praktických problémoch počet krokov nebol ďaleko od $m + n - 1$.“⁷

Počas neskorých rokov 50-tych boli vynájdené lepšie metódy ako vymenúvanie a vyskúšanie všetkých možností pre niektoré problémy, ako napr. nájdenie najkratšej okružnej cesty alebo problém maximálneho prietoku. Ukázalo sa, že tieto metódy dávali algoritmus riešiteľný v polynomiálnom čase (po určitých modifikáciách) a zároveň bolo objavených niekoľko „urýchľovačov“. Termín „algoritmus“ bol používaný najmä na rozlíšenie od kompletnej enumerácie, ale žiadna matematická definícia na tento pojem nebola stanovená.

Kuhn (1955, 1956) predstavil tzv. maďarskú metódu na zadaný problém (inšpirovaný metódou dôkazov od Egerváryho (1931)). Kuhn sa uspokojil tým, že ukázal konečnosť metódy, ale Munkres (1957) ukázal, že je silno polynomiálnom v čase:

„Konečný počet operácií, ktoré potrebujeme je: $(11n^3 + 12n^2 + 31n)/6$. Toto maximum je teoreticky zaujímavé z pohľadu toho, že je to číslo oveľa menšie ako $n!$, ktoré potrebujeme pri priamočiarych útokoch na tento problém“⁸

Niekoľko ďalších algoritmov bolo nájdených pre problém nájdenia najkratšej trasy (Shimbel 1955, Leyzorek, Gray, Johnson, Ladew, Meaker, Petry a Seitz v 1957, Bellman 1958, Dantzig 1958 - 1960, Dijkstra 1959, Moore 1959) a väčšina z nich je silne polynomiálna v čase.

Významné miesto v riešení úloh zaujala metóda vetiev a hraníc, ktorú popísali v roku 1963, v článku (Little, 1963) John D.C. Little (Massachusetts Institute of Technology), Katta G. Murty (Indian Statistical Institute), Dura W. Sweeny (International Business Machines Corporation) a Caroline Karel (Case Institute of Technology), kde skupina všetkých možných trás je rozdelená na množstvo malých podskupín procedúrou, ktorá sa volá vetvenie.

⁶⁾ ⁷⁾ ⁸⁾ Schijver A. - On the history of combinatorial optimization

3. SÚČASNOSŤ

V súčasnosti sa tomuto problému venuje **David Applegate** z AT&T Labs – Research, **Robert Bixby** z ILOG a Rice University, **Vašek Chvátal** z Rutgers University, **William Cook** z Georgia Tech a **Keld Helsgaun** z Roskilde University.

Rok	Výskumný tím	Veľkosť problému
1954	G. Dantzig, R. Fulkerson, a S. Johnson	49 miest
1971	M. Held a R.M. Karp	64 miest
1975	P.M. Camerini, L. Fratta, a F. Maffioli	67 miest
1977	M. Grötschel	120 miest
1980	H. Crowder a M.W. Padberg	318 miest
1987	M. Padberg a G. Rinaldi	532 miest
1987	M. Grötschel a O. Holland	666 miest
1987	M. Padberg a G. Rinaldi	2,392 miest
1994	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, a W. Cook	7,397 miest
1998	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, a W. Cook	13,509 miest
2001	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, a W. Cook	15,112 miest
2004	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, W. Cook, a K. Helsgaun	24,978 miest
2005	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, a W. Cook	33,810 miest
2006	D. Applegate, R. Bixby, V. Chvátal, a W. Cook	85,900 miest

Tab. č. 1.: Míľniky v riešení TSP⁹

⁹) <http://www.tsp.gatech.edu/> (k dňu 10.10.2010)

ZÁVER

Napriek jednoduchej formulácii tejto úlohy, k dnešnému dňu vo všeobecnosti neexistuje jednoznačný algoritmus, ktorý by bol schopný riešiť ľubovoľnú úlohu s rozsahom väčším ako 50 miest v reálne dostupnom čase, hoci výnimočné prípady sú známe, je to však ojedinelé. Táto úloha totiž patrí ku kombinatorickým úlohám známym ako NP – úplne úlohy, pri ktorých výpočtový čas rastie viac ako exponenciálne s veľkosťou problému.

Použitá literatúra

- 1) Bellman R., An introduction to the theory of dynamic programming, The RAND Corporation, Report R-245, 1953.
- 2) Ryser, H. J. - Combinatorial Mathematics. Buffalo, NY: Math. Assoc. Amer., pp. 101-102, 1963.
- 3) Rych, E. – Automata, Computability and Complexity, Pearson Prentice Hall, 2008, ISBN 978-013-228806-4
- 4) Schijver A. – Springer, Holandsko, 2003, ISBN 3-540-44389-4
- 5) Schijver A. - On the history of combinatorial optimization
- 6) <http://www.tsp.gatech.edu/> (k dňu 10.10.2010)
- 7) <http://mathworld.wolfram.com/KirkmansSchoolgirlProblem.html> (k dňu 25.11.2010)

Kontaktné údaje

Ing. Jana Patakyová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava, Tel: (421 2) 67 295 824, email: jana.pataky@gmail.com

Ing. Zuzana Škerlíková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava, Tel: (421 2) 67 295 824, email: zuzana.skerlikova@gmail.com

PLYNÁRENSTVO NA SLOVENSKU: VSTUP NOVEJ SPOLOČNOSTI NA TRH, PRÍPADOVÁ ŠTÚDIA

GAS INDUSTRY IN SLOVAKIA: ENTRY OF A NEW COMPANY, CASE STUDY

Ing. Václav Školuda

Abstrakt

Uvádzaná prípadová štúdia sa zaoberá vstupom novej spoločnosti na liberalizovaný trh so zemným plynom. Na začiatku sa čitateľ oboznámi so súčasným stavom v oblasti plynárenstva na Slovensku a s podmienkami vstupu novej spoločnosti. Po oboznámení sa so situáciou je objasnená problematika nákupu plynu a cenotvorby pre konečných zákazníkov. Jadrom prípadovej štúdie je praktická ukážka možností rozhodovania o cene pomocou dvoch príkladov. V prvom príklade sa spoločnosť snaží dosiahnuť zisk na určitej úrovni a v druhom využíva upravenú teóriu portfólia. Všetky údaje v práci vychádzajú z reálnych a platných údajov pre rok 2010.

***Kľúčové slová:** Plynárenstvo, rozhodovanie o cene, konečná cena plynu*

Abstract

The goal of this paper is to provide a view on entering a new company into liberalized natural gas market. Initially, the reader is introduced to the current situation in the gas industry in Slovakia and the conditions of entry of new companies. Then the paper deals with the purchase of gas and determining prices to the end customers. The core of this case study is a practical demonstration of decision on the price by using two examples. In the first case, the company is trying to make a profit at a certain level and the second uses a modified portfolio theory. All used data are real and valid for year 2010.

***Keywords:** gas industry, deciding about the price, the final price of gas*

PLYNÁRENSTVO NA SLOVENSKU: VSTUP NOVEJ SPOLOČNOSTI NA TRH, PRÍPADOVÁ ŠTÚDIA

Investičná a stavebná spoločnosť Scrofa sa rozhodla pôsobiť aj na trhu s plynom. Pre svoj plánovaný obytný a priemyselný komplex by rada dodávala plyn a preto sa rozhodla zadať úlohu na analýzu. V ďalšom texte sa oboznámime so súčasným stavom trhu s plynom, podmienkami vstupu na trh a na príklade ukážeme praktický prístup k rozhodovaniu o konečnej cene zemného plynu pre odberateľov.

Stav trhu s plynom

Zemný plyn má všestranné využitie. V domácnostiach sa spotrebúva pri varení, ohrievaní vody či kúrení v dome. Na sídliskách sa voda a teplo dodáva z teplární, ktoré tiež na ohrev využívajú plyn. Priemysel využíva zemný plyn od pohonu autobusov až po vyhrievanie vysokých pecí. Plyn sa teší veľkej obľube, keďže pri spaľovaní uvoľňuje veľké teplo a oproti tuhým palivám nezanecháva pevný odpad.

Plyn pochádza podobne ako ropa z podzemných nálezísk. Na Slovensku dodávaný zemný plyn sa ťaží v Rusku v okolí Kaspického mora a prepravovaný je diaľkovým plynovodom Bratstvo cez Ukrajinu ďalej na západ. Na Slovensku ostáva približne desatina plynu prichádzajúceho z východu a zvyšok prúdi na západ dvoma smermi, juhom do Rakúska a severom do Česka.

Spotreba plynu v priebehu roka nie je rovnomerná na rozdiel od jeho ťažby. Tieto výchylky je nutné vyrovnať a preto sa plyn musí počas roka skladovať. Skladovanie je dôležité aj pre vyvažovanie distribučnej siete a má nezastupiteľnú úlohu v prípade výpadku dodávok, ako tomu bolo počas Plynovej krízy v januári 2009.

Distribúcia plynu predstavuje rovnomernú dodávku zemného plynu konečným spotrebiteľom. Dôležité je pritom správne dimenzovať prípojku podľa takzvaného denného maxima preneseného plynu. Podľa tohto sa tiež platí fixná sadzba za distribúciu. Variabilná závisí od množstva dodaného plynu. Cena za distribúciu plynu sa určuje princípom poštovej známky, čiže všetci odberatelia v jednej skupine platia rovnako, pričom nezáleží na dĺžke distribučného potrubia ani na náročnosti terénu. Konečná cena plynu teda pozostáva z nákladov na¹:

- nákup plynu ako komodity
- prepravu, skladovanie a distribúciu plynu
- dodávku plynu a zisk obchodníka

Cena plynu ako komodity nie je bežne dostupná. Na burze sa obchodujú zväčša kontrakty na zemný plyn zo Severného mora. Ruský plyn sa obchoduje vždy za cenu dohodnú medzi odberateľom a dodávateľom. Táto cena býva závislá od cien ľahkého a ťažkého vykurovacieho oleja na holandskej burze a v niektorých prípadoch od cien ropy. Plyn sa obchoduje v amerických dolároch, tak je samozrejماً aj závislosť od výmenného kurzu EUR/USD. Na Slovensku je Nariadením vlády SR stanovená takzvaná Referenčná cena plynu, ktorá sa využíva pri regulácii trhu a je stanovená nasledovne²:

¹ Podrobnejšie v práci ŠKOLUDA, V.: *Plynárenstvo na Slovensku: Analýza koncentrácie v odvetví a jeho súčasný stav*. Bratislava: Diplomová práca, 2010.

² Nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 212/2010 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 409/2007 Z. z., ktorým sa ustanovujú pravidlá pre fungovanie trhu s plynom.

$$RCP = [4,0686 \times (9MBRENT) \times (1MFX) / 1000] + 0,0332$$

RCP referenčná cena plynu v EUR za m³,
 9MBRENT priemer deviatich predchádzajúcich mesačných priemerov ropy Brent na Medzinárodnej ropnej burze v Londýne (IPE) vypočítaných ako priemer uzatváracích cien od 20. dňa predchádzajúceho mesiaca do 19. dňa aktuálneho mesiaca,
 1MFX priemer denných kurzov USD/EUR od 20. dňa predchádzajúceho mesiaca do 19. dňa aktuálneho mesiaca uverejňovaných NSB.

V súčasnosti na Slovensku podniká na trhu s plynom menej než sto spoločností. Prepravu zabezpečuje spoločnosť eustream, a.s., skladovanie spoločnosti Nafta, a.s. a Pozagas, a.s. a distribúciu spoločnosť SPP – distribúcia, a.s. Tieto spoločnosti majú viac-menej monopolné postavenie na trhu a preto sú plne regulované. V oblasti dodávok plynu má celoslovenskú pôsobnosť viacero spoločností. Najväčšou je SPP s podielom okolo 80%, ďalej môžeme menovať RWE Gas Slovensko, Shell, Vemex, Lumius a ďalšie. Ostatné spoločnosti majú len lokálny význam a zväčša sa jedná o dodávateľov plynu v rámci obce alebo priemyselného parku. Tieto spoločnosti sú čiastočne regulované Úradom pre reguláciu sieťových odvetví. Prípadová štúdia sa bude týkať posledného typu spoločnosti, kde konkrétne uvidíme oblasť regulácie a načrtujeme možnosti rozhodovania o množstve a cene pre konečných zákazníkov.

Vstup spoločnosti na trh

Vráťme sa teraz k spoločnosti Scrofa, ktorá má záujem stať sa dodávateľom plynu v rámci novej mestskej časti. Na to aby mohla podnikáť v oblasti dodávok plynu musí splniť viacero podmienok. Predovšetkým musí dostať povolenie na podnikanie v plynárenstve od Úradu pre reguláciu sieťových odvetví, kde treba preukázať odbornú spôsobilosť. Ďalej firma musí zložiť bankové zábezpeky, ktorými ručí u ostatných subjektov za dodávaný plyn, uisťuje tak o svojej platobnej schopnosti. Pokiaľ spoločnosť splní všetky predpoklady, stane sa regulovaným subjektom, musí dodržiavať výnosy Úradu pre reguláciu sieťových odvetví a predkladať výstupy z účtovníctva na kontrolu hospodárenia.

Potom ako spoločnosť nadobudne oprávnenie na podnikanie na trhu s plynom je na čase si nejaký plyn zabezpečiť. Plyn možno vo všeobecnosti nadobudnúť dvoma spôsobmi. Buď priamo od výrobcu, ťažobnej spoločnosti, alebo ako veľkoodberateľ v rámci Slovenska. Uzavretie kontraktu s ťažobnou spoločnosťou je málo pravdepodobné, keďže pre danú spoločnosť je predpokladané množstvo zanedbateľné a rovnako zanedbateľný by bol aj jej zisk. Pre odberateľa by to znamenalo ďalšie dohody s prepravnou, skladovacou a distribučnou spoločnosťou. Druhý variant je omnoho schodnejší. Spoločnosť Scrofa sa dohodne s niektorou distribučnou spoločnosťou na Slovensku o dodávke plynu na hranicu pozemku a odtiaľ ho bude distribuovať sama. Takto bude platiť iba jednej spoločnosti suma, na ktorej sa vopred dohodnú. Táto veľkoobchodná cena bude pozostávať z ceny komodity, poplatku za distribúciu, prepravu a skladovanie.

Podrobné rozpočítanie jednotlivých zložiek konečnej ceny plynu poskytuje tabuľka č. 1. Spoločnosť Scrofa sa rozhodla dodávať 150 miliónov m³ plynu svojim odberateľom. Denné maximum pritom odhadla na úrovni 700 tisíc m³ plynu. Cenu za komoditu sa jej podarilo dohodnúť na úrovni 70% Referenčnej ceny plynu, pričom suma v tabuľke predstavuje priemernú referenčnú cenu plynu za mesiace november 2009 až október 2010. Cena za distribúciu³ pozostáva z fixnej sadzby zodpovedajúcej dennému maximu (dimenzia prípojky)

³ Použitá cena pre spoločnosť SPP – distribúcia, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0016/2010/P

a poplatku za každý prenesený m³ plynu. Poplatok za prepravu⁴ a skladovanie⁵ sa odvíjajú od veľkosti denného maxima. Spoločnosť má záujem dosiahnuť zisk na úrovni 10% z veľkoobchodnej ceny.

Zatiaľ sme sa zaoberali cenou plynu, ktorú zaplatí spoločnosť Scrofa ako veľkoobdobateľ. Maloobchodná cena pre jej odberateľov bude ďalej zahrňovať cenu za distribúciu⁶ v rámci areálu, náklady⁷ na túto distribúciu a zisk z nej. Tieto položky sú regulované Úradom pre reguláciu sieťových odvetví (ÚRSO) pre všetky spoločnosti s počtom odberných miest menším než 100 tis. a uvedené položky predstavujú maximálne oprávnené náklady a zisk z distribúcie 1 m³ plynu.

Tabuľka nám prehľadne zobrazuje výpočet konečnej jednotkovej maloobchodnej ceny pre odberateľov plynu spoločnosti Scrofa. Stĺpec suma vyjadruje sumy a kumulatívne sumy za jednotlivé položky v eurách. Ďalší stĺpec prepočítava tieto sumy na jeden m³ plynu a posledný predstavuje prepočet podielu jednotlivých zložiek na konečnej cene. Zvýraznená jednotková cena bude použitá v ďalšej analýze pre rozvrhnutie cien konečným odberateľom.

Tabuľka č. 1 Výpočet konečnej jednotkovej maloobchodnej ceny

	Položka	Výpočet	Suma	na 1m3	podiel %
VO cena	Komodita	700tis.x30dnix70%RCP	27 268 280	0.1818	65.35%
	Distribúcia	Fixná sadzba za rok	208 854	0.0014	0.50%
		Variabilná ~ 150mil.xDistr.poplatok	2 420 000	0.0161	5.80%
	Preprava	700tis.x0.4346	304 220	0.0020	0.73%
	Skladovanie	700tis.x0.0642	44 940	0.0003	0.11%
	<i>Spolu</i>	<i>Veľkoobchodná cena</i>	<i>30 246 293</i>	<i>0.2016</i>	<i>72.49%</i>
	Zisk1	10%zVOceny	3 024 629	0.0202	7.25%
	<i>Spolu2</i>	<i>Veľkoobchodná cena so ziskom</i>	<i>33 270 923</i>	<i>0.2218</i>	<i>79.74%</i>
MO cena	Distribúcia2	150mil.xDistr.poplatok	2 610 000	0.0174	6.26%
	Náklady	150mil.xMaxOprNakl	4 978 500	0.0332	11.93%
	Zisk2	150mil.xMaxOprZisk	867 000	0.0058	2.08%
	<i>Spolu3</i>	<i>Maloobchodná cena so ziskom</i>	<i>41 726 423</i>	0.2782	<i>100.00%</i>

Rozhodovanie o konečnej cene

Spoločnosť Scrofa má odberateľov všetkých veľkostí, od najmenších domácností až po veľké podniky. Jednotliví odberatelia sa radia do skupín, pričom ceny pre niektoré podliehajú regulácií zo strany Úradu pre reguláciu sieťových odvetví. Medzi regulované patria ceny pre domácnosti a ceny plynu určeného na výrobu tepla pre domácnosti. Ceny pre ostatné skupiny nepodliehajú plnej regulácií.

Obytná časť zóny bude pozostávať z približne 500 bytov a domov. Rozdelenie medzi jednotlivé skupiny odberateľov znázorňuje tabuľka č. 2. Skupina odberateľov D1 pozostávajúca z 200 domácností predstavuje používanie plynu na varenie. Rovnako početná skupina D2 plynom aj ohrieva vodu a skupina D3 plynom tiež kúri. Vykurovanie domácností

⁴ Použitá cena pre spoločnosť eustream, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0003/2010/P

⁵ Použitá cena pre spoločnosť Nafta, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0004/2010/P

⁶ Použitá cena pre spoločnosť Železiarne podbrezová, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0022/2010/P

⁷ Podľa Výnosu Úradu pre reguláciu sieťových odvetví č. 4/2008

zabezpečuje kotolňa s plánovanou spotrebou 2 milióny m³ plynu. Ceny pre domácnosti⁸, rovnako ako aj na výrobu tepla⁹ im určeného sú plne regulované a v tabuľke označené RCx. Priemyselnú časť chce spoločnosť zaplniť viacerými podnikmi. Podniky majú byť rôznej veľkosti a tomu aj zodpovedá ich očakávaná spotreba plynu. Podrobnejšie rozdelenie do jednotlivých skupín znázorňuje druhá časť tabuľky č. 2. Riadok S napríklad zodpovedá skupine 30 odberateľov s priemerným odberom na úrovni 200 tis. m³ plynu. Výpočet potom túto plánovanú spotrebu násobí cenou pre danú skupinu. Určovaním cien pre jednotlivé skupiny sa budeme venovať ďalej.

Konečné ceny pre odberateľov v skupinách M až V3 nepodliehajú regulácií a je iba na spoločnosti Scrofa, aké ceny ponúkne odberateľom. Prístupov k rozhodovaniu o cene môže zvoliť viacero. Spoločnosť sa môže snažiť o čo najnižšiu cenu plynu pre všetkých odberateľov alebo môže jednotlivým skupinám priradiť váhy, podľa ktorých im určí ceny, samozrejme pri pokrytí nákladov. Rovnako sa môže spoločnosť jednoducho rozhodnúť pre podlezanie ceny konkurencie, čo by bola jej konkurenčná výhoda. Tiež sa môže snažiť minimalizovať cenu pre niektorého dôležitého odberateľa (skupinu). Samozrejším prístupom je maximalizácia zisku, prípadne jeho dosiahnutie na určitej úrovni. Iným pohľadom na uvedenú problematiku je akési vytvorenie portfólia pozostávajúceho z jednotlivých odberateľov a nasledovné priradenie váh či cieľa v úrovni zisku. Nesmieme zabúdať, že spoločnosť má iba obmedzenú schopnosť vplyvať na ceny vstupov a rovnako je kontrolovaná Úradom pre reguláciu sieťových odvetví ohľadom konečných cien pre odberateľov. Všetky spomenuté premenné je potrebné zohľadniť v rozhodovacom procese.

Tabuľka č. 2 Výpočet konečnej ceny pre skupiny odberateľov, prípad 1

	Odberateľ	Výpočet	Celkový objem v m3	Výnosy €	Na m3
Regulované	D1	200 x 150m ³ x RCD1	30 000	46 900	1.5633
	D2	200 x 1500m ³ x RCD2	300 000	304 001	1.0133
	D3	105 x 4000m ³ x RCD3	420 000	389 491	0.9274
	Kotolňa	2 mil. x RCTV1	2 000 000	572 447	0.2862
	<i>spolu1</i>		<i>2 750 000</i>	<i>1 312 838</i>	<i>0.4774</i>
Neregulované	M	50 x 25 tis. x CM	1 250 000	627 109	0.5017
	S	30 x 200 tis. x CS	6 000 000	2 448 591	0.4081
	V1	20 x 1 mil. x CV1	20 000 000	6 539 899	0.3270
	V2	10 x 8 mil. x CV2	80 000 000	24 638 389	0.3080
	V3	2 x 20 mil. x CV3	40 000 000	6 159 597	0.1540
	<i>spolu2</i>		<i>147 250 000</i>	<i>40 413 585</i>	<i>0.2745</i>
	<i>spolu 1+2</i>		<i>150 000 000</i>	<i>41 726 423</i>	<i>0.2782</i>

Prípad 1, dosiahnutie úrovne zisku

Spoločnosť Scrofa sa rozhoduje na základe prepočítanej jednotkovej ceny plynu pre odberateľov, ktorá je zvýraznená v tabuľkách č. 1 a č. 2. V prvej tabuľke bola táto cena vypočítaná s ohľadom na očakávaný zisk na úrovni 10% z veľkoobchodnej ceny. Hodnoty neregulovaných cien (Cx) boli v druhej tabuľke dopočítané pomocou Riešiteľa (Solver) v programe Microsoft Excel, pričom cieľom bolo dosiahnuť rozvrhovanú cenu za

⁸ Použitá cena pre spoločnosť SPP, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0014/2010/P

⁹ Použitá cena pre spoločnosť SPP, a.s. schválená rozhodnutím ÚRSO č. 0015/2010/P

dodatočných podmienok. Prvou podmienkou bolo, že cena pre každú skupinu odberateľov musela byť nižšia než cena pre odberateľov s menším odberom plynu. Druhou podmienkou bol cenový strop pre jednotlivé jednotkové ceny na úrovni prepočítaných cien konkurencie. Uvedené možno stručne zapísať nasledovne:

$$cenaN = f(RCP, Dis, Pr p, Skl, Dod, Zisk)$$

$$cenaP = g(RCD1, RCD2, RCD3, RCTV1, CM, CS, CV1, CV2, CV3)$$

$$cenaN = cenaP$$

$$CM \geq CS \geq CV1 \geq CV2 \geq CV3 \geq 0$$

$$CM \leq CMk$$

$$CS \leq CSk$$

$$CV1 \leq CV1k$$

$$CV2 \leq CV2k$$

$$CV3 \leq CV3k$$

cenaN cena vypočítaná na základe nákladov na nákup plynu (RCP), distribúciu (Dis), prepravu (Prp), skladovanie(Skl), dodávku plynu (Dod) a zisk (Zisk)

cenaP cena vypočítaná na základe regulovaných cien pre skupiny (RCx) a neregulovaných cien (Cx)

Cxk cena konkurenčnej spoločnosti

Použitím Riešiteľa sme získali riešenie zodpovedajúce zadaným podmienkam. Za povšimnutie stojí porovnanie ceny v skupine V1, pričom sem spadá ako kotolňa s regulovanou cenou, tak aj odberatelia s neregulovanou cenou, ktorá je vyššia približne o 4 centy na m³ plynu. Možno teda vyvodit', že regulovaná cena je nižšia a teda neregulované subjekty tento rozdiel doplácajú.

Prípad 2, minimalizácia rizika

Druhý prípad rieši iný prístup k určovaniu konečnej ceny pre odberateľov zemného plynu spoločnosti Scrofa. Prístup vychádza zo základnej teórie portfólia, pričom sa spoločnosť snaží dosiahnuť zisk na istej úrovni pri súčasnej minimalizácii rizika. Riziko je v tomto prípade vyjadrené štandardnou odchýlkou a môžeme ho v súvislosti s plynárenstvom a zákazníkmi spoločnosti Scrofa chápať ako pravdepodobnosť prechodu na inú technológiu (nevyužívajúcu plyn) alebo schopnosť prejsť medzi kategóriami odberateľov.

Tabuľka č. 3 Výnos, riziko a kovariančná matica pre výpočet váh portfólia

Skupiny odberateľov	VYNOS	RIZIKO	Kovariančná matica skupiny odberateľov					Rozdelenie
	Exp Ret	Std Dev	M	S	V1	V2	V3	
M	10.00%	6.61%	0.0100	0.0054	0.0032	0.0014	0.0003	38.10%
S	11.0%	9.0%	0.0054	0.0081	0.0022	0.0009	0.0003	30.48%
V1	7.0%	8.0%	0.0032	0.0022	0.0064	0.0006	0.0002	12.52%
V2	5.0%	7.0%	0.0014	0.0009	0.0006	0.0049	0.0000	12.52%
V3	3.0%	6.0%	0.0003	0.0003	0.0002	0.0000	0.0036	6.37%

Spoločnosť odhadla výnosnosť dodávok plynu jednotlivým skupinám odberateľov tak, ako ukazuje tabuľka č. 3. V uvedenej tabuľke ďalej možno nájsť riziko vyjadrené štandardnou odchýlkou, kovariančnú maticu a vo zvýraznených bunkách výsledky riešenia. Očakávaný výnos portfólia odberateľov plynu bol nastavený na 10% pri minimalizácii rizika, čo nám dalo váhy pre jednotlivé skupiny uvedené v poslednom stĺpci. Výsledky sme získali opäť pomocou Riešiteľa programu Excel. Všeobecne možno riešenie úlohu zapísať takto:

$$\min \sigma_p^2 = w^T \cdot C \cdot w$$

$$w^T \cdot e = 1$$

$$w^T \cdot E = E_p$$

- σ_p^2 riziko vyjadrené štandardnou odchýlkou
 w^T stĺpcový vektor váh jednotlivých skupín odberateľov, zodpovedá poslednému stĺpcu v tabuľke č. 3
 C kovariančná matica typu $n \times n$, prostredná časť tabuľky
 e jednotkový riadkový vektor
 E vektor výnosov jednotlivých skupín odberateľov, prvý stĺpec tabuľky

Výsledky získané použitím Riešiteľa znázorňuje tabuľka č. 4, ktorá je z praktických dôvodov zmenšená a znázorňuje iba oblasť neregulovaných cien. Jednotkové ceny splňajú zadané podmienky získané aplikáciou výsledkov čiastkovej úlohy riešenia portfólia na váhy jednotlivých cien pre konečných odberateľov plynu spoločnosti Scrofa. V podstate sa jednalo o dvojstupňovú úlohu. Prvému stupňu zodpovedalo vytvorenie portfólia pozostávajúceho z jednotlivých odberateľov zostrojeného na základe očakávaného výnosu a priradeného rizika. Takto sme získali váhy, ktoré sme použili na druhom stupni, ktorý je obdobný predchádzajúcemu prípadu (Prípád 1), kde sa iba zmenia ohraničenia. Namiesto ohraničení na úrovni cien konkurencie sa použije ohraničenie zodpovedajúce váham z prvého stupňa.

Tabuľka č. 4 Výpočet konečnej neregulovanej ceny pre skupiny odberateľov, prípad 2

	Odberateľ	Výpočet	Celkový objem v m3	Výnosy €	Na m3	
Neregulovane	M	50 x 25 tis. x CM	1 250 000	1 107 721	0.8862	
	S	30 x 200 tis. x CS	6 000 000	4 253 104	0.7089	
	V1	20 x 1 mil. x CV1	20 000 000	5 824 948	0.2912	
	V2	10 x 8 mil. x CV2	80 000 000	23 299 860	0.2912	
	V3	2 x 20 mil. x CV3	40 000 000	5 927 953	0.1482	
	spolu2			147 250 000	40 413 585	0.2745
	spolu 1+2			150 000 000	41 726 423	0.2782

Zhrnutie

Predkladaná práca sa zaoberala možnosťou vstupu novej spoločnosti dodávajúcej zemný plyn konečným odberateľom. V prvej časti sme mali možnosť stručne sa oboznámiť so stavom na plynárenskom trhu na Slovensku a podmienkami vstupu novej spoločnosti. Tiež bola objasnená úloha Úradu pre reguláciu sieťových odvetví pri určovaní konečnej ceny plynu a jej

jednotlivých zložiek. Druhá časť bola venovaná samotnej prípadovej štúdií, ktorá sa zaoberala konkrétnym postupom spoločnosti pri rozhodovaní o cene pre odberateľov. Podnik si najprv musí zaistiť povolenie na podnikanie od ÚRSO a plyn ktorý bude dodávať. Keď pozná veľkoobchodnú cenu plynu, ktorý bude nakupovať, pripočíta k nemu regulované zložky a získa konečnú cenu plynu pri danom objeme a toto potom môže rozpočítať medzi svojich odberateľov. V práci sú ukázané dva prístupy k určeniu ceny. Prvý prípad rozpočítava ceny tak, aby boli nižšie ako u konkurencie a druhý prípad využíva modifikáciu teórie portfólia na určenie váh jednotlivým skupinám. Úlohou práce nebolo poskytnúť vyčerpávajúci prehľad možností určovania cien v plynárenstve, ale ukázať praktickú aplikáciu rozhodovania subjektov na trhu, v tomto prípade na čiastkovom trhu dodávok plynu.

Literatúra

1. MLYNAROVÍČ, V.: *Finančné investovanie: Teórie a aplikácie*. Bratislava: Iura edition, 2001.
2. Nariadenie vlády č. 409/2007 Z. z., ktorým sa ustanovujú pravidlá pre fungovanie trhu s plynom
3. Nariadenie vlády č. 212/2010 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 409/2007 Z. z., ktorým sa ustanovujú pravidlá pre fungovanie trhu s plynom
4. Rozhodnutia Úradu pre reguláciu sieťových odvetví 0003/2010/P, 0004/2010/P, 0014/2010/P, 0015/2010/P, 0016/2010/P, 0022/2010/P
5. ŠKOLUDA, V.: *Plynárenstvo na Slovensku: Analýza koncentrácie v odvetví a jeho súčasný stav*. Bratislava: Diplomová práca, 2010.
6. Výnosy Úradu pre reguláciu sieťových odvetví č. 4/2008, 7/2008, 4/2009 a 4/2010

Kontaktné údaje

Ing. Václav Školuda

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: 420-224 095 445

Email: skoluda@gmail.com

DYNAMICKÁ MODIFIKOVANÁ OKRUŽNÍ ÚLOHA

MODIFIED CIRCULAR DISTRIBUTION PROBLEM IN TIME

Ing. Tereza Suchánková

Abstrakt

Okružní distribuční problém modeluje rozvoz zboží zákazníkům, popřípadě následné naložení materiálu potřebného pro výrobu zboží a konečně návrat do jednoho z centrálních středisek s cílem optimalizovat celkovou trasu. Při využití více vozidel a více centrálních míst lze s výhodou modifikovat úlohu obchodního cestujícího. Úloha vychází z reálného případu, kdy navíc předpokládáme časovou dynamičnost, navštívení pouze vybraných zákazníků na základě dané poptávky, omezení centrálních středisek, popřípadě jiné omezující podmínky.

***Klíčová slova:** Modifikace distribuční úlohy, okružní úloha, dynamické modely, případová studie*

Abstract

Circular distribution problem aims to establish a model representing an optimal route to distribute commodity and afterwards eventually freight the vehicle by material intended to production and finally return back with to one of the existing production centers. When using more vehicles and more centers we can take advantage to modify the travelling salesman problem. The problem describes the real case where we suppose the condition that the travelling is dynamic in time, only selected clients are visited in terms of demand, the capacity of centers is constrained and the other limitations.

***Keywords:** Modified distribution problem, circular problem, dynamic model, case study*

1 INTRODUCTION – THE PROBLEM

Suppose the problem which aims to find the optimal route of number of vehicles. First, the process starts by commodity distribution to the consumer, then, if all goods are well distributed, the empty vehicle needs to find the nearest material storage centre where is the possibility to freight it by material assigned to production of the specified commodity and in the end return back with to one of the central initial point – production center.

The vehicles do not visit all clients (like in travelling salesman problem case) but are driven by demand which is formulated before the route is planned (for example clients' orders until one week before optimization – when the company optimizes its routes once a week). Suppose, the vehicles going from the initial centre are always full and when arrived to the clients' address they empty out all the commodity embarked. Before leaving the visited client they aim to find the nearest material storage centre to freight all the vehicle by the material needed to produce the commodity. Finally, the vehicles return back to the nearest production center. There is no requirement about the identity of the initial and final central point. There are not supposed to be the same every time. According to the dynamic condition of the model, the vehicles can terminate in the final point which is different from the initial one if the total route would be shorter (considering the partial routes in the single days of the concerned time period). The final centers represent the factories to produce the commodity.

The goal of the problem optimization is to find the shortest route between the initial production center (final point for the last day), client destination, material storage center and at last the final production center (the initial point for the next day) for some defined period of

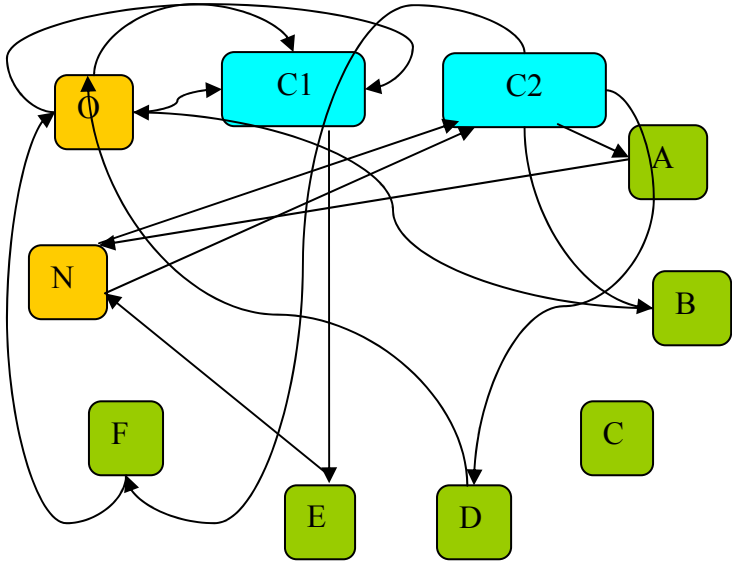
time using discrete linear mathematical programming. We suppose that the level of the commodity demand is known.

The company distributes the commodity from the different central points to the specified number of clients characterized by given demand. After that, the enterprise visits one of the given number of material storage centers and return back to the more convenient central point. The company disposes of several vehicles (its number is given) but every central point is limited by the capacity of the available commodity. In the morning, the vehicles leave the central point but some of them may stay in depot – all is driven by the clients’ demand. If the need (demand) for the next day is higher, the vehicles may leave or not.

In the beginning of the first day, number of vehicles in every central point is given. But in the end of the day this number can be quite different. The end state of the number of vehicles is in the same time the initial state for the next day. The model optimizes the total route for all vehicles where the given demand influences the route follow-up.

Following table and graph (more information in Jägerová [2009]) give an illustration for one day commodity flow (represented by a number of vehicles) between two production centers, six client destinations and two material storage centers.

	Center1	Center2	A	B	C	D	E	F	N	O
Center1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Center2	0	0	1	2	0	1	0	1	0	0
A	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
O	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Then, we assume that the company is quite free in decision – making about the itinerary of visiting the clients (concerning the day of visit). The only condition is to assure that the clients’ demand would be satisfied during the planning period (for example one week). The model modifies the situation by expecting the commodity demand like variable during the period but fixed in total value. According to this condition, the model could be more flexible.

2 THEORY

Modified circular distribution problem described above is not some specific problem of discrete programming but real problem coming from the case study. During the modeling process the principles of discrete linear programming were used. Occasionally, we can find some similarity with one specific problem – open travelling salesman problem with more salesmen and more starting points (specified for example in Fábry [2006] or Pelikán [2001]). On the other hand, the appropriate formulation of the reality needs to modify the existing problem largely.

3 MATHEMATICAL MODEL

To incorporate the influence of the commodity demand to every single day, the three dimensional nonnegative variables x_{ijt} will take place. The indexes $i=1,2,\dots,n$ and $j=1,2,\dots,n$ represent the places (production centers, client destinations and material storage places) and index $t=1,2,\dots,m$ the corresponding day. The values of variables x_{ijt} express the number of vehicles in the route from the place i to place j during the day t .

The quantity of vehicles in the end of the day is equal to the same number in the beginning of the next day. Those values are also variables except the first day morning because this number corresponds to the end value of the last optimization period (for example last week).

The model bellow supposes the existence of k production centers. The indexes $1,2,\dots,k$ are assigned to the production centers, indexes $k+1,k+2,\dots,k+r$ to client destinations and indexes $k+r+1,k+r+2,\dots,k+r+s$ match with the material storage centers.

The mathematical model of the problem mentioned above is summarized in the following equation and inequation system with minimization of total route length.

$$\text{Minimise} \quad Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \sum_{t=1}^m x_{ijt} \quad (1)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^{k+r} x_{ijt} \leq P_t, \quad t = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{t=1}^m x_{ijt} = V_j, \quad j = k+1, k+2, \dots, k+r, \quad (3)$$

$$\sum_{j=k+r+1}^n \sum_{t=1}^m x_{ijt} = V_i, \quad i = k+1, k+2, \dots, k+r, \quad (4)$$

$$\sum_{j=k+r+1}^n x_{ijt} = R_{it}, \quad i = k+1, k+2, \dots, k+r, \quad t = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^k x_{ijt} = R_{jt}, \quad j = k+1, k+2, \dots, k+r, \quad t = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijt} = a_{it}, \quad i = k+r+1, k+r+2, \dots, k+r+s, \quad t = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijt} = a_{jt}, \quad j = k+r+1, k+r+2, \dots, k+r+s, \quad t = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijt} = k_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad t = 1, \quad (9)$$

$$u_{jt} + \sum_{i=1}^n x_{ijt} = f_{jt}, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad t = 1, 2, \dots, m-1, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijq} \leq f_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad t = 1, 2, \dots, m-1, \quad q = t+1, \quad (11)$$

$$f_{it} - \sum_{j=1}^n x_{ijq} = u_{iq}, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad t = 1, 2, \dots, m-1, \quad q = t+1, \quad (12)$$

$$u_{jt} + \sum_{i=1}^n x_{ijt} \leq b_{jt}, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad t = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

$$x_{ijt} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k + r, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & i = k + 1, k + 2, \dots, k + r + s, \quad j = k + 1, k + 2, \dots, k + r, \\ & i = 1, 2, \dots, k, \quad j = k + r + 1, k + r + 2, \dots, k + r + s, \\ & i = k + r + 1, k + r + 2, \dots, k + r + s, \quad j = k + r + 1, k + r + 2, \dots, k + r + s, \\ & x_{ijt} \geq 0, \quad \text{celé,} \end{aligned} \quad (15)$$

- kde
- x_{ijt} ... number of vehicles in the route from the place i to place j during the day t ,
 - d_{ij} ... distance between place i and place j ,
 - P ... total number of available vehicles,
 - V_i ... number of vehicles demanded in destination – client i during all optimized period,
 - a_{it} ... number of vehicles arriving to the material storage center i and leaving it during the day t ,
 - k_i ... initial number of vehicles in production center i ,
 - f_{jt} ... number of vehicles in the end of the day t , or in the beginning of the next day, in production center j ,
 - u_{jt} ... number of vehicles which stay in the production center j during the day t ,
 - b_{jt} ... capacity of production center j in the day t .
 - R_{it} ... number of vehicles which visit the destination – client i during the day t (that number may not match with the quantity demanded, it could be lower but the same in maximum).

The objective function (1) of the model explains the total summary of the partial routes driven by every single vehicle for all optimized period. Inequation (2) expresses the maximum quantity of available vehicles in the company and the real number of vehicles which is on the route every day. That number can't be higher than total number of vehicles owned by the company. In the end of every day, those vehicles return back to some production center. Equations (3) and (4) schedule to every vehicle which places have to be visited to satisfy the clients' demand. All vehicles arrived in client destination leave that place to continue to material storage center. Those expressions assure that the company satisfies the demand of all clients during the optimized period and that the number of vehicles which visit the clients is also leaving them. Those equations are applied to all optimized period. The next two expressions (5) and (6) formulate the same situation partially for every single day.

The equations (7) and (8) present the situation that the vehicles can't stay in the material storage points but leave that place with the material to continue the route to final production center. The number of vehicles which arrive to the material storage point is equal to the number of vehicles which leave it. The condition (9) informs about the initial dislocation of vehicles in production centers. The number of vehicles leaving every production center in the morning depends on this dislocation. The expression (10) describes the fact that the number of vehicles which is present in the production center in the end of the day is divided into a part of vehicles which haven't left the center in the morning and a second part of vehicles which were on the route during the day. The inequation (11) assures that the number of vehicles which return back to the production center from the route in the end of a day is in the same time the initial state of vehicles for the next day – this initial state is the maximum of vehicles that can go out from the center. The vehicles that are not needed in the day will stay in the center – the value is done by the difference between the vehicles which are in the center in the beginning of a day and the vehicles which have left the production center. The fact is presented in the expression (12). The condition (13) illustrates the daily capacity of production center in the right side and the number of present vehicles in the end of a day in

left side which is supposed to be lower or equal to that capacity. The zero values in the expression (14) represent the situation that some trajectories between places are impossible – the direct road between the production centers, or only client destinations, respectively between material storage centers. The other illogical way leads straight from the initial production center to material storage center. The only feasible trajectory resulting from the conditions above begins in the production center, continues by passing through the client destination, then material storage center and finishes in the production center again (not necessarily the same one).

Acknowledgement

The paper was developed thanks to the program IGA VŠE – grant n° F4/18/2010.

References

1. FÁBRY, J. 2006. Dynamické okružní a rozvozní úlohy. Disertační práce. Praha: VŠE – FIS.
2. JÄGEROVÁ, T. 2009. Analýza a optimalizace efektivnosti zemědělsko – dřevozpracujícího podniku. Diplomová práce. Praha: VŠE – FIS.
3. PELIKÁN, J. 2001. Diskrétní modely v operačním výzkumu. Praha: Professional Publishing. ISBN 80-86419-17-7.

Contact

Ing. Tereza Suchánková

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Náměstí Winstona Churchilla 4, 130 00 Praha 3

email: tereza.suchankova@vse.cz

VYUŽITIE DYNAMIKY V EKONOMETRICKOM MODELOVANÍ SPOTREBNEJ FUNKCIE

THE USE OF THE DYNAMICS IN THE ECONOMETRIC MODELING OF CONSUMPTION FUNCTION

Kvetoslava Surmanová, Andrea Furková

Abstrakt

Ekonometrická teória poskytuje množstvo rozličných ekonometrických prístupov, pričom ich využitie závisí od viacerých skutočností. Pre zachytenie ekonomických procesov, ktoré majú dynamický charakter je možné využiť dynamické modely s oneskorením. V tomto príspevku sa budeme venovať využitiu dynamického faktora v ekonometrickom modelovaní spotrebnej funkcie.

KLúčové slová: *dynamika, model polynomickeho rozloženia oneskorenia, autoregresný model, model s adaptívnymi očakávaniami, funkcia spotreby, autokorelácia*

Abstract

Econometric theory provides a number of different econometric approaches and their use depends on several factors. To capture the economic processes that have a dynamic character can use dynamic models with lag. In this paper we focus on the dynamic factor in the econometric modeling of consumption function.

Keywords: *dynamics, polynomial distributed lag model, autoregressive model, adaptive expectation model, consumption function, autocorelation*

1 TEORETICKÁ PODSTATA DYNAMICKÝCH MODELOV

Najjednoduchšie je zachytiť a modelovať skúmané predpokladané relácie prostredníctvom statického ekonometrického modelu, ktorý môžeme zapísať nasledovne:

$$z_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t \text{ pre } t = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

Častokrát je ale statický pohľad na skúmané vzťahy nepostačujúci a preto je nutné do modelu zakomponovať časový faktor, presnejšie dynamiku. Dynamický charakter je typický pre väčšinu ekonomických vzťahov. Závislá premenná (z_t) v tomto prípade už nie je determinovaná len nezávislou premennou v rovnakom čase (x_t), ale môže byť ovplyvnená rovnakou nezávislou premennou z predchádzajúceho časového obdobia (x_{t-1}), prípadne premennou z_{t-1} . Začlenenie dynamiky do ekonometrického modelu je spojené so špecifickými problémami, t. j. dochádza k porušeniu štandardných predpokladov lineárneho modelu. Práve z tohto dôvodu si dynamické ekonometrické modely vyžadujú istú pozornosť. Cieľom príspevku je demonštrovať využitie dynamiky pri konštrukcii spotrebnej funkcie.

1.1 Spotrebná funkcia

Spotrebná funkcia známa z makroekonomickej teórie môže byť determinovaná viacerými činiteľmi. Najjednoduchšia verzia je v prípade, ak spotreba (c) je vyjadrená ako funkcia dôchodku, resp. príjmu (y).

$$c = f(y) \quad (2)$$

Vzťah (2) môžeme prepísať ako lineárny ekonometrický model nasledovne:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + u_t \quad \text{pre } t = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

pričom pre parametre modelu (β_0 – autonómna spotreba, β_1 – sklon k spotrebe) platí $\beta_0 > 0$ a $0 < \beta_1 < 1$.

Podľa vzťahu (3) súčasná výška spotreby (c_t) je determinovaná len súčasným príjmom (y_t). Tento model môžeme rozšíriť o úspory (s_t), ktoré sa môžu rovnako podieľať na tvorbe spotreby, či už v menšej alebo vo väčšej miere:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 s_t + u_t, \quad (4)$$

Využitím poznatku, že úspory sú funkciou príjmu z minulých období

$$s_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + v_t \quad (5)$$

môžeme model (4) zapísať ako funkciu súčasného príjmu v čase t a príjmov minulých období, v čase $t-1$, $t-2$, atď. nasledovne:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 (\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + v_t) + u_t, \quad (6)$$

alebo

$$c_t = (\beta_0 + \beta_2 \alpha_0) + \beta_1 y_t + \beta_2 \alpha_1 y_{t-1} + \beta_2 \alpha_2 y_{t-2} + \dots + (\beta_2 v_t + u_t), \quad (7)$$

Alebo ešte jednoduchšie

$$c_t = \lambda + \delta_0 y_t + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t. \quad (8)$$

Ak zoberieme do úvahy skutočnosť, že spotreba v čase t je determinovaná navyše spotrebou z predchádzajúcich období, môžeme vzťah (8) doplniť o ďalšie nezávislé premenné a analyticky ho môžeme zapísať ako:

$$c_t = \lambda + \delta_0 y_t + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-2} + \dots + \phi_1 c_{t-1} + \phi_2 c_{t-2} + \dots + \varepsilon_t. \quad (9)$$

1.2 Model polynomickeho rozloženia oneskorenia

Model polynomickeho rozloženia oneskorenia patrí medzi modely s konečným rozložením oneskorenia. V literatúre, napr. Hatrák (2007) sa môžeme stretnúť s nasledovným analytickým zápisom takéhoto modelu:

$$z_t = \eta + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \dots + \beta_k x_{t-k} + u_t, \quad (10)$$

alebo

$$z_t = \eta + \sum_{i=0}^k \beta_i x_{t-i} + u_t, \quad (11)$$

kde index oneskorenia (i) je známa a konečná hodnota. Parametre $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ sú váhy oneskorenia. Predpoklady o klesajúcich váhach s rastúcim počtom oneskorenia i , ktoré sa využívajú v iných typoch modelov s rozloženým oneskorením, napr. model s geometrickým oneskorením sa môžu javiť ako obmedzujúce. Práve z toho dôvodu sa uvažovalo o vytvorení predpokladu, podľa ktorého by priebeh váh mohol vykazovať rast a následný pokles, aby

váhy jednoducho klesali a rástli viackrát za sebou. Váhy oneskorenia β_i môžeme vyjadriť ako funkciu oneskorenia i

$$\beta_i = f(i) = \alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_r i^r \text{ pre } i = 1, 2, \dots, k > r, \quad (12)$$

kde index r vyjadruje stupeň polynómu oneskorenia²,

Substitúciou vzťahu (12) do (11) získame:

$$z_t = \eta + \sum (\alpha_0 + \alpha_1 i + \alpha_2 i^2 + \dots + \alpha_r i^r) x_{t-i} + u_t, \quad (13)$$

alebo

$$\begin{aligned} z_t = & \eta \\ & + \alpha_0 (x_t + x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-k}) \\ & + \alpha_1 (x_{t-1} + 2x_{t-2} + 3x_{t-3} + \dots + kx_{t-k}) \\ & + \alpha_2 (x_{t-1} + 2^2 x_{t-2} + 3^2 x_{t-3} + \dots + k^2 x_{t-k}), \\ & + \dots \\ & + \alpha_r (x_{t-1} + 2^r x_{t-2} + 3^r x_{t-3} + \dots + k^r x_{t-k}) \\ & + u_t \end{aligned} \quad (14)$$

alebo

$$z_t = \eta + \alpha_0 Z_{0t} + \alpha_1 Z_{1t} + \alpha_2 Z_{2t} + \dots + \alpha_r Z_{rt} + u_t. \quad (15)$$

Ak predpokladáme, že vzťah (15) spĺňa klasické lineárne predpoklady o náhodných zložkách, môžeme aplikovať metódu najmenších štvorcov, čím získame najlepší lineárny neskreslený odhad parametrov η a α_i .

1.3 Model s adaptívnymi očakávaniami

V rámci autoregresných modelov sa zameriame na model s adaptívnymi očakávaniami:

$$z_t = \alpha + \beta x_t^* + u_t \text{ pre } t = 1, 2, \dots, N, \quad (16)$$

kde x_t^* je očakávaná nezávislá premenná v čase t .

V takto nadefinovanom modeli je nemožné priamo odhadovať neznáme parametre, lebo očakávaná hodnota je nemerateľná. Preto je nutné prijať hypotézu o formovaní očakávaní:

$$x_t^* - x_{t-1}^* = \gamma (x_t - x_{t-1}^*), \quad (17)$$

γ je koeficient očakávania a platí $0 \leq \gamma \leq 1$. Po osamostatnení x_t^* vo vzťahu (17) a následnou substitúciou do vzťahu (16) dostaneme:

$$z_t = \alpha + \beta \gamma x_t + \beta(1 - \gamma)x_t^* + u_t. \quad (18)$$

Drobnými matematickými úpravami vzťahu (18) dostaneme model, ktorý korešponduje s modelom geometrického oneskorenia:

$$z_t = \alpha \gamma + \beta \gamma x_t + (1 - \gamma)z_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (19)$$

Môžeme teda povedať, že model s adaptívnymi očakávaniami je realizácia modelu s geometrickým oneskorením. Z dôvodu nesplnenia predpokladu o nekorelovanosti vysvetľujúcej premennej z_{t-1} a náhodnej poruchy ε_t ³ nie je možné na odhad parametrov

¹ Musí byť splnená podmienka, že stupeň polynómu musí byť menší ako maximálne oneskorenie.

² Viac o stanovení stupňa polynómu oneskorenia a dĺžky oneskorenia pozri v Seddighi a kol. (2001) str. 129.

³ Pozri v Lukáčiková, A, Lukáčik, M. (2008) str. 178.

použiť metódu najmenších štvorcov. Výsledné odhady parametrov by boli skreslené a nekonzistentné, Odhady parametrov takto nadefinovaného modelu môžeme získať aplikovaním metódy inštrumentálnych premenných alebo metódou maximálnej vierohodnosti.

2 ODHAD EKONOMETRICKÉHO MODELU SPOTREBNEJ FUNKCIE S ONESKORENÍM

Pri modelovaní spotrebnej funkcie pomocou dynamických modelov sú využité makroekonomické údaje zo Štatistického úradu Slovenskej republiky. Analýza je aplikovaná na časové rady na báze štvrťročných dát za obdobie rokov 1996 – 2010 (2 štvrťrok). Na analýzu sa využíva ekonometrický softvér Eviews 5.1.

2.1 Spotrebná funkcia - model s polynomičným rozložením oneskorenia

Využitím vzťahu (8) a predpokladu, že v modeli je konečný počet oneskorení, môžeme spotrebnú funkciu zapísať nasledovne:

$$c_t = \lambda + \delta_0 y_t + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-2} + \dots + \delta_k y_{t-k} + \varepsilon_t,$$

kde

c_t je konečná spotreba domácností v mil. Eur v stálych cenách,

y_t je hrubý domáci produkt (ďalej len HDP) v mil. Eur v stálych cenách.

Počet oneskorení k v modeli je možné stanoviť na základe analýzy, pričom sa začína s odhadom modelu s vysokým časovým oneskorením, ktoré postupne znižujeme. Následne je potrebné získané modeli porovnať podľa koeficientu determinácie, Akaikovej a Schwarzovej štatistiky. V našom prípade sa osvedčilo zakomponovať do modelu nezávislú premennú HDP oneskorenú maximálne o 3 štvrťroky. Na základe uvedeného odhadujeme model:

$$c_t = \lambda + \delta_0 y_t + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 y_{t-2} + \delta_3 y_{t-3} + \varepsilon_t.$$

V modeli⁴ odhadnutom metódou najmenších štvorcov:

$$\hat{c}_t = -46,669 + 0,222y_t + 0,168y_{t-1} + 0,107y_{t-2} + 0,075y_{t-3} \quad R^2=0,995$$

(63,900) (0,041) (0,046) (0,050) (0,045)

je silná korelácia medzi vysvetľujúcimi premennými, čo je možné vidieť v korelačnej matici odhadnutých parametrov (viď. tab. 1).

Tab. 1 Korelačná matica odhadnutých parametrov

	HDP _t	HDP _{t-1}	HDP _{t-2}	HDP _{t-3}
HDP _t	1,000	0,980	0,965	0,975
HDP _{t-1}	0,980	1,000	0,981	0,965
HDP _{t-2}	0,965	0,981	1,000	0,983
HDP _{t-3}	0,975	0,965	0,983	1,000

Zdroj: vlastný výpočet

Práve z uvedeného dôvodu je potrebné model transformovať, t. j. parametre modelu - váhy δ_i aproximujeme funkciou oneskorenia podľa vzťahu 12. Odhad takto upraveného modelu (použili sme polynóm druhého stupňa) je nasledovný:

⁴ V zátvorkách pod odhadnutým parametrami uvádzame prislúchajúce štandardné odchýlky.

$$\hat{c}_t = -47,237 + 0,226y_t + 0,164y_{t-1} + 0,112y_{t-2} + 0,071y_{t-3} \quad R^2=0,995$$

$$(65,894) \quad (0,025) \quad (0,022) \quad (0,018) \quad (0,032)$$

Všetky odhadnuté parametre modelu sú štatisticky významné na hladine významnosti 5 % ($t_c = 2,008$). V modeli je ale prítomná autokorelácia ($d = 0,7975$), čo môže viesť k neefektívnemu odhadu parametrov a testy štatistickej významnosti nemajú vypovedaciu schopnosť, t. j. sú chybné. Po odstránení korelácie medzi náhodnými zložkami začlením autoregresného člena AR(1) do modelu, má model niekoľko nedostatkov. Súčet odhadnutých hodnôt $\hat{\delta}_i$ je iba 0,568 a odhadnuté parametre majú klesajúci trend, t. j. nedochádza ku kolísaniu ich hodnôt, tak ako sa pôvodne uvažovalo. Práve na základe týchto skutočností je v ďalšej podkapitole spotrebná funkcia skonštruovaná ako model s adaptívnymi očakávaniami⁵.

2.2 Spotrebná funkcia - model s adaptívnymi očakávaniami

Pri konštrukcii spotrebnej funkcie založenej na prístupe modelu s adaptívnymi očakávaniami vychádzame zo vzťahu (16):

$$c_t = \alpha + \beta y_t^* + u_t.$$

Neznáme parametre nie je možné na základe takto nadefinovaného modelu odhadnúť (očakávaná hodnota hrubého domáceho produktu (y_t^*) nie je priamo pozorovateľná) a preto po prijatí hypotézy o formulovaní sa očakávaní (vid' vzťah 17) môžeme po malých úpravách zapísať spotrebnú funkciu v tvare:

$$c_t = \lambda + \delta_0 y_t + \phi_1 c_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Na takto upravený model použijeme metódu inštrumentálnych premenných⁶. Výsledný odhadovaný model má tvar:

$$\hat{c}_t = 7,630 + 0,178y_t + 0,694c_{t-1} \quad R^2=0,997$$

$$(46,695) \quad (0,030) \quad (0,054)$$

alebo použitím vzťahu (16) ho môžeme zapísať ako:

$$\hat{c}_t = 24,899 + 0,580y_t^*$$

s hypotézou

$$x_t^* - x_{t-1}^* = 0,306(x_t - x_{t-1}).$$

Na základe zrealizovaného odhadu spotrebnej funkcie prostredníctvom modelu s adaptívnymi očakávaniami je marginálna propenzita hrubého domáceho produktu z krátkodobého hľadiska 0,178 (t. j. v prípade, ak by v súčasnosti HDP vzrástol o 1 mil. eur, súčasná spotreba domácností by vzrástla o 0,178 mil. eur) a z dlhodobého hľadiska 0,58 (v prípade, ak by bol rast HDP nepretržitý, tak jeho zvýšenie o 1 mil. eur spôsobí rast domácej spotreby v súčasnosti o 0,58 mil. eur). Koeficient očakávania je 0,306 čo znamená, že v každom danom období sa realizuje približne tretina očakávaní spotrebiteľov.

⁵ Odhadovaný tvar modelu s adaptívnymi očakávaniami má totožný tvar s geometrickým oneskorením, v ktorom váhy oneskorenia klesajú k nule. Prednosťou modelu s adaptívnymi očakávaniami v porovnaní s modelom s geometrickým oneskorením je jeho ekonomická interpretovateľnosť.

⁶ Metóda najmenších štvorcov v tomto prípade neposkytuje neskreslený a konzistentný odhad parametrov.

Na posúdenie prítomnosti autokorelácie v tomto prípade nepostačuje Durbin-Watsonova štatistika d , ale je potrebné vypočítať Durbinovu h -štatistiku⁷ podľa vzťahu:

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n[\text{var}(\phi_1)]}} = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n[\text{var}(\phi_1)]}}, \quad (20)$$

kde $\text{var}(\phi_1)$ je odhad rozptylu odhadnutého parametra pri časovo oneskorenej závislej premennej y_{t-1} . V našom prípade h -štatistika nadobúda hodnotu:

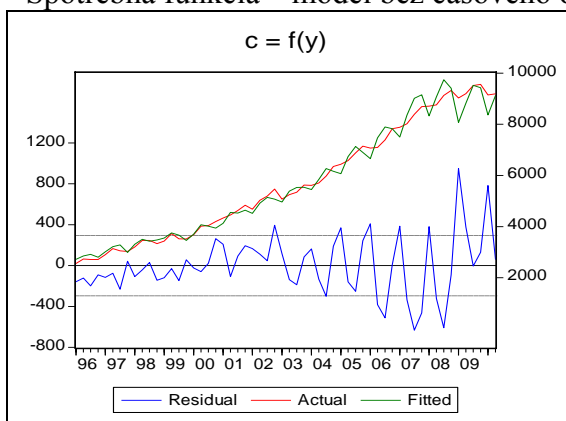
$$\left(1 - \frac{2,103}{2}\right) \sqrt{\frac{57}{1 - 57(0,054)^2}} = -0,426$$

a v porovnaním s kritickou hodnotou⁸ ($-0,426 < -1,644$) zamietame hypotézu o prítomnosti autokorelácie.

ZÁVER

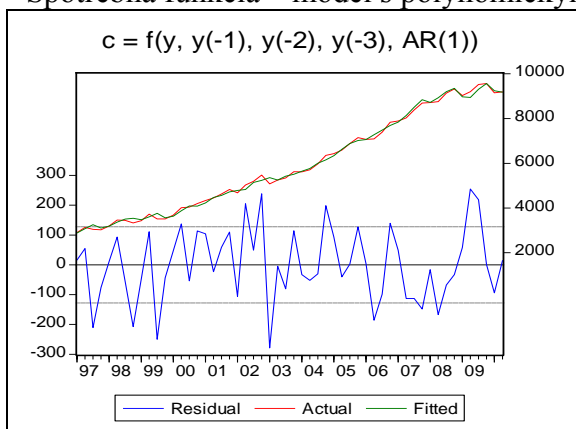
Na záver uvedené dynamické modeli spotrebnej funkcie aspoň v krátkosti vyhodnotíme. Komparáciu demonštrujeme na základe grafických priebehov skutočnej a vyrovnanej hodnoty konečnej spotreby domácností a reziduálov, pričom uvádzame tiež grafický priebeh spotrebnej funkcie odhadnutej bez dynamického faktora (obr. 1).

Obr. 1 Spotrebná funkcia – model bez časového oneskorenia



Zdroj: vlastný výpočet

Obr. 2 Spotrebná funkcia – model s polynomičným rozložením oneskorenia

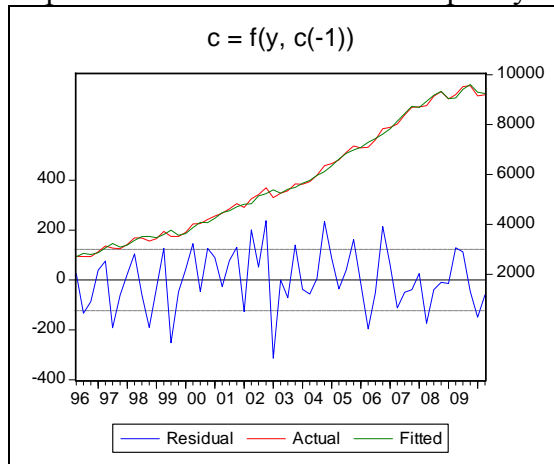


Zdroj: vlastný výpočet

⁷ Durbinov h -test je určený len pre veľké výbery. Viac pozri napr. v Hatrák (2007), str. 202, alebo Seddighi a kol. (2001) str. 154.

⁸ Štatistika h má normované normálne rozdelenie, t. j. $h \approx N(0,1)$

Obr. 3 Spotrebná funkcia – model s adaptívnymi očakávaniami



Zdroj: vlastný výpočet

Z uvedených obrázkov je vidno, ako sa postupne menila krivka vyrovnaných hodnôt závislej premennej, pričom základný model bez zakomponovaného časového oneskorenia vykazoval značné diferencie medzi skutočnou a vyrovnanou hodnotou (hodnota reziduálov dosahovala hlavne ku koncu pozorovaného obdobia viackrát hodnotu 600). Podstatne lepšie zachytil vývoj spotreby domácností model s polynomickým rozložením oneskorenia, no jeho nedostatkom je skutočnosť, že váhy (odhady parametrov modelu) nevykazovali očakávaný kolísavý priebeh. Môžeme konštatovať, že posledný model, model s adaptívnymi očakávaniami najlepšie opisuje líniu skutočných hodnôt závislej premennej a t. j. odhad spotrebnej funkcie ako modelu s adaptívnymi očakávaniami sa ukázalo ako najvhodnejšie.

Použitá literatúra

1. ASTERIOU, D., HALL, S, G, Applied Econometrics: A Modern Approach, Palgrave Macmillan, 2007, ISBN-13:978-0-230-50640-4
2. HATRÁK, M, 2007, Ekonometria, Bratislava: IURA EDITION, 2007, ISBN 978-80-8078-150-7
3. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M.: Ekonometrické modelovanie s aplikáciami. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, ISBN-978-80-225-2614-2.
4. LUKÁČIK, M., LUKÁČIKOVÁ, A., SZOMOLÁNYI, K.: Optimalizované metódy odhadu parametrov. In *Ekonomika a informatika: vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI*. - Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky: Slovenská spoločnosť pre hospodársku informatiku, 2006. ISSN 1336-3514, 2006, roč. 4, č. 1, s. 39-46.
5. SEDDIGHI, H, R., LAWLER, K, A., KATOS, A,V, 2001, ECONOMETRICS: A Practical Approach, Routledge, 2001, ISBN 0-415-15645-9

Kontaktné údaje

Ing., Kvetoslava Surmanová, PhD.,
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 823 email: surman@euba.sk

Ing., Andrea Furková, PhD.,
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 832 email: andrea.furkova@pobox.sk

PRAKTICKÉ UPLATNĚNÍ SYSTÉMU NETLOGO PRO POTŘEBY OPERAČNÍHO VÝZKUMU

Martina Zouharová

Abstrakt

Cílem článku je popsat možnosti a výhody praktického využití systému NetLogo v oblasti operačního výzkumu, a to nejen jakožto nástroje pro řešení různých typů optimalizačních problémů, ale také jako vhodného a účelného doplňku výuky. Pro konkrétnější představu o možnostech a výhodách NetLoga i multiagentního modelování jako celku je v článku obsažen rovněž příklad praktické aplikace zaměřené na optimalizaci míry osvitů, jakožto klíčového faktoru určujícího růst řas ve fotobioreaktoru; uvedený simulační model je založen na teoretických poznatcích o markovských řetězcích.

Klíčová slova: NetLogo, fotobioreaktor, Markovské řetězce, simulace

Abstract

The paper aims to describe the possibilities and advantages of practical use of the NetLogo simulation tool in the area of operational research. Not only as a tool for solving various types of practical optimization problems, but also as a tool appropriate to effective teaching. For a more concrete idea of the possibilities and advantages of the use of NetLogo or multi-agent modelling as a whole, we include an example of a practical application. The application is focused on the optimization of external irradiance as of the key determinants of algae growth in a photobioreactor; the simulation model is based on the theoretical concept of Markov chains.

Keywords: NetLogo, Photobioreactor, Markov Chains, simulation

ÚVOD

Tematická oblast článku se zaměřuje na možnost využití multiagentního modelování v oblasti operačního výzkumu. Jednak jako vhodného nástroje pro řešení různých optimalizačních problémů, jednak jako vhodného doplňku výuky, který dokáže studentům názorně předvést, na jaké bázi fungují některé algoritmy (např. simulované žihání), popř. jaké jsou důsledky měnících se počátečních podmínek na konečný výběr optimálního řešení atp.

Multiagentní modelování zažívá spolu s rozvojem techniky velký rozmach a není divu, že se tak v poslední době začíná v tomto směru objevovat stále více softwarových nástrojů - komerčních i volně dostupných. První kapitola článku se přesto zaměřuje pouze na jeden z nich, a to NetLogo. Důvodem této volby je názornost tohoto programu, dostupnost (freewareový program) a uživatelská jednoduchost, která v tomto prostředí umožňuje pracovat i těm, kteří doposud s programováním do styku příliš nepřišli. Nespornou výhodou programu NetLogo je rovněž obsáhlá knihovna již vytvořených modelů (popř. ukázek kódu), které se týkají rozličných oborů – exaktních i humanitních.

V druhé kapitole je představena praktická aplikace v prostředí NetLogo. Jde o simulaci tubulárního fotobioreaktoru, na jejímž základě jsme se (s využitím teoretických poznatků z oblasti markovských procesů) pokoušeli optimalizovat míru vnějšího osvitů, což je jeden z klíčových faktorů ovlivňující růst řas. Výběrem aplikace jsme chtěli jednak poukázat na možnosti NetLoga, jednak jsme chtěli připomenout širokou škálu možností uplatnění

operačního výzkumu, kterou je přínosné ve spolupráci s odborníky z jiných oborů prozkoumávat.

1 NETLOGO

NetLogo je volně dostupný multiagentní modelovací jazyk vyvinutý v Javě, který slouží k simulaci komplexních systémů proměnlivých v čase. Simulace probíhá pomocí **agentů**, což jsou autonomní entity, které se chovají dle určitých, předem definovaných pravidel chování. Ta nemusí být nutně po celou dobu simulace shodná. Agenti mohou být zasazeni do kontextu proměnlivého prostředí, v rámci kterého se na základě vnějších změn mohou učit, adaptovat a rozličným způsobem tak v této souvislosti své dosavadní vzorce chování měnit.

Programování takovýchto simulačních modelů probíhá formou „**bottom-up**“, tj. odspoda nahoru. Modelujeme tedy nejprve fundamentální vztahy mezi jednotlivými agenty a na základě těchto vztahů lokální úrovně následně formulujeme, jakým způsobem jsou určovány vztahy globální úrovně celého systému. Tento jev, kdy celek vykazuje určité vzorce jednání, které by na základě vztahů lokální úrovně bylo jen stěží možné dovodit, se nazývá **emergence** a skutečnosti s ní související jsou zpravidla hlavním přínosem takto simulovaných modelů.

Simulace v NetLogu je založena na využívání tří druhů agentů:

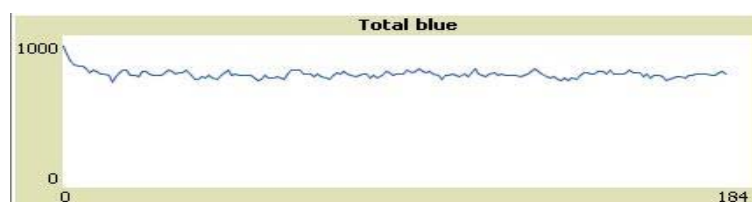
- **políčka (patches)** - jednotlivé, shodně veliké, nepohyblivé, čtvercové části mřížky tvořící výchozí prostředí dvojrozměrného modelu (označováno jako „svět“), v rámci kterého se pohybují agenti „želvy“ (viz dále). Jejich umístění, stejně jako poloha želv je určována za pomoci souřadnicového systému.
- **želvy (turtles)** - agenti, kteří se na základě předem definovaných příkazů pohybují v rámci dvojrozměrného světa vymezeného mřížkou - políčky. Agentů mohou být stovky i tisíce, mohou jednat jak nezávisle na sobě, tak v rámci vymezených skupin. Agenti mohou „vidět“ (za pomoci programu mohou např. ověřovat barvu políček, které mají ve zvoleném akčním rádiu), mohou spolupracovat, chovat se více či méně racionálně atp.
- **pozorovatel (observer)** - sleduje svět zvnějšku.

Všechny typy agentů mohou vykonávat rozličné druhy příkazů, jejichž struktura a užívání je zpravidla dosti intuitivní a velmi dobře pochopitelné (blíže viz [7]).

K pochopení chování zkoumaného systému zpravidla značnou měrou přispívá vizualizace dat získaných během jednotlivých kroků simulace. V NetLogu existují dva způsoby, jak tato nashromážděná data pomocí jednoduchého příkazu zobrazit, a to pomocí:

- grafů,
- ukazatelů.

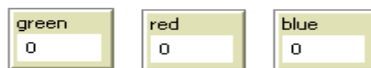
Grafy mohou zakreslovat jednu či více křivek, body, nebo může mít graf podobu histogramu. Vzhled grafů v programu NetLogo zachycuje obrázek 1-1.



Obrázek 1-1: Grafické zaznamenávání hodnot do grafu v programu NetLogo

Veškerá data zachycená a zobrazená v grafech je možné uložit a zobrazit také v jiném programu. Formát, v kterém se data uloží do počítače, lze znovu otevřít kupříkladu v databázovém programu či v tabulkovém procesoru jako např. MS Excel.

Zatímco grafy ukazují data z celého dosavadního běhu simulace, monitory monitorují aktuální hodnoty v každém kroku, např. počet želv dané barvy.



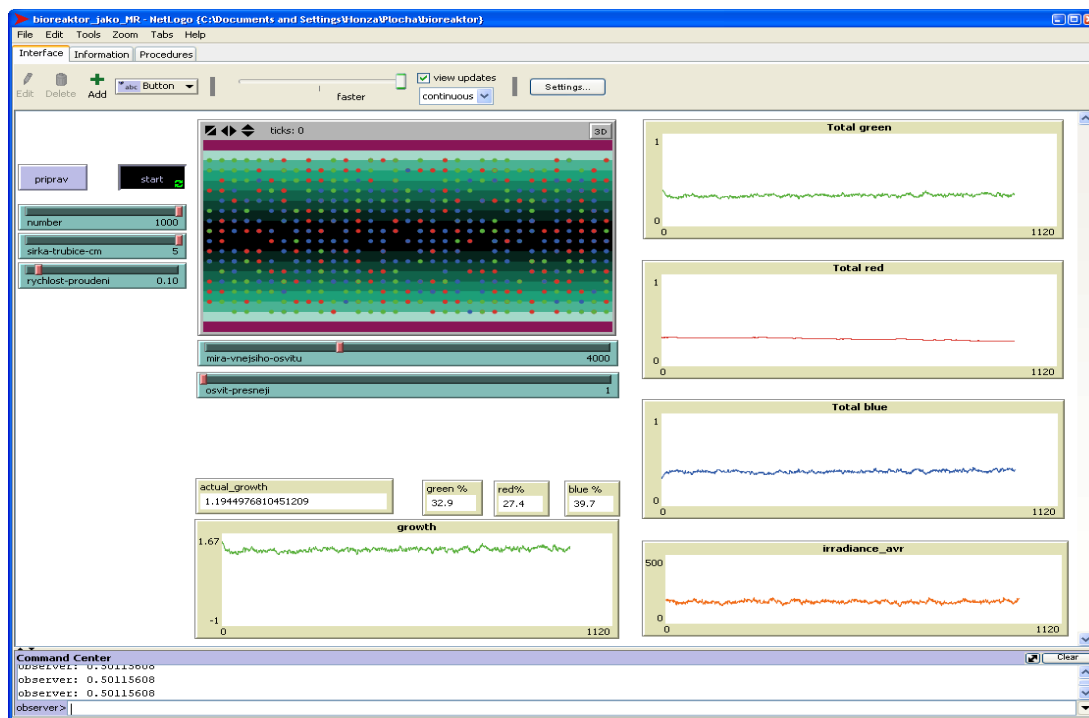
Obrázek 1-2: Monitory aktuálních hodnot v programu NetLogo

Nespornou výhodou modelů vytvořených v programu NetLogo, která stojí určitě za zmínku, je možnost uložit výsledný model jako applet, který lze zabudovat do webových stránek. To činí modely přístupné prakticky pro jakéhokoli uživatele. Pro jednoduchost ovládání a snadné sdílení vytvořených modelů právě skrze zmíněné applety, může být NetLogo také dobrým doplňkem výuky umožňujícím ilustraci a následně snazší pochopení některých jevů, včetně různých důsledků jednotlivých změn počátečních podmínek, které lze pohodlně měnit prostřednictvím definovaných „posuvníků“.



Obrázek 1-3: Posuvník pro nastavení počátečních podmínek

Kompletní vizualizace modelu může mít pak následující podobu:



Obrázek 1-4: Ukázka celkové podoby modelu

2 PRAKTICKÉ APLIKACE SYSTÉMU NETLOGO

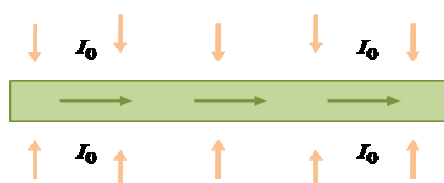
Budeme-li uvažovat praktické užití NetLoga na poli operačního výzkumu, nabízí se nám široká škála problémů, které lze za jeho pomoci řešit. Pro představu se prostřednictvím NetLoga dají zdárně modelovat optimalizační úlohy využívající mravenčích kolonií,

genetických algoritmů, dále je dobrým nástrojem pro modelování optimalizace dopravy, zkoumání a ověřování některých teoretických závěrů z oblasti teorie her, tržního chování atp.

Náš simulační model vytvořený v prostředí NetLogo spočíval v aplikaci teoretických poznatků z oblasti Markovských procesů na problematiku optimalizace osvětlení tubulárního fotobioreaktoru. Jelikož tato aplikace jeví značně interdisciplinární charakter, bylo by zapotřebí k jejímu úplnému objasnění uvedení širších souvislostí, což však není účelem tohoto článku. Účelem je zejména naznačit možnosti, které před námi NetLogo otevírá jakožto optimalizační nástroj, a proto se omezíme na stručný popis problému.

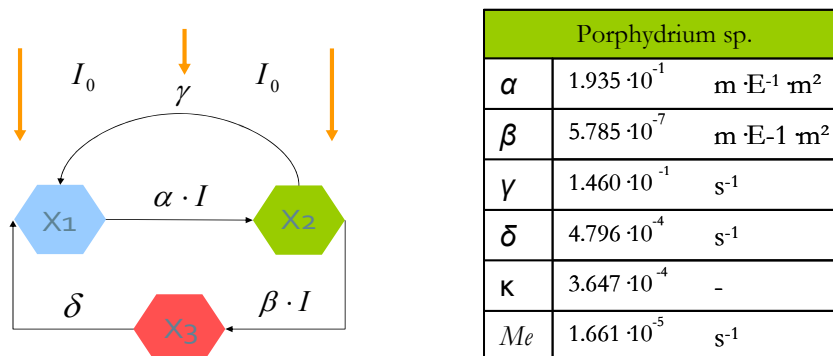
2.1 Optimalizace osvětlení tubulárního fotobioreaktoru

Pro účely práce jsme tubulární fotobioreaktor ztotožnili s jedinou jeho trubicí, na kterou jsme přiváděli osvětlení (I_0) shora a zdola, jak naznačuje obrázek 2-1.



Obrázek 2-1: Aproximace tubulárního PBR jeho podélným průřezem

Touto trubicí prochází suspenze obsahující buňky určitého druhu řasy, přičemž každá z buněk je ztotožněna s jedním agentem. Řasa se v závislosti na osvětlení, který na ní dopadá, může střídavě nacházet v jednom ze tří definovaných stavů [4]: podsvíceném, přesvíceném a aktivním. Cílem je optimalizovat osvětlení tak, aby se co nejvíce buněk nacházelo ve stavu aktivním, neboť to je jediný stav, který vede k růstu buněk. Přejechy mezi jednotlivými stavy jsou patrné z následujícího obrázku [2].



Obrázek 2-2: Model přechodu mezi jednotlivými stavy spolu s hodnotami parametrů modelu

Aktuální růst buněk je přímo úměrný počtu buněk v aktivním stavu a lze ho vyjádřit jako

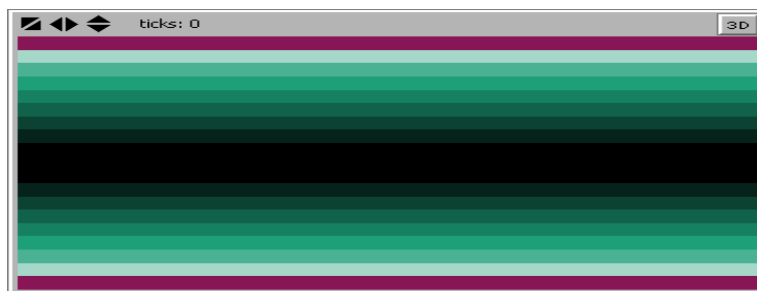
$$\mu = \kappa \cdot \gamma \cdot x_2 - Me, \quad (2.1)$$

kde Me představuje rychlost úbytku biomasy při nulové ozáření (tj. modeluje energetickou náročnost vnitřního metabolismu) a κ je bezrozměrný, empiricky zjištěný parametr. Hodnoty obou parametrů jsou zřejmé z obrázku 2-2. Obrázek 2-2 rovněž napovídá, že při tvorbě modelu se bylo potřeba vypořádat s faktem, že intenzity přechodu mezi jednotlivými stavy jsou závislé nikoli na míře vnějšího osvětlení (I_0), ale na míře osvětlení aktuálně dopadajícího na buňku řasy (I), který je determinován aktuálním umístěním buňky v rámci trubice, potažmo tedy jejím pohybem.

Měnicí osvit jsme v modelu zachytili pomocí definování 8 pásem osvitu, které se liší barvou políček tvořících základní prostředí světa (dvojměrná aproximace reálné trubice tvořící jakousi mřížku). Hodnoty osvitu I se přepočítávají pro každé z pásem dle Lambertova-Beerova zákona [3], který říká, že pokud na námi uvažovanou trubici přivedeme zvenčí v kolmém směru záření o intenzitě I_0 , pak pokles intenzity světla v důsledku jeho absorpce vrstvou roztoku o tloušťce d (tj. vzdálenost od stěny trubice) bude dán vztahem

$$I = I_0 \cdot e^{-b \cdot d}, \quad (2.2)$$

kde e je Eulerovo číslo a konstanta b je **absorpční koeficient**.



Obrázek 2-3: Základní prostředí modelu s naznačenými pásmy osvitu

Celou situaci ilustruje obrázek 2-3 a to pro užitý rozměr světa 16 x 32. Pro jednotlivá pásma osvitu (tj. řádky aproximační mřížky) jsme definovali odlišné vlastnosti (barvy). Fialové okraje představují horní a dolní stěnu trubice, do níž řasy narážejí. Pravý a levý okraj takto lemován není, což je důsledkem toho, že modelujeme rádooby „nekonečnou“ trubici, kdy řasy se mohou z pozice $[16, y]$ dostat na pozice $[-16, y]$ a obráceně, pro všechna dosažitelná y .

Dále bylo nutné se vypořádat se simulací pohybu jednotlivých buněk v rámci tohoto světa. Vyšli jsme z některých zákonitostí mechaniky tekutin, které jsme pro potřeby práce zjednodušili na pro nás směrodatné minimum. Proudění jsme považovali (pro dostatečnou rychlost proudění suspenze) za turbulentní [1] a vyšli z **Brownova pohybu**, konkrétně z Einsteinovy matematické formulace predikce pohybu částice v suspenzi o dané teplotě. Velikost kroku částice je v této formulaci určována hodnotou náhodné veličiny z normálního rozdělení o nulové střední hodnotě a směrodatné odchylce

$$\sigma = \sqrt{2D}, \quad (2.3)$$

kde D je **difuzní koeficient**, který bez dalšího teoretického výkladu¹ budeme pro šíři trubice d uvažovat pro všechna $x \in \left(-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}\right)$ ve formě

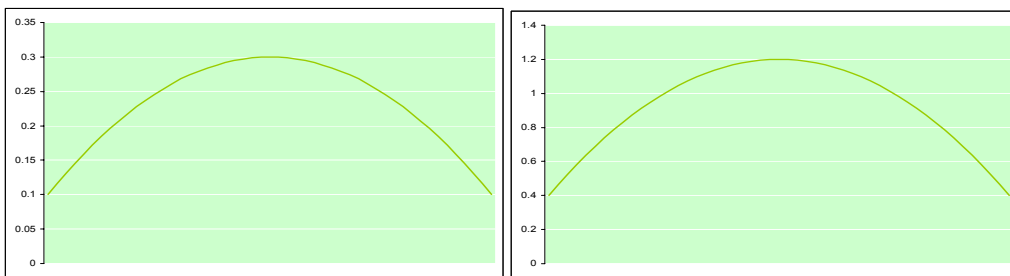
$$D = D_0 \cdot p_0 + D_0 \cdot p_1 \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{d} \right)^2 \right\}, \quad (2.4)$$

kde D_0 , p_0 a p_1 jsou parametry uvedené v tabulce 3-1. Takto definované D je bezesporu parabolou, kde parametry p_0 , p_1 určují její tvar a jsou nadále neměnné, D_0 pak určitým způsobem zachycuje rychlost proudění suspenze, neboť nemá vliv na tvar paraboly, ale pouze na velikost kroku počítaného v každém kroku simulace (viz dále). Důsledek změny parametru D_0 ilustruje obrázek 3-2.

¹ Způsob vyjádření **difuzního koeficientu** byl uvažován ve shodném tvaru, v jakém je užit v rámci experimentálních výpočtů a simulací prováděných v současnosti Ústavem systémové biologie a ekologie AV ČR, v.v.i, v Nových Hradech pod vedením Ing. Štěpána Papáčka, Ph.D.

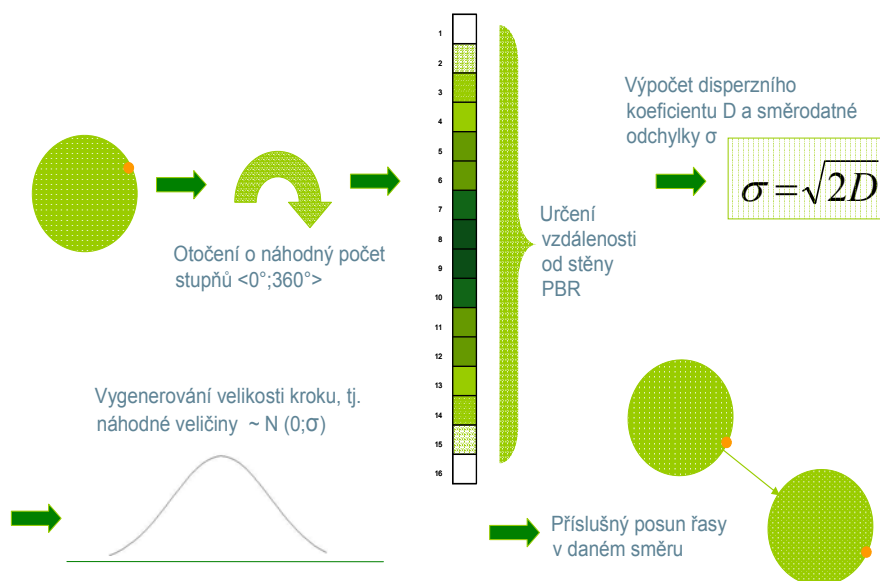
Parametry pro výpočet disperzního koeficientu $D(x)$	
D_0	0.1
P_0	1
P_1	2

Tabulka 2-1: Tabulka parametrů pro výpočet disperzního koeficientu



Obrázek 2-4: Velikost disperzního koeficientu $D_0=1$ a $D_0=4$ v závislosti na vzdálenosti od stěny

Pohyb na základě uvedených informací byl v modelu definován tak, že v každém kroku každá z buněk (agentů) určí svůj směr aktuálního natočení, od tohoto směru se otočí o náhodně vygenerovaný počet stupňů, dále určí vzdálenost od stěny trubice a na jejím základě vypočítá velikost disperzního koeficientu. Tento disperzní koeficient si pro sebe dosadí do vztahu (2.3), určí velikost kroku a o tuto velikost se v daném směru posune.

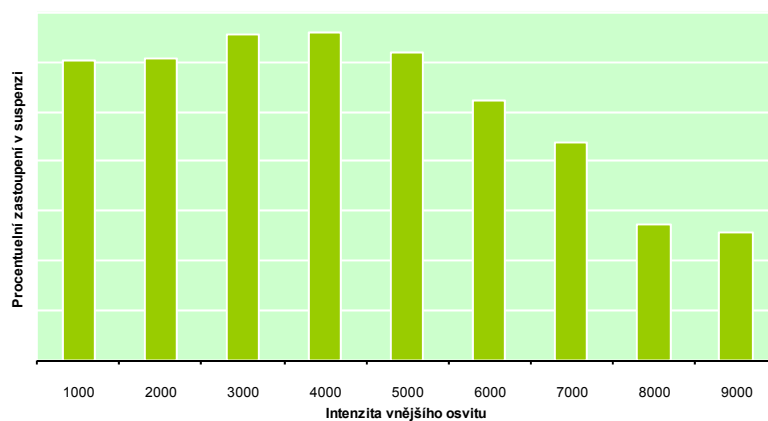


Obrázek 2-5: Fáze pohybu jednotlivých buněk

Tím byl vyřešen pohyb a měnící se intenzita dopadajícího osvětlení na jednotlivé buňky. Co se týká přechodů mezi jednotlivými stavy, přešli jsme na základě řešení soustavy Kolmogorovových diferenciálních rovnic od matice intenzit $Q_{3 \times 3}$ (obrázek 2-2) k matici podmíněných pravděpodobností přechodu týkajících se jednoho časového kroku (neboť simulace probíhá v diskretních krocích). Dále za použití některých aproximací (blíže viz [5]) jsme došli k rozšířené matici přechodů \bar{P} typu $3mn \times 3mn$, která vyjadřovala pravděpodobnost přechodu ze stavu řasy nacházející se v dané poloze a v daném

fotosyntetickém stavu do jiného stavu, tj. do jiné kombinace fotosyntetického stavu a polohy (proto rozměr $3mn \times 3mn$). Jelikož pravděpodobnost přechodu mezi fotosyntetickými stavy a pravděpodobnost přechodu mezi pohybovými stavy se vzájemně neovlivňují, získali jsme výsledné pravděpodobnosti přechodu v matici $\bar{\mathbf{P}}$ jejich vzájemným vynásobením. Každá z buněk (agentů) si tedy v každém kroku monitoruje svou barvu a na základě informace, v jakém stavu se právě nachází (modrá = podsvícený stav, červená = přesvícený stav, zelená = aktivní stav), svůj stav v závislosti na svém pohybu (tj. aktuální míře osvit) průběžně dle definovaných pravděpodobností přechodu mění.

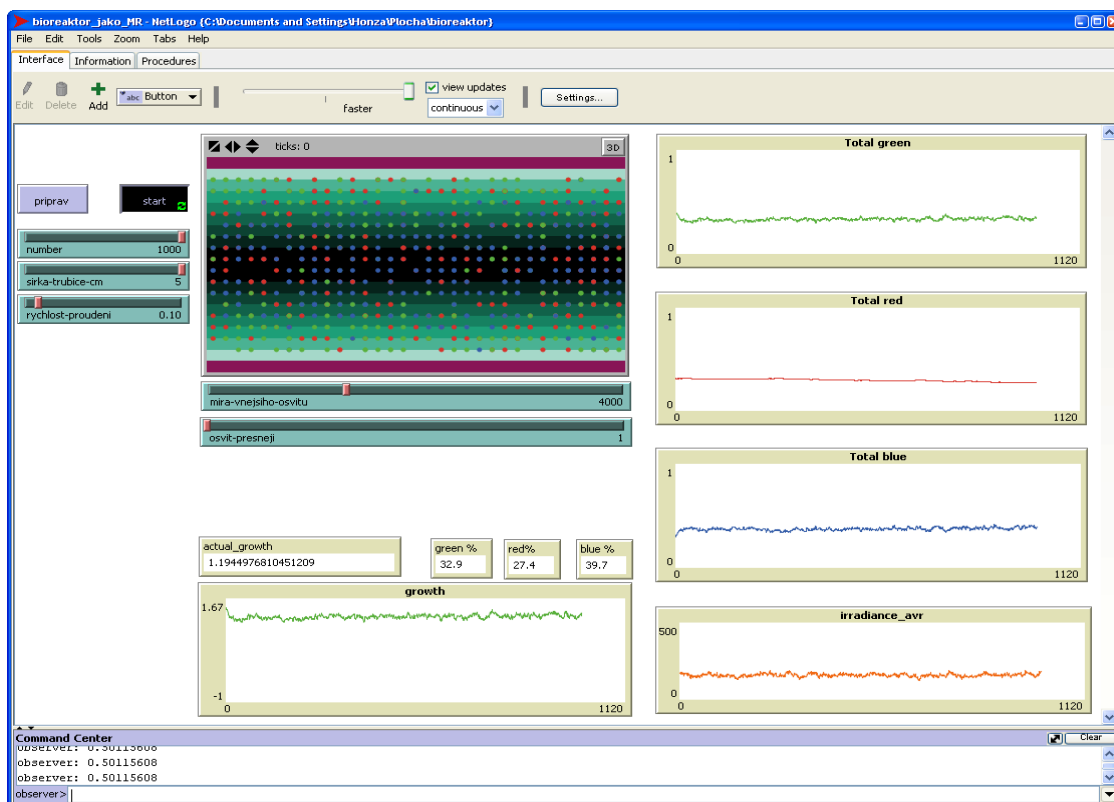
V simulačním modelu nás zajímalo, jaké bude pro různé míry vnějšího osvit procentuální zastoupení buněk v jednotlivých stavech (agentů příslušných barev), na nichž se model ustálí (šlo tedy v podstatě o hledání stacionárních pravděpodobností). S ohledem na to, že nás vzhledem k povaze problému zajímá zejména procentuelní zastoupení buněk v aktivním stavu, omezili jsme se dále na informace týkající se právě tohoto stavu. Příslušné hodnoty, k nimž jsme pro různé míry vnějšího osvit v jednotlivých simulacích dospěli, ukazuje následující graf.



Graf 2-1: Vývoj procentuelního zastoupení aktivních buněk řas v suspenzi v závislosti na míře vnějšího osvit

Optimální hodnotu jsme na základě těchto informací očekávali někde okolo $I_0 = 4000$, proto jsme okolo této hodnoty dále pátrali zpřesňováním míry vnějšího osvit, což posléze vedlo k určení optimální hodnoty $I_{0_opt} = 4100$.

Finální podobu celého modelu zachycuje obrázek 2-6, na němž můžeme vidět, že počáteční podmínky jsou nastavovány pomocí posuvníků: *number* (počet buněk v suspenzi), *sirka-trubice-cm*, *rychlost proudeni* (tj. hodnota D_0 ze vztahu 2.3), *mira-vnejsiho-osvit* (v tisících) a zpřesňujícího posuvníku pro míru vnějšího osvit *osvit-presneji*. Grafy *total green*, *total red* a *total blue* znázorňují procentuelní zastoupení jednotlivých stavů v každém kroku simulace, *irradiance_avr* průměrný osvit v trubici a *growth* zaznamenává hodnoty aktuálního růstu počítaného dle vztahu (2.1). Tlačítko *pripstav* slouží k nastavení příslušných počátečních podmínek dle posuvníků a tlačítko *go* ke spuštění celého modelu.



Obrázek 2-6: Kompletní vizualizace simulačního modelu

ZÁVĚR

Cílem tohoto článku bylo poukázat skrze praktický příklad konkrétní aplikace na výhody tvorby simulačních modelů v prostředí NetLogo, tj. výhody využití možností multiagentního modelování. Hlavní výhodou se v tomto případě (podobně jako v jiných) ukazuje zejména možnost postihnout chování každé z buněk zvlášť, díky čemuž bylo možné modelovat záznam světelné historie determinované trajektorií každé z buněk během proudění v suspenzi.

Model by bylo v této souvislosti možné podobným způsobem dále rozšířit o důsledky poškození jednotlivých buněk, ke kterému dochází tím více, čím více se zvyšuje rychlost proudění, rovněž by bylo možné zohlednit některé další biochemické souvislosti - například důsledky kolísání množství živin a CO_2 v suspenzi atp. Zohlednění těchto či dalších vlivů ve stávajícím modelu by vyžadovalo „pouze“ podrobnější seznámení s experimentálními výsledky, jichž bylo dosud dosaženo, rovněž také bližší obeznámení s problematikou mechaniky tekutin a biochemickými vlastnostmi buněk řas. Za zvážení by stál pokus o implementaci dat získaných některým ze specializovaných softwarů simulujících proudění tekutin (např. *CFD Fluent*).

Použití literatura

- [1] ADAMEC, J., JEZEK, J., VÁRADIOVÁ, B., : Mechanika tekutin .Praha: ČVUT, 2000
- [2] DOLÍNEK, P.: Couette-Taylorův fotobioreaktor, CFD simulace trajektorií řasových buněk a predikce produktivity. Diplomová práce, ČVUT, 2007
- [3] KÁŠ, J., KODÍČEK, M., VALENTOVÁ O.: Laboratorní techniky biochemie. Praha:VŠCHT, 2008
- [4] WU, X., MERCHUK, J. C.: A model intergrating fluid dynamics in photosynthesis and photoinhibition processes. Chemical Engineering Science, 2001

- [5] ZOUHAROVÁ, M.: Optimalizace růstu populace řas pomocí markovských řetězců a simulačních technik. Diplomová práce, VŠE, 2010

Internetové zdroje:

- [6] <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/> : Domovská stránka programu NetLogo, na které jsou umístěné tutoriály a uživatelské manuály. Na této stránce je také umožněn bezplatný download celého programu.

Kontaktní údaje

Ing. Martina Zouharová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W.Churchilla 4, 130 67 Praha 3

email: em.zouharova@gmail.com