

Katedra ekonometrie
Fakulty informatiky a statistiky VŠE v Praze



a

Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave



MEZINÁRODNÍ VĚDECKÝ SEMINÁŘ
NOVÉ TRENDY V EKONOMETRII
A OPERAČNÍM VÝZKUMU

Katedry ekonometrie FIS VŠE v Praze

a

Katedry operačného výskumu a ekonometrie FHI EU v Bratislave

ZBORNÍK

10. – 12. december 2012

10. – 12. prosinec 2012

Praha

Programový výbor – recenzenti:

prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Michal Fendek, PhD., EU Bratislava
prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., EU Bratislava
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., EU Bratislava
prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc., VŠE Praha
doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD., EU Bratislava
doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD., EU Bratislava

Organizačný výbor:

doc. dr. Ing. Martin Dlouhý, PhD.
Ing. Jan Fábry, PhD.
doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.
Ing. Marian Reiff, PhD.
Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD.

Kontakt:

jablon@vse.cz , cemicka@euba.sk

Editor: prof. Ing. Josef Jablonský, CSc. ,
prom. mat. Katarína Čemická, CSc.

Web editor: doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Za odbornú stránku a jazykovú úpravu zodpovedajú autori.

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Prahe,
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
a Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Ekonomická univerzita v Bratislave,
Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2012

ISBN: 978-80-225-3530-4

Obsah

Andrej Babej:	<u>Vzájomné započítanie dlhov ako úloha maximálnej cirkulácie</u>	5
Andrej Babej, Pavel Gežík:	<u>Legislatíva reverznej logistiky a jej účtovné hľadisko</u>	10
Sára Bisová:	<u>Přehled ekonometrického software</u>	17
Sára Bisová, Peter Princ:	<u>Analýza kauzálných vzťahů nástrojů monetární politiky v ČR</u>	30
Adam Borovička:	<u>Možnosti stochastického modelování v programu LINGO</u>	39
Milan Bouda:	<u>Bayesovský odhad RBC modelu</u>	47
Ivan Brezina jr., Anna Hollá, Peter Horvát:	<u>Využitie mravčieho algoritmu v reverznej logistike</u>	53
Soňa Brlejšová, Ivan Lichner, Andrej Mišovič:	<u>Vplyv strategického správania spotrebiteľov na výkon dodávateľského reťazca</u>	58
Soňa Brlejšová, Miroslava Dolinajcová, Filip Ostrihoň:	<u>Východiská modelovania dôsledkov reforiem sociálneho systému</u>	66
Soňa Brlejšová, Anna Hollá, Andrej Mišovič:	<u>Altruistické správanie v riadení dodávateľského reťazca</u>	71
Ondřej Čížek:	<u>Měnová politika z pohledu makroekonomického modelu</u>	77
Miroslava Dolinajcová, Tomáš Domanos, Filip Ostrihoň:	<u>Možnosti merania inkluzívneho rastu</u>	83
Andrea Furková, Marian Reiff, Kvetoslava Surmanová:	<u>Kvantitatívne prístupy na hodnotenie regionálnej konkurencieschopnosti</u>	87
Pavel Gežík:	<u>Výrobné procesy s opätovným prerobením a recykláciou</u>	94
Nora Grisáková:	<u>Vytváranie siete spotrebiteľov v prípade monopolu</u>	100
Karel Charvát:	<u>Optimalizační modelování v jazyce Python s využitím balíčku PuLP</u>	104

Michaela Chocholatá:	<u>Vybrané prístupy k modelovaniu volatility ekonomických časových radov</u>	121
Viktor Chrobok:	<u>Evropská reakce na finanční krizi</u>	127
Vladislav Chýna:	<u>Optimalizace ve vícekriteriálním rozhodování</u>	135
Josef Jablonský:	<u>Řešení optimalizačních úloh v prostředí internetu</u>	145
Pavol Jurík:	<u>Optimalizácia topologickej štruktúry distribuovaných informačných systémov hľadáním minimálnej kostry ohodnoteného grafu</u>	150
Brian König, Martin Lopatník:	<u>Ponukovo-dopytový makroekonomický model</u>	157
Marika Křepelová:	<u>Odhad směnného kurzu CZK/EUR – aplikace modelů ARIMA a GARCH</u>	162
Ivan Lichner:	<u>Modelovanie správania účastníkov dodávateľského reťazca</u>	167
Martin Lopatník:	<u>Využitie rozhodovacích stromov pri modelovaní kreditného rizika</u>	172
Martin Lukáčik:	<u>Analýza úrokových mier v európskej únii</u>	180
Adriana Lukáčiková:	<u>Modelovanie volatility indexu DAX pomocou modelov ARCH a GARCH</u>	185
Vladimír Mlynarovič:	<u>Metodológia váženía pravidiel pre identifikáciu podvodov v životnom poistení</u>	190
Juraj Pekár, Ivan Brezina:	<u>Analýza rovnovážnej stratégie v dvojstupňovom dodávateľskom reťazci s cieľom udržania trhového podielu v segmente predaja výrobku</u>	196
Jan Pelikán, Maria Kobzareva:	<u>Robustní řešení úlohy optimalizace portfolia</u>	202
Peter Princ:	<u>Využitie simulačného softvéru Enterprise Dynamics</u>	206
Michal Řičař:	<u>Comparison of the Business Efficiency by Mathematical Methods</u>	215
Václav Školuda:	<u>Kvantifikácia dopadov vybraných hospodárskych opatrení pomocou CGE modelu slovenskej republiky</u>	222
Karol Szomolányi:	<u>Friedmanova hypotéza trvalého príjmu v ekonomike SR</u>	231

VZÁJOMNÉ ZAPOČÍTANIE DLHOV AKO ÚLOHA MAXIMÁLNEJ CIRKULÁCIE

OFFSETING DEBTS AS A PROBLEM OF MAXIMAL CIRCULATION

Andrej Babej

Abstrakt

Vysoká zadlženosť podnikateľských subjektov je dlhodobým problémom v mnohých postkomunistických krajinách. Neriešenie tohto problému smeruje k dlhodobému znižovaniu podnikateľskej aktivity a zhoršovaniu podnikateľského prostredia ako celku. Vzájomné započítanie dlhov, ako nástroj znižovania vzájomného dlhu, môže efektívne pomáhať pri znižovaní celkovej zadlženosti medzi prepojenými podnikateľskými subjektmi a tým významným spôsobom pomôcť pri riešení tohto komplikovaného problému.

Kľúčové slová: *pohľadávky, záväzky, kompenzácia, dlh, cirkulácia*

Abstract

High indebtedness of business entities is a long-term problem in many post-communist countries. Failure to address this problem tends to reduce long-term entrepreneurial activity and the deterioration of the business environment as a whole. Offsetting debts, as a tool for reducing the mutual debt, can effectively help in reducing total debt between related business entities, thereby significantly help in solving this complicated problem.

Keywords: *receivables, payables, debt, compenzation, circulation*

1 ÚVOD

V čase krízy sa problémom mnohých podnikateľských subjektov stáva znížená likvidita (schopnosť uhrádzať svoje záväzky) spôsobená znižovaním ekonomickej aktivity na trhu. V mnohých prípadoch prerastá neschopnosť uhrádzať svoje záväzky medzi jednotlivými subjektmi do veľkých rozmerov, pričom sa okruh nelikvidných podnikateľských subjektov zvyšuje radikálnym tempom. Jedným z prostriedkov ako sa vysporiadať s týmto problémom je vzájomný zápočet dlhov.

Modely optimalizujúce vzájomný zápočet dlhov navrhovali od roku 1993 viacerí autori, ktorí tento problém formulovali či už ako úlohu lineárneho programovania, úlohu o maximálnej cirkulácii v hranovo ohodnotenom orientovanom grafe alebo problém maximálneho toku.

V tomto príspevku budeme riešiť problém maximálneho zápočtu dlhov, bez možnosti vytvárania nových dlžníckych vzťahov medzi prepojenými subjektmi.

2 DIGRAF DLHOV

Nech $V = \{1, 2, \dots, n\}$ je množina vzájomne spolupracujúcich podnikateľských subjektov. Dlh, ktorý i -ta firma dlhuje j -tej firme označme y_{ij} . Predpokladáme, že tento dlh je nezáporný, teda $y_{ij} \geq 0$. Zároveň platí že ak $y_{ij} > 0$ potom $y_{ji} = 0$ a naopak, ak $y_{ji} > 0$ potom $y_{ij} = 0$. Zároveň nie je možné aby podnikateľský subjekt dlhoval sám sebe, teda $y_{ii} = 0$ pre všetky prvky i množiny podnikateľských subjektov V . Štruktúra dlžnícky vzťahov je definovaná ako množina

$$E = \{e | e = (i, j) \in V \times V \wedge y_{ij} > 0\} \quad (1)$$

Potom funkcia

$$y: E \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad (2)$$

priradzuje kladnú reálnu hodnotu dlhu každému dlžníckemu vzťahu, kde

$$y(i, j) = y_{ij} \text{ pre } \forall (i, j) \in E. \quad (3)$$

Graf $G = (V, E, y)$ je teda hranovo ohodnotený orientovaný graf, ktorý budeme ďalej nazývať digrafom dlhov. Bilancia pohľadávok a záväzkov každého ekonomického subjektu je daná vzťahom

$$b(i) = \sum_{j \in V(i)^+} y(i, j) - \sum_{j \in V(i)^-} y(j, i) \quad (4)$$

kde

$$V(i)^+ = \{j | (i, j) \in E\} \quad (5)$$

je množina veriteľov podnikateľského subjektu i a

$$V(i)^- = \{j | (j, i) \in E\} \quad (6)$$

je množina jeho dlžníkov. Keďže pri zápočte pohľadávok a záväzkov nejde o to aby niektorý z podnikateľských subjektov dosiahol zisk, predpokladáme že pri znížení celkového dlhu v digrafe sa nezmení bilancia žiadneho uzla.

3 ZÁPOČET DLHOV AKO PRÍPUSTNÁ CIRKULÁCIA

Prípustnou cirkuláciou v digrafe $G = (V, E, y)$ nazveme funkciu

$$x: E \longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \quad (7)$$

pre ktorú platí

$$\sum_{j \in V(i)^+} x(i, j) - \sum_{j \in V(i)^-} x(j, i) = 0 \text{ pre } i \in V \quad (8)$$

$$0 \leq x(i, j) \leq y(i, j) \text{ pre } (i, j) \in E \quad (9)$$

Prípustná cirkulácia sa dá interpretovať ako zápočet dlhov, nakoľko má vlastnosti ktoré sú vhodné pre zápočet:

- Zachováva bilanciu pohľadávok a záväzkov každého uzla, nakoľko platí

$$\sum_{j=V(i)^{\circ}} y(i, j) - \sum_{j=V(i)^{-}} y(j, i) = \left(\sum_{j=V(i)^{\circ}} y(i, j) - \sum_{j=V(i)^{\circ}} x(i, j) \right) - \left(\sum_{j=V(i)^{-}} y(j, i) - \sum_{j=V(i)^{-}} x(j, i) \right)$$

b) Keďže platí vlastnosť (a) žiadny dlžnícky vzťah sa zápočtom nezvyší a

c) nevznikajú nové dlžnícke vzťahy.

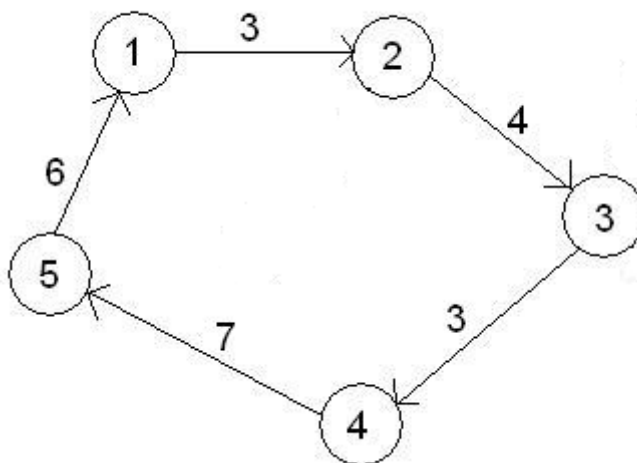
Maximalizácia zápočtu pohľadávok má potom charakter hľadania maximálnej cirkulácie

$$\sum_{(i,j) \in E} x(i, j)$$

pri zohľadnení podmienok vzťahov (8) a (9), čo je úloha lineárneho programovania ktorú formuloval Hozlár (1993).¹

4 PRÍKLAD

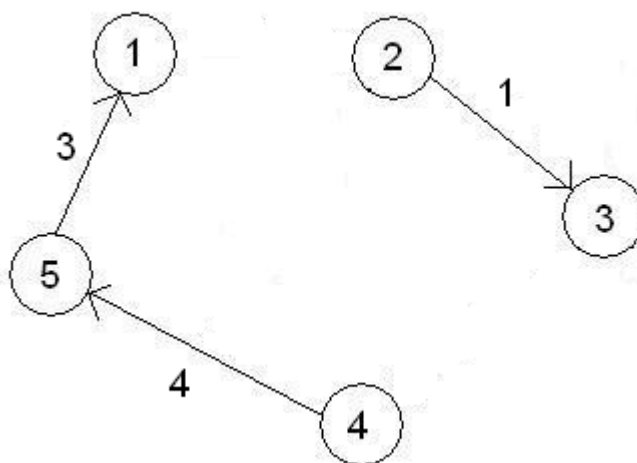
Na obrázku 1 je daná dlžnícka štruktúra diagramom digrafu² pred zápočtom vzájomných dlhov medzi spolupracujúcimi subjektmi, pričom bilancia uzlov stanovená podľa vlastnosti (a) je: uzol(1)=-3, uzol(2)=1, uzol(3)=-1, uzol(4)=4, uzol(5)= -1. Z uvedeného obrázku vidíme, že sa jedná o subjekty ktoré nespolupracujú systémom „každý s každým“ ale ich vzájomná spolupráca tvorí cyklus. Suma všetkých dlhov dosahuje hodnotu 23 peňažných jednotiek. Riešením maximalizácie zápočtu vzájomných dlhov, pomocou horeuvedených vzťahov, dostávame novú dlžnícku štruktúru zobrazenú na obrázku 2. Maximalizáciou zápočtu rozumieme započítanie vzájomných dlhov vo výške najnižšieho ohodnotenia hrany (najnižšieho dlhu) medzi zúčastnenými subjektmi, t.j. vo výške 3 peňažných jednotiek. Po vykonaní zápočtu ostali bilancie jednotlivých uzlov zachované a celková úroveň dlhu sa znížila z 23 na 8 peňažných jednotiek.



Obr. 1: Východisková dlžnícka štruktúra pred zápočtom

¹ Úloha lineárneho programovania sa dá efektívne využiť len pri riešení problémov menšieho rozsahu. Pri väčších úlohách je efektívne najprv určiť všetky komponenty.

² DIGRAF je hranovo orientovaný graf, ktorý neobsahuje násobné hrany (môže teda obsahovať rovnobežné hrany), ani slučky.



Obr. 2: Dlžnícka štruktúra po kompenzácií

Z uvedeného je zrejmé, že sme dosiahli značné zníženie dlhu bez potreby priamej úhrady peňažných prostriedkov medzi jednotlivými subjektmi, čo môžeme považovať za veľkú výhodu pretože pri priamej úhrade peňažných prostriedkov, vznikajú podnikom dodatočné náklady, ale zároveň tu vzniká veľké riziko toho, že prostriedky by boli použité na úhradu iných dlhov u niektorého zo zúčastnených subjektov, čo by znamenalo, že celkové zníženie dlhu by nemuselo dosiahnuť 15 peňažných jednotiek. Problémom pri tomto spôsobe kompenzácie dlhov však môže byť značná informačná nerovnosť medzi zúčastnenými subjektmi. Preto je nutnou podmienkou takéhoto zápočtu dostatok informácií o pohľadávkach a záväzkoch všetkých zapojených subjektov tak, aby sa dosiahla efektívna maximalizácia zápočtu vzájomných dlhov.

5 ZÁVER

Uvedený problém riešenia vzájomnej zadĺženosti podnikateľských subjektov, bez pripustenia možnosti zmeny dlžníckej štruktúry je možné navyše rozšíriť o možnosť vytvárania nových dlžníckych vzťahov. Aplikáciou možnosti zmeny dlžníckej štruktúry je možné dosiahnuť efektívnejšie zníženie celkového zadĺženia spolupracujúcich podnikateľských subjektov.

Z uvedeného vyplýva, že možnosti ako riešiť problém vzájomnej zadĺženosti využitím teórie grafov je podstatne viac a preto nemožno tento problém považovať za uzavretý.

Použitá literatúra

1. FECENKO, J. 1994. K optimalizácii operácií zápočtov pohľadávok a záväzkov po lehote splatnosti. In Ekonomický časopis = Journal of economics, roč. 42, č. 5, s. 360-374.
2. GAZDA, V. 2003. O nahradení klasického prístupu ku kompenzácií dlhov a pohľadávok. In Acta Oeconomica Cassoviensia No 7. - Košice : Podnikovohospodárska fakulta so sídlom v Košiciach, 2003. ISBN 80-225-1713-5, s. 141-148.
3. HOZLÁR, E. 1993. Modelový prístup k riešeniu problematiky vzájomnej zadĺženosti podnikov. In Proceedings of the 2-nd seminar FHI EU, Bratislava 1993

Kontaktné údaje

Ing. Andrej Babej

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421) 903 411 793

email: andrej.babej@gmail.com

LEGISLATÍVA REVERZNEJ LOGISTIKY A JEJ ÚČTOVNÉ HLADISKO*

LEGISLATION AND BOOKKEEPING PERSPECTIVE OF THE REVERSE LOGISTICS

Andrej Babej, Pavel Gežík

Abstrakt

Súčasný trend hospodárstva vedie k neudržateľnému využívaniu materiálov a energie, ktoré spôsobuje radikálny úbytok obnoviteľných i neobnoviteľných zdrojov. Tento úbytok spolu s rastúcou produkciou odpadu spôsobujú vážne ekologické problémy. Preto bolo nutné pristúpiť k vypracovaniu takých právnych predpisov, ktoré by nútili výrobcov zaoberať sa nielen ekonomickými ale i environmentálnymi aspektmi výroby. Výrobcovia sa tak musia začať zaoberať nie len spôsobom, ako zabezpečiť transport výrobok k zákazníkovi ale i o to, čo sa stane s ich výrobkami po dovŕšení životnosti. Procesom návratu výrobku k výrobcovi sa zaoberá reverzná logistika.

Príučové slová: legislatíva, reverzná logistika, odpad, odpad z elektrických a elektronických zariadení, nebezpečné látky, recyklovanie

Abstract

Current trends in economics lead to extensive material and energy consumption which cause extreme decrease of both renewable and non renewable resources. This decrease together with growing production of waste causes serious ecological problems. Therefore it was necessary to design such legislation that would force the producers to deal not only with economical but also with environmental aspects of production. This means to be concerned with transportation of goods to customers as well as with what happens with the goods after their end of life. Reverse logistics deals with the process of returning the goods to the producers.

Keywords: Legislation, Reverse Logistics, Waste, Waste Electrical and Electronic Equipment, Hazardous Substances, recycling

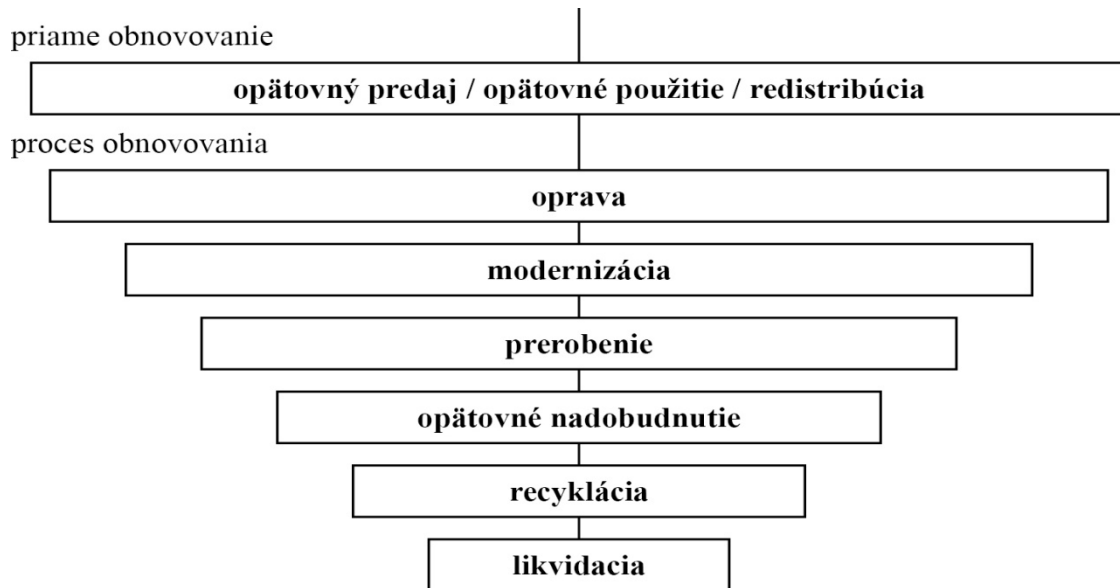
1 REVERZNÁ LOGISTIKA

Reverzná logistika sleduje spätne orientovaný pohyb tovaru, odpadu, obalov a znovu použiteľných materiálov od zákazníka k distribútorovi, respektíve až k výrobcovi. Cieľom reverznej logistiky je buď reklamácia, oprava, opätovné použitie, recyklácia alebo likvidácia v zmysle platných predpisov a smerníc ekologicky žiaducim spôsobom.¹

* Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia interného grantového projektu Ekonomickej univerzity v Bratislave (č. 2317124) „Optimálne rozmiestňovanie recyklačných a zberných miest recyklovateľných surovín“
This paper is supported by Grant No. IGP No. 2317124 of the University of Economics in Bratislava,
"Optimal location of recycling and collection points for recyclable materials"

¹ BREZINA, I., Čičková, Z., REIFF, M.: Kvantitatívne metódy na podporu logistikých procesov, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2008

Podľa obrátenej pyramídy obnovovacích možností² je možné vidieť, z akých procesov sa skladá reverzná logistika a aká časť im náleží.



obr. č. 1 Obrátená pyramída obnovovacích možností

Opätovný predaj, resp. použitie alebo redistribúcia nemenia podstatu produkty a proces s nimi zahŕňa iba presun na iné miesto. Tieto procesy sa riadia zväčša firemnou politikou výrobcu, resp. distribútora alebo predajcu. Ďalšie časti tejto pyramídy sa zaoberajú zmenou produktu. Jeho opravou alebo modernizáciou sa stane tento produkt opätovne použiteľný alebo zaujímavejší na účely.

Recyklácia a likvidácia sú procesy, ktoré nevyplývajú z rozhodnutí výrobcov ale sú zakotvené v právnych predpisoch danej krajiny, resp. spoločenstva. Teda, to čo sa stane s výrobkom po skončení jeho životnosti je presne dané príslušnou legislatívou.

2 LEGISLATÍVA ES

Legislatíva Európskeho spoločenstva (Európskej únie) je obsiahnutá v mnohých právnych predpisoch – nariadeniach Európskeho parlamentu a Rady ES (ďalej len „smerniciach“), ktoré sú základom pre legislatívu jednotlivých členských štátov. Tieto smernice sú rozdelené do piatich skupín³:

- Rámcová legislatíva Európskej únie o odpadoch
- Právne predpisy Európskej únie o nakladaní s odpadmi
- Právne predpisy Európskej únie o špecifických druhoch odpadov
- Oznamovacie dotazníky a legislatíva
- Súvisiace právne predpisy

Z týchto vyplývajú pre členské krajiny aj nasledujúce ciele⁴:

² DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization in Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004

³ <http://ec.europa.eu/environment/waste/legislation/index.htm>

⁴ BREZINA, Ivan; ČIČKOVÁ, Zuzana; PEKÁR, Juraj; Modeling aspects of reverse logistics, Quantitative Methods in Economics [Multiple Criteria Decision Making XIV], June 5-7, 2008, High Tatras, Slovak Republic

- minimalizácia využívania nebezpečných substancií a plastov, niektoré materiály musia byť postupne nahradené,
- podpora dizajnu vhodného na recykláciu,
- výrobcovia môžu prebrať zodpovednosť za ukončenie životného cyklu produktu, pripraviť produkt na identifikáciu a poskytnúť túto informáciu pre spracovateľov na vhodnú recykláciu,
- do domácností a na verejné miesta musia byť umiestnené systémy na separovaný zber, ktoré sú označené ako bezplatný zber,
- producenti musia vybudovať a financovať vhodné systémy na zaistenie vhodného spracovania a recyklácie produktov a sú zaňho zodpovední už v miestach ich zberu, ...

Najznámejšie sú smernice ES 2002/95/ES a 2002/96/ES z februára 2003, k problematike odpadov z elektrických a elektronických zariadení, keďže predstavovala najširšiu oblasť odpadového hospodárstva a vychádza zo súčasného stavu modernej spoločnosti, kde odpad z elektrických a elektronických zariadení predstavuje radikálne narastá z roka na rok.

Každý rok sa v EÚ vytvorí asi 1,3 miliardy ton odpadu, z toho zhruba 40 miliónov ton predstavuje nebezpečný odpad. Znamená to asi 3,5 tony na jedného obyvateľa a toto množstvo sa zvyšuje. Odhaduje sa, že ak sa nič nezmení, v roku 2020 budeme vytvárať o 45% odpadkov viac, než v 1995⁵.

Smernica 2002/96/ES o odpade z elektrických a elektronických zariadení⁶ (ďalej len „OEEZ“), ktorá je založená na čl. 175 Zmluvy o ES. Smernica ukladá zodpovednosť výrobcov týchto zariadení za likvidáciu OEEZ. Tieto spoločnosti by mali vytvoriť infraštruktúru pre zber OEEZ, a to takým spôsobom, aby užívatelia elektrických a elektronických zariadení z domácností by mali mať možnosť odovzdať OEEZ

Účelom tejto smernice je prevencia vzniku OEEZ a jeho opätovné použitie, recyklácia a ďalšie formy jeho využívania v záujme znížiť množstvo odpadu určeného na zneškodnenie. Tak isto sleduje zlepšenie ochrany životného prostredia prostredníctvom všetkých subjektov zapojených do životného cyklu elektrických a elektronických zariadení, t.j. výrobcov, distribútorov, spotrebiteľov a subjektov priamo zapojených do spracovania odpadu z elektrických a elektronických zariadení.

Smernica 2002/95/ES o obmedzení používania určitých nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach⁷, bežne označovaná ako smernica o obmedzení nebezpečných látok alebo smernica RoHS⁸ je založená na čl. 95 zmluvy o ES. Cieľom smernice je zosúladienie právnych predpisov členských štátov o obmedzení používania nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach a tým prispieť k ochrane životného prostredia ako i k využitiu odpadu z elektrických a elektronických zariadení environmentálne vhodným spôsobom.

Táto smernica obmedzuje používanie šiestich nebezpečných látok (olovo, ortuť, kadmium, zlúčeniny chrómu, polybrómované bifenyly - PBB a polybrómovaný difenyl etér - PBDE) pri výrobe rôznych druhov elektronických a elektrických zariadení

V smernici stanovila 10 kategórií elektrozariadení, z ktorých elektroodpad pochádza:

⁵ <http://ec.europa.eu/environment/waste/index.htm>

⁶ The Waste Electrical and Electronic Equipment Directive (WEEE Directive)

⁷ The Directive on the Restriction of the Use of Certain Hazardous Substances in Electrical and Electronic Equipment 2002/95/EC (Pronunciation)

⁸ The Restriction of Hazardous Substances Directive or RoHS

1. veľké a malé domáce spotrebiče,
2. IT vybavenie,
3. telekomunikačné zariadenia,
4. spotrebná elektronika,
5. osvetlovacie zariadenia vrátane žiaroviek,
6. elektrické a elektronické nástroje,
7. hračky, zariadenia určené na voľný čas, športové a rekreačné účely,
8. zdravotnícke zariadenia,
9. prístroje na monitorovanie a kontrolu,
10. predajné automaty.

Smernice ES sú jedným z najvýznamnejším prostriedkov boja proti ohrozeniu prostredia odpadom zo zastaranej elektroniky. Zahŕňajú nielen počítače, monitory a ďalšie periférne zariadenia, ale aj videohry, digitálne fotoaparáty a kamery, chladničky, práčky, hriankovače či sušiče vlasov. Okrem iného, z nich vyplýva množstvo nariadení, ktoré by mali zjemniť dopad produkcie odpadu na životné prostredie, napr. aby výrobcovia našli náhradu za prvky ohrozujúce životné prostredie - olovo, ortuť či kadmium.

K týmto smerniciam je vypracované i metodické usmernenie Ministerstva životného prostredia⁹ v slovenskom jazyku, ktoré vysvetľuje spomínané dve smernice EU a pomocou ktorého je možné zistiť, čo všetko sa považuje za OEEZ a či spadá do pôsobnosti daných smerníc.

3 LEGISLATÍVA SR

Vychádzajúc z európskej legislatívy, sa v troch krokoch uskutočnila príprava legislatívy Slovenskej Republiky. Ako prvý krok sa považuje prijatie zákona č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov a predpisov na jeho vykonanie, druhým prijatie zákona č. 529/2002 Z. z. o obaloch a o zmene a doplnení niektorých zákonov, a tretím krokom prijatie zákona č. 733/2004 Z.z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

Spomínané tri zákony sa stali základnou právnou normou na úseku odpadov a odpadového hospodárstva, ktorá upravuje práva a povinnosti právnických a fyzických osôb pri predchádzaní vzniku odpadov a pri nakladaní s odpadmi ako i pôsobnosť orgánov štátnej správy a obcí a zodpovednosť za ich porušenie. Tieto zákony sú dopĺňané Nariadeniami vlády Slovenskej Republiky (ďalej len „NV SR“) a Vyhláškami Ministerstva životného prostredia Slovenskej republiky¹⁰ (ďalej len „Vyhláška MŽP SR“) napr.:

- Vyhláška MŽP SR č. 126/2004 Z. z. o autorizácii, o vydávaní odborných posudkov vo veciach odpadov, o ustanovovaní osôb oprávnených na vydávanie odborných posudkov a o overovaní odbornej spôsobilosti týchto osôb,
- Vyhláška MŽP SR č. 284/2001 Z.z., ktorou sa ustanovuje Katalóg odpadov.

Zákon č. 529/2002 Z.z. o obaloch a o zmene a doplnení niektorých zákonov vytvoril právny rámec aj pre získavanie údajov z oblasti obalov a odpadov z obalov. Ten ďalej dopĺňa Nariadenie vlády Slovenskej republiky č. 220/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity pre rozsah zhodnocovania odpadov z obalov a pre rozsah ich recyklácie vo vzťahu k celkovej

⁹ Metodické usmernenie k smernici č. 2002/95/ES o obmedzení používania určitých nebezpečných látok v elektrických a elektronických zariadeniach

¹⁰ <http://www.enviro.gov.sk>

hmotnosti odpadov z obalov. V ňom boli ustanovené záväzné predpisy týkajúce sa obalov pre materiály ako sklo, plasty (bez PET), papier, kovy a osobitne pre polyetyléntereftalát (PET).

Ďalšie doplnujúce právne predpisy v oblasti odpadového hospodárstva týkajúce sa obalov boli:

- Zákon č. 17/2004 Z. z. o poplatkoch za uloženie odpadov v znení zákona č. 587/2004 Z. z.,
- NV SR č. 220/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity pre rozsah zhodnocovania odpadov z obalov a pre rozsah ich recyklácie vo vzťahu k celkovej hmotnosti odpadov z obalov,
- Vyhláška MŽP SR č. 283/2001 Z.z., o vykonaní niektorých ustanovení zákona o odpadoch,
- Vyhláška MŽP SR č.732/2002 Z.z., o zozname zálohovaných obalov, ktoré nie sú opakovane použiteľné, a o výške zálohy za ne a o výške zálohy za zálohované opakovane použiteľné obaly,
- Vyhláška MŽP SR č. 210/2005 Z.z. o vykonaní niektorých ustanovení zákona o obaloch.

Okrem obalov a odpadov týkajúcich sa obalov sa odpadové hospodárstvo zaoberá i odpadmi súvisiacim s automobilovým priemyslom:

- NV SR č. 153/2004 Z.z., ktorým sa ustanovujú záväzné limity a termíny pre rozsah opätovného použitia častí starých vozidiel, zhodnocovania odpadov zo spracovania starých vozidiel a ich recyklácie,
- Vyhláška MŽP SR č. 125/2004 Z. z., ktorou sa ustanovujú podrobnosti o spracúvaní starých vozidiel a o niektorých požiadavkách na výrobu vozidiel.

Ďalším odvetným odpadového hospodárstva, ktoré bolo ešte viac prepracované ako oblasť týkajúca sa obalov bolo práve nakladanie s elektrozariadeniami a s elektroodpadom. Základ právnej úpravy pre túto oblasť vytvára zákon NR SR č. 773/2004 Z.z., ktorý mení a dopĺňa zákon č. 223/2001 Z.z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.

Tieto zákony boli práve na základe smerníc EU rozpracované a doplnené ďalšími právnymi predpismi Slovenskej Republiky, ako sú:

- NV SR č. 388/2005 Z.z., ktorým sa ustanovujú limity pre zhodnotenie elektroodpadu a pre opätovné použitie a recykláciu komponentov, materiálov a látok,
- Vyhláška MŽP SR č. 208/2005 Z.z., o nakladaní s elektrozariadeniami a s elektroodpadom,
- Vyhláška MŽP SR č. 209/2005 Z.z. , Vyhláška MŽP SR, ktorou sa mení a dopĺňa Vyhláška MŽP SR č. 126/2004 Z.z. o autorizácii, o vydávaní odborných posudkov vo veciach odpadov, o ustanovovaní osôb oprávnených na vydávanie posudkov a o overovaní odbornej spôsobilosti týchto osôb,
- Vyhláška MŽP SR č.359/2005 Z.z., ktorou sa mení Vyhláška MŽP SR č. 127/2004 Z. z. o sadzbách pre výpočet príspevkov do Recyklačného fondu, o zozname výrobkov, materiálov a zariadení, za ktoré sa platí príspevok do Recyklačného fondu, a o podrobnostiach o obsahu žiadosti o poskytnutie prostriedkov z Recyklačného fondu.

Z daných právnych predpisov vyplýva výrobcom/dovozcom/predajcom elektrozariadení povinnosť financovať, zaisťovať a spolupodieľať sa na zbere a likvidácii elektroodpadov a odpadov z obalov. Tento proces sa vykonáva formou tzv. Recyklačného poplatku, ktorý bude fakturovaný na doklade predaja ako samostatná položka pre každý druh produktu.

Predajcovia by mali výšku recyklačných poplatkov uvádzať minimálne pri prvom umiestnení výrobkov na slovenskom trhu. Ďalšie subjekty v následnom predaji nemajú túto povinnosť,

ale i tak, by mali túto informáciu poskytovať. Informácia o recyklačných poplatkoch by sa mala uvádzať na všetkých predajných miestach. Z recyklačných poplatkov je následne tvorený Recyklačný fond.

4 REVERZNÁ LOGISTIKA Z ÚČTOVNÉHO HĽADISKA

Zavedením európskej legislatívy a jej implementáciou do slovenského právneho systému vzniká pre subjekty povinné v oblasti ochrany životného prostredia a odpadového hospodárstva aj potreba správneho účtovania o týchto skutočnostiach tak, aby informácie z účtovníctva poskytli verný a pravdivý obraz o finančnej situácii účtovnej jednotky.

Z hľadiska účtovnej jednotky je potrebné vplyv ochrany životného prostredia na účtovný systém chápať z dvoch pohľadov:

- s vplyvom na manažérske účtovníctvo nazývané – environmentálne manažérske účtovníctvo
- a s vplyvom na finančné účtovníctvo nazývané - environmentálne finančné účtovníctvo

Environmentálne manažérske účtovníctvo nadväzuje na environmentálne manažérstvo, ktorého úlohou je realizácia podnikateľskej činnosti tak, aby bola šetrná k životnému prostrediu. **Ekonomické prínosy** zavedenia environmentálneho manažérskeho systému sa môžu prejavovať v úspore energií, vody, minimalizáciou odpadov, príp. znížením nákladov na ich likvidáciu, hospodárnejším využitím surovín, elimináciou environmentálnych poplatkov a najmä pokút súvisiacich so znečisťovaním životného prostredia alebo znížením nákladov na poistné krytie environmentálnej zodpovednosti.

Náklady súvisiace so životným prostredím, tzv. **environmentálne náklady** sa v mnohých podnikoch neustále zvyšujú, a to najmä v súvislosti so zvyšovaním environmentálnej regulácie, predovšetkým v krajinách EÚ. Environmentálna legislatíva a povinnosti z nej vyplývajúce priamo ovplyvňujú ekonomiku účtovnej jednotky. Tieto náklady prirodzene vstupujú do kalkulácie cien produktov (kalkulačného vzorca), čím čiastočne ovplyvňujú konkurenčnú schopnosť oproti produktom, ktoré pochádzajú z krajín kde právne predpisy v oblasti ochrany životného prostredia nekladú tak vysoké nároky na výrobcov. V minulosti boli environmentálne náklady v prípade niektorých produktov tak vysoké, že spoločnosť musela trh týchto produktov opustiť. Cenu produktu udáva trh a priestorom na zvyšovanie zisku je znižovanie nákladov. O to dôležitejšie je mať informácie o všetkých, aj latentných, environmentálnych nákladoch a o správnych kalkuláciách na jednotku výkonu (napr. na produkt).

Environmentálne finančné účtovníctvo – cieľom finančného účtovníctva poskytovať informácie o finančnej situácii, výnosnosti a o zmenách vo finančnej situácii účtovnej jednotky svojim používateľom, ktorí na základe nich uskutočňujú ekonomické rozhodnutia. Externí používatelia sú informovaní o finančnej situácii, výnosnosti a peňažných tokoch účtovnej jednotky prostredníctvom účtovnej závierky, ktorá sa zostavuje vždy po skončení účtovného obdobia. Tradičné finančné účtovníctvo je zamerané na ekonomickú stránku podnikania, pričom sa do úvahy neberie vplyv podnikania na životné prostredie a na spoločnosť. Bez zohľadnenia environmentálne vyvolaných finančných vplyvov však je možné dosiahnuť verné a pravdivé zobrazenie skutočností v účtovnej závierke iba v obmedzenej miere. Ak tradičné účtovníctvo nezohľadňuje otázky životného prostredia, informácie môžu byť skreslené, a to najmä v podnikoch pôsobiacich v odvetviach, ktoré

vo veľkej miere zaťažujú životné prostredie. Potenciálne významné riziko v súvislosti so životným prostredím môže vo všeobecnosti vzniknúť aj v prípade účtovnej jednotky, ktorá podlieha do významnej miery zákonom a predpisom týkajúcim sa životného prostredia.

V posledných desaťročiach sa informačné potreby zainteresovaných strán postupne menia a postoj podniku k životnému prostrediu sa stáva jedným z významných kritérií pri ich ekonomickom rozhodovaní. Stále silnejúca multidimenzionalita a snaha o interdisciplinárny náhľad na podnikateľskú činnosť predstavujú prvky, na ktoré je potrebné v súčasnosti reagovať aj v účtovníctve. Environmentálne účtovníctvo rozširuje okruh tradičného účtovníctva o environmentálnu oblasť, preto sa v literatúre objavujú aj pojmy ako finančné účtovníctvo rozšírené o environmentálne aspekty alebo environmentálne diferencované finančné účtovníctvo.

Použitá literatúra

1. BREZINA, I., ČIČKOVÁ, Z., REIFF, M.: Kvantitatívne metódy na podporu logistických procesov, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2008
2. BREZINA, I.; ČIČKOVÁ, Z.; PEKÁR, J.: Modeling aspects of reverse logistics, Quantitative Methods in Economics [Multiple Criteria Decision Making XIV], June 5-7, 2008, High Tatras, Slovak Republic
3. DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization in Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004
4. HYRŠLOVÁ, J. 2009. *Účetníctví udržitelného rozvoje podniku*. [online]. Praha : Vysoká škola ekonomie a managementu, 2009. 174 s. [cit. 2010-11-08] Dostupné na internete:
http://www.enviweb.cz/download/ea/ucetnictvi_udrzitelneho_rozvoje.pdf
5. <http://ec.europa.eu/environment/waste/index.htm>
6. <http://www.enviro.gov.sk>
7. <http://www.refond.sk/>
8. <http://envidom.sk/>
9. <http://www.sewa.sk/>
10. <http://www.sizp.sk/>
11. <http://enviroportal.sk>

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421) 0908 333 360
email: pavelgezik@gmail.com

Ing. Andrej Babej
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421) 0903 411793
email: andrej.babej@gmail.com

PŘEHLED EKONOMETRICKÉHO SOFTWARE

A COMPENDIUM OF ECONOMETRIC SOFTWARE

Sára Bisová

Abstrakt

Práce je zaměřena na popis vybraných produktů z oblasti ekonometrického software a jejich stručné porovnání. Ekonometrický software bývá často řazen do širší skupiny tzv. statistického software. Všechny ekonometrické produkty lze užívat také pro alespoň základní statistickou analýzu, což vyplývá již ze samotného charakteru ekonometrie jako vědní disciplíny, která vznikla právě syntézou věd, do kterých statistika spadá (ekonomie, matematika, statistika). Stejně tak lze téměř každý statistický program použít k ekonometrickým výpočtům. V této studii se zaměříme výhradně na specializované ekonometrické produkty, které je možné užít k složitějším ekonometrickým analýzám. V popisu se zaměříme na parametry, jako jsou: cena, open-sourceový charakter, forma licence, uživatelské prostředí, skriptovací jazyk apod. Dále je zde uvedena ukázka kódu psaného ve skriptovacím jazyce vybraného ekonometrického produktu – EViews.

Klíčová slova: *ekonometrický software, CLI, GUI, open-source, skriptovací jazyk, programovací jazyk, GNU GPL*

Abstract

This paper focuses on brief description of chosen econometric software and its short comparison. Econometric software is usually classified as a part of more general group - statistical software. All of econometric software allows us to carry out at least basic statistical analyses, that is quite obvious from the origination of the econometrics as a branch of science, which can be defined as synthesis of mathematics, statistics and economics. Each statistical software can be used for some of the econometric computation as well. In this review we deal with specialized econometric products, which are designed for more complicated econometric analyses. Characteristics as price, open-source, software licence, interface, scripting languages etc. are mentioned. Last but not least we include a short example of code written in EViews scripting language.

Keywords: *econometric software, CLI, GUI, open-source, scripting language, programming language, GNU GPL*

1 ÚVOD

Ekonometrický software bývá často řazen do širší skupiny – tzv. statistického software. Všechny ekonometrické produkty lze užívat také pro alespoň základní statistickou analýzu, což vyplývá již ze samotného charakteru ekonometrie jako vědní disciplíny, která vznikla právě syntézou věd, do kterých statistika spadá (ekonomie, matematika, statistika). Stejně tak lze téměř každý statistický program použít k ekonometrickým výpočtům. Mezi hojně užívané statistické softwary patří např. SAS, SPSS, STATA, STATISTICA, Statgraphics, StatPlus, SYSTAT, UNISTAT a řada dalších (např. www.wikipedia.org).

Renfro (2004) člení ekonometrický software dle charakteru do 4 kategorií (některé produkty spadají do více kategorií současně):

- *Nezávislý ekonometrický software (independent econometric software packages)* – nezávislostí je myšlena samostatnost softwarového balíčku – k jeho užívání je zapotřebí pouze počítače a operačního systému, se kterým je kompatibilní (včetně softwaru, který daný operační systém obsahuje a daný ekonometrický produkt potřebuje, např. VBA v MS Windows). Tyto softwarové produkty umožňují uživateli programovat a vytvářet tak rozšířené funkce. Jsou psány ve standardních programovacích jazycích, jako jsou C/C+, FORTRAN, Pascal a VBA a jsou kompatibilní s běžnými operačními systémy – Mac, Linux, Unix a Windows. Mezi takové softwary patří např. AREMOS, AUTOBOX, BV4.1, B34S, BETAHAT, CEF, EasyRegInternational, **EViews**, FP, **GRET**L, IDIOM, LIMDEP, **Mathematica**, **MATLAB**, MICROFIT, Modeeasy+, MODLER, MODLER BLUE, MOSAIC, NLOGIT, NumXL, PcGets, **PcGive**, PcNaive, **RATS**, REG-X, SHAZAM, SORITEC, STAMP, **STATA**, TROLL, **TSP**, WinSolve a WYSEA¹;
- *Ekonometrické programovací knihovny (econometric programming libraries)* – soubory předprogramovaných základních operací, které mohou být použity pomocí patřičných programovacích jazyků k vytvoření dalších operací a funkcí, případně celého ekonometrického modulu. Zpravidla vyžadují některý ze standardních formátů programovacích jazyků, jako jsou C/C+, VBA, apod. Příklady jsou BACC, MLE++, MODLER ad.;
- *Ekonometrické a matematické programovací jazyky (econometric and mathematical programming languages)* – jedná se o programovací jazyky zaměřené na tvorbu aplikací z oblasti ekonometrie. Některé jsou vytvořeny přímo pro potřeby ekonomů a ekonometrů, některé mají širší zaměření. Mohou sloužit jak tvorbě jednotlivých operací, tak k výstavbě celých ekonometrických modulů a ekonometrických softwarových balíčků – pro vlastní potřeby či pro širší veřejnost. Bývají zpravidla psány v některém ze standardních jazyků: C/C+, FORTRAN, Pascal, VBA ad. Příklady jsou **GAUSS**, **R**, **MATLAB**, **STATA**, **Mathematica**, **Ox** ad.²;
- *Aplikace ekonometrických a matematických programovacích jazyků (applications of econometric and mathematical programming languages)* – tyto softwary jsou aplikacemi nejlepších a nejsofistikovanějších ekonometrických a matematických programovacích jazyků z předchozí skupiny, jako jsou GAUSS, Mathematica, STATA, Ox ad. Protože jsou psány programovacími jazyky s chráněnými vlastnickými právy, je zapotřebí, aby uživatel měl daný programovací jazyk v počítači implementován. Příkladem takových produktů

¹ Produkty vyznačené tučně budou podrobněji popsány v následujících kapitolách.

² Ooms (2008) uvádí, že GAUSS, MATLAB, Stata a Ox jsou top programovací jazyky používané po celém světě v oblasti aplikované ekonometrie a nabízí k nahlédnutí tabulky s četnostmi referencí v časopisech jako je Journal of Applied Econometrics apod.

jsou ARFIMA package for Ox, CML (Constrained Maximum Likelihood), DPD for Ox, G@RCH, GaussX, mathStatica, MSVAR, Time series modelling 3.2 (TSMMod32) atd.

Struktura práce je následující: 2. kapitola poskytuje přehled vybraných produktů na poli ekonometrického software, 3. kapitola obsahuje ukázkou naprogramovaného kódu ve skriptovacím jazyce vybraného ekonometrického produktu – EViews a 4. kapitola pak samotný závěr.

2 PŘEHLED PRODUKTŮ EKONOMETRICKÉHO SOFTWARE

V předchozí kapitole byla zmíněna řada produktů spadajících do kategorie ekonometrický (a statistický) software. Nyní se na některé z nich podrobněji zaměříme:

2.1 EViews (Econometric Views)

Primárně vyvinut pro ekonometrickou analýzu, užíváný zejména pro práci s časovými řadami, vhodný také pro statistickou analýzu. Vývojář: QMS (Quantitative Micro Software), dnes součástí IHS. Bezprostředním předchůdcem byl software MicroTSP, vyvinut Davidem Lilienem a poprvé vydán roku 1981 pro osobní PC Apple II, později také pro IBM PC. Vývoj MicroTSP byl ukončen roku 1990 a dále soustředěn na nový program pro Windows, jehož výsledkem je právě EViews. První verze 1.0 byla vypuštěna do oběhu v květnu roku 1994. Obsahuje GUI i CLI. EViews komunikuje s formáty (čte i ukládá do): PSPP/SPSS, DAP/SAS, STATA, RATS, PcGive, Micro TSP, TSP, Excel, Access, AREMOS TSD, LOTUS 123, GAUSS dataset, ad. Soubory EViews mohou být otevírány i v Gretlu. Vedle běžných ekonometrických operací umožňuje uživateli odhadovat uživatelem nadefinovaný model metodou maximální věrohodnosti, viz ukáзка v kapitole 4. Software umožňuje simulace. Modely a predikce mohou být prováděny a odhadovány statickými i dynamickými metodami, stochastickými simulacemi atd. Výstupy jsou přehledné, což je výhodné zejména v případě grafů, a lze je snadno exportovat do aplikací Windows (Word, Excel, PowerPoint apod.). ODBC³ je podporována od verze EViews 5. Pro uživatele jsou k dispozici příručky Users Guide I, II a Command Reference v PDF formátu a dále řada ukázkových souborů a programů. Modely, funkce a operace lze psát pomocí vlastního skriptovacího jazyka EViews. V současnosti velmi používaný software jak ve studijním prostředí, tak v komerční sféře. Nejnovější je verze 7.2 z listopadu 2011, nejnovější update této verze pak z října 2012. Cena studentské verze činí \$40, akademické \$425 a komerční \$1075. EViews je dostupný pro platformy Windows a Mac OS a je psán v jazyce C++. ⁴

2.2 GAUSS

Jedná se o celý soubor produktů, založený na vlastním matematickém a statistickém programovacím jazyce, vyvinutý společností Aptech Systems a to primárně pro účely statistických a ekonometrických analýz – zejména pro práci s časovými řadami, optimalizace a 2D a 3D vizualizace. Mezi produkty patří:

- *GAUSS Mathematical and Statistical System* – široce užívaný programovací jazyk a ucelené prostředí pro ekonometrické, statistické a obecně matematické analýzy. Programovací jazyk je vhodný jak pro jednoduché příkazy, tak pro konstrukci složitých programů. Obsahuje přes 400 matematických funkcí a uživatel může snadno vytvářet své funkce a přidávat je do knihovny funkcí⁵. Další výhodnou vlastností

³ Open Database Connectivity.

⁴ Zdroje: webové stránky www.eviews.com, www.wikipedia.org, Renfro (2004).

⁵ GRMT (GAUSS Tun-Time Module) umožňuje uživatelům distribuovat jimi napsané GAUSS aplikace jiným uživatelům, kteří GAUSS nemají.

GAUSS systému je FLI (Foreign Language Interface) pro převedení programů psaných v C a FORTRANu přímo do GAUSS. Je vyvinut pro Windows, Linux a Mac OS X (64-bit)⁶;

- *GAUSS Applications* – předprogramované aplikace jako Constrained Maximum Likelihood MT (umožňuje odhadovat modely metodou maximální věrohodnosti se zavedením restrikcí na parametry), Time Series MT 1.0 (modely časových řad, diagnostika MLE odhady, predikce, dále práce s panelovými daty včetně random efektů a fixed efektů);
- *GAUSS Engine* – DLL (Dynamically Linked Library) k převádění jiných aplikací do GAUSS programu, takže je možné aplikace psané v programovacích jazycích jako C, C+, Java, VBA apod. obohatit o vlastnosti GAUSS (zejména rychlost a kapacitu);
- *GAUSS Data Tool* – samostatně pracující program pro práci s GAUSS daty (data jsou načtena do pracovního prostředí ve formě vektorů, kde s nimi uživatel může pomocí jednoduchých příkazů pracovat) a je flexibilní z hlediska tvorby vlastních funkcí a procedur uživatelem;
- *GAUSSplot Professional Graphics* – GUI (Graphical User Interface), praktický a jednoduše ovladatelný plně funkcionalizovaný nástroj pro tvorbu a úpravu grafů. Dostupný pro Windows a Linux;
- *Third Party Applications* jako Gauss 10 (Professional Econometrics Routines), SimGauss 2.1 (Nonlinear Simulation) apod.

První verze programovacího jazyka GAUSS vyšla v roce 1984 pro operační systém MS-DOS. GAUSS obsahuje v knihovně několik aplikačních modulů zdarma - Qprog (Quadratic programming), SqpSolvemt (Sequential quadratic programming), QNewton (Quasi-Newton unconstrained optimization, Eqsolve (Nonlinear equations solver). GAUSS je obdobně jako Ox, MATLAB a MODLER založen na maticové algebře (na rozdíl od produktů jako jsou AREMOS, EViews, GRETL, IDIOM apod., které jsou založeny na definici skalárních proměnných), což značně zjednodušuje definici modelů apod. C. Rookley sestavil kód GTOML (zdarma) k přepisu kódu GAUSS do jazyka MATLAB (obdobně existují propojení mezi MATLAB a R apod.)⁷. Produkty GAUSS jsou dostupné pro operační systémy Windows, Mac OS, Linux a Unix.⁸

2.3 GRETL (Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library)

Jedná se o v praxi hojně užívaný ekonometrický software, zejména pro nekomerční potřeby, a jako výukový software, neboť se jedná o freeware. První verze byla vypuštěna do světa v roce 2000 (31. ledna). Základní kód byl získán od Ramu Ramanathan – ESL (Econometric Software Library) - DOSovský program k autorově knize *Introductory Econometrics*. ESL byl původně psán v jazyce FORTRAN a později konvertován do C. GRETL je tudíž psán v jazyce C a je vyvinut pro operační systémy Windows, Mac, Linux. Obsahuje GUI i CLI. Užívá GTK a widget toolkit k vytváření GUI a má vestavěný gnuplot⁹ k vytváření grafů. Uživatelské prostředí je poměrně přehledné a lze nastavit v 11 světových jazycích, včetně

⁶ Na webových stránkách je uvedeno, že produkt je východiskem pro ty, kteří shledávají většinu matematických modulů za nedostačující, ale nechtějí vytvářet celé programy ve složitých programovacích jazycích jako jsou C, C++ či FORTRAN

⁷ Ooms (2008).

⁸ Zdroje: webové stránky: www.aptech.com a www.wikipedia.org.

⁹ Grafický program pro tvorbu grafů, nesouvisí s GNU projektem a GPL licencí, www.wikipedia.cz.

češtiny (ačkoliv některé překlady nejsou přesně¹⁰)¹¹. Nabízí řadu funkcí pro analýzu časových řad, průřezových i panelových dat. Obsahuje vlastní skriptovací jazyk, nicméně, umožňuje uložit data v GNU Octave, R ad., takže není problém pokračovat v navazujících složitějších operacích a analýzách v sofistikovanějším software. Je možné stáhnout doplňkový modul X12-ARIMA a TRAMO/SEATS. Značnou výhodou programu je jeho freeware a open-source charakter. V angličtině je stažitelný poměrně přehledný manuál (User's Guide) a Command Reference soubor, obojí v PDF formátu. Umožňuje konverzi výstupů do formátů TeX, RTF i TXT. Dále podporuje import souborů Eviews, Excel, Gnumeric, GNU Octave, JMulTi, OpenDocument Spreadsheet, PCGive, RATS 4, SAS, SPSS a Stata a export do CSV, GNU Octave, GNU R, JMulTi a PcGive formátů. Nejaktuálnější verzí je 1.9.9 z června 2012 (vývojáři The GRETL Team). Software je dostupný zdarma pod licencí GNU GPL.^{12,13}

2.4 Mathematica

Výpočetní software vyvinut Wolfram Research (Champaign, Illinois). Název byl iniciátorovi Stephenu Wolframovi navržen spoluzakladatelem Apple, Stevenem Jobsem. První verze, Mathematica 1.0, byla vydána v polovině roku 1988. Umožňuje výstupy v PDF, TeX, RTF, HTML a XML formátech. Na výběr je ve třech jazycích – angličtině, čínštině a japonštině. Jedná se o samostatně stojící software i skriptovací jazyk. Obsahuje CLI i GUI a nejnovější verze, Mathematica 8.0.4 (z října 2011), je dostupná pro operační systémy Windows, Mac OS X a Linux. Mathematica komunikuje s SQL databázemi a programovacími jazyky Java, .NET a C/C++, Fortran, ad. Umožněno je propojení se softwary jako Excel, MATLAB, R, apod. Mathematica umožňuje import a export řady formátů – kompletní seznam formátů pro import je k nalezení na [http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/\\$ImportFormats.html](http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/$ImportFormats.html), pro export [http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/\\$ExportFormats.html](http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/$ExportFormats.html). Pro začátečníky i pokročilé uživatele je k dispozici řada dokumentací, knih, videí, výukových a ukázkových programů, apod.¹⁴ Mathematica nabízí několik produktů: Mathematica Professional (pro komerční použití), Mathematica Home Edition, Mathematica for Students a dále webMathematica, gridMathematica ad., (více na www.wolfram.com/products/). Cena studentské verze činí \$140 (studentské roční licence \$69,95), osobní \$295, akademické \$1 095 a professional \$2 495. Software je psán v jazycích C a Mathematica.¹⁵

2.5 MATLAB (MATrix LABoratory)

Je jedním z nejkompexnějších a nejsložitějších matematických softwarů vůbec a je také jedním z nejužívanějších v komerční i ve vědecké sféře, snad ve všech výpočetních oblastech. Obsahuje programovací jazyk 4. generace (4GL, 1970 – 1990) založený na maticové algebře¹⁶ (takže umožňuje snadnou práci s maticemi), který vychází z jazyka FORTRAN. Výpočetní problémy je však možné se softwarem MATLAB řešit rychleji a snadněji než s jazyky jako C, C++ či FORTRAN. Skriptovací jazyk MATLAB je velmi podobný C++ a je produktem z dílny MathWorks. MATLAB je psán v jazycích FORTRAN,

¹⁰ Např. adjusted R squared překládá jako adjustovaný R².

¹¹ Kompletně: angličtina, baskičtina, čínština, francouzština, italština, němčina, polština, portugalština, ruština, řečtina, turečtina.

¹² Reference jsou k nalezení v Journal of Applied Econometrics – GRETL: Econometric software for the GNU generation: G. Baiocchi a W. Distaso (Volume 18, Issue 1, Pages 105-110), GRETL 1.6.0 and its numerical accuracy: A. Talha Yatla a A. Yasemin Yalta (Volume 22, Issue 4, pages 849 – 854) a Teaching undergraduate econometrics with GRETL: J. Wilson Mixon Jr a R. J. Smith (Volume 21, Issue 7, pages 1103 – 1107) a Journal of Statistical Software – GRETL 1.7.3, Software Review: A. Rosenblad (Vol. 25, 03/2008).

¹³ Zdroje: URL: gretl.sourceforge.net, www.wikipedia.org a Renfro (2004).

¹⁴ Více např. na <http://www.wolfram.com/mathematica/resources/>.

¹⁵ Zdroje: www.wolfram.com/mathematica/, www.wikipedia.org.

¹⁶ Ooms (2008) uvádí, že maticový programovací jazyk MATLAB a GAUSS jsou velmi podobné.

C, C++, Java, MATLAB ad. Jeho vývoj začal koncem 70. let 20. století¹⁷. V roce 1983 se o MATLAB začal zajímat Jack Little z komerčního hlediska. Přepsal MATLAB do jazyka C, a dále doplnil, a v roce 1984 založil spolu s C. Molerem a S. Bangertem společnost MathWorks. První verze byla vydána v roce 1985. V současnosti je nejaktualizovanější verzí R2012a z března 2012, která podporuje platformy Windows, Mac OS X a Linux. Obsahuje GUI i CLI. Umožňuje řadu operací a funkcí, propojení s programy a knihovny psanými v jazycích C, C++, Java (MATLAB Builder JA), Fortran, ActiveX a .NET (MATLAB Builder NET). MATLAB Builder EX vytváří makra ve VBA. Spreadsheet Link EX umožňuje propojení MATLABu a Excelu, umožňuje výměnu dat a obecně užívání MATLABu z prostředí MS Excel. MATLAB užívá objektově orientované programování (OOP – Object-Oriented Programming), což zjednodušuje konstrukci složitějších procedur. Plocha v MATLABu se skládá ze 3 oken: příkazové okno, okno s historií příkazů a pracovní plochu (zde je přehled proměnných a jejich charakteristik). K dispozici je řada toolboxů (knihoven funkcí), které jsou zaměřeny na určitou problematiku, např. také ekonometrický toolbox (toolboxy jsou ke koupi zvlášť a jejich seznam je k nahlédnutí na adrese <http://www.mathworks.com/products/>). Database toolbox umožňuje propojení s ODBC/JDBC zahrnující Oracle, MS SQL Server, Sybase, MS Access, Informix a Ingres. Umožňuje načítat i exportovat do řady formátů spreadsheetových (XLS, ad.), binárních, textových (TAB, SCV, ad.), grafických (JPEG, TIFF, GIF, BMP, PNG, CUR, HDF, atd.), zvukových (AU, WAV) atd. MATLAB poskytuje velmi dobře zpracované 2D a 3D grafy. Užívá se k tvorbě algoritmů a aplikací včetně uživatelského prostředí (pomocí nástrojů GUIDE – Graphical User Interface Development Environment), k výpočtům různého zaměření, k modelování, simulacím, tvorbě grafiky atd. Pořízení softwaru MATLAB je ovšem finančně náročné a pro nekomerční účely se nevyplatí, existují však open source varianty podobné MATLABu a s MATLABem zpravidla kompatibilní, i když nižší kvality, jako GNU Octave, FreeMat a Scilab¹⁸. Existuje řada manuálů, ukázkových programů a blogů, na kterých lze najít potřebné informace a rady. MATLAB je v současnosti na 20. místě dle indexu TIOBE¹⁹. Pro simulace dynamických systémů existuje další produkt společnosti MathWorks – Simulink. Nová verze je vydávána přibližně dvakrát do roka.²⁰

2.6 OxMetrics, Ox a PcGive

Jedná se o samostatný ekonometrický software, obsahující vlastní programovací hazyk – Ox (založený na CLI), který vyvinuli Jurgen Doornik a David Hendry²¹. Ox je objektově orientovaný programovací jazyk založený na maticové algebře. OxMetrics úzce souvisí s pojmem PcGive (viz níže) a GiveWin. GiveWin je uživatelské prostředí, do kterého je možné implementovat řadu modulů (jedním z nich je právě PcGive) a ve kterém jsou k dispozici data, možnost pracovat s nimi, vizualizace výstupů - textových i grafických atd. Celá sada softwarových modulů se pak nazývá OxMetrics. Umožňuje ekonometrickou analýzu založenou na časových řadách, průřezových i panelových datech. Vývojáři jsou OxMetricsTechnologies a nejaktuálnější dostupnou verzí je verze 6.3 z února roku 2012 (vývojáři OxMetrics, J. A. Doornik). OxMetrics je kompatibilní s platformami Windows, Mac OS X a Linux. Většina modulů byla původně psána v jazyce FORTRAN a později

¹⁷ S vývojem začal Cleve Moler z University of New Mexico z důvodu zjednodušení práce studentům bez nutnosti práce v programovacím jazyku Fortran, který byl v té době hojně užíván.

¹⁸ Všechny tyto softwary mají programovací jazyk velmi podobný MATLABu.

¹⁹ TIOBE Programming Community Index - aktuální žebříček je k dispozici na webových stránkách <http://www.tiobe.com/index.php/content/paperinfo/tpci/index.html>.

²⁰ Zdroje: webové stránky www.mathworks.com, www.wikipedia.cz, www.wikipedia.org a Renfro (2004), Ooms (2008), Tarrazo (2006).

²¹ Ooms (2008) uvádí, že Ox má podobnou syntaxi k C++.

přepisována do C. Dnes je OxMetrics psán v jazycích FORTRAN, C, C++ a Ox. Nejnovější verze obsahuje také C++ knihovny pro GUI. Vzhledem k výhodám jazyka Ox jsou postupně vytvářeny nové programy založené na tomto jazyce. OxMetrics podporuje import a export dat z řady formátů, umí například načítat i ukádat do XLS souborů a umí načítat GAUSS a STATA soubory. Také grafy mohou být uloženy v řadě formátů jako EPS, PS, WMF, ad. Cena závisí na mnoha parametrech^{22 23}.

PcGive je jedním z prvních ekonometrických software pro osobní počítače. Jeho vznik byl iniciován Davidem Hendrym v 80. letech 20. století na London School of Economics. Původní verze (1983-1984) byla ve FORTRANu. Začátkem 90. let 20. století pak začala být přepisována do jazyka C (verze 7 v roce 1992). Ve verzi 9 z roku 1996 pak bylo vyvinuto uživatelské prostředí GiveWin (tzv. front end) pro práci s PcGivem, daty a výstupy – dnes je používáno více moduly a celý balík se nazývá OxMetrics, jak bylo uvedeno v předchozím odstavci. Ve verzi 10 (2001) byl kód přepsán do jazyka Ox s částmi v C prostřednictvím DLL a v C++ pro GUI. PcGive se specializuje na práci s časovými řadami – deskriptivní statistiky, jednorovnicové i víceroovnicové systémy, VAR modely, modely simultánních rovnic, modely GARCH, kointegrační analýzy, konstrukce predikcí, modely s panelovými daty, modely diskrétní volby, ARIMA modely, X12 ARIMA pro sezónní očišťování, atd. Dalšími moduly OxMetrics jsou STAMP (strukturální modely časových řad – Kalmanův filtr apod.), G@ARCH (jednorozměrné i vícerozměrné modely volatility), SsfPack (sada knihoven do Ox knihoven), TSP/OxMetrics (TSP – viz níže – může být nainstalován jako modul OxMetrics) atd. Nejnovější verze PcGive je verze 13.3 z února roku 2012. PcGive je dodáván se 4 knihami. K dispozici je řada ukázkových souborů a poměrně přehledný help na HTML souborech a je dostupný z Help menu (pro konkrétní modul) resp. Help pane (pro OxMetrics), přímo na pracovní ploše.²⁴

2.7 R programming language

R je open source statistický software, který se často užívá i pro ekonometrické analýzy. Užívá CLI, existují ovšem také GUI pro R - například R Commander. Je k dispozici pro široké spektrum operačních systémů a bývá často propojován s řadou software a to i komerčních, jako je SPSS apod. R je součástí projektu GNU²⁵ a je volně zdarma stažitelný pod licencí GNU GPL²⁶, což je jednou z příčin jeho hojné oblíbenosti mezi uživateli z různých aplikačních oblastí, jako je statistika, ekonometrie, data mining apod. Programovací jazyk R je objektově orientovaný programovací jazyk a je (obdobně jako S-PLUS) implementací jazyka S. Sestavili jej Ross Ihaka a Robert Gentleman na University of Auckland (Nový Zéland). V únoru roku 2012 byl na 20. místě dle indexu TIOBE, v současnosti se vyskytuje na 24. místě (výrazně lepší než S, který se nachází blízko konci první stovky) a obecně tedy patří k nejoblíbenějším programovacím jazykům vůbec. Mezi výhody R patří také možnost užívat TeX formát a velmi kvalitní grafy (k dispozici jsou doplňky pro dynamické a interaktivní grafy). Existuje řada doplňků, zpravidla napsaných v R, Java, C a FORTRAN

²² Více na www.oxmetrics.net – Price list. Například nový nákup pro jednoho samostatného uživatele: OxMetrics Enterprise (Ox Professional, PcGive, STAMP a G@ARCH) \$960 a licence na každý další rok \$290, moduly – PcGive, STAMP, Ox professional (programovací jazyk Ox), G@ARCH - \$400 a další roky je již licence zdarma.

²³ Zdroje: www.oxmetrics.net, www.wikipedia.org a Ooms (2008).

²⁴ Zdroje: www.oxmetrics.net, www.pcgive.com, Renfro (2004).

²⁵ Projekt zaměřený na vývoj GNU - operačního systému unixového typu, který má charakter svobodného software. Zkratka znamená GNU není Unix. Projekt byl založen programátorem Richardem Stallmanem v roce 1984. (www.gnu.org/home.cs.html).

²⁶ GNU General Public License. GPL licence vyžaduje, aby byly odvozené softwary dostupné pod stejnou licencí (www.wikipedia.cz).

(cca 5300 modulů, mimo základní balík spojený s instalací softwaru)²⁷. R je možné propojit přes import a export dat s řadou systémů, jako jsou MATLAB, SPSS, SAS, STATA, S-PLUS, Systat, Octave ad. Umožňuje komunikaci s mnoha databázovými systémy. K dispozici je řada ukázkových programů, datasetů, příruček, blogů atd. Nejnovější je verze 2.15.1 z června 2012 (vývojáři R Foundation). Software je dostupný pro operační systémy Windows, Mac OS, Linux, BSD a Unix.²⁸

2.8 RATS (Regression Analysis Time Series)

Matematický, statistický a ekonometrický software RATS je obdobně jako produkty MATLAB, TSP, SHAZAM, Ox ad. užíván nejen v ekonometrické, ekonomické a statistické sféře, ale také v marketingu, managementu, účetnictví apod. Specializuje se zejména na práci s časovými řadami, ale umožňuje také analýzy založené na průřezových a panelových datech. Počátek vývoje RATS je spojen se jménem Tom Doan a byl původně vyvíjen jako rozšíření programu SPECTRE (autor Ch. Sims) kolem roku 1979. Software byl nejdříve psán v jazyce FORTRAN v roce 1991, později přepsán do C. Pro osobní počítače byl vyvinut v roce 1984, v roce 1989 také pro platformu Mac a pro Windows o 6 let později, v roce 1995. Nejnovější verze 8.1 (září 2011, vývojáři Estima, Inc.) doplňuje verzi 8.0 o nové operace s panelovými daty, nové funkce a vylepšení pro uživatelské prostředí ad. Grafy mohou být exportovány do mnoha formátů, včetně PostScriptu a Windows Metafile. Vybaven 180 stránkovým seznamovacím manuálem (Introduction to RATS) a 2 dalšími příručkami - Reference Manual a User's Guide. Komunikuje (čte a ukládá) s formáty STATA, EViews, MATLAB, Excel (včetně XLSX), dále formáty TSD, WKS ad. Data mohou být načítána z mnoha databázových formátů včetně SQL/ODBC. Výstupy mohou být formátovány v TeX. Podporovány jsou operační systémy Windows, Mac OS X, Unix a Linux. K RATS je možnost zakoupení také doplňku CATS²⁹ (Cointegration Analysis Time Series package). Cenově je software RATS dostupný i pro nekomerční účely, v nabídce je řada slev pro studenty a akademickou půdu. Zatímco pro analýzu časových řad poskytuje srovnatelné možnosti jako například SAS, cena je znatelně nižší (SAS stojí několik tisíc dolarů). Studentská verze stojí \$300 za WinRATS/MacRATS (\$500 běžná cena standardní verze), studentská cena \$450 za WinRATS/MacRATS Professional (\$650 běžná cena profesionální verze), \$60 – výuková (akademická) verze s tištěnou dokumentací (na 1 rok), \$30 výuková (akademická) verze bez tištěné dokumentace (na 1 rok). CATS - \$175 běžná cena, \$125 studentská cena^{30 31}.

2.9 STATA

Jeden z primárně data management a statistického software, který se dnes užívá i k účelům ekonometrické analýzy³². K softwaru byla postupně přidána řada procedur a operací týkajících se analýzy časových řad apod. Autorem je William Gould a dnes je software vyvíjen a produkován společností StataCorp. STATA není koncipován ve formě řady modulů, jedná se o kompletní software v jednom balíku. STATA software je napsán v jazyce C (a STATA (ado)) a byl poprvé vypuštěn do světa v roce 1985 a to pro DOS platformu. Užívá CLI i GUI a je v současnosti k dispozici pro operační systémy Windows (1994), Macintosh (1992), Linux (1989) a Unix (1989). Umožňuje kompletní práci s daty,

²⁷ K dispozici na <http://cran.r-project.org/>.

²⁸ Zdroje <http://www.r-project.org/>, <http://rgm2.lab.nig.ac.jp/RGM2/links.php> a www.wikipedia.org.

²⁹ Napsali K. Juselius, H. Hansen, S. Johansen z University of Copenhagen.

³⁰ Více informací na <http://www.estima.com/ratsprices.shtml>.

³¹ Webové stránky www.estima.com, www.wikipedia.org a dále Renfro (2004), Ooms (2008) a brožura stažitelná s webových stránek www.estima.com/forms/RATSBrochure.pdf.

³² Velký zájem o STATA v aplikované ekonometrii je zaznamenán zejména po roce 2000 (obdobně jako o MATLAB), jak uvádí Ooms (2008).

import a export s Excelem a dalšími formáty, velice kvalitní grafy, které lze exportovat do řady formátů (EPS, TIF, PNG, PDF atd.). Prostředí STATA obsahuje vlastní skriptovací jazyk STATA, známý pod názvem Ado, a dále objektově orientovaný programovací jazyk Mata (existuje od verze 9), založený na maticové algebře (matrix language), s většinou schopností, jako MATLAB, R, Ox či GAUSS. Právě rozšíření o Mata přineslo softwaru STATA příliv přízně ze strany řady ekonometrů. Pro uživatele je k dispozici dokumentace o více než 9 000 stranách v PDF a dále online help, Stata blog ad. Novinky jsou uváděny ve čtvrtletně vydávaném Stata Journal³³ (dále existuje také Statalist³⁴). Ooms (2008) uvádí, že STATA kód je pro studenty a pro uživatele s průměrnými programátorskými zkušenostmi přívětivější (snazší) než je tomu u jazyků GAUSS a MATLAB, které vyžadují znalost maticové algebry a numerického programování. Akademická verze začíná na \$595 a komerční na \$1 195.³⁵

2.10 TSP (Time Series Processor)

Základy softwaru TSP položil Robert E. Hall ve spolupráci s Robertem Gordonem, Charlesem Bischoffem a Richardem Sutchem ad., v polovině 60. let 20. století. Ooms (2008) uvádí, že již koncem 70. let měl charakter nadějného a hojně implementovaného ekonometrického softwaru, kdy nabízel kompatibilitu (čtení a ukládání) s mnoha formáty, jazyk založený na maticové algebře, kvalitní nelineární řešitele, simulační procedury apod. Autor dále uvádí, že na konci 80. let byl TSP rozdělen na 2 programy – Micro-TSP (David Lilien) a PC-TSP (Bronwyn H. Hall). Z programu Micro-TSP později vznikl software pro Windows s názvem EViews a PC-TSP se dnes nazývá jednoduše TSP. TSP byl připojen do množiny modulů OxMetrics, užívající GiveWin jako uživatelské prostředí (může být používán jako batch program nebo interaktivně, ale obojí pouze pro Windows). TSP je produkován společností TSP Internatoinal, která byla založena v roce 1978 Bronwynem H. Hallem a je dostupný pro Windows, Mac OS X, Linux a některé další unixové platformy. Ačkoliv název naznačuje, že je TSP určen pro práci s časovými řadami, umožňuje také analýzu průřezových a panelových dat. Systém TSP zahrnuje vlastní, poměrně flexibilní programovací jazyk ke stavbě a odhadu ekonometrických modelů, simulacím apod. Program TSP není užíván pouze v aplikované ekonometrii, ale také v oblasti finančních analýz, atd. K dispozici je TSP User's Guide³⁶, TSP Reference Manual³⁷, kde jsou obsaženy také ukázkové programy, a dále TSP Help System³⁸. Na webových stránkách je ke stažení trial verze³⁹. Dále existuje studentská verze, obě tyto verze – trial i studentská - obsahují oproti klasickým komerčním verzím různá omezení ohledně proměnných a pozorování, procedur atd.⁴⁰ Studentská verze je dostupná jak pro Windows (s i bez prostředí OxMetrics), tak pro Mac. Studentská verze stojí \$120 (+\$30 mimo USA a Kanadu)⁴¹, akademická \$600 a komerční \$1 200⁴². Nejnovější je verze 5.1 ze září 2009 (poslední update v květnu 2012, vývoji TSP International). TSP je psán v jazyce FORTRAN.⁴³

³³ <http://www.stata.com/bookstore/stata-journal/>

³⁴ <http://www.stata.com/statalist/>

³⁵ Zdroje: www.stata.com, www.wikipedia.org, Renfro (2004), Ooms (2008).

³⁶ <http://www.tspintl.com/products/TSP51UG.pdf>

³⁷ <http://www.tspintl.com/products/TSP51RM.pdf>

³⁸ Více na <http://www.tspintl.com/products/manuals.htm#help>.

³⁹ <http://www.tspintl.com/products/tsp/demo/index.htm>

⁴⁰ <http://www.tspintl.com/products/tsp/student.htm>

⁴¹ \$95 (+\$30 mimo USA a Kanadu) – Student TSP bez OxMetrics. Více informací na <http://www.tspintl.com/products/tsp/student.htm> a <http://www.tspintl.com/order/pricetab.htm>.

⁴² Více informací na <http://www.tspintl.com/order/pricetab.htm>.

⁴³ Zdroje: www.tspintl.com, <http://www.tspintl.com/products/TSP51UG.pdf>, <http://www.tspintl.com/products/TSP51RM.pdf>, www.wikipedia.org, Renfro (2004), Ooms (2008).

3 UKÁZKA

3.1 Two-piece normal rozdělení

Definice 1.1 (např. Villani, Larsson (2006)): Má-li náhodná veličina X two piece normal rozdělení, $X \square TPN(\mu, \lambda^2, \tau^2)$, potom lze její hustotu pravděpodobnosti zapsat jako funkci

$$f(x) = \begin{cases} c \exp\left[-\frac{1}{2\lambda^2}(x-\mu)^2\right] & \text{if } x \leq \mu \\ c \exp\left[-\frac{1}{2\tau^2\lambda^2}(x-\mu)^2\right] & \text{if } x > \mu, \end{cases} \quad (1)$$

kde $c = \sqrt{2/\pi} \lambda^{-1} (1+\tau)^{-1}$.

Hustota pravděpodobnosti $TPN(\mu, \lambda^2, \tau^2)$ rozdělení je analogická k hustotě pravděpodobnosti normálního rozdělení s parametry μ a λ^2 , tj. $N(\mu, \lambda^2)$, nalevo od modu μ a k hustotě pravděpodobnosti normálního rozdělení s parametry μ a $\tau^2\lambda^2$, tj. $N(\mu, \tau^2\lambda^2)$, napravo od modu μ . Takto definované rozdělení je tudíž sešikmené doleva (tj. negativně sešikmené), pokud platí $\tau < 1$ a sešikmené doprava (tj. pozitivně sešikmené) v případě, že $\tau > 1$. Je-li $\tau = 1$, pak se jedná o normální rozdělení s klasickou vlastností symetrie.

3.2 Metoda maximální věrohodnosti

Lemma 2.1 (např. Villani, Larsson (2006)): Mějme náhodný výběr x_1, x_2, \dots, x_n z rozdělení $TPN(\mu, \lambda^2, \tau^2)$. Věrohodnostní funkce má tvar (Villani, Larsson (2006))

$$\hat{L}(\mu) = \left(\frac{2n}{\pi e}\right)^{n/2} g(\mu)^{-3n/2}, \quad (2)$$

kde

$$\begin{aligned} g(\mu) &= s_1^{1/3} + s_2^{1/3}, \\ s_1 &= \sum_{I^a} (x_i - \mu)^2, \\ s_2 &= \sum_{I^b} (x_i - \mu)^2, \end{aligned} \quad (3)$$

kde $I^a = \{i=1, \dots, n : (x_i - \mu) \leq 0\}$ a $I^b = \{i=1, \dots, n : (x_i - \mu) > 0\}$. Odhadové funkce metody maximální věrohodnosti parametrů λ^2 a τ mají tvar

$$\hat{\lambda}^2 = \frac{s_1^{2/3} g(\mu)}{n}, \quad (4)$$

$$\hat{\tau} = \frac{s_2^{1/3}}{s_1^{1/3}}. \quad (5)$$

3.3 Kód pro odhad parametrů TPN metodou maximální věrohodnosti ve skriptovacím jazyce softwaru EViews

V tabulce č. 2 níže je uveden kód modelu (2) – (5) z podkapitoly 4.2, pro odhad parametrů TPN rozdělení metodou maximální věrohodnosti v softwaru EViews. Psáno ve skriptovacím jazyce EViews.

Tabulka 1 – Kód modelu pro odhad parametrů TPN rozdělení pomocí MMV, EViews

```
@logl logl
res2 = st_res-c(1)
p2=res2*(res2>0)
n2=res2*(res2<=0)
s1=n2^2
s2=p2^2
a=-log(c(2))
b=-log(1+c(3))
f=-1/(2*(c(2)^2))
d1=s1+s2/((c(3)^2))
e=f*d1

logl = a+b+e
@temp res2 logl p2 n2 s1 s2 a b f d1 e
```

Zdroj: Vlastní výpočet v EViews

V tabulce č. 3 je dále uveden kód pro odhad ARMA-GARCH modelu pro časovou řadu x a pro konstrukci předpovědi na základě odhadnutého modelu. V sekci “*define series*“ jsou nadefinovány nové časové řady pro ukládání ex-post předpovědí: $x2_hat$ pro predikce časové řady x , $x2_se$ pro odhady směrodatných chyb předpovědi a $x2_ge$ pro predikce podmíněného rozptylu. V sekci “*estimation of garch*“ je pak konstruován cyklus pro odhad ARMA(1,1)-GARCH(2,2) pro časovou řadu x – tj. model ARMA(1,1) pro rovnici podmíněného průměru a model GARCH(2,2) pro rovnici podmíněného rozptylu. Cyklus jde od 300. pozorování do 500. pozorování. Pro každý vzorek proměnné x je odhadnut uvedený model, tj. 201 krát. V sekci “*forecasting*“ je dále konstruována předpověď na základě každého z 201 odhadnutých modelů - vyrovnaných hodnot x_hat , odhadů směrodatných chyb odhadů x_se (z ARMA části) a podmíněných rozptylů x_ge (z GARCH části). Cyklus je tvořen příkazem “*for !horizon=0 to 200*“. Kód “*smpl 1 300+!horizon*“ omezuje vzorek, z kterého je následně model odhadován, a na základě příkazu “*equation eq{!horizon}.arch(2,2) x ar(1) ma(1)*“ je pak prováděn samotný odhad modelu ARMA-GARCH. Kódem “*p=300+!horizon*“ se uloží index predikce ex-post pro dané období, který se dále užívá v sekci “*copy data to current forecast sample*” k uložení patřičné one step ahead predikce do příslušné proměnné, do příslušného období. Příkaz “*eq{!horizon}.fit x_hat x_se x_ge*“ vytvoří předpověď na jedno období dopředu a uloží vyrovnané hodnoty (a zároveň predikci ex-post na jedno období dopředu) pod x_hat , směrodatné chyby předpovědi x_se a odhad podmíněného rozptylu a jeho predikci ex-post na jedno období dopředu pod x_ge .

Tabulka 2 – Kód pro odhad modelu ARMA-GARCH modelu a predikce, EViews

```
'define series
series x2_hat
series x2_se
series x2_ge

'estimation of garch
for !horizon=0 to 200
smpl 1 300+!horizon
equation eq{!horizon}.arch(2,2) x c ar(1) ma(1)
```

```

p = 300+!horizon

'forecasting
smp1 1 301+!horizon
eq{!horizon}.fit x_hat x_se x_ge

'copy data in current forecast sample
x2_hat(p)=x_hat(p)
x2_se(p)=x_se(p)
x2_ge(p)=x_ge(p)

```

Zdroj: Vlastní výpočet v EViews

4 ZÁVĚR

V předchozích několika kapitolách byl stručně popsán vývoj a základní charakteristiky několika z řady produktů z oblasti ekonometrického software. Byly uvedeny softwary celosvětově známé a velmi hojně užívané nejen v ekonometrii, ale i v jiných oborech a vědních disciplínách - GAUSS, MATLAB, RATS, EViews apod. Také byla uvedena ukázka původně statistického softwaru, který byl postupně rozšířen o ekonometrické procedury a je dnes významným produktem i pro ekonometry - STATA. Vedle klasických komerčních produktů byly popsány freewarové produkty – významné jsou především Gretl a R. Produktů na trhu existuje pochopitelně mnohem širší výběr (viz úvod). Ve třetí kapitole pak byla uvedena ukázka jednoho z popisovaných programovacích jazyků - EViews.

Použitá literatura

1. Journal of Applied Econometrics – GRETL: Econometric software for GNU generation, GRETL: 1.6.0 and its numerical accuracy, Teaching undergraduate econometrics with GRETL
2. Journal of Statistical Software – gretl 1.7.3
3. Flores-Cerrillo, J.: Software Review: Autobox – State-of-the-art software for automatic time series analysis. *ORMS/Today Magazine*. No. February 2010, pp. 64-69.
4. Ooms, M.: Trends in Applied Econometrics Software Development 1985-2008, an analysis of Journal of Applied Econometrics research articles, software reviews, data and code. *VU University Amsterdam, Department of Econometrics*, 2008, November 25.
5. RATS 8 Brochure. Stažitelné online: www.estima.com/forms/RATSBrochure.pdf; (3.9.2012).
6. Renfro, Ch. G.: A compendium of existing econometric software packages. *Journal of Economic and Social Measurement*, IOS Press, 2004. No. 29, pp. 359-409.
7. An introductory guide to SHAZAM od D. Whistler. Stažitelné online: <http://shazam.econ.ubc.ca/intro/>; (5.9.2012).
8. Tarrazo, E.: Software Review: MATLAB – Software answers needs of users involved in numerical and symbolic analysis. *ORMS/Today Magazine*. No. June 2006. Dostupné na: <http://www.orms-today.org/orms-6-06/frswr.html>.
9. TSP User's Guide. Stažitelné online: <http://www.tspintl.com/products/TSP51UG.pdf>; (5.9.2012).
10. TSP Reference Manual. Stažitelné online: <http://www.tspintl.com/products/TSP51RM.pdf>; (5.9.2012).

11. Villani, M., Larsson, R.: The Multivariate Split Normal Distribution and Asymmetric Principal Components Analysis. *Communications in Statistics – Theory and Methods* 35 (2006), 1123-1140.

Internetové zdroje

1. www.aptech.com
2. www.eviews.com
3. www.estima.com
4. www.gnu.org/home.cs.html
5. www.gretl.sourceforge.net
6. www.mathworks.com
7. www.oxmetrics.net
8. www.pcgive.com
9. <http://rgm2.lab.nig.ac.jp/RGM2/links.php>
10. www.r-project.org/
11. www.stata.com
12. www.tiobe.com/index.php/content/paperinfo/tpci/index.html
13. www.tspintl.com
14. www.wikipedia.org
15. www.wolfram.com/mathematica/

Kontaktní údaje

Ing. Sára Bisová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: sara.bisova@gmail.com

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/1/2012, Fakulta informatiky a statistiky, VŠE v Praze.

This paper was supported by Grant No. IGA F4/1/2012, Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics in Prague.

ANALÝZA KAUZÁLNÍCH VZTAHŮ NÁSTROJŮ MONETÁRNÍ POLITIKY V ČR

CAUSALITY ANALYSIS OF THE CZECH MONETARY POLICY INSTRUMENTS

Sára Bisová, Peter Princ

Abstrakt

Studie je zaměřena na analýzu kauzálních vztahů mezi hlavními makroekonomickými ukazateli transmisního mechanismu monetární politiky. Byl zvolen pětirovnicový VAR model pro reálná data české ekonomiky. Aplikační část obsahuje testování kauzality v Grangerově pojetí a dále Breitung-Candelon test, který je modifikací Gewekeho testu kauzality.

***Klíčová slova:** Breitung-Candelon test, Gewekeho test kauzality, Grangerova kauzalita, monetární politika, transmisní mechanismus, VAR model*

Abstract

This paper focuses on the analysis of causality between the key variables in the transmission mechanism of monetary policy. A five-variable VAR model for the real Czech data was chosen. In the empirical section of this study Granger causality test and Breitung-Candelon test, a modification of Geweke test, for testing of causality were applied.

***Keywords:** Breitung-Candelon test, Geweke causality test, Granger causality, monetary policy, transmission mechanism, VAR model*

1 ÚVOD

Předkládaná studie je zaměřena na analýzu kauzálních vztahů mezi hlavními makroekonomickými ukazateli transmisního mechanismu monetární politiky. K tomu byly zvoleny test **Grangerovy kauzality**¹ a dále **Breitung-Candelon test**², který je modifikací testu Gewekeho³. Česká národní banka (dále ČNB) realizuje od roku 1998 měnovou politiku cílování inflace, proto byly do empirické analýzy zahrnuty následující ukazatele: inflace, hrubý domácí produkt, krátkodobá úroková sazba, měnový kurz a peněžní zásoba v podobě měnového agregátu.

Struktura práce je následující: 2. kapitola zahrnuje teorii týkající se testů kauzality, 3. kapitola empirickou analýzu zakládající se na reálných čtvrtletních datech pro českou ekonomiku v letech 1997 – 2012 a 4. kapitola závěr.

2 TESTOVÁNÍ KAUZALITY

Transmisní mechanismus měnové politiky je proces sestávající z posloupnosti kauzálních vazeb, prostřednictvím kterého se centrální banky snaží ovlivňovat reálnou ekonomiku. V rámci transmisního mechanismu působí tzv. transmisní kanály – mezi nejuváděnějšími transmisními kanály patří: úrokový kanál, kanál inflačních očekávání, kursový kanál, měnový kanál, úvěrový kanál, kanál finančních aktiv a řada dalších. Např. Revenda (2011) uvádí, že mezi impulsem ze strany centrální banky a dopadem na ukazatele, jako je inflace a produkt, existuje značné zpoždění (přibližně 12 až 18 měsíců). V rámci analýzy transmisního mechanismu měnové politiky je tudíž klíčové analyzovat kauzální vztahy mezi jednotlivými makroekonomickými ukazateli, které v tomto procesu vystupují. Existuje široké spektrum přístupů, kterými lze analyzovat (testovat) kauzální vztahy mezi časovými řadami. Pro analýzu zahrnutou do této studie byly zvoleny velmi rozšířený Grangerův test kauzality a méně známý Breitung-Candelon test, který vychází z testu Gewekeho.

2.1 Test Grangerovy kauzality

Prvním testem kauzality, který uvedeme, a který je v ekonometrických analýzách jedním z nejrozšířenějších, je test Grangerovy kauzality (dále test GK). „*Jednou z možností aplikace VAR modelů je jejich využití k testování směru kauzální závislosti. V ekonometrii je chápána kauzalita jako schopnost určité proměnné predikovat jinou proměnnou.*“ Hušek (2009, str. 264). Jedná se tedy o testování v čase, zda změna v jedné proměnné (resp. skupině proměnných) předchází změně v proměnné druhé. GK tudíž nelze zaměňovat s kauzalitou ve smyslu příčina-následek, tedy s tím, jak kauzalitu chápeme v ryze ekonomickém pojetí.

Máme-li například dvě stacionární časové řady X_t a Y_t , test GK probíhá následovně (Hušek (2007), Hušek (2009)):

- Odhadneme dvourovnicový model VAR(p) bez úrovnových konstant (Hušek (2009), str. 264)

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} X_{t-i} + u_{1t}, \quad (1)$$

¹ Např. Hušek (2007), Arlt, Arltová (2009).

² Breitung, Candelon (2006).

³ Geweke (1982).

$$X_t = \sum_{i=1}^p \gamma_{1i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \delta_{1i} X_{t-i} + v_{1t}, \quad (2)$$

kde u_{11} a u_{12} jsou sférické nekorelované náhodné složky. Řád zpoždění p volíme na základě zvoleného kritéria, v našem případě AIC (Akaikého informační kritérium).

- Zaměříme se nejprve na regresi (1), kde aplikujeme nulové restriktce na zpožděné hodnoty proměnné X_t - testujeme tedy nulovou hypotézu, že proměnná X_t nepodmiňuje v Grangerově pojetí proměnnou Y_t :

- vyjádříme lineární regresi proměnné Y_t na jejích zpožděných hodnotách – tzv. *omezená regrese*, (Hušek (2009), str. 264)

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_{2i} Y_{t-i} + u_{2t}, \quad (3)$$

- specifikujeme lineární regresi proměnné Y_t na jejích zpožděných hodnotách a na zpožděných hodnotách proměnné X_t – tzv. *neomezená regrese*, (Hušek (2009), str. 264)

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} X_{t-i} + u_{1t}; \quad (4)$$

- obě regrese odhadneme MNČ a provedeme F -test s q a $(T-m)$ stupni volnosti (Hušek (2009), str. 265)

$$F = \frac{(\mathbf{e}'\mathbf{e})_O - (\mathbf{e}'\mathbf{e})_N}{q(\mathbf{e}'\mathbf{e})_N} (T - m), \quad (5)$$

kde

- $(\mathbf{e}'\mathbf{e})_O$ a $(\mathbf{e}'\mathbf{e})_N$ jsou součty čtverců reziduí získané z odhadu omezené (3) a neomezené (4) regrese metodou nejmenších čtverců (MNČ);
- T počet pozorování;
- q počet omezení parametrů;
- p maximální délka zpoždění;
- $m = 2p$ počet odhadnutých parametrů neomezené regrese.

Zamítneme-li nulovou hypotézu ve prospěch alternativní na zvolené hladině významnosti, proměnná X_t podmiňuje v Grangerově pojetí proměnnou Y_t - parametry β_{1i} se v regresi (1) významně liší od nuly.

- Analogicky bychom testovali rovnici (2), kde bychom aplikovali nulové restriktce na parametry zpožděných hodnot proměnné Y_t .

Postup lze rozšířit také na systém více proměnných. Např. pro proměnné X_t , Y_t , Z_t můžeme testovat, zda proměnné X_t a Y_t podmiňují ve smyslu GK proměnnou Z_t (Hušek (2009), Arlt, Arltová (2009)).

2.2 Breitung-Candelon test

Dalším testem, který je možné v této souvislosti aplikovat, je tzv. Breitung-Candelon test (dále B-C test)⁴. B-C test se zakládá na tzv. Gewekeho testu kauzality, který je uveden např. v Geweke (1982). Geweke navrhl tzv. míry zpětné vazby – situace, kdy existuje mezi dvěma proměnnými kauzalita v obou směrech. V rámci Gewekeho testu je tedy oproti GK brána v úvahu možnost existence simultánní kauzality. Obecně lze pro dvě proměnné X a Y celkovou zpětnou vazbu rozložit na kauzalitu ve směru od X k Y , od Y k X a tzv. oboustrannou kauzalitu⁵. Míru zpětné vazby pak lze zapsat následovně (Gandolfo, Nicoletti (2002), str. 6)

$$F_{X,Y} = F_{Y \rightarrow X} + F_{X \rightarrow Y} + F_{X,Y}, \quad (6)$$

kde:

- $F_{X,Y}$ je celková míra zpětné vazby;
- $F_{Y \rightarrow X}$ míra kauzality zachycující vliv proměnné Y na proměnnou X ;
- $F_{X \rightarrow Y}$ míra kauzality zachycující vliv proměnné X na proměnnou Y
- $F_{X,Y}$ simultánní kauzalita.

Pokud vyjádříme následující regrese (Gandolfo, Nicoletti (2002), str. 5)

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{1i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{1i} X_{t-i} + u_{1t}, \quad (7)$$

kde $var(u_{1t}) = \Sigma_1$

a

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{2i} Y_{t-i} + u_{2t}, \quad (8)$$

kde $var(u_{2t}) = \Sigma_2$

a dále

$$X_t = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_{1i} Y_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_{1i} X_{t-i} + v_{1t}, \quad (9)$$

kde $var(v_{1t}) = \Omega_1$

a

$$X_t = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_{2i} X_{t-i} + v_{2t}, \quad (10)$$

kde $var(v_{2t}) = \Omega_2$, pak Gewekeho jednosměrné míry mohou být spočteny jako (Gandolfo, Nicoletti (2002), str. 5)

$$F_{Y \rightarrow X} = \ln(\Sigma_2 / \Sigma_1), \quad (11)$$

$$F_{X \rightarrow Y} = \ln(\Omega_2 / \Omega_1). \quad (12)$$

Pro oboustrannou míru pak (Gandolfo, Nicoletti (2002), str. 6)

⁴ Breitung, Candelon (2006).

⁵ Příklad, kdy inovace Y a inovace X jsou korelované, nazýváme tzv. simultánní kauzalitou.

$$Y_t = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_{3i} Y_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{3i} X_{t-i} + u_{3t}, \quad (13)$$

kde $\text{var}(u_{3t}) = B_1$

a

$$X_t = \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_{3i} Y_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} \delta_{3i} X_{t-i} + v_{3t}, \quad (14)$$

kde $\text{var}(v_{3t}) = B_1$, takže míru okamžité kauzality lze vyjádřit jako (Gandolfo, Nicoletti (2002), str. 6)

$$F_{X,Y} = \ln(B_2 / B_1). \quad (15)$$

Geweke (1982) dále uvádí postup, jakým lze uvedené míry rozložit dle frekvence s využitím tzv. spektrální analýzy (lze tak provádět tzv. frekvenční test kauzality) - více např. Geweke (1982) a Gandolfo, Nicoletti (2002). Modifikaci – B-C test – pak v Breitung, Candelon (2006). V obou případech – Gewekeho testu i testu B-C je opět nutné upozornit, že nelze zaměňovat kauzalitu v ekonomickém a ekonometrickém pojetí, na základě těchto testů nezískáme představu o funkčním vztahu mezi dvěma proměnnými ani o kauzalitě v tradičním pojetí (příčina-následek).

3 EMPIRICKÁ ANALÝZA

Pro empirickou analýzu bylo zvoleno pět proměnných - HDP ve stálých cenách roku 2005, měnový kurz v jednotkách domácí měny k jednotce EURO (dále KURZ), cenová hladina ve formě indexu spotřebitelských cen (2005=100) – bazické indexy - (dále ISC), úroková sazba – 3M PRIBOR (dále PRIBOR) a měnový agregát M1. Data byla získána z internetových stránek ARAD⁶ (databáze ČNB) a OECD^{7,8}. Pro následující analýzu byla použita čtvrtletní data od 1. čtvrtletí 1997 do 2. čtvrtletí 2012. K výpočtům byl použit software EViews 6 a GRETL 1.9.5.

Všechny zmíněné časové řady byly testovány na stacionaritu pomocí ADF testu jednotkových kořenů. V úrovnových hodnotách byly všechny proměnné vyhodnoceny na 5% hladině významnosti jako nestacionární. Data byla dále transformována na první diference logaritmů, které již byly pomocí ADF testu vyhodnoceny na 5% hladině významnosti jako stacionární. V následující tabulce jsou uvedeny p-hodnoty ADF testů pro úrovnové hodnoty proměnných a pro diference jejich logaritmovaných hodnot.

Tabulka 1 - ADF testy jednotkových kořenů

	PRIBOR	KURZ	ISC	HDP	M1
level	0,512	0,904	0,244	0,867	1,000
dif-log	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Zdroj: Vlastní výpočet v EViews

3.1 Test GK

V rámci testování kauzality byla prokázána GK proměnné PRIBOR na proměnnou ISC na 1% hladině významnosti. Na 5% hladině významnosti byla nalezena simultánní GK mezi

⁶ <http://www.cnb.cz/docs/ARADY/HTML/index.htm>

⁷ <http://www.oecd.org/statistics/>

⁸ Proměnné M1, HDP a 3M PRIBOR byly získány z databáze ARAD. CPI a KURZ z OECD.

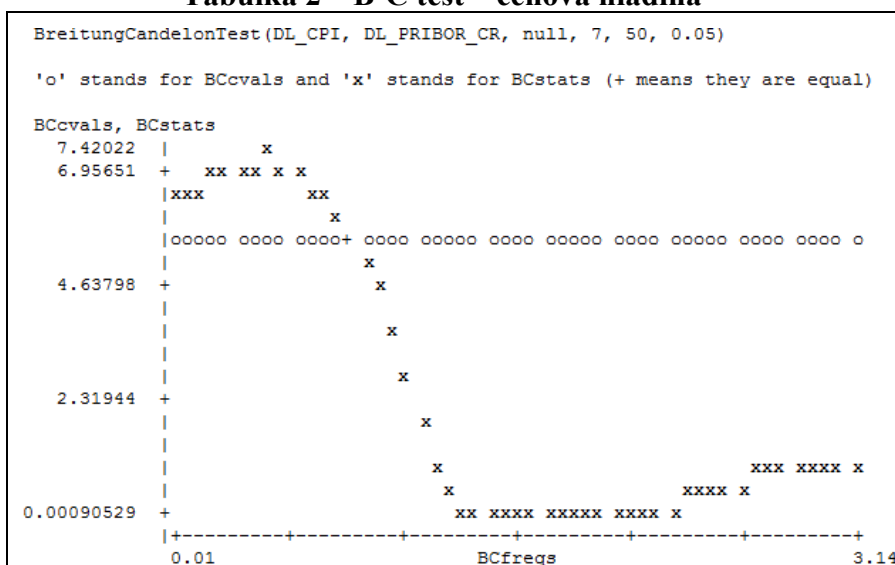
proměnnými PRIBOR a M1, v obou směrech na 5% hladině významnosti. Oboustranná GK byla dále prokázána v případě proměnných HDP a KURZ, GK proměnné KURZ na HDP na 5% hladině významnosti a HDP na KURZ na 1% hladině významnosti. Dále byla zjištěna GK proměnné KURZ na proměnnou PRIBOR a také na ISC, vše na 5% hladině významnosti. Proměnná HDP má dále v Grangerově pojetí vliv na úrokovou sazbu PRIBOR a proměnná ISC na proměnnou HDP, opět na 5% hladině významnosti.

3.2 Test B-C

V návaznosti na test GK byl dále konstruován B-C test. Dle B-C testu vyšla na 5% hladině významnosti statisticky významná kauzalita cenové hladiny vzhledem k ostatním proměnným, kromě proměnné M1, a dále vliv proměnné PRIBOR na všechny proměnné, kromě měnového kurzu. Kauzalita měnového kurzu byla prokázána ve směru k cenové hladině na 10% hladině významnosti a k HDP na 5% hladině významnosti. Na 5% hladině významnosti byla nalezena také kauzalita produktu na úrokovou sazbu, na měnový kurz a na měnový agregát M1. Měnový agregát kauzálně dle B-C testu ovlivňuje na 5% hladině významnosti pouze proměnnou PRIBOR.

Vybrané výstupy testů, zachycující působení zahrnutých transmisních kanálů – úrokového a kurzového - na cenovou hladinu a na HDP, jsou k nahlédnutí v tabulce č. 2 a 3. Horní graf v tabulce č. 2 obsahuje test vlivu úrokové sazby na cenovou hladinu, druhý graf pak vliv měnového kurzu na cenovou hladinu. V tabulce č. 3 pak test vlivu úrokové sazby na HDP a vliv měnového kurzu na HDP. Kroužkovaná úroveň představuje kritickou hodnotu dle zvolené hladiny významnosti, křížky pak hodnoty testového kritéria B-C testu pro daná období. Hodnoty testového kritéria nad kritickou úrovní dle zadané hladiny významnosti znamenají statisticky významný testovaný kauzální vliv v daném směru. Oproti testu GK získáváme provedením B-C testu informaci nejen o tom, zda byla prokázána kauzalita v určitém směru, ale také, **v jakém časovém horizontu**. Na vodorovné ose jsou vyneseny frekvence - frekvenci 0π odpovídá ∞ , frekvenci $0,25\pi$ odpovídá osm období, frekvenci $0,5\pi$ období čtyři a frekvenci π pak dvě období.

Tabulka 2 – B-C test – cenová hladina



V tabulce č. 2 vidíme, že úroková sazba ovlivňuje kauzálně dle B-C testu na 5% hladině významnosti inflaci pouze v dlouhém období (přibližně od 8. čtvrtletí dál). Zdá se tedy, že úrokový kanál inflaci ovlivňuje, vliv byl ale prokázán oboustranný. Obdobně dle tohoto testu působí úrokový kanál na HDP, ovšem pouze na 10% hladině významnosti.

V tabulce č. 3 vidíme dle provedeného B-C testu na 5% hladině významnosti, že úroková sazba ovlivňuje HDP ve střednědobém horizontu – přibližně mezi 3. a 8. čtvrtletím. Měnový kurz pak kauzálně působí na HDP na 5% hladině významnosti v krátkodobém a dlouhodobém horizontu (přibližně od 3. čtvrtletí).

4 ZÁVĚR

Na základě čtvrtletních dat české ekonomiky z období 1/1997 – 2/2012 byly prováděny testy GK a B-C. V některých případech byly zjištěny nepatrné rozdíly mezi výstupy GK a B-C testů. Dle B-C testu byl oproti testu GK nalezen vliv úrokové sazby na produkt, vliv cenové hladiny na úrokovou sazbu a měnový kurz a vliv produktu na měnový agregát. Dle GK vyšla oproti B-C testu statisticky významná kauzalita měnového kurzu na úrokovou sazbu.

Výstupy B-C testu se ve většině shodují s výstupy testu GK. Dle obou testů byla prokázána simultánní kauzalita úrokové sazby a měnového agregátu (dle B-C testu ale nebyl potvrzen vliv v krátkém období) a dále měnového kurzu a HDP. Z B-C testu plyne oproti GK obousměrná kauzalita cenové hladiny a úrokové sazby a dále úrokové sazby a HDP.

Dle testu GK i B-C se zdá být vliv úrokového i kurzového kanálu poměrně silný, v důsledku řady simultánních vztahů však není zcela jasné, který z faktorů lze považovat za předstihový indikátor. Dle testů GK se nabízí jednostranný vliv měnového kurzu na cenovou hladinu a úrokové sazby na cenovou hladinu, dle B-C testu byl však prokázán v obou případech vliv i v opačném směru. Zatímco oba kanály mají vliv na cenovou hladinu ve střednědobém až dlouhodobém horizontu, cenová hladina má vliv na úrokovou sazbu i v krátkém období, na měnový kurz pak ve středním až dlouhém období.

Použitá literatura

1. Arlt, J., Arltová, M.: *Ekonomické časové řady*. Praha: Professional Publishing, 2009. ISBN 978-80-86946-85-6.
2. Bisová, S.: Diplomová práce: *Modely vývoje inflace a její volatility v ČR*. Vysoká škola ekonomická v Praze, 2011; dostupné online: [<https://www.vse.cz/vskp/eid/25126>].
3. Breitung, L., Candelon, B.: *Testing for short- and long-run causality: A frequency-domain approach*. Journal of Econometrics, 2006. No. 132, pp. 363-378.
4. Gandolfo, G., Nicoletti, G.: *Exchange rate volatility and economic openness: A causal relation?* CIDEI Working Paper, 2002. No. 68.
5. Geweke, J.: *Measurement of linear dependence and feedback between multiple time series*. Journal of the American Statistical Association, 1982; Vol. 77, No. 378, pp. 304-313.
6. Hušek, R.: *Ekonomická analýza*. Praha: Oeconomica, 2007. ISBN 978-80-245-1300-3.
7. Hušek, R.: *Aplikovaná ekonometrie: teorie a praxe*. Praha: Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1623-3.

Kontaktní údaje

Ing. Sára Bisová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: sara.bisova@gmail.com

Ing. Peter Princ

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: peter.princ@vse.cz

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/16/2011, Fakulta informatiky a statistiky, VŠE v Praze.

This paper was supported by Grant No. IGA F4/16/2011, Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics Prague.

MOŽNOSTI STOCHASTICKÉHO MODELOVÁNÍ V PROGRAMU LINGO

POSSIBILITIES OF STOCHASTIC MODELING IN COMPUTER PROGRAM LINGO

Adam Borovička

Abstrakt

Príspevek se zabýva novou funkčnosťou počítačového programu LINGO, ktorou jsou obdařeny verze 12 a vyšší. Jedná se o možnost řešení matematických modelů zahrnujících v sobě stochastické procesy. Po stručném představení principů vícestupňových stochastických rekurzivních modelů přecházíme k zevrubně popsané formulaci matematického modelu s náhodnostními prvky ve studovaném softwaru. Jsou popsány všechny důležité funkce, které při stochastickém modelování v programu využíváme, podpořené elementárním příkladem. Další část se zabývá možností individuálního nastavení parametrů stochastického programování.

Klíčová slova: *LINGO, náhodná veličina, stochastický proces*

Abstract

The article deals with a new functionality of computer program LINGO in the version 12 and higher. It is a possibility to solve mathematic models containing stochastic processes. After brief introduction to the principles of multistage stochastic programs with recourse we come to in more detail described formulation of mathematic model with random elements in the studied software. All important functions using during stochastic programming are presented, in addition with some basic example. In the next part we discuss individual options of stochastic programming parameters.

Keywords: *LINGO, random variable, stochastic process*

1 ÚVOD

Stochastický – náhodný, nahodilý, opak deterministický [3]. Pojem vyjadřující vlastnost skrývající se v řadě reálných situací. Modely deterministického charakteru obsahují parametry, které vykazují jasně danou, konstantní podobu. Mnohdy jsou tyto modely konstruovány uměle pro zjednodušení sledované situace, pozbývají tak notnou dávku schopnosti danou realitu skutečně vyjádřit. Nahrazují tedy někdy modely, které v sobě mají charakter náhodnosti, neurčitosti, neznámosti. Stochastické úlohy tedy akcentují skutečnost neschopnosti jasněho určení všech parametrů, určení s jistotou. Tato nejistota je většinou vyjadřována známým pravděpodobnostním rozdělením.

Následující kapitoly by měly napomoci vyřešení výše popsaných problémů, potažmo modelů. Nejdůležitější roli sehraje program LINGO. Cílem práce je představit funkční schopnosti na poli stochastického programování jedné z nejnovějších verzí programového produktu LINGO.

2 PROGRAM LINGO

Softwarový produkt LINGO vyrábí americká společnost LINDO, která se zabývá výrobou optimalizačních programů více než 20 let. Tato chicagská firma má na poli matematické optimalizace výsadní světové postavení [1].

LINGO je nástrojem umožňujícím řešit lineární či nelineární modely deterministického i stochastického charakteru včetně celočíselných, bivalentních úloh. Zahrnuje jazyk pro vyjádření matematických modelů, prostředí pro výstavbu a úpravu modelů a také účinné a rychlé řešitelské nástroje [4]. Nezanedbatelnou součástí je dobře propracovaná a obsahově bohatá dokumentace programu v podobě manuálu [2], potažmo funkce *Help*.

2.1 Stochastické problémy v programu LINGO¹

Verze **LINGO 12.0** (a vyšší) řeší vícestupňové stochastické rekurzivní modely. Pod stupněm si obvykle představujeme časové období. Nejsou ale vyloučené ani situace, kdy se stupeň sestává z několika časových period. Vícestupňové rozhodování v podmínkách nejistoty reprezentuje určení optimálních řešení pro T časových období (stupňů) při neznámých hodnotách parametrů.

Obecný multistupňový rozhodovací proces bychom mohli znázornit následujícím popisným schématem:

- V čase 0 uděláme rozhodnutí x_0 .
- Na počátku prvního období „Příroda“ přijme řadu náhodných rozhodnutí ω_1 , která vedou k realizaci náhodných jevů během prvního období (stupně).
- Na konci prvního období uděláme rekurzivní rozhodnutí $x_1(\omega_1)$, ve kterém zohledňujeme všechny nastoupené náhodné jevy (na základě rozhodnutí „Přírody“), stejně tak naše předchozí rozhodnutí.
- Na počátku druhého období opět rozhoduje „Příroda“ ve formálním vyjádření ω_2 , jejíž aktivita vede k mnoha náhodným událostem během druhé časové periody.
- Na konci druhého období opět děláme na základě rozhodnutí „Přírody“ a našich rozhodnutí minulých rozhodnutí $x_2(\omega_1, \omega_2)$.
-
-
-
- Na počátku období T „Příroda“ udělá rozhodnutí ω_T , které rezultuje do realizace náhodných událostí v rámci stupně T .
- V samotném konci období T rozhodovatel vidí všechny předchozí rozhodnutí „Přírody“, stejně tak všechna svá předešlá rozhodnutí a přijímá finální rekurzivní rozhodnutí $x_T(\omega_1, \dots, \omega_T)$.

Rozhodnutí přijaté na samotném počátku celého procesu (v čase 0) se nazývá *počáteční rozhodnutí*. Ostatní rozhodnutí stanovená během procesu označujeme jako *rekurzivní*, která můžeme chápat jako vyústění korektivní aktivity založené na aktuálních hodnotách stochastických parametrů a dosavadních rozhodnutí.

Pokud je pravděpodobnostní rozdělení pro parametry modelu vykazující charakter náhodné veličiny diskrétní, dostáváme v každém časovém období konečný počet výstupů. Různé

¹ Obsah kapitoly je čerpán z dokumentace *LINGO User's Guide* [2].

kombinace výstupů přes celou sledovanou dobu vytvářejí různé scénáře, kterých je také samo sebou v diskrétních problémech omezený počet.

V případě nabývání nekonečného množství hodnot alespoň jednoho parametru v modelu, dostáváme nekonečné množství výstupů. Program generuje patřičnými postupy určité množství vzorků, které aproximuje původní pravděpodobnostní rozdělení příslušného parametru.

3 STOCHASTICKÝ MATEMATICKÝ MODEL²

Identifikujeme čtyři základní kroky v procesu formulace matematického modelu v softwarovém produktu společnosti LINDO:

1. Definujeme *jádrový* model, který vyjadřuje všechny náhodné veličiny jako deterministické.
2. Identifikujeme *náhodné veličiny* pro příslušná časová období.
3. Ve třetí části určujeme *proměnné reprezentující počáteční rozhodnutí* a všechny *rekurzivní proměnné* pro příslušné stupně (časová období).
4. Nakonec stanovujeme *pravděpodobnostní rozdělení* všech stochastických proměnných, diskrétního či spojitého charakteru.

3.1 Jádrový model

Formulace jádrového matematického modelu není předmětem příspěvku. Postupujeme naprosto standardním způsobem, identifikujeme jednotlivé sekce modelu, kam vypisujeme patřičné informace pomocí modelovacího jazyku.

3.2 Identifikace náhodných proměnných

Náhodné veličiny jsou stochastickým elementem modelu. Jak již bylo naznačeno, jejich hodnoty nejsou známy s jistotou, avšak nejistota může být vyjádřena pomocí pravděpodobnostního rozdělení. LINGO vyžaduje explicitní identifikaci každé proměnné použité v modelu. K tomuto účelu slouží následující funkce:

`@SPSTGRNDV(STAGE, VARIABLE_NAME)`

Funkce obsahuje dva argumenty, a to jméno náhodné veličiny a období (stupeň), ve kterém je odhalena její hodnota. Tato funkce neříká nic o aktuálním rozdělení veličiny. Uvedme si příklad zápisu:

- `@SPSTGRNDV(2, SUPPLY)`

Proměnná *SUPPLY* je určena jako náhodná veličina v časovém období 2.

3.3 Identifikace proměnných reprezentující počáteční rozhodnutí a určení rekurzivních proměnných

Po určení stochastických proměnných musíme určit i zbylé veličiny v modelu. Hodnoty proměnných vyjadřující počáteční rozhodnutí jsou deterministicky určeny v čase 0, než „Příroda“ určí jakékoliv hodnoty jakýchkoliv náhodných proměnných. Hodnoty rekurzivních proměnných určujeme v dalších časových periodách na základě nabytých hodnot stochastických proměnných. K identifikaci popsaných veličin použijeme funkci:

`@SPSTGVAR(STAGE, VARIABLE_NAME)`

² Obsah kapitoly je víceméně čerpán z dokumentace *LINGO User's Guide* [2].

Funkce opět obsahuje dva argumenty, a to časové období, ve kterém je rozhodováno o hodnotě veličiny a jméno proměnné. Funkce oznamuje stochastický charakter veličiny, nic ale nehovoří o jejím pravděpodobnostním rozdělení. Představme si, jakým praktickým způsobem můžeme popsanou funkci vyjádřit:

- $@FOR(\text{TIME_ASSET}(T, A): @SPSTGVAR(T-1, INVEST(T, A)))$

Proměnná $INVEST(T, A)$ je charakterizována jako rekurzivní veličina pro časové období $T-1$, popř. jako počáteční rozhodovací proměnná v případě $T-1=0$. Funkce $@FOR$ umožňuje vyjádřit vícenásobnou proměnnou (počáteční či rekurzivní).

Jak je asi patrné, pokud dosadíme na místo časového období 0, jedná se o proměnnou signalizující počáteční rozhodnutí. V případě rekurzivních stochastických proměnných vyplňujeme hodnotu větší než 0.

Než svěříme model řešitelským nástrojům programu LINGO, musíme výše zmíněné proměnné přiřadit bez výjimky jednotlivým stupňům (časovým periodám). Tato činnost může být velmi náročná a náchylná k chybám. Naštěstí LINGO je v tomto směru velmi nápomocné, protože je schopno vydedukovat u mnoha proměnných přiřazené stupně samo, na základě nezbytně nutných informací o některých proměnných. Uveďme si názorný příklad:

- $INVENTORY_1 = PURCHASE_1 - 100$

Budeme vycházet z předpokladu, že pomocí specifikovaných funkcí jsme definovali proměnnou $PURCHASE_1$ včetně přiřazení ke stupni 0. Popsaná nesporná výhoda programu spočívá v tom, že už nemusíme u proměnné $INVENTORY_1$ deklarovat časové období, protože LINGO automaticky přiřadí námi zamýšlenou hodnotu 0.

Uživatel má také sám možnost explicitně vyjádřit časové období přiřazené pro celý řádek, a to pomocí funkce:

$@SPSTGROW(\text{STAGE}, \text{ROW_NAME})$

Funkce se skládá ze dvou argumentů, z pojmenování sledované řady a hodnoty stupně. Je tedy bezprostředně nutné dané řadě přidělit název.

3.4 Identifikace pravděpodobnostního rozdělení náhodných proměnných

V souvislosti s určením pravděpodobnostního rozdělení stochastických proměnných v modelu můžeme rozlišit parametrická rozdělení diskrétního či spojitého charakteru nebo rozdělení, která jsou konkrétně zadána skalárními výstupními hodnotami a jejich pravděpodobnostmi. V případě, že jsou v modelu využity množiny a atributy, deklaruujeme rozdělení pomocí vektorů a matic příslušných hodnot atributů. V obou případech vždy potřebujeme identifikovat všechny možné výstupy a jejich pravděpodobnosti.

Spojité parametrické rozdělení

Pro vyjádření spojitého pravděpodobnostního rozdělení stochastické proměnné využíváme v prostředí programu LINGO následující funkci:

$@SPDIST<TYPE>(\text{PARAM_1}[, \dots, \text{PARAM_N}], \text{RANDOM_VAR})$

Jak vidno, každé rozdělení vyžaduje zadání alespoň jednoho parametru. Počet parametrů se odvíjí od typu pravděpodobnostního rozdělení. Poslední člen ve funkci zastupuje název proměnné, která dané rozdělení vykazuje. Součástí názvu funkce je výraz $<TYPE>$, na jehož místě figuruje označení typu rozdělení. Sledovaná proměnná musí být již definována pomocí funkce $@SPSTGRNDV$.

Všechna dostupná spojitá rozdělení náhodných veličin včetně konkrétního zápisu funkce a příslušných parametrů poskytuje [2]. Uvedme si pro názornost ilustrativní příklad:

- **@SPDISTNORM(82, 18, DEMAND)**

Stochastická proměnná *DEMAND* vykazuje normální rozdělení se střední hodnotou 82 a směrodatnou odchylkou 18.

Diskrétní parametrické rozdělení

Stejnou funkci jako v minulém případě využijeme i při identifikaci diskrétního pravděpodobnostního rozdělení:

@SPDIST<TYPE>(PARAM_1[, ..., PARAM_N], RANDOM_VAR)

Opět si uvedeme příklad zápisu diskrétního parametrického pravděpodobnostního rozdělení náhodné veličiny v programu LINGO:

- **@SPDISTPOIS(30, CUSTOMERS)**

Pro stochastickou proměnnou *CUSTOMERS* volíme diskrétní rozdělení Poissonovo s mírou příchodů 30.

Výčet všech dostupných diskrétních parametrických pravděpodobnostních rozdělení opět najdeme v [2].

3.5 Další funkce spojené s pravděpodobnostním rozdělením

V souvislosti s pravděpodobnostním rozdělením odhalíme dvě další funkce. Zmíněná parametrická rozdělení většinou vykazují velké či dokonce nekonečné množství generovaných výstupů, hodnot. Snaha zahrnout všechny možné výstupy v modelu je nemyslitelná. LINGO tedy musí přikročit k výběru určitých vzorků. K účelu stanovení velikosti výběru pro pravděpodobnostní rozdělení konkrétního časového období poslouží funkce:

@SPSAMPsize(STAGE, SAMPLE_SIZE)

Pracuje se dvěma parametry vyjadřujícími numerickou hodnotu určující časové období (stupeň) a počet vybraných vzorků. Pokud bychom nevyužili ke stanovení rozsahu výběru popisovanou funkci, je tato hodnota „továrně“ nastavena na velikosti 2.

Poslední funkcí v této oblasti, se kterou se seznámíme, bude ve formální podobě:

@SPCORR<METHOD>(RANDOM_VAR_1, RANDOM_VAR_2, RHO)

Funkce vystihuje korelaci mezi dvěma náhodnými proměnnými. Korelační koeficient (*RHO*) musí ležet mezi -1 a 1. Na místě výrazu *<METHOD>* zapisujeme použitou metodiku výpočtu koeficientu, tedy *PEARSON*, *KENDALL* nebo *SPEARMON*.

Neparametrická pravděpodobnostní rozdělení

Jak již bylo uvedeno výše, LINGO umožňuje vyjádření rozdělení pravděpodobností přímým individuálním zápisem. Musíme tedy vložit hodnoty, kterých bude stochastická proměnná nabývat, stejně tak jejich pravděpodobnosti. Můžeme k tomu využít maticový či komplikovanější skalární zápis. Pokud využijeme matici k zápisu potřebných hodnot, můžeme v programu jednou funkcí zapsat tabulku hodnot, jejich pravděpodobnosti a proměnnou, které se dané rozdělení týká. Postupně se podíváme na obě alternativy, začneme maticovým zápisem.

Maticový zápis

V tomto případě volíme funkci:

```
@SPDISTTABLE(OUTCOME_TABLE, RANDOM_VARIABLE_ATTR,  
              PROBABILITY_ATTR)
```

První parametr funkce popisuje výčet výstupních hodnot, kterých náhodná veličina může nabývat. Jedná se o atributy jedno-, popř. dvourozměrné. Pokud máme dvourozměrný případ, např. $N \times M$, pak máme M hodnot pro každou z N proměnných. Druhý parametr funkce vyjadřuje stochastickou proměnnou, která popisované pravděpodobnostní rozdělení vykazuje. Pokud nechceme, aby všechny hodnoty z rozdělení měly stejnou pravděpodobnost výběru, využíváme třetí parametr funkce pro vlastní hodnoty.

Skalární zápis

Vedle maticového určení přehledu výstupních hodnot můžeme využít skalární zápis, a to především v případě, kdy chceme vyjádřit jako náhodný proces jen některé atributy. Budeme k tomu potřebovat čtyři funkce, `@SPTABLESHAPE`, `@SPTABLEOUTC`, `@SPTABLEINST`, `@SPTABLERNDV`.

Celý proces začneme definicí funkce:

```
@SPTABLESHAPE('TABLE_NAME', NUMBER_OF_OUTCOMES,  
               NUMBER_OF_RANDOM_VARS)
```

Tato funkce inicializuje množinu hodnot rozdělení a obsahuje tři argumenty. První se týká názvu výčtu výstupních hodnot (resp. rozdělení), druhý číselně podává informaci o jejich počtu a nakonec je zaznamenán počet náhodných proměnných vykazujících toto rozdělení.

Další v pořadí použitá funkce nám pomůže načíst všechny hodnoty rozdělení, včetně jejich pravděpodobností. Funkce nabývá formálního tvaru:

```
@SPTABLEOUTC('TABLE_NAME', OUTC_PROB, OUTC_VAL1[, ...,  
              OUTC_VALN])
```

První argument funkce opět vyjadřuje název rozdělení, resp. množiny hodnot. Další položka určuje pravděpodobnost první výstupní hodnoty. Pokud budeme mít obecně N proměnných, pak po uvedení konkrétní pravděpodobnosti bude následovat N hodnot značících jejich možnou velikost. Po vyjádření hodnot všech proměnných a jejich pravděpodobností začneme zapisovat stejným způsobem další výstupní hodnoty pro všechny proměnné.

Zbývá představit ještě dvě nabízené funkce související s identifikací pravděpodobnostního rozdělení stochastické proměnné. Nejdříve se podíváme na situaci, kdy budeme chtít použít deklarované rozdělení pro další proměnné, které jsme do předešlých dvou funkcí nezahrnuli. Může se jednat například o proměnné z dalších časových období. Využijeme tedy funkce:

```
@SPTABLEINST('PARENT_TABLE_NAME', 'TABLE_INSTANCE_NAME')
```

Do prvního argumentu vypisujeme původní název rozdělení, které bylo pro konkrétní proměnné definováno ve funkcích `@SPTABLESHAPE` a `@SPTABLEOUTC`. Druhá položka si žádá vyplnění alternativního názvu, který bude reprezentovat toto rozdělení u dalších proměnných. Tato funkce značně ulehčuje činnost opakovaného vypisování parametrů stejného rozdělení.

Nakonec jen zbývá přidělit vybraným náhodným proměnným rozdělení, které se vygenerovalo předešlou funkcí. K tomuto účelu poslouží následující funkční zápis:

`@SPTABLERNDV('DIST_INSTANCE_NAME', RANDOM_VAR_1[, ...,
RANDOM_VAR_N])`

Funkce obsahuje nejméně dva parametry. První reprezentuje název rozdělení vzniklý funkcí `@SPTABLEINST`. Další parametr vykazuje název stochastické proměnné, které přidělujeme toto rozdělení. V případě více proměnných můžeme všechny názvy vypsát do jedné funkce, nebo funkci použít (zapsat) opakovaně pro každou proměnnou zvlášť.

4 NASTAVENÍ STOCHASTICKÉHO PROGRAMOVÁNÍ V PROGRAMU LINGO

Program LINGO nabízí v položce *Options* individuální nastavení některých parametrů stochastického programování. Zprv je možno nastavit, kolik hodnot z pravděpodobnostního rozdělení stochastické proměnné program pro každé časové období (stupeň) vygeneruje v případě spojitého rozdělení. Dále můžeme upravovat limit pro počet vytvářených scénářů, volit metodu řešení úlohy stochastického programování, upravovat nastavení generátoru náhodných čísel apod.

Pokud chceme ve výstupu vypočítat všechny dostupné hodnotové ukazatele, musíme se zaměřit na položku *Calculate all expected value statistics*. Jedná se o ukazatele zobrazující vliv stochastického elementu v modelu na hodnotu účelové funkce. Pojdme si je blíže představit³:

- *Expected Value of Objective (EV)*

EV reprezentuje očekávanou hodnotu sledované účelové funkce, pokud budeme brát v potaz všechny možné scénáře.

- *Expected Value of Wait-and-See Model's Objective (WS)*

WS vyjadřuje očekávanou hodnotu účelové funkce modelu, jestliže můžeme počkat a vidět výstupní hodnoty všech náhodných proměnných, než uděláme naše rozhodnutí. Tento koncept je spíše teoretický, v praxi evidentně nepoužitelný. Pro doplnění, u minimalizační úlohy bude platit $WS \leq EV$, pro maximalizační pak $WS \geq EV$.

- *Expected Value of Perfect Information (EVPI)*

EVPI se vypočítá jako rozdíl mezi *EV* a *WS*. Referuje o očekávaném vylepšení sledované účelové funkce při získání perfektní informace o hodnotách náhodných proměnných. Jinými slovy, kolik bychom byli ochotni zaplatit za perfektní informaci týkající se hodnot stochastických proměnných v modelu.

- *Expected Value of Policy Based On Mean Outcome (EM)*

EM je určena jako očekávaná hodnota účelové funkce, pokud (mylně) předpokládáme, že všechny stochastické proměnné nabývají svých průměrných hodnot.

- *Expected Value of Modelling Uncertainty (EVMU)*

EVMU vypočítáme jako rozdíl mezi *EV* a *EM*. Výsledná hodnota nám ukazuje, co můžeme očekávat při zanesení nejistoty do modelu, oproti předpokladu, že všechny stochastické proměnné vykazují své průměrné hodnoty.

Výchozí nastavení počítá se zahrnutím popsaných hodnot do výstupu s řešením.

³ K vysvětlení jednotlivých ukazatelů napomohla funkce *Help* v programu LINGO 12.0.

5 ZÁVĚR

Ambicí článku bylo seznámit čtenáře s novými možnostmi na poli stochastického programování softwarového produktu LINGO. Kromě základního připomenutí podstaty stochastických procesů byla popsána struktura formulace matematického modelu s náhodnými proměnnými v programu, včetně všech potřebných funkcí a jejich atributů. Nakonec byly odhaleny i možnosti individuálního nastavení některých parametrů stochastického programování v programu LINGO.

Doufám, že práce přispěje k bližšímu proniknutí do nových a velmi užitečných funkcí široce využívaného optimalizačního softwaru. Možnost řešení stochastických problémů významně rozšiřuje praktické využití programu LINGO, a to například na poli kapitálových trhů či v oblasti revenue managementu.

Použitá literatura

1. Lindo System INC. [online]. [cit. 10. 10. 2012]. Dostupné z WWW: <http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=23&Itemid=2>.
2. LINGO User's Guide. Lindo System INC. Chicago. 2010.
3. Pojem "stochastický" [online]. [cit. 10. 10. 2012]. Dostupné z WWW: <<http://cs.wikipedia.org/wiki/Stochastick%C3%BD>>.
4. Program LINGO [online]. [cit. 10. 10. 2012]. Dostupné z WWW: <http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=10>.

Kontaktní údaje

Ing. Adam Borovička

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonometrie
nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel.: +420 224 09 5445

E-mail: adam.borovicka@vse.cz

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/16/2011 „Modely operačního a finančního managementu“.

BAYESOVSKÝ ODHAD RBC MODELU

THE BAYESIAN ESTIMATION OF THE RBC MODEL

Milan Bouda

Abstrakt

Cílem článku je teoretická formulace RBC modelu s monopolistickou konkurencí a jeho následné řešení pomocí DSGE přístupu. Tento přístup má oproti tradičním metodám analyzujícím hospodářský cyklus tu výhodu, že je založen na mikroekonomických základech a tudíž je imunní vůči Lucasově kritice. Nejprve jsou formulovány dílčí rozhodovací problémy jednotlivých agentů. V tomto článku se jedná o domácnosti, maximalizující svou užitkovou funkci, a firmy, maximalizující zisk. Dalším krokem je odhad jednotlivých strukturních parametrů na českých datech pomocí bayesovské metody a předpověď jediné pozorované proměnné, kterou je hrubý domácí produkt na 2 roky.

Klíčová slova: RBC, bayesovský odhad, Dynare, DSGE

Abstract

The paper deals with theoretical formulation of RBC model with monopolistic competition. Model is solved using the DSGE framework. This approach is based on microeconomic foundations and is immune to Lucas critique. First, we formulate the decision problems of individual agents. In this paper we have households and firms. Households maximize their utility function and firms maximize their profit. Next, we estimate the values of structural parameters on the Czech data using the bayesian method. Next, we use this estimate to forecast one observable variable and it is gross domestic product for 2 years.

Keywords: RBC, Bayesian estimation, Dynare, DSGE

1 ÚVOD

Cílem tohoto příspěvku je analýza hospodářského cyklu (RBC) pomocí DSGE aparátu. Hospodářský cyklus je výsledkem kolísání ekonomické aktivity okolo dlouhodobého trendu viz Arlt (2009). Tento přístup vychází z exaktních mikroekonomických vztahů, což umožňuje zachycení strukturálních změn v ekonomice. DSGE Model, formulovaný v tomto článku, obsahuje dva agenty, domácnosti a firmy, kteří maximalizují svůj užitek. Dále jsou popsány jednotlivé kroky, které je nutné provést ke správnému odhadu jednotlivých parametrů. Nejprve je nutné model odvodit z jednotlivých optimalizačních problémů. Dalším krokem je kalibrace jednotlivých parametrů. V další části je popsán zdroj dat. Jednotlivé parametry jsou následně odhadnuty pomocí bayesovských technik. Nakonec je provedena predikce HDP na 2 roky.

2 RBC MODEL

Model, který je představen a podrobně rozebrán se nazývá základní RBC (Real Business Cycle) model s monopolistickou konkurencí. Model obsahuje dva agenty (domácnosti a firmy), kteří maximalizují svůj užitek. Domácnosti maximalizují svůj užitek pomocí spotřeby c_t a volného času $(1-l_t)$, kde l_t symbolizuje práci. Domácnosti maximalizují následující užitkovou funkci:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta [\log c_t + \psi \log(1-l_t)]$$

vzhledem k jejich rozpočtovému omezení:

$$c_t + k_{t+1} = w_t l_t + r_t k_t + (1-\delta)k_t, \quad \forall t \geq 0,$$

kde k_t je výše kapitálu, w_t jsou reálné mzdy, r_t je reálná úroková míra nebo také cena kapitálu a δ je míra znehodnocení nebo odpisová sazba. Výše uvedená rovnice se nazývá účetní identita. Na levé straně jsou celkové výdaje, na pravé celkové příjmy. Ve vztahu je zahrnuta

i míra znehodnocení základního kapitálu. Přesuneme-li c_t na pravou stranu a celkové platby za faktory $w_t l_t + r_t k_t$ se rovnají y_t , tak s trochou fantazie představuje tato rovnice akumulaci kapitálu. Dále si definujeme investice jako: $i_t = y_t - c_t$. Po úpravě dostaneme následující identitu:

$$c_t + i_t = y_t. \quad (1)$$

Z výše uvedeného vyplývá intuitivní výsledek:

$$i_t = k_{t+1} - (1-\delta)k_t. \quad (2)$$

Tento zápis lze interpretovat následovně. Investice doplňují kapitál tím, že čelí vlivu odpisů. Spotřebitel tedy čelí v každém období rozhodnutí, zda spotřebuje či investuje za účelem zvýšení svého kapitálu a spotřebě v dalších obdobích. Maximalizace užitku domácnosti s ohledem na spotřebu, volný čas a výši kapitálu je vyjádřen vztahem (3). Tato rovnice zachycuje všechny dlouhodobé vztahy popsané výše. Jedná se o Eulerovu rovnici spotřeby, která vypadá takto:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1+r_{t+1}-\delta) \right]. \quad (3)$$

(4) je rovnicí nabídky práce, spojující práci pozitivně se mzdou a negativně se spotřebou (bohatší člověk, si užívá více volného času kvůli poklesu mezního užitku ze spotřeby). Parametr ψ určuje velikost spotřební preference.

$$\psi \frac{c_t}{1-l_t} = w_t. \quad (4)$$

Z pohledu firem je problém trochu více komplikovaný a může za to monopolistická konkurence. Jsou dvě cesty jak uvést monopolistickou konkurenci. Předpokládejme, že firmy prodávají diferencované výrobky spotřebitelům, kteří je agregují podle CES (Constant Elasticity of Substitution). Tedy podle konstantní elasticity substituce. CES agregátor, vypadá

takto: $C = \left[\sum_{i=1}^n a_i^s c_i^{\frac{s-1}{s}} \right]^{\frac{s}{s-1}}$. Koeficienty a_i jsou sdílené parametry a s je elasticita

substituce. Tudíž statky c_i jsou perfektní substituty, pokud se s blíží k nekonečnu a perfektní komplementy, pokud se s blíží 0. Můžeme také předpokládat, že existuje kontinuum prostředníků, kteří prodávají diferencované výrobky dalším a jejich produkční funkce je CES agregovaná. Pokud se výrobce finálního statku rozhodne optimalizovat svou poptávku po heterogenních statcích tím, že optimalizuje klesající poptávkovou funkci, čelí dvěma palčivým problémům. A to, kolik práce si najmout a kolik použít kapitálu. Tyto dva faktory je možné libovolně zaměňovat. Výrobce se řídí podle konstantních výnosů z rozsahu (CRS - Constant Return to Scale). Jedná se tedy o produkční funkci charakteristickou konstantními výnosy z rozsahu a definovanou takto:

$$y_{it} = k_{it}^{\alpha} \left(e^{z_t} l_{it} \right)^{1-\alpha}, \quad (5)$$

index i označuje konkrétní firmu i z celé množiny firem. Parametr α je elasticita kapitálu v produkční funkci a je to vždy hodnota v intervalu $0 < \alpha < 1$. Proměnná z_t zachycuje technologii podle tohoto vztahu:

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t, \quad (6)$$

kde ρ je parametr, který zachycuje vytrvalost technologického pokroku a náhodnou složku $e_t \sim N(0, \rho)$. Řešení zdrojového problému závisí na optimálním poměru kapitálu a práce nebo na ceně těchto faktorů:

$$k_{it} r_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} w_t l_{it}.$$

Řešení cenového problému se řídí velmi známou podmínkou monopolistické konkurence:

$$p_{it} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} m_{ct} p_t,$$

kde p_{it} je cena firmy i , m_{ct} je reálná mezní cena a p_t je agregátní CES cena nebo průměrná cena. Další krok zjednodušuje výraz: symetrie firem implikuje, že všechny firmy si účtují stejné ceny a to $p_{it} = p_t$; tudíž dostaneme výraz $m_{ct} = (\varepsilon-1)/\varepsilon$.

Vyvstává zde však otázka. Čemu se mezní náklady vlastně rovnají? Abychom našli odpověď, je zapotřebí zkombinovat optimální poměr kapitálu a práce do produkční funkce a využít její výhody konstantních výnosů z rozsahu k řešení objemu práce nebo kapitálu potřebného k produkci jedné jednotky výstupu. Reálnou cenu získáme dosazením do výrazu: $w_t l_{it} + r_t k_{it}$ a nahrazením ceny obou faktorů optimálním poměrem kapitálu a práce. Pokud toto budeme řešit pro práci w_t , dostaneme následující výraz:

$$m_{ct} = \left(\frac{1}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha} \frac{1}{A_t} w_t^{1-\alpha} r_t^{\alpha}.$$

kteřý nezávisí na i , protože je pro všechny firmy stejný. To, co je řečeno výše, může být vypočteno pomocí optimálního poměru kapitálu a práce $w_t [(1-\alpha)y_{it}]/l_{it}]^{-1}$ nebo $w_t \frac{\partial l_{it}}{\partial y_{it}}$.

Jedná se o definici mezních nákladů: to znamená, že jde o cenu, kterou je nutné zaplatit, abychom získali další jednotku výstupu. Nemělo by to být žádné překvapení od chvíle, kdy se optimální poměr kapitálu a práce řídí maximalizací produkční funkce (minus reálné náklady) s ohledem na jednotlivé faktory. Kombinací těchto výsledků získáme pro náš model dvě finální rovnice:

$$w_t = 1 - \alpha \frac{y_{it}}{l_{it}} \frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon} \quad (7)$$

a

$$r_t = \alpha \frac{y_{it}}{l_{it}} \frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon}. \quad (8)$$

Nakonec agregujeme produkci každé firmy tak, abychom našli agregátní produkční funkci. Na straně nabídky vypustíme poměr kapitálu a práce, k_t/l_t , který je pro všechny firmy stejný a nezávisí tedy na i . Na druhou stranu máme poptávkovou funkci pro každý druh zboží. Když položíme rovnítko mezi oba výrazy a upravíme je, získáme agregovanou produkční funkci (za předpokladu nulového cenového rozptylu: $p_{it} = p_t$):

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha},$$

kteřá mŕže bŕt interpretována jako agregovanŕy objem vŕech koupennŕch vŕyrobkŕ konečnŕm producentem (podle CES agregačnŕho indexu), a tudŕž rovna agregatnŕmu vŕstupu vŕech finálnŕch statkŕ. To se rovna spotřebě domácností. Podŕl vŕstupu na každŕy faktor je pro každou firmu stejnŕy. Mŕžeme tedy rovnice (7) a (8) psát bez indexŕ i .

3 EKONOMETRICKŕY APARÁT

K odhadu je nutné pouŕžit dvě metody. Nejprve je odhadnuta vřrohodnostnŕ funkce pomocí Kalmanova filtru a následně je nutné simulovat posteriornŕ hustotu pomocí libovolnŕ metody Monte Carlo. V Dynare je pro tento ŕcel implementovan Metropolisŕv-Hastingsŕv (M-H) algoritmus. Podrobnosti o Kalmanovu filtru nabízí Villaverde (2009) či Hamilton (2004). Model je charakterizovan jak pozorovanŕmi tak nepozorovanŕmi stavy. Stav systému má tu vlastnost, ŕe v daném časovém okamŕiku determinuje spolu s očkávanŕmi vstupy chování systému do budoucnosti. Je zde také vliv stochastickŕch náhodnŕch složek (ŕokŕ), které mohou ovlivňovat pozorovanŕ vŕstup i stav systému. Pro odhad nepozorovanŕch stavŕ se pouŕžívá právě Kalmanŕv filtr, respektive difuznŕ Kalmanŕv filtr, určenŕ pro veličiny s jednotkovŕm kořenem (tedy pro nestacionárnŕ veličiny). Detaily k M-H algoritmu nabŕzejí Griffoli (2012), Villaverde (2009) nebo An a Schorfheide (2006). M-H je vyuŕževán v situacŕch, kdy je obtŕžnė z posteriornŕ hustoty přímo generovat náhodnė vzorky. Odhady DSGE modelŕ jsou prováděny Bayesovsky. Tento prŕstup je alternativou prŕstupŕ klasické ekonometrie. Hlavnŕ odlišností je subjektivnŕ (podmŕněnė) chápání pravděpodobnosti. Více se o bayesovskŕch metodách viz např. Koop (2003). S tím souvisŕ možnost zakomponovat do odhadu apriornŕ informaci. Dŕležitá informace je, ŕe neznámė parametry jsou náhodnė veličiny. Na základě jednoduchého bayesova pravidla pro podmŕněnou pravděpodobnost je cílem veŕkerého snaŕení zŕskání tzv. posteriornŕ hustoty pravděpodobnosti neznámŕch parametrŕ (podmŕněnė pozorovanŕmi daty) na základě kombinace vřrohodnostnŕ funkce dat a apriornŕ hustoty hledanŕch parametrŕ. Zŕskané posteriornŕ pravděpodobnosti obvykle nemají formu známŕch rozdělení a proto je třeba vyuŕžit numerickŕch technik ke generování náhodnŕch vŕběrŕ z takovŕchto rozdělení. Pomocŕ těchto technik vypočteme potřebnė charakteristiky či momenty, jako jsou střednŕ hodnota a rozptyl. Bayesovskŕ prŕstup má mnoho vŕhod (které mohou bŕt předmětem kritiky), mezi které patřŕ možnost zahrnutí apriornŕ informace, která mŕže u hodnė komplexnŕch systémŕ usnadnit jejich identifikaci, protože apriornŕ hustota v podstatě upravuje vřrohodnostnŕ funkci dat.

4 DATA, KALIBRACE A ODHAD PARAMETRŔ

V modelu je 1 pozorovaná proměnná a to je HDP ČR. Jedná se o časovou řadu 2000 Q1 – 2012 Q2. Jedná se o logaritmické diference HDP. Pomocŕ prvnŕch diferencŕ odstranŕme z časovė řady trend. Zlogaritmováním je zŕskána dobrá interpretace funkcŕ odezvy i finálnŕ predikce. Hodnoty jednotlivŕch parametrŕ jsou zŕskány z podobnŕch pracŕ, viz např. Griffoli (2012). Následujŕcí tabulky 1 a 2 znázornŕjŕ parametry a jejich kalibrované hodnoty a seznam a popis jednotlivŕch proměnnŕch modelu.

Tabulka 1
Parametry a kalibrace modelu

parametr	prior	posterior	interpretace
α	0,40	0,3975	elasticita kapitálu v produkční funkci
β	0,99	0,9900	diskontní faktor (subjektivní míra časové preference)
δ	0,023	0,0251	míra opotřebenŕ
ψ	1,75	1,7509	spotřebnŕ preference

ρ	0,95	0,9996	vytrvalost šoku
ε	10	10	preference

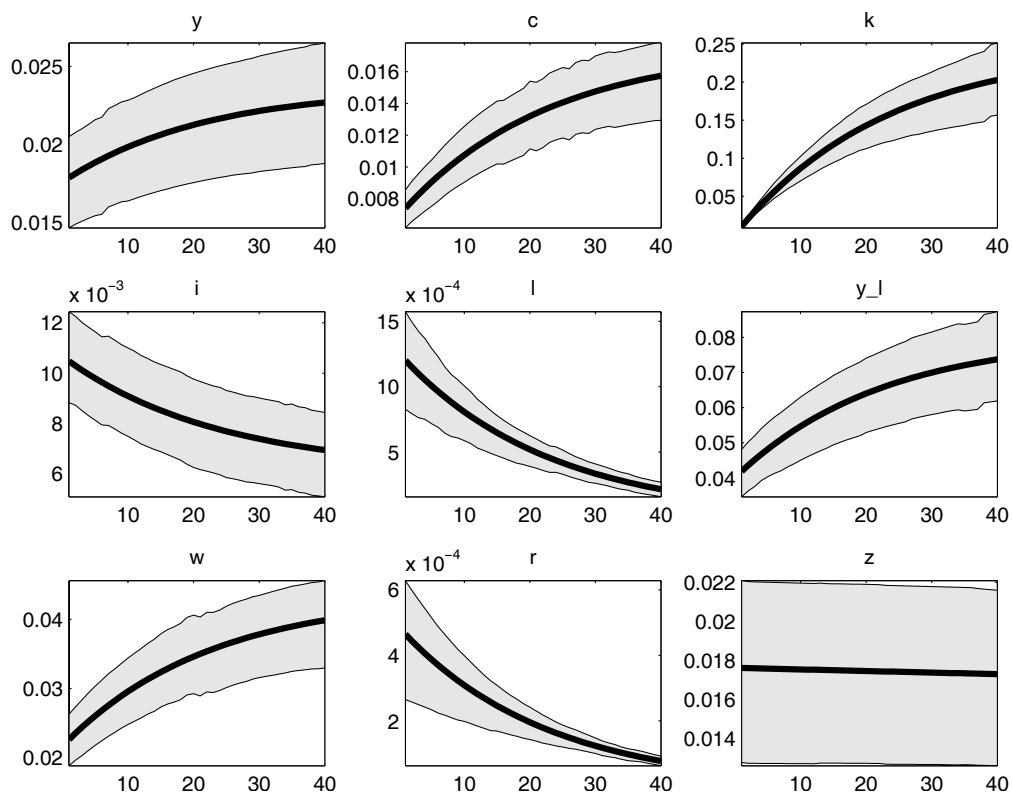
Tabulka 2
Deklarace proměnných

y_t	celkový výstup ekonomiky (HDP)
c_t	spotřeba
k_t	kapitál
i_t	investice
l_t	práce (odpracované hodiny)
y_t/l_t	produktivita práce
w_t	hodinová mzda
r_t	renta
z_t	vytrvalost šoku
e_t	exogenní proměnná představující náhodný proces

5 ODHAD A ZÁVĚR

M-H simulací jsou získány posteriorní hustoty jednotlivých parametrů. Střední hodnoty všech odhadovaných parametrů se příliš neliší od apriorních hodnot. Hlavním cílem tohoto článku je interpretaci funkcí odezvy viz obrázek 1 a předpověď HDP na 2 roky.

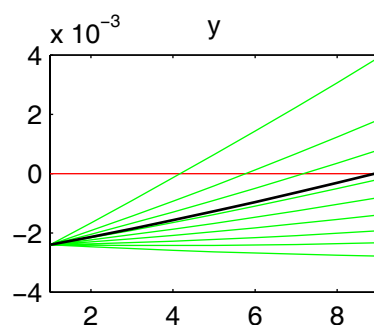
Obrázek 1
Funkce odezvy na jednotkový šok technologického pokroku



Funkce odezvy znázorňují předpokládaný vývoj jednotlivých proměnných, potom co je model vystaven jednotkovému technologickému šoku. Z jednotlivých obrázků lze usoudit, že všechny proměnné se vyvíjí v souladu s ekonomickou teorií. Zasáhne-li českou ekonomiku jednotkový technologický šok, tak firmy začnou k produkci více používat kapitál, protože dodatečná jednotka kapitálu přispěje více než dodatečná jednotka práce. Díky navýšení kapitálu dojde ke zvýšení výstupu a tudíž ke zvýšení produktivity práce, která povede k navýšení mezd a spotřeby. Firmy se postupně začnou zbavovat zaměstnanců a nahradí je kapitálem a tím se systém opět stabilizuje.

Na obrázku 2 lze vidět predikci českého hrubého domácího produktu. Jen pro připomenutí, HDP je v modelu v prvních logaritmických diferencích a jedná se o kvartální data. Z predikce lze usoudit, že kvartální změny českého HDP jsou v současné chvíli na -0,2 %. V budoucnu lze očekávat zpomalení tohoto poklesu, které se následně změní v růst. To vše v horizontu dvou let.

Obrázek 2
Předpověď HDP na 2 roky



Poděkování

Článek vznikl za podpory IGA VŠE v rámci projektu č. IG403052.

Použitá literatura

1. AN, S; SCHORFHEIDE, F. 2006. *Bayesian Analysis of DSGE models*. Working Papers 06-5, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
2. ARLT, J.; ARLTOVÁ, M. 2009. *Ekonomické časové řady*. Vyd. 1. Praha: Professional Publishing, 290 s. ISBN 978-808-6946-856.
3. GRIFFOLI, T. M. 2010. *Dynare User Guide*. In: [online]. 2010 [cit. 2012-07-19]. Dostupné z: <http://www.dynare.org/documentation-and-support/manual>
4. HAMILTON, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, NJ.
5. KOOP, G. 2003. *Bayesian Econometrics*. Department of Economics University of Glasgow. John Willey & Sons Ltd. ISBN 0-470-84567-8.
6. SCHORFHEIDE, F. 2000. *Loss Function Based Evaluation of DSGE Models*. Journal of Applied Econometrics.
7. VILLAVERDE, J.F. 2009. *The Econometrics of DSGE models*. National Bureau of Economics research. Cambridge.

Kontaktné údaje

Ing. Milan Bouda
 Česká spořitelna, a.s.
 Olbrachtova 1929/62, 140 00 Praha 4
 +420 723 812 475
 MBouda@csas.cz

VYUŽITIE MRAVČIEHO ALGORITMU V REVERZNEJ LOGISTIKE

THE USE OF THE ANT COLONY ALGORITHM IN THE REVERSE LOGISTIC

Ivan Brezina jr.¹, Anna Hollá¹, Peter Horvát

Abstrakt

V tomto príspevku autori popisujú problém obchodného cestujúceho, ktorého použitie je zrejmé i v podmienkach reverznej logistiky. Autori popisujú problém obchodného cestujúceho, ako i mravčí algoritmus, ktorý môže byť použitý na riešenie tejto úlohy. V príspevku je ďalej testovaná možnosť aplikácie tohto algoritmu na úlohy väčších rozmerov a výsledky sú porovnané s doteraz najlepším nájdeným riešením.

Keľúčové slová: *reverzná logistika, úloha obchodného cestujúceho, mravčí algoritmus*

Abstract

In this paper authors describe traveling salesman problem, which use is clearly for the reverse logistic too. Authors describe traveling salesman problem as well ant colony optimization, which can be used for solving of this problem. In the paper is tested the possibility of the application of this algorithm for the solving of the large graphs. The conclusion is compared with the up to now founded result.

Keywords: *reverse logistic, traveling salesman problem, ant colony optimization*

1 ÚVOD

Oblasť logistiky je stále zaujímavým priestorom na skúmanie, nakoľko poskytuje veľkú oblasť tvorenia úspor, pričom zároveň zvyšuje kvalitu firiem, ktoré v tejto oblasti pôsobia.

Novou zaujímavou časťou logistiky sa stáva najmä oblasť reverznej logistiky, ktorá je zaujímavá ako z pohľadu ekológie, nakoľko rieši spätný zber sekundárne spracovateľných materiálov, tak firiem, ktoré si zakladajú na priamom a rýchlom servise svojich zákazníkov.

Podľa Brezinu² je proces reverznej logistiky definovaný ako: „proces plánovania, implementovania a kontroly spätných tokov surovín, medziproduktov, obalov a hotových výrobkov, od výroby, distribúcie alebo bodu použitia k bodu obnovenia alebo náležitého zbavenia sa“. Ako už zo samotnej definície vyplýva, do procesu reverznej logistiky spadá i problematika úlohy obchodného cestujúceho (Traveling Salesman Problem), ktorej sa budeme v tomto príspevku venovať.

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia interného grantového projektu Ekonomickej univerzity v Bratislave (č. 2317124) „Optimálne rozmiestňovanie recyklačných a zberných miest recyklovateľných surovín“¹ This paper is supported by Grant No. IGP No. 2317124 of the University of Economics in Bratislava, "Optimal location of recycling and collection points for recyclable materials"

² BREZINA I., 2007. Modelové aspekty reverznej logistiky. In: Medzinárodná konferencia INPROFORUMU 2007, 2007

2 ÚLOHA OBCHODNÉHO CESTUJÚCEHO

Úloha obchodného cestujúceho (TSP) spočíva v nájdení najkratšej cesty medzi uzlami úplného neorientovaného grafu. Riešením takto stanovenej úlohy je nájdenie poradia vrcholov grafu tak, aby bola vzdialenosť prejdená medzi nimi najkratšia. Takáto úloha je silne využiteľná v oblasti reverznej logistiky, kedy nájdením najkratšej okružnej cesty vieme optimalizovať okružnú cestu, ktorú je potrebné absolvovať pri spätnom zbere surovín, či tovarov.

Úloha obchodného cestujúceho môže byť zapísaná ako problém lineárneho programovania a bude mať teda následne tento tvar³:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^n c_{ij} x_{ijt}, \quad i, j, t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijt} = 1, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^n x_{ijt} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^n x_{ijt} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijt} - \sum_{k=1}^n x_{jk(t+1)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijn} - \sum_{k=1}^n x_{jkn} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$$x_{ijt} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

Hlavný cieľ úlohy, teda prejdenie minimálnej vzdialenosti medzi bodmi grafu reprezentuje účelová funkcia (1). Takto stanovená účelová funkcia však musí byť ohraničená podmienkami, ktoré vyplývajú z charakteru úlohy. Podmienky (2) až (4) zabezpečujú, že obchodný cestujúci navštívi každý vrchol práve raz, pričom vykoná n ciest. Následnosť krokov, teda že pre obchodného cestujúceho bude konečný uzol v kroku k predstavovať začínajúci uzol v kroku $k+1$, je zabezpečená pomocou ohraničení (5) a (6). Úloha ako taká si tiež vyžaduje, aby boli premenné bivalentné a aby sme tak vedeli, či daný uzol bude, či nebude zaradený do okružnej cesty práve v danom momente. Táto podmienka je zabezpečená ohraničením (7) Podmienky (2) až (6) zároveň zabezpečujú vykonanie celého cyklu. Sú tiež zostavené tak, že zabránia vzniku cyklu v rámci hľadania okružnej cesty. Tento zápis úlohy obchodného cestujúceho je len jeden z možných matematických zápisov úlohy obchodného cestujúceho.

Vzhľadom na časovú náročnosť riešenia úlohy pomocou exaktných metód, ktorej efektívnosť síce s rozvíjajúcou sa výpočtovou technikou stúpa, nie je ich použitie efektívne pri viac ako

³ BREZINA, I., 2003. Kvantitatívne metódy v logistike. Bratislava: Ekonóm, 2003. 294 s. ISBN 80-225-1735-6

niekoľko sto uzloch grafu. Na riešenie úloh väčšieho rozsahu, typických pre prax, preto používame heuristické metódy.

3 RIEŠENIE TSP POMOCOU METAHEURISTIKY ACO

Ako už bolo spomenuté, pre úlohy väčšieho rozsahu nie je efektívne použitie exaktných metód a sú používané heuristické metódy. Tieto metódy neponúkajú žiadnu garanciu nájdenia optimálneho riešenia, poprípade nájdenie riešenia, ktoré by bolo možné s určitosťou označiť za optimálne. Ich riešenia sú označované ako suboptimálne, ktoré sú dostatočne prípustné na riešenie konkrétneho problému v praxi.

Metaheuristické metódy na rozdiel od heuristických metód obsahujú stochastickú zložku, ktorá napomáha prekonaniu lokálnych extrémov a pomáha tak nájdeniu extrémov globálnych, čím zaručuje nájdenie čo najlepšieho výsledku. Pre metaheuristiky neexistuje matematický zápis, iba slovný popis, ktorý predstavuje logický náčrt fungovania algoritmu.

Medzi najznámejšie metaheuristiky patria evolučné algoritmy, ktoré sú inšpirované procesmi odporozorovanými z prírody. Medzi tieto algoritmy patrí i mravčí algoritmus (Ant colony optimization ACO), ktorý v tomto príspevku ďalej rozoberieme.

Algoritmus ACO pozostáva s nasledujúcich krokov⁴:

1. Mravce prehl'adávajú graf G , pričom cieľom tohto prehl'adávania je nájsť optimálne riešenie $s^* \in S^*$.
2. Každý mravec má k dispozícii vlastnú pamäť, ktorú využíva k ukladaniu informácií o prejdenej ceste (napr. o navštívených vrcholoch). Takisto táto pamäť môže slúžiť k zabezpečeniu splnenia obmedzujúcich podmienok alebo k ohodnoteniu nájdeného riešenia.
3. Pre proces je stanovený počiatočný stav x_s^k a jedna alebo viacero podmienok ukončenia e^k .
4. Mravec sa v stave $x_r = (x_r - l, i)$ v prípade nesplnenia žiadnej z ukončovacích podmienok presúva do uzlu j v okolí tohto stavu $N^k(x_r)$, čím prechádza do nového stavu $(x_r, j) \in X$. V prípade splnenia niektorej z ukončovacích podmienok mravec skončí s procesom. Prechod k stavom predstavujúcim neprípustné riešenia je väčšinou zakázaný s využitím vhodne implementovanej internej pamäte mravca.
5. Pri výbere každého ďalšieho pohybu sa mravec rozhoduje na základe určených pravdepodobností vychádzajúcich z množstva feromónov na jednotlivých hranách grafu, príslušnej heuristickej informácie, obsahu svojej lokálnej pamäte a prípustnosti takéhoto kroku.
6. Pri pridávaní nového komponentu grafu G_C k svojmu stavu môže mravec aktualizovať hodnotu príslušnej feromónovej informácie (buď pridruženej k zodpovedajúcej hrane alebo cieľovému uzlu).
7. Taktiež môže mravec aktualizovať hodnoty feromónov až po skonštruovaní riešenia spätným prejdením nájdenej cesty a upravením asociovaných feromónových hodnôt.

4 POUŽITIE ACO NA VYBRANÝ PROBLÉM REVERZNEJ LOGISTIKY

V súvislosti s použitím nájdenia najkratšej okružnej cesty v reverznej logistike sme si stanovili nasledovný problém na dokázanie použitia algoritmu ACO. Keďže vhodnosť použitia algoritmu pre riešenie TSP pre všetky mestá slovenskej republiky bola dokázaná

⁴ CHU, A. 2009. Metaheuristická metóda mravčej kolónie pri riešení kombinatorických optimalizačných úloh. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 2009. 107 s.

(Čičková, Brezina jr. 2011), snažili sme sa nájsť najkratšiu cestu medzi všetkými slovenskými obcami. Ako vstupný údaj nám teda slúžila matica vzdialeností s rozmermi 2916x2916 a výpočty boli realizované v programovom prostredí MatLab.

Graf ktorého vrcholy tvoria slovenské obce sme nechali prehľadať 100 mravcov v 100 iteráciách. Mravčí algoritmus nám následne po niekoľkých spusteniach vrátil nájdenú najkratšiu vzdialenosť medzi slovenskými obcami o veľkosti 38 801,1 km.

V porovnaní so zatiaľ najkratšou nájdenou vzdialenosťou medzi slovenskými obcami, ktoré bola stanovená na 8 830,743 km, je rozdiel takmer 30 000 km. To teda pri takto nastavených parametroch nie je akceptovateľný výsledok. Pri takto nastavených parametroch teda nie je vhodné použiť algoritmus ACO na riešenie TSP takýchto rozmerov.

5 ZÁVER

V tomto príspevku sme sa venovali oblasti reverznej logistiky, ktorá spočíva v nájdení najkratšej okružnej cesty, ktorá umožňuje šetrenie nákladov v rámci spätného zberu materiálov, či tovarov. Testovali sme vhodnosť použitia mravčieho algoritmu pre úlohy väčšieho rozsahu, ktoré sú pre oblasť logistiky typickejšie. Pri parametroch mravčieho algoritmu, ktoré boli nastavené relatívne nízko, sa nám nepodarilo získať uspokojivé výsledky. Súčasná výpočtová technika však neumožňuje nastaviť tieto parametre na vyššiu hodnotu, nakoľko táto aplikácia by nebola riešiteľná na jednom počítači v relatívne krátkom čase, čo by znemožnilo praktické využitie algoritmu. Vzhľadom na stále sa zlepšujúcu výpočtovú techniku však bude zaujímavé sa k tejto možnosti vrátiť a opäť ju preskúmať.

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. BREZINA, I., 2003. Kvantitatívne metódy v logistike. Bratislava: Ekonóm, 2003. 294 s. ISBN 80-225-1735-6
2. BREZINA, I., 2007. Modelové aspekty reverznej logistiky. In: Medzinárodná konferencia INPROFORUM 2007, 2007.
3. CHU, A. 2009. Metaheuristická metóda mravčej kolónie pri riešení kombinatorických optimalizačných úloh. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 2009. 107 s.
4. BREZINA JR., I., ČIČKOVÁ, Z. 2011, Solving the Travelling Salesman Problem Using the Ant Colony Optimization. In: International Scientific of Management Information Systems Vol. 6, 2011
5. GODFREY, C., ONWUBOLU, B., BABU, V. 2004, New Optimization Techniques in Engineering. Berlin- Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. 712 s. ISBN 3-540-20167-x
6. <http://frdsa.fri.uniza.sk/~janosik/> (14.11.2011)
7. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15049> (12.10.2009)

Kontaktné údaje

Ing. Ivan Brezina,

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 826

email: brezina.ivan@yahoo.com

Ing. Anna Hollá,
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 826
email: annaholla@gmail.com

Ing. Peter Horvát,
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 826
email: lpeter.horvat@gmail.com

VPLYV STRATEGICKÉHO SPRÁVANIA SPOTREBITEĽOV NA VÝKON DODÁVATEĽSKÉHO REŤAZCA

STRATEGIC CUSTOMER BEHAVIOR, COMMITMENT, AND SUPPLY CHAIN PERFORMANCE

Soňa Brlejšová, Ivan Lichner, Andrej Mišovič

Abstrakt

Tento príspevok skúma vplyv strategického správania spotrebiteľa na výkon centralizovaného dodávateľského reťazca. Začneme s „newsvendor“ predajcom čeliacim budúcim spotrebiteľom. Predávajúci spočiatku účtuje bežnú cenu, avšak prebytočné zásoby môže zachrániť za nižšiu výpredajovú cenu po tom, ako je realizovaný náhodný dopyt. Spotrebiteľia očakávajú výpredaje, aby maximalizovali svoj očakávaný prebytok. Ukážeme, že zisk predávajúceho môže byť zvýšený prísľubom: buď bude obmedzené množstvo, ktoré je k dispozícii (*množstevný záväzok*), alebo sa budú udržiavať vysoké ceny (*cenový záväzok*). Pomocou strategického správania spotrebiteľa zistíme, že (i) centralizovaný dodávateľský reťazec nemôže určiť tak dobre ceny ako v decentralizovanom dodávateľskom reťazci; (ii) všeobecne študované zmluvy koordinácie dodávateľského reťazca v literatúre (napr. znižovanie cien, predajné zľavy a zmluvy spätného odkupu), môžu slúžiť ako záväzné prostriedky, rovnako ako motivačno-koordinačné prostriedky; (iii) a niektoré vyššie uvedené zmluvy nemôžu ľubovoľne deliť zisk medzi členov dodávateľského reťazca z dôvodu strategického správania spotrebiteľa.

Kľúčové slová: *strategické správanie spotrebiteľa, záväzok, dodávateľské reťazce*

Abstract

This paper studies the impact of strategic customer behavior on supply chain performance. We start with a newsvendor seller facing forward-looking customers. The seller initially charges a regular price but may salvage the leftover inventory at a lower salvage price after random demand is realized. Customers anticipate future sales and choose purchase timing to maximize their expected surplus. We show that the seller's profit can be improved by promising either that quantities available will be limited (quantity commitment) or that prices will be kept high (price commitment). In particular, with strategic customer behavior, we find that (i) a decentralized supply chain with a wholesale price contract may perform strictly better than a centralized supply chain; (ii) contracts widely studied in the supply chain coordination literature (e.g., markdown money, sales rebates, and buyback contracts) can serve as a commitment device as well as an incentive-coordinating device; and (iii) some of the above contracts cannot allocate profits arbitrarily between supply chain members because of strategic customer behavior.

Keywords: *strategic customer behavior, commitment, supply chains*

ÚVOD

Spotrebiteľia sú dnes viac zvyknutí na výpredaje. Je to všeobecná skutočnosť, značne akceptovaná praktikmi a podobne aj akademikmi. Rok čo rok organizácie pre výskum trhu vykonávajú prieskumy obdobia “nenakupovania” a zisťujú, že viac ako polovica kupujúcich plánuje čakať na koncoročné výpredaje. A práve toto, spolu s konkurenčnými tlakmi, donútilo maloobchodníkov ponúkať väčšie zľavy skôr. Predajcovia pre naplnenie spotrebiteľských

očakávaní stále viac a viac ukrajujú zo svojich marží, čo vyvoláva zložitý problém v schopnosti týchto obchodníkov poskytovať primeranú úroveň maloobchodných služieb.

Maloobchodný priemysel už dlho pozoruje tento kritický bod a príchod optimalizovaného ponížovania cien ponúka možnosť priameho riešenia tejto otázky (Sliwa 2003). Optimalizované znižovanie cien vyrovnáva ponuku a dopyt a zvyšuje nastavenie predajnej priebežnej ceny ako odpoveď na dostupné zásoby. V dôsledku toho spotrebiteľia už nemusia mať väčší prospech z čakania, pretože teraz je viac pravdepodobné, že pokiaľ budú čakať príliš dlho, ich požadovaný výrobok bude vypredaný. Hoci je význam strategického správania spotrebiteľa všeobecne potvrdený, bol vykonaný malý výskum študujúci jeho implikácie do manažmentu dodávateľského reťazca. Uvedenou problematikou sa prvotne zaoberali Su a Zhandg (2008) a na ich základe je písaný aj uvedený príspevok. Táto práca má tri hlavné ciele.

Po prvé by sme sa radi zamerali na vytvorenie modelovej štruktúry pre štúdium strategického správania spotrebiteľa v dodávateľskom reťazci. Začneme s klasickými „newsvendor“ nastaveniami, čo je základným stavebným kameňom v literatúre a pokračuje začlenením strategického dopytu do modelu (newsvendor – model zásob s jednou objednávkou, bez možnosti znovu objednania).

Po druhé, chceli by sme použiť tento model k preskúmaniu vplyvu strategického správania spotrebiteľov na výkonnosť dodávateľského reťazca.

Tretí cieľ je normatívny: Ako môžeme riadiť dodávateľský reťazec ešte lepšie? Ako by mali firmy v centralizovaných nastaveniach určiť spôsob oceňovania a zásobovacie rozhodnutia?

Náš model je založený na klasickom „newsvendor“ modeli. V klasickom nastavení, čelí newsvendor model náhodnému agregovanému dopytu X a volí skladované množstvo Q a exogénne parametre sú p (bežná cena), c (náklady) a s (výpredajová cena). Začlenením strategického správania medzi spotrebiteľov (v dopyte súboru X), necháme spotrebiteľa kupovať za bežnú cenu p , alebo čakať na výpredajovú cenu s . V prípade existencie zvyšných zásob, spotrebiteľ môže mať na čakanie dobrý dôvod, no v opačnom prípade skončí bez produktu. Newsvendor rozhodujúce premenné sú teraz p (bežná cena) a Q (množstvo), tie volia vplyv rozhodnutia spotrebiteľa “kúpiť alebo čakať”. Tento model zachytáva strategickú interakciu medzi dodávateľom a spotrebiteľmi. Týmto modelom by sme chceli charakterizovať *rovnováhu* výstupov (t.j. ceny, množstva spotrebiteľských rozhodnutí).

V tejto práci máme dva hlavné výsledky. Po prvé, poukazujeme, že pokiaľ sú spotrebiteľia strategickí, centralizovaný dodávateľský reťazec sa môže realizovať oveľa *horšie* ako decentralizovaný dodávateľský reťazec. To z dôvodu, na rozdiel od všeobecného presvedčenia, dvojitá marginalizácia môže byť pre decentralizované systémy prospešná: redukovanie zásobovaného množstva zintenzívňuje hrozbu “bez zásob” a tak zvyšuje ochotu spotrebiteľa platiť. Avšak spoľahlivé centralizované systémy takejto hrozby nie sú schopné, pretože nemusia spĺňať podmienku rovnováhy RE. Sú bežné tvrdenia, že centralizované systémy sa usilujú poskytovať pre dodávateľské reťazce zlatý štandard, no pokiaľ sú spotrebiteľia strategickí, je možné prekonať tieto tvrdenia.

Ďalej riešime rovnováhu RE medzi spotrebiteľmi a dodávateľom podľa cenového a množstevného záväzku.

1 NEWSVENDOR.MODEL SO STRATEGICKÝMI SPOTREBITEĽMI

1.1 Základné nastavenie

Táto práca nadväzuje na „newsvendor“ model zásob. Je tu jediný predajca, ktorý musí určiť koľko jednotiek produktu bude na sklade. Predávajúci čelí náhodnému dopytu $X \geq 0$, ktorý možno interpretovať ako celkový objem (infinitesimalný) spotrebiteľov na trhu. Označme distribúciu a hustotu X , F a f . Predpokladáme, že dopyt distribúcie má vzrastajúcu frekvenciu chýb, ktorá je $f(x)/(1-F(x))$ rastúca na x , tento predpoklad potvrdzuje množstvo bežných pozorovaní distribúcie. Z technických dôvodov tiež predpokladáme, že f je spojitá a $f(0) > 0$. Každá jednotka vlastných nákladov výkonu c je ale ohodnotená spotrebiteľmi na v . To znamená, že v je spotrebiteľská užitočnosť zo spotreby výrobku. Zvyšné jednotky môžu byť predané na exogénnom výpredajovom trhu za s za jednotku. Predpokladáme, že $s < c < v$.

Náš model sa zavedením strategických spotrebiteľov líši od klasického nastavenia. Práve spotrebiteľia vedia, že výrobok sa môže stať dostupnejším na výpredajovom trhu v cene s . Pre maximalizáciu individuálneho očakávaného prebytku spotrebiteľ volí medzi kúpou okamžite (za plnú cenu) alebo čaká na predaj (vo výpredajovej cene). Ak je bežná predajná cena príliš vysoká, spotrebiteľia môžu zvoliť užitočnosť čakania na predaj, aj keď potom môže byť produkt vypredaný. Označme r spotrebiteľskou cenou obstarávania alebo jeho ochotou platiť počas bežnej predajnej sezóny. Samozrejme vieme, že $r < v$ a v prípade pozitívnej pravdepodobnosti môžu spotrebiteľia dostať výrobok za nižšiu výpredajovú cenu s . Toto nastavenie môže byť priamo porovnané so štandardným newsvendor modelom, v ktorom je predajná cena v a všetci spotrebiteľia za ňu kupujú a tak realizujú dopyt X .

V našom modeli rozhodnutia predávajúceho zahŕňajú cenu p a množstvo Q , skoršie sú spotrebiteľmi sledované, ale neskoršie už nie. Spotrebiteľia volia ich obstarávacie ceny r , ktoré nie sú sledované predávajúcim. Všetky strany tvoria názor cez príslušné množstvo, ktoré nie je plnené: predajca vytvára názor spotrebiteľa ξ_r cez spotrebiteľskú obstarávaciu cenu a spotrebiteľia tvoria názor ξ_{prob} cez pravdepodobnosť dostupnosti na výpredajovom trhu, ktorý závisí od zásob predajcu Q .

Prijmeme nasledujúci sled udalostí. Predávajúci samostatne určí názor ξ_r cez obstarávaciu cenu spotrebiteľa a potom optimálne volí cenu p a množstvo Q , s ohľadom na tieto názory. Pripomeňme, že spotrebiteľia môžu sledovať predajnú cenu, ale nie skladujúce množstvo. Potom si spotrebiteľia samostatne tvoria názor ξ_{prob} cez ich šance na získanie výrobku na výpredajovom trhu a následne tvoria ich obstarávaciu cenu r založenú na ich názore. Ďalej je realizovaný náhodný dopyt X . Nastane predaj za plnú cenu p (za predpokladu, že predajná cena p nesmie prekročiť cenu obstarávania spotrebiteľov r). A nakoniec budú všetky zostávajúce jednotky predané za výpredajovú cenu s .

Na základe uvedenej chronológie, musíme najskôr popísať problém spotrebiteľského rozhodovania. Používame "on", pri odkazovaní na predávajúceho a "ona", v prípade odkazovania sa na spotrebiteľa. Zoberme si konkrétneho spotrebiteľa, ktorý formuje presvedčenie, že ona získa výrobok s pravdepodobnosťou ξ_{prob} , ak ona čaká na predaj. Založené na týchto očakávaniach, spotrebiteľský očakávaný prebytok, ak ona čelí skutočnej bežnej cene p , je:

$$\max \{v - p, (v - s)\xi_{prob}\} \quad (1)$$

Prvá podmienka je prebytok z nákupu v bežnej cene p a druhá podmienka je očakávaný prebytok, keby ona čakala na predaj, kde je pravdepodobnosť ξ_{prob} , že ona zarobí prebytok $v - s$ a pravdepodobnosť $1 - \xi_{prob}$, že ona zarobí nulový prebytok (ak produkt nie na sklade).

Vzhľadom k tomu, že spotrebiteľ si vyberá atraktívnejšiu voľbou medzi kúpou a čakaním, ona bude kupovať za cenu p vtedy a len vtedy, ak $v - p \geq (v - s)\xi_{prob}$. Inými slovami, očakávaním ξ_{prob} , cena obstarávania spotrebiteľa pre tovar je

$$r(\xi_{prob}) = v - (v - s)\xi_{prob} \quad (2)$$

Pre tvárnosť urobíme nasledujúce dva predpoklady. Po prvé, uvažime homogénnych spotrebiteľov, ktorí zdieľajú rovnaký názor ξ_{prob} a rovnakú obstarávaciu cenu r . Po druhé, predpokladáme, že spotrebiteľia sú rizikovo neutrálni a že nerobia zľavy budúcich výnosov.

Ďalej zvažujeme rozhodovací problém predávajúceho. Má dve rozhodnutia a to skladované množstvo Q a bežná predajná cena p . Predpokladajme, že predávajúci očakáva, že všetci spotrebiteľia majú obstarávaciu cenu ξ_r . Vzhľadom k tomuto názoru je jasné, že on zvolí cenu $p = \xi_r$ a množstvo $Q(p) = \arg \max_Q \Pi(Q, p)$, kde

$$\Pi(Q, p) = (p - s)E(x \wedge Q) - (c - s)Q$$

je newsvendor funkcia profítu, ktorá má jedinečné maximum. V príspevku používame " \wedge " pre minimum. Všimnite si, že názorom ξ_r , predávajúci v zásade čelí štandardnému newsvendor problému s pevnou cenou.

1.2 Rovnováha racionálnych očakávaní

DEFINÍCIA 1. Rovnováha RE $(p, Q, r, \xi_{prob}, \xi_r)$ nasledujúce:

$$(i) r = v - (v - s)\xi_{prob}, (ii) p = \xi_r, (iii) Q = \arg \max_Q \Pi(Q, p), (iv) \xi_{prob} = F(Q), (v) \xi_r = r.$$

Podmienky (i), (ii), a (iii) tvrdia, že podľa očakávaní ξ_{prob} a ξ_r , budú predávajúci a všetci spotrebiteľia racionálne voliť primeranú akciu maximalizujúcu užitočnosť. Posledné dve podmienky požadujú, aby očakávania boli v súlade s výsledkami. V (iv), očakávania ξ_{prob} musia súhlasiť s aktuálnou pravdepodobnosťou získania produktu, ak individuálny spotrebiteľ čaká na predaj. Táto aktuálna pravdepodobnosť môže byť vypočítaná nasledovne. V rovnováhe, kde predávajúci hodnotí produkt spotrebiteľskou obstarávacou cenou, takže všetci spotrebiteľia budú kupovať výrobok. Zoberme si individuálneho spotrebiteľa, ktorý miesto toho čaká. Pretože intenzita takéhoto spotrebiteľa je malá, množstvo zostávajúcich spotrebiteľov je X . Odteraz tento individuálny bude čeliť deficitu ak $X > Q$. Naproti tomu, ak $X \leq Q$, tento individuálny spotrebiteľ dostane produkt za výpredajovú cenu. Z toho dôvodu individuálny spotrebiteľ čaká, že získa výrobok s pravdepodobnosťou $F(Q)$, ktorá musí byť v súlade s jeho názormi ξ_{prob} , ako je znázornené na (iv). Tu máme implicitný predpoklad efektívnej alokácie: spotrebiteľia, ktorí na predaj čakajú, majú na výpredajovom trhu najvyššiu prioritu na získanie produktu. Je to rozumné, pretože spotrebiteľia, ktorí majú záujem o určitý výrobok a sú nedočkaví predaja, sú tiež tí, ktorí majú väčšiu šancu dostať výrobok pri aktuálnom uskutočnení. Napokon vo (v), musí predávajúci správne predvídať spotrebiteľskú obstarávaciu cenu.

Táto situácia môže byť alternatívne modelovaná ako simultánny ťah hry, v ktorej predávajúci stanoví cenu a množstvo, zatiaľ čo spotrebiteľia volia svoju obstarávaciu cenu. Čitateľ si môže chcieť overiť, že rovnováha RE popísané vyššie, je skutočne Nashova rovnováha v tomto simultánnom ťahu hry a že existuje ďalšia čistá stratégia. Rozhodli sme sa sústrediť na rovnováhu RE, ktorá je predvídava a napomáha k explicitným rokovaniam všetkých strán.

Všimnite si, že podmienky pre rovnováhu RE v Defínícii 1 môžu byť znížené na dvojicu rovníc p a Q len: $p = v - (v - s)F(Q)$ a $Q = \arg \max_Q \Pi(Q, p)$. Tieto dve podmienky sa uplatnia pri explicitnej charakteristike rovnováhy RE nižšie.

VÝROK 1. V rovnováhe RE, všetci spotrebiteľia nakupujú okamžite a predajná cena a množstvo sú charakterizované cez

$$p_c = s + \sqrt{(v-s)(c-s)}, \quad \bar{F}(Q_c) = \sqrt{\frac{c-s}{v-s}} \quad (3)$$

Tu musíme použiť \bar{F} na označenie $1-F$ a index c na p_c a Q_c označené pre "centralizované". Budeme tiež používať Π_c na označenie zisku predajcu podľa rovnováhy RE.

Je zaujímavé porovnať rovnovážnu cenu a množstvo v našom modeli s klasickým newsvendor modelom, kde nie sú spotrebiteľia strategickí a sú ochotní zaplatiť ich hodnotu v produktu (takže predajca tiež účtuje v). Z hľadiska ceny, musí rovnovážna cena p_c ležať medzi c a v , pretože $p_c - s$ je geometrický priemer mysliaci $v - s$ a $c - s$. Nie je prekvapením, že strategické správanie spotrebiteľa núti predajcu k nižšej cene než v . Ďalej, pokiaľ ide o množstvo, rovnovážne množstvo skladovania Q_c je tiež nižšie ako optimálne množstvo Q_0 skladovania v štandardnom „newsvendor“ modeli. Všimnite si, že $Q_0 > Q_c$ pretože

$$\bar{F}(Q_0) = \frac{c-s}{v-s} < \sqrt{\frac{c-s}{v-s}} = \bar{F}(Q_c) \quad (4)$$

Keď sú konfrontovaní so strategickými spotrebiteľmi, predávajúci znižuje svoje skladované množstvo. Je to preto, lebo dúfa, že obmedzením dostupnosti produktu a udržiavaním imidžu exkluzivity sa zvýši ochota spotrebiteľov platiť.

1.3 Hodnota záväzkov

Môže predávajúci robiť lepší výsledok ako rovnováhu RE výstupov opísanú vyššie? Áno, za predpokladu, že je schopný záväzkov z vlastnej činnosti. V tejto časti zvažujeme dva odlišné typy sily záväzku: množstevný záväzok (uchovávanie malého množstva) a cenový záväzok (uchovávanie vysokých cien). Praktické príklady množstevných záväzkov zahŕňajú limitované edície áut, zatiaľ čo cenový záväzok môže vzniknúť v podobe politiky "jednej ceny" alebo "nezjednávania". Obe stratégie môžu zvýšiť zisky predávajúceho zaručujúce spotrebiteľom, že jeho výrobok je dostatočne exkluzívny: nie je k dispozícii vo veľkom množstve a nemožno ho zakúpiť za nízke ceny.

Začneme diskusiou o množstevnom záväzku. Predpokladáme, že predávajúci má k dispozícii nejaké záväzné plány, ktoré presvedčia spotrebiteľov, že bude k dispozícii presne Q jednotiek jeho produktu a to po celú dobu trvania platnosti. Tento záväzný plán by mohol mať podobu reklamných kampaní týkajúcich sa dlhodobej povesti alebo obmedzenia na strane ponuky. Vzhľadom k tomu, že sú k dispozícii jednotky Q , spotrebiteľia už nebudú musieť tvoriť racionálne očakávania ξ_{prob} , pretože sú si istí, že ak čakajú na predaj (pričom všetci ostatní spotrebiteľia kupujú), ich šance na získanie výrobku na výpredajovom trhu sú $F(Q)$. Inými slovami, keď sa predávajúci zaväzuje predat' Q jednotiek, spotrebiteľia sú ochotní platiť (a predávajúci tiež účtuje) cenu $p(Q) = v - (v - s)F(Q)$. Vzhľadom k tejto predajnej cene, zisk predávajúceho ako funkcia množstva Q , ktorá zaväzuje, je

$$\Pi_q(Q) = (p(Q) - s)E(X \wedge Q) - (c - s)Q = (v - s)\bar{F}(Q)E(X \wedge Q) - (c - s)Q \quad (5)$$

Predávajúci bude teda skladovať optimálne množstvo $Q_q^* = \arg \max_Q \Pi_q(Q)$ a účtovať cenu $p_q^* = v - (v - s) \cdot F(Q_q^*)$ a príslušná optimálna úroveň zisku podľa množstevného záväzku je označovaná Π_q^* , index q je skratka pre "množstevný záväzok." Tu množstevný záväzok umožňuje predávajúcemu, aby aktívne manipuloval s predajnou cenou $p(Q)$ ako funkciou zvoleného množstva Q a na druhej strane, pri absencii množstevného záväzku cena p je stanovená rovnováhou racionálnych očakávaní.

VEŤA 1. $\Pi_q(Q)$ má jedinečný maximu Q_q^* .

Ďalej porovnáme optimálny výstup kvantitatívneho záväzku s výstupom rovnováhy RE.

VÝROK 2. (i) $Q_q^* \leq Q_c$ a $\Pi_q^* \geq \Pi_c$. (ii) Pre fixné s a v tu existuje hranica c_1 a c_h , ($c_1 \leq c_h$), takže $\Pi_q^* - \Pi_c$ je klesajúce v c pre $c \leq c_1$ a $c \geq c_h$. (iii) Pre fixné c a s tu existuje hranica v_1 a v_h , ($v_1 \leq v_h$), takže $\Pi_q^* - \Pi_c$ je klesajúce vo v pre $v \leq v_1$ a $v \geq v_h$.

Výsledok (i) v Tvrdení 2 potvrdzuje naše skoršie vyhlásenie, že množstevný záväzok zvyšuje zisky predávajúceho. To je vykonané viazanosťou množstva zásob Q_q^* , ktoré je nižšie ako rovnováha RE Q_c . Pripomeňme, že v rovnováhe RE predávajúci má už obmedzenú schopnosť skladovania na úrovni Q_c , ktorá je nižšie ako zodpovedajúce množstvo Q_0 pri absencii strategických spotrebiteľov. Naše aktuálne výsledky hovoria, že predávajúci môže urobiť ešte lepšie obmedzením jeho dispozičného množstva. V skutočnosti nie je vytvorenie umelého deficitu bežnou praxou. Napríklad Zara, jeden z najväčších španielskych módných obchodov, je dobre známy pre obmedzenie množstva produkcie, aby prinútili spotrebiteľov platiť bežné predajné ceny. Výsledky (ii) a (iii) charakterizujú vplyv parametrov modelu na hodnotu záväzku. Pripomínajú, že množstevný záväzok má sklon byť viac cenený ako produkt stávajúci sa výhodnejším (buď v rastie alebo c klesá).

Zdôrazňujeme, že vonkajší záväzný plán je rozhodujúci pre realizáciu optimálneho množstva Q_q^* . Sľuby predajcu pre nich nie sú spoľahlivé, pretože keď predávajúci nemá záväzné sľuby množstva Q_q^* , nemôže udržať v rovnováhe RE. Vidieť to zaznamenané v Defínícii 1, že pre udržanie Q_q^* v rovnováhe, požadujúce očakávania sú $\xi_{prob} = F(Q_q^*)$ a $\xi_r = r$ a požadované predajné a obstarávacie ceny sú $p = r = v - (v - s)F(Q_q^*)$. Toto nastavenie hodnôt je jediným kandidátom, ktorý spĺňa podmienky (i), (ii), (iv) a (v) Defínície 1, ale s týmito hodnotami zvyšujúca podmienka (iii) popiera defíníciu Q_q^* . Intuitívne to znamená, že predávajúci má motiváciu odchýliť sa od skladovaného množstva Q_q^* kým trh verí v to, tak tieto očakávania nebudú upevnené na prvom mieste. Práve v očakávaní, že je k dispozícii iba Q_q^* , by spotrebiteľia boli ochotní platiť $p(Q_q^*)$, ale ako náhle sú spotrebiteľia ochotní zaplatiť tak veľa, je v záujme predávajúceho zvýšiť úroveň zásob nad Q_q^* , takže pôvodné očakávania Q_q^* by mali byť nekonzistentné a nemôžu byť súčasťou rovnováhy RE. Avšak tento problém zmizne v prípade, že predávajúci má niektoré externé záväzné sľuby.

Ďalej sa obraciame na cenový záväzok. Predpokladajme, že predávajúci sa môže po realizácii dôveryhodne zaviazat' k budúcej cene na v . Teraz zaviazaním sa k udržiavaniu cien na v je ekvivalentné odstrániť príležitosti znižovania cien poskytované výpredajovým trhom. Ak boli

tieto sľuby vierohodné, spotrebiteľia by boli ochotní zaplatiť v na začiatku. Preto pod cenou záväzku, náš model sa redukuje na štandardný model newsvendor (S nulovou zostatkovou hodnotou). Predávajúci účtuje $p_p^* = v$ a jeho funkcia zisku je $\Pi_p(Q) = vE(X \wedge Q) - cQ$. Optimálne predajné množstvo je $Q_p^* = \arg \max_Q \Pi_p(Q)$ a optimálna úroveň zisku je Π_p^* . Tu je index p stanovený ako “cenový záväzok”. Nasledujúce tvrdenia porovnávajú uskutočnenia cenového záväzku s rovnovážnym RE výstupom.

VÝROK 3. (i) Pre fixné s a v , tu existuje hranica c_1 , takže $\Pi_p^ \geq \Pi_c$ pre $c \leq c_1$ a existuje hranica c_h , takže $\Pi_p^* \leq \Pi_c$ pre $c \geq c_h$. Navyše tu existuje hranica \hat{c} , takže $\Pi_p^* - \Pi_c$ je klesajúce na c pre $c \leq \hat{c}$. (ii) Pre fixné c a s , tu existuje hranica v_1 , takže $\Pi_p^* \leq \Pi_c$ pre $v \leq v_1$ a nachádza sa tu hraničná hodnota v_h , takže $\Pi_p^* \geq \Pi_c$ pre $v \geq v_h$. Navyše tu existuje hranica \hat{v} , takže $\Pi_p^* - \Pi_c$ je rastúce na v pre $v \geq \hat{v}$.*

Výrok 3 ukazuje, že cenový záväzok môže zvyšovať zisk predajcu nad úroveň rovnováhy RE. Hlavne platí nerovnosť $\Pi_p^* \geq \Pi_c$, keď sú výrobné náklady c relatívne nízka a ocenenie v je relatívne vysoké. Avšak, existujú aj situácie, kedy $\Pi_p^* < \Pi_c$. Preto na rozdiel od množstevného záväzku, cenový záväzok nie je jednoznačne prospešný. Za určitých podmienok cenový záväzok je cennejší, a to pokiaľ sa výrobok stáva ziskovým (buď v rastie alebo c klesá). Ďalej porovnávame množstevný a cenový záväzok.

VÝROK 4. (i) Pre fixné c a v , tu existuje hranica $\hat{s} \geq 0$, takže $\Pi_q^ \geq \Pi_p^*$ ak iba $s \geq \hat{s}$.*

(ii) Pre fixné c a s , tu existuje hranica v_1 , takže $\Pi_q^ \geq \Pi_p^*$ pre $v \leq v_1$ a nachádza sa tu hraničná hodnota v_h , takže $\Pi_q^* \geq \Pi_p^*$ pre $v \geq v_h$.*

Tento výsledok stanovuje, že množstevný záväzok je prednostnejší ako cenový záväzok, keď spotrebiteľské ocenenie v je nízke a výpredajová hodnota s je vysoká (t.j. obe sa nachádzajú v blízkosti výrobných nákladov c). Jedna interpretácia nasledovným spôsobom načrtáva porovnanie medzi hromadnými a špecializovanými trhmi. Množstevný záväzok je uprednostňovaný na hromadných trhoch: v týchto prostrediach je výrobok prispôbený pre priemerného spotrebiteľa a existuje dostatok výpredajových príležitostí (takže v a s sú blízko pri sebe). Na druhej strane, existujú aj špecializované trhy, ktoré sa zameriavajú na konkrétne náročné segmenty spotrebiteľov.

Množstevný záväzok a cenový záväzok sú obe žiaduce stratégie, ktoré niekedy v praxi vznikajú. Avšak vo väčšine situácií, môžu byť tieto stratégie nie uskutočniteľné, pretože predávajúci nemá vhodný záväzný prísľub.

ZÁVER

Strategické správanie spotrebiteľov bolo v literatúre riadenia dodávateľského reťazca z veľkej časti prehliadané. Táto práca sa pokúša túto medzeru zaplniť. Náš základný predpoklad je, že spotrebiteľia pozerajú dopredu a plánujú nákupy na myslí s budúcimi príležitosťami. Tým spotrebiteľia nútia firmy súťažiť proti svojim vlastným budúcim ja. Môžu to zmierniť, pokiaľ podniky môžu dať sľub, že budúce kúpne príležitosti budú neatraktívne: buď ceny zostanú vysoké alebo bude obmedzená dostupnosť. Avšak firmy sa budú mať lepšie pri nespĺňaní týchto záväzkov v dobe ich splatnosti.

Budúci výskum môže rozšíriť naše rady niekoľkými smermi. Po prvé, je možné tento výskum rozšíriť k štúdiu výkonu decentralizovaného dodávateľského reťazca. A po druhé, veľa prevádzkových stratégií sú navrhnuté tak, aby minimalizovali nesúlad ponuky a dopytu podľa vytvárania flexibilnejších doplnovacích príležitostí alebo zlepšenie prognózy dopytu. Jeden uhol pohľadu je, že zlepšenie úrovne služieb môže ublížiť zisku firiem, pretože toto miesto dáva spotrebiteľom lepšiu pozíciu na hru proti nim. Iný pohľad je, že tieto stratégie pomáhajú upokojiť čakanie strategického spotrebiteľa znížením zvyšných zásob. Bolo by zaujímavé preskúmať, ako sa zavedenie spotrebiteľského správania ovplyvňuje motiváciu k prijatiu týchto operačných stratégií.

Použitá literatúra

1. SU, ZHANG, 2008. *Strategic Customer Behavior Commitment, and Supply Chain Performance*. INFORMS, 2008, s. 1759-1773. ISSN 0025-1909. EISSN 1526-5501-08-5410-1759.

Kontaktné údaje

Ing. Soňa Brlejšová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Ing. Ivan Lichner

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Ing. Andrej Mišovič

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

VÝCHODISKÁ MODELOVANIA DÔSLEDKOV REFORIEM SOCIÁLNEHO SYSTÉMU

FRAMEWORK FOR MODELING THE RESULTS OF SOCIAL SYSTEM REFORMS

Soňa Brlejšová, Miroslava Dolinajcová, Filip Ostrihoň

Abstrakt

V predloženom príspevku si predstavíme niekoľko základných predpokladov a východísk použitých pre modelovanie makroekonomických dopadov politických zmien, konkrétne reforiem v oblasti sociálneho systému, vykonaných v Nemecku, v rokoch 2005 a 2006.

Kľúčové slová: nezamestnané domácnosti, ľudský kapitál, fyzický kapitál

Abstract

In the presented paper we will introduce several basic assumptions and foundations used for modeling of macroeconomic aftermaths of political changes, particularly reforms in the domain of social system, performed in Germany, in the years 2005 and 2006.

Keywords: unemployed households, human capital, physical capital

1 ÚVOD

Mnohé domácnosti sú vystavené určitému riziku, ktoré plynie z rizika straty zamestnania a zaradenia sa medzi nezamestnaných. Väčšina krajín poskytuje poistenie proti takému druhu rizika a to formou platby - dávky v nezamestnanosti. V roku 2005 a 2006, nemecká vláda zaviedla dve nové hlavné reformy trhu práce, tzv. „Hartzové reformy“. Obe reformy kládli dôraz na motivačný efekt v nezamestnanosti. Je zrejmé, že tieto reformy majú tendenciu znižovania nezamestnanosti, pričom ich sociálny efekt je nejednoznačný. Uvedené reformy sa mali týkať legislatívneho usporiadania trhu práce a ich hlavné zameranie má byť na znovuzačlenenie dlhodobo nezamestnaných do pracovného procesu. Začleňovanie sa má organizovať prostredníctvom zvyšovania šancí nezamestnaných na pracovné uplatnenia a zároveň celkového zlepšenia starostlivosti o zamestnaných aj nezamestnaných, prostredníctvom vznikajúcich agentúr práce. Spomínané reformy ďalej jednoznačne vymedzujú motivačný zmysel podpory v nezamestnanosti pre človeka hľadajúceho si prácu.

2 POPIS MODELU

V predloženom príspevku si priblížime makroekonomický model resp. jeho kalibrovanú verziu používanú na vyhodnotenie kvantifikovateľných efektov „Hartzovej“ reformy v Nemecku. (Krebs a Scheffel, 2011) Autori predpokladajú model hľadania s nekonečným časovým horizontom, pričom čas je diskrétna premenná. Celková produkcia je modelovaná ako produkcia, ktorá sa neopotrebováva a je určená na všestranné použitie, teda na ďalšiu spotrebu alebo investovanie. Ďalším predpokladom modelu je dvojrozmerný stochastický priestor $S = S_1 * S_2$, kde S_1 predstavuje stavy aktuálne zamestnaných a S_2 predstavuje rovnomerne a identicky distribuované (I.I.D.) šoky v opotrebení ľudského kapitálu. Kalibrácia bola vykonaná tak, aby model zodpovedal údajom Nemecka v období pred rokom 2005.

Prostredníctvom simulácií na kalibrovanom modeli bol zistený kvantitatívny vplyv reforiem na trh práce. Reforma z roku 2005 mala výrazný vplyv na zamestnanosť (zníženie nezamestnanosti cca o 1,1 percentuálneho bodu), čo viedlo k posilneniu celkovej produkcie, a zvýšeniu blahobytu v prípade krátkodobo nezamestnaných domácností. Naopak v prípade dlhodobo nezamestnaných došlo k zníženiu blahobytu. Vplyv reformy z roku 2006 bol obdobný, ale v menšom rozsahu.

2.1 Domácnosti

Kľúčovým sektorom sú spotrebitelia, domácnosti. Krebs a Sheffel (2011) predpokladajú kontinuum identických a nekonečne pretrvávajúcich domácností z jednotkovým objemom. Preferencie domácností sú separovateľné v čase, pričom každej domácnosti plynie pozitívna užitočnosť zo spotreby a negatívna z námahy vynaloženej pri hľadaní práce. Prostredníctvom rozdelenej intenzity hľadania práce nezamestnaní priamo ovplyvňujú pravdepodobnosť svojho znovo-začlenenia do pracovného procesu v nasledujúcom pracovnom období. Z vyššie uvedeného vyplýva, že funkciu užitočnosti jedného obdobia je možné rozdeliť na spotrebu a námahu vynaloženú na hľadanie zamestnania.

$$u(c_{it}, l_{it}) = \ln c_{it} - 1_{s_{1t}=u} d(l_{it}) \quad (1),$$

kde $d(l_{it})$ je zníženie užitočnosti v dôsledku hľadania práce, pričom $v' > 0$ a $v'' \leq 0$. Charakteristická funkcia 1_x sa rovná 1 keď x je pravda a 0 v opačnom prípade, pričom budúca užitočnosť je diskontovaná prostredníctvom parametra β .

Autori označujú objem fyzického a ľudského kapitálu i -tej domácnosti ako k_{it} a h_{it} , a ďalej predpokladajú príjem z uvedených premenných ako miery r_{kt} a r_{ht} , ktoré predstavujú hrubú návratnosť fyzického a ľudského kapitálu. Predpokladajú, že opotrebenie pre nezamestnané domácnosti je proporcionálne k ich celkovému majetku. Konkrétna dávka v nezamestnanosti je určená na základe vzťahu $b_t^q(k_{it} + h_{it})$, kde nárok na obdržanie môže byť vysoký alebo nízky ($q = h$, alebo $q = l$). Uvedená vlastnosť nám zaručuje, že nezamestnaní nebudú prelievať zdroje z ľudského do fyzického kapitálu v dôsledku zmien v miere ich návratnosti. Toto vylučuje vplyvy na celkovú výrobu, ktorá je založená čisto na prelievaní neproduktívneho ľudského kapitálu, na produktívny fyzický kapitál nezamestnanými. Ďalej sa predpokladá, že v rovnovážnom stave má každá domácnosť zvolené rovnaké portfólio ľudského a fyzického kapitálu, prostredníctvom čoho je vylúčená možnosť negatívnych investícií do ľudského kapitálu a preto je možné interpretovať b_t^q ako dávku v nezamestnanosti. Spotreba, ktorá vyplýva z čistého príjmu a aktuálneho bohatstva domácnosti je zdanená mierou T_{ce} .

Problém rozhodovania domácnosti i je modelovaný ako výber plánu $(c_{it}, k_{i,t+1}, h_{i,t+1}, l_{it})$, ktorý maximalizuje ich celoživotnú užitočnosť,

$$\max_{\{c_{it}, k_{i,t+1}, h_{i,t+1}, l_{it}\}_{t=0}^{\infty}} \left\{ U = E_S \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_{it} - 1_{s_{1t}=u} d(l_{it})) \right] \right\}$$

pri ohraničeníach

$$(1 + T_{ce})c_{it} + k_{i,t+1} + h_{i,t+1} = \begin{cases} (1 + r_{kt} - \delta_k)k_{it} + (1 + r_{ht} - \delta_h)(s_{2it})h_{it}, & \text{pre } s_{1t} = e \\ (1 + b_t^q)(k_{it} + h_{it}), q \in \{h, l\} & \text{inak} \end{cases}$$

$$k_{i,t+1} \geq 0$$

$$h_{i,t+1} \geq 0 \quad (2).$$

Kde δ_k je miera opotrebenia fyzického kapitálu a δ_h je miera stochastického opotrebenia ľudského kapitálu. Index S pri očakávaniach označuje obdobie, ktoré determinuje očakávanie. Tento index predstavujú stochastické stavy S a detailne popísaný základný stav pravdepodobnosti prechodu. Domácnosti sú buď zamestnané alebo nezamestnané podľa platnosti vzťahu $s_{1it} = \epsilon$. Nezamestnané domácnosti môžu byť schopnými vo vyhľadávaní novej práce alebo neschopnými, v dôsledku čoho sú oprávnené poberať vysokú, respektíve nízku dávku v nezamestnanosti. Z uvedeného dôvodu je možné identifikovať štyri kombinácie stavov, ktoré spolu s už uvedeným stavom zamestnanosti tvoria päť nasledujúcich stavov domácností $S_1(\epsilon, u^{g^h}, u^{g^l}, u^{b^h}, u^{b^l})$. Prechod medzi jednotlivými stavmi je nasledujúci:

- zamestnaní s pravdepodobnosťou σ_x sa stanú nezamestnanými a majú nárok na vysokú dávku v nezamestnanosti a očakáva sa ich vysoká schopnosť opätovného nájdenia práce,
- nezamestnaní vynakladajú námahu pri hľadaní l_{it} a s pravdepodobnosťou $\pi^j(\epsilon|w^j; l_{it})$ si nájdu v nasledujúcom období zamestnanie, v prípade menej schopných nezamestnaných, ktorí vynakladajú rovnakú námahu je samozrejme pravdepodobnosť opätovného zamestnania nižšia,
- v prípade neúspechu pri hľadaní práce, prídu o vysoký nárok na dávku v nezamestnanosti s pravdepodobnosťou σ_{bt} a o svoju schopnosť hľadať prácu s exogénnou pravdepodobnosťou σ_s . Šok v opotrebení ľudského kapitálu sa prejaví ako zníženie pravdepodobnosti pri hľadaní práce.

V modely vláda využíva exogénnu pravdepodobnosť σ_{bt} na stanovenie politiky práce pričom sa predpokladá, že čím dlhšie je domácnosť vystavená nezamestnanosti, tým vyššia je pravdepodobnosť, že došlo k zníženiu schopnosti hľadať si prácu a teda nároku na poberanie vyššej dávky v nezamestnanosti.

Dodatočne k stavom nezamestnanosti sú modelované šoky v opotrebení ľudského kapitálu s_{2it} . Uvedené šoky znázorňujú volatilitu v príjmoch v dôsledku povýšenia alebo zmeny v pracovných podmienkach, ktorou sú ovplyvnené len momentálne zamestnané domácnosti. Na rozdiel od šoku v zamestnanosti šok v opotrebení predstavuje permanentný vplyv na príjem. Celkové opotrebenie v ľudskom kapitále je možné modelovať ako

$$\delta_h(s_{2it}) = \bar{\delta}_h + 1_{s_{1it}=\epsilon} s_{2it} \quad (3),$$

kde $\bar{\delta}_h$ predstavuje deterministickú časť ľudského kapitálu. Z modelu vyplýva, že len aktuálny stav zamestnanosti ma význam pre predikciu budúcich hodnôt.

2.2 Firmy

Súkromný sektor pozostáva s kontinua identických firiem s neoklasickou produkčnou funkciou (Krebs a Scheffel, 2011), ktorá vysvetľuje produkciu všestranného produktu, ktorý je možné spotrebovať alebo investovať prostredníctvom fyzického a ľudského kapitálu. Vzhľadom k predpokladu konkurencie schopnosti je modelovaný ako jedna agregovaná firma s produkčnou funkciou

$$\Pi(K_t, H_t^e) = F(K_t, H_t^e) - r_{kt}K_t - r_{ht}H_t^e \quad (4).$$

Kde K_t je agregovaný objem fyzického kapitálu a H_t^e je agregovaný objem ľudského kapitálu.

2.3 Vláda

Sektor vlády vypláca dávku v nezamestnanosti ako $E_t[b_t^q(k_{it} + h_{it}) | s_{1it} = u^q]$, zhromažďuje dane $T_{ct} E_t[c_{it}]$ (Krebs a Scheffel, 2011), a preberá príjem z kapitálu nezamestnaných $r_{kt} E_t[k_{it} | s_{1it} = u^q]$. Predpokladá sa vyrovnaný rozpočet vlády v každom období, preto platí nasledujúce ohraňenie:

$$T_{ct} E_t[c_{it}] + r_{kt} E_t[k_{it} | s_{1it} = u^q] = E_t[b_t^q(k_{it} + h_{it}) | s_{1it} = u^q] \quad (5)$$

Popri základných právach, ktorými vláda disponuje (nepriama daň, výška dávok poistenia v nezamestnanosti) si môže určiť očakávanú dobu počas ktorej má nezamestnaný právo poberať vysokú dávku v nezamestnanosti, prostredníctvom σ_{bt} . Uvedené rozhodnutie ovplyvňuje ohraňenie vlády. Dodatočným ohraňením pre stacionárnosť politiky trhu práce je :

$$\{b_t^h, b_t^l, \sigma_{bt}\}_{t=0}^{\infty} = (b^h, b^l, \sigma_{bt}) \quad (6)$$

3 ZÁVER

Model je kombináciou neúplného trhového modelu vyvinutého Krebsom (2003-2006) a s modelom pracovného trhu zavedeného Benhabib a Bull (1983). Podľa Krebs (2003-2006) existuje veľké množstvo domácností averzných k riziku, ktoré investujú do bezrizikového fyzického kapitálu a rizikového ľudského kapitálu. Investície do ľudského kapitálu sú považované za rizikovejšie z dôvodu mzdového a zamestnaneckého rizika. Podľa Benhabib a Bull (1983) nezamestnaní vynakladajú svoje úsilie na možnosť opätovného profesijného začlenenia v nasledujúcom období. V modeli vystupuje vláda, ktorá poskytuje poistenie v nezamestnanosti a finančné platby prostredníctvom spotrebnej dane. Hlavným prínosom modelu Krebsa a Sheffela (2011) spočíva v nájdení rovnovážnej alokácie v modeloch hľadania bez toho aby sme poznali prislúchajúcu distribúciu bohatstva.

Použitá literatúra

1. Krebs T., Scheffel M.(2011): A Macroeconomic Model for Evaluation of Labor Market Reforms
2. Krebs T., and Y. Yao (2010): Measuring Income Risk in German Labor Market

Kontaktné údaje

Ing. Soňa Brlejšová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: sona.brlejova@gmail.com

Ing. Miroslava Dolinajcová
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: mdolinajcova@gmail.com

Ing. Filip Ostrihoň
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: filipostr@yahoo.com

ALTRUISTICKÉ SPRÁVANIE V RIADENÍ DODÁVATEĽSKÉHO REŤAZCA¹

ALTRUISTIC BEHAVIOR IN SUPPLY CHAIN MANAGEMENT

Soňa Brlejšová, Anna Hollá, Andrej Mišovič

Abstrakt

V porovnaní s nekoordinovanými alebo neprepojenými dodávateľskými reťazcami vytvára spolupráca v rámci dodávateľských reťazcov zisk (prebytok). V tejto práci porovnáme politiky prerozdelenia "zisku" členom dodávateľského reťazca tak, že cieľ každej firmy je zosúladený s cieľom spoločného dodávateľského reťazca. Inými slovami, budeme skúmať podmienky úspešnej realizácie "nesebeckého" správania (to znamená, že politika, ktorá nie je optimálna samostatne, je optimálna na spoločnej úrovni). Zameriame sa na niekoľko postupov, ako je napríklad zosúladenie pravidiel doplnovania, predajcom riadené zásoby, zmluvy spätného odkúpenia, zmluvy o podieloch z príjmov a zmluvy o množstevných zľavách.

Kľúčové slová: dodávateľský reťazec, altruistické správanie

Abstract

Supply chain collaboration creates a gain (a surplus) compared to uncoordinated or disconnected supply chain policies. In this paper we review policies to allocate the "gain" to supply chain members so that each firm's objective becomes aligned with the supply chain's objective. In other words we examine conditions for a successful implementation of "altruistic" behavior (that means a policy that is not optimal for itself, but optimal for global performance). Several policies are examined, such as alignment of replenishment rules, vendor managed inventory, buyback contracts, revenue sharing contracts and quantity discount contracts.

Keywords: supply chain, altruistic behavior

ÚVOD

Dodávateľské reťazce môžu byť posudzované ako siete alebo konzorciá firiem, ktoré spájajú svoje schopnosti a tiež zdroje za určitým cieľom (úspor, alebo zisku). Tieto zoskupenia sa skladajú z užšie špecializovaných jednotiek. Je zrejmé, že v rámci dodávateľského reťazca je v takomto prostredí zvýšená potreba koordinácie. Moderný manažment dodávateľského reťazca začína s predpokladom, že členovia dodávateľského reťazca sa primárne zaoberajú predovšetkým optimalizáciou vlastných cieľov a že ich vlastné zameranie má často za následok zlý výkon, alebo na to, že časti jednotlivých opatrení neprinášajú celkové optimálne riešenia (Cachon 2003). Munson a kol. (2003) to sumarizujú nasledovne: "Keď sa každý člen skupiny snaží maximalizovať vlastný prospech, bez ohľadu na to, aký dopad to má na ostatných členov skupiny, tak celková efektivita môže utrpieť. Keď racionálni členovia

¹ This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA, grant no. 1/0104/12 „Modeling supply chain pricing policy in a competitive environment“.

dodávateľských reťazcov optimalizujú individuálne namiesto koordinácie svojho úsilia, tak to často vedie k neefektívnosti".

Tento predpoklad má mnoho dôsledkov. Jeden z nich je, že aspoň jeden z hráčov v sieti dodávateľského reťazca by sa mal správať altruisticky – snažiť sa teda o politiku, ktorá nie je optimálna len pre neho, ale je optimálna pre celkovú výkonnosť. To vysvetľuje názov našej práce. Ako by sa dalo dosiahnuť, že cieľ každej firmy by sa stal totožným s cieľom dodávateľského reťazca? Musíme si byť istý, že činnosti dodávateľského reťazca by mali byť riadené na základe Nashovej rovnováhy a nie na základe suboptimálnych riešení a žiadna firma by nemala jednostranne profitovať z optimálnych spoločných činností dodávateľského reťazca.

Úspech altruistického správania závisí od toho, čo sa deje so ziskom dodávateľského reťazca. Zisk dodávateľského reťazca môže byť definovaný ako rozdiel v zisku medzi koordinovanou a nekoordinovanou politikou dodávateľského reťazca. Koordinácia vytvára prebytok, ktorý voláme zisk dodávateľského reťazca. Tento zisk musí byť prerozdelený jednotlivým členom. Táto alokácia môže mať podobu transferových platieb, ktoré zabezpečujú, že cieľ každej firmy sa stáva totožným s cieľom dodávateľského reťazca.

Uvedenou problematikou sa prvotne zaoberali Boute a Lambrecht (2007) a na ich základe je písaný aj uvedený príspevok. V ďalšej časti práce posudzujeme niekoľko politík deliacich zisk dodávateľských reťazcov, ako sú: zmluvy spätného odkúpenia, zmluvy o podiely z príjmov, zmluvy flexibilného množstva, zmluvy predajných rabatov a zmluvy o množstevných zľavách.

1 ZMLUVY V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI

Ako už bolo spomenuté v úvode, koordinácia dodávateľského reťazca môže vytvoriť prebytok alebo zisk. To znamená, že pre podniky je lepšie, keď sa miesto individuálneho správania správajú ako skupina. Ak dodávateľ a predajca pracujú spoločne (zdieľanie informácií, spoločné plánovanie, dopĺňovanie, atď.), tak si dodávatelia môžu uvedomiť plynúce úspory z rozsahu v produkcii a distribučnom procese. Potom napr. náklady na prepravu zásob sú jednoducho prenesené na dodávateľa tak, že predajca zaplatí dodávateľovi iba v prípade, že jednotlivé položky sú predané.

Dokonca aj náklady na fyzické skladovanie sú niekedy prevedené dodávateľmi na tretie strany, poskytovateľov logistických služieb vlastniacich alebo prenajímajúcich si skladové priestory v blízkosti obchodníkov. Tieto partnerstvá si často vyžadujú značné investície do informačných technológií. Tieto príklady ukazujú potrebu rozvíjať teóriu integrácií dodávateľských reťazcov.

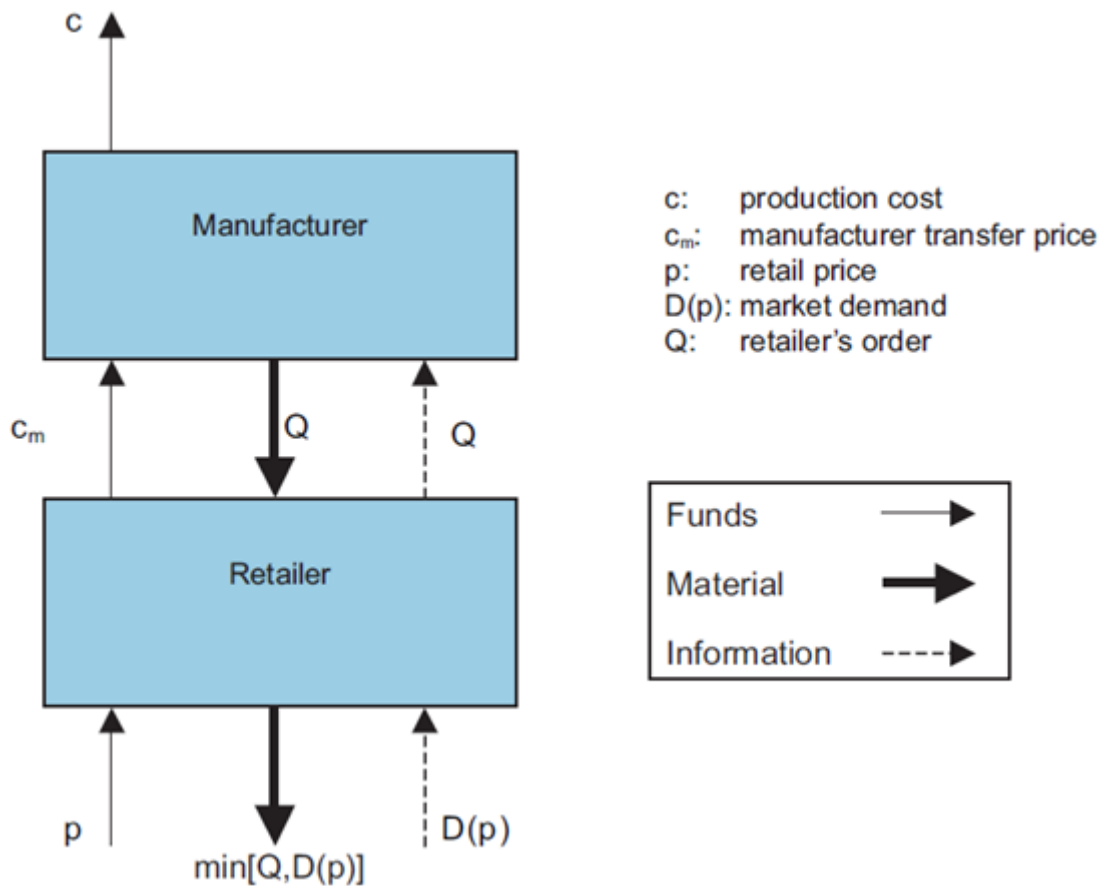
Viacerí výskumníci sa začali zaoberať modelovaním takýchto zmluvných vzťahov. Cieľom tejto časti je preskúmať viacero takýchto modelov.

1.1 Newsvendor problém – Model zásob s jednou objednávkou (bez možnosti znovu objednania)

V celom texte budeme používať jednoduchý dodávateľský reťazec na základe Tsay a kol. (1999). Predpokladajme dvojstupňový dodávateľský reťazec, predajcu a výrobcu (pozri Obr. 1). Výrobca vyrába produkt v konštantných jednotkových nákladoch c a účtuje predajcovi maloobchodné jednotkové výrobné prepravné ceny označené c_m . Predajca predáva produkt za jednotkovú cenu p . Trhový dopyt označený $D(p)$ je cenovo citlivý a neistý. Nepredané výrobky stále majú určitú hodnotu, tzv. výpredajovú hodnotu v . Maloobchodníci objednávajú

množstvo označené ako Q . Tento problém je zvyčajne označovaný ako takzvaný model zásob s jednou objednávkou (bez možnosti znovu objednania) – newsvendor problém (alebo problém predajcu novín).

Newsvendor problém je problém jedného obdobia/periódy, v ktorom predajca (nákupca), musí urobiť jedinú stávkou (to znamená určiť objednané množstvo),



Obr. 1 Štruktúra dvojstupňového dodávateľského reťazca

pred nastaním náhodného dopytu (napr. módné produkty, produkty s krátkym životným cyklom, ...). Vznikajú tým náklady, ak je objednávka príliš vysoká (náklady spojené s nadskladnením), no na druhej strane sa náklady tvoria aj v prípade príliš nízkej objednávky (náklady spojené podskladnením). Newsvendor model si kladie za cieľ objednať také množstvo, ktoré korektne vyvažuje tieto protichodné vplyvy. Je jasné, že výrobca je ohraničený rozhodnutím urobeným predajcom. Takéto nastavenia síce zjednodušujú predpoklady, ale ešte stále dostatočne zachytávajú realitu.

Uvedená situácia môže byť teraz analyzovaná s decentralizovanou riadiacou štruktúrou (predajca a výrobca stanovujú optimálne rozhodnutia samostatne), alebo s koordinovanou riadiacou štruktúrou (predpoklad, že všetky rozhodnutia sú na základe samostatného rozhodnutia výrobcu). Rozdiel medzi očakávanými výnosmi v oboch scenároch je nazývaný aj zisk dodávateľského reťazca. Rozdelenie zisku medzi členov dodávateľského reťazca môže byť predmetom zmluvy dodávateľského reťazca.

Zvážme problém predajcu. Objednané množstvo predajcom Q plne závisí od optimálnej rovnováhy medzi nákladmi s nadskladnením alebo podskladnením. Náklady s nadskladnením

sa rovnajú $C_{ov} = (c_m - v)$ a náklady s podskladnením sa rovnajú $C_{un} = (p - c_m)$. Potom pravdepodobnosť deficitu zásob $\Pr(D \geq Q)$ určíme ako:

$$\Pr(D \geq Q) = \frac{C_{ov}}{C_{un} + C_{ov}} \quad (1)$$

Potom je výrobca obmedzený rozhodnutím predajcu a jeho zisk je deterministický. Je zaujímavé poznamenať, že všetky neurčitosti týkajúce sa ziskovosti jednotlivých kanálov sú posunuté na predajcu.

Teraz budeme hľadať mechanizmy, ktoré môžu účastníci dodávateľského reťazca použiť na zvýšenie zisku (a teda následne vytvoriť zisk dodávateľského reťazca). Jednou z možností je ponúknuť zmluvy spätného odkúpenia. V tejto zmluve výrobca súhlasí so spätným odkúpením nepredaného tovaru od predajcu za dohodnutú cenu. Ak je spätnoodkupná cena b väčšia ako výpredajová hodnota, potom náklady z nadskladnenia budú klesať. To bude mať za následok viac objednaného množstva predajcom.

Zmluva spätného odkúpenia je efektívna, pretože umožňuje výrobcovi zdieľať niektoré riziká s obchodníkom a tým ho motivuje objednávať viac. Zmluva spätného odkupu je príkladom koordinačnej zmluvy. Máme mnoho iných koordinačných zmlúv, napríklad zmluvu o podiele z príjmov. V takejto zmluve zdieľa obchodník niektoré príjmy s výrobcom výmenou za zľavu v transferovej cene c_m . Všimnite si, že koordinačná zmluva nie je striktné daná. Zmluvy sa líšia v spôsobe rozdelenia dodatočného zisku medzi účastníkov reťazca.

Zmluvy flexibilného množstva sú ďalšou koordinačnou schémou. Podľa veľkosti flexibility zmluvy výrobca poskytuje finančné krytie obchodníkovi $u\%$ nad počiatočnú objednávku. Na oplátku obchodník akceptuje záväzok $d\%$. Obchodník sa zaväzuje na kúpu minimálneho množstva. Predajca má právo zrušiť časť $d\%$ z objednávky, no zostávajúcu časť musí odkúpiť.

Ďalším bežným spôsobom koordinačnej schémy sú množstevné zľavy. Množstevné zľavy podporujú kupujúcich k objednaniu ďalších dodatočných zásob, pretože kúpna cena poslednej zakúpenej jednotky sa znižuje s množstvom zakúpených jednotiek. Inými slovami, má to vplyv na c_m (v dôsledku toho sa zvyšujú náklady s podskladnením).

Newsvendor problém ponúka metodický základ pre štúdium rôznych typov koordinačných zmlúv. Newsvendor parametre sú odlišné pre každý typ koordinačnej zmluvy. Tieto hodnoty parametrov determinujú kritický pomer alebo pravdepodobnosť deficitu zásob. A to na odplatu určuje veľkosť objednávky.

1.2 Množstevné zľavy

V prostredí, kde je cena stanovená trhom, výrobcovia môžu použiť mnoho spôsobov založených na množstevných zľavách v jednej objednávke. Robia to za účelom dosiahnutia koordinácie dodávateľského reťazca. Tento spôsob môže frima využiť pri produktoch, v ktorých má silné trhové postavenie (Chopra a Meindl, 2007).

Najskôr sa dotkneme základov množstevnej zľavy v jednej objednávke. Tento typ koordinačnej schémy je bežne praktizovaný v priemysle a maloobchode. Výrobca (dodávateľ) znižuje jednotkovú cenu, ak kupujúci (predajca) kupuje viac ako určitý počet jednotiek v jednej dodávke - objednávke. Ako môžu takéto pravidlá koordinovať rozhodnutia prijaté členmi dodávateľského reťazca?

Predpokladajme, že predajca chce urobiť objednávku s veľkosťou Q_r jednotiek. No výrobca na základe efektívnosti jeho produkcie preferuje produkovať dávku Q_m jednotiek. To však môže viesť k nájdeniu vhodnej veľkosti dodávky, ktorá minimalizuje celkové náklady objednávky a zásob pre obe strany súčasne. Táto tzv. koordinovaná veľkosť objednávky Q_{co} môže byť ľahko vypočítaná (pozri napr. Lambrecht 2006). Je možných mnoho scenárov, ale predpokladajme, že:

$$Q_r \leq Q_{co} \leq Q_m \quad (2)$$

Uvedené množstvo Q_{co} je nevýhodné pre obe strany dodávateľského reťazca, no najmä pre predajcu. Výrobca však dosahuje zisk (koordinovaná veľkosť je bližšie k jeho preferovanej dodávke), označme potom zisk ako $\Delta_{coordinated}$. Označme extra náklady dodávateľského reťazca pre predajcu ako $\Theta_{retailer}$. Predajca bude ochotný vzdať sa jeho veľkosti dodávky ak jeho strata $\Theta_{retailer}$ bude kompenzovaná výrobcom. Časť $\Delta_{coordinated}$ môže byť teraz použitá ako "transferová" platba kompenzácie za stratu predajcu. Táto transferová platba môže mať podobu množstevnej zľavy. Zľava bude ponúknutá za veľkosť Q_{co} . Týmto spôsobom bude rozhodnutie oboch strán dodávateľského reťazca zosúladené vrátane zisku dodávateľského reťazca.

Pozrime sa teraz na situáciu, keď trhovú silu má predajca. Predpokladáme krivku dopytu $D(p)$. Základom je určiť cenu p (predajnú cenu). Existencia dvoch subjektov (predajcu a výrobcu) v dodávateľskom reťazci môže viesť k *dvojitaj marginalizácii*. Dvojitá marginalizácia nastáva v prípade, keď každý člen dodávateľského reťazca určuje svoju cenu nezávisle. Výrobca zafixuje transferovú cenu c_m pre predajcu a predajca určuje predajnú cenu p . Dvojitá marginalizácia je veľmi známy prípad neefektívnosti v dodávateľskom reťazci, ktorá vedie k strate zisku, nakoľko každý zúčastnený robí len vlastné rozhodnutia vzhľadom na jeho maržu (Chopra a Meindl, 2007). Je možné nájsť unikátnu predajnú cenu p_{co} ako globálne optimum, resp. koordinovanú cenu, ktorá bude maximalizovať celkový zisk dodávateľského reťazca. Táto cena zvyčajne zvýši objem predaja. Za účelom zosúladenia rozhodnutí jednotlivých členov dodávateľského reťazca je vhodné rozdeliť zisk z reťazca samotného. To môžeme dosiahnuť ponúkaním objemovo závislej množstevnej zľavy (znižovaním c_m) predajcovi. Vyššie uvedená úvaha platí za predpokladu, že dopyt zákazníkov sa zvyšuje, pokiaľ sa znižuje cena (teda dopyt je elastický).

Všetky príklady uvedené v tejto časti sa zaoberajú vertikálnou koordináciou. Nevyhnutnými podmienkami pre uskutočnenie takejto koordinácie je spoločné zdieľanie rizika a tiež to aby uvedené konanie bolo nakoniec pre všetky zúčastnené strany prospešné. Existuje samozrejme rad ďalších koordinačných mechanizmov, napríklad pre firmy patriace do rôznych dodávateľských reťazcov, tzv. horizontálnu koordináciu. Hlavným účelom horizontálnej koordinácie je zlepšenie efektívnosti využitím úspor z rozsahu.

ZÁVER

Altruistické (nesebecké) správanie vyžaduje určité obetovanie svojich záujmov v prospech záujmov spoločných. V tejto práci sme sa nezamerali na etickú interpretáciu, ale na to, že v dodávateľských reťazcoch celkovú optimálnu výkonnosť nezískame optimálnym správaním jednotlivých hráčov. Inak povedané, neefektívnosť sa dostavuje, keď racionálny členovia dodávateľských reťazcov optimalizujú svoje ciele individuálne namiesto toho aby sa vo svojich cieľoch koordinovali. Ukázali sme, že koordinácia vytvára dodávateľskému reťazcu

zisk. Tento zisk musí byť pridelený jednotlivým subjektom, pričom každý člen reťazca si stanovuje ciele v súlade s cieľmi dodávateľského reťazca. Altruistické správanie je kompenzované zmluvami spätného odkúpenia, zmluvami o delení príjmov, zmluvami množstevnej flexibility, zmluvami predajných rabatov, kratšími dobami rozbehu, informačným delením, spoločným predpovedaním alebo predajcom riadenými zásobami. V tejto práci sme diskutovali a zhrnuli najdôležitejšie mechanizmy koordinácie dodávateľského reťazca.

Použitá literatúra

1. BOUTE, LAMBRECHT, 2007. Altruistic behavior in supply chain management. In: Tijdschrift voor Economie en Management, 2007, č. 52, s. 499-513.
2. CACHON, 2003. Supply Chain Coordination with Contracts. In: Kok, A. and Graves, S., ed., Supply Chain anagement: Design, Coordination and Operation (Elsevier, Amsterdam), 2003, s. 229-339.
3. MUNSON, HU, ROSENBLATT, 2003. Teaching the Costs of Uncoordinated Supply Chains, *Interfaces*, 2003, 33 (3), s. 24-39.
4. TSAY, NAHMIAS, AGRAWAL, 1999. Quantitative Models for Supply Chain Management. In: Kluwer Academic Publishers, 1999, s. 299-336.
5. CHOPRA, MEINDL, 2007. Supply Chain Management: Strategy. In: Planning & Operation, Pearson Prentice Hall (third edition), 2002, s. 536.

Kontaktné údaje

Ing. Soňa Brlejšová

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Ing. Anna Hollá

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Ing. Andrej Mišovič

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

MĚNOVÁ POLITIKA Z POHLEDU MAKROEKONOMICKÉHO MODELU

MONETARY POLICY FROM A PERSPECTIVE OF A MACROECONOMIC MODEL

Ondřej Čížek

Abstrakt

V příspěvku je formulován makroekonomický model, jehož cílem je popis fundamentálních vztahů mezi reálnou a nominální ekonomikou v malé otevřené ekonomice za účelem řešení otázky měnové politiky centrální banky. Efekt rozličných náhodných šoků je analyzován. Studována je optimální reakce centrální banky na tyto šoky, a to za různých měnových režimů. Porovnání optimální reakční funkce s Taylorovým pravidlem odkrývá dramatické rozdíly, což potvrzuje všeobecně akceptovaný názor o neadekvátnosti použití Taylorova pravidla v podmínkách malé otevřené ekonomiky.

***Klíčová slova:** makroekonomie, měnová politika, optimální řízení, Taylorovo pravidlo, cílování inflace*

Abstract

Macroeconometric model of a monetary policy is formulated in order to describe fundamental relationships between real and nominal economy. The effect of diverse random shocks is analyzed. Optimal reaction of the central bank is studied from a perspective of various monetary policy regimes. Comparing optimal reaction function with the Taylor rule reveals dramatic differences, which suggests that the Taylor rule is not adequate in a small open economy.

***Keywords:** macroeconometrics, monetary policy, optimal control, Taylor rule, inflation targeting*

1 ÚVOD

Režim cílování inflace je charakterizován kvantitativně vyjádřeným cílem pro inflaci a vysokým stupněm transparentnosti. Tato politika se v ČR uplatňuje od roku 1998. Zpočátku se cílovala tzv. čistá inflace, ovšem v roce 2001 se rozhodlo o přechodu k cílování celkové inflace, jež je měřena pomocí indexu spotřebitelských cen (CPI).

Hodnocení úspěšnosti této měnové strategie je problematické, neboť ji nelze posuzovat pouze z hlediska toho, zda se centrální bance podařilo, či nepodařilo sladit skutečnou inflaci s cílovými hodnoty. K adekvátnímu posouzení úspěšnosti cílování inflace by bylo zapotřebí vyčíslit za jakou cenu bylo daných cílů dosaženo. Simulační experimenty, které budou provedeny, objasní tento problém detailněji.

Podstatným rysem české ekonomiky je otevřenost vůči zahraničí. Měnový kurz hraje proto významnou roli, neboť ovlivňuje ceny dovážených výrobků (vyjádřeno v domácí měně), jež vstupují do CPI indexu. Je to tedy významný nástroj centrální banky pro ovlivnění inflace. Pomocí simulačních experimentů bude poukázáno na nebezpečí spočívající v přílišném využívání tohoto nástroje, jež ve svých důsledcích může vést k destabilizaci celé ekonomiky.

Pozornost bude dále věnována rozdílům mezi tzv. striktním a flexibilním cílování inflace, obzvláště bude analyzován dopad těchto dvou rozličných strategií na vývoj ekonomiky.

2 MODEL MALÉ OTEVŘENÉ EKONOMIKY

K matematickému popisu ekonomiky je použit lineární model s kvadratickou ztrátovou funkcí, jež je velice podobný modelům používaným v České národní bance. Určitou komplikací při optimalizaci tohoto modelu je přítomnost tzv. vpřed hledících proměnných (forward-looking variables), pomocí kterých jsou modelována očekávání ekonomických subjektů. Popis použitého algoritmu uvádí Backus (1986). Podrobnější zpracování teorie optimálního řízení lze nalézt např. v učebnici Chow (1975).

Formulace i kalibrace parametrů modelu byla provedena na základě modelu Svenssona (2000). Jedná se o model hospodářských cyklů, tudíž se zde zabývám pouze cyklickou složkou daných veličin. Proměnné jsou vyjádřeny v logaritmech, konkrétně jako rozdíl logaritmované proměnné od logaritmované trendové složky dané veličiny. Proměnné modelu tedy přibližně odpovídají relativním odchylkám původních proměnných od jejich dlouhodobých trendů.

Model má tři hlavní bloky. Prvním z nich je domácí ekonomika, jež je propojena s ekonomikou zahraniční pomocí měnového kurzu. Druhým blokem je již zmíněná zahraniční ekonomika. Třetím blokem modelu je formulace ztrátové funkce, o které je předpokládáno, že je minimalizována centrální bankou.

U koeficientů modelu lze stanovit předem, zda by měly mít kladnou, či zápornou hodnotu. Zavedu proto úmluvu, že všechny parametry modelu budou kladné, takže před některými budu psát znaménko minus. Náhodné chyby ve svém modelu budu značit symbolem η .

2.1 Domácí ekonomika

Domácí ekonomika je reprezentována především rovnicí agregátní poptávky a nabídky. Dále je modelován vývoj potenciálního produktu, očekávání úrokových měr, CPI inflace a měnový kurz, což je veličina propojující domácí ekonomiku se zahraničím.

Potenciální produkt:

$$y_{t+1}^p = 0.9y_t^p + \eta_{t+1}^p \quad (1)$$

Očekávání budoucích úrokových měr:

$$\rho_{t+1|t} = \rho_t - i_t + \pi_{t+1|t} \quad (2)$$

resp.

$$\rho_t = \sum_{\tau=0}^{\infty} r_{t+\tau|t}, \quad r_t = i_t - \pi_{t+1|t},$$

kde i_t je nominální úroková sazba $\pi_{t+1|t}$ značí očekávání domácí inflace pro období $t+1$ v čase t .

Agregátní poptávka:

$$y_{t+1} = 0.85y_t - 0.1\rho_{t+1|t} + 0.5y_{t+1|t}^* + 0.05q_{t+1|t} - 0.05y_t^n + \eta_{t+1}^y, \quad (3)$$

kde y (resp. y^*) značí mezeru produktu v domácí (resp. zahraniční) ekonomice,
 q je reálný měnový kurz.

Agregátní nabídka:

$$\pi_{t+2} = 0.7\pi_{t+1} + 0.3\pi_{t+3|t} + 0.1y_{t+2|t} + 0.08(y_{t+1} - y_{t+1|t}) + 0.5q_{t+2|t} + \eta_{t+2}^\pi, \quad (4)$$

kde proměnná π značí inflaci výrobků vyrobených v domácí ekonomice.

Definice CPI inflace:

$$\pi_t^c = \pi_t + 0.3(q_t - q_{t-1}), \quad (5)$$

kde π^c je inflace měřena pomocí indexu spotřebitelského koše.

Měnový kurz:

$$q_{t+1|t} = q_t + i_t - \pi_{t+1|t} - i_t^* + \pi_{t+1|t}^* - \varphi_t, \quad (6)$$

kde φ je riziková prémie zahraničních investorů a

proměnné s hvězdičkou jsou odpovídající proměnné v zahraniční ekonomice.

2.2 Zahraniční ekonomika

Inflace, mezeru produktu a riziková prémie zahraničních investorů jsou modelovány pomocí AR1 procesů. O úrokové míře se předpokládá, že je stanovována dle Taylorova pravidla.¹

Riziková prémie měnového kurzu:

$$\varphi_{t+1} = 0.8\varphi_t + \eta_{t+1}^\varphi. \quad (7)$$

Zahraniční inflace:

$$\pi_{t+1}^* = 0.8\pi_t^* + \eta_{t+1}^{\pi^*}. \quad (8)$$

Zahraniční mezeru produktu:

$$y_{t+1}^* = 0.8y_t^* + \eta_{t+1}^{y^*}. \quad (9)$$

Zahraniční úroková míra:

$$i_t^* = 1.5\pi_t^* + 0.5y_t^* + \eta_t^{i^*}. \quad (10)$$

2.3 Ztrátová funkce centrální banky

$$s_{t_0} = E \left(\sum_{t=t_0}^T \delta^{t-t_0} l_t \mid \Omega_{t_0} \right) \rightarrow MIN \quad (11)$$

kde $l_t = \mu_\pi^c (\pi_t^c)^2 + \mu_\pi (\pi_t)^2 + \lambda (y_t)^2 + \mu_i (i_t)^2 + \nu_i (i_t - i_{t-1})^2 + \mu_q (q_t - q_{t-1})^2$.

¹ Naproti tomu bude reakční funkce v domácí ekonomice explicitně odvozena pomocí optimalizace ztrátové funkce.

Rozdílné případy politiky cílování inflace jsou definovány rozličnými váhovými koeficienty ve ztrátové funkci. Simulační experimenty s hodnotami koeficientů ve ztrátové funkci jsou obsahem následující kapitoly.

3 PROVEDENÉ EXPERIMENTY

Provedené simulační experimenty spočívají ve zkoumání vývoje vybraných proměnných na neočekávané náhodné šoky působící na ekonomiku v určitém časovém okamžiku (tímto časovým okamžikem bude „nula“) a to za různých režimů inflačního cílování.

V první části tohoto odstavce budou definovány režimy inflačního cílování, poté bude diskutována podoba reakčních funkcí a ve třetí části bude analyzován vývoj významných ekonomických veličin při různých režimech inflačního cílování.

3.1 Režimy inflačního cílování

Režimy inflačního cílování se od sebe odlišují hodnotami koeficientů ve ztrátové funkci centrální banky. Konkrétní hodnoty těchto koeficientů, jež byly využity při simulaci, jsou shrnuty v tabulce 1:

Režimy inflačního cílování			
1. striktní cílování domácí inflace	$\mu_{\pi} = 1$	$\nu_i = 0,1$	
2. flexibilní cílování domácí inflace	$\mu_{\pi} = 1$	$\lambda = 0,5$	$\nu_i = 0,1$
3. striktní cílování CPI inflace	$\mu_{\pi^c} = 1$	$\nu_i = 0,1$	
4. flexibilní cílování CPI inflace	$\mu_{\pi^c} = 1$	$\lambda = 0,5$	$\nu_i = 0,1$

Tabulka 1. Režimy inflačního cílování

V případě striktního cílování CPI inflace bylo třeba z důvodu konvergence algoritmu (pro nalezení optimální reakční funkce) přidat určitou váhu také na vyhlazení úrokové míry. Pro srovnatelnost je tento váhový koeficient stanoven na stejnou hodnotu ve všech zbývajících měnových strategiích.

3.2 Reakční funkce centrální banky

Koeficienty optimálních reakčních funkcí jsou shrnuty v tabulce 2. Pro srovnání je v pátém řádku uvedeno Taylorovo pravidlo.

Režimy inflačního cílování	y_t^{*2}	y_t	π_t	$\pi_{t+1 t}$	π_t^*	y_t^*	φ_t	i_t^*	q_{t-1}	i_{t-1}
1. striktní cílování domácí inflace	0,01	0,10	0,00	0,93	0,17	0,11	0,24	0,00	0,00	0,63
2. flexibilní cílování domácí inflace	0,01	0,44	0,00	0,74	0,19	0,14	0,27	0,00	0,00	0,59
3. striktní cílování CPI inflace	0,01	-0,03	0,21	-1,78	-0,68	-0,02	1,04	0,94	-0,06	0,00
4. flexibilní cílování CPI inflace	0,07	-0,24	0,71	-0,42	-0,13	-0,16	1,38	0,73	-0,21	0,08

Tabulka 2. Porovnání reakčních funkcí

Reakční funkce pro cílování domácí inflace mají hodnoty koeficientů, jež se daly intuitivně očekávat – při striktním cílování je oproti flexibilnímu nižší koeficient u mezery produktu a vyšší u očekávané inflace. Tedy při flexibilním cílování nebude centrální banka na růst (pokles) inflace reagovat tak dramatickým růstem (poklesem) úrokové sazby jako při striktním cílování a to proto, aby nebyla rozkolísána mezera produktu.

Z této intuitivní představy vychází také tzv. Taylorovo pravidlo, které považuje nominální úrokovou sazku za funkci mezery produktu a inflace. Optimální reakční funkce pro domácí inflaci jsou Taylorovu pravidlu velice podobné až na skutečnost, že místo aktuální inflace je brána v úvahu inflace očekávaná.

Reakční funkce pro cílování CPI inflace vypadají naprosto odlišně. Podstatnou skutečností při cílování CPI inflace jsou však negativní hodnoty koeficientů u mezery produktu a očekávané domácí inflace, což je kontrast oproti pravidlům Taylorova typu.

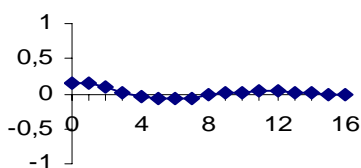
3.3 Vývoj ekonomiky

Protože Česká národní banka cíluje nikoli domácí, ale CPI-inflaci, bude v tomto odstavci zkoumán již pouze vývoj ekonomiky při cílování CPI-inflace.

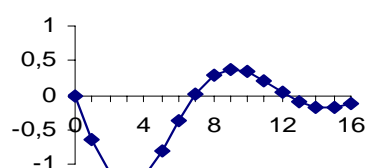
Simulace vývoje ekonomiky jsou provedeny na základě inflačního náhodného šoku ($\eta_0^\pi = 1$), přičemž v obou případech (striktní a flexibilní cílování) bude zkoumán vývoj CPI inflace, mezery produktu y , nominální úrokové míry i , reálného měnového kurzu q .

Striktní cílování CPI-inflace

CPI inflace je centrální bankou téměř dokonale stabilizována. Důvodem je skutečnost, že centrální banka při stabilizaci CPI inflace používá přímého transmisního kanálu přes reálný měnový kurz, který působí s velice krátkým časovým zpožděním. Ovšem na druhé straně, tato měnová strategie způsobuje značnou volatilitu jiných ekonomických veličin jako např. mezery produktu, což je názorně vidět na obrázcích 1 a 2.



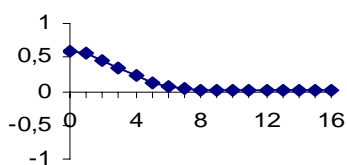
Obrázek 1. CPI inflace



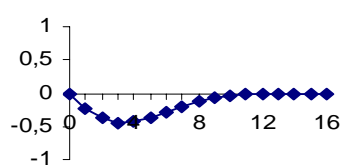
Obrázek 2. Mezera produktu

Flexibilní cílování CPI-inflace

Při flexibilním cílování CPI inflace je zřejmé, že volatilita mezery produktu musí být oproti striktnímu cílování CPI inflace redukována. Naopak odchylky CPI inflace od dlouhodobého trendu nebudou v tomto případě tak dokonale vyhlazeny. Výsledky simulačních experimentů tuto skutečnost potvrzují a jsou zachyceny na následujících obrázcích 3 a 4.



Obrázek 3. CPI inflace



Obrázek 4. Mezera produktu

4 ZÁVĚR

Politiku cílování inflace lze označit za strategii se střednědobým až dlouhodobým horizontem, přičemž jejím hlavním cílem je přispívat ke stabilitě ekonomického vývoje prostřednictvím stabilního vývoje cenové hladiny. Tuto politiku lze ovšem v realitě uskutečňovat mnoha

různými způsoby. V rámci modelu byly zkoumány vlastnosti striktního a flexibilního cílování CPI inflace, přičemž se ukázalo, že striktní cílování CPI inflace vede k destabilizaci ekonomiky, neboť nutí centrální banku k častému ovlivňování měnového kurzu prostřednictvím úrokových měr, které následně způsobí značnou volatilitu fundamentálních ekonomických veličin.

Použitá literatura

1. BACKUS, D., DRIFFILL, L. 1986. The consistency of Optimal Policy in Stochastic Rational Expectations Models. CEPR Discussion Paper, No. 124, 1986.
2. CHOW, G. 1975. Analysis and Control of Dynamic Economic Systems, John Wiley and Sons, 1975, New York.
3. SVENSSON, L. 2000. Open-Economy Inflation Targeting. Journal of International Economics, vol. 50, 2000, 155-183.

Kontaktní údaje

Ing. Ondřej Čížek
VŠE Praha, katedra ekonometrie
nám. W. Churchilla 4
130 67 Praha 3
email: cizeko@vse.cz

MOŽNOSTI MERANIA INKLUZÍVNEHO RASTU

OPTIONS FOR MEASURING OF INCLUSIVE GROWTH

Miroslava Dolinajcová, Tomáš Domonkos, Filip Ostrihoň

Abstrakt

V predloženom príspevku si predstavíme niekoľko základných prístupov k meraniu inkluzívneho rastu, vyplývajúcich z historických, ale aj súčasných poznatkov v danej problematike. Ukážeme si prístupy k meraniu založené na analýze ex – post ako aj na analýze ex – ante, pričom poukážeme na ďalšie implikácie vyplývajúce zo spomínaných spôsobov merania, ako aj prednosti a nedostatky jednotlivých prístupov.

***Kľúčové slová:** inkluzívny rast, meranie, ex – post, ex - ante*

Abstract

In the presented paper we will introduce several basic approaches to the measurement of inclusive growth, drawing from the historical and current knowledge in particular field. We will show approaches based on the ex – post analysis, as well as ex – ante analysis, while emphasizing further implications drawing from particular way of measurement, as well as advantages and weaknesses of particular approaches.

***Keywords:** inclusive growth, measurement, ex – post, ex - ante*

1 ÚVOD

Inkluzívny rast, sa ako pojem v dnešnej hospodárskej politike používa čoraz extenzívnejšie, preto je obzvlášť dôležité jeho dôsledné sledovanie a meranie, aby bolo možné merať ciele hospodárskej politiky vlády a tým pádom ich aj reálne dosahovať.

Predložený príspevok je štruktúrovaný do dvoch kapitol pričom obsahom prvej kapitoly je zadefinovanie pojmu inkluzívny rast. V druhej kapitole sú predstavené jednotlivé spôsoby merania inkluzívneho rastu.

1.1 Definícia inkluzívneho rastu

Podľa Medzinárodnej organizácie práce (ILO, 2012) je inkluzívny rast rastom, ktorý „poskytuje zoširoka zdieľanú príležitosť akumulovať produktívne aktíva ako vzdelanie, umožňuje ľuďom využívať tieto aktíva pri činnostiach podporujúcich rast a ťažiť z týchto činnosti, pričom zabezpečuje tých, ktorí nemajú prospech z rastu priamo.“¹ Svetová banka (2009) sa vo svojej definícii sústreďuje na počet obyvateľov, ktorí sa zúčastňujú hospodárskeho rastu. Spája ho preto s ďalšími pojmami ako rast so širokou základňou a udržateľný, stabilný rast. Tiež poukazuje na jeho charakteristické črty akými sú tempo, trajektória a očakávané trvanie samotného rastu.

V prípade inkluzívneho rastu dochádza k vysokému tempu rastu a zväčšovaniu výrobných kapacít hospodárstva, trajektória rastu je charakteristická zapájaním stále väčšieho množstva populácie krajiny a znižovaním spoločenského vylúčenia, čím sa aktivujú nečinné rezervy

¹ ILO, 2012 str. 5

v hospodárstve. Ako už spomínaný vzťah inkluzívneho rastu so stabilným rastom napovedá, že inkluzívny rast sa predpokladá ako podmienka pre existenciu dlhodobého, stabilného rastu a naopak rast nebude inkluzívny ak v ňom dochádza k neustálym fluktuáciám a výkyvom a preto musí byť aj udržateľný.

Iné historické pojítka môžeme nájsť medzi inkluzívnym rastom a rastom so širokou základňou, rastom v prospech chudobných a udržateľným rastom, ktorí ich autori v mnohých prípadoch stotožňujú z inkluzívnym rastom (Svetová banka, 2009).

2 MERANIE INKLUZÍVNEHO RASTU

Základným predpokladom je, že vplyvom inkluzívneho rastu by malo dochádzať k utlmovaniu značnej spoločenskej nerovnosti ako aj iných významných prejavov chudoby. Prostredníctvom podrobných definícií zistíme, že špecifickými črtami inkluzívneho rastu sú jeho tempo, trajektória a očakávané trvanie obdobia rastu. Meranie a analýza rastu sú dôležité vzhľadom k tomu, že je rast predpokladom znižovania chudoby, ale nezaručuje, že k zníženiu chudoby skutočne dôjde. Preto ak krajina vykazuje hospodársky rast a nie sme schopný zaznamenať zníženie chudoby je pre nás uvedený stav indíciou, že v krajine sú prítomné poruchy trhu, ktoré sa prejavujú ako zábrany inkluzívneho rastu. Spôsob kvantifikácie týchto charakteristík si popíšeme v nasledujúcej časti.

2.1 Meranie ex – post

Najjednoduchší spôsob hodnotenia efektov hospodárskej politiky, ktorý uvádza Svetová banka (2009) je hodnotenie zmeny miery chudoby v krajine. V prípade ak je vykazovaný hospodársky rast a nedochádza k zníženiu miery chudoby, potom musia existovať značné zabraný inkluzívneho rastu, kvôli ktorým nie je uvedený rast inkluzívny.

Značne komplexnejší prístup ponúka Oddelenie pre medzinárodný rozvoj (DFID, 2004), ktorý poukazuje na nutnosť stanovenia relevantnej hranice chudoby z hľadiska príjmu obyvateľa. Je totiž možné použiť buď národnú alebo medzinárodnú hranicu príjmu, pre identifikovanie časti obyvateľstva, ktorá je postihnutá chudobou. Po vymedzení konkrétnych domácností je možné sledovať absolútnu zmenu ich príjmu za určené obdobie. Získané zmeny priemerujeme na základe čoho vieme určiť, či v krajine dochádza k znižovaniu chudoby a zároveň rastu príjmu v najviac ohrozených domácnostiach a teda ich zapojenie do aktivity spoločnosti. Nedostatky uvedeného prístupu vyplývajú zo zanedbávania nepeňažných dopadov chudoby a možného skreslenia záverov v dôsledku priemerovania údajov.

ILO (2012) popisuje metódu merania, na základe ktorej by mala spoločnosť dosahovať plnú produktívnu zamestnanosť. Tá je postavená na troch indikátoroch, ktorými je pomer počtu zamestnaných ku celkovej populácii, pomer samozamestnancov a rodinných príslušníkov k celkovému počtu zamestnancov a pomer zamestnaných, ktorí žijú z 1,25 USD na deň.

Podrobnejší prístup k meraniu inkluzívneho rastu prinášajú Chen a Ravalion (2003). Ich východiskom je Lorenzová krivka, prostredníctvom ktorej sledujú zmenu v distribúcii príjmu a zmenu priemerného príjmu v krajine. Úpravou Lorenzovej krivky je možné získať krivku vplyvu rastu, ktorá analyzuje determinanty rastu príjmu chudobných. Po úprave Watsovoho indexu sa dá získať miera rastu v prospech chudobných, ako integrál krivky vplyvu rastu.

2.2 Meranie ex – ante

Nedostatkami merania inkluzívneho rastu prostredníctvom analýz ex – post, je že neposkytujú potrebný rozsah informácií pre tvorbu národohospodárskej politiky. Uvedený nedostatok sa

pokúšajú riešiť analýzy ex – ante (Svetová banka, 2009), ktoré sa zameriavajú na identifikovanie terajších a budúcich prekážok inkluzívneho rastu.

Problematikou súvisiacou s analýzami ex – ante sa zaoberajú teórie druhého najlepšieho a čiastočných reforiem (Hausmann et al., 2005). Ich predmetom je odstraňovanie prekážok hospodárskeho rastu, a teda aj inkluzívneho rastu, ktorých príčinou sú poruchy trhu, prejavujúce sa ako medzery v ohodnotení jednotlivých ekonomických aktivít jednotlivcami a spoločnosťou. Kľúčovým poznatkom teórie je medzera v danej činnosti, ktorá je modelovaná prostredníctvom poruchy v danej činnosti ako a porúch vo všetkých ostatných činnostiach. Preto existuje spätná väzba, v dôsledku ktorej pri odstránení jednej z porúch vznikne v hospodárstve nový rovnovážny stav, ktorý bude prinášať jednotlivcovi nižší blahobyt ako rovnovážny stav hospodárstva pred odstránením poruchy.

V súlade s teóriou je možné z najväčšou istotou zvýšiť blahobyt jednotlivca prostredníctvom súčasného odstránenia všetkých porúch naraz. Uvažované riešenie je problematické uplatniť, vzhľadom na obtiažnu identifikáciu všetkých porúch a vysokú nákladovosť reforiem, zaťažujúcu ekonomiku. Inými riešeniami, ktoré riešia už spomínaný problém sú skladacia metóda, zoznamový prístup a reforma založená na druhom najlepšom. Popísané metódy sú riešenia problému teórie druhého najlepšieho, nepredstavujú „analýzu ex – ante“ v pravom slova zmysle, ale sú len teoretickými závermi.

Prvým prístupom analýzy ex – ante je takzvaná diagnostika rastu (Hausmann et al., 2005). Tá predstavuje heuristický prístup, založený na lagrangeových multiplikátoroch, pričom skúma približné determinanty rastu, ako napr. návratnosť akumulácie kapitálu alebo náklady na financovanie akumulácie. Diagnostika rastu sa sústreďuje na prehľadávanie niekoľkých potenciálnych medzier ako napríklad pôžičky zo zahraničia, štátom poskytované služby alebo daňové zaťaženie príjmov v krajine. Cieľom je hľadanie práve takého ohraničenia, ktorého lagrangeov multiplikátor je najväčší. Analýza sa vykonáva prostredníctvom rozhodovacieho stromu, aby sa vylúčili menej pravdepodobne poruchy trhu. Analýza zachováva predpoklad, že pri odstránení ohraničenia s najväčšou tieňovou cenou dochádza k zvyšovaniu blahobytu danej krajiny. Prístup je kritizovaný pre používanie lagrangeových multiplikátorov, vzhľadom na obtiažnosť ich odhadu a krátkodobý horizont, ktorý nekorešponduje s dlhodobou perspektívou inkluzívneho rastu. Pri postupe rozhodovacím stromom je ďalej veľmi komplikované s istotou tvrdiť že príslušné ohraničenie hospodárskeho rastu je neaktívne.

Ďalším prístupom analýzy ex – ante je rastový analytický rámec (Svetová banka, 2009), prostredníctvom ktorého sa identifikujú determinanty, zabraňujúce znižovaniu chudoby pri dosahovaní ekonomického rastu. Uvedený prístup je kombináciou rastovej diagnostiky, metód pre analýzu časových radov, výberové skúmanie a porovnávanie jednotlivých krajín. Na rozdiel od predchádzajúceho prístupu, je analýza vykonávaná z perspektívy jednotlivca, pochádzajúceho zo skupiny chudobných, respektíve z inak znevýhodnených skupín (cudzinci, menšiny). Z kvantitatívneho hľadiska sa jedná o analýzu faktorov, ktoré najvýznamnejšie vplývajú na príjem chudobných.

3 ZÁVER

V predložennom príspevku sme si ukázali možné prístupy pri meraní inkluzívneho rastu, ako základný teoretický rámec, ktorý rozdeľuje analýzy inkluzívneho rastu na ex – post a ex – ante. Kým pri značne jednoduchších postupoch analýzy ex – post, je hlavným nedostatkom nízka vypovedacia schopnosť pri dlhodobom plánovaní hospodárskej politiky danej krajiny, zatiaľ čo ich výhodou je jasná metodika, nenáročná kvantifikácia a zrozumiteľnosť. Každopádne aj pre uvedený smer analýz je možné nájsť komplexný a výpočtovo náročný postup merania hospodárskeho rastu ako napríklad meranie rastu v prospech chudobných.

Naopak ďaleko vyššiu vypovedaciu schopnosť majú heuristicky orientované metódy analýzy ex – ante, ktoré sa v mnohých prípadoch nesústreďuje na jednoznačnú kvantifikáciu aktuálneho rastu, ale skôr na identifikáciu možných prekážok inkluzívneho rastu. Komplikácie pri ich používaní sa prejavujú v súvislosti s odhadom lagrangeových multiplikátorov, ako aj s presnou identifikáciou všetkých možných porúch trhu, brániacich inkluzívnemu rastu.²

Použitá literatúra

1. DFID (2004) “What is Pro-Poor Growth and Why Do We Need to Know?”, *Pro-Poor Growth Briefing Note 1*, Department for International Development, London
2. Hausmann, R., Rodrik D., A. Velasco (2005) *Growth Diagnostics*. Mimeo, Harvard Kennedy School. Cambridge
3. ILO (2012) „Macroeconomic stability, inclusive growth and employment.“, *UN System task team on the Post-2015 UN Development agenda*
4. Ravallion, M. and S. Chen (2003) “Measuring pro-poor growth.” *Economics Letters* 78,
5. Svetová banka (2009) „*What is Inclusive Growth*“

Kontaktné údaje

Ing. Miroslava Dolinajcová
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: mdolinajcova@gmail.com

Ing. Tomáš Domonkos, PhD.
Ekonomický ústav SAV
Šancová 56, 811 05 Bratislava
email: tdomonkos@gmail.com

Ing. Filip Ostrihoň
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
email: filipostr@yahoo.com

² Príspevok vznikol v rámci projektu APVV 0371-11

KVANTITATÍVNE PRÍSTUPY NA HODNOTENIE REGIONÁLNEJ KONKURENCIESCHOPNOSTI

QUANTITATIVE APPROACHES FOR REGIONAL COMPETITIVENESS

Andrea Furková¹, Marian Reiff, Kvetoslava Surmanová²

Abstrakt

Keďže neexistuje v oblasti hodnotenia regionálnej konkurencieschopnosti tzv. hlavný smer, nie je ani možné použiť univerzálnu metodológiu na posúdenie dosiahnutého stupňa konkurencieschopnosti regiónov. V príspevku bola venovaná pozornosť kvantitatívnym prístupom na hodnotenie konkurencieschopnosti regiónov. Ako prvý možný nástroj definujeme súbor špecifických ekonomických koeficientov efektívnosti, ktoré môžu byť následne využité na ďalšie analýzy pomocou metód viackriteriálnej analýzy. Z tejto triedy metód prezentujeme Ivanovicovu odchýlku. Taktiež boli formulované niektoré ekonometrické modely vhodné na posúdenie dosiahnutého stupňa konkurencieschopnosti regiónov

KLúčové slová: *regionálna konkurencieschopnosť, špecifické koeficienty efektívnosti, viackriteriálne rozhodovanie, ekonometrický regionálny model*

Abstract

Due to the fact of nonexistence mainstream in regional competitiveness evaluation it is not possible to use universal methodology for regional competitiveness degree assessment. The paper deals with quantitative approaches to this problem. As first possible tool was defined the group of specific economic indicators of efficiency and they can be the basis for further analysis via multicriteria decision methods. From these methods Ivanovic deviation was presented. Finally same econometric approaches to regional competitiveness evaluation were also formulated.

Keywords: *regional competitiveness, specific economic efficiency coefficients, multicriteria decision making, regional econometric model*

1 ÚVOD

V oblasti hospodárskej politiky a výskumu v rámci Európskej únie môžeme zaznamenať zvýšený záujem o pojem regionálna konkurencieschopnosť a regionálny rozvoj. Tento rastúci záujem o problematiku regionálneho rozvoja a konkurencieschopnosti regiónov vyplýva

¹ Príspevok bol spracovaný v nadväznosti na projekt VEGA č. 1/0595/11 pod názvom *Analysis of Business Cycles in the Economies of the Euro Area (with Regards to the Specifics of the Slovak Economy) Using Econometric and Optimization Methods*, zodpovedný riešiteľ Ing. Martin Lukáčik.

² Príspevok bol spracovaný v nadväznosti na projekt VEGA č. 1/0595/11 pod názvom *Analysis of Business Cycles in the Economies of the Euro Area (with Regards to the Specifics of the Slovak Economy) Using Econometric and Optimization Methods*, zodpovedný riešiteľ Ing. Martin Lukáčik.

najmä zo skutočnosti, že ekonomická efektívnosť regiónov predstavuje základ ekonomickej efektívnosti na mikroekonomickej úrovni a taktiež je základom konkurencieschopnosti celej ekonomiky. Na regionálnej úrovni však neexistujú automatické a regulačné mechanizmy ako na úrovni štátu, avšak migrácia mobilných výrobných faktorov sa môže pre regióny stať hrozbou. Regióny môžu byť ohrozené presunom výrobných aktivít do miest s lepšími podmienkami, pričom sa nejedná iba o lacnejšiu pracovnú silu ale taktiež aj napríklad i o presun vedecko-výskumných aktivít [4]. Konkurencieschopnosť regiónov je taktiež ovplyvňovaná regionalizáciou verejných politík kedy dochádza k postupnému presunu rozhodovacích aktivít na regióny a tie začínajú zohrávať významnejšiu úlohu v ekonomickom rozvoji štátu. Z uvedených dôvodov nie je úplne možné aplikovať makroekonomický koncept konkurencieschopnosti štátov na regionálnu úroveň. Vzniká otázka ako pristupovať k hodnoteniu regionálnej konkurencieschopnosti. Mnohé odborné diskusie z oblasti regionálneho rozvoja a konkurencieschopnosti sa zvyknú obmedzovať len na porovnanie hrubého domáceho produktu, investícií, či nezamestnanosti v regiónoch. Na pochopenie konkurenčných nedostatkov krajov či okresov to nie je postačujúce. Existujú rôzne názory na možnosti vyjadrenia konkurencieschopnosti regiónov a území a taktiež mnoho prístupov o samotnej podstate a existencii konkurencieschopnosti území, regiónov a národov. Víturka tvrdí, že pri aplikácii konkurencieschopnosti na podniky platí, že neúspešné subjekty sú vytláčané z trhu, ale v prípade regiónov sa znížená schopnosť konkurovať prejaví v primeranom znížení životnej úrovni [11]. Niektorí autori, napr. P. Krugman aplikáciu termínu konkurencieschopnosť pre územné celky nepovažujú za správnu. Krugman vysvetľuje nevhodnosť používania paralely medzi národnou ekonomikou a firmou, pretože ak je firma na trhu neúspešná, musí z neho odísť a v krajnom prípade skončiť s podnikaním, čo ale región uskutočniť nemôže. Podľa Krugmana konkurencia medzi národmi a regiónmi neexistuje, preto by sa tento pojem v súvislosti s územnými celkami nemal používať [11]. Stretávame sa teda s mnohými rozličnými definíciami pojmu konkurencieschopnosť a s metódami jej kvantifikácie a keďže nie je známa jednotná metodológia na meranie a vyhodnocovanie konkurencieschopnosti rozhodli sme sa v príspevku priblížiť vybrané kvantitatívne prístupy na posúdenie stupňa konkurencieschopnosti regiónov. Ako prvý možný nástroj uvedieme súbor špecifických ekonomických koeficientov, ktoré môžu byť následne základom pre ďalšie analýzy a prostredníctvom metód viackriteriálneho rozhodovania môžeme získať porovnanie a usporiadanie regiónov. Z metód viackriteriálneho rozhodovania sa bližšie zameriame na metódu Ivanovicovej odchýlky. V štvrtej časti príspevku uvedieme regionálny model panelových dát a panelové modely stochastických produkčných hraníc ako vhodný ekonometrický nástroj na hodnotenie stupňa konkurencieschopnosti regiónov.

2 ŠPECIFICKÉ EKONOMICKÉ KOEFICIENTY EFEKTÍVNOSTI

Na vyhodnocovanie regionálnej konkurencieschopnosti z krátkodobého hľadiska môže byť použitá skupina špecifických ukazovateľov ekonomickej efektívnosti [4], [10], [11]. Tento prístup vychádza z predpokladu, že konkurencieschopnosť regiónov je priamo závislá na tzv. vnútorných faktoroch (napr. firmy, predstavitelia regionálnej politiky atď.) a vonkajších faktoroch (napr. potenciálni investori), ktoré sú nositeľmi konkurenčnej výhody a ktorá je zdrojom konkurencieschopnosti regiónu. Vychádza sa z identifikácie zdrojov regionálnej konkurencieschopnosti prostredníctvom špecifických ukazovateľov ako sú napríklad: koeficient zamestnanosti, koeficient efektívnosti rozvoja, koeficient efektívnosti investícií alebo koeficient efektívnosti výnosov. Koeficienty porovnávajú úroveň sledovanej hodnoty v regióne s ohľadom na celkovú hodnotu v krajine.

Koeficient zamestnanosti K_Z je definovaný nasledujúco:

$$K_z = \frac{\frac{Z_0}{S_0}}{\frac{Z}{S}}$$

kde Z_0 predstavuje počet zamestnaných v regióne, Z predstavuje počet zamestnaných v krajine, S_0 je počet obyvateľov v regióne a S počet obyvateľov krajiny. Všetky špecifické koeficienty sú založené na koeficiente zamestnanosti a všeobecne môžeme koeficient K_X naformulovať nasledujúco:

$$K_X = \frac{\frac{P_X}{S_X}}{\frac{P}{S}}$$

kde P_X predstavuje makroregionálny ukazovateľ za región, P hodnotu tohto ukazovateľa za celú krajinu, S_X je počet obyvateľov regiónu a S je počet obyvateľov krajiny. Všeobecný zápis koeficienta efektívnosti konkrétneho makroregionálneho ukazovateľa je definovaný nasledujúco:

$$\frac{K_X}{K_Z}$$

Pri výpočte každého koeficientu efektívnosti je použitý koeficient zamestnanosti, ktorý predstavuje mieru zapojenia výrobného faktoru práce v podobe regionálnej zamestnanosti. Skonstruovať môžeme napríklad koeficient efektívnosti ekonomického rozvoja, koeficient efektívnosti disponibility, koeficient efektívnosti investičnej výstavby, koeficient efektívnosti výnosov alebo koeficient efektívnosti stavebných prác (bližšie pozri v [4],[10]). V prípade, ak hodnota koeficienta efektívnosti je rovná 1 potom úroveň rozvoja regiónu je rovnaká ako úroveň celej krajiny, ak je hodnota menšia ako 1, potom región dosahuje nižšiu úroveň rozvoja ako celá krajina a v prípade hodnoty väčšej ako 1, považujeme daný región viac rozvinutý. Následne tieto koeficienty môžu byť aj základom pre ďalšie analýzy a prostredníctvom metód viackriteriálneho rozhodovania môžeme získať porovnanie a usporiadanie regiónov.

3 VIACKRITERIÁLNE PRÍSTUPY NA HODNOTENIE REGIONÁLNEJ KONKURENCIESCHOPNOSTI

Špecifické koeficienty efektívnosti vyjadrené v predchádzajúcej časti môžu byť základom pre ďalšiu analýzu konkurencieschopnosti regiónov pomocou metód viackriteriálneho rozhodovania. Z týchto metód je vhodné využiť metódy viackriteriálneho vyhodnocovania variantov a to napr. metódy PROMETHEE, ELECTRE, TOPSIS alebo aj Ivanovicovu odchýlku [4], [9], ktorú bližšie uvedieme. Ivanovicova odchýlka patrí medzi metódy založené na vzdialenosti od ideálneho variantu a jej aplikovaním získame usporiadanie sledovaných regiónov. Túto metódu je vhodné použiť ak máme k dispozícii informáciu o usporiadaní kritérií (špecifické koeficienty efektívnosti) podľa dôležitosti – od najdôležitejšieho po najmenej dôležité kritérium. Následne môžeme vypočítať vážený priemer kritérií pre každý variant (región) a po ich vzostupnom zoradení získame výsledné poradie regiónov z hľadiska ich konkurencieschopnosti:

$$I_j = \frac{|x_1^f - x_{1j}|}{s_1} + \sum_{i=2}^n \frac{|x_1^f - x_{ij}|}{s_j} \prod_{k=1}^{i-1} (1 - |r_{ki}|)$$

kde

x_1^f - hodnota i -teho kritéria ideálneho (fiktívneho) variantu

x_{ij} - hodnota i -teho kritéria j -teho variantu

r_{ki} - korelačný koeficient i -teho a k -teho kritéria

s_i - štandardná odchýlka i -teho kritéria:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (x_{ij}^j)^2 - (\bar{x}_i)^2}$$

m – celkový počet variantov, n – celkový počet kritérií.

Okrem metód viackriteriálneho vyhodnocovania variantov sa ako vhodný nástroj na porovnávanie regionálnej konkurencieschopnosti javia aj metódy DEA (Data Envelopment Analysis). Tieto metódy sú široko uplatňovaným modelovým nástrojom na hodnotenie efektívnosti, výkonnosti skupiny homogénnych produkčných jednotiek, ktoré produkujú rovnané alebo ekvivalentné výstupy. Modely DEA majú deterministickú povahu, čo znamená, že neobsahujú náhodnú zložku a preto nie je možné eliminovať negatívne dopady náhodných chýb na meranie efektívnosti. Na druhej strane DEA optimalizuje vzhľadom na každú individuálnu jednotku a nevyžaduje formuláciu funkcie, ktorá by bola vhodná pre všetky pozorovania. Prostredníctvom týchto modelov je možné určiť najlepšie jednotky (regióny) a taktiež je možné identifikovať zdroje neefektívnosti sledovaných neefektívnych jednotiek (regiónov).

4 EKONOMETRICKÉ MODELOVANIE REGIONÁLNEJ KONKURENCIESCHOPNOSTI

Na hodnotenie stupňa dosiahnutej konkurencieschopnosti resp. identifikovanie zdrojov konkurencieschopnosti regiónov je možné využiť aj ekonometrické modely. Ekonometrický regionálny model panelových dát bol formulovaný v práci Nevimy [4] ako aj v práci Hančlová a kol. [8] a všeobecný zápis modelu je nasledovný:

$$Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \sum_{i=1}^N \gamma_i D_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

kde Y_{it} predstavuje endogénnu premennú (najvhodnejšie sa javí HDP, resp. HDP/obyvateľ), X_{it} je exogéna premenná (môžeme samozrejme predpokladať viacero exogénnych premenných ako napr. tvorba hrubého fixného kapitálu, výdavky na výskum a vývoj, produktivita práce atď.), α predstavuje úroveň konštantu, β je parametrom sklonu modelu, γ_i je rozdielový parameter fixného efektu, D_{it} predstavuje umelú premennú špecifikujúcu región a ε_{it} je náhodná zložka modelu. Takto formulovaný model môžeme odhadnúť metódou najmenších štvorcov. Výsledkom modelu bude veľkosť odchýlky medzi jednotlivými regiónmi vo vzťahu k „ideálnemu regiónu“ (najviac konkurencieschopný región). Za ideálny región možno zvoliť napr. priemernú úroveň regiónov EÚ25 ak vyhodnocovanými regiónmi sú regióny Európskej únie na úrovni členenia napr. NUTS2 alebo NUTS3 (teritoriálne jednotky Európskej únie NUTS -Nomenclature of Units for Territorial Statistics). Veľkosť odchýlky potom sleduje ako sú jednotlivé regióny blízko resp. vzdialené k tomuto priemeru a čím bude hodnota parametra γ_i v absolútnej hodnote vyššia tým vyšší bude príspevok jednotlivých regiónov k priemernej úrovni. Regióny s najväčším príspevkom môžeme považovať za regióny najviac konkurencieschopné.

Ďalším ekonometrickým prístupom vhodným na analýzu konkurencieschopnosti regiónov je analýza stochastickej hranice (Stochastic Frontier Analysis). Poruchový člen modelu stochastickej produkčnej³ hranice sa skladá z dvoch zložiek a to štandardný poruchový člen zachytávajúci náhodné vplyvy a z člena, ktorý zachytáva neefektívnosť. Týmto je možné odlišiť neefektívnosti od efektov náhodných chýb, čo dodáva výsledkom vyššiu vierohodnosť oproti prístupom deterministickým (bližšie pozri napr. v [1], [7]). Za nevýhodu tohto prístupu možno považovať konkrétnu funkčnú závislosť, ktorá určuje tvar efektívnej hranice, ktorá nie je známa a je potrebné ju odhadnúť. Ak by sme uvažovali, že deterministické jadro stochastickej produkčnej hranice má Cobb-Douglasov funkčný tvar a efektívnosť je konštantná v čase môžeme panelový model produkčnej hranice vyjadriť nasledujúco:

$$\ln y_{it} = \beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{nit} + v_{it} - u_i \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

kde $\ln y_{it}$ je logaritmus hodnôt výstupov, $\ln x_{nit}$ sú logaritmy hodnôt vstupov, β je vektor neznámych parametrov, v_{it} je obojstranná (symetrická) náhodná zložka a u_i predstavuje časovo konštantnú technickú neefektívnosť zloženého poruchového člena $\varepsilon_{it} = v_{it} - u_i$. Na odhad neznámych parametrov a dvoch zložiek zloženého poruchového člena modelu naformulovaného v (1) môžeme použiť metódu maximálnej vierohodnosti, metódu momentov alebo zovšeobecnenú metódu najmenších štvorcov (bližšie pozri v [1], [7]). Na separovanie náhodnej zložky od technickej neefektívnosti v reziduáloch môžeme použiť JLMS dekompozíciu (bližšie pozri [7]) alebo prediktor minimálnej štvorcovej chyby, ktorý odvodili autori Battese a Coelli [1]. Odhadnutý komponent technickej neefektívnosti potom môžeme dosadiť do vzťahu (2) aby sme získali špecifický odhad technickej efektívnosti sledovanej jednotky. Ak predpokladáme, že produkčná hranica je stochastická, technickú efektívnosť i -tej sledovanej jednotky definujeme nasledujúco:

$$TE_i = \frac{y_{it}}{f(x_{it}, \beta) \exp\{v_{it}\}} = \exp\{-u_i\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

kde technická efektívnosť je definovaná ako pomer skutočných hodnôt výstupu a maximálnych hodnôt výstupu s ohľadom na náhodné šoky charakterizované ako $\exp\{v_{it}\}$.

Na modelovanie regionálnej konkurencieschopnosti regiónov sa javia ako vhodnejšie modely s predpokladom o časovo meniacej sa efektívnosti keďže je možné získať usporiadania sledovaných regiónov v jednotlivých obdobiach a taktiež získať informáciu o zdrojoch konkurencieschopnosti. V týchto modeloch je člen neefektívnosti z rovnice (1) preformulovaný napr. nasledujúco:

$$u_{it} = \exp\{-\eta(t - T)\}u_i \quad (3)$$

kde η je jediný navyše parameter, ktorý musíme odhadnúť avšak nevýhodou je, že vývoj komponentu neefektívnosti v čase je monotónny. Taktiež je možné neefektívnosť vyjadriť ako explicitnú funkcia vektorov pre sledovanú jednotku špecifických premenných (\mathbf{z}_{it}) a náhodnej chyby (w_{it}):

$$u_{it} = \delta \mathbf{z}_{it} + w_{it} \quad (4)$$

O špecifických prierezových premenných (\mathbf{z}_{it}) predpokladáme, že môžu vplývať na efektívnosť sledovaných jednotiek, t.j. môžu priamo ovplyvňovať stochastický člen produkčnej funkcie a teda je možné identifikovať zdroje konkurencieschopnosti (bližšie pozri [1]).

³ V literatúre sú rozpracované aj stochastické modely nákladových hraníc v súvislosti s odhadom efektívnosti nákladovej.

5 ZÁVER

Pojem konkurencieschopnosť regiónov je v súčasnosti frekventovaným pojmom v oblasti hospodárskej politiky a výskumu v rámci Európskej únie. Avšak neexistuje zhoda v oblasti definície pojmu konkurencieschopnosť regiónov a ani jednotná metodológia na meranie a vyhodnocovanie konkurencieschopnosti. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli v príspevku prezentovať viaceré možné kvantitatívne prístupy, ktoré by bolo možné využiť v procese kvantitatívneho porovnávania a vyhodnocovania konkurencieschopnosti regiónov. Ako prvý možný nástroj sme uviedli súbor špecifických ekonomických koeficientov, ktoré môžu byť následne základom pre ďalšie analýzy a prostredníctvom metód viackriteriálneho rozhodovania môžeme získať porovnanie a usporiadanie regiónov. Z metód viackriteriálneho rozhodovania sme sa bližšie zamerali na metódu Ivanovicovej odchýlky. V štvrtej časti príspevku sme venovali pozornosť regionálnemu modelu panelových dát a panelovým modelom stochastických produkčných hraníc. Prezentované metódy na hodnotenie regionálnej konkurencieschopnosti sú do istej miery neporovnateľné nakoľko napr. modely zo štvrtej časti príspevku sú z oblasti ekonometrického modelovania kdežto Ivanovicova odchýlka patrí medzi metódy viackriteriálnej analýzy. Napriek tejto skutočnosti aplikovaním týchto kvantitatívnych nástrojov je možné získať zaujímavé a dôležité informácie potrebné v procese hodnotenia regionálnej konkurencieschopnosti. Využitie týchto prístupov pri analýze konkurencieschopnosti regiónov krajín V4 na úrovni NUTS2 bolo už zrealizované napr. v prácach [4], [6], [8], [10].

Použitá literatúra

1. COELLI, T. J., RAO PRASADA, D., BATTESE, G. 2005. In: An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis. Springer. 349 s. ISBN 0387242661.
2. COOPER, W. W., SEIFORD, L. M., TONE, K. 2000. Data Envelopment Analysis. Kluwer Academic publisher. s. 318. ISBN 0-7923-8693.
3. ENYEDI, G. 2009. In: Competitiveness of the Hungarian regions. Hungarian Geographical Bulletin. ročník 58, č. 1, s. 33–48. ISSN 0015-5403.
4. HANČLOVÁ, J. a kol. 2010. Makroekonomické modelování české ekonomiky a vybraných ekonomik EU. VŠB-TU Ostrava, 310 s., ISBN 978-2353-9.
5. FURKOVÁ, A. 2010. In: Komparatívna analýza ekonomického rastu transformujúcich sa krajín metodológiou SFA. Ekonomika a informatika. č. 2/2010. ISSN 1336-3514.
6. FURKOVÁ, A., SURMANOVÁ, K. 2011. In: Kvantitatívna analýza konkurencieschopnosti regiónov krajín V4. Ceny ako nástroj strategického rozhodovania v súčasných trhových podmienkach - zborník vedeckých prác Vydavateľstvo EKONÓM, 2011, s. 87-100, ISBN 978-80-225-3319-5.
7. KUMBHAKAR, S. C., LOVELL, C. A. K. 2000. Stochastic Frontier Analysis. Cambridge University Press, 333 s. ISBN 0521666635.
8. NEVIMA, J., MELECKÝ, L. 2010. In: Možnosti hodnocení regionální konkurencieschopnosti v zemích Visegrádske štyřky prostřednictvím ekonometrického modelu. In: Hospodářská politika v členských zemích Evropské unie. Karviná, SLU Opava, s.313 – 326.
9. NEVIMA, J., RAMÍK, J. 2009. In: Application of Multicriteria decision making for evaluation of regional competitiveness. Praha, Mathematical Methods in Economics, 27th International Conference. ISBN 978-80-213-1963-9.

10. RAMÍK, J. 2010. In: Multicriteria approaches to competitiveness. Smolenice. Quantitative Methods in Economics Multiple Criteria Decision Making XV – International Scientific Conference. ISBN 978-80-8078-364-8.
11. RUČINSKÁ, S. 2008. In: Konkurencieschopnosť regiónov s dôrazom na inovácie. Transfer inovácií č. 12 ISSN 1337-7094.

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 832

email: furkova@euba.sk

Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 823

email: surmanova@yahoo.com

Ing. Marián Reiff, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska cesta 1/a, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 823

email: reiff@euba.sk

VÝROBNÉ PROCESY S OPĀTOVNÝM PREROBENÍM A RECYKLÁCIU¹

PROCESSES OF MANUFACTURING WITH REMANUFACTURING AND RECYCLING¹

Pavel Gežík

Abstrakt

Vo všeobecnosti je známe, že reverzná logistika sa zaoberá návratom produktu od spotrebiteľa späť k výrobcovi. Tento návrat je spojený hlavne s recykláciou a opätovným prerobením vrátených produktov s cieľom minimalizovať odpad a znížiť náklady súvisiace s výrobou a nákupom materiálov. Avšak, vrátené produkty nemusia vždy pochádzať od spotrebiteľa, teda nemusia to byť len produkty, ktoré skončili svoju životnosť, ale môže sa jednať i o tie, ktoré nikdy neopustili výrobcu.

Reverzná logistika môže riešiť i návrat produktu v rámci výroby a reverzné procesy môžu byť zahrnuté do výrobných procesov produktu. Cieľ týchto reverzných procesov bude pritom rovnaký, a to minimalizovať odpad vo výrobe a ušetriť náklady spojené s výrobou.

KLúčové slová: *Výrobné procesy, Recyklácia, Návrat, Opätovné prerobenie, Odpad.*

Abstract

It is generally known that reverse logistics deals with the return of products from a consumer back to a manufacturer. This return is mainly associated with recycling and remanufacturing of the returned products with an aim of minimizing waste and reducing costs of production and purchase of materials. However, the returned products do not have to come only from a consumer. This means that the returned products are not only End-of-Life but also they may have never left the manufacturer.

Reverse logistics can also solve a problem of product return in the manufacturing process and the reverse processes can be included into this manufacturing process. The aim of the reverse processes in this case would be the same - to minimize waste in the manufacturing process and also to save production costs.

Keywords: *Processes of Manufacturing, Recycling, Return, Remanufacturing, Waste.*

ÚVOD

V súvislosti s návratom produktu v akejkoľvek forme späť k výrobcovi je dôležité spomenúť reverznú logistiku, teda logistiku, ktorá sa zaoberá pohybom produktu opačne ako klasická logistika, teda od spotrebiteľa k výrobcovi. Vo všeobecnosti je reverzná logistika spájaná najmä s návratom produktu za účelom recyklácie, a to od konečného spotrebiteľa.

¹ This paper is supported by the Grant No. IGP No. 2317124 of the University of Economics in Bratislava, "Optimal location of recycling and collection points for recyclable materials" and the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA, grant no. 1/0104/12 „Modeling supply chain pricing policy in a competitive environment“.

Avšak produkty nemusia vždy opustiť prostredie podniku, aby bolo možné hovoriť o reverznej logistike. Produkty, ktoré sa poškodili v procese výroby a zvyčajne by predstavovali odpad možno opätovne prerobiť v prípade, že to dovoľuje charakter ich poškodenia, alebo ich možno zbierať za účelom recyklácie a získané suroviny znovu použiť vo výrobe.

Práve využitie reverzných procesov v procese výroby vedie k úsporám z nákupu potrebných materiálov, keďže tie je možné získať z produktov, ktoré by inak predstavovali odpad. Takéto získavanie surovín, či už opätovným prerobením alebo recykláciou má svoje pozitíva nie len z ekonomického pohľadu riadenia nákupu, ale aj z ekologického pohľadu. Práve pojem ekologickej výroby je často spájaný s elimináciou odpadu vznikajúceho v procese výroby, a vzhľadom na spoločenský tlak a marketingový efekt sa jedná o často uprednostňovanú stratégiu v jej plánovaní.

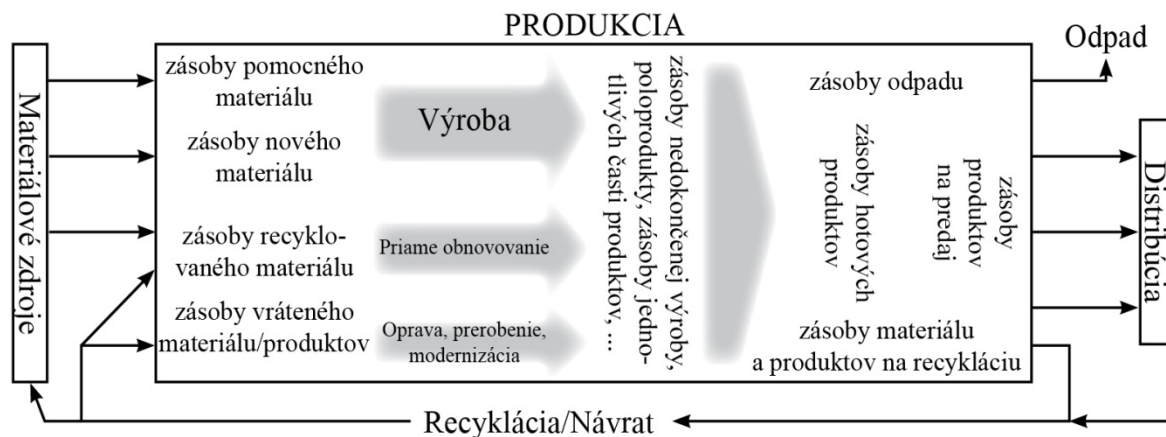
V súvislosti s využívaním procesov reverznej logistiky vo výrobe sa začal používať pojem „green image“. Tento pojem vznikol skôr ako marketingový nástroj, ktorý mal podnecovať k opätovnému využívaniu surovinových zdrojov (Thierry, 1997), a bol súčasťou pojmového aparátu a kategorizácie činnosti reverznej logistiky, kde patrili i pojmy ako priame obnovovanie/použitie, opravy, recyklácia, prerobenie, atď. (Thierry et al., 1995).

Za začiatok modelovania spätných tokov vo výrobe možno považovať i model na riadenie zásob, ktorý uvažuje o návrate produktu a jeho prerobení (Schrade, 1967). Tento model nevystihuje úplnú podstatu reverznej logistiky, lebo produkty sa nevracajú z dôvodu recyklácie surovín, ale v rámci prerobenia poškodených produktov s cieľom minimalizovať náklady. Tento model pritom vychádza z analýzy EOQ prístupu, kde sa získava jednoduchá rovnica pre jednotlivé položky zásob, na základe ktorej je možné určiť takú výšku zásob, aby náklady s nimi spojené boli čo najnižšie.

1 PRVKY REVERZNEJ LOGISTIKY VO VÝROBNÝCH PROCESOCH

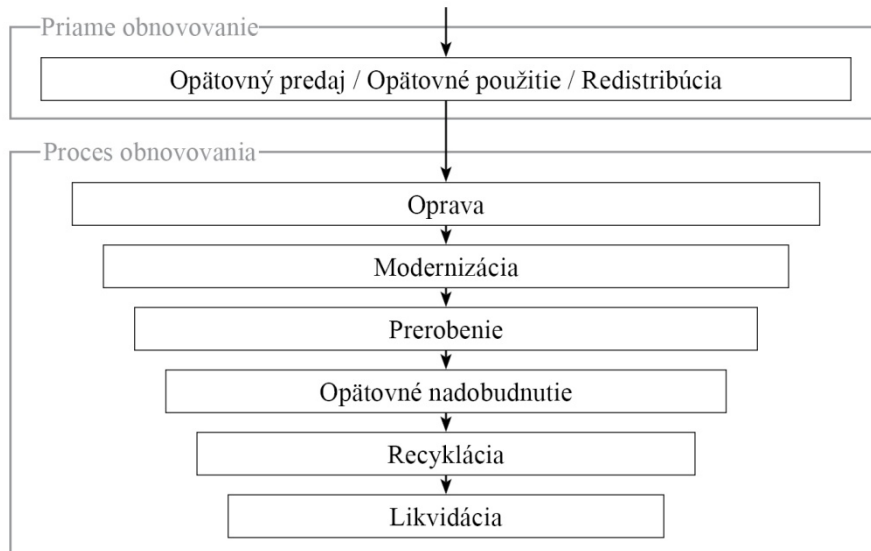
Tak, ako bolo v úvode naznačené, práve v procese riadenia zásob sa prvky reverznej logistiky prejavujú najviac vo výrobe, keďže sú to náklady spojené s obstarávaním nového materiálu, resp. zásob tohto materiálu, ktoré je možné minimalizovať využitím procesov reverznej logistiky.

V produkcii sa nevyskytujú len zásoby spojené s obstarávacou logistikou, teda nakupovaný materiál, ale i pomocný materiál, recyklovaný materiál, taktiež zásoby výrobných logistiky a zásoby hotových výrobkov. Pri všetkých druhoch týchto zásob je možné využiť prvky reverznej logistiky, ako to zobrazuje obrázok 1.



Obrázok 1 - Rôzne druhy zásob v produkcii

Možnosť minimalizácie nákladov spočíva práve vo využití činností typu recyklácia, prerobenie, či oprava, ktoré možno označiť ako základné činnosti v rámci reverznej logistiky, a ktorými vplyva na obnovovanie materiálov. Tieto základné činnosti a vzťahy medzi nimi možno zobraziť pomocou obrátenej pyramídy obnovovacích možností,² ktorá je uvedená na obrázku 2.



Obrázok 2 - Obrátaná pyramída obnovovacích možností

V procese výroby možno využívať iba spodnú časť tejto pyramídy, teda proces obnovovania, keďže priame obnovovanie nemení charakter produktu, a nie je spojené s procesom výroby. Prerobenie, resp. opätovné prerobenie, dáva možnosť použiť produkt alebo jeho časť v procese výroby ešte raz, a má vyššiu prioritu ako recyklácia, pretože spotrebuje spravidla menej energie a zdrojov, a taktiež menej znečistí životné prostredie. Ďalšie položky v spodnej časti obrátenej pyramídy sa zaoberajú vlastnou zmenou produktu. Opravou, modernizáciou alebo prerobením sa stáva produkt opätovne použiteľný na účely, na ktoré bol pôvodne vyrobený. Recyklácia sa realizuje v prípade, že sa už produkt nedá opätovne použiť vo výrobe. Slúži na obnovu materiálových zdrojov potrebných na výrobu produktu, a tým šetrí finančné prostriedky spojené s nákupom týchto surovín, a taktiež zmierňuje negatívny vplyv na životné prostredie.

Princíp minimalizácie nákladov spojených s nákupom materiálu teda vychádza z jednoduchého predpokladu, a to, že ak podnik nebude poškodené produkty, ktoré sa znehodnotili vo výrobe považovať za odpad, ale za produkty, ktoré môže opätovne použiť vo výrobe, vrátane materiálu, ktorý obsahujú, môže ich recyklovať.

Ďalej sa vychádza z predpokladu, že vyrábané produkty je možné spätne demontovať, a tak keď sa produkt poškodí pri výrobe, je možné ho opätovne rozložiť a podľa charakteru poškodenia opraviť, príp. produkt vyradiť a opätovne na ňom vykonať náležité výrobné operácie. Takéto opätovné prerobenie následne prispieva k znižovaniu odpadu vo výrobe, a tým i k šetreniu nákladov na materiál.

Ak sa ale produkt opraviť nedá z dôvodu, že miera či charakter poškodenia opravu neumožňujú, je nutné predpokladať, že z poškodeného produktu je možné získať materiál, z ktorého je vyrobený. Takto získaný materiál bude následne recyklovaný a opätovne použitý vo výrobe, čím zníži potrebu nákupu nového materiálu.

² DEKKER, R. et al. 2004. *Reverse Logistics*. Berlin : Springer-Verlag, 2004. 436 s. ISBN 3-540-40696-4.

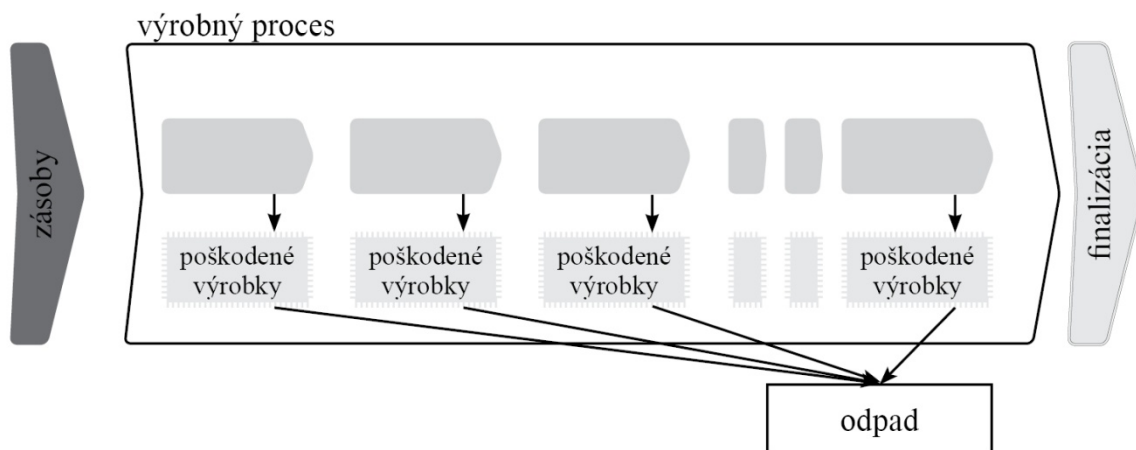
2 OPÄTOVNÉ PREROBENIE A RECYKLÁCIA V PROCESSE VÝROBY

Pre ilustráciu využitia prvkov reverznej logistiky, konkrétne opätovného prerobenia a recyklácie, je vo výrobnom procese dôležité poukázať na začiatok na proces, ktorý tieto prvky nevyužíva. Všetky ďalej uvedené ilustrácie budú vychádzať z klasického procesu výroby, kedy sa vo výrobe využíva materiál, polotovary, pomocný materiál atď., ktorý je získaný z rôznych zásob podniku, ktorých druhy boli uvedené vyššie. Materiál, resp. všetky zásoby, ktoré sú použité vo výrobe, sú pretvorené výrobným procesom na produkty, teda tovar, ktorý po skončení výroby prejde do fázy finalizácie.

Fázou finalizácie sa pritom rozumejú procesy, ktoré už nemenia charakter produktu a majú za cieľ pripraviť produkt na expedíciu mimo prostredia podniku. Môže ísť o procesy skladovania, produkcie, procesy balenia a prípravy na transport alebo iné procesy distribúcie.

Výrobný proces je spojený s viacerými operáciami, príp. sa realizuje na viacerých miestach (dielňach, prevádzkach, ...), či prebieha v rámci výrobného pásu, resp. na seba nadväzujúcich úkonoch. Právě toto rozdelenie výroby na jednotlivé časti je znázornené i na obrázkoch, kedy v každej časti, resp. pri každej operácii sa môže výrobok poškodiť. Tieto poškodené výrobky sa potom vyradia z ďalšieho procesu výroby.

Obrázok 3 ilustruje situáciu, kedy sa vo výrobnom procese všetky poškodené výrobky klasifikujú ako odpad, a tak sú po jednotlivých častiach výroby, výrobných operáciách, vyčlenené z ďalšej výroby a likvidované.

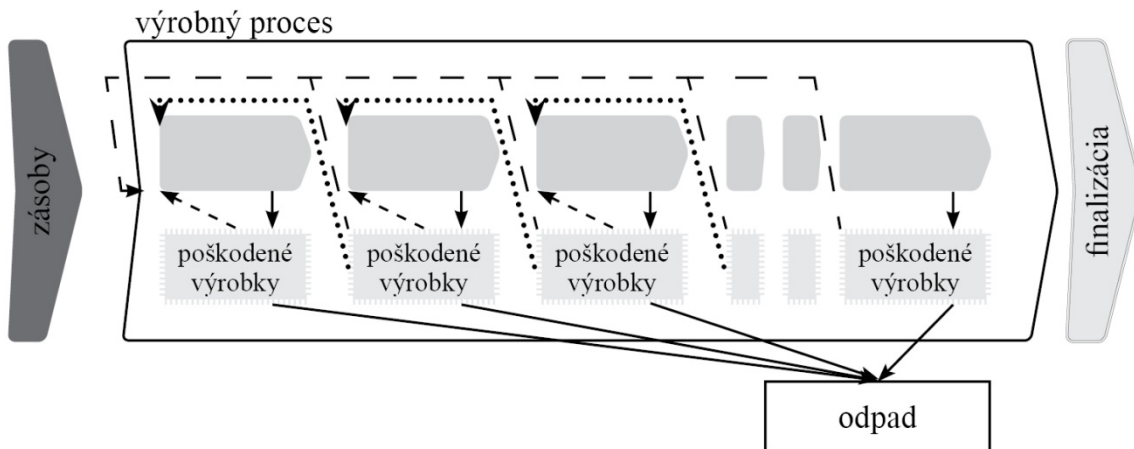


Obrázok 3 - Výrobný proces

Ako je možné vidieť na obrázku 3, podnik nemá s vytvoreným odpadom dodatočné náklady v rámci výrobného procesu. Avšak, ak je možné v rámci jednotlivých častí výroby kontrolovať poškodené výrobky bez radikálneho navýšenia dodatočných nákladov spojených s touto kontrolou, a charakter poškodenia výrobku umožňuje jeho opätovné prerobenie, je žiaduce využiť prvky reverznej logistiky. Zároveň sa vychádza z predpokladu, že miera odpadovosti pre danú časť výroby je rovnaká, bez ohľadu na fakt, či je produkt klasifikovaný ako odpad alebo určený na opätovné prerobenie.

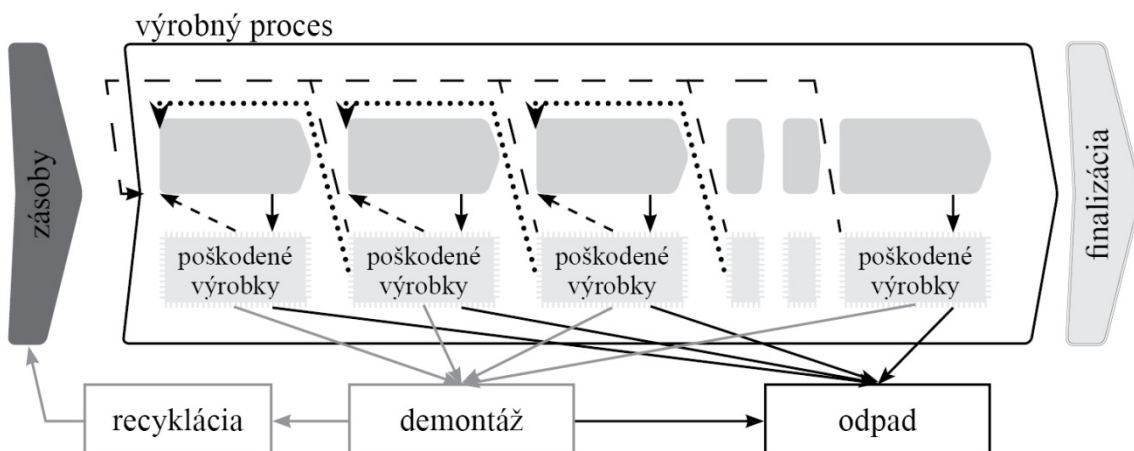
Na obrázku 4 je zobrazený proces opätovného prerobenia, kedy charakter poškodenia výrobku umožňuje jeho vrátenie do časti výroby, resp. výrobných operácií, ktorá predchádzala tej, v ktorej bol produkt poškodený (.....). Ak je ale možné výrobok opraviť v rámci danej časti výroby, v ktorej sa poškodil, tak sa výrobok vráti iba na začiatok tejto časti výroby, resp. výrobných operácií a opraví sa (- - -). Niekedy však môže byť poškodenie výrobku také, ktoré neumožňuje jeho opravu ani opätovné prerobenie v predchádzajúcej časti výroby, ale stále je možné výrobok opraviť, resp. prerobiť v niektorej časti výroby.

Vtedy sa tento poškodený výrobok vráti na začiatok výrobného procesu (---) a opätovne prejde všetkými časťami výroby, kde sa buď opraví, resp. prerobí alebo už bude definitívne vyradený z výroby ako odpad.



Obrázok 4 - Výrobný proces s opätovným prerobením

Na obrázku 5 je znázornený výrobný proces s opätovným prerobením spojený s využitím recyklácie. To znamená, že ak má podnik vo svojich možnostiach možnosť realizovať kontrolu poškodeného tovaru, tak sa predpokladá, že sa poškodený tovar dá triediť nie len na ten, ktorého charakter poškodenia umožňuje opätovné prerobenie a na odpad, ale zároveň ďalej triediť odpad na recyklovateľný a definitívny odpad. Odpad určený na recykláciu je ale spojený s dodatočnými nákladmi na demontáž materiálov z výrobkov. Práve tieto náklady nemusí podnik znášať vo svojej réžii a na recykláciu môže využiť externé prostredie.



Obrázok 5 - Výrobný proces s opätovným prerobením a recykláciou

ZÁVER

Využitie prvkov reverznej logistiky môže viesť k výraznému ušetreniu nákladov spojených s nákupom materiálu práve kvôli minimalizácii odpadu, čo má okrem ekonomického efektu i žiaduci ekologický efekt, ktorý môže byť prezentovaný ako "green image" podniku a mať pozitívny marketingový vplyv.

Na obrázkoch možno vidieť, že práve opätovné prerobenie a recyklácia znížila množstvo odpadu, ktoré by vzniklo z poškodených výrobkov. Vychádzajúc z faktu, že ten istý objem poškodených výrobkov, ktorý bol na obrázku 3 klasifikovaný ako odpad, je na obrázku 5 rozdelený na opätovné prerobenie a recykláciu, a až následne na odpad, pričom je zrejme, že množstvo odpadu je minimálne.

Použitá literatúra

BREZINA Ivan, ČIČKOVÁ Zuzana, GEŽÍK Pavel, PEKÁR Juraj: Modelovanie reverznej logistiky – optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009.

BREZINA, Ivan - GEŽÍK, Pavel - ČIČKOVÁ, Zuzana. Manažment reverznej logistiky. In Ekonomika a manažment : vedecký časopis Fakulty podnikového manažmentu Ekonomickej univerzity v Bratislave 2009. roč. 6, č. 1, s. 45-60.

DEKKER, R. - FLEISCHMANN, M. - INDERFURTH, K. - WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): *Reverse Logistics*. Berlin : Springer-Verlag, 2004.

PEKÁR, Juraj et al.: Modelovanie rozmiestňovania recyklačných centier. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2012.

THIERRY, M.C. An Analysis of the Impact of Product Recovery Management on Manufacturing Companies. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam. 1997

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 908 333360, email: pavelgezik@gmail.com

VYTVÁRANIE SIETE SPOTREBITEĽOV V PRÍPADE MONOPOLU

CUSTOMERS NETWORK IN CASE OF MONOPOLY

*Nora Grisáková**

Abstrakt

Predkladaný príspevok sa zaoberá stratégiou „rozdeľuj a panuj“ v prípade tvorby siete spotrebiteľov. Najprv zjednodušene opisujeme uvedenú stratégiu v prípade dvoch firiem na trhu – už etablovaného dodávateľa a novej firmy. Následne prijímame predpoklad iba jedného dodávateľa – monopolnej firmy skúmame jej cenové stratégie pre prípad dokonalej cenovej diskriminácie.

Kľúčové slová: *cenová diskriminácia, sieťové odvetvia, monopol*

Abstract

In presented paper we discuss a “divide and conquer” strategy for a case of customers network. In the beginning we describe this strategy for a case of two companies – on new company on the market and one already established company. Then we made an assumption of only one company on the market – monopoly case. For monopoly we study his price strategy for a case of third degree price discrimination.

Keywords: *price discrimination, network industries, monopoly*

1 SIEŤOVÉ ODVETVIA

Medzi najznámejšie sieťové odvetvia môžeme zaradiť odvetvia energetiky, telekomunikácií alebo pôšt. Niektoré zdroje zaraďujú medzi sieťové odvetvia napríklad aj maloobchodný predaj potravín, poisťné služby, distribúciu novín a časopisov (tzv. viacbodové distribučné kanály),

Zjednodušene môžeme sieťové odvetvie definovať ako množinu uzlov a spojovacích hrán organizovaných s cieľom distribúcie energie (elektrickej energie alebo tepla), informácií (napríklad hudba, dáta, obrázky) alebo materiálu (voda, nákladu, osôb, ...) (Crampes, 1997). Každý distribučný uzol môže byť počiatočným uzlom, z ktorého sieť vychádza a tak isto môže byť aj konečným uzlom, v ktorom sieť končí alebo môže byť uzlom cez ktorý sieť prechádza ďalej – t.j. plní úlohu prenosového uzla, skladového uzla, koordinujúceho uzla,.... . Crampes (1997) uvádza, že niektoré siete sú tzv. jednosmerné (ako napríklad plyn, káblová televízia, dodávky vody,), iné môžu byť dvojstranné (ako napríklad doprava cestujúcich alebo telefónne služby).

Môžeme povedať, že podstatou siete je, že takmer všetky dvojice uzlov môžu byť spojené viac ako jednou hranou. To znamená, že vzdialenosť medzi počiatočným a konečným uzlom nemusí byť v každom prípade totožná. Táto skutočnosť má organizačné výhody, ale ta tiež môže znamenať nákladné nevýhody ak toky v sieti nie sú dokonale kontrolované. Za spoločný rys sieťových odvetví môžeme považovať to, že toky tovarov a služieb môžu byť dobre premiestnené medzi akýmkoľvek dvoma uzlami v sieti. (Crampes, 1997)

* Článok je výstupom riešenia grantovej úlohy MŠ SR VEGA č. 1/0488/12 Teória regulácie monopolov na nadnárodných trhoch dominantných subjektov sieťových odvetví v prostredí s vysokým stupňom koncentrácie

2 KONKURENCIA V SIEŤOVÝCH ODVETVIACH A CENOVÁ DISKRIMINÁCIA

Cenová diskriminácia vytvára prostredie, v ktorom je priestor pre uskutočňovanie agresívnych stratégií, ktoré podporujú spájanie sa spotrebiteľov za účelom využívania trhových externalít. Takáto stratégia umožňuje firme v sieťovom odvetví previesť časť koordinačných problémov na cieľových spotrebiteľov. (Innes a Sexton, 1993)

Situáciu v sieťových odvetviach môžeme prirovnať ku konkurenčnej hre medzi firmou s vybudovanou sieťou a firmou vytvárajúcou si vlastnú sieť, pričom už etablovaná firma využíva výhody zo svojho pôsobenia na trhu (ide hlavne o vytvorené dobré meno podniku). Zákazníkov takýchto spoločností môžeme rozdeliť do niekoľkých skupín za účelom použitia cenovej diskriminácie tretieho stupňa. Každá firma na trhu si vytvára sieť spotrebiteľov, pričom pri použití tretieho stupňa cenovej diskriminácie vieme pozorovať určité efekty firemných stratégií v rámci skupiny spotrebiteľov, tzv. intra-groups effect a efekty mimo skupiny spotrebiteľov tzv. inter-group effect. Rôzne skupiny spotrebiteľov môžu mať rôzne ohodnotenia tovarov a taktiež môžu rôzne hodnotiť svoje pôsobenie v inej skupine v rámci siete (Jullien, 2001). Predpokladáme, že spoločnosti si môžu získať spotrebiteľov prostredníctvom ponúknutia určitých výhod – či už je to výhodná cena, lepšia kvalita, Toto núti už etablované firmy na trhu k stanoveniu priemerných cien pre jednotlivé skupiny spotrebiteľov na nižšej úrovni ako by bola jednotná cena. Z toho vyplýva, že je takmer nemožné zachytiť v rovnováhe nadbytok generovaný prostredníctvom externalít v rámci skupiny.

V prípade vytvárania siete spotrebiteľov, každý jednotliviec nie je len spotrebiteľom, ale aj výrobným vstupom, ktorý odzrkadľuje skutočnosť, že jeho účasť na tvorbe siete vytvára hodnotu pre ostatných zákazníkov. Ako výrobný vstup je spotrebiteľ obmedzeným zdrojom. Firmy sa v tomto prípade snažia získať čo najviac spotrebiteľov, ale v tom istom čase sa snažia získať čo najviac vstupov. Cenová diskriminácia zhoršuje túto dvojitú podstatu konkurencie tak, že umožní firmám rozhodnúť sa, ktorí jednotlivci budú lepšími vstupmi ako spotrebiteľmi. (Economides, 1996)

3 PRINCÍP ROZDEĽ A PANUJ

Princíp rozdeľuj a panuj môžeme pre prípad siete spotrebiteľov jednoducho popísať nasledovne: Predpokladajme, že existujú dve firmy I a C, ktoré majú nulové náklady a usilujú sa získať dvoch zákazníkov A a B. Ďalej predpokladajme, že obaja spotrebiteľia si rovnako cenia tovary oboch výrobcov (spotreba tovaru od jednej firmy im prináša taký istý úžitok, ako spotreba tovaru druhej firmy), a že spotrebiteľia získajú vyššiu hodnotu (v), ak si obaja zvolia tú istú firmu. Pri rovnakých cenách tovarov, existuje rovnováha, v ktorej jedna firma (napríklad I) predá tovary obom spotrebiteľom za cenu v . Príčina výberu jednej firmy oboma spotrebiteľmi spočíva v tom, že obaja sú presvedčení, že ten druhý si vyberie firmu I. Ani jeden nebude ochotný vybrať druhú firmu (C), nakoľko ich spoločný výber znižuje cenu o hodnotu v . Teraz predpokladajme, že firmy môžu uplatniť cenovú diskrimináciu spotrebiteľov. Firma I ponúka svoje tovary naďalej za jednotnú cenu p . Firma C sa ale rozhodne ponúknuť cenu $p-v$ (rozdeľuj) spotrebiteľovi A a cenu $p+v$ (panuj) spotrebiteľovi B. Pri takýchto cenách si spotrebiteľ A vyberie firmu C bez ohľadu na to, ktorú firmu si vyberie spotrebiteľ B. Toto rozhodnutie predstavuje dominantnú stratégiu spotrebiteľa A. Rozhodnutie spotrebiteľa B je potom medzi nákupom od firmy I (pričom od nej bude nakupovať sám), alebo nakupovať spolu so spotrebiteľom A od firmy C. Ak si vyberie hociktorú firmu, je ochotný obetovať hodnotu v . Firma C v tomto prípade získa obidvoch

spotrebiteľov bez ohľadu na proces, ktorý rozdeľuje spotrebiteľov a získava zisk na úrovni 2p (Jullien, 2001).

Rozdeľovanie zákazníkov do skupín a silná konkurencia pri ich získavaní má niekoľko dôsledkov. Jeden z nich nastáva v prípade, ak je sieťový efekt v rámci skupiny malý a ak je možnosť dokonalej cenovej diskriminácie. V tomto prípade budú na tom obe firmy lepšie ak budú ponúkať kompatibilné tovary, aj keď jedna z nich bude mať výhodu dobrej povesti na trhu (výhodu svojho predchádzajúceho pôsobenia na trhu). Pri takmer dokonalej cenovej diskriminácii sú firmy s nekompatibilnými sieťami extrémne agresívne pri tvorbe svojho trhového podielu, pokiaľ je možné zachytiť dodatočný nadbytok tvorený sieťovým efektom spotrebiteľov.

Ďalším dôsledkom môže byť, že cenová diskriminácia znižuje stupeň zotrvačnosti, ktorá sa vyskytuje v sieti spotrebiteľov, t.j. znižuje ochotu ostať v danej skupine ako aj bariéry vstupu. Cenová diskriminácia môže byť aj zdrojom zvýšenej hybnosti pri prechode spotrebiteľov medzi súperiacimi sieťami, ak sa im zdá byť pôvodná skupina neefektívna. Toto je v rozpore s bežným výsledkom, pretože model je riešený pri predpoklade, že je vytváraný prebytok hybnosti ak je cena vo všetkých sieťach rovnaká. Aj ak niektorá firma ponúka vyššiu kvalitu, môže zlyhať pri pokrývaní trhu (zväčšovaní svojho trhového podielu). Dôvod môže byť v tom, že nová firma prichádzajúca na trh môže zachytiť vnímanie hodnoty prostredníctvom stratégie rozdeľuj a panuj (Julien, 2000).

3.1 Cenová diskriminácia monopolu

Predpokladajme jediného dodávateľa tovarov (I) s nulovými výrobnými nákladmi. Ponúkaný tovar je spotrebovávaný rôznymi skupinami spotrebiteľov (J). Každá z týchto skupín je tvorená niekoľkými spotrebiteľmi s rovnakými vlastnosťami. Počet spotrebiteľov v každej skupine (J) je m_j . Vnímaná hodnota tovaru je rôzna pre všetky typy spotrebiteľov. Označme v_j hodnotu tovaru pre j -teho spotrebiteľa. Ak je spotrebiteľ zaradený v určitej skupine, môže ohodnotiť svoje možné členstvo v inej skupine rôzne. Ďalej označme $a_{jl}n_l$ ohodnotenie pôsobenia j -teho spotrebiteľa v skupine n_l , kde a_{jl} je nezáporná konštanta (n_j predstavuje všetkých spotrebiteľov, ktorí nakupujú tovary monopolu). Ak $a_{jj} = 0$ a $m_j = 1$ predstavuje prípad jedného spotrebiteľa a dokonalú cenovú diskrimináciu. Užitočnosť, ktorú dosahuje spotrebiteľ pri spotrebe tovaru môžeme zapísať ako

$$v_j + \sum_{l=1}^J a_{jl}n_l$$

Monopol môže stanoviť rôzne ceny pre každú skupinu spotrebiteľov ($P = \{p_1, \dots, p_J\}$), pri ktorých sa každý jeden spotrebiteľ môže rozhodnúť, či tovar kúpi alebo nie. Maximálna cena, ktorú môže monopol stanoviť je

$$p_{max} = v_j + \sum_{l=1}^J a_{jl}m_l$$

Pri tejto cene sa každý spotrebiteľ rozhodne pre kúpu tovaru iba ak predpokladá, že sa všetci ostatní spotrebiteľia rozhodnú rovnako. Ak by rovnovážna cena bola pod touto maximálnou cenou, to, či je monopol schopný pri maximálnej cene predať svoj tovar alebo nie, závisí od koordinácie spotrebiteľov. Pre tento prípad totižto existuje ďalšia možná rovnováha a to, že ani jeden zo spotrebiteľov nebude u monopolu nakupovať.

4 ZÁVER

Predchádzajúcu analýzu môžeme zovšeobecniť nasledovne: ak je cena stanovená monopolom vyššia ako ohodnotenie tovaru spotrebiteľom ($p_j \geq v_j$, pre všetky j), môže nastať situácia, kedy monopol nepredá svoje tovary. To znamená, že ak spotrebiteľia smerujú k tomu, že od monopolu nebudú nakupovať, musí monopol stanoviť aspoň pre jednu skupinu cenu nižšiu ako v_j .

Napríklad, ak $p_1 < v_1$, členovia prvej skupiny sa rozhodnú pre nákup tovaru bez ohľadu na to, ako sa rozhodnú členovia ostatných skupín spotrebiteľov. Ak sa rozhodne stanoviť pre druhú skupinu cenu vyššiu ako v_2 , to znamená že cena bude $p_2 < v_2 + a_{21}m_1$. V tomto prípade členovia druhej skupiny sa rozhodnú pre nákup iba ak spotrebiteľia prvej skupiny nakúpia. Na základe uvedeného môžeme povedať, že monopol môže rozdeliť trh stanovením cien na úrovni $p_j = v_j + \sum_{l < j} a_{jl}m_l$.

Použitá literatúra

1. BENSALID, B., LESNE, J. P. 1996. Dynamic Monopoly Pricing with Network Externalities, International Journal of Industrial Organization, vol. 14
2. CABRAL, L., SALANT, D., WOROCH, G. 1999: Monopoly Pricing with Network Externalities, International Journal of Industrial Organization, vol. 17.
3. CRAMPES, C. 1997. Network Industries and Network Goods (Introductory chapter to a study for the European Commission), IDEI working paper
4. ECONOMIDES. 1996: The Economics of Network, International Journal of Industrial Organisation, vol. 14
5. INNES, R., SEXTON, R. 1993: Customer Coalitions, Monopoly Price Discrimination and Generic Entry Deterrence, European Economic Review, vol. 37
6. JULLIEN, B. 2000. Competing with Network Effects and Price Discrimination, Insuarial Organisation, Centre for Economic Policy Research, working paper no. 2883
7. JULLIEN, B. 2001. Competing in Network Industries: Divide and Conquer, IDEI working paper, no. 112
8. KATZ, M., SHAPIRO, K. 1985. Network Externalities, Competition and Compatibility, American Economic Review, vol. 75.

Kontaktné údaje

Ing. Nora Grisáková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového manažmentu

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: nora.grisakova@euba.sk

Optimalizační modelování v jazyce Python s využitím balíčku PuLP

Optimization Modeling in Python using PuLP package

Karel Charvát

Abstrakt

Článek představuje modelovací knihovnu PuLP pro jazyk Python. Několik jednoduchých ukázek zahrnujících popis základních prvků jazyku Python a knihovny PuLP slouží jako stručný návod pro optimalizační modelování s použitím tohoto nástroje. V závěru je posouzena možnost využití PuLP při výuce předmětů zaměřených na matematické programování i pro jiné účely.

Klíčová slova: optimalizační modelování, PuLP, návod, ukázky

Abstract

The paper introduces a modeling library PuLP for Python. A few simple examples including a description of the basic elements of the Python language and PuLP library serves as a brief guide for optimization modeling using this tool. In conclusion the possibility of using PuLP in courses focused on mathematical programming and for other purposes is briefly evaluated.

Keywords: optimization modeling, PuLP, guide, examples

1 Úvod – Balíček PuLP a jazyk Python

V posledních deseti letech začaly být intenzivně vyvíjeny a distribuovány různé open source nástroje pro matematické programování. Mezi těmito nástroji můžeme nalézt modelovací jazyky včetně vývojových prostředí, knihovny rozšiřující běžně používané programovací jazyky o možnosti řešení úloh matematického programování, i optimalizační řešitele.

V této práci se zaměřím na balíček PuLP [1], který je jedním z několika různých modelovacích balíčků pro jazyk Python. Po stručném představení budou popsány předpoklady pro jeho instalaci a spuštění programových ukázek, dále bude následovat několik příkladů ilustrujících využití balíčku a v závěru bude zhodnocena jeho využitelnost.

Zdrojové kódy ukázek použité v článku jsou ke stažení na http://charvat.k.sweb.cz/priloha_pulp.zip.

PuLP je balíček určený pro práci s lineárními a celočíselně lineárními modely, je vyvíjen v rámci iniciativy COIN-OR [2] a šířen pod licencí MIT. Tento balíček rozšiřuje Python o moduly určené pro celočíselné lineární programování a rozhraní pro interakci s optimalizačními řešiteli. Podporovanými řešiteli jsou CBC, GLPK, CPLEX a GUROBI. [1] První dva řešitelé jsou šířeny jako open source, zbývající patří mezi komerční produkty.

Výchozím řešitelem, který je dodáván přímo s balíčkem PuLP, je CBC, který bývá s oblibou využíván i v rámci jiných open source projektů, například v doplňku OpenSolver pro MS Excel. Ostatní řešitele je v případě potřeby nutno nainstalovat samostatně.

Dle výsledků různých benchmarků [3] patří CBC mezi špičku na poli open source optimalizačních řešitelů a jeho výkonnost je postačující pro mnoho reálných úloh. Výkonnosti profesionálních produktů jako CPLEX nebo GUROBI se však pochopitelně nevyrovná.

Před podrobnější seznámením s balíčkem PuLP považuji za vhodné nejprve stručně představit jazyk Python.

Python [4] je dynamický interpretovaný objektově orientovaný skriptovací programovací jazyk vyvíjený jako open source od roku 1991. Instalační balíčky jazyku Python jsou zdarma dostupné pro většinu běžných platform (Unix, Windows, Mac OS). Většina distribucí systému Linux dokonce obsahuje Python jako součást základní instalace. Ačkoliv je Python někdy označován jako skriptovací jazyk, umožňuje i tvorbu plnohodnotných aplikací včetně uživatelského rozhraní. Jedná se o víceparadigmatický jazyk umožňující využít procedurální i objektově orientovaný přístup.

Využívá-li programátor pouze přenositelné knihovny, programy vytvořené v jazyku Python jsou přenositelné mezi jednotlivými podporovanými platformami.

Jednou z priorit jazyky Python je jednoduchost a čitelnou kódu. Zvládnutí základů jazyka nutných pro využití knihovny PuLP a řešení typových úloh celočíselného lineárního programování zabere uživateli s předchozí základní znalosti jakéhokoliv programovacího jazyka a modelovacích nástrojů jako LINGO nebo MPL maximálně několik hodin.

I přesto však instalace a zahájení práce s PuLP vyžaduje na počátku větší časovou investici, než například instalace a zahájení práce například se systémem LINGO. Různé nástroje, které uživatel hodlá při práci využít, je totiž nutné instalovat samostatně. Množství tohoto času je samozřejmě závislé na výchozím programovém vybavení počítače a dalších balíčcích pro jazyk Python, které uživatel hodlá při práci s jazykem Python využívat.

Nutným minimem pro instalaci a činnost PuLP je jazyk Python verze 2.5 nebo vyšší.

Moduly jazyka Python je totiž možné vytvářet i pomocí obyčejného textového editoru, uložit jako soubory s příponou `.py` a následně spustit pomocí interpreteru Pythonu.

Pro rozumnou míru komfortu při modelování je však vhodné instalovat i nějaké z dostupných vývojových prostředí pro jazyk Python, například Eclipse s pluginem PyDev.

Nutnost instalace dalších komponent závisí především na tom, k jakým účelům hodlá uživatel matematické modely používat, na povaze a formátu vstupních dat nebo na požadovaném formátu výstupů.

Balíček PuLP neobsahuje například funkce pro práci se sešity aplikace Excel, nebo databázemi. K účelům načítání a exportu dat je tedy nutné využít součástí zahrnuté do

základní distribuce jazyku Python, či nejrůznější moduly a balíčky třetích stran, pokud nejsou metody pro práci s daným datovým zdrojem přímo podporované základní distribucí.

2 Předpoklady použití balíčku

2.1 Vyžadované nástroje

Ukázky kódu z následující kapitoly vyžadují pro své spuštění tento software:

- Python verze 2.7.3
- balíček PuLP 1.5.1
- balíček OpenPyXL 1.5.7
- vlastní modul `excle_range.py`

Nejprve nainstalujeme jazyk Python 2.7.3, který je ke stažení na <http://www.python.org/download/>.

Dále nainstalujeme balíček PuLP 1.5.1, který je na webu <http://pypi.python.org/pypi/pulp> k dispozici včetně dokumentace a instalačních pokynů.

Pro práci se soubory aplikace Excel je v ukázkách použit balíček OpenPyXL 1.5.7 využíván prostřednictvím mého vlastního modulu `excel_range.py` pro práci s pojmenovanými oblastmi v sešitech. OpenPyXL je k dispozici na <http://packages.python.org/openpyxl/> a modul `excel_range.py` se nachází mezi soubory se zdrojovými kódy ukázek. Modul umístíme do adresáře s programovými ukázkami, nebo do adresáře, na který odkazuje systémová proměnná `PYTHONPATH`.

Správná funkčnost ukázek při použití nižších verzích tohoto softwaru není vyloučena, ale jelikož bylo testování provedeno v uvedených verzích, nemůže být ani zaručena.

2.2 Spouštění ukázek v systému Windows

Programové ukázky je možno spustit několika způsoby. Základní způsob je spuštění modulu z příkazového řádku. Aktivujeme adresář, ve kterém se modul nachází, a zadáme příkaz ve tvaru:

`jmeno_modulu.py`

Editaci souborů s modely je možno provádět například pomocí poznámkového bloku, protože soubory s koncovkou `.py` jsou prostý text.

Soubory je však možno spouštět i z některých vývojových prostředí jazyku Python. Programové ukázky této práce byly vytvořeny pomocí aplikace Eclipse a pluginu PyDev. Pro jejich otevření je však možno zvolit i libovolné jiné vývojové prostředí.

Zvýraznění syntaxe ukázek použitých v této práci bylo dosaženo pomocí právě pomocí aplikace Eclipse s uvedeným pluginem.

Eclipse je možno stáhnout z <http://www.eclipse.org/downloads/>. Plugin Pydev lze dle pokynů na: http://pydev.org/manual_101_install.html stáhnout a nainstalovat přímo z prostředí aplikace Eclipse.

3 Základy tvorby modelů

Jelikož je knihovna PuLP určena pro jazyk Python, kromě datových typů a funkcí obsažených v knihovně PuLP při modelování využíváme datové typy i řídicí struktury tohoto jazyku.

Základní nástin syntaxe jazyka Python bude spojen s ukázkami modelů. Vysvětlení jednotlivých prvků jazyku však bude zjednodušeno na míru nutnou pro pochopení ukázek. Pro podrobnější seznámení můžete nahlédnout do [5].

Pro úvodní seznámení s knihovnou PuLP zvolíme jednoduchou ukázkovou úlohu výrobního plánování z oblasti optimalizace produkce čajových směsí, jejíž matematický model můžeme zapsat ve tvaru:

maximalizovat

$$z = 30x_1 + 24x_2$$

za podmínek

$$0,5x_1 + 0,2x_2 \leq 5000$$

$$0,5x_1 + 0,5x_2 \leq 8000$$

$$0,2x_2 \leq 3600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3.1 Ukázka přímého zápisu

Nejprve použijeme přímý zápis úlohy, následně přejdeme k formulaci využívající zápis pomocí indexovaných položek a modelovacího jazyku.

```
#import vseh importovatelných prvku z balicku PuLP
from pulp import *

#Vytvoreni problemu
prob = LpProblem("Production planning", LpMaximize)

#Definice Promenných
x1=LpVariable(name="zlaty", lowBound=0, cat="Continuous")
x2=LpVariable(name="granat", lowBound=0, cat="Continuous")

#Ucelova funkce
prob+=30*x1+24*x2, "Celkovy zisk"
```

```

#Omezující podmínky
prob+=0.5*x1+0.2*x2<=5000,"čínský čaj"
prob+=0.5*x1+0.5*x2<=8000,"indický čaj"
prob+=0.3*x2<=3600,"cejlonský čaj"
#Vyřešení problému
prob.solve()
#Tisk výstupu
print "Status je:",LpStatus[prob.status]
print "Optimální produkce je:"
print x1.name, " ",value(x1),"tun"
print x2.name, " ",value(x2),"tun"
print "Bude dosažen zisk: ",value(prob.objective)," korun"

```

V úvodu pomocí příkazu:

```
from pulp import *
```

importujeme všechny importovatelné prvky z balíčku PuLP.

Následuje vytvoření problému, které probíhá prostřednictvím vytvoření objektu třídy *LpProblem*. Na tento objekt budeme dále odkazovat pomocí proměnné pojmenované *prob*.

Obecná struktura příkazu je takováto:

```
problem=LpProblem(name="NoName", sense=LpMinimize)
```

První parametr udává jméno problému a druhý typ účelové funkce. Pro minimalizaci zadáme *LpMinimize* (toto je výchozí hodnota, která je použita, pokud je parametr vynechán) a pro maximalizaci *LpMaximize*.

Následuje vytvoření proměnných.

```
x1=LpVariable(name="zlaty",lowBound=0,cat="Continuous")
x2=LpVariable(name="granat",lowBound=0,cat="Continuous")
```

Syntaxe vytvoření proměnné je následující:

```
promenna=LpVariable(name, lowBound=None, upBound=None, cat=„Continuous“)
```

Je třeba zmínit, že *promenna* je v tomto případě identifikátorem instance třídy *LpVariable*. Parametr *name* (jediný povinný) je pouze jednou z vlastností této instance. Nemůže tedy sloužit přímo pro odkazování na danou proměnnou. Význam může mít například při sestavování výsledkové zprávy. Stejně pravidlo platí pro parametr *name* také v souvislosti s názvem problému, účelové funkce i omezujících podmínek.

Parametr *lowBound* má význam dolní meze. Jelikož výchozí hodnotou pro tento parametr je minus nekonečno, pro proměnné s požadavkem nezápornosti je třeba zvolit hodnotu 0. Parametr *upBound* značí horní mez hodnoty proměnné a výchozí hodnota je nekonečno. Pomocí parametru *cat* volíme typ proměnné. Výchozí hodnota parametru je "Continuous" pro spojitě proměnné. Chceme-li proměnnou nastavit jako celočíselnou, zvolíme "Integer", v případě binární proměnné nastavíme tento parametr na "Binary".

Dále následuje sestavení účelové funkce. Obecný tvar příkazu je:

problem+=Účelová funkce, "Název funkce"

Přidáme omezující podmínky pomocí příkazů ve tvaru:

problem+=Omezující podmínka, "Název podmínky"

Sestavený model vyřešíme pomocí příkazu:

```
prob.solve()
```

nebo obecně:

jmeno_problemu.solve(solver=None, **kwargs)

Pro podrobnosti ohledně volby řešitele a nastavení jeho parametrů doporučuji nahlédnout do dokumentace [1].

Zbývající řádky ukázky kódu slouží pro výpis výsledků.

Vlastnost `status` instance třídy `LpProblem` vrací číselnou hodnotu přiřazenou danému statusu.

Pomocí konstrukce:

status_ulohy=LpStatus[problem.status]

získáme textový popis statusu spojená s danou číselnou hodnotou. Možné výsledky jsou uvedeny v následující tabulce:

Číselná hodnota	Slovní popis
1	Optimal
0	Not Solved
-1	Infeasible
-2	Unbounded
-3	Undefined

Pro přístupu k hodnotám proměnných použijeme funkci `value()` ve struktuře:

hodnota=value(promenna)

Pro získání hodnoty účelové funkce použijeme příkaz:

hodnota=value(problem.objective)

Příkaz `print` slouží stejně jako v mnoho jiných programovacích jazycích jako standardní výstup. Výše uvedená ukázka modelu zahrnuje použití tohoto příkazu pro textové řetězce, vlastnosti objektů, i hodnoty proměnných. Jednotlivé položky za příkazem `print` oddělujeme čárkou.

Výsledkem spuštění ukázky bude tento výstup:

```
Optimalini produkce je:  
zlaty 6000.0 tun  
granat 10000.0 tun  
Bude dosazen zisk: 420000.0 korun
```

3.2 Základní prvky modelovacího jazyku

Následující ukázka obsahuje model stejné úlohy sestavené sestavený s použitím modelovacího jazyku. Je třeba dodat, že uvedený způsob je pouze jedním z mnoha různých způsobů, jak tento model vytvořit. V některých místech je možné využít zcela jiné konstrukce a datové typy jazyku Python i knihovny PuLP. Tento způsob byl zvolen proto, že ho považují za nejuniverzálnější. V určitých případech však budou nastíněny i jiné možnosti.

```
#import vseh importovatelných prvku z balicku PuLP  
from pulp import *  
  
#Vytvoreni problemu  
prob = LpProblem("Production planning 2", LpMaximize)  
  
#vytvoreni seznamu nazvu zdroju a produktu  
jmena_zdroju = ["cinsky caj", "indicky, caj", "cejlonsky caj"]  
jmena_produkty = ["zlaty", "granat"]  
  
#vlozeni  
zisk = [30, 24]  
mnozstvi_zdroju = [5000, 8000, 3600]  
spotreba_zdroju = [[0.5, 0.2], [0.5, 0.5], [0, 0.3]]  
  
#vytvoreni rozsahu pro jednotlivé indexy  
rozsah_produkty = range(len(jmena_produkty))  
rozsah_zdroje = range(len(jmena_zdroju))  
  
produkty = [LpVariable(lowBound=0, cat="Continuous", name=jmena_produkty[j]) \  
             for j in rozsah_produkty]  
  
#Ucelova funkce  
prob += lpSum([zisk[j]*produkty[j] for j in rozsah_produkty])  
  
#Omezujici podmíny  
for i in rozsah_zdroje:  
    prob += lpSum([spotreba_zdroju[i][j]*produkty[j] for j in rozsah_produkty]) \  
            <= mnozstvi_zdroju[i], jmena_zdroju[i]  
  
#Vyreseni problemu  
prob.solve()  
  
#Tisk vystupu  
print "Status je:", LpStatus[prob.status]  
print "Optimalini produkce je:"  
for promenna in prob.variables():  
    print promenna.name, " ", value(promenna), " tun"  
print "Bude dosazen zisk: ", value(prob.objective), " korun"
```

Úvodní příkazy pro import a vytvoření modelu jsou stejné jako v předchozím případě.

Následují vytvoření názvů jednotlivých zdrojů.

```
jmena_zdroju=["cinsky caj", "indicky,caj", "cejlonsky caj"]
```

Na tomto místě se setkáváme s jedním ze sekvenčních datových typů jazyku Python nazývaným anglicky *list* nebo českým ekvivalentem *seznam*.

Užití tohoto typu je v mnoha ohledech podobné využití datového typu *array* jiných jazyků. Seznamy v jazyku Python jsou indexovány od hodnoty 0.

K jednotlivým položkám seznamu můžeme přistupovat pomocí příkazů ve tvaru:

```
polozka=nazev_seznamu[index]
```

kde *index* je celé číslo udávající pořadí prvku v seznamu.

Výsledkem příkazu:

```
print jmena_zdroju[0]
```

tedy bude:

```
cinsky caj
```

Stejným způsobem vytvoříme seznam názvů produktů:

```
jmena_produkty=["zLaty", "granat"]
```

Pomocí seznamů vložíme i vstupní data:

```
zisk=[30,24]
mnozstvi_zdroju=[5000,8000,3600]
spotreba_zdroju=[[0.5,0.2],[0.5,0.5],[0,0.3]]
```

V případě proměnné *spotreba_zdroju* je vytvořen dvojrozměrný seznam. Řady čísel ve vnořených závorkách představují jednotlivé řádky matice strukturních koeficientů

K jednotlivým položkám potom přistupujeme pomocí příkazu:

```
polozka=nazev_seznamu[index1][index2]
```

Pomocí následujících příkazů vytvoříme rozsahy hodnot pro jednotlivé indexy:

```
rozsah_produkty = range(len(jmena_produkty))
rozsah_zdroje = range(len(jmena_zdroju))
```

Pomocí funkce *len()* zjišťujeme počet prvků seznamu, který je zadán jak argument funkce *range()*. Funkce *range()* použita ve tvaru:

```
seznam=range(n)
```

slouží k vytvoření seznamu po sobě jdoucích celých čísel od 0 do $n - 1$.

Proměnná *rozsah_produkty* tedy bude obsahovat seznam čísel [0,1] a proměnná *rozsah_zdroje* seznam [0,1,2]. Jelikož při přístupu k prvkům seznamu musíme jako index použít celé číslo, poslouží nám tyto seznamy pro přístup jednotlivým položkám seznamů vstupních data proměnných.

Vytvoříme proměnné modelu. V tomto případě vytváříme indexované proměnné jako seznam:

```
produkty=[LpVariable(lowBound=0, cat="Continuous", name=jmena_produkty[j]) \
for j in rozsah_produkty]
```

Znak \ na konci řádku slouží k označení skutečnosti, že příkaz pokračuje na dalším řádku.

Tento způsob tvorby seznamu, který je obecně použitelný i pro jakýkoliv účely nesouvisející s optimalizačním modelováním, je nazýván *List Comprehensions*.

Struktura příkazu pro vytvoření seznamu proměnných je:

```
seznam_promennych=[LpVariable(argumenty) for index in rozsah]
```

kde *rozsah* je seznam obsahující jednotlivé hodnoty indexu.

K jednotlivým proměnným potom přistupujeme pomocí příkazu:

```
promenna= seznam_promennych[index]
```

Chceme-li vytvořit dvojrozměrný seznam proměnných odpovídající uspořádání do matice (například pro účely dopravního problému), použijeme způsob nazývaný *Nested List Comprehensions*.

```
seznam_promennych=[[LpVariable(argumenty) \
for index_2 in rozsah_2] for index_1 in rozsah_1]
```

kde *rozsah_1* je počet řádků matice a *rozsah_2* počet sloupců matice.

K jednotlivým položkám potom budeme přistupovat pomocí příkazu ve tvaru

```
promenna = seznam_promennych[index_1][index_2]
```

Kromě tohoto způsobu je možné pro tvorbu indexovaných proměnných využít i metodu *dicts()* třídy *LpVariable*. importované z modulu *pulp*.

```
produkty=LpVariable.dicts(lowBound=0, indexs=rozsah_produkty, \
cat="Continuous", name="produkt")
```

Obecně lze takové vytvoření proměnných zapsat pomocí příkazu

```
seznam_promennych=LpVariable.dicts(name, indexs, lowBound=None, \
upBound=None, cat="Continuous")
```


Parametr *indexs* obsahuje seznam, či seznamy možných hodnot indexů proměnných. Pokud se jedná o proměnné s dvojitým indexováním, parametr *indexs* zapisujeme ve tvaru

```
indexs = (seznam_1,seznam_2)
```

Ačkoliv jsou oba uvedené způsoby tvorby indexovaných proměnných podobné a v samotné formulaci modelu můžeme ve většině případů s proměnnými vytvořenými kterýmkoliv z těchto způsobů zacházet stejně, existují zde určité odlišnosti. V prvním případě jsou proměnné uspořádány do datové struktury *list*, ve druhém případě do struktury *dict*.

I k jednotlivým proměnným uloženým do struktury *dict* můžeme přistupovat pomocí příkazu:

```
promenna = seznam_promennych[index]
```

I případě více indexů je rovněž možno použít stejný přístup jako u struktury *list*.

Na rozdíl od struktury *list* můžeme v případě *dict* jako hodnoty indexů použít i jiné datové typy než celá čísla. Podrobnější vysvětlení těchto datových struktur však přesahuje rámec tohoto příspěvku.

Pro účely modelování pomocí balíčku *PuLP* narazíme na hlavní odlišnosti při zadávání některých parametrů proměnných.

V případě vytváření pomocí struktury *list* máme možnost již ve fázi vytváření proměnných nastavit pro každou vytvořenou proměnnou odlišné parametry. *lowBound*, *upBound* a *name*. Toto může být v některých případech nevýhoda, protože 2 proměnné nemohou mít stejný parametr *name* a je tedy třeba předem připravit seznam jmen proměnných, nebo vnořit do příkazu pro tvorbu argumentů vytvoření jména pomocí spojení textového řetězce a indexů.

Pokud chceme seznam pro parametr *name* vygenerovat pouze pomocí zřetězení jednoho názvu a indexů, můžeme vytvoření provést například takto:

```
seznam_name=["jmeno_promenna" +str(index) for index in rozsah]
```

V případě vytváření pomocí metody *dicts()* mají všechny takto vytvořené proměnné shodné hodnoty parametru *lowBound* a shodné hodnoty parametrů *upBound*.

Chceme-li nastavit odlišné meze pro jednotlivé proměnné, musíme tak učinit až po vytvoření.

Unikátní hodnota parametru *name* je pro každou proměnnou vytvořena automaticky spojením parametru *name* který je použit v metodě *dicts()* a hodnot indexů. Pokud jsou hodnoty mezi obsaženy v seznamu, můžeme úpravu horních mezí provést tímto způsobem.

```
for index in rozsah: seznam_promennych[index].upBound=seznam_horni[i]
```

Analogicky můžeme provést i úpravu dolních mezí.

Vytvoříme účelovou funkci modelu:

```
prob+=lpSum([zisk[j]*produkty[j] for j in rozsah_produkty])
```

V účelové funkci je použita sumační funkce `lpSum()`, kterou je možno využívat i v omezujících podmínkách. Struktura funkce `lpSum()` je následující:

```
lpSum([lineární výraz for index_1 in rozsah_1 for index_2 in \  
rozsah_2 ... for index_n in rozsah_n podmínka_pro_indexy])
```

Dále vytvoříme omezující podmínky.

```
for i in rozsah_zdroje:  
    prob+=lpSum([spotreba_zdroju[i][j]*produkty[j] for j in rozsah_produkty]) \  
    <=mnozstvi_zdroju[i],jmena_zdroju[i]
```

Způsobů jak vytvořit skupiny podmínek jedním příkazem je více. Ve většině případů pro tento účel nejlépe poslouží cyklus `for`. Cyklus `for` při tvorbě podmínek můžeme obecně popsat tímto způsobem:

```
for index in rozsah:  
    podmínka pro index:  
    problem+=omezující podmínka,název
```

V jazyku Python jsou vymezujeme příkazy patřící do určitého bloku v rámci podmínky nebo cyklu pomocí pouhého odsazení mezerami. Odsazení musí být stejné pro všechny příkazy v daném bloku. Je doporučeno používat odsazení 4 znaky.

Podmínka pro index můžeme tvořit například pomocí `if` a logických spojek `and`, `or` a relačních operátorů jazyku Python. Obecnou konstrukci takové podmínky můžeme popsat následujícím způsobem:

```
if index_1 relační_operátor hodnota logická spojka ... \  
index_n relační_operátor hodnota:
```

Následuje vyřešení úlohy a zjištění statusu řešení pomocí příkazů:

```
prob.solve()  
print "Status je:",LpStatus[prob.status]  
  
prob.solve()  
#Tisk vystupu  
print "Status je:",LpStatus[prob.status]
```

V závěru vypíšeme výsledkovou zprávu:

```
for promenna in prob.variables():  
    print promenna.name, " ",value(promenna), "tun"  
print "Bude dosazen zisk: ",value(prob.objective), " korun"
```

Chceme-li vypsát názvy všech proměnných a jejich hodnoty, použijeme příkaz ve tvaru

```
for promenna in problem.variables(): print promenna.name, " ", value.promenna
```

3.3 Soubory aplikace Excel a úloha obchodního cestujícího

Pro jazyk Python Existují různé nástroje umožňující práci se soubory aplikace Excel.

Některé pracují pouze v OS Windows a ke své činnosti vyžadují nainstalovanou aplikaci Excel, jiné jsou nezávislé na platformě, a umožňují práci se soubory aplikace Excel bez nutnosti přístupu k této aplikaci.

Pro účely načítání dat při optimalizačním modelování jsem se snažil nalézt vhodný nástroj nezávislý na platformě, který by umožnil pracovat se soubory aplikace Excel podobným způsobem jako modelovací nástroje LINGO a MPL.

Jako nejpoužitelnější jsem zvolil balíček OpenPyXL. Pro snadný přístup k datům v pojmenovaných oblastech jsem vytvořil vlastní jednoduchý modul *excel_range.py* využívající OpenPyXL. Tento modul je možno použít pro práci se soubory ve formátu *xlsx*, nikoliv *xls*.

Pro načítání dat z pojmenované oblasti slouží funkce *read_named_range()*. a pro zápis dat do pojmenované oblasti funkce *write_to_range()* z uvedeného modulu.

Struktura funkce *read_named_range()* je:

data=read_named_range(file_name, range_name)

Parametr *file_name* obsahuje název souboru aplikace Excel a parametr *range_name* jméno oblasti.

Funkce vrací dvojrozměrný seznam hodnot, pokud název oblasti odkazuje na obdélníkovou oblast, jednorozměrný seznam, pokud se jedná o část řádku nebo sloupce, a jednu hodnotu, pokud název odkazuje na jedinou buňku.

Pro zapsání do pojmenované oblasti použijeme příkaz.

write_to_range(data, file_name, range_name)

Pokud za položku *data* dosadíme indexovanou proměnnou, do příslušné oblasti budou zapsány hodnoty proměnné pro jednotlivé indexy.

S použitím uvedené funkce není sestavíme model úlohy obchodního cestujícího dle Miller-Tucker-Zemlinovy formulace, která je k nalezení např v [6]. Vstupní data pro tuto úlohu se nacházejí v příloženém souboru *tsp.xlsx*.

```
from pulp import *
from excel_range import *

soubor="tsp.xlsx"
distances = read_named_range(soubor, "distances")
places= read_named_range(soubor, "places")

index_places = range(len(places))
```

```

model=pulp.LpProblem("TSP",LpMinimize)
x=LpVariable.dicts(name="trasa",indexs=(index_places,index_places),cat="Binary")
delta=LpVariable.dicts(name='delta',indexs=(index_places),cat="Continuous")

model+= lpSum([distances[i][j]*x[i][j] \
               for i in index_places for j in index_places])
for i in index_places:
    model+=lpSum([x[i][j] for j in index_places])==1
for j in index_places:
    model+=lpSum([x[i][j] for i in index_places])==1
for i in index_places:
    for j in index_places:
        if j>0:
            model+=delta[i]-delta[j]+len(index_places)*x[i][j] \
                    <=len(index_places)-1
model.solve()
print "Status ", LpStatus[model.status]
for i in index_places:
    for j in index_places:
        if value(x[i][j]) == 1:
            print "From",places[i], " to ", places[j]

print "Path Length:", value(model.objective)
write_to_range(x,soubor,"var_x")

```

V úvodní části importujeme prvky z potřebných modulů. Následuje načtení vstupních dat.

```

soubor="tsp.xlsx"
distances = read_named_range(soubor,"distances")
places= read_named_range(soubor,"places")
index_places = range(len(places))

```

Indexované proměnné nyní definujeme pomocí dříve popsané metody *dicts*.

```

model=pulp.LpProblem("TSP",LpMinimize)
x=LpVariable.dicts(name="trasa",indexs=(index_places,index_places),cat="Binary")
delta=LpVariable.dicts(name='delta',indexs=(index_places),cat="Continuous")

```

Následuje zápis omezujících podmínek.

```

for i in index_places:
    model+=lpSum([x[i][j] for j in index_places])==1
for j in index_places:
    model+=lpSum([x[i][j] for i in index_places])==1
for i in index_places:
    for j in index_places:
        if j>0:
            model+=delta[i]-delta[j]+len(index_places)*x[i][j] \
                    <=len(index_places)-1

```

V posledním z příkazů pro tvorbu podmínek používáme omezení rozsahu platnosti indexu.

Na index *j* klademe v tomto případě omezení $j > 0$ místo tradičního $j > 1$, protože první prvek seznamu v jazyce Python má index 0.

Vyřešíme model a sestavíme výpis výsledků. Výstup sestavíme takovým způsobem, aby byly vypsané pouze ty dvojice bodů i a j , pro které která nabývá proměnná x_{ij} hodnotu 1.

```
print "Status ", LpStatus[model.status]
for i in index_places:
    for j in index_places:
        if value(x[i][j]) == 1:
            print "From",places[i], " to ", places[j]
```

V závěru zapíšeme hodnoty proměnné x do oblasti pojmenované *var_x*.

```
write_to_range(x,soubor,"var_x").
```

3.4 Univerzální DEA model

Jako další ukázkou použijeme program pro posuzování efektivity produkčních jednotek na základě duální formulace CCR a BCC modelů analýzy obalu dat [6]. Po spuštění programu je použit zvolený typ modelu a dojde k postupnému vyhodnocení efektivity všech jednotek v souboru, včetně superefektivity pro efektivní jednotky. Následně je sestaven a zobrazen přehledný výstup, který je krom zobrazení zapsán do textového souboru.

Volbu typu modelu, provádíme pomocí nastavení proměnných *ccr* a *inp_or*.

Nastavíme-li hodnotu *ccr* na 1, bude použita CCR formulace, použijeme-li hodnotu 0, bude využita BCC formulace.

Pomocí hodnoty *inp_or* potom volíme mezi input oriented a output oriented variantou obou modelů. Pokud má *inp_or* hodnotu 1, je použita input oriented varianta, pokud 0, potom je použita output_oriented varianta.

Proměnná *soubor_data* obsahuje název souboru se vstupními daty, proměnná *soubor_vysledky* název textového souboru pro ukládání výsledků.

Seznam jednotek je hledán v oblasti pojmenované *jednotky*, matice hodnot vstupů v oblasti *vstupy* a matice hodnot výstupů v oblasti *vystupy*. Soubor s vstupními daty může obsahovat libovolný počet jednotek i libovolný počet vstupů a výstupů.

Například pro CCR-I model a ukázkový soubor dvanácti jednotek se dvěma vstupy a třemi výstupy bude mít výsledková zpráva následující podobu:

Jednotka	J1	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.8677	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J2	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.9784	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J3	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.8148	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J4	je efektivni	Theta ma hodnotu	1.0	Superefektivnost:	1.1161
Jednotka	J5	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.9091	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J6	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.7111	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J7	je efektivni	Theta ma hodnotu	1.0	Superefektivnost:	1.0036
Jednotka	J8	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.9049	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J9	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.7152	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J10	je efektivni	Theta ma hodnotu	1.0	Superefektivnost:	1.3694
Jednotka	J11	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.8677	Superefektivnost:	NA
Jednotka	J12	neni efektivni	Theta ma hodnotu	0.9784	Superefektivnost:	NA

Jednotlivé pasáže programového kódu nebudou v tomto případě vysvětlovány. Celý kód je následující:

```

from pulp import *
from excel_range import *

soubor_data="dea_data.xlsx"
soubor_vysledky="vysledky.txt"
ccr=1
inp_or=1

jednotky_nazvy=read_named_range(soubor_data,"jednotky")
hod_vstupy=read_named_range(soubor_data,"vstupy")
hod_vystupy=read_named_range(soubor_data,"vystupy")

def solve_dea(jednotky_nazvy,hod_vstupy,hod_vystupy,q,ccr=1,inp_or=1):
    poc_vstupu=len(hod_vstupy)
    poc_vystupu=len(hod_vystupy)
    poc_jednotek=len(jednotky_nazvy)
    jednotky=range(poc_jednotek)
    vstupy=range(poc_vstupu)
    vystupy=range(poc_vystupu)
    eps=1e-7
    theta=LpVariable(name="theta",lowBound=0,cat="Continuous")
    var_lambda=LpVariable.dicts(name="Lambda",lowBound=0,indexs=(jednotky), \
                                cat="Continuous")
    splus=LpVariable.dicts(name="splus",lowBound=0,indexs=(vystupy), \
                           cat="Continuous")
    sminus=LpVariable.dicts(name="sminus",lowBound=0,indexs=(vstupy), \
                             cat="Continuous")
    if inp_or==1:
        dea_model=LpProblem("DEA",LpMinimize)
        dea_model+=theta-eps*(lpSum([splus[i] \
                                     for i in vystupy]) \
                             +lpSum([sminus[j] \
                                     for j in vstupy]))
        for j in vstupy:
            dea_model+=lpSum([hod_vstupy[j][k]*var_lambda[k] \
                              for k in jednotky]) \
                        +sminus[j]==theta*hod_vstupy[j][q]
        for i in vystupy:
            dea_model+=lpSum([hod_vystupy[i][k]*var_lambda[k] \
                              for k in jednotky]) \
                        -splus[i]==hod_vystupy[i][q]
        if ccr!=1:
            dea_model+=lpSum([var_lambda[k] for k in jednotky])==1
    else:
        dea_model=LpProblem("DEA",LpMaximize)
        dea_model+=theta+eps*(lpSum([splus[i] for i in vystupy]) \
                              +lpSum([sminus[j] for j in vstupy]))
        for j in vstupy:
            dea_model+=lpSum([hod_vstupy[j][k]*var_lambda[k] \
                              for k in jednotky])+sminus[j]==hod_vstupy[j][q]
        for i in vystupy:
            dea_model+=lpSum([hod_vystupy[i][k]*var_lambda[k] \
                              for k in jednotky])-
            splus[i]==theta*hod_vystupy[i][q]
        if ccr!=1:
            dea_model+=lpSum([var_lambda[k] \
                              for k in jednotky])==1

```

```

dea_model.solve()
result_theta=round(value(theta),4)
result_sminus=[]
result_splus=[]
soucet_s=0

for j in range(poc_vstupu):
    result_sminus.append(value(sminus[j]))
    soucet_s=soucet_s+round(value(sminus[j]),4)
for i in range(poc_vystupu):
    soucet_s=soucet_s+round(value(splus[i]),4)
    result_splus.append(value(splus[i]))
if result_theta==1 and soucet_s==0:
    result_efektivni=" je efektivni "
    dea_model+=var_lambda[q]==0
    dea_model.solve()
    if dea_model.status==1:
        result_superefekt=round(value(theta),4)
    else:
        result_superefekt="Nema reseni"
else:
    result_efektivni=" neni efektivni "
    result_superefekt="NA"

return dict(nazev=jednotky_nazvy[q],result_efektivni=result_efektivni, \
            result_theta=result_theta,result_sminus=result_sminus, \
            result_splus=result_splus,result_superefekt=result_superefekt)

results=[]
result_file = open(soubor_vysledky, "w")
for jednotka in range(len(jednotky_nazvy)):
    result_jednotka=solve_dea(jednotky_nazvy,hod_vstupy, \
                             hod_vystupy,jednotka,ccr,inp_or)
    results.append(result_jednotka)
    vystup= "Jednotka "+str(result_jednotka["nazev"].center(6)) + \
            str(result_jednotka["result_efektivni"].center(12)) + " Theta ma hodnotu "+ \
            str(result_jednotka["result_theta"]).center(6) + " Superefektivnost: "+ \
            str(result_jednotka["result_superefekt"])
    print vystup
    result_file.write(vystup + "\n")
result_file.close()

```

4 Závěr

V této práci byl stručně popsán modelovací balíček PuLP pro jazyk Python. Práce s tímto nástrojem byla ilustrována na dvou formulacích úlohy výrobního plánování, úloze obchodního cestujícího a programu pro hodnocení efektivnosti produkčních jednotek pomocí modelů DEA

Základy práce s balíčkem PuLP lze osvojit poměrně rychle a jeho výchozí optimalizační řešitel CBC zvládne v uspokojivém čase vyřešit i relativně rozsáhlé úlohy praxe.

Pro využití v praxi tedy tyto nástroje považuji za vhodné řešení především pro ty uživatele, kteří mají alespoň minimální programátorské dovednosti, a hledají zdarma dostupný prostředek pro příležitostné sestavování a řešení úloh celočíselného lineárního programování.

V případě každodenního sestavování modelů a řešení výpočetně náročných úloh již jistě stojí za zvážení investice do některého z profesionálních optimalizačních řešitelů, které nabízejí vyšší výkon, a případně i profesionálních systémů pro podporu modelování obvykle i větší uživatelský komfort.

Balíček PuLP vnímám jako potenciálně vhodný i pro zařazení do výuky předmětů zaměřených na nástroje pro matematické modelování. V případě využití ve výuce by však nemělo jít o pro první modelovací nástroj, se kterým se studenti seznámí. Důvodem je především skutečnost, že odhalování chyb v modelech sestavených pomocí balíčku PuLP je o něco náročnější oproti odhalování chyb v modelech vytvářených pomocí profesionálních modelovacích jazycích, a klade tak větší nároky na zkušenosti s matematickým modelováním.

Použitá literatura

1. STUART, M., KEAN, A., MASON, A., O'SULLIVAN, M., PHILPIS, A.: *PuLP v 1.4.9 documentation* [Online]. [cit. 2012-11-30]. Dostupné z: <http://packages.python.org/PuLP/>
2. *COIN-OR* [Online]. [cit. 2011-11-30]. Dostupné z: <http://www.coin-or.org/>
3. MITTELMANN, H.: *Benchmarks for Optimization Software*. [Online]. [cit. 2012-06-30]. Dostupné z: <http://www.python.org/>
4. *Python* [Online]. [cit. 2012-11-30]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Python>
5. *Python v2.7.3 documentation* [Online]. [cit. 2012-11-30]. Dostupné z: <http://docs.python.org/>
6. JABLONSKÝ, J., *Programy pro matematické modelování..VŠE, Praha, 2007.*

Kontaktní údaje

Ing. Karel Charvát

Vysoká škola ekonomická v Praze, Katedra ekonometrie

Nám. W.Churchilla 4, 13067 Praha 3

Tel: (+420) 732 941 415

email: charvat.k@seznam.cz

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/18/2011 "Efektivita a optimalita v ekonomickém rozhodování: modelový přístup"

VYBRANÉ PRÍSTUPY K MODELOVANIU VOLATILITY EKONOMICKÝCH ČASOVÝCH RADOV¹

SELECTED APPROACHES TO THE VOLATILITY MODELLING OF ECONOMIC TIME SERIES

Michaela Chocholatá

Abstrakt

Modely triedy ARCH predstavujú vhodný nástroj na modelovanie volatility ekonomických časových radov. Cieľom príspevku je poskytnúť prehľad o vybraných modeloch triedy ARCH s ohľadom na vlastnosti ekonomických časových radov (s dôrazom na časové rady burzových výnosov) a prezentácia matematických formulácií vybraných modelov. Príspevok sa tiež venuje problematike testovania sezónnych efektov a vzťahu volatility – obchodované množstvo.

Kľúčové slová: volatility, ARCH, sezónne efekty, obchodované množstvo

Abstract

ARCH-class models play an important role in modeling of volatility of economic time series. The aim of the paper is to give a survey of selected ARCH-class models with concentration on typical features of economic time series (especially stock returns) and presentation of mathematical formulations of selected models. The paper deals also with testing of seasonal effects and with analysing of the relationship volatility – trading volume.

Keywords: volatility, ARCH, seasonal effects, trading volume

1 ÚVOD

Jedným zo štandardných predpokladov v lineárnej regresnej analýze je predpoklad o konštantnosti rozptylu známy pod označením homoskedasticita. Množstvo ekonomických časových radov sa však vyznačuje v čase vysoko premenlivou variabilitou/volatilitou, pričom v takomto prípade hovoríme potom o heteroskedasticite. Hoci za priekopníka v modelovaní volatility možno považovať nositeľa Nobelovej ceny R. F. Engleho, ktorý v roku 1982 (pozri [7]) navrhol model podmienenej heteroskedasticity – ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity), otázke adekvátneho modelovania vývoja špekulatívnych cien sa pravdepodobne ako prvý venoval už v roku 1900 Bachelier [2]. V 60. rokoch 20. storočia Mandelbrot [24] a Fama [11] poukázali na skutočnosť, že „veľké cenové zmeny vyvolávajú ďalšie veľké cenové zmeny, kým malé cenové zmeny vyvolávajú malé cenové zmeny“, čo možno označiť ako tzv. zhlukovanie volatility. Prvým formálnym modelom schopným opísať už uvedené problémy bol teda Englem navrhnutý model ARCH. Použitelnosť tohto modelu a jeho rôznych modifikácií v makroekonómii a finančnej analýze je veľmi široká, napr. pri analýze inflácie, výmenných kurzov, burzových výnosov, pri štúdiu efektov intervencií centrálnych bánk, pri skúmaní vzťahov medzi makroekonomiou a burzovým trhom a pod.

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0595/11 „Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód“.

V súčasnosti existuje široká paleta modifikácií štandardného modelu ARCH s cieľom zachytenia konkrétnych vlastností analyzovaných časových radov a celosvetovo bolo spracovaných množstvo aplikačných štúdií využívajúcich uvedené modely na modelovanie rôznych druhov časových radov. Excelentný prehľad literatúry zaoberajúcej sa modelovaním volatility poskytujú Poon a Granger v [26]. V publikácii [13] autori uvádzajú prehľad o množstve internetových odkazov týkajúcich sa danej problematiky, ktoré v danom čase presiahli počet 115 000.

Medzi najznámejšie modifikácie modelu ARCH patrí jeho zovšeobecnená verzia - model GARCH (Generalized ARCH), ktorý bol vyvinutý Bollerslevom [5], ARCH-M model prezentovaný Englem, Lilienom a Robinsom [10] umožňujúci simultánny odhad podmienenej strednej hodnoty a podmieneného rozptylu, či integrovaný model IGARCH (Integrated GARCH) publikovaný Englem a Bollerslevom [8]. V dôsledku toho, že ani modely ARCH ani modely GARCH neboli schopné zachytiť tzv. asymetrické efekty, t. j. rôzny vplyv pozitívnych a negatívnych šokov na podmienenú volatilitu, prichádza Nelson [25] s modelom EGARCH (Exponential GARCH) a Zakoian [30], resp. Glosten, Jagannathan a Runkle [16] s modelom T(G)ARCH (Threshold (G)ARCH), resp. GJR - GARCH. Ďalšími známymi modelmi sú PARARCH (Power ARCH) model prezentovaný Dingom a kol. [6], CGARCH (Component GARCH) model Engleho a Leeho [9], či model s dlhou pamäťou FIGARCH (Fractionally Integrated GARCH) trojice autorov Baillie, Bollerslev a Mikkelsen [3].

Cieľom príspevku je poskytnúť prehľad o vybraných modeloch triedy ARCH použiteľných na modelovanie ekonomických časových radov s dôrazom na časové rady burzových výnosov. V časti 2 uvedieme niektoré základné vlastnosti časových radov burzových výnosov a matematické formulácie vybraných modelov, ktoré možno odhadovať v programe EViews, v časti 3 sa budeme venovať testovaniu vplyvu sezónnych efektov a v časti 4 vplyvu zahrnutia obchodovaného množstva do rovnice podmieneného rozptylu.

2 VYBRANÉ VLASTNOSTI ČASOVÝCH RADOV BURZOVÝCH VÝNOSOV A MODEL Y TRIEDY ARCH

Informáciu o rozptyle, resp. o volatilitate, možno považovať napr. pri analýze časových radov burzových výnosov za informáciu o vývoji rizika spojeného s investovaním. Popri už spomínaných zhlukoch volatility medzi ďalšie typické črty časových radov burzových výnosov patria (pozri napr. [13]):

- porušenie predpokladu o normalite: vyššia špicatosť pravdepodobnostného rozdelenia časových radov burzových výnosov (v porovnaní s normálnym rozdelením je toto rozdelenie špicatejšie a má tlstejšie konce),
- existencia pákového efektu (tzv. „leverage effect“): zmeny v burzových cenách majú tendenciu byť negatívne korelované so zmenami vo volatilitate,
- riziková prémie: rizikovejšie aktíva s vyššou volatilitou výnosov sa vyznačujú vyššou mierou návratnosti,
- neobchodné dni: v neobchodných dňoch prichádza k pomalšej akumulácii informácie ako v obchodných dňoch, pričom efekt naakumulovanej informácie sa prejaví v cenách po znovuo tvorení obchodovania. Výnosy sa teda spravidla v dňoch nasledujúcich po neobchodných dňoch vyznačujú vyššou volatilitou,
- makroekonomické premenné a volatilita: makroekonomická neistota spôsobuje vyššiu volatilitu na trhu,

- obchodované množstvo a volatilita: zohľadnenie obchodovaného množstva pri modelovaní volatility v niektorých prípadoch vedie k poklesu zotrvačnosti vo volatilitě.

Vyššie sme uviedli prehľad vybraných modifikácií modelov triedy ARCH, pričom v nasledujúcej tabuľke uvedieme matematickú formuláciu tých modelov, ktoré možno odhadovať v programe EViews. Symbolom h_t označujeme podmienený rozptyl, p predstavuje rád GARCH člena, q je rád ARCH člena, ε_t je náhodná zložka a α_i , β_j a γ_i sú neznáme parametre.

Názov modelu/ autori, rok	Matematický tvar modelu/ podmienky kladené na parametre modelu/niektoré vysvetlivky
ARCH(q) Engle, 1982	$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$ $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$ pre $i = 1, 2, \dots, q$
GARCH(p,q) Bollerslev, 1986	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}$ $\alpha_0 \geq 0, \alpha_i \geq 0$ pre $i = 1, 2, \dots, q, \beta_j \geq 0$ pre $j = 1, 2, \dots, p$
EGARCH(p,q,r) Nelson, 1991	$\ln(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \frac{ \varepsilon_{t-i} }{\sqrt{h_{t-i}}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln(h_{t-j}) + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sqrt{h_{t-k}}}$ pákový efekt: $\gamma_k < 0$, asymetria vo volatilitě: $\gamma_k \neq 0$
TGARCH(p,q) Zakoian, 1990	$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 I_{t-i}^-$ $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_i + \gamma_i \geq 0$ pre $i = 1, 2, \dots, q, \beta_j \geq 0$ pre $j = 1, 2, \dots, p$ $I_{t-i}^- = \begin{cases} 1, & \text{ak } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0, & \text{ak } \varepsilon_{t-i} > 0 \end{cases}$, pákový efekt: $\gamma_i > 0$, asym. vo volat.: $\gamma_i \neq 0$
PARCH(p,q) Ding a kol., 1993	$\left(\sqrt{h_t}\right)^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \left(\varepsilon_{t-i} - \gamma_i \varepsilon_{t-i}\right)^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \left(\sqrt{h_{t-j}}\right)^\delta$ $\alpha_0 > 0, \delta \geq 0, \beta_j \geq 0$ pre $j = 1, 2, \dots, p, \alpha_i \geq 0$ a $-1 < \gamma_i < 1$ pre $i = 1, 2, \dots, q$, asymetria vo volatilitě: $\gamma_i \neq 0$
CGARCH(1,1) Engle a Lee, 1993	$h_t = q_t + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta_1 (h_{t-1} - q_{t-1})$ $q_t = \alpha_0 + p(q_{t-1} - \alpha_0) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1})$ krátkodobý komponent podmieneného rozptylu: $h_t - q_t$ dlhodobý komponent podmieneného rozptylu: q_t

3 MODELOVANIE VPLYVU SEZÓNNYCH EFEKTOV

Modely triedy ARCH umožňujú zachytenie volatility meniacej sa v čase, resp. zhľukovanie volatility. Jedným z významných faktorov, ktoré vplyvajú na volatilitu časových radov je existencia neobchodných dní, pričom efekt naakumulovanej informácie sa prejaví v cenách po znovuo tvorení obchodovania. Výnosy sa teda spravidla v dňoch nasledujúcich po

neobchodných dňoch vyznačujú vyššou volatilitou. Existuje široká škála štúdií venujúcich sa tejto problematike a testujúcich vplyv napr. pondelkového efektu, efektu jednotlivých dní týždňa, efektu neobchodných dní, efektu jednotlivých mesiacov, či fázy hospodárskeho cyklu jednak na úroveň burzových výnosov, či výnosov výmenných kurzov, a jednak na úroveň volatility. K záveru, že piatkové výnosy sú v porovnaní s priemernými výnosmi vyššie a pondelkové nižšie, dospel French v [12]. Na existenciu efektu konca mesiaca poukázal vo svojej práci Ariel [1]. Analýze pondelkového efektu, efektu konca mesiaca, efektu pondelkov v druhej polovici mesiaca a efektu rôznej fázy hospodárskeho cyklu pre viaceré americké burzové indexy s využitím modelu GARCH sa venoval Rosenberg v [28]. Existenciu efektu konca roka, efektu konca mesiaca i efektu jednotlivých dní týždňa potvrdili Blenman, Chatterjee a Ayadi [4] pre burzové indexy vybraných krajín Latinskej Ameriky, pričom aplikovali robustnú ekonometrickú metodológiu EGARCH-M. Chocholatá [21] testovala vplyv efektu dní týždňa na úroveň a tiež volatilitu výnosov burzových indexov a výmenných kurzov bez možnosti prijatia jednoznačného záveru.

Na účel analýzy prítomnosti sezónnych efektov v časových radoch burzových výnosov je potrebné do rovnice úrovne analyzovaného časového radu zahrnúť umelé premenné zodpovedajúce jednotlivým testovaným efektom (napr. jednotlivým mesiacom roka, druhej polovici mesiaca, jednotlivým dňom týždňa). Vplyv jednotlivých sezónnych efektov je síce možné skúmať separátne, súčasné zahrnutie viacerých umelých premenných však umožňuje zachytenie ich synchronizovaného vplyvu. S cieľom overiť existenciu vplyvu uvedených efektov súčasne na burzové výnosy a volatilitu, je potrebné zahrnúť umelé premenné i do rovnice podmieneného rozptylu h_t , t. j. napr. do niektorej z rovníc v tabuľke uvedenej v časti 2.

4 VOLATILITA A OBCHODOVANÉ MNOŽSTVO

Hoci modely volatility triedy ARCH umožňujú zachytiť zotrvačnosť šokov volatility, neposkytujú ekonomické vysvetlenie tejto skutočnosti. Lamoureux a Lastrapes v [23] poskytli ekonomické vysvetlenie zotrvačnosti volatility, pričom na príklade 20 amerických obchodovaných aktív ukázali, že zahrnutie obchodovaného množstva do rovnice podmieneného rozptylu vedie k zmiznutiu GARCH efektu. Počet výskumných štúdií tohto typu v poslednom období výrazne narastá (pozri napr. [14], [15], [17], [26]). Prístup dvojice autorov Lamoureuxa a Lastrapesa bol aplikovaný tak pri analýze volatility individuálnych aktív ako aj pri analýze burzových indexov. Kým štúdie analyzujúce volatilitu individuálnych aktív sú zväčša v súlade so závermi [23], v prípade analýzy burzových indexov už výsledky také jednoznačné nie sú (pozri napr. [15], [29]). Chocholatá v [19] testovala vzťah medzi obchodovaným množstvom a dennou volatilitou pre osem európskych a päť ázijských výnosov burzových indexov s využitím prístupu uvedeného v [23]. Kým v prípade ázijských dát prišlo po zahrnutí obchodovaného množstva do rovnice podmieneného rozptylu modelovaného pomocou modelu TGARCH k poklesu zotrvačnosti podmienenej volatility, pre európske dáta výsledky také jednoznačné neboli. Analýza týkajúca sa vzťahu volatility a obchodovaného množstva pre 18 časových radov z toho 3 časové rady výnosov burzových indexov (rakúsky ATX, belgický BEL20 a francúzsky CAC40) a 15 individuálnych aktív tvoriacich tieto indexy bola zrealizovaná v [20], pričom nebol potvrdený rozdiel medzi výsledkami dosiahnutými pre individuálne aktíva a analýzou výnosov burzových indexov. Ani v jednom prípade sa po zahrnutí obchodovaného množstva neprejavil pokles zotrvačnosti vo volatilitu.

Použitá literatúra

1. ARIEL, R. A. 1987. A Monthly Effect in Stock Returns. *Journal of Financial Economics* 18, 1987, č. 1.

2. BACHELIER, L. 1900. Théorie de la spéculation. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 1900, 17, s. 21 – 86.
3. BAILLIE, R. T. – BOLLERSLEV, T. – MIKKELSEN, H.O. 1996. Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 74:1, s. 3-30.
4. BLENMAN, L. P. – CHATTERJEE, A. – AYADI, O. F. 2005. Volatility Persistence, Market Anomalies and Risk in Latin American Equity Markets. *The International Journal of Finance*, roč. 17, 2005, č. 2.
5. BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* 31, 1986, č. 3.
6. DING, Z. - GRANGER, C.W.J. – ENGLE, R.F. 1993. A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance* 1, 1993, s. 83-106.
7. ENGLE, R.F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica* 50, 1982, č. 4.
8. ENGLE, R.F. – BOLLERSLEV, T. 1986. Modelling the Persistence of Conditional Variances. *Econometric Reviews*, Vol. 5, s. 1-50.
9. ENGLE, R.F. – LEE, G.G.J. 1993. A Permanent and Transitory Component Model of Stock Return Volatility. University of California, San Diego, Department of Economics, Discussion Paper, 9244, 1993.
10. ENGLE, R. F. – LILIEN, D. M. – ROBINS, R. P. 1987. Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model. *Econometrica*, 55, 1987.
11. FAMA, E. F. 1965. The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business* 38, 1965, s. 34 – 105.
12. FRENCH, K. R. 1980. Stock Returns and the Weekend Effect. *Journal of Financial Economics* 8, 1980, č. 1.
13. GEORGIU, G. N. *Stock Market Volatility*. 2009. New York: Chapman & Hall/CRC Finance series, 2009, 621 s.
14. GHYSELS, E. – GOURIÉROUX, C. – JASIAK, J. 2000. Causality between Returns and Traded Volumes, *Annales D'Économie et de Statistique*, 2000, No. 60.
15. GIRARD, E. – BISWAS, R. 2007. Trading Volume and Market Volatility: Developed versus Emerging Stock Markets, *The Financial Review*, 42, pp. 429 – 459.
16. GLOSTEN, L. R. – JAGANNATHAN, R. – RUNKLE, D. 1991. Relationship between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. Mimeo, Northwestern University, 1991.
17. GURSOY, G. – YUKSEL, A. – YUKSEL, A. 2008. Trading volume and stock market volatility: evidence from emerging stock markets, *Investment Management and Financial Innovations*, Vol. 5, Issue 4, s. 200 – 210.
18. CHOCHOLATÁ, M. 2011. Výmenné kurzy významných svetových mien a modely triedy ARCH. In: AIESA - budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach - zborník zo 14. medzinárodnej vedeckej konferencie. Bratislava: EKONÓM, 2011.
19. CHOCHOLATÁ, M. 2011. Trading volume and volatility of stock returns: evidence from some European and Asian stock markets. In: *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych = Quantitative methods in economics*. Warsaw : Warsaw University of Life Sciences Press, 2011. Vol. XII, No. 1, s. 27-36.
20. CHOCHOLATÁ, M. 2011. The Role of the trading volume in explaining the volatility persistence: evidence from Austrian, Belgian and French stock market. In: *Metody informatyki stosowanej*. Szczecin : Polska Akademia Nauk Oddział w Gdańsku, 2011. Nr.4, s. 5-17.

21. CHOCHOLATÁ, M. 2011. Existencia efektu dní týždňa pri analýze burzových výnosov a výmenných kurzov s využitím modelov TGARCH. In: Logos polytechnikos. Jihlava : Vysoká škola polytechnická Jihlava, 2011. Roč. 2, č. 3 , s. 52-63.
22. IVANIČOVÁ, Z. a kol. 2009. Modelovanie vybraných problémov slovenskej ekonomiky pred vstupom do Európskej menovej únie (aktuálne metodologické prístupy). Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009, 380 s.
23. LAMOUREUX, C. – LASTRAPES, N. 1990. Heteroscedasticity in stock return data: volume versus GARCH Effects, The Journal of Finance, Vol. XLV, No. 1, s. 221-229.
24. MANDELROT, B. 1963. The variation of certain speculative prices. Journal of Business, 1963, 36, s. 394 – 419.
25. NELSON, D. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. Econometrica 59, 1991, s. 347-370.
26. POON, S-H. – GRANGER, C.W.J. 2003. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, Journal of Economic Literature, pp. 478 – 539.
27. RACHEV S.T. et al. 2007. Financial Econometrics. From Basics to Advanced Modeling Techniques. Hoboken, New Jersey: John Wiley&Sons, 2003.
28. ROSENBERG, M. 2004. The Monthly Effect in Stock Returns and Conditional Heteroscedasticity. The American Economist 48, 2004, č. 2.
29. SHARMA, J. L. – MOUGOUE, M. – KAMATH, R. 1996. Heteroscedasticity in stock market indicator return data: volume versus GARCH effects, Applied Financial Economics, Vol. 6, s. 337-342.
30. ZAKOIAN, J. M. 1990. Threshold heteroscedastic model. Mimeo, INSEE, Paris, 1990.
31. EViews 5 User's Guide

Kontaktné údaje

Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 832

email: chocholatam@yahoo.com

EVROPSKÁ REAKCE NA FINANČNÍ KRIZI

EUROPEAN RESPONSE TO THE FINANCIAL CRISIS

Viktor Chrobok

Abstrakt

Článek se zabývá některými důvody finanční krize Evropě, která začala v roce 2008. Důraz je kladen na podobnosti spouštěcích důvodů krize ve Spojených státech a v EU. Nejdříve je dokázáno, že nárůst cen nemovitostí nebyl jen v USA, ale také v EU – ceny bydlení rostly výrazně rychleji, než inflace. Dále je demonstrováno, že krize v Evropě mohla být predikována z očekávání investorů na základě analýzy výnosové křivky. Na závěr je ukázáno, že monetární akce ECB a Bank of England byly nákladné a efektivní pouze několik dnů.

***Klíčová slova:** hospodářská politika, Evropská unie, finanční krize*

Abstract

The paper explains some of the causes of the 2008 financial crisis in Europe. It shows the similarities of the trigger events in United States and in the EU. Firstly there is a proof that the housing boom, which started the crises was not only in US, but also in the EU – the EU housing prices before crises rose significantly faster than CPI. Secondly the crises could have been predicted from the investors' expectations derived from the yield curve. Lastly all monetary actions taken by ECB or Bank of England were costly and effective just few days.

***Keywords:** economic policy, European Union, Financial crisis*

1 INTRODUCTION

This paper is focused on the development of the current financial crisis and the policy response of the EU to the situation. The crisis started in America but it shortly became a global problem. The aim of the paper is to find a relationship between the policy actions taken by European authorities as a result of the crisis and its impacts on the economic situation.

2 CAUSE OF THE CRISIS

There were several irregularities on the global financial markets, which are now considered as causes of the crises. Most of them came from the situation in the USA at the beginning of the 21st century. Let's find out if the most significant irregularity from USA could be found even in Europe.

2.1 Housing boom

A sharp increase in housing prices is the most mentioned cause of the crisis. Till 1995 the housing prices moved similarly as the inflation rate. The housing bubble were identified in 2002 and still raised till the crisis started 1. Let's look at the data from EU and find out if there is a same problem as caused the beginning of the crisis in the USA. The following chart shows the needed data from Jan 1995 to Mar 2009 for the whole EU.

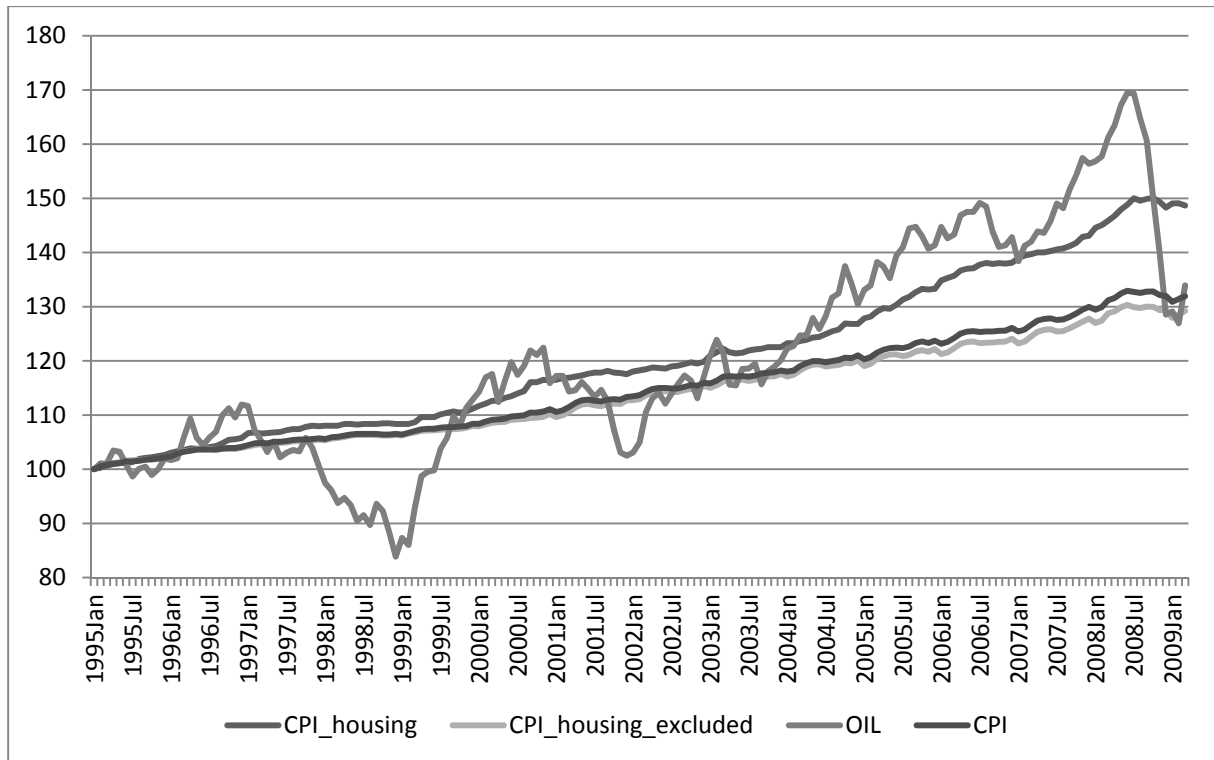


Fig. 1: CPI in EU and oil prices (Jan 1995 = 100), source: ECB, EUROSTAT, *ECONOMAGIC* 2, 3, 4, 5

There is a harmonized consumer price index (CPI) of housing, water, electricity, gas and other fuels (HWEGF), CPI excluding the items contained in the previous index, CPI for all goods. Since there is no available data for just housing we have to find some way to exclude items dependent on the oil. Because the prices of fuels and gas are not perfectly correlated with the oil price the logarithm of the oil price were taken for the analysis.

Using OLS regression was estimated that CPI is affected from 14% by CPI_housing, but the rise in CPI was not caused only by this factor. It is clear that prices of HWEGF were increasing more than the inflation. On the other hand prices of at least gas and other fuels were undoubtedly affected by the price of oil. The task now is to find out if the difference between the CPI and CPI_housing is caused only by the rising price of the oil or if the price of housing is significant too.

We have chosen the following algorithm to estimate the influence of housing prices on the CPI housing. Assume that CPI_housing contains two factors: the first one is dependent on the oil price and the other one is not. The point is to prove that the factor not dependent on the oil price was higher than the value of CPI. Firstly compute the difference between how much higher were the CPI_housing and the logarithm of oil price than the CPI by subtracting the CPI from both variables¹. The new data are in the following figure.

¹ CPI_housing was higher than CPI during the whole period, the oil price was more volatile as can be seen in the Fig. 1.

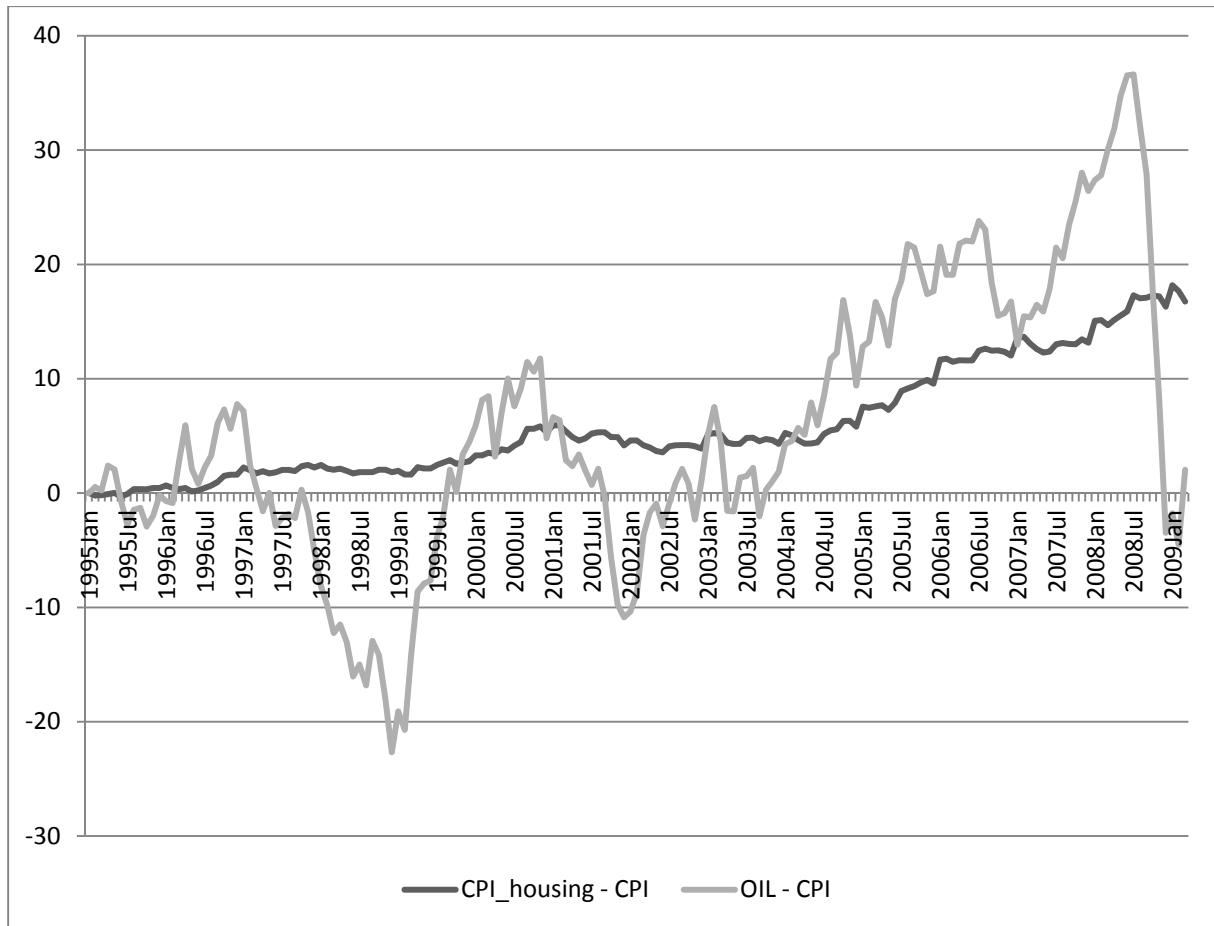


Fig. 2: Modified data

According to the of the lines in the Fig. 2 was chosen a quadratic relationship for the estimate, which lately proved to be a right choice by using Akaike Information Criterion (AIC) and p-values of estimates. We got the following results by using OLS method to estimate the formula

$$dh(do) = at^2 + bt + c ,$$

where “dh” is CPI_housing – CPI, do is OIL – CPI, t is time and a, b and c are parameters.

Model 1: OLS estimates using the 171 observations 1995:01-2009:03

Dependent variable: dh

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value	
const	1,28933	0,279840	4,607	8,03e-06	***
time	-0,0224896	0,00751197	-2,994	0,0032	***
sq_time	0,000670355	4,23029e-05	15,85	3,53e-035	***

Mean dependent var	5,946597	S.D. dependent var	4,969497
Sum squared resid	244,1654	S.E. of regression	1,205556
R-squared	0,941842	Adjusted R-squared	0,941150
F(2, 168)	1360,338	P-value(F)	1,7e-104
Log-likelihood	-273,0921	Akaike criterion	552,1842
Schwarz criterion	561,6092	Hannan-Quinn	556,0084
rho	0,919438	Durbin-Watson	0,154832

Tab. 1: Regression results for CPI_housing - CPI

Model 2: OLS estimates using the 171 observations 1995:01-2009:03

Dependent variable: do				
	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-0,825873	1,90108	-0,4344	0,6645
time	-0,101117	0,0510324	-1,981	0,0492 **
sq_time	0,00154420	0,000287384	5,373	2,55e-07 ***
Mean dependent var	5,661702	S.D. dependent var	11,99961	
Sum squared resid	11268,53	S.E. of regression	8,189906	
R-squared	0,539655	Adjusted R-squared	0,534174	
F(2, 168)	98,47168	P-value(F)	5,00e-29	
Log-likelihood	-600,7215	Akaike criterion	1207,443	
Schwarz criterion	1216,868	Hannan-Quinn	1211,267	
rho	0,959717	Durbin-Watson	0,131541	

Tab. 2: Regression results for OIL - CPI

There is obviously an autocorrelation, which could be offset for example by using Cochrane-Orcutt method, but that would bring unnecessary numerical complications and it is not so serious complication since the estimates are still consistent. Assume that the prescription for CPI_housing is

$$CPI_{housing} = w * CPI_{h\ oil\ dependent} + (1 - w) * CPI_{h\ oil\ independent}, \quad (EQ\ 1)$$

where w is a weight of oil dependent part of CPI_housing. Since the character of CPI_housing is known and we assume that the oil dependent part could be described by the estimate from the logarithms of the oil price data we could define a following maximization problem:

$$\begin{aligned} &MAX \dots w \\ &0.00154420 * w + (1 - w) * a = 0.000670355, \\ &-0.101117 * w + (1 - w) * b = -0.0224896, \\ &-0.825873 * w + (1 - w) * c = 1.28933, \\ &at^2 + bt + c \geq 0, \text{ for } t = 1, 2, \dots, 171, \\ &a, b, c, w \geq 0, w \leq 1. \end{aligned}$$

First three constraints are to suffice EQ 1, the fourth one is to keep the housing influence higher than the inflation for all 171 observations. This is a non-linear optimizing problem, but still convex so the global optimum can be found. The optimum is $w = 0.43$. Interesting is that all 171 constraints to keep the influence of housing higher than the inflation are redundant there. It means that one could get even higher weight of the oil-influenced prices using different estimation methods or different equations.

However it is very probable that the real weight w is lower than 43%, which means that the housing prices during Jan 1995 till Mar 2009 were rising significantly more than the inflation not even in the USA but also in the EU. So the same problem which started the financial crisis in the USA was also affecting Europe at the same time.

2.2 Yield curve

A yield curve shows the expectations of investors about the future interest rates. If the investors expect interests to rise in the future the yield curve is upward sloping. Usually there is a time to maturity on the horizontal axis and the interest rate on the vertical axis. This type of yield curve is different everyday so we decided to use a par yield curve rate, 1-year 1-month residual maturity. There is a date on the horizontal axis and a difference between one month and one year interest rate. These interest rates are calculated for government bonds and all triple A companies.



Fig. 3: Yield curve, data source 6

The yield curve for the EU was modestly rising till the middle of 2007. Then approximately one year of slight fluctuations followed, which was followed by a steep downturn from September 2008 till 1Q 2009. The future development of the yield curve is very unpredictable, but it looks that the difference could be stabilised on about 1 %.

The difference between one month and one year interest rate had fallen from 4.5 % in the middle of 2008 to 1 % in 1Q 2009, which indicates a huge loss of investors' confidence and certainty on the market during this period.

3 FINANCIAL CRISIS IN THE EU

For measuring the impact of the crisis is used a LIBOR OIS Spread 7, which is a difference between the 3-Month LIBOR and the Overnight indexed Swap. The IMF in 9 calculated a Joint probability of distress, which is based on the LIBOR OIS Spread and is ideal for showing impacts of policy decisions on the market.

3.1 Economic Policy Effects on the Joint probability of Distress

There are two types of data available – Sterling LIBOR OIS Spread and EURIBOR OIS Spread. Following chart shows Joint probability of distress for both of them.

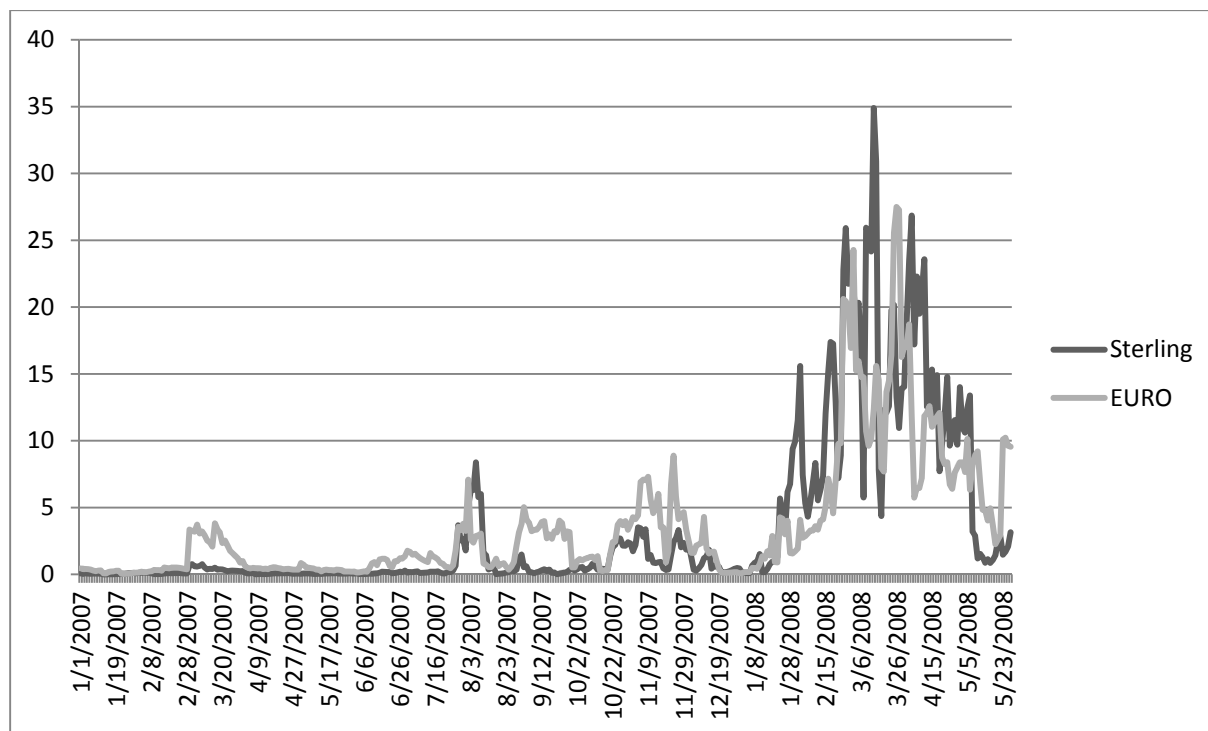


Fig. 4: Joint probability of distress in EU

The next table summarizes the most important policy decisions taken by the Bank of England and the European Central Bank (ECB) during 2008. The action is taken from the cited source in italics is written the impact of the action on the joint probability of distress (JPD).

<p>June 6 The Bank of England reduces the overnight bank rate by 25 basis points to 5.5 percent. <i>JPD felt to approximately .007 to .027 at the same day, next day rose to the original value and started to grow (it was nearly .20 on 15th June).</i></p>
<p>July 4 UK authorities take action against 5 brokers UK selling subprime mortgages. <i>At same day the JPD rose to .2 (from .16 at the previous day) and started to fluctuate between 0.05 and 0.25% for several weeks.</i></p>
<p>August 10 The ECB provides 61 billion Euros of funds for banks. <i>JPD felt from more than 3 to .8 and started to fluctuate between .5 and 1 till 29th August when it reached the original value and grown even more.</i></p>
<p>December 6 Royal Bank of Scotland had to write off £1.25 billion due to subprime crisis. The Bank of England cuts UK interest rates. <i>JPD started to rise from .3 to 1.3 on 12th December.</i></p>
<p>December 12 The Federal Reserve announces the creation of the Term Auction Facility (TAF), which will auction a fixed amount of funds to the banking system, initially set at \$20 billion. The Federal Reserve, the European Central Bank, and the Swiss National Bank also announce that they will engage in currency swaps of up to \$20 billion to the ECB and \$4 billion to the SNB. The Bank of England and Bank of Canada also announce that they will increase their liquidity facilities. <i>Sterling: Two days after JPD felt from 1.3 to 0.4.</i> <i>EURO: JPD felt from 4.3 to 1.9 at the same day and kept sloping down to 1 on 18th December.</i></p>
<p>December 18 The Federal Reserve tightens rules on subprime lending. The European Central Bank lends European</p>

commercial banks \$500 billion. The Bank of England makes £10 billion available to UK banks.
Sterling: JPD sank to .12 two days after and the fluctuated for several weeks between .1 and 1.
EURO: JPD dropped to 0.3 at the same day and stayed under 0.5 for several weeks

Tab. 3: *Economic policy actions of Bank of England and ECB in 2007, source 10*

Tab. 3 proves that a monetary policy does affect risk evaluation during the crisis. The problem is that all policy actions seem to be long term ineffective. On the other hand there was no such policy action in the first half of 2008 and Fig. 4 shows that the risk evaluation during this period was much higher. The explanation could be that central banks are trying to find more sustainable and efficient solution of the crisis, which seems to be not in supplying liquidity to the market (see 7). Note that JPD reacted immediately to the actions taken by ECB and it took about two days to react in the United Kingdom.

3.2 More Problems

Monetary injections had some positive effect on the economy, but they are too expensive and they cannot change the structure of the balance sheets which contain toxic assets. Next significant complication is brought by globalisation. Some banks are simply too big to fail but also too big to save. For example total liabilities of Deutsche Bank are more than 80 % of GDP of Germany (10 p. 317). The average leverage ratio (total assets/equity) of European banks is more than 30 % (10 p. 320).

There are many securities containing USA mortgage underlying, which are causing big troubles. The problem is that it is not easy to identify which one is bad and which one is not. This problem is even more dangerous for big financial institutions. The globalization should bring large economies of scale, but there is also a big risk of one failing branch taking down a whole institution.

4 CONCLUSION

There are three interesting facts revealed in this paper. The first one is that the housing boom was not even in the USA but also in Europe. Next revealed fact is that according to the yield curve the crisis in Europe started in the September 2008. The last one is that the economic policy actions taken by the Bank of England and ECB were efficient only a few days. Central banks should rather focus on the underlying problem than on the liquidity.

REFERENCES

1. BAKER, D., 2002. The Run-Up in Home Prices: Is It Real or Is It Another Bubble?, CEPR, available at http://www.cepr.net/documents/publications/housing_2002_08.pdf
2. http://sdw.ecb.europa.eu/browseSelection.do?DATASET=0&REF_AREA=308&ICP_ITEM=&ICP_SUFFIX=INX&node=2120778
3. <http://www.economagic.com/em-cgi/data.exe/fedstl/oilprice+1>
4. http://sdw.ecb.europa.eu/browseSelection.do?DATASET=0&REF_AREA=308&ICP_ITEM=X04000&ICP_SUFFIX=INX&node=2120778
5. http://sdw.ecb.europa.eu/browseSelection.do?DATASET=0&REF_AREA=308&ICP_ITEM=040000&ICP_SUFFIX=INX&node=2120778
6. http://sdw.ecb.europa.eu/browseChart.do?DATASET=0&node=3570581&DATA_TYPE_FM=PY_1Y1M&SERIES_KEY=165.YC.B.U2.EUR.4F.G_N_A.SV_C_YM.PY_1Y1M
7. TAYLOR J., 2009. The Financial Crisis and the Policy Responses: An Empirical Analysis of What Went Wrong, , Stanford University, available at <http://ssrn.com/abstract=1341170>
8. http://www.imf.org/external/pubs/ft/gfsr/2008/02/c2/figure2_5.csv
9. IMF: Regional Economic Outlook: Europe dealing with shocks, October 2008, available at http://www.imf.org/external/pubs/ft/gfsr/2008/02/c2/figure2_5.csv
10. FELTON, A., REINHART, C., 2009. The First Global Financial Crises of the 21st Century, Center for Economic Policy Research, available at http://www.voxeu.org/reports/reinhart_felton_vol2/First_Global_Crisis_Vol2.pdf
11. BALDWIN, R., WYPLOSZ, Ch., 2006. The Economics of European Integration, McGraw Hill, 2nd edition
12. HUŠEK, R., 2007. Ekonometrická analýza, Praha, Oeconomica
13. PÁNKOVÁ, V., 2003. Nelineární optimalizace pro ekonomy, Praha, Professional Publishing
14. GUJARATI, D., 2003. Basic econometrics, Boston, McGraw-Hill, 2003

Contact details

Mgr. Ing. Viktor Chrobok
University of Economics, Prague
Náměstí W. Churchilla 4, 130 67, Praha
email: viktor.chrobok@vse.cz

OPTIMALIZACE VE VÍCEKRITERIÁLNÍM ROZHODOVÁNÍ

OPTIMIZATION IN MULTI-CRITERIA DECISION ANALYSIS

Vladislav Chýna

Abstrakt

Cílem vícekriteriálního rozhodování je vybrat z několika variant takovou, která je „optimální“ z pohledu více kritérií. Její „optimalita“ je pak většinou dána dodatečnou informací získanou od zadavatele - váhami. V příspěvku se zabýváme opačným problémem – pro danou variantu stanovit takové váhy, které zajistí její vítězství nad ostatními uvažovanými variantami. Toto zadání je možné přeformulovat jako optimalizační úlohu. Dodatečnými podmínkami lze pak v konkrétních případech zajistit nejen vítězství zvolené varianty, ale i požadovanou strukturu vah.

Klíčová slova: vícekriteriální rozhodování, vyhrávající varianta, volba vah

Abstract

The aim of multi-criteria decision analysis is to select from a portfolio of variants such a variant, which is optimal due to more criteria. Its „optimality“ is then usually given by additional information obtained from the client – the weights. In this article we deal with inverse problem – we are looking for such weights, which ensure the victory of previous selected variant. This leads to the optimization problem. With additional conditions it is possible not only to ensure the victory of chosen variant but the desired structure of the weights too.

Keywords: multi-criteria decision analysis, winning variant, weights selection

1 VÍCEKRITERIÁLNÍ ROZHODOVÁNÍ

S úlohami, kdy je potřeba z portfolia možností vybrat takovou, která je optimální podle více kritérií, je se možné setkat v mnoha oblastech. Zejména v poslední době se v denním tisku neustále objevují nové a nové kauzy týkající se výběrových řízení, v nichž zvítězil dodavatel, který se (nejen) novinářům zdá značně „neoptimální“. V následujícím příspěvku si ukážeme, jak lze pomocí „správné“ volby vah manipulovat s pořadím jednotlivých variant (dodavatelů projektu). Tyto metody v sobě přitom neskrývají žádné nekalé jednání zadavatele a volba vítězné varianty je plně ospraveditelná. Vlastní postupy jsou demonstrovány na čistě fiktivním příkladu stavby čistírny odpadních vod ve velkém městě.

2 KLASICKÁ METODA VÁŽENÉHO SOUČTU

V této kapitole si ukážeme na příkladu s konkrétními čísly standardní postup výpočtu ve vícekriteriálním rozhodování. Z množství metod (viz např. [FIALA]) jsme zvolili výpočet metodou váženého součtu, která, ač má zřejmé nevýhody (viz dále), je díky své jednoduchosti zřejmě nejpoužívanější.

2.1 Výběr dodavatele čističky odpadních vod¹

Městské zastupitelstvo plánuje postavit novou čističku vod. Po diskusi na zastupitelstvu byly stanoveny následující kritéria:

1. Výkon (kolik kubíků za sekundu je čistička schopna vyčistit) – požadujeme, co největší.
2. Vzdálenost od středu města (nechceme mít čističku na náměstí) – požadujeme co největší.
3. Náklady v mil. Kč – logicky požadujeme co nejmenší.
4. Vliv na životní prostředí (vliv je bodován 1-5, čím více projekt získá bodů, tím je vůči životnímu prostředí šetrnější) – požadujeme co nejvíce bodů.
5. Čistota vody po průchodu čističkou (opět obodujeme na stupnici 1-5) – požadujeme co nejčistší vodu = co nejvíce bodů.

Po vypsání veřejné zakázky se sešlo 5 projektů (dodavatelů) s následujícími charakteristikami:

Projekt/ charakteristika	Výkon (m ³ /s)	Vzdálenost od Prahy (km)	Náklady (mil. Kč)	Život. prostř. (body 1-5)	Kvalita vody (body 1-5)
P1	40	8	40	1	5
P2	60	15	30	2	4
P3	80	20	30	3	3
P4	30	3	50	5	5
P5	30	7	40	1	4
Požadujeme	max	max	min	max	max

Nejprve bývá zvykem zjistit, zda nějaký z projektů není vysloveně špatný (tzv. dominovaná varianta). Tj. zda k němu neexistuje projekt, který by byl ve všech kritériích lepší nebo stejný a aspoň v jednom lepší (tzv. dominující varianta). Dominovanou variantu můžeme naopak definovat jako takovou variantu, která je ve všech kritériích stejná nebo horší než jiná varianta a aspoň v jednom kritériu horší. Porovnáme proto každý projekt s každým (P1-P2, P1-P3, P1-P4, P1-P5; P2-P3, P2-P4, P2-P5; P3-P4, P3-P5; P4-P5).

V našem případě projekt P1 dominuje projekt P5 (P1 je lepší ve výkonu, ve vzdálenosti od Prahy a v čistotě vody, ve všech ostatních kritériích je stejný). Projekt P5 by proto rozhodně neměl být vybrán. Pokud ho přesto vybereme, antikorupční úřad se může ptát, proč jsme nevybrali projekt, který je jasně lepší (ale i s takovým problémem si lze poradit - jak si ukážeme dále v textu). Ostatní projekty již není tak lehké porovnat – každý je vždy v některém kritériu lepší a v jiném horší než druhé.

Vyškrtněme proto projekt P5 z tabulky a pokračujme v rozhodování. Pro jednoduchost si ještě všechna kritéria převedme na maximalizační. Můžeme to udělat např. tak, že místo minimálních nákladů si ke každému projektu dopočteme úsporu proti nejhorší variantě. Nejdražší projekt je za 50 mil – pokud budeme realizovat projekt P2, uspoříme oproti této variantě 10 mil.

¹ Převzato z [PELIKÁN]

Projekt/ charakteristika	Výkon (m ³ /s)	Vzdálenost od Prahy (km)	úspora nákladů oproti nejhorší variantě (mil. Kč)	Život. prostr̄. (body 1-5)	Kvalita vody (body 1-5)
P1	40	8	10	1	5
P2	60	15	20	2	4
P3	80	20	20	3	3
P4	30	3	0	5	5
Požadujeme	max	max	max	max	max

Pro výběr jedné (té „nejlepší“) z nedominovaných variant použijeme metodu váženého součtu.

Jak již název zvolené metody napovídá, k vlastnímu výpočtu budeme potřebovat od zadavatele váhy – v našem případě se zastupitelstvo rozhodlo přidělit kritériím váhy $w = (0,3; 0,2; 0,1; 0,25; 0,15)$.

Nyní můžeme již kritéria sečíst v jediné. Problémem ale je, že některé kritérium je v m³/s, jiné v km, další v mil. Kč a zbylá dvě v bodech (navíc tyto kritéria mohou nabývat řádově rozdílných hodnot – zatímco maximum bodů je = 5, výkon dosahuje 40 – při prostém součtu by měl tedy mnohem větší váhu). Rozumné je proto nejprve všechna kritéria převést na hodnoty z intervalu [0,1] tak, že projekt s nejlepší hodnotou kritéria dostane po transformaci 1 a projekt s nejhorší hodnotou 0.

„Znormovat“ hodnoty můžeme podle následujícího vzorce:

$\frac{x_{ij} - L_j}{U_j - L_j}$, kde x_{ij} je hodnota kritéria J (index j značí sloupec tabulky) pro projekt I (index i

značí řádek tabulky), L_j je nejmenší (= nejhorší) hodnota pro dané kritérium (sloupec) a U_j je největší (= nejlepší) hodnota pro dané kritérium (sloupec).

Pozn.:

(Fiktivní) varianta, která dosahuje samých hodnot U_j se nazývá ideální. Pokud by taková varianta existovala, určitě bychom si jí vybrali, protože dominuje ostatní varianty. Varianta, která dosahuje samých hodnot L_j se nazývá bazální. Kdyby taková varianta existovala, určitě bychom si ji nevybrali – je totiž dominována libovolnou variantou.

Doplňme nejprve do tabulky ideální a bazální variantu:

Projekt/ charakteristika	Výkon (m ³ /s)	Vzdálenost od Prahy (km)	úspora nákladů oproti nejhorší variantě (mil. Kč)	Život. prostr̄. (body 1-5)	Kvalita vody (body 1-5)
P1	40	8	10	1	5
P2	60	15	20	2	4
P3	80	20	20	3	3
P4	30	3	0	5	5
min	30	3	0	1	3

max	80	20	20	5	5
rozpětí	50	17	20	4	2

Znormujeme tabulku:

Projekt/ charakteristika	Výkon (m³/s)	Vzdálenost od Prahy (km)	úspora nákladů oproti nejhorší variantě (mil. Kč)	Život. prostr̄. (body 1-5)	Kvalita vody (body 1-5)
P1	0,20	0,29	0,50	0,00	1,00
P2	0,60	0,71	1,00	0,25	0,50
P3	1,00	1,00	1,00	0,50	0,00
P4	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00
min (L_j)	0	0	0	0	0
max (U_j)	1	1	1	1	1
váhy	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1

Např. hodnoty pro projekt P1 (první řádek tabulky) jsme získali následovně:

$$\frac{40-30}{80-30} = 0,2, \quad \frac{8-3}{20-3} = 0,29, \quad \frac{10-0}{20-0} = 0,50, \quad \frac{1-1}{5-1} = 0,00, \quad \frac{5-3}{5-3} = 1,00.$$

Nyní hodnoty pro každý projekt (tj. v řádku) pronásobme vahami a sečtěme²:

$$\text{Projekt P1: } 0,3 \times 0,2 + 0,2 \times 0,29 + 0,1 \times 0,5 + 0,25 \times 0,00 + 0,15 \times 1,00 = 0,32$$

atd.

Získáváme následující výsledky. Projekty můžeme navíc seřadit (čím větší hodnota souhrnného kritéria, tím lepší projekt)

Projekt	Dosažená hodnota	Pořadí
P1	0,32	4
P2	0,56	2
P3	0,73	1
P4	0,40	3

Vítězem výběrového řízení se stává společnost, která navrhla dodat projekt P3.

Tolik ke klasickému a známému postupu. Nyní nás čeká to zajímavé!

² V excelu můžeme použít např. funkce SOUČIN.SKALÁRNÍ, která pronásobí 2 vektory (= 2 řádky dat).

3 ZMĚNA VAH ZA ÚČELEM VÝBĚRU JINÉ VARIANTY

V našem případě vyhrál projekt P3. Podívejme se, jak mohla situace dopadnout při jiné volbě vah. Pro lepší názornost si tyto případy ukážeme opět na konkrétních příkladech (včetně fiktivní motivace k výběru dané varianty).

3.1 Zajištění výhry P1 jako řešení optimalizační úlohy

Dodavatel projektu P1 nabídl členům magistrátu Kick-off meeting v Botswaně (spojený s lovem nosorožců), pokud bude moci postavit čističku on. Jak nejjednodušeji zajistit výhru P1?

Nejjednodušší je samozřejmě „pohrát si“ s vahami. P1 sice skončil jako poslední, ale je nejlepší v kvalitě vody (bohužel stejně jako P4). Oproti P4 ale dosahuje lepšího skóre v ceně. To je návodem, jak metodou pokus-omyl dosáhnout jeho výhry.

Např. pro váhy (0,05; 0,05; 0,35; 0,05; 0,50) budou výsledky úplně jiné:

Projekt	Dosažená hodnota	Pořadí
P1	0,70	1
P2	0,68	2
P3	0,48	4
P4	0,55	3

S jejich obhajobou nebudeme mít rovněž žádný problém – stavíme čističku odpadních vod, je tedy logické dát čistotě vody největší váhu. A náklady jsou důležité vždycky. Zbylá kritéria jsou pouze doplňková - mají váhu pouze 5 %.

Existuje však mnohem elegantnější a obecnější postup, než metoda pokus-omyl. Výše popsaný problém totiž vede na optimalizační úlohu.

Budeme se snažit maximalizovat rozdíl (vzdálenost) váženého součtu pro první variantu od ostatních variant - chceme totiž, aby byl P1 „jasným“ vítězem³. Proměnnými budou tentokrát hledané váhy. Podmínkou úlohy bude, aby váhy byla nezáporná čísla, jejichž součet je roven jedné. Protože nebudeme chtít některé z kritérií úplně vyřadit (tj. nechceme, aby jeho váha vyšla nulová), „odrazíme“ další podmínkou váhy od nuly – v našem případě jsme zvolili minimální požadovanou velikost vah 5 %.

Označme c_{ij} hodnoty normované matice. Vlastní matematický model pak můžeme velmi jednoduše formulovat jako:

Rozdil → max

$$\sum_{j=1}^5 c_{ij} v_j = \text{Soucet}_i \quad \forall i = 1, \dots, 4 \quad (\text{hodnota váženého součtu pro jednotlivé varianty} = \text{projekty})$$

$$\text{Soucet}_1 - \text{Soucet}_i \geq \text{Rozdil} \quad \forall i = 2, \dots, 4$$

$$v_j \geq \varepsilon; \varepsilon = 0,05 \quad \forall j = 1, \dots, 5 \quad (\text{odražení vah od nuly})$$

$$\sum_{j=1}^5 v_j = 1$$

³ Jinou možností je např. maximalizovat nejmenší z vah – tím zabráníme tomu, že některé váhy budou příliš malé, případně, že úloha nemá řešení pro minimální váhu 0,05.

Vyřešením získáme následující váhy = (0,050; 0,050; 0,265; 0,050; 0,585) a pořadí projektů

Projekt	Dosažená hodnota	Pořadí
P1	0,74	1
P2	0,64	2-3
P3	0,39	4
P4	0,64	2-3

3.2 Váhy jako násobek určité konstanty

Ve výše zmíněném postupu může bohužel dojít k tomu, že některá z vah vyjde značně „podivně“ – např. 0,11231. Těžko pak budeme vysvětlovat, jak jsme k dané váze došli. Ale i v takovém případě nám pomůže optimalizace. Přidejme si podmínku, že váha může být pouze násobkem 0,05. Do matematického modelu pak stačí přidat např. následující podmínky, které zajistíme pomocí celočíselných proměnných⁴:

$$v_j = 0,05x_j \quad \forall j = 1, \dots, 5$$

$1 \leq x_j \leq 20$, celé $\forall j = 1, \dots, 5$ (zároveň zajistíme odrazení váhy od nuly, horní mez 20 by samozřejmě šla volit nižší s ohledem na to, že součet vah má být = 1 a každá z vah musí být minimálně 0,05)

3.3 Váhy pomocí bodovací metody

Při této metodě požádáme zadavatele (v našem případě optimalizační program), aby jednotlivá kritéria obodoval např. na stupnici 1-10 (čím více bodů, tím je pro něj kritérium důležitější). Body pak opět znormujeme na váhy. I když se na první pohled může zdát, že jde o nelineární úlohu (vlastní váhu vypočteme jako přidělené body / součet všech přidělených bodů), není tomu tak. Místo vlastních vah totiž budeme pracovat přímo s přidělenými body (pořadí variant vyjde úplně stejně, ať jsou váhy normované, tj. vydělené součtem bodů, nebo ne).

Rozdil \rightarrow max

$\sum_{j=1}^5 c_{ij} \text{body}_j = \text{Soucet}_i \quad \forall i = 1, \dots, 4$ (hodnota váženého součtu pro jednotlivé varianty = projekty)

$\text{Soucet}_1 - \text{Soucet}_i \geq \text{Rozdil} \quad \forall i = 2, \dots, 4$

$$1 \leq \text{body}_j \leq 10 \quad \forall j = 1, \dots, 5$$

Vlastní váhy pak pouze zobrazíme na výstupu jako přidělené body danému kritériu / součet všech přidělených bodů (tj. nebudou vůbec vstupovat do optimalizace).

3.4 Váhy stanovené metodou pořadí

Přímá volba vah (tak, jak jsme to ukázali výše), popř. volba vah pomocí bodovací metody, která je jenom jinou formulací přímé volby vah, však již sama o sobě může nespokojené uchazeče o zakázku (a nespokojený většinou bývá každý, kdo nevyhrál) navádět k tomu, aby

⁴ Samozřejmě by šlo formulovat i s využitím 0-1 proměnných.

se snažili volbu vah zpochybnit. V praxi se proto⁵ uplatňují i jiné postupy vedoucí ke „správnému“ stanovení vah [viz např. PELIKÁN]. Jednou z těchto metod je tzv. metoda pořadí. Spočívá v tom, že jednotlivá kritéria pouze seřadíme podle důležitosti (v našem případě 1-5), nejdůležitější kritérium pak získá 5 bodů (a odpovídající váhu 5/součet celkem přidělených bodů), druhé kritérium 4 body, ... až poslední kritérium 1 bod.

Rovněž v tomto případě nám pomůže optimalizace⁶ – pořadí získáme pomocí přiřazovacího problému. Každému kritériu odpovídá totiž právě jedno pořadí.

		Pořadí				
		1	2	3	4	5
Kritérium	K1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	Y_{15}
	K2
	K3
	K4
	K5	Y_{51}	Y_{52}	Y_{53}	Y_{54}	Y_{55}

$$\sum_{j=1}^5 Y_{ij} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, 5 \text{ (právě jedna jednotka v řádku)}$$

$$\sum_{i=1}^5 Y_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, 5 \text{ (právě jedna jednotka ve sloupci)}$$

$$Y_{ij} \in \text{bin} \quad \forall i, j = 1, \dots, 5 \text{ (binární proměnné)}$$

$$\text{Poradi}_i = \sum_{j=1}^5 jY_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, 5$$

$$v_i = \frac{6 - \text{Poradi}_i}{15} \quad \forall i = 1, \dots, 5 \text{ (kritérium s pořadím důležitosti = 1 získá 5 bodů, kritérium s pořadím důležitosti 5 pak 1 bod a celkem jsme rozdělili } 1+2+\dots+5 = 15 \text{ bodů)}$$

4 NEVÝHODA METODY VÁŽENÉHO SOUČTU A JEJÍ ŘEŠENÍ

I když je vážený součet kvůli své jednoduchosti zřejmě nejpoužívanější metoda vícekritériálního rozhodování, nesplňuje jednu ze základních podmínek, které by měly tyto metody splnit: umožnit vývěr kteréhokoliv nedominovaného řešení (o vlastním výběru má pak rozhodnout dodatečná informace od zadavatele = váhy).

Ukažme si to na příkladu 3 projektů a 2 kritérií⁷:

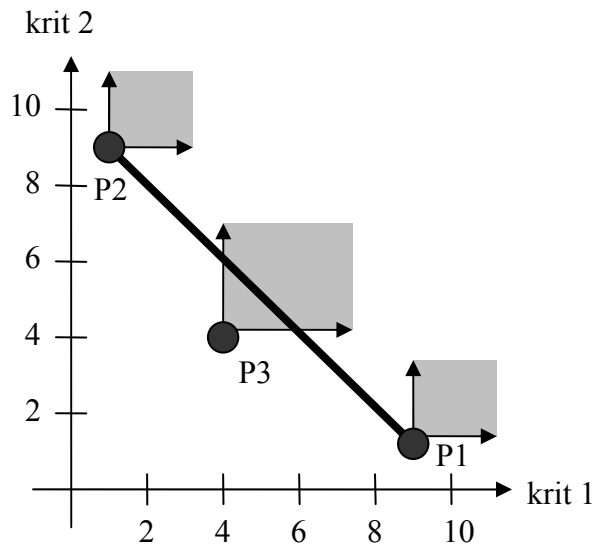
⁵ V literatuře se nesetkáme s důvodem, že tuto metodu volby vah používáme z důvodu „zamlžení“ skutečného cíle – výběru té varianty, které chceme, ale např. s důvodem, že někdy není zadavatel schopen přidělit přímo váhy jednotlivým kritériím, ale je schopen říci pouze pořadí důležitosti kritérií.

⁶ Podobné úvahy můžeme použít i u ostatních možností volby vah. Bohužel u Fullerova trojúhelníku nebo Saatyho matice je situace o to složitější, že musíme rovněž hlídat tranzitivnost jednotlivých voleb.

⁷ Převzato z [PELIKÁN]

Projekt / kritérium	Kritérium 1	Kritérium 2
P1	9	1
P2	1	9
P3	4	4
požadavek	max	max

Protože máme pouze 2 kritéria, můžeme je zakreslit v rovině pomocí následujícího obrázku:



Hodnotu výsledného kritéria pro každý projekt spočítáme jako:

$$P1: v_1 9 + v_2 1$$

$$P2: v_1 1 + v_2 9$$

$$P3: v_1 4 + v_2 4$$

Protože

$$v_1, v_2 \geq 0$$

$$v_1 + v_2 = 1$$

projekt ležící pod spojnici projektů P1 a P2 nemůže nikdy dosáhnout lepší hodnoty, než P1 a P2 – nemůže být proto nikdy vybrán.

Projekt P3 přitom nemusí být vůbec špatný – obě jeho kritéria dosahují vyrovnaných hodnot, zatímco P1 i P2 má vždy v jednom kritériu značně menší hodnotu, než P3.

Šedě vykreslené oblasti zároveň graficky ukazují, kde pro daný projekt leží jeho dominující varianty (jsou aspoň v jednom kritériu lepší a v ostatní lepší nebo stejné). Projekt P3 tedy rozhodně není dominovaný.

V takovém případě nám zbývají 2 možnosti – jednou z nich je zvolit jinou metodu hodnocení, než vážený průměr – taková, která zajistí při určité volbě vah výběr jakékoliv nedominované

varianty⁸. Bohužel optimalizační výpočty vah pak vedou na nelineární úlohy (blíže viz [CHÝNA]).

Druhá možnost je mnohem obecnější a v praxi zřejmě také používanější – uvedme si jí dalším, již posledním, příkladem.

5 ZAJIŠTĚNÍ VÝHRY DOMINOVANÉ VARIANTY

Dodavateli projektu P5 se vůbec nelíbí, že byl vyškrtnut jako dominovaný, což také představitelům zastupitelstva velmi důrazně vysvětlil. Jak je možné zajistit výhru P5?

První, co většinu lidí napadne, je změnit kritéria – jednoduše přidáme kritérium, v kterém bude P5 lepší, než P1, který ho dominuje. Tím se P5 stává nedominovanou variantou a můžeme uplatnit postupy uvedené výše. Mezi kritérii nám např. zcela chybí reference na již uskutečněné projekty. Přitom dodavatel P5 musel se svými přesvědčovacími metodami realizovat již množství zakázek. Dalším, v praxi velmi oblíbeným postupem, je „nasadit“ do nabídky nižší cenu projektu a zbytek si dodatečně vyfakturovat jako vícepráce.

Bohužel postup změny kritérií, popř. dodatečné změny v nabídce, si sám říká o rozporování – změny ve výběrovém řízení jsou vždy podezřelé (samozřejmě, že lze výběrové řízení zrušit, podmínky změnit a vyhlásit nové). Navíc tento postup může napadnout každý uchazeč – při jiných (původních) kritériích by totiž určitě zakázku získal on.

Mnohem lepší (a v praxi často používaný) je ale jiný postup. Problémem není, že P5 je dominovaná varianta, ale to, že jí P1 dominuje. Je proto potřeba zajistit, aby byl P1 z uchazečů o zakázku vyřazen. Např. nedodal výpis z obchodního rejstříku starší než 3 měsíce a nebo (po domluvě od dodavatele P5) ze soutěže dobrovolně odstoupí. Může se samozřejmě bránit, ale lepší je čelit jedné žalobě, než žalobě od všech uchazečů, ke které by mohlo dojít při změně kritérií.

6 ZÁVĚR

V příspěvku jsou na fiktivním příkladu prezentovány různé možnosti, jak „správnou“ volbou vah zajistit výhru předem zvolené varianty. Je tak demonstrován stěžejní problém úloh vícekritériálního rozhodování, kterým je právě volba vah.

Použitá literatura

1. [FIALA] Fiala, Petr: Modely a metody rozhodování, Praha : Oeconomica, 2003 , ISBN 80-245-0622-X
2. [CHÝNA] Chýna, Vladislav, Kuncová, Martina ,Sekničková, Jana: Estimation of weights in multi-criteria decision-making optimization models. In Mathematical Methods in Economics 2012. Opava: Universita Opava, 2012, s. 355--360. ISBN 978-80-7248-779-0.
3. [PELIKÁN] Pelikán, J., Chýna, V.: Kvantitativní management, Praha: Oeconomica, 2011, isbn: 9788024518305

⁸ To ale samozřejmě neznamená, že to bude platit i v našich výše uvedených příkladech – podmínky „odražení váhy od nuly“, stanovení vah pomocí pořadí či jako násobku pouze určité velikosti, vytváří totiž dodatečné podmínky. Za těchto podmínek nemusí mít optimalizační úloha přípustné řešení.

Kontaktné údaje

RNDr. Ing. Vladislav Chýna, PhD.
VŠE Praha, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4 130 67 Praha 3
email: vladislav.chyna@vse.cz

ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍCH ÚLOH V PROSTŘEDÍ INTERNETU

SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS OVER THE INTERNET

Josef Jablonský

Abstrakt

Mezi v praxi nejběžnější optimalizační úlohy patří úlohy lineárního a celočíselného programování. Nutnou podmínkou úspěšného řešení takových úloh je používání kvalitního profesionálního optimalizačního software. Dostupnost takového software je však pro běžného uživatele často velmi omezená. Článek přináší informaci o stávajícím software pro řešení úloh uvedených kategorií. Dále informuje o projektu NEOS, který uživatelům nabízí on-line řešení optimalizačních úloh s využitím profesionálních řešitelů v prostředí internetu a na závěr ukazuje způsob používání.

***Klíčová slova:** optimalizace, řešitel, NEOS, lineární programování*

Abstract

Linear and mixed integer programming problems belong to one of the most often used optimization problems in practice. A necessary condition for a successful solving of large-scale optimization problems is using of high-quality professional optimization solvers. Unfortunately, availability of such solvers is often very limited for typical users. The paper informs about current solvers for the mentioned class of problems. Further, it informs about NEOS project that offers free on-line solving of optimization problems with professional solvers within internet environment. Finally, a demonstration how to use NEOS server for linear and integer problems is provided.

***Keywords:** optimization, solver, NEOS, linear programming*

1 ÚVOD

Předpokladem používání optimalizačních modelů při řešení reálných rozhodovacích problémů je dostupnost adekvátních programových nástrojů. Mezi nejčastěji používané optimalizační úlohy v reálné ekonomické praxi patří úlohy lineárního a smíšeně celočíselného programování. Pro jejich řešení je k dispozici množství programových nástrojů (řešitelů), které se však značně liší svým výkonem, uživatelským prostředím, dostupností, cenou apod. Pořízení nejvýkonnějších profesionálních systémů pro jednorázové použití ve firmách není pro ně zpravidla účelné především s ohledem na vysokou pořizovací cenu. V takovém případě lze použít buď systémy, které jsou volně k dispozici, ale které nemají takový výkon, nebo využít možnosti projekt internetového optimalizačního serveru, který je k dispozici pro libovolné využití všem zájemcům. Jedná se o server NEOS (*Network-Enabled Optimization Server*), který je provozovaný na adrese <http://neos-server.org> Cílem tohoto příspěvku je jednak informovat o současném stavu v oblasti řešení lineárních a smíšeně celočíselných úloh a jednak ukázat možnosti využití serveru NEOS.

2 SOFTWARE PRO ŘEŠENÍ LINEÁRNÍCH A SMÍŠENĚ CELOČÍSELNÝCH ÚLOH

Jak jsme již uvedli, budeme se věnovat řešení úloh lineárního (LP) a smíšeně celočíselného programování (MIP). Na tyto úlohy se soustředíme proto, že se jedná zřejmě o nejvýznamnější a nejčastěji používaný typ optimalizačních úloh. Takovou úlohu lze obecně formulovat následovně:

maximalizovat (minimalizovat)

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j ,$$

za podmínek

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i , & i=1,2,\dots,m , \\ x_j &\geq 0 , & j=1,2,\dots,n , \\ x_j &- \text{celé} , & j = 1,2,\dots,n , \end{aligned}$$

kde podmínky celočíselnosti mohou platit pro všechny nebo jen část proměnných modelu a navíc to mohou být obecně celočíselné nebo bivalentní proměnné. V následujícím přehledu uvedeme seznam dnes vybraných řešitelů pro uvedený typ úloh včetně odkazů na www stránky, kde lze nalézt podrobnější informace, případně kde si lze stáhnout omezenou nebo i plnou verzi daného systému.

1. GUROBI 5.0 (www.gurobi.com). I když se jedná o systém, jehož první verze byla k dispozici až v roce 2007, patří spolu s následujícími dvěma řešiteli k nejvýkonnějším optimalizačním systémům vůbec. Jedná se pouze o řešitele (DOS aplikace), který nemá žádné uživatelské prostředí a jeho typické využití je v kombinaci s některým z otevřených systémů pro matematické modelování (MPL for Windows, GAMS, AMPL, AIMMS atd.). Stejně tak jej lze ovšem snadno zabudovat do vlastních aplikací vytvořených v nějakém vývojovém prostředí. Výhodou GUROBI je fakt, že lze pro akademické účely snadno získat plnohodnotnou licenci, a to i pro studenty. Kromě LP a MIP úloh umožňuje řešit i úlohy kvadratického programování a další vybrané nelineární úlohy.
2. IBM ILOG CPLEX 12.4 (<http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimization-studio/>) První verze řešitele CPLEX se objevila již v roce 1988. Jednalo se o produkt firmy CPLEX a později ILOG. V roce 2007 převzal firmu ILOG IBM. Do té doby byl světovým leaderem v oblasti LP a MIP úloh. Po nastoupení řešitele GUROBI je pozice vyrovnaná a zdá se, že GUROBI dnes dosahuje lepších výsledků. Podobně jako u GUROBI se jedná pouze o řešitele, ke kterému není v základní podobě k dispozici žádné prostředí. Výpočty se tedy spouštějí dávkovým režimem. Jeho využití je však možné ve všech otevřených modelovacích systémech a je rovněž součástí výkonného prostředí IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. V rámci akademické iniciativy firmy IBM si lze nainstalovat celé toto prostředí (včetně řešitele CPLEX) v jeho plné verzi zcela zdarma. Získání licence je zde však přeci jen trochu obtížnější než v předchozím případě.
3. FICO XPRESS Optimizer 20.0 (www.fico.com). XPRESS Optimizer je především součástí optimalizačního a modelovacího prostředí FICO XPRESS Optimization Suite 7.0, i když může být nainstalován i samostatně jako řešitel v jiných modelovacích systémech. Výkonem se v řadě případů vyrovná předcházejícím dvěma systémům, obecně však za nimi mírně zaostává. Ocenit lze však mimořádně příjemné modelovací prostředí, což ale

s vlastním výkonem řešitele nesouvisí. Uživatelé si mohou stáhnout časově omezenou verzi tohoto systému. V rámci akademického partnerského programu firmy FICO lze požádat o maximálně deset licencí, které se však musejí každý rok obnovovat.

4. LINDO Systems (www.lindo.com) je firma, která vyvinula celou řadu řešitelů nejen pro LP a MIP úlohy. Zajímavé a výkonné jsou především její nelineární řešitelé. Všichni řešitelé mohou být součástí modelovacího systému LINGO 13.0, LP a MIP řešitele lze však využít i v jiných modelovacích systémech. Tyto nedosahuje sice takových parametrů jako první tři uvedené, nicméně prostředí systému LINGO je uživatelsky velmi přívětivé a pro řadu aplikací výkon řešitelů dostává. Evaluační verzi všech systémů, které firma LINDO nabízí, lze stáhnout z uvedených www stránek. Bohužel není k dispozici volná akademická verze tak, jako v předchozích případech.
5. MOSEK 6.0 (www.mosek.com) je systém pro řešení lineárních, celočíselných, kvadratických a konvexních optimalizačních úloh. Na uvedených www stránkách si lze stáhnout studentskou verzi, která se od plné liší pouze možností řešit kapacitně omezené úlohy.
6. FortMP (www.optirisk-systems.com) řeší lineární, celočíselné, kvadratické, a obecně nelineární optimalizační úlohy. Řeší i úlohy stochastického programování. Na uvedených www stránkách je k dispozici testovací verze.
7. Premium Excel Solver (www.solver.com) je profesionální rozšíření optimalizačního řešitele, který je k dispozici v MS Excelu. Vlastnosti řešitele, který je standardně v MS Excelu nejsou nijak mimořádné – zvláště u MIP úloh je obtížné najít celočíselné řešení i pro relativně malý počet proměnných. Profesionální verze vykazuje sice lepší vlastnosti, nicméně i ona je podstatně horší než výše uvedené specializované systémy.

Kromě uvedených systémů existuje řada dalších řešitelů. N nich lze uvést například LAMPS, MINOS, OSL, PCx, BPMPD a Clp. Některé z nich jsou na příslušných www stránkách volně ke stažení a pro řešení úloh středního rozsahu mohou být dostačující. Podrobnější informace jsou k dispozici na <http://neos-guide.org/content/integer-programming-software>.

3 OPTIMALIZAČNÍ SERVER NEOS

Jak již vyplývá z názvu (*Network-Enabled Optimization Server*), je NEOS určený k řešení optimalizačních úloh v prostředí internetu. Je dostupný zcela pro každého a kterýkoliv uživatel jej může plně používat. Nicméně využití tohoto serveru má jistá omezení, především co se týče rozsahu. Webová podpora umožňuje odeslání souborů o velikosti maximálně 1 MB (takový rozsah je však ve většině případů plně postačující). E-mailem lze odeslat soubor velikosti až do velikosti 16 MB, pokud e-mailový klient i SMTP server umožňuje odeslání takto velkých souborů. Dalším omezením je čas, po který je úloha na serveru zpracovávána. Pro lineární a nelineární úlohy je tento čas nastaven na 8 hodin, pro smíšeně celočíselné úlohy na 48 hodin. Tento limit je zcela dostačující pro úlohy bez podmínek celočíselnosti a ve většině případů i pro celočíselné úlohy. Požadované softwarové vybavení uživatele je minimální – pro komunikaci se serverem je třeba pouze webový prohlížeč, e-mail případně i jiné podporované rozhraní.

NEOS je server, který vlastně zprostředkovává řešení optimalizačních úloh. Zahrnuje některé z významných optimalizačních řešitelů, které jsou tak uživatelům k dispozici, aniž by k nim měli licenci a měli je nainstalované na svém počítači. Optimalizační problémy jsou řešeny automaticky a server požaduje od uživatele jen minimální vstupní informace. Je nutno pouze definovat optimalizační problém, tzn. formulovat jej ve vhodném podporovaném vstupním formátu a ten odeslat na server. Všechny ostatní potřebné informace jsou generovány

automaticky. Je zcela zřejmé, že problém dorazí do systému a je zařazen do FIFO fronty. Vzhledem k faktu, že NEOS řeší jak malé tak i rozsáhlé problémy, stávalo se, že i vyřešení triviální úlohy lineárního programování trvalo velmi dlouho, pokud měl uživatel tu smůlu, že jeho problém dorazil v těsném závěsu za několika složitými problémy. Systém proto zavádí tzv. „priority queue“. Několik procesorů je vyhrazeno pro zpracování úloh, jejichž řešení bude trvat jen krátkou dobu. Když dorazí problém do systému, je zařazen do „priority“ fronty. Jakmile se dostane na řadu, je po dobu pěti minut řešen. Podaří-li se úlohu během této doby vyřešit, zadavateli je odeslán výsledek. Pokud úloha vyžaduje delší řešení, je odstavena do druhé fronty. Přejde-li pak na řadu, je problém dořešen až do úplného konce. Tento systém tedy vyřeší jednoduché úlohy s jakýmsi předstihem.

Při používání systému NEOS může uživatel úlohu odeslat v daném formátu buď přes www rozhraní nebo jako přílohu e-mailem. Existují i další možnosti, nicméně tyto dvě jsou uživatelsky nejjednodušší. Pokud uživatel pracuje s www rozhraním, zobrazí se mu stránka, na které jsou jednak odkazy pro administraci běžících úloh, a jednak pro každou kategorii optimalizačních úloh seznam dostupných řešitelů s podporovanými vstupními formáty. V následujícím přehledu uvádíme pouze administrativní část, a potom část, která umožňuje řešit LP a MIP úlohy:

- **Administration**

- [view job queue](#)
- [view job status/results](#)
- [kill/dequeue job](#)

- **Linear Programming**

- [BDMLP \[GAMS Input\]](#)
- [bpmpd \[AMPL Input\]\[LP Input\]\[MPS Input\]\[QPS Input\]](#)
- [Clp \[MPS Input\]](#)
- [FortMP \[MPS Input\]](#)
- [Gurobi \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]\[MPS Input\]](#)
- [MOSEK \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]\[MPS Input\]](#)
- [OOQP \[AMPL Input\]](#)
- [XpressMP \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]\[MOSEL Input\]\[MPS Input\]](#)

- **Mixed Integer Linear Programming**

- [Cbc \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]\[MPS Input\]](#)
- [feaspump \[AMPL Input\]\[CPLEX Input\]\[MPS Input\]](#)
- [Glpk \[GAMS Input\]](#)
- [Gurobi \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]\[MPS Input\]](#)
- [MINTO \[AMPL Input\]](#)
- [MOSEK \[GAMS Input\]](#)
- [qsopt_ex \[AMPL Input\]\[LP Input\]\[MPS Input\]](#)
- [scip \[AMPL Input\]\[CPLEX Input\]\[GAMS Input\]\[MPS Input\]\[OSIL Input\]\[ZIMPL Input\]](#)
- [SYMPHONY \[MPS Input\]](#)
- [XpressMP \[AMPL Input\]\[GAMS Input\]](#)

4 ZÁVĚR

Cílem článku bylo podat informaci o možnostech internetové optimalizace se zaměřením na server NEOS. Nespornou výhodou tohoto způsobu optimalizace v porovnání s běžným způsobem, kdy uživatel provádí optimalizaci lokálně, je skutečnost, že neklade žádné nároky na softwarové vybavení (pouze běžný internetový prohlížeč) a že není používán lokální výkon

počítače. Všechna data jsou zpracována na serverech systému NEOS s využitím řešitelů, které jsou licencovány pro tyto servery. Řešení konkrétní optimalizační úlohy je uživatelsky velmi snadné a zkušenosti ukazují, že vlastní výpočet je podstatně rychlejší na „velkých“ počítačích, které využívá NEOS, než na lokálním počítači uživatele. Na testových úlohách bylo toto zrychlení v průměru více než dvojnásobné.

Závěrem lze konstatovat, že NEOS poskytuje uživatelům unikátní možnost využívat špičkové optimalizační řešitele velice jednoduchým způsobem přes www rozhraní. Zbývá podotknout, že neobsahuje možnosti řešení pouze LP a MIP úloh, ale celé řady dalších typů úloh, o kterých jsme se zde nezmiňovali.

Poděkování:

Článek vznikl s podporou IGA projektu FIS VŠE v Praze – F4/14/2011 a projektu GAČR P403/12/1387.

Použitá literatura

1. CZYZYK, J., MESNIER, M., MORÉ, J., The NEOS Server. *IEEE Journal on Computational Science and Engineering*, 1998, vol. 5, pp. 68-75.
2. CZYZYK, J., OWEN, J., WRIGHT, S. J.: Optimization on the Internet. *OR/MS Today*, 1997, vol. 24, no .5, pp. 23-27.
3. DOLAN, E., *The NEOS Server 4.0 Administrative Guide*. Technical Memorandum ANL/MCS-TM-250, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, May 2001.
4. GROPP, W., MORÉ, J., Optimization Environments and the NEOS Server. In: BUHMANN, M. D., ISERLES, A., eds.: *Approximation Theory and Optimization*, pp. 167-182, Cambridge University Press, 1997.
5. NEOS – server for Optimization – materiály z www stránek: <http://neos-server.org>

Kontaktní údaje

Prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: jablon@vse.cz

OPTIMALIZÁCIA TOPOLOGICKEJ ŠTRUKTÚRY DISTRIBUOVANÝCH INFORMAČNÝCH SYSTÉMOV HĽADANÍM MINIMÁLNEJ KOSTRY OHODNOTENÉHO GRAFU

OPTIMIZATION OF DISTRIBUTED INFORMATION SYSTEMS TOPOLOGY USING ALGORITHMS FOR FINDING THE MINIMUM SPANNING TREE OF A WEIGHTED GRAPH

Pavol Jurík

Abstrakt

Distribúované systémy spracovania dát sú tvorené počítačovou sieťou pozostávajúcou z určitého počtu uzlov, ktoré musia byť prepojené komunikačnou infraštruktúrou. Dôležitou súčasťou projektovania distribuovaných systémov je návrh ich topologickej štruktúry, ktorá udáva rozmiestnenie jednotlivých uzlov v priestore a ich vzájomné prepojenie. Tento článok poukazuje na možnosti využitia algoritmov pre hľadanie minimálnej kostry ohodnoteného grafu pri optimalizácii topológie distribuovaných informačných systémov.

***Kľúčové slová:** Distribuované informačné systémy, optimalizácia topológie, minimálna kostra grafu, Primov algoritmus*

Abstract

Distributed data processing systems consist of a computer network comprising of a number of nodes that must be connected via communication infrastructure. An important part of distributed systems engineering is the design of their topological structure, which indicates the deployment of nodes in space and their interconnection. This article points to the possibility of using algorithms for finding the minimum spanning tree of a weighted graph for optimization of the distributed information systems topology.

***Keywords:** Distributed information systems, topology optimization, minimum spanning tree, Prim's algorithm*

Úvod

Distribúovaný systém spracovania dát je založený na kooperatívnej autonómii a integrácii územne rozptýlených uzlov tak, že sa používateľovi javia ako jeden celok. Distribuované sú technické prostriedky, dáta, riadenie, funkcie a logika spracovania. [1] Spravidla sa jedná o systémy veľkého rozsahu, pozostávajúce z množstva počítačov prepojených komunikačnou infraštruktúrou (napr. UTP, FTP, STP, optické káble, bezdrôtové technológie a pod.). Vo väčšine prípadov by bolo veľmi neekonomické prepájať každý počítač s každým, a preto je návrh topológie významným prvkom projektovania takýchto systémov.

1 Návrh topologickej štruktúry distribuovaného systému

Pre potreby analýzy je vhodné topologickú štruktúru distribuovaného systému vizualizovať formou grafu, v ktorom uzly predstavujú miesta spracovania dát a hrany predstavujú komunikačné prostriedky umožňujúce prenos dát. Z dôvodu, aby nebolo potrebné vytvárať pre hrany samostatné označenie, zvyknú sa označovať dvojicou uzlov ($u_i u_j$), čo značí, že príslušná hrana spája uzol u_i s uzlom u_j . V moderných systémoch spravidla predpokladáme, že dáta môžu po hrane prúdiť oboma smermi, a preto na poradí uzlov nezáleží. Ak by sme však modelovali simplexný (jednosmerný) dátový tok, znamenalo by označenie ($u_i u_j$), že dáta sú vysielané uzlom u_i a prijímané uzlom u_j . Simplexné spoje sa na grafe znázorňujú orientovanou hranou. Počet všetkých uzlov grafu označíme N a počet všetkých hrán M , pričom v prípade distribuovaných systémov musia platiť nerovnosti: $N \geq 2$ a $M \geq 1$. Počet hrán, ktoré vychádzajú alebo vchádzajú do určitého uzlu (teda sú s ním incidentné), sa nazýva index (alebo aj stupeň) uzlu. Uzol, ktorého index je rovný nule sa nazýva izolovaný uzol. Graf nazývame súvislým vtedy, ak neobsahuje žiadne izolované uzly a teda medzi všetkými dvojicami uzlov existuje aspoň jedna cesta. [2]

Aby bolo možné s grafom analyticky pracovať, je potrebné jeho hranám priradiť určité hodnoty, čiže ich ohodnotiť. Ohodnotenie hrán bude vychádzať z toho, na základe akého hľadiska chceme topológiu danej siete optimalizovať. Hľadiskom optimalizácie môžu byť napr. celkové náklady na tvorbu siete, pričom ohodnotenie jednotlivých hrán bude predstavovať náklady na zriadenie a prevádzku spoja medzi príslušnou dvojicou uzlov. Ak tieto hodnoty označíme w_{ij} , môžeme ich zapísať do N -rozmernej štvorcovej matice W . Na hlavnej uhlopriečke tejto matice sa nenachádzajú hodnoty (príp. sa tam nachádzajú nuly), pretože v topologických grafoch distribuovaných informačných systémov neexistujú slučky, teda hrany spájajúce daný uzol (počítač) sám so sebou. Okrem toho je matica W symetrická podľa hlavnej uhlopriečky, pretože hodnoty w_{ij} nezávisia od orientácie hrán. Ak z určitého dôvodu nechceme alebo nemôžeme vytvoriť hranu medzi niektorou dvojicou uzlov, zodpovedajúcu hodnotu w_{ij} položíme rovnú nekonečnu (alebo veľmi vysokému reálnemu číslu R). [2]

Tab. 1: Nákladová matica W v sieti s N uzlami

uzol	u_1	u_2	u_3	...	u_N
u_1	-	w_{12}	w_{13}	...	w_{1N}
u_2	w_{21}	-	w_{23}	...	w_{2N}
u_3	w_{31}	w_{32}	-	...	w_{3N}
...	-	...
u_N	w_{N1}	w_{N2}	w_{N3}	...	-

Ďalšími hľadiskami optimalizácie môžu byť prenosové kapacity dostupných spojov (napr. v Mbit/s), pravdepodobnosť poruchy alebo výpadku spojov (pravdepodobnosť toho, že graf zostane súvislý by nemala klesnúť pod určitú hranicu), stredná doba odozvy a iné. Je zrejmé, že zatiaľ čo celkové náklady na zriadenie siete, dobu odozvy a pravdepodobnosť vzniku porúch sa usilujeme minimalizovať, prenosové kapacity by mali byť čo najvyššie. Pri jednokriteriálnej optimalizácii je z pohľadu projektantov potrebné zvoliť si niektorý

konkrétny ukazovateľ za primárne optimalizačné kritérium a ostatné ukazovatele chápať ako obmedzujúce podmienky.

Minimalizovať maticu ohodnotení hrán je možné na základe riešenia úlohy o hľadaní minimálnej kostry grafu. Kostra grafu je takým podgrafom grafu G na množine všetkých jeho vrcholov, pre ktorý platí, že medzi ľubovoľnými dvoma vrcholmi existuje práve jedna cesta (postupnosť vrcholov a hrán). Kostra grafu teda nesmie obsahovať izolované uzly a nesmie existovať viacero ciest medzi ľubovoľnou dvojicou uzlov. Musí sa jednať o neprázdny súvislý graf bez kružníc (kružnica je postupnosť vrcholov a hrán, ktorá začína a končí v tom istom vrchole). Minimálna kostra ohodnoteného grafu je taká kostra, ktorá má najmenší súčet ohodnotení hrán spomedzi všetkých kostier daného grafu. Pri hľadaní minimálnej kostry ohodnoteného grafu sa môže stať, že nájdená kostra je síce minimálna, ale nevyhovuje všetkým obmedzujúcim podmienkam. V tom prípade sa musíme uspokojiť s kostrou, ktorá je vyhovujúca, ale nie je minimálna. [3]

2 Algoritmy na hľadanie minimálnej kostry grafu

Algoritmy hľadajúce minimálnu kosteru ohodnoteného grafu môžeme rozdeliť na dve základné skupiny:

- algoritmy, ktoré k izolovaným uzlom postupne pridávajú hrany;
- algoritmy, ktoré z pôvodného grafu postupne odoberajú hrany.

Výsledkom riešenia nemusí byť vždy len jedna minimálna kostra, ale môže ich byť viacero (k tomu môže dôjsť, ak sa ohodnotenia niektorých hrán v grafe zhodujú). Charakteristickou vlastnosťou všetkých týchto algoritmov je invariantnosť voči zahájaniu, tzn. dostaneme rovnaký výsledok bez ohľadu na to, ktorý uzol si zvolíme ako východiskový.

Borůvkov algoritmus bol vyvinutý českým matematikom Otakarom Borůvkom pri hľadaní efektívneho trasovania elektrickej siete na Morave. Na začiatku riešenia predstavuje každý vrchol grafu samostatný komponent súvislosti. Tie postupne spájame do väčších a väčších celkov, až napokon zostane jediný komponent súvislosti a ten predstavuje hľadanú minimálnu kosteru. V každom kroku sa pre každý komponent zvolí hrana s čo najmenším ohodnotením, spájajúca daným komponent s iným komponentom a zaradí sa do kostry. Pre potreby optimalizácie distribuovaných informačných systémov je však tento algoritmus prakticky nepoužiteľný, pretože funguje správne len vtedy, ak ohodnotenia žiadnych dvoch hrán východiskového grafu nie sú rovnaké. Keďže rozmiestnenie počítačov na pracoviskách spravidla má určitú pravidelnosť, je potrebné za týmto účelom použiť iné algoritmy.

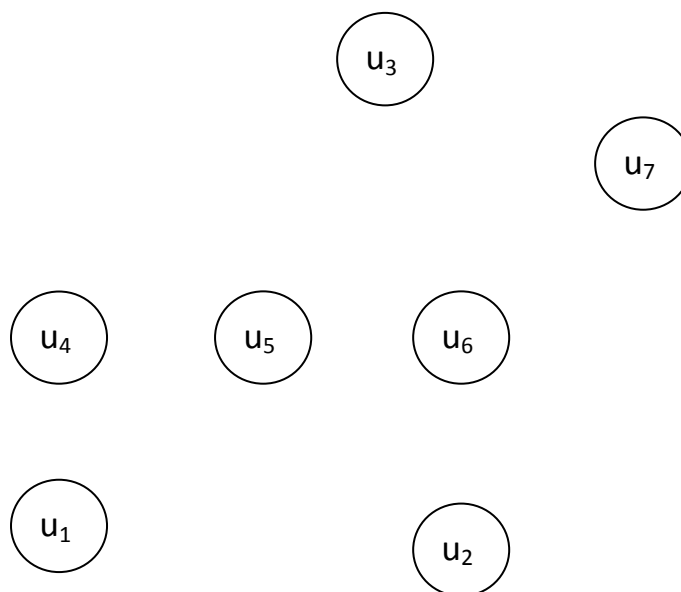
Medzi užitočné algoritmy patrí Kruskalov algoritmus, ktorý vychádza z izolovaných uzlov a do kostry postupne zaraďuje hrany s minimálnym ohodnotením tak, aby nevznikla kružnica. Ak sa pri výbere stretne s viacerými hranami s rovnakým ohodnotením, volíme ich v ľubovoľnom poradí. Joseph M. Kruskal okrem toho definuje aj alternatívny postup, pri ktorom z pôvodného grafu postupne odoberáme hrany s najväčším ohodnotením tak, aby sa graf nerozpadol na viacero komponentov súvislosti, tzn. aby zostal súvislý. Oba tieto

alternatívne algoritmy boli po prvýkrát zverejnené v roku 1956. Je zrejmé, že postupné pridávanie hrán do kostry tak, aby nevznikla kružnica je jednoduché pre človeka, no náročnejšie pre počítač, ktorý si nedokáže sieťovú topológiu vizuálne predstaviť.

Vhodným algoritmom pre spracovanie na počítači je Primov algoritmus (Robert Prim, 1957). Riešenie úlohy sa začína v ľubovoľnom uzle. Zvolí sa najkratšia hrana spájajúca daný uzol s niektorým so susedných uzlov, zaradí sa do kostry a tým získame ďalší uzol. V druhom kroku sa opäť zvolí najkratšia hrana (spomedzi tých hrán, ktoré doposiaľ neboli vybrané) spájajúca jeden z týchto dvoch uzlov s niektorým susediacim uzlom. Po určitom počte krokov tak postupne zvolíme všetky uzly pôvodného grafu, ktoré spolu s vybranými hranami tvoria jeho minimálnu kostru.

Primov algoritmus je možné upraviť do tvaru, ktorý podporuje maticové výpočty. Predpokladajme, že je zadaná matica W rozmerov $N \times N$ neorientovaného ohodnoteného grafu G , pričom uzly sú označené u_1, u_2, \dots, u_N . Začíname z ľubovoľného uzla, napr. u_1 . Nájďme jeho najbližšieho suseda, ktorému zodpovedá najnižšia hodnota w_{ij} v riadku zodpovedajúcom danému uzlu (u_1). Ak sa v danom riadku vyskytuje viacero minimálnych hodnôt w_{ij} , zvolíme si náhodne jednu z nich. Nech táto hodnota zodpovedá uzlu u_i . Uzly u_1 a u_i , ako aj hranu (u_1, u_i) , ktorá ich spája, teraz budeme považovať za súvislý podgraf grafu G . Ďalej budeme hľadať najbližší uzol, ktorý susedí s týmto podgrafom, tzn. uzol, ktorý nie je totožný s uzlami u_1 a u_i a zároveň mu zodpovedá minimálna hodnota w_{ij} v riadkoch prislúchajúcich týmto dvom uzlom. Nech je to uzol v_j , potom súvislý stromový podgraf grafu G je tvorený už tromi uzlami, a to v_1, v_i a v_j . V tomto procese je potrebné pokračovať, až pokým nezískame podgraf tvorený N uzlami a $N-1$ hranami, zodpovedajúci minimálnej kostre grafu G .

Postup riešenia si demonštrujeme na príklade č. 1, v ktorom je potrebné optimalizovať topologickú štruktúru systému tvoreného 7 počítačmi, ktorých pozície sú dané na obr. 1.



Obr. 1: Požadované rozmiestnenie uzlov v príklade č. 1

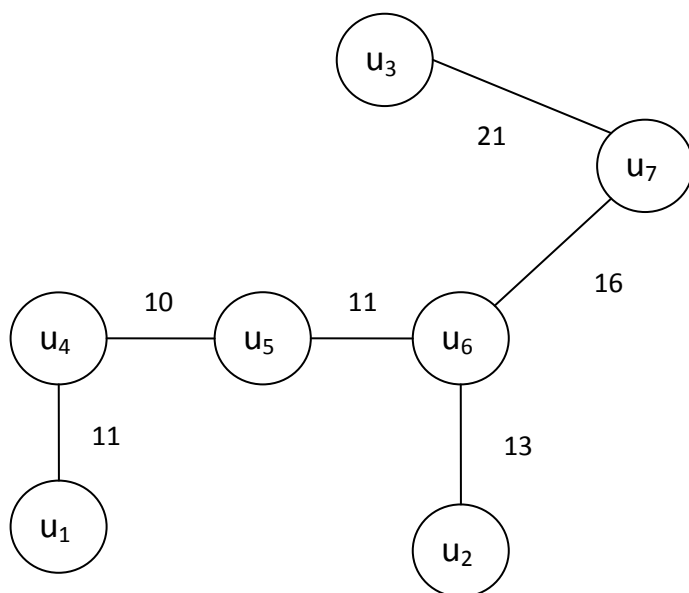
Úlohou je nájsť vhodný spôsob prepojenia týchto počítačov tak, aby žiadny z nich nezostal izolovaný a celkové náklady na zriadenie a prevádzku siete (v stovkách EUR) boli minimálne, ak je daná matica nákladov W (tab. 2).

Ako východiskový uzol si zvolíme uzol u_1 . $\text{Min} \{23, 35, 11, 15, 27, 45\} = 11 = w_{14}$, tzn. prvou hranou minimálnej kostry grafu G je hrana (u_1u_4) . Hodnoty v stĺpcoch u_1 a u_4 už nemusíme brať do úvahy a hľadáme minimálnu hodnotu w_{ij} v rámci riadkov prislúchajúcich týmto dvom uzlom. Je to hodnota $w_{45} = 10$ a ďalšou hranou je teda (u_4u_5) . Postupne nájdeme hodnoty $w_{56} = 11$, $w_{62} = 13$, $w_{67} = 16$ a $w_{73} = 21$ v uvedenom poradí. Minimálna kostra je teda

Tab. 2: Nákladová matica W grafu so 7 uzlami (príklad č.1)

Uzol	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
u_1	-	23	35	11	15	27	45
u_2	23	-	22	14	26	13	30
u_3	35	22	-	21	34	30	44
u_4	11	14	21	-	10	15	20
u_5	15	26	34	10	-	11	25
u_6	27	13	30	15	11	-	16
u_7	45	30	44	20	25	16	-

tvorená hranami (u_1u_4) , (u_4u_5) , (u_5u_6) , (u_6u_2) , (u_6u_7) , (u_7u_3) a má tvar:



Obr. 2: Nájdená minimálna kostra grafu z príkladu č.1

Celkové náklady na zriadenie a prevádzku takejto siete sú dané súčtom ohodnotení jednotlivých hrán a dosahujú výšku 82 uvažovaných merných jednotiek (stovky EUR).

V príklade č. 2 si predstavme situáciu, že medzi niektorými dvojicami počítačov z určitého dôvodu nie je možné (alebo želateľné) vytvoriť spojenie. Takúto situáciu je možné

riešiť tak, že príslušným hranám priradíme ohodnotenie $w_{ij}=R$, kde R je veľmi vysoké reálne číslo (blížiace sa k nekonečnu). Hodnotu R nikdy nesmieme zvoliť za riadkové minimum, inak sa riešenie úlohy vo svojom princípe neodlišuje od predchádzajúceho prípadu. Uvažujme preto maticu W (tab. 3). Postupne nájdeme hrany (u_1u_4) , (u_4u_2) , (u_2u_6) , (u_1u_5) , (u_6u_7) , (u_4u_3) , pričom celkové náklady predstavujú 91 jednotiek. Nemožnosť realizácie niektorých predtým uvažovaných hrán (v príklade č. 1) ovplyvnila výslednú topológiu siete.

Tab. 3: Nákladová matica W z príkladu č. 2

Uzol	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
u_1	-	23	35	11	15	27	R
u_2	23	-	22	14	R	13	30
u_3	35	22	-	21	R	30	R
u_4	11	14	21	-	R	R	20
u_5	15	R	R	R	-	R	25
u_6	27	13	30	R	R	-	16
u_7	R	30	R	20	25	16	-

V príklade č. 3 uvažujme o prípade, kedy je daná matica prenosových kapacít P (v Mbit/s) a našou úlohou je prepojiť 7 počítačov tak, aby sme maximalizovali prenosové kapacity a medzi ľubovoľnými dvoma počítačmi existovala práve jedna cesta. Úloha sa od predchádzajúcich odlišuje tým, že hľadáme kosťru grafu s maximálnym možným ohodnotením.

Tab. 4: Matica prenosových kapacít P (príklad č. 3)

Uzol	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7
u_1	-	8	8	8	5	10	8
u_2	8	-	10	6	5	5	6
u_3	8	10	-	10	12	10	8
u_4	8	6	10	-	10	15	10
u_5	5	5	12	10	-	8	12
u_6	10	5	10	15	8	-	10
u_7	8	6	8	10	12	10	-

Pri riešení úlohy môžeme postupovať dvojakým spôsobom:

- použijeme Primov algoritmus s tým, že v matici P nebudeme hľadať riadkové minimum, ale maximum;
- prenásobíme všetky prvky matice P hodnotou (-1) , použijeme Primov algoritmus pre nájdenie minimálnej kosťry a na záver prenásobíme ohodnotenia jednotlivých hrán opäť hodnotou (-1) , čím získame pôvodné ohodnotenia.

Pri použití prvého postupu si ako východiskový uzol zvolíme napr. u_1 . Maximálnou hodnotou v zodpovedajúcom riadku je $w_{16}=10$. Uzly u_1 a u_6 teda vytvoria (vrátane hrany medzi nimi) súvislý podgraf pôvodného grafu, pričom stĺpce pod uzlami u_1 a u_6 už nebudeme

d'alej potrebovať. Ďalej hľadáme maximálnu hodnotu w_{ij} pre riadky u_1 a u_6 , ktorou je hodnota $w_{64}=15$. Súvislý podgraf rozšírime o uzol u_4 a hranu (u_6u_4) a pokračujeme takto ďalej. Vzhľadom k tomu, že ohodnotenia niektorých hrán sa zhodujú, je možné vytvoriť viacero maximálnych kostier so zhodným celkovým ohodnotením. Jednou z nich je napr. kostra tvorená hranami: (u_1u_6) , (u_6u_4) , (u_5u_3) , (u_3u_5) , (u_5u_7) a (u_3u_2) .

Záver

Pri optimalizácii topologickej štruktúry distribuovaných informačných systémov je možné efektívne využiť algoritmy na hľadanie minimálnej kostry ohodnoteného grafu. Obzvlášť vhodným je Primov algoritmus, ktorý podporuje prácu s maticami, pričom jeho ľahkými modifikáciami je možné zvýšiť jeho uplatniteľnosť pri riešení rozličných úloh súvisiacich s projektovaním informačných systémov.

Použitá literatúra

- [1] ZÁVODNÝ, P. 2010. *Distribuované spracovanie dát*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2010. 270 s. ISBN 978-80-225-2901-3
- [2] PUŽMAN, J. 1980. *Projektování systémů dálkového přenosu dat*. Brno: Automatizace, 1980. 224 s.
- [3] UNČOVSKÝ, L – KOVAL, L - FIALA P. – VEJMOLA, S. 1991. *Modely sieťovej analýzy*. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa, 1991. 240 s. ISBN 80-05-00812-0

Kontaktné údaje

Ing. Pavol Jurík
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2)6729 5871
email: pavol.jurik.euba@gmail.com

PONUKOVO-DOPYTOVÝ MAKROEKONOMICKÝ MODEL

SUPPLY-DEMAND MACROECONOMIC MODEL

Brian König, Martin Lopatník

Abstrakt

Väčšina makroekonomických modelov poníma výkonnosť ekonomiky buď z hľadiska ponuky jednotlivých agentov pôsobiacich na trhu alebo naopak z hľadiska ich spotreby (dopytu). Cieľom tohto článku je popísať makroekonomický model, ktorý skĺbi oba prístupy do jedného modelu. Základom uvedeného modelu bude model európskej centrálnej banky Area-Wide Model (AWM).¹

KLúčové slová: *ECM model, štrukturálny makroekonomický model, ponukovo-dopytový model.*

Abstract

Most of the macroeconomic models consider economy either in terms of supply of particular agents operating in the market, or vice versa, in terms of their consumption (demand). The aim of the article is to describe macroeconomic model that links both approaches into one model. The basis of the model is the model of the European Central Bank's Area-Wide Model (AWM).

Keywords: *ECM model, structural macroeconomic model, supply-demand model.*

1 CHARAKTERISITIKA MODELU

Jedná sa o štrukturálny ekonometrický model, ktorý vníma eurozónu ako jednu ekonomiku.

Model AWM je determinovaný niekoľkými charakteristickými vlastnosťami, ktoré boli uvažované pri jeho konštrukcii.

Model je riešený ako model jednej ekonomiky, ktorý poníma eurozónu ako jednu krajinu. Vnímanie eurozóny ako jedného celku môže napomôcť pri riešení a analyzovaní dopadov politických a ekonomických rozhodnutí na celú eurozónu.

Ďalšou unikátnou črtou modelu je stupeň agregácie, v ktorom bol vypracovaný. Jedná sa o relatívne menší model, ktorí je síce dostatočne komplexný, aby poskytol detailný pohľad na hlavné komponenty agregovaného dopytu a cenovej úrovne a zároveň nie príliš rozsiahli na realizáciu prognóz a simulácií. Model pozostáva z 84 rovníc, pričom 15 z nich je behaviorálnych. Výhoda menšieho modelu poskytuje väčšiu možnosť aplikácie vysokého stupňa teoretických poznatkov na behaviorálne rovnice, čiže model môže byť zostavený na základe teórie, čím poskytuje lepšiu ekonomickú interpretáciu výsledkov.

Jednou z výhod AWM je jeho silná ekonomická štruktúra. Model je zostavený tak, aby bola zabezpečená platnosť ekonomických vzťahov v dlhodobom horizonte. Tento predpoklad je konzistentný so základnou neoklasickou rovnováhou, v ktorej dlhodobý HDP (hrubý domáci produkt) je určený technologickým pokrokom a výrobnými faktormi.

¹ pozri Fagan,G.,Henry,J., Mestre, R. 2001. An Area-Wide Model (AWM) for the Euro Area. In: ECB Working Paper NO 42, január 2001, Európska centrálna banka.

Krátkodobá rovnováha modelu je vymedzená dopytom jednotlivých agentov. Dlhodobá rovnováha je v modeli zabezpečená cez chybu korigujúce členy.²

Východiskovým aspektom správania sa jednotlivých agentov je tzv. *backward-looking pattern*, v ktorom sa predpokladá, že očakávania ekonomických subjektov sú tvorené na základe vývoja v minulosti. Jedná sa o aplikáciu adaptívnych očakávaní.

1.1 ECM technika odhadu

Behaviorálne rovnice modelu sú odhadnuté na základe ECM techniky odhadu modelu. Väčšina makroekonomických premenných vykazujú trend, čo môže spôsobiť pri odhade parametrov tzv. falošnú regresiu (spurious regression), kedy napriek tomu, že premenné v skutočnosti vzájomne nesúvisia, parametre môžu byť štatisticky významné a koeficient determinácie relatívne vysoký. Je to spôsobené nestacionaritou časových radov a prítomnosťou trendovej zložky. Častým riešením je odstránenie trendu z časového radu prostredníctvom diferencovania časového radu až do momentu, kým sa nedosiahne stacionárny časový rad. Avšak tento prístup má viacero nedostatkov.³ Diferencované časové rady neposkytujú informáciu o rovnovážnom stave, ale len o krátkodobých výkyvoch, preto bolo nevyhnutné navrhnúť modelovú techniku, ktorá bude kombinovať dlhodobé a krátkodobé vlastnosti modelu v jednom čase a zároveň všetky premenné budú stacionárne. K tomu, aby sme mohli zostaviť takýto model musíme mať k dispozícii časové rady, ktoré navzájom súvisia a existuje medzi nimi dlhodobý vzťah napriek tomu, že sú nestacionárne. Ak je spomenutý predpoklad splnený, potom existuje lineárna kombinácia časových radov, ktorá je stacionárna. Hovoríme, že časové rady sú v takomto prípade kointegrované. Kointegrácia je hlavným atribútom modelov ECM. Zápis ECM modelu s jednou vysvetľujúcou premennou vyzerá nasledovne:

$$\Delta Y_t = \beta_1 \Delta X_t - \lambda (Y_{t-1} - \gamma_0 - \gamma_1 X_{t-1}) + u_t \quad (1)$$

Keďže predpokladáme, že premenné Y a X sú vzájomne kointegrované ECM model neobsahuje iba krátkodobé výkyvy vyjadrené diferencovanými časovými radmi, ale aj dlhodobú rovnováhu zachytenú vzťahom $Y_{t-1} - \gamma_0 - \gamma_1 X_{t-1}$. V prípade dlhohodobej rovnováhy je uvedený dlhodobý vzťah rovný nule. Avšak ak dôjde k vychýleniu z rovnovážneho stavu dlhodobý vzťah bude rôzny od nuly a poskytne nám informáciu o vzdialenosti od rovnováhy, pričom parameter λ vyjadruje rýchlosť prispôsobenia za jedno časové obdobie t v prípade stavu nerovnováhy. Spomenutý princíp vyrovnávania nerovnováhy a zachytenia dlhodobých i krátkodobých výkyvov je základom princípu fungovania AWD modelu.

1.2 AWM model

Nakoľko AWM model je príliš rozsiahly, aby sme komplexne popísali jeho štruktúru, v článku sa zameriame iba na jeho hlavné komponenty a funkčné vzťahy medzi nimi. Model rozdelíme na ponukový sektor a dopytový sektor, pričom popíšeme ich kľúčové determinanty. Nebudeme uvažovať s komplexným sektorom cien, ale iba s dvomi deflátorami, pričom jeden bude domáci a druhý zahraničný.

² Model je odhadovaný na základe ECM (Error correction model) metodiky, kde vystupuje chybu korigujúci člen, ktorý vyjadruje rýchlosť prispôsobenia sledovanej veličiny k rovnovážnemu stavu v prípade odchýlky od rovnováhy. Výhodou týchto modelov je zachytenie krátkodobých zmien spolu s dlhodobou dynamikou skúmanej premennej.

³ Pozri Asteriou, D., Hall, S.D. 2007. Applied Econometrics, A Modern Approach using EViews and Microfit Revised Edition. China: PALGRAVE MACMILLAN. 2007. ISBN-10:0230-50640-2, s.307

Sektor ponuky

$$Y_{pot} \equiv TFP * L^\beta * K^{1-\beta}$$

$$K \equiv (1 - \delta) * K_{t-1} + I$$

$$I = I(Y, IR)$$

$$IR \equiv IN - \Delta P$$

$$L = L(Y / TFP, K)$$

$$W = W(P / TFP, U)$$

$$U \equiv (L_{pot} - L) / L_{pot}$$

$$O_{gap} \equiv Y / Y_{pot}$$

$$P \equiv P(W / TFP, O_{gap})$$

(2)

Sektor dopytu

$$Y \equiv C + I + G + NX, NX = EX - IM$$

$$C = C(Y_{disp}, A)$$

$$Y_{disp} \equiv [W * L + \rho * Y] * (1 - t)$$

$$EX = EX(Y_w, P / eP_w)$$

$$IM = IM(Y, P / eP_w)$$

$$dY \equiv t * Y - G$$

$$A - A_{t-1} \equiv EX - IM + dY + I - \delta K_{t-1}$$

(3)

Na strane ponuky sa predpokladá, že potenciálny HDP (Y_{pot}) je determinovaný Cobb-Douglasovou produkčnou funkciou za predpokladu konštantných výnosov z rozsahu. Produkcia je na strane ponuky vyjadrená ako funkcia kapitálu K , ponuky práce L a technologického pokroku TFP (ten je determinovaný celkovou produktivitou výrobných faktorov)⁵. Kapitál je definovaný ako súčet prostriedkov vynaložených na investičné statky I v čase t navýšený o rozdiel kapitálu z predchádzajúceho obdobia K_{t-1} znížený o objem odpísaného kapitálu $\delta * K_{t-1}$. Investície sú funkciou produkcie Y a reálnej úrokovej miery IR , ktorá je definovaná ako rozdiel medzi nominálnou úrokovou mierou IN a mierou inflácie ΔP . Zamestnanosť je vymedzená podielom Y/TFP a úrovňou kapitálu. Cenou za prácu je mzda, ktorá je vymedzená mierou nezamestnanosti U a pomerom P/TFP , pričom P reprezentuje vplyv cenovej hladiny. Nezamestnanosť je v modeli počítaná ako rozdiel potenciálnej zamestnanosti L_{pot} a aktuálne pracujúcimi L , ktorý je zohľadnený voči potenciálnej zamestnanosti. Do sektoru ponuky je zahrnutá aj produkčná medzera O_{gap} ako ukazovateľ nerovnováhy v ekonomike, ktorá je podielom skutočného a potenciálneho produktu Y/Y_{pot} . V modeli sa predpokladá, že cenová hladina a úroveň miezd sú navzájom značne korelované a preto P je závislá na podiele W/TFP a taktiež od nerovnováhy v hospodárstve, ktorá je vyjadrená produkčnou medzerou. Ak Y prevyšuje Y_{pot} poukazuje to na prehrievanie ekonomiky a na nadmerný dopyt, ktorý bude vytvárať tlaky na cenovú hladinu.

Sektor dopytu vychádza z Keynesiánskej identity, kde celková produkcia je určená spotrebou domácností C , dopytom firiem po investičných statkoch I , vládnymi nákupmi G

⁴Znamienko „=" je použité pre behaviorálne rovnice a „≡“ pre účtovné identity. Ak pri premennej nie je uvedený dolný index charakterizujúci čas, uvažujeme s obdobím t .

⁵ Uvažujeme exogénne danú celkovú produktivitu výrobných faktorov TFP .

a bilanciou zahraničného obchodu NX , ktorá rastie so zvyšovaním exportu EX a klesá s rastúcim objemom dovezených tovarov a služieb IM . Spotreba domácností závisí od výšky disponibilného príjmu Y_{disp} a úrovne bohatstva A . Výška disponibilného príjmu je vymedzená daňovým zaťažením vyjadreným $(1-t)$ a celkovými hrubými príjmami obyvateľstva, ktoré reprezentuje vzťah $[W*L+\rho*Y]$. Výdavky vlády G sú považované za exogénnu premennú, ktorá vstupuje aj do rovnice deficitu vlády dY . Export je funkciou zahraničného dopytu, ktorý je v modeli vyjadrený produkciou zahraničia Y_w a pomerom domácej a zahraničnej cenovej hladiny P/eP_w . Podiel domáceho a zahraničného deflátoru vstupuje aj do rovnice importu, ktorý rastie s rastom domáceho dopytu zachyteného v domácej produkcii Y . Saldo vládneho rozpočtu je definované ako rozdiel medzi daňovými príjmami vlády $t*Y$ a vládnymi výdavkami G . V modeli vystupuje aj prírastok bohatstva, ktoré rastie s kladným saldom zahraničného obchodu, zvyšuje sa s prírastkom kapitálu vyjadreným $I - \delta * K_{t-1}$ a klesá s vládnym deficitom.

Dlhodobá rovnováha modelu

Ako sme uviedli HDP je vymedzený v krátkodobom horizonte agregátnym dopytom, pričom jednotlivé komponenty sú modelované separovane. Z dlhodobého hľadiska sa predpokladá, že ponuka je vertikálna a skutočný ako aj potenciálny produkt sú determinované Cobb-Douglasovou produkčnou funkciou. Potenciálny produkt predstavuje HDP v dlhodobom rovnovážnom stave, avšak Y vyjadrený cez dopyt jednotlivých ekonomických subjektov reprezentuje krátkodobé nerovnováhy v produkcii.

Strana ponuky je formulovaná ako úloha maximalizácie zisku reprezentatívnej firmy, ktorá využíva výrobné zdroje reprezentatívnej domácnosti – prácu a kapitál. Maximalizácia zisku je zabezpečená rozdielom medzi hodnotou vyprodukovanej produkcie a nákladmi na prácu (mzdy) a kapitál (úroková miera, miera opotrebenia kapitálu, riziková prirážka). Maximalizácia zisku je ohraničená produkčným ohraničením, ktoré je definované ako výroba produkcie pri existujúcich zdrojoch a danej úrovni technologického pokroku.

$$\max F(K, L) \rightarrow Y_{pot} * P - L_{pot} * W - (IR + \delta + \lambda) * K * P \quad (4a)$$

$$\text{ohraničenie produkcie: } Y_{pot} = TFP * L^\beta * K^{1-\beta} \quad (4b)$$

Ku maximalizácii zisku firmy dochádza ak sú splnené podmienky prvého rádu kedy platia nasledovné vzťahy:

$$\left(\frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \right) = (1 - \beta) * Y_{pot} / K - (IR + \delta + \lambda) = 0 \Rightarrow (1 - \beta) * Y_{pot} / K = (IR + \delta + \lambda) \quad (5a)$$

$$\left(\frac{\partial F(K, L)}{\partial L} \right) = P * \beta * Y_{pot} / L - W = 0 \Rightarrow \beta * Y_{pot} / L = W / P \quad (5b)$$

Vzťahy (4a), (4b) sú platné v rovnovážnom (ustálenom) stave kedy potenciálny produkt $Y_{pot} = Y$. Podmienka prvého rádu (4a) definuje pomer kapitálu na výstupe v ustálenom stave a podmienka (4b) vymedzuje pomer práce na výstupe v ustálenom stave, ktorý sa rovná reálnej mzde.

Záver

V súčasnosti sa v praxi často využívajú ponukovo-dopytové modely, ktoré zahŕňajú nie len krátkodobé výkyvy v hospodárstve, ale aj dlhodobé vplyvy. Cieľom tohto príspevku bolo popísať AWD model, jeho hlavné vzťahy a princípy fungovania. Očakávaný budúci vývoj v tejto oblasti bude spočívať v prispôbení modelu na podmienky Slovenskej republiky a jeho aplikácii k vytvoreniu strednodobej prognózy makroekonomických ukazovateľov.

Použitá literatúra

1. ASTERIOU, D., Hall, S. D. 2007. Applied Econometrics, A Modern Approach using EViews and Microfit Revised Edition. China: PALGRAVE MACMILLAN. 2007. ISBN-10:0-230-50640-2
2. ENDERS, W. 2004. Applied Econometric Time Series, 2nd Edition. Denver: John Wiley & Sons 2004. ISBN 0-471-23065-0.
3. FAGAN, G., HENRY, J., MESTRE, R. 2001. An Area-Wide Model (AWM) for the Euro Area. In: ECB Working Paper NO 42, január 2001, Európska centrálna banka.
4. REĽOVSKÝ, J., ŠIROKÁ, J. 2009. Štrukturálny model ekonomiky SR. In: BIATEC, ročník 17,7/2009, Národná banka Slovenska.
5. Surmanová, K., 2012. Modelling and forecasting of wages: evidence from the Slovak Republic. In : Quantitative methods in economics : multiple criteria decision making XVI, 2012, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2012. - ISBN 978-80-225-3426-0. - 206-209.

Kontaktné údaje

Ing. Brian König, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: konigbrian@gmail.com

Ing. Martin Lopatník

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: lopatnik.martin@gmail.com

ODHAD SMĚNNÉHO KURZU CZK/EUR – APLIKACE MODELŮ ARIMA A GARCH

CZK/EUR EXCHANGE RATE FORECASTING – AN APPLICATION OF ARIMA AND GARCH MODELS

Marika Křepelová

Abstrakt

Jakým způsobem odhadnout směnný kurz je otázkou mnoha prací. Důležitost přesného odhadu vyplývá z možnosti hedgingu a možnostmi spekulace s měnovými páry. V mé práci testuji přesnost odhadů ARIMA a GARCH modelů u časové řady směnného kurzu české koruny a eura v období druhé poloviny roku 2002 až druhé poloviny roku 2008. Odhad ex-post je použit na základě predikovaných hodnot a porovnávám s hodnotami reálného směnného kurzu.

***Klíčové slova:** ARIMA, GARCH, směnný kurz*

Abstract

How to forecast exchange rate is a question of many works. An importance of accurate estimation is coming from the possibility to hedge or the possibility to profit from the changes in the currencies. In my work I am testing accuracy of estimation by ARIMA and GARCH model in time series of exchange rate Czech crown and Euro in the period of second half of 2002 to second half of 2008. Ex-post estimation of returns is compared to a real exchange rate.

***Keywords:** ARIMA, exchange rate, GARCH*

1 ÚVOD

Odhad vývoje směnného kurzu je stejně jako odhad vývoje akcií již snahou posledních 50 let. Nutnost předvídat pohyby směnného kurzu vychází z podstaty obchodování a držení cizích měn. Nejen finanční instituce potřebují co nejpřesnější analýzu, ale i firmy zabývající se importem/exportem, nadnárodní společnosti a také investoři, kteří se snaží vydělávat na pohybech cizích měn. V dnešní době existují dva hlavní přístupy k analýze směnného kurzu – technická analýza a fundamentální analýza. Technická analýza využívá přístup pouze na základě minulých hodnot časové řady. Fundamentální analýza zahrnuje makroekonomické ukazatele.

Hlavní rozdíly v technické a fundamentální analýze v přístupu k datům. Fundamentální analýza obvykle bere v úvahu časové osu v rámci roků, kdežto technická analýza se často uvažuje pouze v rámci dnů, či týdnů. Proto investoři držící měny v dlouhodobém hledisku raději využívají fundamentální analýzu a investoři spekulující v krátkodobém měřítku využívají technickou analýzu. Avšak technická analýza, která je v praxi široce používaná, má velké množství kritiků, jelikož jde proti teorii efektivních trhů. V této teorii se uvažuje, že veškeré informace z minulosti jsou již zakomponovány v ceně (neboli směnném kurzu) dnes. Proto využití jakékoliv analýzy na základě minulých dat nedává podle této teorie smysl. Proč je tedy technická analýza tak populární? Zejména využívá předpokladu, že v minulosti se objevují různé zákonitosti, které se opakují a časovou řadu charakterizují. Jestliže takovéto

zákonitosti existují, je možné je popsat. V mé práci se proto budu zabývat, zda jsou postihnutele pomocí modelů ARIMA (neboli Autoregressive Integrated Moving Average) a GARCH (neboli General Autoregressive Conditional Heteroscedastic).

Modely ARIMA byly popsány již v 70. letech Box Jenksem (1976). Předpokládá, že časová řada je tvořena lineární kombinací jejích minulých hodnot a minulých chyb a je stacionární. Uvažují, že časová řada má konstantní volatilitu, což u finančních časových řad většinou neplatí. Jelikož je správné popsání volatility důležité, je nutno využít modely GARCH. Modely GARCH popsané v 80. letech Englem (1982) a Bollerslevem (1986).

1.1 Data

Data byla stažena ze serveru *www.patria.cz* a jsou směnným kurzem CZK/EUR. Data byla vzata za období od 3.6.2002 až do 20.9.2008. Časovou řadu druhé poloviny roku 2008 a dál jsem pro moji analýzu nebrala v úvahu, jelikož zde byla velká volatilita způsobena dopady finanční krize na finanční trh. Protože časové řady akcií nejsou stacionární v čase, zlogaritmovala jsem jejich výnosy, neboli původní časové řady byly upraveny následujícím způsobem:

$$\ln(r_t^x) = \ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = \ln(x_t) - \ln(x_{t-1})$$

kde r_t je výnos směnného kurzu, x_t je směnný kurz. Takto upravená časová řada je již stacionární, což lze dokázat pomocí ADF testu jednotkové kořene, kde zamítáme nulovou hypotézu na 1% hladině významnosti.

1.2 Metodologie

ARIMA modely se využívají v teorii pro popis a odhad časových řad, které mohou být stacionarizovány jejich diferencí nebo zlogaritmováním podílu. ARIMA modely mají 3 charakteristické znaky – počet autoregresních prvků p (počet zpoždění vysvětlované proměnné), počet diferencí d , počet zpožděných chyb q . Matematicky se dá model zapsat jako:

$$(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i)(1 - L)^d X_t = (1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i) \varepsilon_t$$

kde p , d , a q je počet popsáný výše, L je počet zpoždění.

Model obecné autoregresní podmíněné heteroskedasticity je rozšířením ARCH procesu, kde podle Bollersleva (1986) je ε_t reálná hodnota stochastického procesu diskrétní v čase a ψ_t vyjadřuje veškeré informace v čase t . Pak GARCH(p , q) proces je dán jako

$$\varepsilon_t | \psi_t \sim N(0, \sigma_t^2),$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2, \quad p > 0, q \geq 0.$$

Omezení modelu jsou $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$, které vznikají z podmínky nezáporného rozptylu σ_t^2 a dále $\alpha + \beta < 1$, aby byl proces stacionární. Jestliže $p = q = 0$, je ε_t pouze bílý šum. Nejvíce využívaným modelem je GARCH(1,1) proces, který je definován následovně

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t.$$

Model bude nejprve odhadnut na 1000 prvních pozorování a poté budou tyto odhady použity k predikci dalších 649 období s tím, že hodnota z_t byla náhodně vygenerována a je iid (z angl.

independent and identically distributed). Hodnoty budou opět přetransformovány na směnný kurz jako

$$x_t^* = e^{r_t^*} \cdot x_{t-1}$$

kde x_t^* je odhad směnného kurzu v čase t , x_{t-1} je pozorovaná hodnota směnného kurzu v čase $t-1$ a r_t^* je odhad výnosu směnného kurzu v čase t .

Pro porovnání přesnosti získaných odhadů se použije princip MSE (neboli sumarizace čtverců odchylek) získaných jako

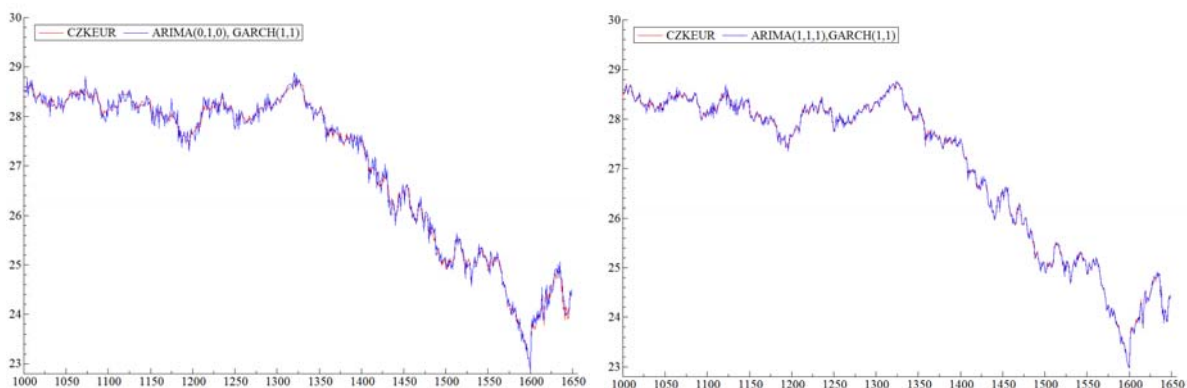
$$\sum_{t=1000}^{1649} (x_t - x_t^*)^2$$

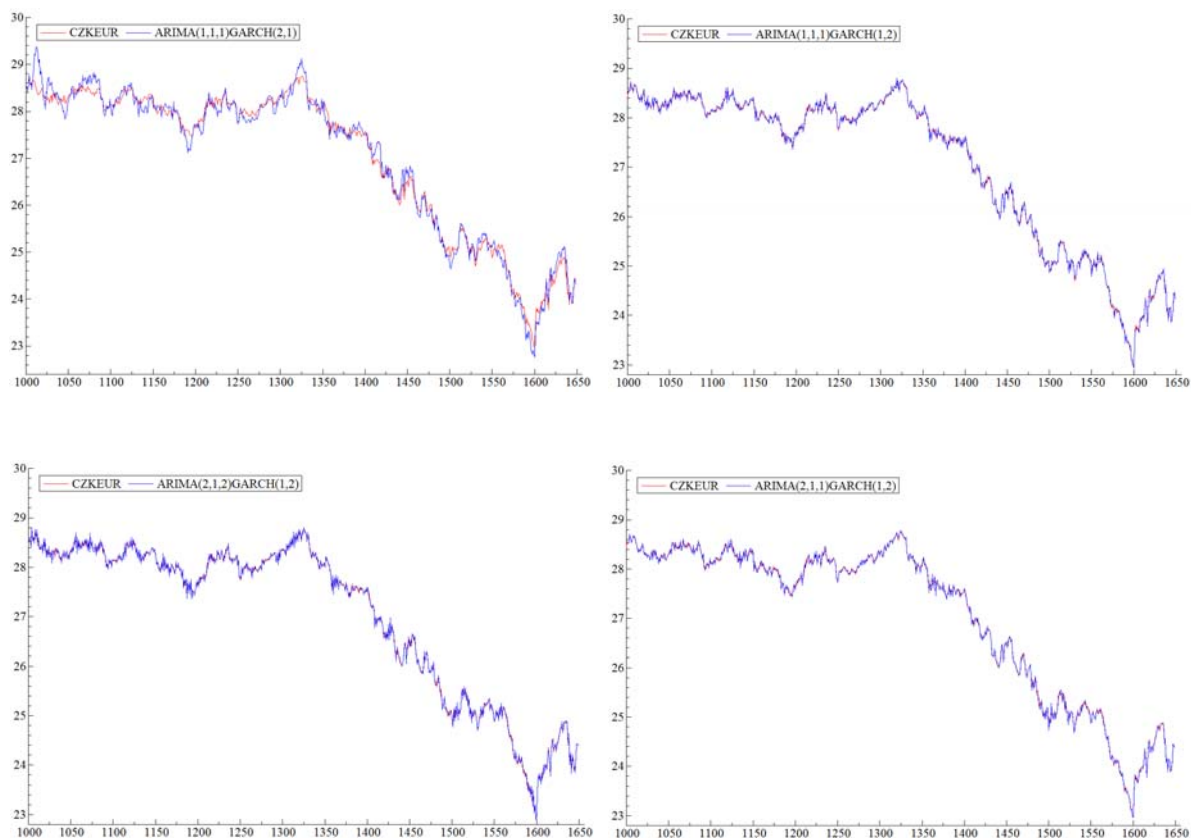
2 APLIKACE MODELŮ ARIMA A GARCH

Jak již bylo řečeno v úvodu, v této části analyzuji modely ARIMA a GARCH s různými parametry. Prozkoumám 6 modelů. ARIMA(0,1,0)GARCH(1,1) je model, který uvažuje pouze první diference směnného kurzu (neboli náhodnou procházku) s podmíněným rozptylem závislející na 1 zpoždění jeho hodnoty a 1 zpoždění rezidua.

ARIMA(1,1,1)GARCH(1,1) je model, který již uvažuje 1 zpoždění vysvětlované proměnné i náhodné složky. U dalších čtyř modelů bylo použito alespoň jeden vyšší řád zpoždění, ať už u GARCH modelu nebo u ARIMA modelu. V Grafu 1 je znázorněn směnný kurz a odhad pomocí modelu, který byl odhadnut na základě prvních 1000 pozorování a pomocí metody Monte Carlo. Veškeré odhady byly zpracovány v softwaru OxMetrics a částečně i za pomoci programu MS Excel.

Graf 1: Porovnání reálného směnného kurzu (červeně) a odhadu pomocí modelu (modře)





Jak je z Grafu 1 patrné, veškeré odhady celkem dobře predikují směnný kurz až na model ARIMA (1,1,1)GARCH(2,1). Tento model není vhodný pro predikci, což je viditelné i z Tabulky 1, kde jsou udány hodnoty sumy čtverců rozdílů, mezi reálným směnným kurzem a predikovaným.

Tabulka 1: Přesnost predikce modelu

model	Σchyby^2
ARIMA(0,1,0)GARCH(1,1)	6.401828
ARIMA(1,1,1)GARCH(1,2)	1.570637
ARIMA(1,1,1)GARCH(2,1)	20.3373
ARIMA(1,1,1)GARCH(1,2)	1.508857
ARIMA(2,1,1)GARCH(1,2)	1.412259
ARIMA(2,1,2)GARCH(1,2)	3.625755

Podle Tabulky 1 je také patrné, že nejlepší se ukázal model ARIMA(2,1,1)GARCH(1,2). Jako další vhodné modely se ukázaly být i model ARIMA(1,1,1)GARCH(1,1) a ARIMA(1,1,1)GARCH(1,2). Ačkoliv se z Grafu 1 může zdát, že odhady těchto tří modelů jsou velice přesné, v praxi (například při spekulaci na devizovém trhu) je použití sporné. Ačkoliv je odhad vždy proveden pouze pro jeden den dopředu, průměrná chyba u nejlepšího je 0.003871. To znamená, že model podhodnocuje směnný kurz (reálný byl průměrně větší než odhadovaný).

3 ZÁVĚR

Jak již bylo naznačeno v úvodu, technická analýza má řadu odpůrců, kteří tvrdí, že veškeré informace z minulosti jsou již odraženy v ceně (v mém případě směnném kurzu) dnes. V případě predikce časové řady směnného kurzu české koruny a eura jsem prokázala, že model založený pouze na náhodné procházce predikuje budoucí hodnotu daleko hůř, než modely využívající informace z minulosti. Jako nejlepší model vyšel model ARIMA(2,1,1)GARCH(1,2) využívající dvě zpoždění náhodné složky jak v modelu autoregresních integrovaných modelů klouzavých průměrů, ale i modelů podmíněné heteroskedasticity. Tento poznatek je proti teorii efektivních trhů a podtrhuje důležitost využití analýzy ex-post.

Z mého poznatku i model, který vyšel v práci jako nejlepší, průměrně podhodnocuje směnný kurz. Proč je tak těžké odhadovat směnný kurz. Např. v práci Kiliana a Taylora (2001) si položili otázku, proč je těžké porazit model náhodné procházky. Odkazují se na to, pohyby směnného kurzu jsou nelineární. Většina publikací zkoumající vhodnost použití technické analýzy věří, že existují trendy. Avšak tyto trendy jsou malé a přetrvávají pouze dny či hodiny. Není možné v rámci technické analýzy predikovat na delší časové období, a proto je i v této práci brán v úvahu predikce pouze dalšího dne. Tyto trendy mohou být vysvětlované např. neracionálním chováním investorů. Uvádí se, že pouze 10% investorů na devizovém trhu se chová racionálně, zbytek podléhá davovému chování.

Jako další krok ve výzkumu možnosti odhadu směnného kurzu bych doporučovala porovnání modelů ARIMA a GARCH s modelem umělé neuronové sítě. Tyto modely se ukazují jako velmi dobré, jako např. dokázal Darrat a Zhong (2000).

Text vznikl v rámci grantu IGA F4/1/2012.

Použitá literatura

1. BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, In: Journal of Econometrics, roč. 31, 1986, č.3, s. 307-327.
2. BOX, G., JENKINS. G 1976. Time series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco.
3. DARRAT, A. F., ZHONG M. 2000. On the testing the random-walk hypothesis: A model comparison approach, In: The finance Review, roč. 35, 2000, č. 3, s.105-124.
4. EAGLE, R. F . 1982. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, In: Econometrica, roč. 50, 1982, s.987-1007.
5. KILIAN, L., TAYLOR, M. P. 2001. Why is it so difficult to beat the random walk forecast of exchange rates, In: Working Paper Series 088, European Central Bank

Kontaktní údaje

Ing. Marika Křepelová

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám W. Churchilla 4, Praha 3

Tel: (420 2) 24 095 423

email: krepelova.m@gmail.com

MODELOVANIE SPRÁVANIA ÚČASTNÍKOV DODÁVATEĽSKÉHO REŤAZCA¹

SUPPLY CHAIN BEHAVIOUR MODELING

Ivan Lichner

Abstrakt

Dodávateľské reťazce predstavujú neoddeliteľnú súčasť fungovania hospodárstva. V tomto článku stručne popíšeme správanie sa a rozhodovanie jednotlivých článkov dodávateľských reťazcov. Zároveň predstavujeme tri varianty modelov opisujúcich optimálne rozhodovanie subjektov dodávateľského reťazca. Hlavným cieľom tohto článku je navrhnúť také modifikácie základných modelov dodávateľských reťazcov, ktoré by prispeli k ich zrealizácii a zásadne by nezvýšili ich výpočtovú náročnosť.

Kľúčové slová: *dodávateľský reťazec, teória hier, optimalizácia*

Abstract

The supply chains are an integral part of the economy. In this article we briefly describe the behavior and decisions of individual agents supply chains. Three types of models describing the optimal decision making of entities in the supply chain are presented. The main objective of this article is to propose a modifications of the basic models of supply chains, that would increase their quality and would not significantly increase the computational complexity.

Keywords: *supply chain, game theory, optimization*

ÚVOD

Problematika dodávateľských reťazcov predstavuje z odborného pohľadu autora prierezovú otázku, ktorej sa venuje veľké množstvo expertov a to tak z oblasti manažmentu, marketingu, operačnej analýzy ako aj teórie hier. Dodávateľský reťazec podľa [3] predstavuje „materiálovú a informačnú výmenu v logistickom procese, ktorá sa začína obstaraním vstupných materiálov a končí dodaním hotového produktu konečnému užívateľovi. Všetci dodávatelia, poskytovatelia služieb a zákazníci sú ohniskami dodávateľského reťazca.“ Dodávateľské reťazce predstavujú dynamickú štruktúru v ktorej dochádza k nepretržitému toku informácií, produktov a finančných prostriedkov medzi jednotlivými účastníkmi. Typický dodávateľský reťazec môže zahŕňať viacerých účastníkov, ktorými môžu byť: zákazníci, maloobchodní predajcovia, veľkoobchod, distribúcia, výrobcovia a dodávatelia vstupných surovín. Nie každý z uvedených účastníkov musí byť súčasťou určitého dodávateľského reťazca. Konkrétna štruktúra dodávateľského reťazca závisí predovšetkým od potrieb zákazníkov a úloh jednotlivých úrovní dodávateľského reťazca. V tejto práci sa ďalej budeme venovať dodávateľskému reťazcu, ktorý bude tvorený výrobcom, veľkoobchodom, maloobchodom a zákazníkmi, pričom sa detailne budeme venovať optimálnemu rozhodovaniu veľkoobchodu a maloobchodného predajcu.

¹ Tento článok vznikol v rámci riešenia projektu VEGA 1/0014/12 Modelovanie cenovej politiky dodávateľského reťazca v konkurenčnom prostredí.

1 MODELÝ DODÁVATEĽSKÝCH REŤAZCOV BEZ SPOLUPRÁCE AGENTOV

1.1 Základné predpoklady

V literatúre existuje viacero modelových prístupov popisujúcich problém rozhodovania účastníkov dodávateľského reťazca. V tejto práci budeme predpokladať, že dodávateľský reťazec sa skladá z dvoch entít: veľkoobchodu a maloobchodného predajcu. Títo účastníci pre zachovanie jednoduchosti a názornosti medzi sebou obchodujú s jediným tovarom na základe obchodnej zmluvy pri stanovenej cene.

Autori Netessine a Rudi v práci [2] aplikovali pri modelovaní dodávateľských reťazcov predpoklad, že dopyt po produkte je v každom časovom období náhodný a jeho stredná hodnota je závislá na výdavkoch maloobchodníka na získanie zákazníkov v danom časovom období A_t (pod týmito výdavkami je možné chápať celkové výdavky spoločnosti na reklamu a podporu predaja výrobku). V tejto práci nadväzujeme na uvedený prístup avšak prijímame rozširujúci predpoklad, že objem dopytu zákazníkov v čase t je čiastočne ovplyvnený aj objemom týchto výdavkov v čase $t-1$. Tento predpoklad sa opiera o skutočnosť, že tieto výdavky v sebe obsahujú aj výdavky na reklamu, ktorej vplyv nie je ohraničený jedným časovým obdobím a preto sme považovali pôvodný predpoklad za príliš limitujúci a nereálny. Rozdelenie dopytovej funkcie je pri aplikácii uvedených predpokladov nasledovné $D_t(A_t, A_{t-1}) = \theta(A_t) + \nu(A_{t-1}) + \varepsilon_t$, kde $\theta(A_t)$ a $\nu(A_{t-1})$ predstavujú funkcie s reálnymi hodnotami a ε_t je rovnomerne náhodne rozdelená premenná, taká že $D_t(0, 0) \geq 0$.

Všetky parametre rozhodovacieho problému sú známe tak malo- ako aj veľkoobchodníkovi a preto v takomto prípade neexistuje informačná asymetria. Cieľom obchodníkov je maximalizácia diskontovaného zisku v neohraničenom časovom horizonte. V prípade, že tovar nie je na sklade dochádza k stratenému predaju (t.j. obchod sa neuskutoční). V prípade, že dopyt je nižší ako hladina tovaru na sklade nepredaný tovar sa prenáša do ďalšieho časového obdobia. Vďaka predpokladu o možnom stratenom predaji je objem zásob x_{t+1} , ktorý sa prenáša medzi obdobiami možné vyjadriť pomocou nasledovného vzťahu

$$x_{t+1} = (Q_t - D_t(A_t, A_{t-1}))^+ \quad (1)$$

kde Q_t predstavuje úroveň objednávania tovaru realizovaný na začiatku časového obdobia a $D_t(A_t, A_{t-1})$ je objem dopytu v období t , ktorý závisí od veľkosti výdavkov na získanie zákazníka v danom a predchádzajúcom období.

1.2 Model vertikálne integrovaného dodávateľského reťazca

Pri takomto type dodávateľského reťazca sú veľkoobchod a maloobchod vertikálne integrovaní a predstavujú jednu entitu. Takýto integrovaný agent sa samostatne rozhoduje o objeme zásob a o rozsahu výdavkov na získavanie zákazníkov. Dodatočnými predpokladmi, ktoré aplikujeme v tomto type dodávateľského reťazca sú nasledovné: v každom časovom období je tovar nakúpený za fixné jednotkové náklady c a predávaný zákazníkom za fixnú jednotkovú maloobchodnú cenu r . Na základe vyššie opísaných predpokladov modifikujeme štandardnú štruktúru úlohy (pozri [1]) na základe čoho bude integrovaná dodávateľská spoločnosť maximalizovať nasledovnú účelovú funkciu zisku Π

$$\Pi(\bar{A}, \bar{Q}, x_1) = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} E \left[r \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) - h \cdot (Q_t - D_t(A_t, A_{t-1}))^+ - c \cdot (Q_t - x_t) - A_t \right] \quad (2)$$

kde β predstavuje diskontný člen, ktorý nadobúda hodnoty $< 0; 1$) a h sú náklady držby zásob, ktoré prechádzajú medzi časovými obdobiami. Funkciu očakávaného zisku je možné rozdeliť na štyri základné komponenty: objem tržieb získaný z predaja tovaru (ohraničený

objemami dopytu a ponuky), nákladmi na tovar držby tovaru medzi časovými obdobiami (kladný rozdiel medzi dopytom a ponukou), náklady potrebné na nákup tovaru (závislé od rozdielu medzi hladinou zásob po ktorú sa objednáva a počiatocnými zásobami) a náklady na získavanie zákazníkov. Pomocou matematických úprav je možné optimalizačnú úlohu prepísať nasledovne

$$\max_{Q_t \geq x_t, A_t \forall t} \Pi_M(\bar{A}, \bar{Q}, x_1) = \max_{Q_t \geq x_t, A_t \forall t} \left[cx_1 + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \pi_t(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) \right] \quad (3)$$

V tejto úlohe π_t predstavuje očakávanú hodnotu účelovej funkcie zisku jedného obdobia, ktorá je definovaná nasledovne

$$\pi_t(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) = E \left[(r + h - \beta \cdot c) \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) - (h + c \cdot (1 - \beta)) \cdot Q_t - A_t \right]. \quad (4)$$

1.3 Model tradičného dodávateľského reťazca

V prípade tradičného dodávateľského reťazca veľkoobchod nakupuje tovar za fixné jednotkové náklady c a následne ho predáva maloobchodníkovi za fixnú jednotkovú veľkoobchodnú cenu w . Maloobchod pri tejto štruktúre drží zásoby a predáva tovar zákaznikom za fixnú jednotkovú cenu maloobchodnú cenu r . Keďže v tomto prípade maloobchod je v rovnakej pozícii ako tomu bolo v prípade integrovaného obchodného reťazca, kedy takisto jeden agent rozhodoval o úrovni zásob ako aj o výdavkoch na získavanie zákazníkov je v tomto prípade optimalizačná úloha obdobná tej ktorú sme opísali v časti 1.2

$$\max_{Q_t \geq x_t, A_t \forall t} \Pi_M(\bar{A}, \bar{Q}, x_1) = \max_{Q_t \geq x_t, A_t \forall t} \left[wx_1 + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \pi_{M,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) \right] \quad (5)$$

kde $\pi_{M,t}$ reprezentuje očakávanú hodnotu účelovej funkcie maloobchodníka v rámci jedného obdobia definovanú nasledovne

$$\pi_{M,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) = E \left[(r + h - w \cdot \beta) \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) - (h + w \cdot (1 - \beta)) \cdot Q_t - A_t \right]. \quad (6)$$

Keďže v dodávateľskom reťazci figuruje aj ďalší článok – veľkoobchod, je potrebné definovať aj funkciu jeho očakávaného zisku

$$\Pi_V(\bar{A}, \bar{Q}, x_1) = -(w - c) \cdot x_1 + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \pi_{V,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) \quad (7)$$

kde $\pi_{V,t}$ predstavuje funkciu zisku veľkoobchodu v jednom časovom období, ktorá je definovaná nasledovným vzťahom

$$\pi_{V,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}, x_t) = (w - c) E \left[(1 - \beta) \cdot Q_t + \beta \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) \right]. \quad (8)$$

Aj pri takejto štruktúre dodávateľského reťazca má hlavnú rozhodovaciu silu maloobchodník rovnako ako tomu bolo v prípade integrovaného dodávateľského reťazca, čo je dané predovšetkým tým, že maloobchod znáša celé riziko spojené s držbou zásob ako aj náklady potrebné na získanie zákazníkov. Z rozhodnutí maloobchodu sekundárne profituje aj veľkoobchodník, avšak pri aplikovanom predpoklade o dohodnutých zmluvných podmienkach veľkoobchod nedokáže toto rozhodovanie ovplyvniť, čo môže viesť k neoptimálnemu sa správaniu celého dodávateľského reťazca.

1.4 Model drop-shipping dodávateľského reťazca

Takýto typ dodávateľského reťazca je založený na štruktúre procesov pri ktorej maloobchodný predajca nedrží skladové zásoby, ale namiesto neho na základe detailov objednávky zaslanej predajcom veľkoobchod zasiela tovar priamo zákazníkovi. Takýto prístup v obchodnom reťazci je prakticky aplikovateľný predovšetkým pri internetovom predaji.

V tomto type štruktúry dodávateľského reťazca budeme predpokladať, že veľkoobchod nakupuje tovar za jednotkové náklady c a dodáva tovar priamo zákazníkovi na základe žiadosti maloobchodného predajcu. Maloobchodný predajca sa zaoberá získavaním zákazníkov a za predaný tovar platí veľkoobchodnú cenu w , pričom od zákazníka inkasuje maloobchodnú cenu r . Keďže maloobchod nedrží zásoby dochádza k zníženiu jeho nákladov vzhľadom na to že neznáša náklady spojené so skladovaním. Pri drop-shipping štruktúre dodávateľského reťazca je možné medzi jednotlivými článkami reťazca realizovať aj iné formy dohôd o prerozdeľovaní ziskovej marže ako zmluva o predaji, týmto sa však v tejto práci nebudeme bližšie venovať. V prípade drop-shipping štruktúry dodávateľského reťazca rozhodujú jednotlivé články samostatne o úrovni zásob (veľkoobchod) a výdavkoch na získavanie zákazníkov (maloobchod), čo v prípade nekoordinovaného prístupu môže viesť k suboptimálnemu riešeniu.

V takejto štruktúre dodávateľského reťazca maloobchod čelí rozhodovaniu o nasledovnej optimalizačnej úlohe

$$\max_{A_t \forall t} \Pi_M(\bar{A}, \bar{Q}) = \max_{A_t \forall t} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \pi_{M,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}) \quad (9)$$

kde $\pi_{M,t}$ predstavuje funkciu očakávaného zisku maloobchodníka v jednom časovom období, ktorá je definovaná nasledovne

$$\pi_{M,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}) = E[(r - w) \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) - A_t] \quad (10)$$

Veľkoobchod rozhoduje o úrovni objednania zásob a optimalizuje nasledovnú účelovú funkciu zisku

$$\max_{Q_t \geq x_t} \Pi_V(\bar{A}, \bar{Q}, x_1) = \max_{Q_t \geq x_t} \left[c \cdot x_1 + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \pi_{V,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}) \right] \quad (11)$$

v tejto rovnici $\pi_{V,t}$ predstavuje funkciu očakávaného zisku veľkoobchodu, ktorá je definovaná nasledovne

$$\pi_{V,t}(Q_t, A_t, A_{t-1}) = E[(w + h - \beta \cdot c) \cdot \min(D_t(A_t, A_{t-1}), Q_t) - (h + (1 - \beta) \cdot c) \cdot Q_t - \varphi \cdot w] \quad (12)$$

Keďže drop-shipping štruktúra dodávateľského reťazca sa bežne aplikuje predovšetkým pri internetovom predaji definujeme rovnicu očakávaného zisku odlišne od nám známej literatúry a zahrnuli sme do nej aj náklady na dodávku tovaru. Náklady na dodávku tovaru sú definované náhodne rozdelenou funkciou φ , ktorá dosahuje hodnotu z ľubovoľne zvoleného intervalu, najpravdepodobnejším sa javí interval $\langle 0; 0,1 \rangle$. V prípade takéhoto funkčného tvaru bude vhodné pri optimalizácii rozhodovania dodávateľského reťazca aplikovať niektorú zo známych simulačných metód (napr. Monte Carlo).

Vzhľadom na skutočnosť, že v prípade drop-shippingu oba popisované články dodávateľského reťazca prijímajú rozhodnutia, ktoré ovplyvňujú ich celkový zisk, je možné

v prípade optimalizácie aplikovať tri možné alternatívy správania sa definované v rámci teórie hier. V závislosti od trhovej sily má buď maloobchod alebo veľkoobchod postavenie tzv. Stacklebergrovho vodcu, ktorého druhý článok nasleduje v súlade s predpokladmi o funkcii reakcie druhého článku. Alternatívne môžu mať oba články dodávateľského reťazca rovnakú rozhodovaciu pozíciu a preto bude riešenie takejto situácie istou formou Nashovej rovnováhy.

ZÁVER

Rozhodovanie sa jednotlivých článkov dodávateľského reťazca je možné popísať pomocou aplikácie optimalizačných modelov. V tejto práci popisujeme alternatívne modely optimalizácie rozhodovania veľkoobchodu a maloobchodu v troch typoch štruktúr dodávateľského reťazca. Primárnym cieľom tohto článku bolo navrhnúť možné zlepšenia modelov popísaných v známej literatúre, pričom uvedený cieľ sme splnili v prípade spomínaných modelov a to aplikáciou predpokladu o účinnosti marketingu vo viacerých časových obdobiach a zahrnutím nákladov distribúcie v prípade drop-shipping štruktúry. V tejto práci sme sa vzhľadom na obmedzený rozsah nevenovali praktickej aplikácii navrhnutých modelov a detailne sme sa zamerali na vytvorenie teoretického modelového aparátu vhodného ako základ pre ďalšie publikačné výstupy a hlbšie analýzy.

Použitá literatúra

1. HEYMAN, D. P. a SOBEL, M. J. 1984. Stochastic models in operations research, Volume II: Stochastic Optimization. McGraw-Hill.
2. SIMCHI-LEVI, D. - WU, S. D. - SHEN, Z. M. 2004. Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modelling in the E-Business Era. Kulwert Academic Publishers
3. VITASEK, K. 2006. Supply Chain and Logistics Terms and Glossary. Supply Chain Visions. Bellevue, Washington. Dostupné na: <http://www.logisticsservicelocator.com/resources/glossary03.pdf>

Kontaktné údaje

Ing. Ivan Lichner

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 907) 819 491

email: ivan.lichner@yahoo.com

VYUŽITIE ROZHODOVACÍCH STROMOV PRI MODELOVANÍ KREDITNÉHO RIZIKA.

APPLICATION OF DECISION TREES BY MODELLING OF CREDIT RISK.

Martin Lopatník

Abstrakt

Cieľom príspevku je popísať jednu z používaných metodík na modelovanie kreditného rizika. Rozhodovacie stromy predstavujú dnes jednu z rozšírených metodík pre modelovanie rizikových parametrov kreditného rizika a tento príspevok by mal čitateľovi opísať a priblížiť základné informácie o tejto metodike.

KLúčové slová: CHAID, Rozhodovacie stromy, kreditné riziko, modelovanie

Abstract

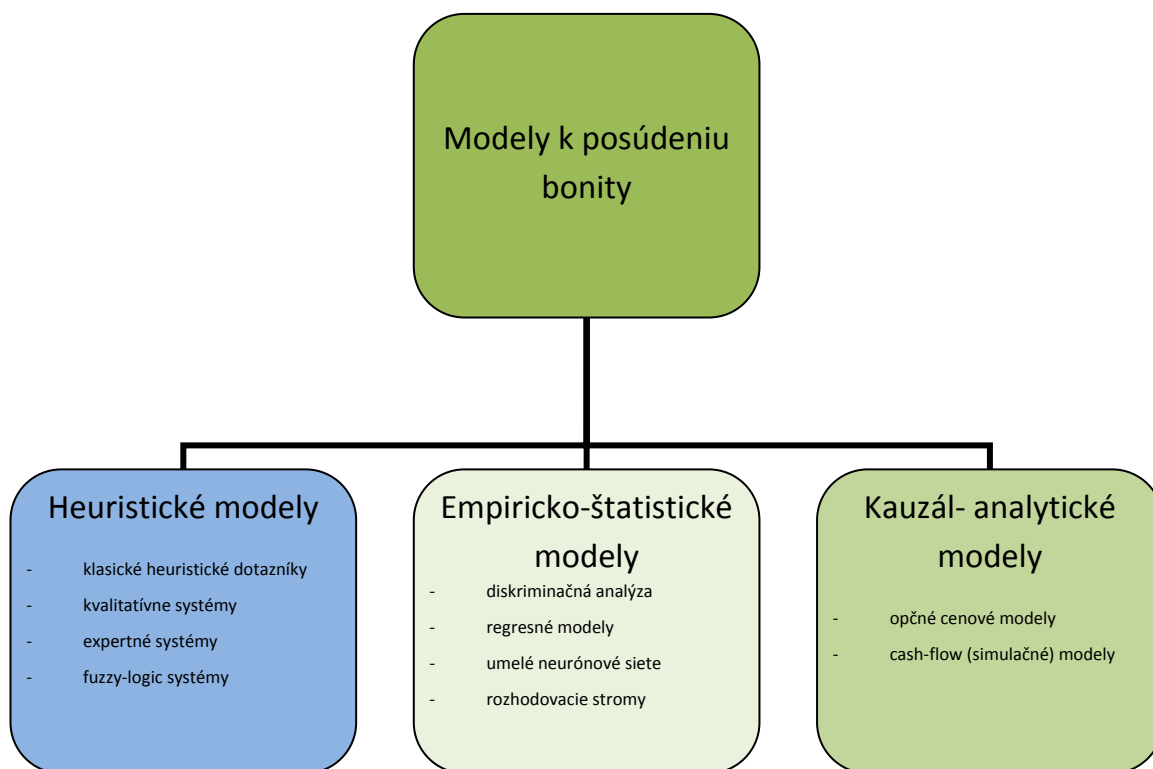
The main goal of this article is describes one of the used methodologies of credit risk modelling. Decision Trees are today one of the used methodologies for modelling of risk parameters of credit risk and this article should describe and explain the basics about this methodology.

Keywords: CHAID, Decision Trees, Credit Risk, Modelling

1. PRÍSTUPY K MODELOVANIU KREDITNÉHO RIZIKA.

V súčasnosti prenikajú ekonometrické a moderné štatistické metódy čoraz intenzívnejšie nie len do tradičných oblastí ako biológie, fyziky ale aj bankovníctva. V dôsledku globálnej finančnej krízy sa podporila potreba výraznejšej regulácie bankového trhu, ktorá vyústila do návrhu úpravy, už tretej v poradí, regulácie bankového trhu známeho taktiež pod pojmom BASEL a síce s označením BASEL III. Už počas platnosti dokumentu BASEL II bola možnosť prestúpiť s takzvaného štandardného prístupu do pokročilejšieho prístupu, ktorý si vyžaduje okrem iného vlastné interné modely na meranie kreditného rizika a s tým spojenú kapitálovú primeranosť bánk. Existuje množstvo prístupov a metód na modelovania kreditného rizika a opis jednej z nich, rozhodovacie stromy, je aj predmetom tohto príspevku. Úvodom stručne graficky načrtneme prehľad prístupov modelovania posúdenia bonity za účelom kvantifikácie kreditného rizika v bankovníctve. Následne si podrobnejšie predstavíme metódu rozhodovacích stromov CHAID ako alternatívnu metódu využívanú aj pri modelovaní kreditného rizika a jeho rizikových parametrov.

Obrázok 1: Systematizácia modelov k posúdeniu bonity



Zdroj: http://www.oenb.at/de/img/leitfadenreihe_ratingmodelle_tcm14-11172.pdf, Vlastná modifikácia

Ako je z grafického znázornenia možné pozorovať, v praxi sa etablovali rôzne prístupy pri modelovaní kreditného rizika v bankovníctve. Najviac rozšírenú skupinu v rámci európskych bankových domov predstavujú empirické – štatistické modely pričom v rámci nich sa udomácnili v praxi najmä regresné modely (Logit- Probit- Model, Logistická regresia) a rozhodovacie stromy.

2. CHAID AKO ALTERNATÍVNA METÓDA, PRI MODELOVANÍ RIZIKOVÝCH PARAMETROV LGD/ CCF KREDITNÉHO RIZIKA

Cieľom je popísať alternatívnu neparametrickú metódu ako jednu z metód pre modelovanie rizikových parametrov LGD/ CCF (Loss given default/ Credit conversion factor) kreditného rizika v bankovníctve.

2.1 Rozhodovacie stromy

CHAID (Chi-Squared Automatic Interaction Detection - Chi-kvadrátová automatická interakčná detekcia) generuje rozhodovací strom použitím Chi-kvadrát štatistiky na identifikovanie optimálnych delení. Oproti C&RT a QUEST algoritmom, CHAID algoritmus umožňuje generovať aj nebinárne stromy, čo znamená že niektoré delenia môžu mať aj viac ako 2 vetvy. Cieľové tj. predikované premenné môžu byť intervalové/rozsahové alebo nominálne/kategorické. Vzhľadom nato, že premenné LGD/ CCF predstavujú spojité resp. intervalové/rozsahové premenné je algoritmus vhodný na modelovanie a predikciu týchto rizikových parametrov kreditného rizika.

Prax rozlišuje odlišné rodiny algoritmov rozhodovacích stromov¹:

-najstarší je algoritmus CHAID, ktorý vedel už v jeho pôvodnej podobe zostrojiť stromy na základe diskretných atribútov.

¹ KALTOFEN D.,MÖLLENBECK M., STEIN S.: Risikofrüherkennung im Kreditgeschäft mit kleinen und mittleren Unternehmen. Bochum: Wissen & Handeln 02, 2003, s.141.

-rodina algoritmov CARTs (klasifikačné a regresné stromy) rozširuje CHAID algoritmus predovšetkým o možnosť, spracovať reálne ohodnotené atribúty, tým že deliace kritérium (angl. split-criterion) sa využíva k rozdeleniu reálne ohodnotených atribútov do diskretných kategórií. Okrem toho boli v ňom zavedené optimalizačné stratégie ako napr. Pruning (orezávanie).

-najmladšie algoritmy sú ID3 algoritmus a jeho nástupca C4.5 a C5.0. Počítajú sa formálne k rodine CART algoritmom, často sú však kategorizované ako samostatná skupina, keďže v porovnaní s CART ponúkajú početné nové optimalizačné stratégie.

2.2 Rozhodovací strom CHAID

CHAID algoritmus zahŕňa segmentačnú techniku na báze stromového rozloženia a je efektívnym prístupom na získanie významných (zmysluplných) segmentov, ktoré predvídajú K- kategóriu (nominálnu alebo ordinálnu) kritériovej premennej. Napríklad, závislá premenná by mohla byť reakciou/odpoveďou na poštu/mailovanie (reagujúci verzus nereagujúci). Podstata rozhodovacieho stromu CHAID je v krokovom určení ďalšieho najlepšieho rozdelenia resp. zlúčenia na každom kroku.

Algoritmus CHAID predstavuje pôvodne zlepšenie algoritmu AID pre nominálnu vysvetľovanú premennú. Autorom je Gordan Kass (1980) z Južnej Afriky². CHAID rekurzívne delí údaje s nominálnou modelovanou premennou na základe nominálnych a ordinálnych prediktorov. Výsledkom sú nebinárne stromy. Metóda využíva χ^2 - test na delenie dát a na určenie počtu vetiev stromu. Magidson (1993) rozšíril túto metódu na ordinálne závislé premenné a demonštroval, ako toto rozšírenie možno využiť na dosiahnutie výhody fixných skóre, pre každú kategóriu závislej premennej. Vhodnosť χ^2 - testov si v praxi našlo uplatnenie na identifikáciu signifikantných prediktorov a na spájanie a zlučovanie kategórií prediktorov, ktoré sa štatisticky významne neodlišujú v predikcii závislej premennej.

² KALTOFEN D.,MÖLLENBECK M., STEIN S.: Risikofrüherkennung im Kreditgeschäft mit kleinen und mittleren Unternehmen. Bochum: Wissen & Handeln 02, 2003, s.74.

Technické nastavenia v štatistických softwarových riešeniach zahŕňajú určenie hladiny významnosti súvisiace so zlučováním a rozdeľovaním a príkazom na zastavenie delenia rozhodovacieho stromu. Takisto je možné nastaviť požadovaný počet úrovní stromu. V prípade regresných problému (spojitá závislá premena) je umožnené v softwarovej aplikácii CHAID algoritmu zvoliť počítanie F-testu ako rozhodovacej segmentačnej štatistickej charakteristiky.

2.2.1 χ^2 - test a CHAID algoritmus

Ako bolo vyššie uvedené je jedným zo spôsobov hodnotenia kvality rozdelenia pri rozhodovacích stromov CHAID pozrieť sa, ako sa zmenilo rozdelenie hodnôt cieľového atribútu vo vzniknutých segmentovaných skupinách (listoch stromu). Chceme, aby rozdelenie v skupinách bolo čo najviac heterogénne. Na tento účel sa využíva štatistický chi-kvadrát test, ktorý nám určuje, či namerané hodnoty môžu pochádzať z nejakého rozdelenia (nulová hypotéza) alebo nie. Testovacia štatistika má nasledovnú podobu³:

Vzorec 1: Testovacia štatistika chi-kvadrát testu

$$\sum_{j=1}^m \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j}$$

Kde m je počet hodnôt náhodnej premennej, O_j je pozorovaný počet výsledkov s i -tou hodnotou, a E_j je očakávaný počet zodpovedajúci teoretickému rozdeleniu. Za predpokladu, že platí nulová hypotéza, má daná štatistika rozdelenie s $m-1$ stupňami voľnosti. V prípade uzla, v ktorom delíme záznamy do n vetiev, môžeme očakávané hodnoty pre i -tu skupinu vyrátať nasledovným spôsobom (pre E , O dolný index označuje hodnotu cieľovej premennej, horný vetvu, v ktorej sa záznam ocitne delím):

³ EIGERMANN J.: Quantitatives Credit-Rating unter Einbeziehung qualitativer Merkmale. Sternenfels, 2002, s.192.



Vzorec 2: Vzťah pre i-tu skupinu

$$E_j^i = \frac{|X_i|}{|X|} q_j$$

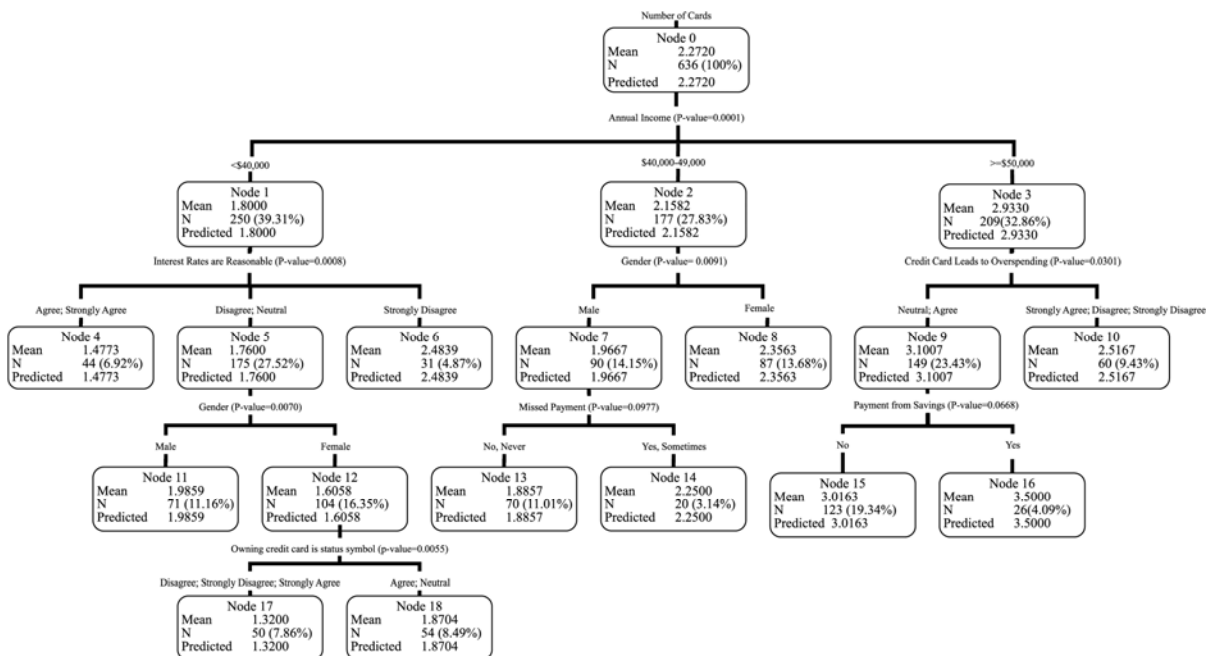
Kde q_j označuje počet záznamov s j -tou hodnotou cieľového atribútu v celej množine, X_i množinu záznamov v i -tej vetve, X celú množinu. Následne môžeme celkovú štatistiku pre delenie A vypočítať (spočítame vlastne hodnotu štatistiky vo všetkých vetvách):

Vzorec 3: Delenie

$$C(X, A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{(O_j^i - E_j^i)^2}{E_j^i}$$

Platí, že čím je $C(X,A)$ väčšie, tým viac sa rozdelenie hodnôt cieľ. atr. vo vetvách líši od pôvodného, a tým kvalitnejšie tj lepšie je dané rozdelenie.

Obrázok 2: Ilustračný príklad CHAID rozhodovacieho stromu



Zdroj: http://www.emeraldinsight.com/content_images/fig/0750220401001.png



Podrobnejší popis samotného algoritmu delenia v CHAID je nasledovný: V rámci jedného listu sa vytvorí kontingenčná tabuľka pre m hodnôt nezávislej (m kategórií) a k kategórií závislej premennej, čiže rozmeru ($m \times k$). Ďalej sa nájde dvojica kategórií nezávislej premennej, pre ktoré má sub- tabuľka rozmerov ($2 \times k$) najmenej významnú hodnotu χ^2 -testu. Tieto dve kategórie sa následne zlúčia. Týmto vzniká nová kontingenčná tabuľka o rozmeroch $[(m-1) \times k]$. Proces zlučovania sa opakuje až kým neklesne významnosť χ^2 -testu pod dopredu definovanú hodnotu. Týmto je ukončený proces delenia jedného hlavného uzla na niekoľko pod- uzlov. Ďalej sa pokračuje analogicky pre každý listový uzol až do doby nevýznamného výsledku χ^2 -testu.

CHAID používa Bonferroniho úpravu pre počet kategórií nezávislej premennej, čím sa zníži skreslenie voči vstupom, ktoré majú veľa hodnôt (kategórií). S chýbajúcimi hodnotami (missing values) pracuje ako so dodatočnými špeciálnymi hodnotami.

Treba tiež uviesť, že CHAID algoritmus nevyhodnocuje najviac významné delenie. Začiatkom 90-tych rokov minulého storočia načrtol Barry de Ville algoritmus „vyčerpávajúceho“ (exhaustive) CHAID rozhodovacieho stromu, ktorý používa najviac významné delenie. Tento algoritmus avšak vytvára delenia s väčším počtom vetiev ako pôvodný CHAID algoritmus.

Podobne ako u iných rozhodovacích stromov, výhodou CHAID algoritmu je že výstup je vizuálny a ľahko interpretovateľný. Treba sa avšak vyvarovať prípadnému overfittingu (preučenie/ predimenzovanie modelu), ktorý by tak mohol znehodnotiť prognostickú silu modelu, čo je možné realizovať prunigom (prerezávaním stromových štruktúr).

ZÁVER

V posledných rokoch možno pozorovať penetráciu metód rozhodovacích stromov vo vede ako aj v praxi. Dôvodom je ich ľahšia pochopiteľnosť a interpretovateľnosť ako aj nenáročnosť splnenia štatistických predpokladov.

CHAID je často používaný ako prieskumná technika a často nahrádza viacnásobnú lineárnu regresiu alebo logistické regresie taktiež používané pri modelovaní kreditného rizika v



bankovníctve, obzvlášť keď vstupný súbor dát nie je vhodný a nespĺňa štatistické predpoklady pre regresnú analýzu.

V praxi je CHAID je často spájaný so segmentáciou v oblasti direct marketingu pre výber skupiny spotrebiteľov, na predvídanie toho ako ich reakcie na niektoré aspekty majú vplyv na iné aspekty. Ďalšie žiadosti sú z prostredia lekárskejších a psychiatrických výskumov. V poslednom období sa teší obľube v oblasti modelovania rizikových parametrov kreditného rizika.

Použitá literatúra

- [1] EIGERMANN J. (2002), Quantitatives Credit-Rating unter Einbeziehung qualitativer Merkmale, 2 vydanie, Sternenfels. 2002.
- [2] KALTOFEN D./MÖLLENBECK M./STEIN S., (2003). Risikofrüherkennung im Kreditgeschäft mit kleinen und mittleren Unternehmen. Bochum: wissen & handeln 02. 2003.
- [3] LEO BREIMAN, JEROME H. FRIEDMAN, RICHARD A. OLSHEN, CHARLES J. STONE, (1984). Classification and regression trees, Belmont CA: Wadsworth International Group. 1984.
- [4] Österreichische Nationalbank. Leitfadenreihe zum Kreditrisiko: Ratingmodelle Und -validierung: 2004. Dostupné na:
http://www.oenb.at/de/img/leitfadenreihe_ratingmodelle_tcm14-11172.pdf

Kontaktné údaje

Ing. Martin Lopatník
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 6729 5198
email: lopatnik.martin@gmail.com



ANALÝZA ÚROKOVÝCH MIER V EURÓPSKEJ ÚNII¹

ANALYSIS OF INTEREST RATES IN EUROPEAN UNION

Martin Lukáčik

Abstrakt

Identifikovať prichádzajúcu zmenu hospodárskeho cyklu je dôležité pre všetky ekonomické subjekty. Makroekonomická teória považuje sklon výnosovej krivky za indikátor tejto zmeny. V príspevku skúmame vzťah medzi výnosmi dlhopisov s dlhšou splatnosťou a krátkodobými viazanými peňažnými poukážkami. Vzťah pre krátkodobé sadzby má veľký význam pre vzťahy úrokových sadzieb s rôznou dobou splatnosti. Z pohľadu prognózovania je kľúčovou otázkou, či možno tieto rady považovať za stacionárne.

Kľúčové slová: úrokové miery, autoregresný model, očakávania, stacionarita

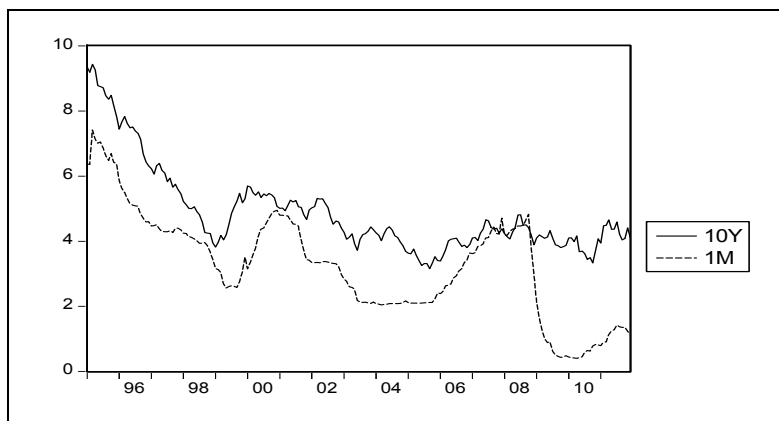
Abstract

An identification of incoming changes of business cycle is important for all subjects in economy. The macroeconomic theory considers slope of the yield curve to be one of the best indicator of this change. We analyze the relationship between bonds with later and treasuries with earlier maturity date. Relation to short-term rates is of great importance to relations with interest rates varying maturities. In terms of forecasting is a key issue – stationarity.

Keywords: interest rates, autoregressive model, expectations, stationarity

ÚVOD

V príspevku analyzujeme časovú štruktúru úrokových mier. Zaujímá nás, ako sa menia úrokové miery cenných papierov s meniacou sa dobou splatnosti. Zvyčajne dlhopisy s dlhšou splatnosťou prinášajú väčší výnos ako krátkodobé viazané peňažné poukážky. Dôvodom je skutočnosť, že prémie za úrokové riziko s rastúcou dobou splatnosti rastie. Zmena sa považuje za jeden z najsilnejších indikátorov hospodárskeho cyklu.



Obr.1: Vývoj jednomesačných a desaťročných úrokových sadzieb v percentách

¹ Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód"

Modely časovej štruktúry úrokových mier analyzujú súvis úrokových mier cenných papierov s rôznou dobou splatnosti a ako sa tieto vzťahy menia v čase. Hypotéza očakávaní má tvar:

$$r_{n,t} = \frac{1}{n} \sum_{h=0}^{n-1} E \{ r_{1,t+h} | I_t \} \quad (1)$$

kde I_t označuje informačnú množinu zahŕňajúcu všetky dostupné informácie v čase t . Podľa nej sa dlhodobá úroková miera rovná priemernej hodnote očakávaných krátkodobých úrokových mier (jedného obdobia) počas celého intervalu do doby splatnosti dlhodobého cenného papiera.

Rozšírením hypotézy o rizikovú prémie predpokladáme, že návratnosť rôznych cenných papierov sa líši splatnosťou, ale nezávisí od času. Získame hypotézu v tvare:

$$r_{n,t} = \frac{1}{n} \sum_{h=0}^{n-1} E \{ r_{1,t+h} | I_t \} + \Phi_n \quad (2)$$

kde Φ_n označuje rizikovú prémie, ktorá sa mení s dobou splatnosti n .

Verbeek (2000) navrhol zjednodušenie, pri ktorom predpokladá konštantnú rizikovú prémie a informačnú množinu, ktorú tvoria iba súčasná a minulé krátkodobé úrokové miery $I_t = \{ r_{1,t}, r_{1,t-1}, r_{1,t-2}, \dots \}$. Ak $r_{1,t}$ popíšeme autoregresným procesom:

$$r_{1,t} - \mu = \theta (r_{1,t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

jeho dosadením do hypotézy (2), získame model:

$$r_{n,t} = \frac{1}{n} \sum_{h=0}^{n-1} [\mu + \theta^h (r_{1,t} - \mu)] + \Phi_n = \mu + \xi_n (r_{1,t} - \mu) + \Phi_n \quad (3)$$

kde pre $0 < \theta < 1$, platí:

$$\xi_n = \frac{1}{n} \sum_{h=0}^{n-1} \theta^h = \frac{1}{n} \frac{1 - \theta^n}{1 - \theta} < \xi_{n-1} < 1 \quad (4)$$

To znamená, že dlhodobé úrokové miery závisia od krátkodobých mier a krátkodobé miery vplyvajú na dlhodobé miery tým viac, čím je splatnosť kratšia, lebo ξ_n klesá s n . Zároveň platí že krátkodobé úrokové miery sú volatilnejšie. Ak by bol pre $r_{1,t}$ vhodnejší autoregresný proces vyššieho rádu, napr. druhého, model (3) bude okrem hodnoty $r_{1,t}$ obsahovať $r_{1,t-1}$.

1 ANALÝZA ÚROKOVÝCH MIER V EÚ DO OBDOBIA KRÍZY

Na analýzu boli zvolené mesačné, trojmesačné, šesťmesačné, dvanásťmesačné a desaťročné úrokové miery eurozóny publikované ako mesačné údaje Eurostatu² od januára 1996 po jún 2008, teda 150 pozorovaní pre každý rad.

Z odhadu autoregresného modelu 1. rádu mesačných úrokových mier:

$$\begin{aligned} r_{1,t} &= 0,1044 + 0,9668 r_{1,t-1} + e_t & R^2 &= 0,979 \\ \text{s.d.} & (0,043) \quad (0,012) & DW &= 1,343 \end{aligned}$$

vyplýva, že $\mu = 0,1044 / (1 - 0,9668) = 3,1456$, čo mierne podhodnocuje výberový priemer, ktorý sa rovná 3,5164. Odhadnutá autokorelačná funkcia rovnako aj Durbinova h štatistika

² Údaje sú prevzaté zo stránky http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/interest_rates/data/database

potvrďujú prítomnosť autokorelácie. Pri jej odstraňovaní uspejeme až pri autoregresnom procese šiesteho rádu:

$$r_{1,t} = 0,1046 + 1,1017r_{1,t-1} - 0,1320r_{1,t-6} + e_t \quad R^2 = 0,983$$

$$s.d. (0,038) (0,024) (0,022) \quad DW = 1,962$$

kde $\mu = 0,1046/(1 - 1,1017 + 0,1320) = 3,4471$, čo takmer súhlasí s výberovým priemerom.

Parameter θ získame spočítaním $1,1017 + (-0,1320) = 0,9697$.

Hypotézu očakávaní testujeme pomocou odhadu závislosti dlhodobej úrokovej miery od krátkodobej úrokovej miery:

$$r_{n,t} = \beta_0 + \beta_1 r_{1,t} + u_t$$

Ak platí model (3), náhodná zložka v regresii je nepatrná (R^2 by malo byť blízke 1) a skutočná hodnota β_1 by sa mala rovnať ξ_n . V našom prípade model (3) bude obsahovať oneskorené hodnoty $r_{1,t}$, to znamená, že okrem pôvodnej statickej hľadáme aj vhodnú dynamickú špecifikáciu regresie.

Analýzou 3, 6 a 12 mesačných a 10 ročných úrokových mier získame výsledky v tab. 2. Odhadnuté ξ_n nie sú v protiklade s radmi krátkodobých úrokových mier. Koefficient determinácie 10 ročných vládnych obligácií je pri statickom odhade nízky. Na ich výnos budú vplývať aj iné faktory ako krátkodobé miery.

splatnosť	3 mesiace	6 mesiacov	12 mesiacov	10 rokov
ξ_n ak $\theta = 0,9697$	0,96996	0,92714	0,84889	0,26782
statický odhad ξ_n	1,0017	0,9788	0,9471	0,7482
št. odchýlka ξ_n	(0,010)	(0,016)	(0,023)	(0,055)
R^2 regresie	0,9846	0,9629	0,9181	0,5540
dynamický odhad ξ_n	0,9842	0,8975	0,8320	0,6269
št. odchýlka ξ_n	(0,029)	(0,099)	(0,153)	(0,156)
R^2 regresie	0,9978	0,9949	0,9888	0,9798

Zdroj: Vlastné výpočty

Obr.2: Výsledky modelovania časovej štruktúry úrokových mier pred krízou

2 ANALÝZA ÚROKOVÝCH MIER V EÚ S OBDOBÍM KRÍZY

Na analýzu boli opäť zvolené mesačné, trojmesačné, šesťmesačné, dvanásťmesačné a desaťročné úrokové miery eurozóny publikované ako mesačné údaje Eurostatu od januára 1996 po december 2011, teda 192 pozorovaní pre každý rad.

Z odhadu autoregresného modelu 1. rádu mesačných úrokových mier:

$$r_{1,t} = 0,0202 + 0,9861r_{1,t-1} + e_t \quad R^2 = 0,985$$

$$s.d. (0,030) (0,009) \quad DW = 1,034$$

vyplýva, že $\mu = 0,0202/(1 - 0,9861) = 1,4578$, čo výrazne podhodnocuje výberový priemer, ktorý sa rovná 3,0438. Odhadnutá autokorelačná funkcia rovnako aj Durbinova h štatistika potvrdzujú prítomnosť autokorelácie. Pri jej odstraňovaní uspejeme až pri autoregresnom procese tretieho rádu v tvare:

$$r_{1,t} = 0,0324 + 1,5774r_{1,t-1} - 0,4584r_{1,t-2} - 0,1294r_{1,t-3} + e_t \quad R^2 = 0,994$$

$$s.d. (0,019) (0,054) (0,093) (0,052) \quad DW = 2,062$$

kde $\mu = 0,0324/(1 - 1,5774 + 0,4584 + 0,1294) = 3,1377$, čo takmer súhlasí s výberovým priemerom. Parameter θ získame spočítaním $1,5774 + (-0,4584) + (-0,1294) = 0,98968$.

Analýzou 3, 6 a 12 mesačných a 10 ročných úrokových mier získame výsledky v tab. 3. Odhadnuté ξ_n nie sú v protiklade s radmi krátkodobých úrokových mier. Koefficient determinácie 10 ročných vládnych obligácií je pri statickom odhade opäť nízky. Na ich výnos budú stále vplývať aj iné faktory ako krátkodobé miery.

splatnosť	3 mesiace	6 mesiacov	12 mesiacov	10 rokov
ξ_n ak $\theta = 0,9897$	0,98972	0,97456	0,94516	0,57501
statický odhad ξ_n	0,9639	0,9112	0,8602	0,4675
št. odchýlka ξ_n	(0,007)	(0,011)	(0,016)	(0,037)
R^2 regresie	0,9899	0,9726	0,9181	0,5540
dynamický odhad ξ_n	0,9352	0,8447	0,7920	0,4067
št. odchýlka ξ_n	(0,035)	(0,052)	(0,074)	(0,127)
R^2 regresie	0,9986	0,9973	0,9939	0,9771

Zdroj: Vlastné výpočty

Obr.3: Výsledky modelovania časovej štruktúry úrokových mier s obdobím krízy

3 ANALÝZA STACIONARITY KRÁTKODOBEJ ÚROKOVEJ MIERY

Stacionarita krátkodobých úrokových mier nie je jednoznačná. Nielen v našom prípade, ale aj v prípadoch mnohých iných analýz nemožno štatisticky zamietnuť hypotézu o prítomnosti jednotkového koreňa. Ekonomicky je problematickejšie zotrvať na nestacionarite úrokovej miery, aj keď je ich zotrvačnosť a dlhotrvajúci návrat k priemeru dobre známy. Preto niektorí autori úrokové miery považujú za stacionárne a iní nie.

Z autoregresných odhadov modelov nemožno zamietnuť nestacionaritu ani v jednom prípade. V skrátenom výbere je Dickeyho-Fullerova štatistika $(0,967 - 1)/0,012 = -2,76$ väčšia ako kritická hodnota $-2,88$ a rovnaké to je aj v prípade všetkých údajov $(0,986 - 1)/0,009 = -1,54$ je viac ako kritická hodnota $-2,88$. K rovnakým záverom by sme dospeli aj pri modeloch s výraznejšou dynamickou štruktúrou.

Ak sa odhadnutá hodnota týchto parametrov štatisticky nelíši od jednotky, pre nestacionárny rad náhodnej prechádzky je najvhodnejšou prognózou ľubovoľného budúceho obdobia posledná známa hodnota. Ak by sme akceptovali hypotézu, že $\theta = 0,9697$ a to sa nerovná jedna, prognóza do budúceho obdobia by sa tým viac blížila k hodnote $\mu = 3,1456$, čím by bolo toto obdobie vzdialenejšie.

ZÁVER

Modelovaním časovej štruktúry úrokových mier sa potvrdil význam, ktorý má vzťah pre krátkodobé sadzby na vzťahy úrokových sadzieb s väčšou dobou splatnosti. Zjednodušený model s konštantnou rizikovou prémieou vykazuje postačujúce výsledky pre úrokové miery do jedného roka. Pri výnosoch desaťročných obligácií je tento predpoklad už neakceptovateľný.

Zahrnutie obdobia finančnej krízy okolo roku 2008, kedy došlo k inverznému vzťahu výnosovej krivky a aj obdobia až po súčasnosť, celú analýzu komplikuje, ale výsledky zostávajú veľmi podobné.

Prognózovanie vývoja úrokových mier a aj výnosovej krivky do budúcnosti obmedzuje prítomnosť takmer jednotkového koreňa, kedy nie je jednoduché rozhodnúť, či akceptujeme alebo neakceptujeme nestacionaritu radu. Dĺžka trvania inverzného vzťahu výnosovej krivky sa pri nestacionarite úrokovej miery nedá prognózovať.

Použitá literatúra

1. BARRO, R.J. 2007. *Macroeconomics: A Modern Approach*. South-Western College Pub, 2007.
2. CAMPBELL, J.Y., SHILLER, R.J. 1991. Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View. *Review of Economic Studies*, roč. 58, 1991, s. 495-514.
3. HUSÁR, J., SZOMOLÁNYI, K. 2005. *Modelovanie ekonomických procesov I*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2005.
4. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M. 2008. *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008.
5. LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2011. Možnosti analýzy hospodárskych cyklov. *Forum statisticum Slovaca*, roč. 7, 2011, č. 3, s. 148-153.
6. SZOMOLÁNYI, K. 2005. Povaha a podstata problému časovej konzistencie ekonomickej politiky. *Ekonomika a informatika*, roč. 3, 2005, č. 2, s. 121-130.
7. SZOMOLÁNYI, K., LUKÁČIKOVÁ, A. 2008. Úvaha nad jednorazovým monetárnym zásahom. *Medzinárodný seminár mladých vedeckých pracovníkov KE FIS VŠE a KOVE FHI EU*, Praha: Oeconomica, 2008, s. 181-188.
8. VERBEEK, M. 2000. *A Guide to Modern Econometrics*. John Wiley and Sons, 2000.
9. http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/interest_rates/data/database (19.11.2012)

Kontaktné údaje

doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
tel: (421 2) 67 295 822
email: lukacik@euba.sk

MODELOVANIE VOLATILITY INDEXU DAX POMOCOU MODELOV ARCH A GARCH¹

MODELING VOLATILITY OF INDEX DAX USING ARCH/GARCH MODELS

Adriana Lukáčiková

Abstrakt

Klasická ekonometrická analýza predpokladá, že rozptyl náhodnej zložky je v každom pozorovaní konštantný, ale veľa časových radov ekonomických premenných vykazuje periódy s vysokou volatilitou, ktoré sa striedajú s obdobiami s nízkou volatilitou. Na modelovanie volatILITY ekonomických premenných sú vhodným nástrojom modely ARCH – modely s autoregresne podmienenou heteroskedasticitou.

Kľúčové slová: *volatilita, ARCH model, GARCH model*

Abstract

Conventional econometric analysis views the variance of the disturbance terms as constant over time (the homoskedasticity assumption), but many economic time series exhibit periods of high volatility followed by periods of low volatility. ARCH models assume variance of the current error terms to be a function of the actual sizes of the previous time periods' error terms: often the variance is related to the squares of the previous innovations.

Keywords: *volatility, ARCH model, GARCH model*

1 ÚVOD

Prítomnosť heteroskedasticity sa obvykle spája s priereznými údajmi. Vzhľadom na možnosť jej existencie aj pri časových radoch sa budeme zaoberať práve týmto javom. Existenciu tohto fenoménu objavili ekonomickí analytici pri prognózovaní finančných časových radov tak, že spozorovali, že v istých obdobiach sú chyby prognózy relatívne malé a v iných obdobiach sú zase relatívne veľké. To naznačuje, že rozptyl chyby prognózy nie je konštantný, ale sa mení z obdobia na obdobie. Teda existuje nejaký druh závislosti medzi rozptylmi chýb prognózy z rôznych pozorovaní.

Engle (1982) vo svojom článku skúmal, či rozptyl náhodnej zložky daného pozorovania nezávisí od štvorca náhodnej zložky predchádzajúceho pozorovania. Autoregresne podmienená heteroskedasticita, ako túto závislosť nazval, je taká forma heteroskedasticity, v ktorej rozptyl náhodnej zložky konkrétneho pozorovania závisí od veľkosti štvorca náhodnej zložky v predchádzajúcich pozorovaniach.

2 ARCH / GARCH MODELY

Autoregresne podmienená heteroskedasticita sa využíva najmä pri finančných ukazovateľoch (inflácia, výmenné kurzy, výnosy akcií), kde často dochádza k zoskupovaniu väčších a menších rozptylov náhodných zložiek v pozorovaniach nasledujúcich po sebe.

¹ Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód"

2.1 ARCH modely

Majme lineárny model v tvare $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$, ktorý spĺňa základné predpoklady okrem konštantnosti rozptylu. Najjednoduchším modelom zo skupiny modelov ARCH je model ARCH(1), pre ktorý predpokladáme schému ARCH(1) v tvare

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

pričom aby bol rozptyl nezáporný, očakávame, že $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0$.

Zovšeobecnením modelu ARCH(1) dostaneme model ARCH(q), ktorého podmienený rozptyl má tvar

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2$$

pričom aby bol rozptyl nezáporný, očakávame, že $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$ pre $i = 1, 2, \dots, q$.

Rozptyl sa dá získať napríklad z náhodnej zložky, pre ktorú platí vzťah:

$$u_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2}$$

kde v_t má štandardné normálne rozdelenie.

Testovanie prítomnosti autoregresne podmienenej heteroskedasticity rádu q sa obvykle realizuje v týchto krokoch:

Odhadneme parametre skúmaného modelu metódou najmenších štvorcov a vypočítame hodnoty reziduálov e_t a ich štvorce e_t^2 pre každé pozorovanie.

Odhadneme parametre pomocnej regresie:

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q e_{t-q}^2 + \varepsilon_t$$

Johnston a DiNardo navrhujú test združenej hypotézy parametrov $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$. Engle preferoval vo svojom článku test Lagrangeových multiplikátorov v tvare:

$$ARCH = nR^2$$

kde n je počet pozorovaní a R^2 je koeficient determinácie vyššie uvedeného modelu štvorcov reziduálov.

V prípade zistenia prítomnosti autoregresne podmienenej heteroskedasticity možno na odhad použiť zovšeobecnenú metódu najmenších štvorcov. Vyrovnané hodnoty \hat{e}_t^2 získané po odhade parametrov modelu nahradia rozptyly náhodných zložiek, ktoré potrebujeme na transformáciu a následne transformovaný model odhadneme metódou najmenších štvorcov.

2.2 GARCH modely

Pri modelovaní finančných časových radov je často potrebné uvažovať ARCH proces s veľkým počtom parametrov, čo môže spôsobovať problémy so splnením podmienky nezápornosti a stacionarity. Okrem uvedenej schémy ARCH existuje v súčasnosti už celá škála rôznych iných tvarov závislosti podmienenej heteroskedasticity.

Bollerslev (1986) navrhol zovšeobecnený podmienený heteroskedastický model s multiplikatívnou náhodnou zložkou (označovaný GARCH(p, q)), ktorého najjednoduchší typ GARCH(1,1) má tvar:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

a v_t spĺňa klasické predpoklady $v_t \square N(0,1)$ a očakávame, že parametre $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1 > 0$ a $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. Podmieneny rozptyl pozostáva z troch zložiek, a to z konštanty, GARCH člena a ARCH člena. Hodnoty súčtu parametrov α_1 a β_1 blízke k hodnote 1 vyjadrujú vysokú zotrvačnosť náhodných šokov, a teda ich vplyv na variabilitu budúcich hodnôt časového radu bude dlhodobý.

Zovšeobecnená autoregresne podmienená heteroskedasticita GARCH(p, q) má tvar:

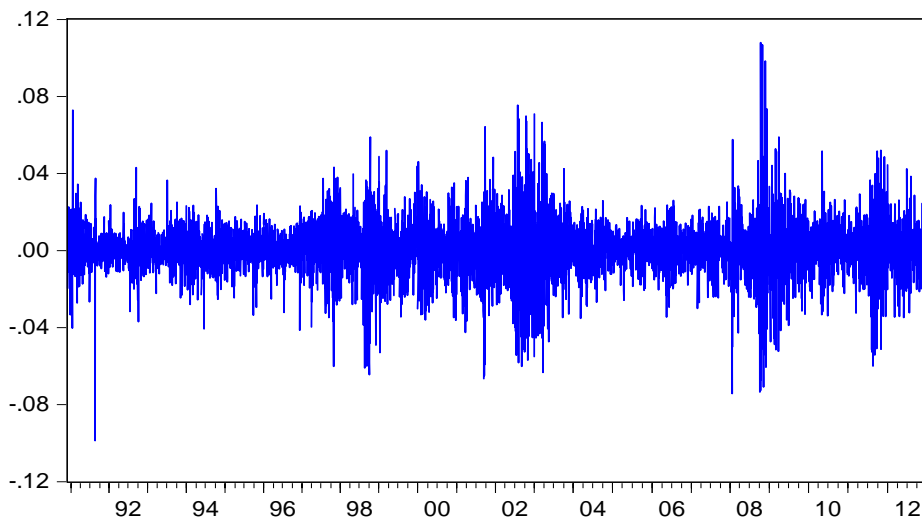
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

pričom predpokladá, že rozptyl náhodnej zložky konkrétneho pozorovania závisí nielen od veľkosti štvorca náhodnej zložky v predchádzajúcich pozorovaniach, ale aj od rozptylov náhodnej zložky v predchádzajúcich pozorovaniach. V praktických aplikáciách sa kvôli jednoduchosti používa najmä schéma GARCH(1, 1).

3 MODELOVANIE VOLATILITY BURZOVÉHO INDEXU DAX

Index DAX meria výkonnosť tridsiatich najväčších nemeckých spoločností s ohľadom na obchodovaný objem a trhovú kapitalizáciu (resp. „free float“), ktoré sú kótované na Frankfurtskej burze cenných papierov (Frankfurter Wertpapierbörse). Tieto spoločnosti musia byť kótované na primárnom trhu, a tým pádom spĺňať požiadavky v súlade s medzinárodnými štandardmi. V príspevku budeme pracovať s časovým radom denných dát logaritmických temp rastu analyzovaného burzového indexu (premenná dlogclose) za obdobie od 12. 12. 1990 do 3.12.2012.

DLOGCLOSE



Graf č. 1 – Časový rad logaritmických temp rastu burzového indexu

Na základe vývoja indexu na grafe č. 1 môžeme vidieť, že v niektorých obdobiach má vyššiu volatilitu ako v ostatných obdobiach. Tieto obdobia nasledujú po obdobiach s nižšou volatilitou.

V takomto prípade je zrejmé, že predpoklad homoskedasticity je značne limitovaný a preto je namieste predpoklad, že rozptyl závisí od minulého vývoja (minulých hodnôt).

V prvom kroku odhadneme východzí model, pričom sa opierame o zhodnotenie priebehu ACF a PACF časového radu a hodnoty Schwarzovho kritéria pre jednotlivé tvary modelov. Výsledkom je model, ktorého výstup z odhadu parametrov v programe EViews je v nasledujúcej tabuľke:

Dependent Variable: DLOGCLOSE				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 12/12/1990 12/03/2012				
Included observations: 5563 after adjustments				
Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000289	0.000188	1.539506	0.1237
AR(3)	-0.046600	0.013390	-3.480181	0.0005
AR(5)	-0.030667	0.013388	-2.290689	0.0220
AR(11)	0.029600	0.013387	2.211152	0.0271
R-squared	0.003928	Mean dependent var	0.000289	
Adjusted R-squared	0.003391	S.D. dependent var	0.014678	
S.E. of regression	0.014654	Akaike info criterion	-5.607546	
Sum squared resid	1.193668	Schwarz criterion	-5.602784	
Log likelihood	15601.39	Hannan-Quinn criter.	-5.605886	
F-statistic	7.308189	Durbin-Watson stat	2.000083	
Prob(F-statistic)	0.000069			

Tabuľka č. 1 Odhad modelu – výstup z EViews

Z grafického znázornenia vývoja logaritmických temp rastu je vidno, že volatilita časového radu je premenlivá, čo naznačuje prítomnosť podmienenej heteroskedasticity. Tento predpoklad sa potvrdil aj na základe LM testu, kde vypočítaná hodnota $n.R^2 = 161,3748$, čo je viac ako $\chi_{0,05}^2(1) = 3,8415$. Rovnaký bol aj záver testovania ARCH efektu vyššieho rádu.

V ďalšom kroku sme odhadli model ARCH (8) a model GARCH(1,1), ktoré sme vybrali na základe grafického posúdenia ACF a PACF druhých mocnín rezíduí. Odhady ich parametrov sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

ARCH(8)				GARCH(1,1)			
C	0,000585	α_0	0,000042	C	0,000643	α_0	0,0000032
C1	-0,032054	α_1	0,027778	C1	-0,030009	α_1	0,081140
C2	-0,026075	α_2	0,110765	C2	-0,027873	β_1	0,901946
C3	0,028722	α_3	0,126021	C3	0,029497		
		α_4	0,137017				
		α_5	0,139118				
		α_6	0,098415				
		α_7	0,093737				
		α_8	0,087679				
SC			-5,91393	SC			-5,929442

Tabuľka č. 2 Modely ARCH(8) a GARCH(1,1)

4 ZÁVER

Všetky parametre v uvedených modeloch sú štatisticky významné na hladine významnosti 0,05. Pri výbere vhodnejšieho modelu na ďalšie analýzy sme posudzovali veľkosť SC (Schwarzovo kritérium). Na jeho základe môžeme konštatovať, že vhodnejší je model GARCH(1,1).

Použitá literatúra

1. ASTERIOU, D., HALL, S.G. 2007. Applied Econometrics. A Modern Approach Using Eviews and Microfit. Palgrave Macmillan, 2007.
2. BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics, roč. 31, 1986, č. 3, s. 307-327.
3. ENGLE, R.F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. Econometrica, roč. 50, 1982, č. 4, s. 987-1007.
4. HUSÁR, J., SZOMOLÁNYI, K. 2005. Modelovanie ekonomických procesov I. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2005.
5. CHOCHOLATÁ, M. 2009. Volatility analysis of the stock returns in the V4. In Ekonomika a informatika, roč. 7, 2009, č. 2, s. 52-65.
6. CHOCHOLATÁ, M. 2011. Vzťah volatility burzových výnosov a cenového rozpätia. In Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu 2011, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2011, s. 127-135.
7. LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2011. Možnosti analýzy hospodárskych cyklov. Forum statisticum Slovaca, roč. 7, 2011, č. 3, s. 148-153.
8. LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2011. Modelovanie trendov a cyklov v krajinách V4. In Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu 2011, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2011, s. 187-192.
9. SZOMOLÁNYI, K., LUKÁČIK, M. 2010. Model hospodárskych cyklov a reálne ekonomiky. In Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu 2010, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2010, s. 121-125.

Kontaktné údaje

Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 829

email: istvanik@euba.sk

METODOLÓGIA VÁŽENIA PRAVIDIEL PRE IDENTIFIKÁCIU PODVODOV V ŽIVOTNOM POISTENÍ

CLAIMS RULES SCORING AND WEIGHTING METHODOLOGY IN LIFE INSURANCE FRAUD IDENTIFICATION

Vladimír Mlynarovič

Abstract:

Methodology of rules scoring and weighting is based on a definition the fraud intensity function for each assumed rule that described intensity level for possibility of the fraud. The values of this function weighted on the base of rules importance will provide outflow for each damage. The outflow is confronted with investigation level. In ideal case one will have such selections of fraud intensity function, weight of rules importance and investigation level, where each realized investigation will identify the fraud and there will be no fraud among damages that were not investigated.

***KeyWords:** rule fraud intensity function, investigation level, damage outflow, linear programming problem, goal programming*

Abstrakt:

Metodologia váženia a skórovania pravidiel je založená na definícii funkcie intenzity podvodu pre každé uvažované pravidlo, ktorá opisuje úroveň intenzity možného podvodu. Hodnoty tejto funkcie vážené na základe významnosti pravidiel poskytnú výstupný tok pre každú škodovú udalosť. Tento výstupný tok je konfrontovaný s úrovňou investigácie. V ideálnom prípade sú výsledkom take nastavenia pre funkcie intenzity podvodu, váhy ich významnosti a úrovne investigácie pri ktorých každé preverovanie identifikuje podvod a medzi škodovými udalosťami, ktoré neboli preverované nebol žiaden podvod.

***Kľúčové slová:** funkcia intenzity podvodu pre pravidlo, úroveň investigácie, výstupný tok škodovk udalosti, úloha lineárneho programovania, cieľové programovanie*

1 INTRODUCTION

Fraud link analysis provides useful way of analyzing the ways and connection related to the fraudulent behavior and case. The Fraud link analysis increases the efficiency of the investigation by displaying the connection between the probable fraud participants and the connections leading to the fraud. This social network analysis let investigators actually see network connections so they can uncover previously unknown relationships and conduct more efficient investigation.

To properly measure the distance of the network point from the fraud indicator the relevance of the relationship to the fraud has to be measured. An analysis of possible fraud ways will be split to at least two levels, where

1. TOP level will be linked to possible subject as a source of fraud, i.e. the fraudster. This level has a finite number of observations and comes from the official, legal, links of an insurance company and the fraudster. The set of fraudsters consist of all known variables that are known from the past like agents, claim managers, doctors, clients, ...
2. the second (subordinated) level specifies the possible route and approaches for fraud and comes from empirical knowledge of the investigation unit of an insurance company, i.e. from the datasets created by this unit. These attributes are linked to the TOP level fraud indicator.

Methodology of rules scoring and weighting is based on a definition the fraud intensity function for each assumed rule (with small number of parameters) that described intensity level for possibility of the fraud. The values of this function weighted on the base of rules importance will provide outflow for each damage. The outflow is confronted with investigation level. In ideal case one will have such selections of fraud intensity function, weight of rules importance and investigation level, where each realized investigation will identify the fraud and there will be no fraud among damages that were not investigated.

2 THE METHODOLOGY

Let R is the set of *rules* and F is the set of rule fraud intensity functions, where for each $r \in R$ we have selected function $f_r \in F$, which for selected rule value d specifies

$$f_r(d) \in \langle 0,1 \rangle$$

where

$$f_r(d) \begin{cases} = 0, & \text{zero possibility of fraud} \\ \approx 0, & \text{low possibility of fraud} \\ \approx 1, & \text{high possibility of fraud} \\ = 1, & \text{strict possibility of fraud} \end{cases}$$

If w_r is the importance weight for rule r , where

$$\sum_{r \in R} w_r = 1, \quad w_r \geq 0, \quad \forall r$$

then for a damage i we have its *outflow*

$$O_i = \sum_{r \in R} w_r f_r(d_i) \in \langle 0,1 \rangle$$

where d_i is value rule for damage i .

2.1 Settings

Suppose we have from a history the set I of damages that consists of the two subsets I_1 and I_2 , where

$$I = I_1 \cup I_2, \quad I_1 \cap I_2 = \emptyset$$

and subset I_1 contains all damages without a fraud and the subset I_2 contains all damages where a fraud was confirmed. Let

$$l \in \langle 0,1 \rangle$$

is so called *investigation level* in the sense that all damages with outflow under the level will not be investigated and all damages with outflow at least on the investigation level should be investigated. It means that we need such settings (rule function selections, weight of importance selections and investigation level selections) for which

$$O_i < l, i \in I_1$$

$$O_i \geq l, i \in I_2$$

2.1.1 Linear programming approach

Suppose that each of the rules is managed by an expert of the rule which is able to select the rule fraud intensity function from the existing list (a starting list is presented in the part 2.2), or specified new function for the rule. If there is no imagination on investigation level l , the following linear programming problem can be used to find corresponding weights of rules importance and investigation level:

min l
subject to

$$O_i \leq l - \varepsilon, i \in I_1$$

$$O_i \geq l, i \in I_2$$

$$\sum_r w_r = 1, w_r \geq 0, \forall r$$

where ε is a sufficiently small number.

2.1.2 Goal programming approach

If there is an imagination on investigation level l , then the following goal programming problem can be used to find importance weights for rules:

min α
subject to

$$O_i - \alpha \leq l - \varepsilon, i \in I_1$$

$$O_i + \alpha \geq l, i \in I_2$$

$$\sum_r w_r = 1, w_r \geq 0, \forall r, \alpha \geq 0$$

where α is so called minmax variable. In both cases the duality theory will be used to find a critical value of parameters.

2.1.3 A rule importance

An importance of each rule j can be identified on the base of following linear programming problem solution

min w_j
subject to

$$O_i \leq l - \varepsilon, i \in I_1$$

$$O_i \geq l, i \in I_2$$

$$\sum_r w_r = 1, w_r \geq 0, \forall r, \alpha \geq 0$$

where zero optimal value of the weight says that the rule has no effect on the fraud identification.

2.2 Rule fraud intensity functions

As a starting list of such functions we suggest the following six rule fraud intensity functions:

$$1) \quad f(d) = \begin{cases} 0, & \text{if } d = 0 \\ 1, & \text{if } d > 0 \end{cases}$$

$$2) \quad f(d) = \begin{cases} 0, & \text{if } d \leq q \\ 1, & \text{if } d > q \end{cases}$$

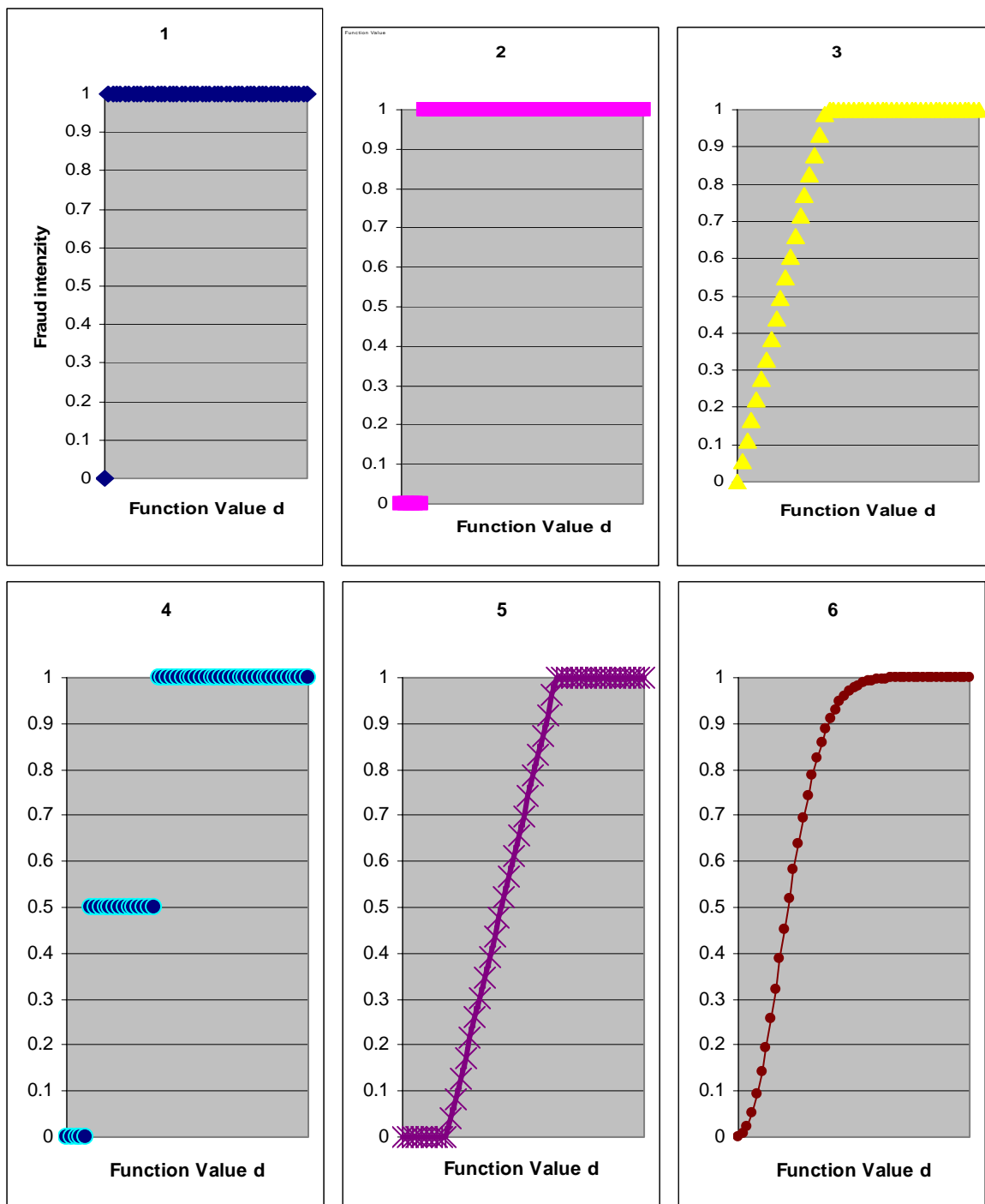
$$3) \quad f(d) = \begin{cases} d/p, & \text{if } d \leq p \\ 1, & \text{if } d > p \end{cases}$$

$$4) \quad f(d) = \begin{cases} 0 & , \text{if } d \leq q \\ 0.5, & \text{if } d > q, d \leq p \\ 1 & , \text{if } d > p \end{cases}$$

$$5) \quad f(d) = \begin{cases} 0 & , \text{if } d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q}, & \text{if } d > q, d \leq p \\ 1 & , \text{if } d > p \end{cases}$$

$$6) \quad f(d) = 1 - \text{Exp}(-(d*s)/ (2*s*s))$$

where q is zero intensity threshold, p is strong intensity threshold and s is the standard deviation for *Gaussian* function. In the following pictures there are graphical illustrations of the introduced functions.



Finally it should be mentioned that in the shown functions it is assumed that the higher value of d , the higher possibility, or probability, for a fraud. But the opposite case is only a technical question.

Literature

1. MLYNAROVIČ, V, 1998: Modely a metódy viackriteriálneho rozhodovania. Ekonóm, Btratislava.
2. HORNIACEK, Milan, The approximation of a strong perfect equilibrium in a discounted supergame. *Journal of Mathematical Economics*, 1996, roč. 25, č. 1, s. 85-107. ISSN 0304-4068.

3. HORNIAČEK, Milan, Negotiation, preferences over agreements, and the core. *International Journal of Game Theory*, 2008, roč. 37, č. 2, s. 235-249. ISSN 0020-7276.
4. HORNIAČEK, Milan, Folk theorem for bilateral bargaining with vector endowments. *Bulletin of Economic Research*, 2004, roč. 56, č. 3, s. 283-297. ISSN 030-733-78
5. HORNIAČEK, Milan, An example of a non-working boss increasing expected output. In: *Mathematical Methods in Economics 2009* (Proceedings of 27th International Conference, Kostelec nad Černými lesy, September 2009). Prague, Faculty of Economics and Management, Czech University of Life Sciences, 2009, s. 138-143. ISBN 978-80-213-1963-9.
6. HORNIAČEK, Milan, Collusive general equilibrium between aggregated industries. In: *Mathematical Methods in Economics 2012, Part I* (Proceedings of the 30th International Conference, Karviná, September 2012). Karviná, Silesian University in Opava, School of Business Administration in Karviná, s. 308-313. ISBN 978-80-7248-779-0.

Contact address

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.
Faculty of Social and Economic Sciences, Comenius University
Mlynské Luhy 4, Bratislava
email: vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

ANALÝZA ROVNOVÁŽNEJ STRATÉGIE V DVOJSTUPŇOVOM DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI S CIEĽOM UDRŽANIA TRHOVÉHO PODIELU V SEGMENTE PREDAJA VÝROBKU¹

THE ANALYSIS OF THE EQUILIBRIUM STRATEGIES IN TWO- STAGE SUPPLY CHAIN IN ORDER TO MAINTAIN MARKET SHARE IN THE SEGMENT SALES OF THE PRODUCT

Juraj Pekár, Ivan Brezina

Abstrakt

V príspevku je prezentovaná analýza dodávateľského reťazca s homogénnym tovarom, v ktorom na jeho začiatku a konci uvažujeme vždy práve s jedným subjektom, teda výrobcom s ponukou na tovar a konečným spotrebiteľom s agregovaným dopytom po tovare, pričom v dodávateľskom reťazci vystupuje aj medzičlánok, ktorý reprezentujú dvaja dodávatelia dodávajúci výrobok od výrobcu k spotrebiteľovi. Cieľom dodávateľov je pritom, na rozdiel od klasických prístupov maximalizujúcich zisk, udržanie trhového podielu v segmente predaja výrobku. Analýza je založená na rovnováhe lineárnych ponukových, resp. dopytových funkcií na oboch stupňoch dodávateľského reťazca. Výsledkom je vyhodnotenie rovnovážnych stratégií subjektov na oboch stupňoch dodávateľského reťazca a analýza, ako majú jednotlivé subjekty prispôsobiť svoju cenovú stratégiu.

***Kľúčové slová:** dodávateľský reťazec, rovnovážna stratégia*

Abstract

The paper presents analysis of the supply chain with homogeneous products. It is considered always one subject at the beginning and the end of supply chain, producer with supply of goods and customer with aggregate demand for goods. As intermediate nodes of supply chain, two vendors supplying product from producer to consumer are considered. The aim of suppliers, unlike in classical approaches that maximizing profit, is to maintain market share in the segment sales of the product. The analysis is based on equilibrium between linear supply and demand functions at both sides of the supply chain. The result is the evaluation of the equilibrium strategy of subjects at both sides of the supply chain and analyzes how different actors have to adapt their pricing strategy.

***Keywords:** supply chain, strategy equilibrium*

Úvod

Riadenie dodávateľského reťazca sa v ostatných rokoch orientuje na operatívne rozhodnutia decentralizovaných subjektov, ktoré majú vplyv na zisk v celom dodávateľskom reťazci a teda aj na všetky ostatné subjekty dodávateľského reťazca. Klasické analýzy efektívnosti dodávateľského reťazca sa orientujú na skúmanie situácie, keď sa zisk dodávateľského reťazca diverzifikuje medzi jeho subjekty, pričom aspoň jeden má relevantný vplyv na dopyt po tovare (Fiala, 2002). Novšie tendencie sa orientujú na využívanie prirodzeného nástroja pri

¹ This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA, grant no. 1/0104/12 „Modeling supply chain pricing policy in a competitive environment“.

maximalizácii vlastnej užitočnosti na trhu s ohľadom na správanie ostatných subjektov na trhu – na teóriu hier (Čičková, Čemická, 2011), (Chobot a kol., 1991). Efektívne však môže byť aj využitie mikroekonomickej analýzy založenej na rovnováhe ponukových, resp. dopytových funkcií (Fendek, Fendeková, 2008).

V súčasnosti nadobúda čoraz väčší význam orientácia na budovanie sieťových dodávateľských štruktúr, pričom prirodzenou požiadavkou je ich optimalizácia. Sieťové štruktúry sú tvorené samostatnými subjektmi dodávateľského reťazca, medzi ktorými fungujú vzájomné kooperatívne väzby. Ich optimalizácia vedie k snahe o maximálnu efektívnosť celého dodávateľského reťazca, teda riadenie dodávateľských reťazcov od producentov až po distribúciu ku konečnému spotrebiteľovi. Maximálna efektívnosť môže byť pritom dosiahnutá len v podmienkach vzájomnej kooperácie jednotlivých subjektov dodávateľského reťazca tak v oblasti optimalizácie materiálových a informačných tokov, ako aj v oblasti ochoty subjektov zapojiť sa do globálnej optimalizácie dodávateľského reťazca (tzv. kooperatívneho rozhodovania) (Fiala, 2002), (Su, Zhang, 2008), (Zouhar, 2009).

1 JEDNOSTUPŇOVÝ DODÁVATEĽSKÝ REŤAZEC

Uvažujme klasický mikroekonomický prípad, pre ktorý sa predpokladá, že na trhu s jedným homogénnym tovarom pôsobí len jeden dodávateľ – výrobca (P) a jeden agregovaný spotrebiteľ (C), medzi ktorými existuje priamy dodávateľský vzťah, uvažujeme teda taký dodávateľský reťazec, ktorý má len jeden stupeň a neobsahuje žiadne medzičlánky.

Uvažujme existenciu dodávateľa – výrobcu (P) produkujúceho jeden druh výrobku, ktorý je reprezentovaný lineárnou ponukovou funkciou:

$$s_p(p) = c_p + d_p p,$$

kde c_p predstavuje minimálnu úroveň ponuky dodávateľa – výrobcu (P),

d_p predstavuje koeficient nárastu ponuky výrobcu (P) pri jednotkovej zmene ceny produktu,

p predstavuje jednotkovú cenu produktu.

Ďalej predpokladajme existenciu agregovaného spotrebiteľa (C), ktorý je reprezentovaný agregovanou lineárnou dopytovou funkciou:

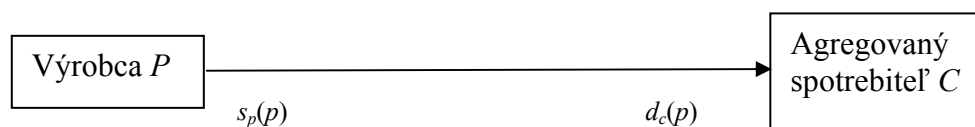
$$d_c(p) = a_c - b_c p,$$

kde a_c predstavuje úroveň saturovaného dopytu spotrebiteľa (C),

b_c predstavuje koeficient poklesu dopytu spotrebiteľa (C) pri jednotkovej zmene ceny produktu,

p predstavuje jednotkovú cenu produktu.

Pre uvažovaný prípad je na obrázku 1 zobrazený grafický model (jeden dodávateľ – výrobca (P) a jeden agregovaný spotrebiteľ (C)).



Obrázok 1

Na základe uvedených predpokladov môžeme na báze z mikroekonomickej analýzy stanoviť rovnovážnu cenovú stratégiu na uvažovanom trhu (v jednostupňovom dodávateľskom reťazci). V tomto prípade je rovnovážna cenová stratégia získaná pri cene určenej na základe

rovnováhy ponukovej funkcie $s_p(p)$ a dopytovej funkcie $d_c(p)$, teda na základe vzťahu (1), keďže cenovú rovnováhu možno dosiahnuť pri rovnosti dopytu a ponuky na trhu:

$$c_p + d_p p = a_c - b_c p$$

$$\frac{-c_p + a_c}{d_p + b_c} = p \quad (1)$$

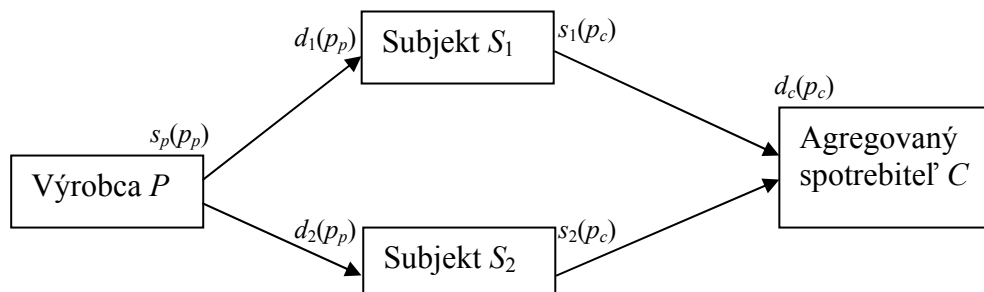
Rovnovážna cena (p) rastie pri stúpajúcej úrovni saturovaného dopytu (a_c) a poklese parametrov minimálnej úrovne ponuky dodávateľa (c_p), koeficientu nárastu ponuky (d_p) a úrovne koeficientu poklesu dopytu spotrebiteľa (b_c). Pri opačných zmenách hodnôt uvedených koeficientov nastane pokles rovnovážnej ceny.

2 DVOJSTUPŇOVÝ DODÁVATEĽSKÝ REŤAZEC

Uvažujeme ďalej, že v dodávateľskom reťazci existuje aj medzičlánok (napr. v reálnej situácii výrobca nemusí predávať svoj produkt priamo spotrebiteľom, ale môže realizovať predaj prostredníctvom skladov, resp. obchodných reťazcov a pod.). Pre tento prípad môžeme zjednodušene predpokladať, že začiatok dodávateľského reťazca reprezentuje výrobca výrobku (P), koniec reťazca agregovaný spotrebiteľ (C) s agregovaným dopytom po výrobku, ktorý medzi nimi prechádza medzičlánkom v dodávateľskom reťazci, ktorý tvoria dva subjekty (medzisklady) (S_1) a (S_2). Na rozdiel od klasického cieľa maximalizácie zisku jednotlivých subjektov dodávateľského reťazca (v prípade spotrebiteľov minimalizácia nákladov na nákup tovarov) môžu byť stanovené aj iné ciele, ďalej budeme uvažovať s cieľom získať, resp. udržať trhovú podiel v segmente predaja výrobku, ktorý prechádza uvažovaným dodávateľským reťazcom.

Z uvedených predpokladov vyplýva aj spôsob realizovanej analýzy, pričom budeme uvažovať na jednotlivých úrovniach s ponukovými (na prvom stupni dodávateľského reťazca medzi výrobcou a medziskladmi), resp. dopytovými funkciami (na druhom stupni dodávateľského reťazca medzi medziskladmi a agregovaným spotrebiteľom), pričom cieľom je vytvárame cenovej rovnováhy na jednotlivých stupňoch dodávateľského reťazca. Vyhodnotením rovnovážnych cenových stratégií možno analyzovať, ktorý subjekt a akým spôsobom musí prispôbiť svoju stratégiu.

Uvažovaný prípad možno opäť prezentovať prostredníctvom grafického modelu na obrázku 2, pričom pre jednotlivé subjekty dodávateľského reťazca budeme uvažovať s lineárnymi ponukovými a dopytovými funkciami.



Obrázok 2

Predpokladajme, že ponuku výrobcu (P) v závislosti od predajnej ceny možno vyjadriť prostredníctvom lineárnej ponukovej funkcie:

$$s_p(p_p) = c_p + d_p p_p$$

kde c_p predstavuje minimálnu úroveň ponuky výrobcu (P),
 d_p predstavuje koeficient nárastu ponuky výrobcu (P) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_p predstavuje jednotkovú cenu produktu na prvom stupni dodávateľského reťazca.

Predpokladajme, že na druhom stupni dodávateľského reťazca pôsobia 2 subjekty (S_1) a (S_2) (trhová štruktúra duopol), ktorých lineárne dopytové funkcie po uvažovanom výrobku v závislosti od jeho ceny na prvom stupni sú:

- pre prvý subjekt (S_1):

$$d_1(p_p) = a_1 - b_1 p_p$$

kde a_1 predstavuje úroveň saturovaného dopytu prvého subjektu (S_1),
 b_1 predstavuje koeficient poklesu dopytu prvého subjektu (S_1) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_p predstavuje jednotkovú cenu produktu na prvom stupni dodávateľského reťazca.

- pre druhý subjekt (S_2):

$$d_2(p_p) = a_2 - b_2 p_p$$

kde a_2 predstavuje úroveň saturovaného dopytu druhého subjektu (S_2),
 b_2 predstavuje koeficient poklesu dopytu druhého subjektu (S_2) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_p predstavuje jednotkovú cenu produktu na prvom stupni dodávateľského reťazca.

Na druhom stupni dodávateľského reťazca možno predpokladať, že medzičlánky, teda uvažované dva subjekty (S_1) a (S_2), realizujú dodávateľský vzťah s poslednou úrovňou, pričom ponuka pre agregovaného spotrebiteľa je reprezentovaná lineárnymi ponukovými funkciami:

- pre prvý subjekt (S_1):

$$s_1(p_c) = c_1 + d_1 p_c$$

kde c_1 predstavuje minimálnu úroveň ponuky prvého subjektu (S_1),
 d_1 predstavuje koeficient nárastu ponuky prvého subjektu (S_1) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_c predstavuje jednotkovú cenu produktu na druhom stupni dodávateľského reťazca.

- pre druhý subjekt (S_2):

$$s_2(p_c) = c_2 + d_2 p_c$$

kde c_2 predstavuje minimálnu úroveň ponuky druhého subjektu (S_2),
 d_2 predstavuje koeficient nárastu ponuky druhého subjektu (S_2) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_c predstavuje jednotkovú cenu produktu na druhom stupni dodávateľského reťazca.

Na druhom stupni dodávateľského reťazca je tovar dodávaný agregovanému spotrebiteľovi, ktorého agregovaný dopyt reprezentuje agregovaná lineárna dopytová funkcia:

$$d_c(p_c) = a_c - b_c p_c$$

kde a_c predstavuje úroveň saturovaného dopytu spotrebiteľa (C),
 b_c predstavuje koeficient poklesu dopytu spotrebiteľa (C) pri jednotkovej zmene ceny produktu,
 p_c predstavuje jednotkovú cenu produktu na druhom stupni dodávateľského reťazca.

Na základe uvedených predpokladov možno stanoviť cenovú rovnováhu na jednotlivých stupňoch dodávateľského reťazca:

- rovnovážnu cenovú stratégiu medzi výrobcom (S) a medzičlánkami, uvažovanými subjektmi (S_1) a (S_2) za predpokladu rovnakej nákupnej ceny (p_c) pre obidva subjekty, možno vypočítať na základe vzťahov:

$$(a_1 - b_1 p_p) + (a_2 - b_2 p_p) = c_p + d_p p_p \quad (2)$$

$$\frac{a_1 + a_2 - c_p}{b_1 + b_2 + d_p} = p_p$$

Rovnovážna cena (p_p) pre prvý stupeň dodávateľského reťazca rastie pri stúpajúcej úrovni saturovaného dopytu oboch subjektov (a_1 a a_2) a poklese parametrov minimálnej úrovne ponuky dodávateľa (c_p), koeficientu nárastu ponuky (d_p) a úrovne koeficientu poklesu dopytu oboch subjektov (b_1 a b_2). Pri opačných zmenách hodnôt uvedených koeficientov nastane pokles rovnovážnej ceny pre prvý stupeň dodávateľského reťazca.

- rovnovážnu cenovú stratégiu medzi subjektmi (S_1) a (S_2) a konečným agregovaným spotrebiteľom (C) za predpokladu rovnakej nákupnej ceny (p_c) pre obidva subjekty, možno vypočítať na základe vzťahov:

$$(c_1 + d_1 p_c) + (c_2 + d_2 p_c) = a_c - b_c p_c \quad (3)$$

$$\frac{-c_1 - c_2 + a_c}{d_1 + d_2 + b_c} = p_c$$

Rovnovážna cena (p_c) pre druhý stupeň dodávateľského reťazca rastie pri stúpajúcej úrovni saturovaného dopytu agregovaného spotrebiteľa (a_c) a poklese parametrov minimálnej úrovne ponuky oboch subjektov (c_1 a c_2), koeficientu nárastu ponuky oboch subjektov (d_1 a d_2) a úrovne koeficientu poklesu dopytu agregovaného spotrebiteľa (b_c). Pri opačných zmenách hodnôt uvedených koeficientov nastane pokles rovnovážnej ceny pre druhý stupeň dodávateľského reťazca.

Záver

Na základe prezentovaných úvah možno analyzovať ceny p_p a p_c , pričom v prípade, ak platí $p_p < p_c$, rozdiel $p_c - p_p$ reprezentuje maržu medzičlánku v dodávateľskom reťazci. Uvedená situácia však nastáva pri rovnakom objeme realizovaného obchodu na prvom, ako aj na druhom stupni uvažovaného dodávateľského reťazca. V prípade nižšej úrovne realizovanej ponuky na prvom stupni dodávateľského reťazca sa subjekty, ktoré predstavujú medzičlánok v dodávateľskom reťazci, rozhodujú, či zvýšia dopyt po tovare od výrobcu, čo môžu dosiahnuť zvýšením ceny, ktorú mu za výrobok zaplatia. Rovnaký efekt môže byť dosiahnutý zvýšením ceny pre agregovaného spotrebiteľa, čo vedie k poklesu dopytu po danom výrobku. Ak uvažujeme s vyšším objemom realizovaného obchodu na prvom stupni dodávateľského reťazca, subjekty reprezentujúce medzičlánok dodávateľského reťazca musia riešiť uvedenú situáciu opačným spôsobom.

Výber cenovej stratégie v dodávateľskom reťazci je determinovaný viacerými ukazovateľmi, pretože, ako bolo uvedené, subjekty, ktoré sú medzičlánkami v dodávateľskom reťazci, sledujú okrem cieľa maximalizácie zisku, aj cieľ udržania si postavenia na trhu. Na základe toho je vhodné realizovať aj ďalšie analýzy, napr. analýzu založenú na teórii hier, ktorá poskytuje vhodné nástroje na riešenie uvedeného problému, t.j. určiť, ktorý spôsob vyrovnania rovnovážnych cenových stratégií na prvom a druhom stupni použiť.

Použitá literatúra

1. ČIČKOVÁ, Z., ČEMICKÁ, K. 2011. Teória hier a aukcie na Slovensku a ich porovnanie s ostatnými vo svete = Game theory and auctions in Slovakia and their comparison with others in the world. In Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu: mezinárodní vědecký seminář : zborník : Praha, 13.-15. december / prosinec 2011 Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2011.
2. FENDEK, M. – FENDEKOVÁ, E. 2008. Mikroekonomická analýza. IURA Edition Bratislava 2008.
3. FIALA, P. 2002. Modelování a analýza produkčních systémů. Professional Publishing, Praha 2002.
4. CHOBOT, M. – TURNOVEC, F. – ULAŠÍN, V. 1991. Teória hier. Alfa, Bratislava 1991.
5. SU, X., ZHANG, F. 2008. Strategic Customer Behavior, Commitment, and Supply Chain Performance. In MANAGEMENT SCIENCE, Vol. 54, No. 10, October 2008, pp. 1759–1773.
6. ZOUHAR, J. 2009. Vícenásobní marginalizace a její dopad na efektivnost dodavatelských řetězců. Dizertační práce VŠE v Praze, Fakulta informatiky a statistiky 2009.

Kontaktné údaje

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 829

email: juraj.pekar@euba.sk

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 821

email: ivan.brezina@euba.sk

ROBUSTNÍ ŘEŠENÍ ÚLOHY OPTIMALIZACE PORTFOLIA

ROBUST SOLUTION OF PORTFOLIO SELECTION PROBLEM

Jan Pelikán, Maria Kobzareva

Abstrakt

Robustní optimalizace je modelovací přístroj, který umožňuje řešit úlohy, které obsahují neurčitá data. Tento problém je rozšířen v mnoha oblastech a je více vhodný pro reálné úlohy, jelikož v praxi zřídka potkáte úlohu, kde data jsou předem pevně určena a nemají tendenci se náhodně měnit. Tento článek popisuje metodu robustní optimalizace a navrhuje možnost řešit model optimalizace portfolia s neurčitou množinou dat pomocí robustní optimalizace. K řešení problému používáme algoritmus založený na robustním lineárním programování. Problém je popsán na případové studii, předložen ekonomický i matematický model úlohy, algoritmus řešení a ilustrace výsledků z případové studie.

Klíčová slova: *robustní optimalizace, neurčitá data, problém optimalizace portfolia*

Abstract

Robust optimization is a modeling tool, which solves problems in which data are uncertain. This problem is frequently solved problem in many fields and it is more appropriate for real-life applications, because in practice data are hardly deterministic, but tend to change unexpectedly. The paper introduces robust optimization methodology and suggests a possibility of solving portfolio optimization problem with uncertain data set using robust optimization model. To solve the problem we use robust linear programming. The application is described on a case study and provided with mathematical models and its detailed description. The paper also presents computation experiments and its results.

Key words: *robust optimization, data uncertainty, robustness, portfolio optimization problem*

THE PORTFOLIO SELECTION PROBLEM AND ITS ROBUST FORMULATION

Let us introduce portfolio optimization problem, where we have to select shares from a given number of shares, respecting the condition that the value of selected shares will not exceed given investment limit K . The aim is to maximize future value of selected shares, future values of shares are given. The problem is that the real share value may be less than predicted value, but only in several cases. The purpose of the case study is to find so called robust optimal solution under given circumstances, which respects unexpected decrease in future share value. Let us define n as a number of shares, K the limit of total expenses on selected shares, for share i a_i is the price of share, c_i is expected profit of share i , d_i is possible decrease in share profit. Binary variable x_i defines the decision to choose share i , when $x_i=1$, or decision not to choose the share in case $x_i=0$.

The basic model of choosing the shares is described below:

$$\max \sum_{i=1}^n c_i x_i, \text{ s.t. } \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq K, x_i \in \{0,1\} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

According to this model we will create robust optimization portfolio model which searches for robust solution of the following problem. Robust solution will consider limited number of share profit decrease, which is expressed with a given number $\Gamma < n$, the protection parameter, defining the maximum number of shares that could meet the decrease in profit value. We consider the decrease in share profits value on subset of Γ shares, let us define set of those shares as S . The prediction of total loss in share profits is given as a maximum loss for all subsets of Γ shares.

Mathematical model of robust portfolio selection problem

$$\max_x \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - \max_S \sum_{j \in S} d_j x_j \right), \quad S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, |S| \leq \Gamma$$

$$s.t. \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq K, \quad x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Γ is maximum number of shares which profit will decrease from value c_j on value $c_j - d_j$.

This robust optimization problem can be formulated as the following model

$$\max_x \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - \max_y \sum_{j=1}^n d_j x_j y_j \right),$$

$$s.t. \sum_{j=1}^n y_j \leq \Gamma, \quad \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq K, \quad x_j, y_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

The presented model is non-linear, to solve this problem we can use the method presented in [1].

Method for solving robust optimization problem

The method considers basic robust problem presented as

$$F = \min_{x \in P} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j + \max_S \sum_{j \in S} d_j x_j \right), \quad s.t. \quad x \in P,$$

$$\text{kde } S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, \quad |S| \leq \Gamma.$$

Set P is any of the subsets $\{0, 1\}^n$.

First we arrange variables so, that the following condition is respected: $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n \geq d_{n+1} = 0$.

The solving method is based on the following statement:

$$F = \min_{l=1, 2, \dots, n+1} G_l, \quad \text{kde } G_l = \Gamma d_l + \min_{x \in P} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=1}^l (d_j - d_l) x_j \right)$$

We can formulate algorithm that solves robust problem and finds a robust solution based on this statement.

Step 1. Solve the problem and calculate values of G_i , $i = 1, 2, \dots, n+1$ as follows:

$$G_l = \Gamma d_l + \min_{x \in P} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=1}^l (d_j - d_l) x_j \right).$$

Step 2. Calculate the value $F = \min\{G_1, G_2, \dots, G_{n+1}\} = G_{l^*}$. The optimal robust solution is x_i^* , which is optimal solution for problem G_{l^*} .

Note

If the maximization problem is defined as follows:

$$F = \max_{x \in P} \left(\sum_{j=1}^n c_j x_j - \max_{S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, |S| \leq \Gamma} \sum_{j \in S} d_j x_j \right), \quad \text{then we apply algorithm on}$$

minimization problem presented as follows:

$$-F = \min_{x \in P} \left(\sum_{j=1}^n (-c_j) x_j + \max_{S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, |S| \leq \Gamma} \sum_{j \in S} d_j x_j \right).$$

Case study

Let us solve the problem with investment limit $K=20\ 000$ and set of 10 shares, from which a subset has been selected. The price a_i of share i , the profit c_i and decrease of the profit d_i are given in the Tab. 1. Protection parameter is set $\Gamma=3$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_i	8000	6000	5600	1200	3600	3000	2200	21000	1200	1000
c_i	200	110	72	48	126	90	110	56	48	30
d_i	80	60	56	52	36	30	22	21	12	10

Tab. 1: List of shares and their parameters

We will use the algorithm described above and solve linear programs G_1, G_2, \dots, G_{n+1} , results are shown in the Tab. 2. Beside the optimal value G_l in the table you can also find the corresponding solution x , which denotes the share selection, the profit of presented solution without loss $\sum_{i=1}^n c_i$, potential loss of profits $\sum_{i=1}^n d_i$, which is maximum possible loss in the case we consider maximum 3 possible decreases in profits. Also in the table we can find total share price $\sum_{i=1}^n a_i$.

	solution	G	$\sum c$	$\sum d$	$\sum a$
$l=1$	1 0 0 1 1 1 1 0 1 0	382	622	168	19200
$l=2$	1 0 0 1 1 1 1 0 1 0	422	622	168	19200
$l=3$	1 0 0 1 1 1 1 0 1 0	430	622	168	19200
$l=4$	1 0 0 1 1 1 1 0 1 0	438	622	168	19200
$l=5$	1 0 0 0 1 1 1 1 0 1	460	612	146	18010
$l=6$	1 0 0 0 1 1 1 1 0 1	466	612	146	18010
$l=7$	1 0 0 0 1 1 1 1 0 1	466	612	146	18010
$l=8$	1 0 0 0 1 1 1 1 0 1	465	612	146	18010
$l=9$	1 0 0 0 1 1 1 0 1 1	446	604	146	19000
$l=10$	1 0 0 0 1 1 1 0 1 1	444	604	146	19000

$l=11$	1 0 0 0 1 1 1 0 1 1	414	604	146	19000
--------	---------------------	-----	-----	-----	-------

Tab. 2: Steps of the algorithm and optimal robust solution

As you can see in Tab. 2 maximum robust solution value is $F = \max\{G_1, G_2, \dots, G_{n+1}\} = \max\{382, 422, 430, 438, 460, 466, 465, 446, 444, 414\} = 466$ with the corresponding share selection $x = (1 0 0 0 1 1 1 1 0 1)$. The following profit takes into account decrease in profits of maximum three shares (considering the highest value of profit loss).

Conclusion

This paper offers possibility to solve portfolio optimization problem with uncertain share values using robust optimization tool. The problem takes into account the fact that share profits could not be the same as predicted, but real profit share value could be less. The described potential loss is considered only with a few shares, their number is given by parameter *gamma*. When considering the parameter *gamma* we take into account maximum possible loss in profits for given shares. In this paper we present the method, which transforms this non-linear problem into sequence of linear problems. The presented method is described on a case study, providing with computation experiments.

Acknowledgements:

This research was supported by the project 403/12/1947 founded by the Grant Agency of the Czech Republic and the project F4/18/2011 founded by the Internal Grant Agency of the University of Economics, Prague.

References

- [1] PANOS KOUVELIS, GANG YU, Robust discrete optimization and its applications, 1997, ISBN 0-7923-4291-7
- [2] DIMITRIS BERTSIMAS, ROBERT WEISMANTEL, Optimization over integers, 2005, ISBN 0-9759146-2-6
- [3] MELVYN SIM, Robust Optimization by Melvyn Sim, 2004
- [4] DIMITRIS BERTSIMAS, DAVID B. BROWN, CONSTANTINE CARAMANIS, Theory and applications of Robust Optimization, 2007, SIAM Rev., 53(3), 464–501. (38 pages)

Contacts

Prof. RNDr. Jan Pelikán, CSc.

University of economics, Prague, Faculty of informatics and statistics

W. Churchill Sq. 4

130 67 Prague 3

Czech Republic

Tel: +420 224 095 444

email: pelikan@vse.cz

VYUŽITIE SIMULAČNÉHO SOFTVÉRU ENTERPRISE DYNAMICS

USE OF SIMULATION SOFTWARE ENTERPRISE DYNAMICS

Peter Princ

Abstrakt

V tomto článku sa zameriavam na možnosti využitia simulačného softvéru Enterprise Dynamics. Samotná aplikácia simulačných metód je ukázaná pomocou modelovania obsluhy pokladní v samoobsluhy. Následné je zostavovanie modelu a využiteľnosť prostredia Enterprise Dynamics porovnaná so simulačným softvérom Simul8.

Kľúčové slová: *simulačné metódy, Enterprise Dynamics, Simul8*

Abstract

This paper is focused on the possibility of using simulation software Enterprise Dynamics. The application of simulation methods is shown on the model of cashdesk in grocery. The model is created in Enterprise Dynamics and compared to model build in Simul8.

Keywords: *simulation methods, Enterprise Dynamics, Simul8*

1. Historický pohľad do porovnávania simulačných softvérov

V simulácii a modelovaní pomocou programových balíkov určených pre diskretnú simuláciu (DES) môže byť náročný výber najvhodnejšieho softvéru pre naše potreby. Nance (1993) identifikoval šesť vlastností simulačných jazykov diskretných udalostí:

- Schopnosť generovania náhodných čísiel pre reprezentáciu neistoty
- Schopnosť meniť procesy
- Schopnosť spracovania procesov, objekty môžu byť vytvorené, môžeme s nimi manipulovať a môžu byť zrušené
- Schopnosť prevádzať štatistické analýzy a zabezpečovať deskriptívne štatistiky modelu
- Schopnosť spracovávať veľké množstvo dát a poskytovať efektívne informácie pre rozhodovanie
- Schopnosť časového manažmentu sledovaného procesu

V súčasnej literatúre môžeme nájsť niekoľko prehľadov simulačných softvérov napr. Swain (2003, 2011), ktorý identifikuje 87 rôznych softvérových balíkov, pričom 70 % tvoria komerčné a 30 výučbové softvéry.

Proces výberu vhodného simulačného nástroja môže byť pri takom veľkom počte náročný, preto sa niekoľko autorov najmä v 90. rokoch 20. storočia venovalo návrhu vhodnej metodiky a rámca slúžiaceho na porovnanie simulačných programov.

Page (1994) vo svojej dizertačnej práci vyvinul novú generáciu modelovacieho rámca prezentovaného pomocou kvantifikovateľných kritérií prispôsobených pre simulačné softvéry.

Banks a Gibson (1997) podali prehľad o tom, ako si vybrať simulačný softvér. Používateľ musí veľmi opatrne vybrať najvhodnejší softvér pri veľkom počte dostupných produktov pre diskretnú simuláciu (DES). Navrhli pokyny pre celkové hodnotenie produktu podľa piatich oblastí: spracovanie vstupov, výstupov, prostredie, predajca a náklady. Zdôraznili tri dôležité položky, ktoré treba pri výbere vhodného softvéru zvážiť: vlastnosti, ktoré sú vhodné pre našu súčasnú situáciu; navrhli vyhnúť sa súdeniu softvéru len na základe odpovedí typu áno/nie; nepotreba určitých funkcií softvéru.

Hlupic et al. (1999) predložili hodnotiaci rámec pre simulačný softvér, ktorý bol však ťažkopádny a analýza bola len ťažko merateľná.

Teweldeberhan et al. (2002) navrhli dvojfázovú hodnotiacu a výberovú metodológiu pre výber simulačného softvéru. Prvá fáza ma za úlohu skrátiť dlhý zoznam simulačných balíkov a druhá fáza je spojená s detailným hľadaním simulačného softvéru pre potreby spoločnosti.

Ahmed et al. (2003) opisujú vývoj a zdôvodnenia pre formálne hodnotiace kritéria pre simuláciu. Ich práca navrhuje tieto kritériá: syntaktickú kvalitu, sémantickú kvalitu, pragmatickú kvalitu, skúšku kvality a udržateľnosť. I keď ich rámec hodnotenia simulačného softvéru je pomerne podrobný, chýba mu hlbšie analytické podchytenie a je preto pomerne subjektívny.

Seila et al. (2003) vytvorili rámec pre výber diskretného simulačného softvéru, ktorý je založený na porovnaní 20 softvérových nástrojov za účelom identifikácie projektových cieľov. Taktiež sa zaoberajú rozšírením zostaveného modelu a organizačnou štruktúrou používateľov. Albrecht (2010) vo svojej práci hodnotí súčasné simulačné programy.

V poslednom období sa väčšina porovnávacích a výskumných štúdií týkajúcich sa simulačných balíkov zamiera viac na konkrétne oblasti použitia ako na celoplošné porovnanie. Ingemansson et al. (2002) skúmajú vhodnosť DES programov vo výrobnjej sfére a Alvarez et al. (2008) sa zaoberajú hodnotením a výberom simulačných balíkov pre oblasť ropného priemyslu. Aguirre a Méndez (2008) skúmajú využitie simulačných balíkov v automobilovom priemysle.

2. Simulačný balík Enterprise Dynamics

Enterprise Dynamics (ED) je vyvinutý na základe simulačného balíka Taylor II, ktorý bol viac ako 10 rokov jedným z líderských simulačných softvérov vyvinutých firmou F&H z Utrechtu. Ďalšie rozšírenie programu bolo možné len s veľkými zmenami programu a preto bolo v roku 1997 rozhodnuté vyvinúť nový program postavený na základoch Taylor II doplnený o nevyhnutné vylepšenia reagujúce na nové impulzy na trhu. V roku 1998 bol

predstavený produkt Taylor Enterprise Dynamics a firma bola neskôr premenovaná na Enterprise Dynamics.

Postupne spoločnosť upustila od filozofie komplexného produktu a rozdelila ED na tri objekty reprezentujúce jednotlivé požiadavky kladené zákazníkmi. Firma tak ponúka 3 typy licencií:

Viewer – poskytuje schopnosť náhľadu na simulačné modely a ich spustenie

Builder – pomocou tohto modulu môžeme vytvárať simulačné modely prostredníctvom preddefinovaných objektov

Developer – skladá sa z Buildera a programových prostriedkov schopných vytvárať vlastné simulačné knižnice objektov. Cena produktu začína na 6750 \$.

Samozrejmosťou je tiež množstvo prípadových štúdií a zadaní, ktoré si môže používateľ stiahnuť na internetovej stránke spoločnosti ED (<http://www.incontrolsim.com/>).

2.1. Popis Enterprise Dynamics

ED je objektovo-orientovaný softvér pre modelovanie, simuláciu, vizualizáciu a riadenie dynamických procesov. Užívateľ si vyberá z pomedzi objektov – atómov zo štandardných knižníc za účelom výstavby modelu. ED je založený na koncepte modelovania objektov v každom modeli. Atóm môže reprezentovať prístroj, pult alebo výrobok, ale takisto môže mať aj nefyzický charakter ako napríklad graf.

Pokiaľ ide o rozdiel v type atómov tak atómy delíme na základné atómy (produkt, zdroj, koncový objekt, server a fronta), dopravné atómy (vzťahujúce sa k doprave, ako napr. dopravníky), výsledkové atómy, atď. Vďaka otvorenej štruktúre ED, môže pokročilý užívateľ vytvárať a používať vlastné atómy, napríklad modelovať stroj s veľmi špecifickými vlastnosťami. V súčasnosti ED obsahuje 100 štandardných atómov a toto číslo sa stále zvyšuje. Začiatočníkovi si stačí zvyčajne vybrať z okolo 30 často používaných atómov pre jeho aplikácie. Atómy sú teda preddefinované modelovacie objekty používané pre tvorbu modelov a rýchle vykonávanie štúdií. ED má tiež zabudovaný programovací jazyk s názvom 4DScript, ktorý môže byť použitý pre spracovanie špecifických podmienok z reality v modeli. Tento jazyk sa skladá z približne 1100 príkazov.

Vďaka otvorenej štruktúre ED, môže užívateľ rozšíriť balík podľa svojich potrieb alebo navrhnuť vlastný vzhľad (layout). ED sám o sebe poskytuje niekoľko typov produktov zameraných podľa prostredia:

- ED Logistics - pre výrobu, manipuláciu s materiálom a distribúciu
- ED Airport - pre letisko a dopravcami
- ED Educational - k výukovým účelom, pozostávajúce z kombinácie softvéru ED Logistika s počtom vypracovaných prípadových štúdií
- ED Production - umožňuje rýchlo modelovať procesy, ktoré sú spoločné pre výrobné prostredie

- ED Transport - modelovanie vnútornej a vonkajšej dopravy a toky informácií

2.2. Prehľad základných prvkov (atómov) simulačného balíka Enterprise Dynamics s ich atribútmi

Entita (Product atom) – predstavuje fyzický tok v ED, ktorý môže pozostávať z produktov, materiálu, dokumentov alebo osôb. Nastavenia entity ponúkajú v záložke General možnosť pomenovania entity a priradenia veľkosti entity v 3D. V záložke General visualization sa nastavuje vzhľad entity pri prechode systémom v 2D resp. 3D.

Zdroj (Source atom) – často je prvým prvkom modelu, ktorý umožňuje entitám modelu vstúpiť do modelu so špecifikovanými vlastnosťami a tak slúži ako generátor entít modelu. V záložke General nastavujeme:

- meno zdroja (Atom name)
- čas medzi príchodom entít do systému (Inter-arrival time), ktorý môže byť definovaný konštantou alebo pravdepodobnostným rozdelením
- čas príchodu prvej entity do systému
- celkový počet entít v systéme za sledované obdobie
- smerovanie entít zo zdroja – na výber je z pomedzi 21 možností
- priradenie príkazu k entite na začiatku procesu – na výber je z pomedzi 10 možností
- priradenie príkazu k entite na konci procesu – na výber je z pomedzi 11 možností
- výber ikony entity

Server (Server atom) – sa používa na modelovanie operácií zaberajúcich určitý časový interval ako je napr. produkcia výrobku na výrobnom prístroji alebo obsluha zákazníka pri pokladni. Server preto reprezentuje prístroje, obslužné pulty, procesné miesta a prístroje ale aj výrobné cykly či súčasné spracovania niekoľkých výrobkov. V záložke General nastavujeme:

- meno zdroja (Atom name)
- čas potrebný pred samotným začatím vykonávania činnosti servera (Setup time) – napr. čistenie a prenasťavovanie prístrojov obsluhy
- čas trvania činnosti servera (Cycletime)
- smerovanie entít zo servera (Send to) – podobne ako pri zdroji
- smerovanie entít do servera (Input strategy) – na výber je z pomedzi 5 možností
- priradenie príkazu k entite na začiatku procesu – podobne ako pri zdroji
- priradenie príkazu k entite na konci procesu – podobne ako pri zdroji
- činnosť vykonávanú na konci času potrebného pred samotným začatím vykonávania činnosti servera

V záložke Specific nastavujeme zoskupovanie entít, pravdepodobnosť nastania zlyhania serveru a spúšťače zlyhaní na serveri. Podobne ako pri zdroji slúži záložka Visualization na nastavenie vzhľadu servera v modeli.

Fronta (Queue atom) – predstavuje frontu entít, zvyčajne pred obslužným zariadením (server). V záložke General nastavujeme:

- meno fronty (Atom name)
- Kapacitu fronty (Capacity) – v prípade ak dôjde k naplneniu fronty tak nemôže byť ďalšia entita systému zaradená do fronty
- Smerovanie z fronty (Send to)
- Disciplína vo fronte (Queue discipline) – umožňuje zoradiť jednotlivé entity vo fronte podľa dopredu stanovených kritérií (6 možností voľby)
- smerovanie entít do fronty (Input strategy) – podobne ako pri serveri
- priradenie príkazu k entite na začiatku procesu – podobne ako pri zdroji
- priradenie príkazu k entite na konci procesu – podobne ako pri zdroji

Podobne ako pri zdroji slúži záložka Visualization na nastavenie vzhľadu fronty v modeli.

Koncový objekt (Sink atom) – umožňuje entitám opustiť model. V záložke General nastavujeme meno koncového objektu a príkaz vykonaný pri príchode entity do koncového objektu. Podobne ako pri zdroji slúži záložka Visualization na nastavenie vzhľadu koncového objektu.

2.3. Prehľad ďalších prvkov (atómov) simulačného balíka ED

Container atom, Assembler atom, Unpack atom, MultiService atom, Lock atom, Unlock atom, Corner transfer unit atom, Transfer car atom atď.

3. Aplikácia Enterprise Dynamics

V tejto časti využijeme ED na modelovanie bežných ukázkových príkladov zo základných kurzov práce so simulačnými programami. V ďalšom texte vyjadrujú pojmy prvok a objekt význam atómu, tak ako ho chápe simulačný balík ED.

3.1. Modelovanie obsluhy pri pokladniach v samoobsluže

Predstavme si prípad samoobsluhy s tromi pokladňami, pričom vieme že obchod je otvorený denne počas 10 hodín. Prvá pokladňa je otvorená počas celých 10 hodín, druhá pokladňa sa otvára 2 hodiny po začatí prevádzky a zostáva otvorená až do skončenia pracovnej doby. Tretia pokladňa sa otvorí po 4 hodinách od začatia prevádzky a zatvorí sa po 5 hodinách a 30 minútach. Znovu sa otvorí po 7 hodinách a 45 minútach a zatvára sa po 8 hodinách a 30 minútach. Ďalej vieme, že zákazníci prichádzajú v rozmedzí 7 sekúnd a prvý zákazník príde k pokladni 10 sekúnd po začatí prevádzky.

Zaujímavé je nastavenie pokladne, pretože k nej musíme priradiť atóm Control availability, ktorý ma na starosti kontrolu otvorenia pokladne počas prevádzky samoobsluhy. K tomuto atómu prislúcha tiež atóm v ktorom je zapísaný rozpis otvorenia príslušnej pokladne Table of

Time Schedule. V prípade výberu pravdepodobnostných rozdelením nám ED ponúka širokú škálu pravdepodobnostných rozdelení podobne ako je to v iných simulačných balíkoch. Na rozdiel však od napr. Simul8, pravdepodobnostné rozdelenie musíme zapísať pomocou simulačného programovacieho jazyka prostredia ED.

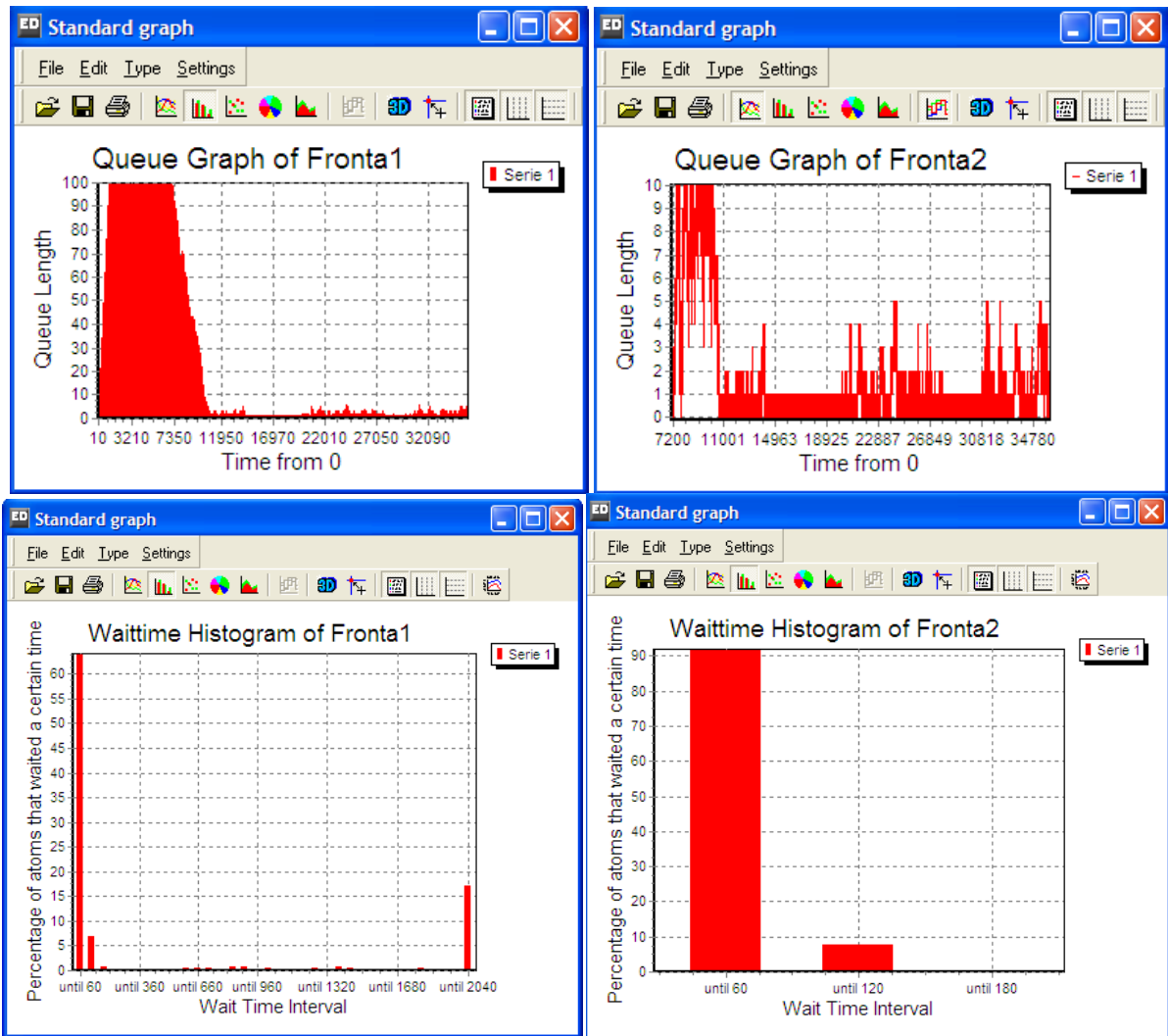
Dôležitou súčasťou zostavovania modelu je prepojenie všetkých prvkov. Toto sa deje v okne modelu (Model Layout -> View -> Channels -> Enable). Po zapnutí vrstvy Channels sa nám pri každom objekte modelu zobrazia dva farebne odlišené krúžky, pričom zelený značí vstup do atómu a červený výstup z atómu. Pokiaľ chceme z objektu smerovať viac ako jeden proces stlačíme znamienko plus (+) na takto zvolenom objekte a tým pridáme ďalší výstup z objektu. V prípade ak chceme ubrať výstup, tak stlačíme znamienko mínus (-). Podobný princíp sa realizuje aj pri smerovaní do objektu. Dôležité je tiež správne prepojenie objektov, tj. vždy ťaháme prepojenie medzi dvoma objektmi z výstupu do vstupu. Platí tu iný princíp ako pri práci s programom Simul8, ktorý nepovažuje entitu za objekt modelu z toho hľadiska, že ju nemusíme nadefinovať v modeli ako atóm; v prípade práce s ED musíme pred samotným zdrojom entít vytvoriť aj entitu (atóm) a ten prepojiť so zdrojom entít. Pri zobrazení vrstvy Channels si treba povšimnúť okrem červeného a zeleného krúžku na objekte aj žltý krúžok, ktorý sa použije v prípade riadiaceho prvku nad objektom, najčastejšie serverom (v našom prípade sa jedná o objekt Control Availability a Time of Time Schedule).

Pokiaľ chceme sledovať deskriptívne štatistiky takto nami zostaveného modelu, tak musíme nastaviť v hlavnom okne na záložke Simulate -> History nami vybrané objekty modelu, pričom musíme zaškrtnúť políčko General history. Pokiaľ chceme sledovať všetky objekty vyberieme kachlík Select all atoms.

Na definovanie času počas ktorého bude prebiehať simulácia využijeme okno Run Control (Simulate -> Run Control). Vzhľadom na to, že nás zaujíma simulácia počas jedného dňa nastavíme v záložke Stop Time 10 hodín a zatrhneme políčko Run Until Stop time. Ak chceme sledovať v GUI prostredí prechod entít systémom počas nami sledovaného času tak si môžeme zobrazit' hodiny (Simulate -> Clock).

Deskriptívne štatistiky nášho modelu získame pod záložkou Results -> Summary Report. Pokiaľ chceme výsledky sledovať prostredníctvom grafov tak ich nájdeme pod Results -> Summary Graphs. ED ponúka širokú paletu grafov od základných po histogramy.

Na obrázku č. 1 vidíme výstup pre frontu pred pokladňami 1 a 2, kde x-ová os udáva časový údaj v sekundách. Z výsledkov je zrejmé, že by samoobsluha mala zmeniť svoj prístup k otvoreniu pokladní 2 a 3, pretože pri pokladni č. 1 vzniká príliš veľká fronta.



Obrázok č.1 Grafické výstupy pre modely samoobsluhy

Pre porovnanie bol tento model zostavený aj simulačnom programe Simul8, ktorý pri riadení prevádzky jednotlivých pokladní nevyužíva objekty typu Availability Control a Table of Time Schedule, ale pristupuje k nastaveniu serveru (pokladne) priamo na objekte pomocou simulačného programovacieho jazyka Visual Logic, pomocou odkazu na prednastavenú tabuľku časovej prevádzky v modeli, pomocou odkazu na externú tabuľku alebo pomocou priradenia príslušného zdroja (predavačka). Na objekte zdroj potom nastavujeme samotnú prevádzku pokladne resp. disponibilitu predavačky pre danú pokladňu a to prostredníctvom jednoduchých nastavení priamo na objekte, odvolávkou sa na súbor s časovým rozpisom alebo simulačným programovacím jazykom.

4. Záver

V tejto práci bola stručne načrtnutá história a metodika porovnávania simulačných balíkov a následne popísaný simulačný balík ED v jeho študentskej verzii, ktorá je okresaná oproti plnej verzii len na 30 objektov v modeli a neprítomnosťou všetkých možných objektov pri modelovaní. Programový balík ED poskytuje široké uplatnenie v rôznych oblastiach. Práca s týmto softvérom bola ilustrovaná na dvoch príkladoch podobných príkladom zo základných

cvičení práce v simulačních programech a to obsluha pokladní v samoobsluže a balenie tovaru vo výrobnom podniku.

Základné úkony a pochopenie práce s programovým balíčkom ED si ľahko užívateľ osvojí a pokiaľ má už z minulosti skúsenosti z prácou v iných GUI simulačných programech tak mu potom práca ide od ruky aj pri použití programovacieho jazyka 4Dscript, ktorý má podobnú logickú štruktúru ako jazyky z podobnej triedy simulačných programov (Simul8). Oproti Simul8 je nutné vo väčšej miere používať programovací jazyk simulačného balíčka, ak chce užívateľ napr. definovať nim vybrané pravdepodobnostné rozdelenie trvania činnosti objektu modelu. Líši sa aj logickou následnosťou resp. prepojenosťou jednotlivých objektov v modeli, z tohto hľadiska ED postráda intuitívnosť a jednoduchosť prepájania objektov oproti simulačnému balíku Simul8. Odzrkadľuje sa to najmä pri používaní riadiacich objektov. Na rozdiel od Simul8 pristupuje k entite procesu ako ku samostatnému atómu a nie ako k prvku ktorý je vytváraný iným objektom. Rozdiel si užívateľ tiež všimne pri porovnaní výsledkových správ po simulácii zostaveného modelu, kde programový balíček ED neponúka tak prehľadný výstup ako tomu je v Simul8. Ako horšiu tiež hodnotím prehľadnosťou programu ako celku, s programom by sa lepšie pracovalo ak by boli niektoré podokná integrované priamo na hlavný panel.

V skúšobnej verzii prostredia ED je zahrnutá väčšina prvkov a funkčnosť komplexného balíka a oproti skúšobnej verzii Simul8 nie je ani časovo obmedzená. Podobne ako pri programe Simul8 aj ED je doplnený o veľké množstvo ukážok vhodne popísaných v tutoriály, ktorý vyvoláme priamo z hlavného okna programu. Oproti Simul8 však zaberajú omnoho širšie spektrum riešených problémov, pričom všetky sú dostupné v anglickom a nemeckom jazyku. Na internetovej stránke spoločnosti sú užívateľovi k dispozícii prípadové štúdie a užívateľské fórum zamerané na pomoc k začínajúcim používateľom. Preto je vhodné ho ponúknuť ako alternatívu pre študentov pri riešení semestrálnych prác z predmetov, kde sa dajú využiť simulačné modely.

Dedikácia

Tento článok vznikol za podpory grantu IGA F4/16/2011, Fakulta Informatiky a Statistiky, Vysoká škola ekonomická v Praze.

Použitá literatúra

1. Aguirre, A., a Méndez, C. A. Applying a Simulation-based Tool to Productivity Management in an Automotive-parts Industry. In: *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference* (Mason, S. J., Hill, R. R., Mönch, L., Rose, O., Jefferson, T., and Fowler, J. W., eds.). Piscataway, New Jersey: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2005, 1838-1846.
2. Ahmed, R., T. Hall, P. Wernick, 2003, A Proposed Framework for Evaluating Software Process Simulation Models. In: *Proceedings Prosim'03* May 3-4 2003, Portland state University

3. Albrecht, M. C. Introduction to discrete event simulation – Research paper. IE/OR Scholarly Research paper, 2010, Colorado State University
4. Alvarez, M., Rincon, G., Perez, M., a Hernandez, S. Evaluation and selection of discrete-event simulation software for the oil industry. In: *Lat. Am. appl. res.* [online]. 2008, vol.38, n.4, pp. 305-312. ISSN 0327-0793.
5. Banks, J., Gibson R. Selecting simulation software. IIE Solutions, May 1997, pp. 30-32
6. Hlupic, V., Irani Z., Paul R. J. Evaluation framework for simulation software. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1999, 15(5), 366-382.
7. Ingemansson, A., Bolmsjo, G.S., Harlin, U., “A Survey of the Use of the Discrete-Event Simulation in Manufacturing Industry. In: *Proceedings of the 10th International Manufacturing Conference in China*. 2002, Xiamen, China
8. Nance, E. R. A History of Discrete Event Simulation Programming Languages. Research paper TR 93-21, 1993, Virginia Polytechnic Institute and State University
9. Page, E. H. Simulation Modeling Methodolgy Principles and Etiology of Decision Support. *PhD Dissertation Virginia Polytechnic Institute and State University*, 1994
10. Seila, A.F.; Ceric, V.; and Tadikamalla, P. *Applied simulation modeling*. 2003, Thomson Learning, Australia: Thomson Learning.
11. Swain, J. J. Simulation Reloaded: Simulation Software Survey. *ORMS* August 2003 • Volume 30 Number 4
12. Swain, J. J. Simulation: Back to the future. *ORMS* October 2011 • Volume 38 Number 5
13. Tewoldeberhan, T., A. Verbraek and E. Velentin An Evaluation and Selection Methodology for Discrete-Event Simulation Software. In: *Winter Simulation Conference*, 67-75 (2002).

Kontaktné údaje

Ing. Peter Princ
 Katedra ekonometrie
 Fakulta informatiky a statistiky
 VŠE v Praze
 Tel: +420 224 09 5445
 email: peter.princ@vse.cz

COMPARISON OF THE BUSINESS EFFICIENCY BY MATHEMATICAL METHODS

Michal Řičař

Abstrakt

Tento příspěvek analyzuje efektivitu podnikatelských jednotek v automobilovém průmyslu české ekonomiky. Hlavním záměrem je komparace odlišných modelů, např. variace DEA, které využívají rozdílných technik porovnání. Tímto způsobem může být provedena analýza, jak významně je pořadí firem ovlivněno užitým hodnotícím modelem. Finanční ukazatele z kategorií ziskovosti, zadluženosti, likvidity a obratovosti byly užity za účelem zhodnotit postavení společností v kontextu produktivity, efektivity a hospodárnosti. Česká kapitálová informační agentura, a.s., jež disponuje největší databází podnikatelských subjektů v ČR, poskytla data, na jejichž základě byly zkonstruovány matematické modely, které umožnily porovnání dílčích charakteristik za každou podnikatelskou jednotku. Zejména pro informační agentury je velice důležité zvolit vhodný hodnotící model, jenž může poskytnout nejlepší výsledky ve smyslu relevantních informací pro investory, vlastníky či celkový trh.

***Klíčová slova:** efektivita, analýza firmy, rentability, podniková efektivita.*

Abstract

This paper analyzes an effectiveness of business units in the automotive industry of the Czech economy. Main focus is targeting to compare different models, e.g. DEA variations, which use different techniques of comparison. Thus could be analyze how much is a rank of a firm affected by used evaluation model. Financial indicators from the categories of profitability, debt, liquidity and turns were used to evaluate the status of companies in the terms of economy, efficiency and effectiveness. Czech Capital Information Agency, Inc., which dispose the largest database of business units in the CZ, provided data and on it basis were constructed mathematical models that offered comparison of the component characteristics of each business unit. Mainly for ranking agencies it is very important to choose appropriate evaluation model which could provide the best results in the meaning of relevant information for investors, owners and the market as a whole.

***Keywords:** efficiency, firm analysis, rentability, business efficiency.*

1 INTRODUCTION

Firms in the market economy are factors which provide continuous development of the economy. Natural competition leads to benefits at fields such as social security, welfare, education etc. Investors, who dispose with relevant financial capital, are subjects which should be correctly informed about the situation of firms, thus they could invest their finance at the appropriate way. On the other hand, information distortions are frequent phenomenon, in other words, the market economy has one unique characteristic, which could be described as information benefits. Those who dispose with relevant information at the right time are those who could obtain significant profits, vice versa. In this context it is clear that ranking

models by relevant agencies are one of the important indicators for the further development of the economy.

The theoretical basement of the ranking models was set up mainly after the Second World War. The well known DEA (Data Envelopment Analysis) models have been designed to evaluate efficiency of firms. The key issue is to find out whereas significant differences between rankings could be determined if different models are used. Mainly for ranking agencies it is very important to choose appropriate evaluation model which could provide the best results in the meaning of relevant information for investors, owners and the market as a whole.

Following text examines firms in the automotive industry of the Czech Republic by several models and focuses to determine whether significant differences between rankings of the firms could be found.

2 RANKING MODELS

Two categories of the ranking models were chosen for the purpose of this article. The first one falls under the category of DEA models, the second one falls under the multicriteria decision analysis. The construction of the models of the second category was designed with respect to the first category, thus these categories could be compared with each other.

2.1 DEA

Data Envelopment Analysis determines firms which have the best combination between inputs and outputs. Its logic is based on linear optimization of various equations with respect to the criteria function. To obtain rankings of the evaluated firms it is necessary to use *superefficiency models* which could provide such information.

Andersen and Petersen model

In this analysis was used model oriented to inputs. Its formal description for constant return to scale is

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \theta_q, \\
 \text{conditions} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^+ = \theta_q x_{iq}, & i = 1, 2, \dots, m, \\
 & \sum_{j=1}^n y_{kj} \lambda_j - s_i^+ = y_{kq}, & k = 1, 2, \dots, r, \\
 & \lambda_q = 0, \\
 & \lambda_j \geq 0, & j = 1, 2, \dots, n, j \neq q \\
 & s_k^+ \geq 0, s_i^- \geq 0. & j = 1, 2, \dots, n, j \neq q
 \end{aligned} \tag{1}$$

where θ_q is measure of the efficiency of the evaluated firm, x_{ij} is input, y_{ij} is output, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n), \lambda \geq 0$, is vector of the weights which are assigned to each unit, and s^+, s^- are vectors of added variables.

This model was used with various return to scale, thus it was supplemented by the convex condition $e^T \lambda = 1$ for variable return to scale and $e^T \lambda \leq 1$ for nonincreasing return to scale.

2.2 Multicriteria decision analysis model (TOPSIS)

DEA models determine the best firms of the set of the firms with respect to chosen inputs and outputs. The efficiency for each firm is set up as a measure from the constructed line which creates an imaginary envelope by the best firms. TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) is based on the principle to minimize distance from the best firm (variant), where the best firm is the firm which has the best values for each criteria.

Denote set of the firms as $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$, and set of criteria as $F = \{f_1, f_2, \dots, f_k\}$, thus could be constructed criteria matrix:

$$\mathbf{Y} = \begin{array}{c|cccc} & f_1 & f_2 & \dots & f_k \\ a_1 & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1k} \\ a_2 & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2k} \\ \dots & & & \dots & \\ a_p & y_{p1} & y_{p2} & \dots & y_{pk} \end{array},$$

where y_{ij} is a value of i firm evaluated by j criteria.

The method is based on an efficiency of each firm which is quantify as a distance between the best variant represented by vector (H_1, H_2, \dots, H_k) and the worst variant represented by vector (D_1, D_2, \dots, D_k) .

In the first step it is necessary to norm matrix \mathbf{Y} . In this analysis two types of normalization were used. The first one denoted in the text below as *AVN* could be written as

$$r_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{f}_j}{s_j}, \quad i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, k, \quad (2)$$

where \bar{f}_j is an arithmetical average of j criteria and s_j is a standard deviation of j criteria from the set of all evaluated firms.

The second normalization denoted in the text below as *EN* was constructed as

$$r_{ij} = \frac{y_{ij}}{\left[\sum_{i=1}^p (y_{ij})^2 \right]^{1/2}}, \quad i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

For each criteria was set up same weight. Then was identified the best variant $\mathbf{H} = (H_1, H_2, \dots, H_k)$ and the worst variant $\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_k)$ as

$$H_j = \max_i r_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

$$D_j = \min_i r_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

For each variant was calculated distance from the best variant as

$$d_i^+ = \left(\sum_{j=1}^k (w_{ij} - H_j)^2 \right)^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, p,$$

and from the worst variant as

$$d_i^- = \left(\sum_{j=1}^k (w_{ij} - D_j)^2 \right)^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

Finally, computation of the measure of the efficiency of a firm could be written as

$$c_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

2.3 Criteria and Data

Data of the Automotive Industry (NACE 29) for the year 2010 which included 278 firms in the database of Czech Capital Information Agency, Inc. which provided it.

Key issue is to design financial indicators which could relevant evaluate firms. The business literature [3] offers many indicators but only few of them can be marked as important for the purpose of the ranking models. After data analysis following financial indicators were chosen:

$$ROA = \frac{EBITDA}{A},$$

where *EBITDA* is Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization, and *A* are Total Assets.

$$ROE = \frac{P}{E},$$

where *P* is Profit after Taxes, and *E* is Equity.

$$AT = \frac{R}{A},$$

where *R* are Revenues.

$$L3 = \frac{CA}{CL},$$

where *CA* are Current Assets and *CL* are Current Liabilities.

$$CR = \frac{A}{D},$$

where *D* is Debt.

$$PP = \frac{FA}{E},$$

where *FA* are Fixed Assets.

Financial indicators were used in the TOPSIS evaluation models. For the DEA models was necessary to choose criteria which is the most relevant to TOPSIS. Thus for the DEA models were chosen two variants. The first one assumes as inputs *A* and *E* and as outputs *R* and *EBITDA*. The second variant assumes as inputs *FA* and *E* and as outputs *R* and *EBITDA*. Thus could be models compared even across the categories.

2.4 Comparison of the Ranking models

At the first step was analyzed what kind of distribution has each indicator. Figure 1 represents the result for ROA (the results for the rest of the indicators could be obtained by contacting the author) which demonstrates that set of the firms in this indicator has mean 12,29 %, coefficient of variability 1,09 and the best theoretical distribution was determined logistic. This information is important for further calibration of the ranking models from TOPSIS category to estimate weights appropriately.

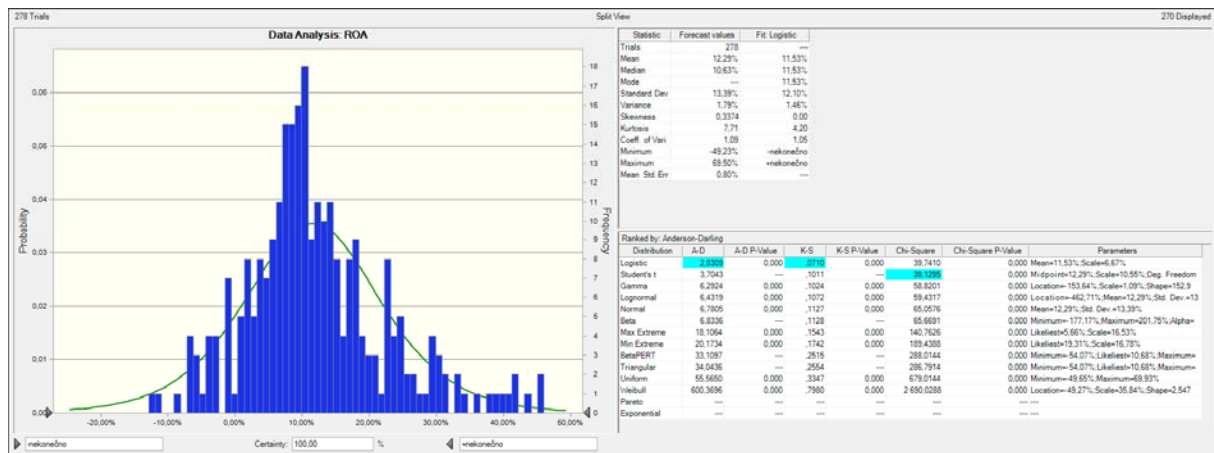


Figure 1 Probabilistic distribution of ROA

The second analysis was focused to estimate which indicators are the best for the DEA models with respect to the TOPSIS models. After many trials was decided to use two variants of each DEA model. The first one (denoted at the end of the name of the DEA model as FA) has as inputs *FA*, *E* and outputs *R*, *EBITDA* and the second one has inputs *A*, *E* and outputs *R*, *EBITDA* (denoted at the end of the name of the DEA model as A). Table 1 compares rankings between each model for first 40 firms, where AVN was chosen as the reference model. CRS denotes the DEA model with constant return to scale, VRS denotes the DEA model with variable return to scale and NIR denotes the DEA model with nonincreasing return to scale.

Rank by AVN	Firm	Rank difference							
		AVN - EN	AVN - CRS FA	AVN - CRS A	AVN - VRS FA	AVN - VRS A	AVN - NIR FA	AVN - NIR A	
1	F1	0	0	0	1	1	1	1	
2	F2	0	272	271	269	271	272	271	
3	F3	0	4	34	16	46	12	44	
4	F4	0	102	208	133	214	123	211	
5	F5	0	13	0	29	9	25	8	
6	F6	0	17	3	37	14	32	12	
7	F7	0	5	-3	18	3	15	2	
8	F8	10	24	-6	21	1	19	0	
9	F9	0	20	9	38	18	34	16	
10	F10	6	60	3	85	13	81	11	

Rank by AVN	Firm	Rank difference						
		AVN - EN	AVN - CRS FA	AVN - CRS A	AVN - VRS FA	AVN - VRS A	AVN - NIR FA	AVN - NIR A
11	F11	10	-7	-4	-8	2	-8	1
12	F12	1	8	3	23	12	19	11
13	F13	-2	-4	-1	7	9	4	7
14	F14	1	8	7	27	15	23	14
15	F15	-3	34	17	60	30	56	27
16	F16	-2	18	1	-9	-11	-9	-12
17	F17	-9	201	220	208	213	208	222
18	F18	21	127	1	146	10	138	8
19	F19	-2	28	5	53	16	49	13
20	F20	-1	35	22	64	38	60	35
21	F21	-11	180	126	194	135	192	136
22	F22	5	5	21	24	34	20	32
23	F23	1	8	10	28	20	25	20
24	F24	23	-5	10	12	9	8	6
25	F25	-3	-14	-3	-2	6	-5	4
26	F26	10	17	2	41	12	37	10
27	F27	-7	9	14	31	28	28	26
28	F28	9	30	16	62	26	58	24
29	F29	-1	55	22	71	31	67	28
30	F30	-4	18	18	43	35	39	29
31	F31	-1	-15	0	1	10	-2	9
32	F32	1	22	22	31	16	28	14
33	F33	-8	59	52	90	66	83	62
34	F34	-5	40	22	70	39	66	34
35	F35	-4	-18	-24	-9	-14	-12	-16
36	F36	12	-28	-16	-25	-10	-20	-9
37	F37	27	46	-2	57	5	53	2
38	F38	-4	25	12	1	9	-4	7
39	F39	-16	130	150	153	160	148	156
40	F40	23	-16	-24	-19	-29	-22	-30

Table 1 Ranking models comparison

From Table 1 could be clearly seen that significant differences between models were found, specially between two categories TOPSIS and DEA. But even inside each category can be seen differences. Table 2 summarizes statistics for the whole set of the firms. It is obvious that AVN and EN models are much closer to each other than the TOPSIS and DEA models. The closest results to AVN gives the CRS_A model (the lowest standard deviation). Interesting fact is the big difference for the F2 (Table 1) between the TOPSIS and DEA models. This leads to conclusion that it is necessary to set up weights in the TOPSIS models differently and with high attention.

Statistic	AVN - EN	AVN - CRS FA	AVN - CRS A	AVN - VRS FA	AVN - VRS A	AVN - NIR FA	AVN - NIR A
Mean	0,00	0,170	0,108	0,144	0,094	0,159	0,105
Standard deviation	17,7	63,4	58,1	75,1	64,8	70,0	62,1

Table 2 Statistics of the Ranking models

Table 2 also revealed that Assets is better input than Fixed Assets (lower standard deviation for each model) with respect to the AVN model and also that constant return to scales is better choice than variable or nonincreasing return to scales. Second conclusion comes from the linear metrics at the AVN model.

3 CONCLUSION

The paper has constituted the assessment of the Ranking models which were based on the TOPSIS and DEA techniques. The results showed that significant differences between the models could be found, mainly across the categories. This leads to consideration that is necessary to set up weights in the TOPSIS model with higher attention rather than assume that each financial indicator has same weight. The DEA models compared with the AVN model provided significant differences and the results are base for the next research which has to be focus to determine if it is possible to harmonize models. Only if this intention will be realized then could be said that the final ranking model can provides relevant information for investors, owners and the market as a whole.

References

1. Adler, N., Friedman, L. Sinuany-Stern, Z.: Review of Ranking Methods in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* **140** (2000), 249-265.
2. Anderson, D.R., Sweeney, D.J., William, T.A.: *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making*. West Publ., Minneapolis, 1994.
3. Brealey, R.A., Myers, S.C.: *Corporate finance: Capital Investment and Valuation*. McGraw-Hill, New York, 2003.
4. Jablonský, J.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. *Politická ekonomie* **2** (2004), 206-220.

Contact

Ing. Michal Řičař
University of Economics, Prague
W. Churchill Sq. 4, Czech Republic,
Tel: (4200) 777 979 111
email: michal.ricar@vse.cz

KVANTIFIKÁCIA DOPADOV VYBRANÝCH HOSPODÁRSKYCH OPATRENÍ POMOCOU CGE MODELU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

QUANTIFICATION OF THE IMPACT OF SELECTED ECONOMIC POLICIES USING CGE MODEL OF THE SLOVAK REPUBLIC

Václav Školuda

Abstrakt

CGE model je model všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy vychádzajúci z mikroekonomických základov. Model sa zvykne používať na analýzu dopadov vybraných opatrení v rámci jednej krajiny. Na začiatku model predpokladá rovnováhu v celej krajine a táto rovnováha je popísaná maticou sociálneho účtovníctva (SAM), ktorá poskytuje aj vstupné údaje pre samotný model. Rovnováha je na makroekonomickej úrovni popísaná mikroekonomickými rovnicami. Výber rovníc závisí na autorovi konkrétneho modelu a jeho zameraní. Modely všeobecnej rovnováhy sa používajú na analýzu vplyvov šokov na ekonomiku. Predkladaný článok sleduje šoky v podobe zmeny daňovej sadzby a exportno-importných opatrení. Záver práce predstavuje ukážku možných šokov a ich dopady na ekonomiku SR.

Kľúčové slová: CGE model, všeobecná rovnováha, matica SAM

Abstract

CGE model is a general equilibrium model based on microeconomic foundations. Model is usually used to analyse the impact of selected policies within one country. At the beginning the model assumes equilibrium across the country and this balance is described by a Social Accounting Matrix (SAM), which provides the input data for the model itself. The equilibrium is described by the macroeconomic level microeconomic equations. Selection of equation depends on the profile of a particular model and its focus. General equilibrium models are used to analyse the effects of shocks to the economy. This paper analyses the shocks in the form of changes in tax rates and export-import policies. The conclusion is sample of possible shocks and their impact on the Slovak economy.

Keywords: CGE model, general equilibrium, SAM matrix

1 MODEL Y VŠEOBECNEJ ROVNOVÁHY (CGE MODEL Y)

Modely rovnováhy sa v poslednej dobe tešia veľkému úspechu a záujmu, ktorý je sčasti podporený rozvojom výpočtovej techniky a zjednodušením aplikácií na výpočty. Na rozdiel od modelov čiastočnej rovnováhy, ktoré predpokladajú a počítajú len rovnováhu na čiastkových trhoch, modely všeobecnej rovnováhy predpokladajú rovnovážny stav celej ekonomiky. Do tohto rovnovážneho stavu sa potom zavedie šok a sledujú sa dopady na ekonomiku. Dopady možno sledovať ako na agregovanej úrovni (domácnosti, vláda), tak na úrovni jednotlivých produkčných sektorov. Všetko závisí od úrovne agregácie konkrétneho modelu. CGE modely sa tešia veľkej obľube vo vládných

inštitúciách, keďže umožňujú odhaliť aj nečakané dopady rôznych zásahov do ekonomiky, alebo inak povedané, odhaľujú dopady opatrení na celú ekonomiku a jej jednotlivé zložky. CGE model sa zvykne popisovať ako integrovaný systém simultánných nelineárnych rovníc odvodených z mikroekonomickej teórie optimalizácie chovania všetkých ekonomických agentov (spotrebiteľia, firmy, vláda ...), ktorý sa snaží zachytiť všetky transakcie, ktoré sa medzi týmito agentmi uskutočňujú a priniesť tak rovnovážne numerické riešenie. Modely všeobecnej rovnováhy sú v mnohom protipólom k ekonometrickým modelom, predovšetkým však vektorovo-autoregresným (VAR) modelom, vzhľadom na to, že sú založené na silnom teoretickom základe. Ekonometrické odhady sa však niekedy používajú na odhad parametrov produkčných funkcií. Zväčša sa však veľkosti týchto parametrov čerpajú z literatúry alebo na to zameraných štúdií.

1.1 Matica sociálneho účtovníctva (SAM matica)

Pre úspešnú tvorbu modelu všeobecnej rovnováhy sú potrebné údaje. V prípade CGE modelov je potreba špecifického usporiadania údajov pred analýzou do takzvanej matice sociálneho účtovníctva. Táto matica predstavuje vybalansované nominálne toky v rámci ekonomiky danej krajiny alebo zoskupenia v nejakom období, zväčša za rok. Matica sociálneho účtovníctva slúži pri modelovaní na výpočet počiatočnej rovnováhy. Konkrétnu maticu SAM predstavuje Tabuľka 2 v prílohe. Riadky takejto matice predstavujú príjmy a stĺpce zodpovedajú výdavkom (princíp input-output). Samozrejmosťou je, že súčty za jednotlivé riadky musia byť rovnaké ako sumy za zodpovedajúce stĺpce (princíp národného účtovníctva). Ako zdrojové údaje pre maticu SAM slúžia symetrické input-output tabuľky, keďže obsahujú desagrgované údaje o jednotlivých zložkách národného hospodárstva v členení na jednotlivé odvetvia podľa NACE. Ďalším doplnkovým zdrojom je databáza Eurostatu a predovšetkým národné účtovníctvo. Výsledkom je matica sociálneho účtovníctva pre Slovenskú republiku za rok 2005 na požadovanej úrovni agregácie, ktorá poslúži ako vstup pre samotný model všeobecnej rovnováhy. Podrobnejšie o problematike napríklad [1], [4], [8] a [9].

1.2 Rovnice modelu

Model všeobecnej rovnováhy popisuje dianie ako celok, preto treba tiež ako celok definovať rovnice na to určené. V prípade, že model popisuje celú krajinu v jednom roku, musíme definovať všetky vzťahy, ktoré sa v danom období v hospodárstve vyskytujú. Na to nám z matematického hľadiska slúžia jednotlivé rovnice. Predkladaný model pozostáva dokopy zo 113 samostatných rovníc. Rovnice vychádzajú z mikroekonomickej teórie a popisujú dopyt firiem, domácností, vlády a investícií, zahraničie, platobnú bilanciu, vyjadrujú nulový zisk, príjem domácností, vlády a investícií a predstavujú rovnováhu na trhoch. Po zápise rovníc prichádza na rad uzavretie a kalibrácia modelu.

Produkčné funkcie

Časť rovníc modelu vychádza z produkčných funkcií. V modeli sú použité Leontieffova produkčná funkcia, Cobbova-Douglasova produkčná funkcia, CES a CET produkčná funkcia. Pre všetky funkcie je potrebné odvodiť podmienený dopyt, ktorý bude použitý pri špecifikácii modelu. Pre stručnosť a úplnosť nasleduje zápis jednotlivých funkcií a ich podmienené dopyty.

Leontieffova produkčná funkcia s elasticitou substitúcie $\sigma=0$

$$Y = \gamma \min\left(\frac{X_1}{\alpha_1}, \dots, \frac{X_n}{\alpha_n}\right) \quad \text{kde} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (1)$$

Odvodený podmienený dopyt:

$$\hat{X}_j = \frac{\alpha_j}{\gamma} Y \quad (2)$$

Cobbova-Douglasova produkčná funkcia s elasticitou substitúcie $\sigma=1$

$$Y = \gamma \prod_{i=1}^n X_i^{\alpha_i} \quad \text{kde} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad a \quad \gamma > 0 \quad (3)$$

Odvodený podmienený dopyt:

$$\hat{X}_j = \frac{Y \alpha_j}{P_j \gamma} \prod_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{\alpha_i}\right)^{\alpha_i} \quad (4)$$

CES produkčná funkcia

$$Y = \gamma \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i X_i^\rho\right)^{\frac{1}{\rho}} \quad \text{kde} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad \gamma \geq 0 \quad \sigma = \frac{1}{1-\rho} \quad \rho \leq 1 \quad \rho \neq 0 \quad (5)$$

Odvodený podmienený dopyt:

$$\hat{X}_j = \frac{Y}{\gamma} \left(\frac{P_j}{\alpha_j}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \left(\frac{P_i}{\alpha_i}\right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}\right)^{\frac{1}{\rho}} \quad (6)$$

CET produkčná funkcia má rovnaký predpis ako CES, líši sa len v podmienke $\rho \geq 1$

Dopyt firiem

Firmy sú v modeli agregované do piatich sektorov. Indexované sú i alebo j pre riadky alebo stĺpce. Každý z týchto sektorov využíva vstupy L – práca, K – kapitál a X_j – komodity sektorov. Produkčnú funkciu môžeme potom zapísať nasledovne:

$$Y_i = f(L_i, K_i, X_j^i) \quad (7)$$

Model predpokladá správanie firiem podľa Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie, pričom podmienený dopyt postupne po práci (8), kapitáli (9) a j -tej komodite (10) môžeme zapísať ako:

$$L_i = L_i(Y_i, w^E, r, P^{DS}) \quad (8)$$

$$K_i = K_i(Y_i, w^E, r, P^{DS}) \quad (9)$$

$$X_j^i = X_j^i(Y_i, w^E, r, P^{DS}) \quad (10)$$

kde w^E je cena práce v danom sektore, r predstavuje cenu kapitálu a P^{DS} vektor cien jednotlivých komodít na domácom trhu.

Dopyt domácností, vlády a investícií

Model predpokladá agregáciu všetkých domácností do jednej reprezentatívnej. Táto domácnosť maximalizuje svoju užitočnosť. V modeli je použitá Cobbova-Douglasova funkcia užitočnosti, pričom pokiaľ sa domácnosti správajú racionálne, možno ich dopyt odvodiť pomocou dodatočného produkčného sektora tvoriaceho agregovanú komoditu TH – blahobyt domácností. Podobne je riešený dopyt sektoru vlády a investícií, kde agregovaná komodita predstavujúca blahobyt zodpovedá TG – vláda, $TINV$ – investície. Postupne odvodený dopyt možno zapísať pre domácnosti (11), vládu (12) a investície (13):

$$H_j = H_j(TH, P^{DS}) \quad (11)$$

$$G_j = G_j(TG, P^{DS}) \quad (12)$$

$$INV_j = INV_j(TINV, P^{DS}) \quad (13)$$

Zahraničie

Pri modelovaní zahraničného obchodu sa v CGE modeloch bežne používa Armingtonov prístup. Model predpokladá iný charakter produktov z domácej produkcie a iný zo zahraničia, miera ich substitúcie je teda nízka. Celková ponuka domáceho tovaru je preto modelovaná CES funkciou domácej a zahraničnej komodity. Domáci výrobcovia sa rozhodujú medzi domácim a zahraničným trhom a modelujeme ich CET funkciou.

$$DP_j = DP_j(DS_j, P_j, P_j^{IM}) \quad (14)$$

$$IM_j = IM_j(DS_j, P_j, P_j^{IM}) \quad (15)$$

$$DP_i = DP_i(Y_i, P_i, P_i^{EX}) \quad (16)$$

$$EX_i = EX_i(Y_i, P_i, P_i^{EX}) \quad (17)$$

kde IM_j – veľkosť importu komodity, EX_i – export komodity, DS_j – domáca ponuka komodity, DP_i – domáca produkcia určená na domáci trh, P^{IM} – cena importu, P^{EX} – cena exportu.

Platobná bilancia

Ďalšou rovnicou v modeli je rovnica platobnej bilancie. Platobnú bilanciu môžu znášať buď domácnosti alebo investície a je na rozhodnutí tvorcu modelu a jeho zameraní ako sa rozhodne. Táto rovnica vyjadruje deficit alebo prebytok účtu platobnej bilancie a v modeli sa predpokladá, že platobnú bilanciu znášajú investície. Rovnica potom vyzerá nasledovne:

$$BP = \sum_i P_i^{IM} IM_i - \sum_j P_j^{EX} EX_j - ER(t_{ROW}^L - t_L^{ROW} + t_{ROW}^H - t_H^{ROW} + t_{ROW}^G - t_G^{ROW}) \quad (18)$$

kde ER – výmenný kurz a t_{XY}^Z – transfery medzi sektormi, konkrétne zo sektoru X do sektoru Y .

Rovnice nulového zisku a rozpočtové ohraničenia

Veľkosť produkcie jednotlivých sektorov spĺňa podmienky nulového zisku, čiže čisté príjmy sa musia rovnať nákladom. Tieto podmienky spĺňajú aj domácnosti, vláda a investície. Rovnako musia byť splnené aj rozpočtové ohraničenia.

$$P_i DP_i + P_i^{EX} EX_i = w^E L_i + rK_i + \sum_j P_j^{DS} X_j^i \quad (19)$$

$$P_j^{DS} DS_j = P_j^{IM} IM_j + P_j DP_j \quad (20)$$

$$P^{TH} TH = \sum_j P_j^{DS} H_j \quad ohr. \quad P^{TH} TH = b_C^H M^H \quad (21)$$

$$P^{TG} TG = \sum_j P_j^{DS} G_j \quad ohr. \quad P^{TG} TG = b_C^G M^G \quad (22)$$

$$P^{TINV} TINV = \sum_j P_j^{DS} INV_j \quad ohr. \quad P^{TINV} TINV = M^{INV} \quad (23)$$

kde P^{TH} – cenová úroveň celkovej spotreby domácností (blahobytu), P^{TG} – vlády, P^{TINV} – investícií.

Príjem domácností, vlády a investícií

Príjmy domácností (24) tvoria odmeny za prácu, kapitál a transfery. Príjmy vlády (25) tvoria dane, kapitál a transfery. Príjem investícií (26) je tvorený prostriedkami, ktoré domácnosti a vláda neminú na spotrebu a transfery. Pričom b_K^H – kapitál vlastnený domácnosťami, b_K^G – kapitál vlastnený vládou, b_C^H – marginálna propenzita domácností k spotrebe, b_C^G – marginálna propenzita vlády k spotrebe.

$$M^H = \sum_i wL_i + b_K^H \sum_i rK_i + t_H^G - t_G^H + ER(t_L^{ROW} - t_{ROW}^L + t_H^{ROW} - t_{ROW}^H) \quad (24)$$

$$M^G = \sum_i t_i wL_i + b_K^G \sum_i rK_i - t_H^G + t_G^H + ER(t_G^{ROW} - t_{ROW}^G) \quad (25)$$

$$M^{INV} = (1 - b_C^H) M^H + (1 - b_C^G) M^G + ER(t_{INV}^{ROW} - t_{ROW}^{INV}) \quad (26)$$

Rovnováha na trhoch

Pokiaľ v ekonomike neexistuje nenasýtený dopyt (Walrasov zákon), platí rovnosť ponuky a dopytu na všetkých trhoch. Okrem rovnováhy platobnej bilancie (18) predpokladáme aj rovnosť na trhu komodít (27). Ďalšie rovnováhy súvisia s uzavretím modelu.

$$DS_j = \sum_j X_j^i + H_j + G_j + INV_j \quad (27)$$

$$TK = \sum_i K_i \quad (28)$$

1.3 Voľba uzáveru modelu

Model tak, ako je zatiaľ definovaný obsahuje viac premenných ako rovníc. Preto je nutné model dodefinovať a uzavrieť zafixovaním veľkosti dvoch premenných z množiny TK – celkový kapitál, TL – celková práca a TINV – celkové investície. Pričom táto voľba spočíva na tvorcovi modelu. Klasická makroekonomická teória predpokladá uzavretie celkovej ponuky kapitálu a predpokladá plnú zamestnanosť. Keynesiánsky uzáver predpokladá nezamestnanosť a preto okrem celkovej ponuky kapitálu stanovuje pevnú úroveň celkového objemu investícií. Treťou možnosťou, v praktických modeloch takmer nevyužívanou, je použitie takzvaného alternatívneho uzáveru [12]. Model tak predpokladá správanie ekonomiky niekde medzi uvedenými uzávermi. Pre úplnosť treba ešte dodať, že sa v CGE modeloch používajú aj ďalšie typy uzáverov, Johansenov a Kaldorianov [5].

1.4 Kalibrácia modelu

Spusteniu modelu a získaniu prvých výsledkov predchádza samotná kalibrácia modelu. Táto kalibrácia spočíva vo vyčíslení parametrov jednotlivých funkcií modelu. Jednotlivé parametre sa môžu kalibrovať na základe údajov obsiahnutých v matici SAM, na základe literatúry, pomocou expertného odhadu či pomocou ekonometrického modelovania. Ďalej z povahy modelu a Walrasovho zákona vo vzťahu k rovnováhe rovníc v modeli je potrebné nastaviť takzvané numeraire. Táto hodnota je jednotková a ostatné hodnoty sa porovnávajú k nej, preto výsledky modelu môžeme interpretovať len ako relatívne zmeny medzi dvoma rovnovážnymi stavmi. Podrobnejšie napríklad [8], [10] a [15], z ktorých vychádza aj tento model.

2 MODEL VŠEOBECNEJ ROVNOVÁHY V PROSTREDÍ SR

Úlohou predkladanej práce je sledovať dopady vybraných opatrení pomocou CGE modelu Slovenskej republiky. Samotný model zo svojej podstaty predstavuje úlohu nelineárnej optimalizácie. Na vyriešenie takejto úlohy sa používa výpočtová technika, konkrétne v tomto prípade prostredie programu GAMS. Tento program umožňuje zápis rovníc v algebraickom tvare a ich riešenie niektorým zo zabudovaných solverov. Predstavovaný model je zostrojený autorom práce a pomenovaný VšeMoR – Všeobecný Model Rovnováhy zostrojený na VŠE v Prahe.

Konštrukcia modelu je nasledovaná definovaním vybraných scenárov zavedenia šoku do ekonomiky. Tieto šoky dostanú ekonomiku z pôvodného rovnovážneho stavu do nového a výsledkom je porovnanie zmeny hodnôt endogénnych premenných v modeli, pričom tieto zmeny sa vyjadrujú v percentách. Do ekonomiky môže byť zavedený jeden šok alebo aj viac šokov súčasne. Aj keď je predstavovaný model statický, nie je problém zaviesť dynamické šoky a sledovať správanie modelu v týchto podmienkach. Príkladom statického šoku môže byť zvýšenie daní o 10% a jeho dynamický variant potom bude zodpovedať napríklad zvýšeniu daní 5 rokov po sebe vždy o 2%. Výsledky týchto šokov možno potom medzi sebou porovnať a odporučiť tak tvorcovi hospodárskej politiky vhodnejšiu alternatívu.

Technické hľadisko ukazuje model VšeMoR ako zápis príkazov programu GAMS o približne 400 riadkoch. Model je statický a otvorený, samotný kód vychádza z prác [6], [8], [12] a [15]. Pri konštrukcii modelu bolo dbané na jeho ľahkú škálovateľnosť a je ho tak možné upraviť za cieľom inej konkrétnej analýzy alebo na použitie s inou dátovou základňou, či už rozdielnou v stupni agregácie alebo založenou na inej krajine. Tiež nie je technicky náročné model upraviť na dynamický (rekurzívne). Autor práce však

nepovažuje výsledky takéhoto modelu za adekvátne vzhľadom k tomu, že na základe takýchto modelov sa bežne vykonávajú dlhodobé predpovede (do 20 rokov), pričom samotná údajová základňa ostáva nezmenená a model v podstate vychádza z predpokladu rovnováhy v jednom roku.

3 VYHODNOTENIE DOPADOV

Zostrojenie modelu nasleduje aplikácia vybraných scenárov. Prehľad výsledkov poskytuje Tabuľka 1, pričom všetky údaje sú v percentách a vyjadrujú tak percentuálnu zmenu vybraných veličín. **Prvým** sledovaným scenárom je plošné zvýšenie daní o 5%. Podľa tabuľky zobrazujúcej výsledky vidno, že po uvedení zmieneného šoku sa napríklad spotreba vlády zvýši o 0,6% a produkcia v druhom sektore ostane nezmenená. **Druhý** scenár predpokladá celkové zníženie exportu v ekonomike o 10%. Toto zníženie môže byť spôsobené ako vládnym zásahom v podobe nastavenia kvót alebo zavedenia dovozného cla, tak zmenou v zahraničnom dopyte po domácich výrobkoch. Uvedené obmedzenie má vplyv v podobe zvýšenia celkovej spotreby domácností o 2,5% a napríklad na sektor 5 nemá dopad skoro žiaden. **Tretím** a predposledným scenárom je fiktívne zvýšenie odmien zamestnancom v celej krajine o 3%, pričom toto zvýšenie môže byť spôsobené ako vládnym opatrením, tak napríklad zmenou v kolektívnej zmluve. Výsledkom tejto zmeny je nárast produkcie vo všetkých sektoroch okolo 1%. **Štvrtým** a posledným predkladaným scenárom je spojenie a súčasný vplyv na ekonomiku prvých dvoch scenárov. Jedná sa teda o vzrast daní o 5% a súčasné zníženie exportu o 10%. Celková spotreba investícií stúpne v tomto prípade o vyše 4% a produkcia v sektore 2 stúpne o 3%. Uvedené scenáre a ich dopady sú samozrejme len ukážkou dopadov. Model zo svojej podstaty môže ukázať dopady ľubovoľných scenárov na ktorúkoľvek časť ekonomiky, ktorá je v ňom zahrnutá. Všetky scenáre samozrejme platia za nezmenených ostatných podmienok (*Ceteris paribus*).

Scenár č. 1 - dane +5%	Scenár č. 2 - export -10%	Scenár č. 3 - mzdy +3%	Scenár č. 1 a Scenár č. 2	% zmena
-0,1	2,5	1,0	2,5	v celkovej spotrebe domácností
0,6	1,0	0,9	1,6	v celkovej spotrebe vlády
-3,0	4,1	1,0	4,1	v celkovej spotrebe investícií
-0,5	2,2	0,5	2,5	v celkovom importe
0,6	2,2	0,5	2,5	v celkovom exporte
-0,2	1,8	1,2	1,8	produkcie v sektore 1
0	3,0	1,0	3,0	produkcie v sektore 2
-0,1	0,4	1,2	0,4	produkcie v sektore 3
-0,1	1,0	1,3	0,8	produkcie v sektore 4
0,1	0,6	1,3	0,8	produkcie v sektore 5

Tabuľka 1: Dopady vybraných scenárov

4 ZÁVER

Modely všeobecnej rovnováhy radíme k makroekonomickým modelom, pričom vychádzajú zo silných mikroekonomických základov. Tieto základy predstavuje systém mikroekonomických rovníc snažiacich sa popísať vývoj v celej ekonomike a tým docieľiť makroekonomický model. V práci bolo predstavené zostrojenie takéhoto modelu menších rozmerov a boli ukázané možnosti jeho aplikácie. Postupne boli predstavené jednotlivé kroky nevyhnutné ku konštrukcii modelu. Hotový model bol

aplikovaný na Slovenskú republiku. Zdrojom údajov bola za týmto účelom zostavená matica sociálneho účtovníctva.

Model VšeMoR je na rozdiel od ostatných podobných modelov a analýz na nich založených relatívne nezávislý. Vychádza z vlastného spracovania údajov z rôznych zdrojov. Rovnice modelu sú navrhnuté a kalibrované pre špecifiká Slovenskej republiky. Samozrejme pri zostrojení modelu bolo myslené aj na jeho ďalšie použitie, takže je ľahko upraviteľný na zmenené vstupné podmienky. Toto všetko robí model a jeho výsledky jedinečnými. Predstavovaný model je len základom pre možné ďalšie analýzy na ňom založené. V prípade potreby nie je problém upraviť jednotlivé mikroekonomické rovnice popisujúce správanie alebo tiež použiť viacero vnorených funkcií. Model umožňuje rozšírenie o ďalšie produkčné sektory, podrobnejšie členenie daní, domácností, zahraničného obchodu podľa partnerov a podobne. Všetko záleží len od zamerania analýzy a dostupnosti údajov.

Cieľom práce bolo sledovanie dopadov rôznych vládnych opatrení na hospodárstvo Slovenskej republiky pomocou CGE modelu. Výsledky sumarizuje Tabuľka 1. Sledované boli ako opatrenia z oblasti daní. Tak z exportno-importnej politiky. Výsledky ukazujú na relevantné a významné zmeny v prípade zavedenia týchto šokov do systému. Model sa tak ukázal ako životaschopný a použiteľný aj v praxi.

Dedikácia:

Článok vznikol s podporou grantu VŠE IGA F4/1/2012

Použitá literatúra

1. Beutel, J. et al.: Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables. European Commission, Luxembourg, 2008.
2. Bora, B., Cernat, L., Turrini, A.: Duty and Quota Free Market Access for LDCs: Further Evidence from CGE Modeling. United Nations, Geneva, 2002.
3. Burfisher, M. E.: Introduction to Computable General Equilibrium Models. Cambridge University Press, 2011.
4. Cveňgroš, F.: Ekonomické tabuľky (SAM) a modely pro výpočet všeobecné rovnováhy (CGE). ÚÚNV, Praha, 1991.
5. Decaluwé, B., Martens, A., Monette, M.: Macroclosures in Open Economy CGE Models: A Numerical Reappraisal. Université de Montréal, Montreal, 1987.
6. Drozdík, J.: Všeobecný algebraický modelovací systém – GAMS. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2006.
7. Herr, B., Maussner, A.: Dynamic General Equilibrium Modeling. Springer, Berlin, 2009.
8. Hosoe, N., Gasawa, K., Hashimoto, H.: Textbook of Computable General Equilibrium Modeling: Programming and Simulations. Palgrave MacMillan, 2010.
9. Hronová, S. et al.: Národní účtství: Nástroj popisu globální ekonomiky. C. H. Beck, Praha, 2009.
10. Křístková, Z.: Simulace dopadu nástrojů zemědělské politiky na českou ekonomiku v kontextu obecné rovnováhy. Dizertačná práca, PEF CZU, Praha, 2009.
11. McCarl, B. A.: McCarl Expanded GAMS User Guide Version 23.6. GAMS Development, Washington, 2011.
12. Pániková, L.: Alternatívne uzávery CGE modelov. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2007.

13. Školuda, V.: Possibilities of computable general equilibrium techniques for analysis of the impact of selected government policies using the CGE of the Czech Republic, In: Proceedings of the 30th international conference Mathematical Methods in Economics, ed: Ramík, J., Stavárek, D., Karviná, 2012.
14. Vaittinen, R.: Trade policies and integration – evaluations with CGE-models. Helsinki School of Economics, Helsinki, 2004.
15. Vojteková, M.: Analýza zmien dôchodkového systému pomocou CGE modelov. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2009.

Kontaktné údaje

Ing. Václav Školuda

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: 420-224 095 445

Email: vaclav@skoluda.sk

Príloha

	sec1	sec2	sec3	sec4	sec5	CAP	LAB	TAX	HOH	GOV	INV	EXT
sec1	775	5230	89	384	169				1506	3	218	776
sec2	913	31574	1359	1311	3182				10894	1024	12245	29439
sec3	186	2053	756	224	503				2582	1	694	2807
sec4	122	1606	427	1774	547				2370	129	45	2622
sec5	223	2864	1635	611	5815				8136	7973	647	1925
CAP	1170	9978	3186	1905	9222							
LAB	771	6312	2040	1415	7816							
TAX	123	997	159	355	722							
HOH						25461	18354					
GOV								2356	9826			
INV									8501	3052		2295
EXT	4865	31326	155	1663	1855							

Tabuľka 2: Matica sociálneho účtovníctva pre SR, rok 2005, mio. eur.

Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie

FRIEDMANOVA HYPOTÉZA TRVALÉHO PRÍJMU V EKONOMIKE SR¹

FRIEDMAN PERMANENT INCOME HYPOTHESIS IN THE SLOVAK ECONOMY

Karol Szomolányi

Abstrakt

V práci overíme Friedmanovu hypotézu trvalého príjmu. S využitím modelu s korekčným členom a údajov ekonomiky SR odhadneme dlhodobý a krátkodobý vzťah medzi spotrebou a príjmom. Výsledky potvrdzujú Friedmanovu hypotézu: dlhodobý hraničný sklon k spotrebe sa rovná jednej, krátkodobý hraničný sklon k spotrebe je menší od jednej.

KLúčové slová: Friedmanova hypotéza trvalého príjmu, model s korekčným členom, dlhodobý a krátkodobý hraničný sklon k spotrebe

Abstract

We verify the Friedman permanent income hypothesis in the paper. Using the error correction model and the Slovak economy data we estimate the long-run and short-run relation between consumption and income. Results support Friedman hypothesis: the long-run marginal propensity to consumption equals to one and the short-run marginal propensity to consumption is less than one.

Keywords: Friedman permanent income hypothesis, error correction model, long-run and short-run marginal propensity to consumption

1 ÚVOD

Friedman (1956) a Hall (1978) vyjadrili teóriu trvalého príjmu, podľa ktorej spotrebiteľia usilujú o elimináciu volatility spotreby. Súčasná spotreba závisí iba od očakávanej budúcej hodnoty nefinančného príjmu. Hraničný sklon k spotrebe z trvalého príjmu sa rovná jednej, kým hraničný sklon k spotrebe z netrvalého príjmu je menší od jednej. Teória trvalého príjmu je pilierom mnohých prác ako napr. Ligon (1998) a Blundell a Preston (1998).

Krátkodobý a dlhodobý ekonomický vzťah možno overiť pomocou modelov s korekčným členom. Tieto modely umožňujú modelovať krátkodobé a dlhodobé správanie premenných.

Ukážeme, že v ekonomike SR je Friedmanova hypotéza trvalého príjmu relevantná. V druhej časti práce formálne vyjadríme a vyriešime úlohu spotrebiteľa a vyjadríme predpovede pre krátkodobý a dlhodobý vzťah medzi spotrebou a príjmom spotrebiteľa. V ďalšej časti predstavíme metodológiu a údaje, ktoré využijeme pri verifikácii teoretických vzťahov. V závere zhrnieme výsledky nášho výskumu.

¹ Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód"

2 MODEL

Využijeme verziu a označenia modelu Friedmanovej hypotézy trvalého príjmu, ktorú publikovali Ljungqvist a Sargent (2000)². Blahobyť spotrebiteľa je daný funkciou užitočnosti v tvare:

$$U = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right] \quad (1)$$

kde $0 > \beta > 1$ je diskontný faktor. Symbol u vyjadruje spojitú dvakrát diferencovateľnú konkávnu funkciu spotreby c_t v období t a symbol E_0 vyjadruje formálny zápis očakávaní podmienených množinou informácií dostupných v období 0.

Rozpočtové ohraničenie spotrebiteľa možno zapísať v tvare:

$$A_{t+1} = R_{t+1} (A_t + y_t - c_t) \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2)$$

kde A_{t+1} sú aktíva držané spotrebiteľom na začiatku obdobia $t + 1$, príjem spotrebiteľa je y_t . Aktíva, ktoré si spotrebiteľ ponechá v období t sú v období $t + 1$ zhodnotenú hrubou mierou návratnosti R_{t+1} . Vo všeobecnosti sú y_t a R_{t+1} náhodnými premennými.

Spotrebiteľ rieši úlohu maximalizovať funkciu užitočnosti (1) výberom spotreby a aktív vzhľadom na rozpočtové ohraničenie (2) v každom období:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, A_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} U &= E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right] \\ A_{t+1} &= R_{t+1} (A_t + y_t - c_t) \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \infty \end{aligned}$$

2.1 Riešenie

Nutnou podmienkou úlohy je Eulerova rovnica v tvare:

$$\beta E_t \left[R_{t+1} \frac{u_c(c_t)}{u_c(c_{t+1})} \right] = 1 \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (3)$$

kde u_c vyjadruje prvú parciálnu deriváciu funkcie užitočnosti, u , podľa spotreby, c . Ak zjednodušíme úlohu vyjadrením funkcie užitočnosti v logaritmickom tvare $E_0 u(c_t) = \ln c_t$ pre všetky $t = 0 \dots \infty$ a stanovením podmienky ustáleného stavu $R = 1/\beta$, kde $R = R_t$ pre všetky $t = 0 \dots \infty$, môžeme vyjadriť spotrebu spotrebiteľa v období t ako funkciu súčasnej hodnoty všetkých jeho budúcich príjmov:

$$c_t = \frac{R-1}{R} \left[E_t \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{y_{t+j}}{R^j} \right) + A_t \right] \quad (4)$$

2.2 Trvalá a dočasná zmena príjmu

Ak sa príjem spotrebiteľa zmení trvalo, možno vyjadriť hraničný sklon k spotrebe:

$$E_t \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\partial c_t}{\partial y_{t+j}} \right) = 1 \quad (5)$$

² LJUNGVIST, L., SARGENT T.J. 2000 Recursive Macroeconomic Theory, Second edition MIT Press, Massachusetts Institute of Technology, časť 1.2.1

Ak sa príjem spotrebiteľa zmení dočasne v obdobiach $t \dots T$, možno hraničný sklon k spotrebe vyjadriť:

$$0 < E_t \left(\sum_{j=0}^T \frac{\partial c_t}{\partial y_{t+j}} \right) = \frac{R^T - 1}{R^T} < 1 \quad (6)$$

3 ÚDAJE, METODOLÓGIA A VÝSLEDKY

V rovnici (5) je vyjadrený dlhodobý (kointegrovaný) vzťah, kým v rovnici (6) je vyjadrený krátkodobý vzťah medzi spotrebou a príjmom. Preto je model s korekčným členom vhodnou metódou pre odhad dlhodobého a krátkodobého hraničného sklonu k spotrebe.

3.1 Údaje

Na odhad sme použili údaje od prvého štvrtroku 1995 do druhého štvrtroku 2012Q2 z portálu Štatistického úradu SR SLOVSTAT. Príjem predstavuje agregát hrubý disponibilný dôchodok a spotrebu reprezentuje konečná spotreba domácnosti. Obe premenné sú integrované rádu 1. Údaje sme pred odhadom sezónne očistili pomocou procedúry *TRAMO*.

3.2 Kointegračný vzťah

Štandardne odhadovaný autoregresný model spotreby s rozloženým oneskorením príjmu:

$$c_t = \gamma_0 + \gamma_1 c_{t-1} + \delta_0 y_t + \delta_1 y_{t-1} + u_t \quad (7)$$

možno previesť na model s korekčným členom (*EC model*):

$$\Delta c_t = \gamma_0 + \delta_0 \Delta y_t + (\gamma_1 - 1) \left(c_{t-1} - \frac{\delta_0 + \delta_1}{1 - \gamma_1} y_{t-1} \right) + u_t \quad (8)$$

V kointegračnom vzťahu (zátvorka modelu *EC*) používame ohraničenie, podľa ktorého sa dlhodobý parameter hraničného sklonu k spotrebe $(\delta_0 + \delta_1)/(1 - \gamma_1)$ rovná jednej:

$$c_{t-1} = \beta_0 + y_{t-1} + u_{d,t} \quad (9)$$

kde náhodná zložka $u_{d,t}$ v sebe zahŕňa chyby očakávaní spotrebiteľov. Rovnicu sme odhadli na základe výberu Johansenovej procedúry metódou maximálnej vierohodnosti. Relevantnosť ohraničenia bola verifikovaná *LR* testom s testovacou štatistikou $\chi^2 = 1,689$ ($p = 0,194$).

3.3 Krátkodobý vzťah

č.	premenná	parameter	
1	konštanta	25,071	*
2	Δy_t	0,395	**
3	e_{t-1}	-0,253	**
4	Δc_{t-2}	0,157	*
5	Δc_{t-3}	0,387	**
6	d_{2004Q1}	111,712	**
7	d_{2008Q1}	142,073	**
8	$d_{2008Q4:2012Q2} \Delta y_t$	-0,011	**

Tabuľka 1, Odhad krátkodobého vzťahu medzi príjmom a spotrebou

Pozn. vysvetľovaná premenná je Δc_t , hviezdica * vyjadruje štatistickú významnosť parametra na päťpercentnej hladine významnosti, dve hviezdčky, ** vyjadrujú štatistickú významnosť na percentnej hladine významnosti

Reziduály odhadu kointegračného vzťahu, označíme ich symbolom e , boli použité na odhad krátkodobého vzťahu metódou najmenších štvorcov. Výsledky odhadu sú zhrnuté v tab. 1. V prvom riadku je odhad úrovňovej konštanty. Odhad krátkodobého hraničného sklonu k spotrebe je v druhom riadku. Posledné tri riadky zodpovedajú umelým premenným zahrnutým do odhadu. V šiestom a siedmom riadku sú to umelé premenné vyrovnávajúce modelom nevysvetlené odchýlky v spotrebe na konci roku 2004, resp. 2008. V poslednom riadku je odhad zníženia krátkodobého hraničného sklonu k spotrebe v období krízy.

4 ZÁVER

Potvrdili sme Friedmanovu hypotézu trvalého príjmu v ekonomike SR, podľa ktorej nemôžeme zamietnuť hypotézu, že dlhodobý hraničný sklon k spotrebe sa rovná jednej, kým krátkodobý hraničný sklon k spotrebe je menší ako jedna. Krátkodobý hraničný sklon k spotrebe v ekonomike SR sa do roku 2008 rovnal 0,395. Táto hodnota sa znížila v súčasnom období finančnej krízy o 0,011.

Zo vzťahu (6) vyplýva, že hodnota krátkodobého hraničného sklonu k spotrebe je dostatočne veľká na konštatovanie, že netrvalé zmeny príjmu v ekonomike SR trvajú viac ako jedno rozhodovacie obdobie spotrebiteľa čo je v zhode so známymi skutočnosťami o hospodárskych cykloch, pozri Barro (2008).

Použitá literatúra

1. BARRO, R.J. 2008. *Macroeconomics: A Modern Approach*. Thomson South Western
2. BLUNDELL, R., PRESTON, I. 1998. Consumption Inequality and Income Uncertainty. In: *Quarterly Journal of Economics*, roč. 113, 1998, č. 2, s. 603-640
3. ENGLE, R.F., GRANGER, C.W.J. 1988. Co-integration and Error Correction Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, roč. 55, 1988. s. 251-276.
4. FRIEDMAN, M. 1956. *A Theory of the Consumption Function*. Princeton, N.J.: Princeton University Press
5. HALL, R. 1978. Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. In: *Journal of Political Economy*, roč. 86, 1978, č. 6, s. 917-988
6. JOHANSEN, S. 1988. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. In: *Journal of Economic Dynamics and Control*, roč. 12, 1988, s. 231-254.
7. LIGON, E. 1998. Risk Sharing and Information in Village Economies. In: *Review of Economic Studies*, roč. 65, 1998, č. 1, s. 209-244
8. LJUNGQVIST, L., SARGENT T.J. 2000 *Recursive Macroeconomic Theory*, Second edition MIT Press, Massachusetts Institute of Technology
9. LUKÁČIK, M. 2010. Makroekonomické modelovanie a VECM. In: AIESA 2010, zborník 13. medzinárodnej vedeckej konferencie, Vydavateľstvo EKONÓM.
10. LUKÁČIK, M., LUKÁČIKOVÁ, A. 2008. Význam testovania stacionarity v ekonometrii. In: *Ekonomika a informatika*, roč. 6, 2008, č. 1, s. 146-157.
11. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M. 2008. *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: EKONÓM, 2008.

Kontaktné údaje

Ing. Karol Szomolányi, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: szomolan@euba.sk