

Katedra ekonometrie
Fakulty informatiky a statistiky VŠE v Praze



a

Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Fakulty hospodárskej informatiky EU v Bratislave



a

Slovenská spoločnosť pre operačný výskum

**MEZINÁRODNÍ VĚDECKÝ SEMINÁŘ
NOVÉ TRENDY V EKONOMETRII
A OPERAČNÍM VÝZKUMU**

Katedry ekonometrie FIS VŠE v Praze

a

Katedry operačného výskumu a ekonometrie FHI EU v Bratislave

a

Slovenskej spoločnosti pre operačný výskum

ZBORNÍK

1. december – 3. december 2021

1. prosinec – 3. prosinec 2021

Praha

Programový výbor:

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., EU Bratislava
prof. Ing. Mgr. Martin Dlouhý, Dr., MSc., VŠE Praha
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA, VŠE Praha
prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., VŠE Praha
prof. Ing. Martin Lukáčik, PhD., EU Bratislava
prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD., EU Bratislava

Recenzenti:

doc. Ing. Marián Goga, PhD., EU Bratislava
doc. Ing. Andrea Furková, PhD., EU Bratislava
Dr. h. c., prof. Ing. Michal Fendek, CSc., EU Bratislava
Ing. Jaroslav Kultán, PhD., EU Bratislava
Ing. Tomáš Majer, PhD., UNIZA v Žiline
doc. Ing. Jan Zouhar, Ph.D., VŠE Praha
Ing. Adam Borovička, Ph.D., VŠE Praha

Organizačný výbor:

doc. Ing. Brian König, PhD.

AH 8,45

Počet strán 133

Kontakt: brian.konig@euba.sk

Editor: doc. Ing. Brian König, PhD.

Web editor: prof. Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Za odbornú stránku a jazykovú úpravu zodpovedajú autori.

Fakulta informatiky a statistiky VŠE v Prahe,
nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3
a Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Ekonomická univerzita v Bratislave,
Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2021

ISBN: 978-80-225-4885-4

Obsah

<i>Lucie Beranová:</i> <u>PREDIKCE INSOLVENCE FIRMY KOMBINUJÍCÍ STRUKTUROVANÁ A NESTRUKTUROVANÁ DATA</u>	5
<i>Ivan Brezina, Juraj Pekár:</i> <u>DOPADY NÁRASTU OCHORENIA COVID-19 NA VÝNOS A RIZIKO AKCIÍ</u>	14
<i>Ádám Csápai:</i> <u>MONETÁRNA A FIŠKÁLNA POLITIKA V DSGE MODELI</u>	24
<i>Zuzana Čičková, Patrícia Holzerová:</i> <u>PRIESTOROVÝ MODEL DUOPOLU SO ZÁSAHOM REGULÁTORA</u>	32
<i>Marek Daniel:</i> <u>HEURISTIKA PRO OPTIMALIZACI TRAS OD DODAVATELŮ</u>	38
<i>Pavel Gežík:</i> <u>MONITOROVANIE SMERU POHĽADU ZÁKAZNÍKA V MALOOBCHODE AKO PODKLAD PRE ROZHODOVANIE SA PREDAJCU</u>	44
<i>Jakub Hanousek:</i> <u>EFEKTIVNOST KRAJŮ V ČESKÉ REPUBLICE V OČKOVÁNÍ PROTI NEMOCI COVID – 19</u>	51
<i>Filip Hron, Lukáš Frýd:</i> <u>PREDIKCE NEZAMĚSTNANOSTI POMOCÍ LASSO VAR PŘÍSTUPU</u>	56
<i>Michaela Chocholatá:</i> <u>VYUŽITIE JAZYKA PYTHON VO VÝUČBE LINEÁRNEHO PROGRAMOVANIA</u>	61
<i>Miroslava Jánošová:</i> <u>VÝVOJ MEDZINÁRODNEJ INVESTIČNEJ POZÍCIE V ČASE PANDÉMIE COVID-19</u>	69
<i>Dominik Kavřík:</i> <u>STACIONARITA INFLACE A TAYLORŮV PRINCIP</u>	76
<i>Brian König:</i> <u>VYBRANÉ SPŮSOBY ODHADU MULTILATERÁLNYCH REZISTENCIÍ V GRAVITAČNOM MODELI</u>	82
<i>Radoslav Lacko:</i> <u>VPLYV PANDÉMIE COVID-19 NA AUTOMOBILOVÝ SEKTOR V EU15</u>	88
<i>Veronika Miřková:</i> <u>ANALÝZA MULTIPLIKÁTOROV A MATICA SPOLOČENSKÉHO ÚČTOVNÍCTVA – PREHĽAD LITERATÚRY</u>	96

<i>Vladimír Mlynarovič:</i> <u>DEKOMPOZÍCIA RIZIKA A FINANČNÉ INTEPRETÁCIE</u>	103
<i>Petr Pokorný:</i> <u>VÍCEKRITÉRIÁLNI DYNAMICKÝ PLÁNOVACÍ MODEL DODAVATELSKÉHO ŘETĚZCE UZAVŘENÉ SMYČKY</u>	109
<i>Marian Reiff:</i> <u>OTVORENÉ JACKSONOVE OBSLUŽNÉ SIETE, SOFTVÉROVÉ MOŽNOSTI RIEŠENIA</u>	118
<i>Allan Jose Sequeira Lopez:</i> <u>EVOLUČNÁ TEÓRIA HIER S PRIESTOROVOU DYNAMIKOU V HRE HOLUBICA – JASTRAB</u>	123
<i>Karol Szomolányi, Martin Lukáčik, Adriana Lukáčiková:</i> <u>MOŽNOSTI VYUŽITIA MODELU REÁLNEHO HOSPODÁRSKEHO CYKLU S DVOMA OBDOBIAMI NA VYSVETLENIE NÁHLEJ EKONOMICKEJ UDALOSTI</u>	129

PREDIKCE INSOLVENCE FIRMY KOMBINUJÍCÍ STRUKTUROVANÁ A NESTRUKTUROVANÁ DATA

COMPANY INSOLVENCY PREDICTION COMBINING STRUCTURED AND NON-STRUCTURED DATA

Ing. Lucie Beranová

Abstrakt

Článek se věnuje predikci insolvence firem pomocí machine learningových modelů. Úloha kombinuje analýzu strukturovaných a nestrukturovaných dat, neboť kromě běžných finančních ukazatelů jsou mezi vysvětlujícími proměnnými zahrnuty také „textové“ proměnné, konkrétně seznam listin, jež daná firma obsahuje v obchodním rejstříku a jež vyšly statisticky významné na základě text miningového modelu. Pro predikci byl použit model penalizované logistické regrese. Pro zlepšení přesnosti modelu se využívala řada specifických technik, jako např. stratifikovaná křížová validace, metoda vyrovnání dat Oversampling nebo ladění parametrů pomocí Grid Search.

KLíčové slová: *logistická regrese, insolvence, klasifikace, predikce, text mining*

Abstract

The article deals with the prediction of corporate insolvency using machine learning models. The task combines the analysis of structured and unstructured data, because in addition to common financial indicators, the explanatory variables also include "text" variables, specifically documents that the company contains in the Commercial Register and which were statistically significant based on the text mining model. The model of penalized logistic regression was used for the prediction. A number of specific techniques have been used to improve the accuracy of the model, such as stratified cross-validation, the Oversampling method, or Grid Search parameter tuning.

Keywords: *logistic regression, insolvency, classification, prediction, text mining*

1 ÚVOD

Každý podnik se určitým způsobem vyvíjí, prochází různými fázemi životního cyklu, někdy se podniku daří a jindy se zase může ocitnout v krizové situaci. Dle Synka (2015) rozlišujeme 5 fází životního cyklu – založení, růst, stabilizace, krize a zánik. Fáze krize a zánik nejsou automatickou součástí životního cyklu podniku, neboť podnik při příznivých podmínkách a správném vedení managementu zaniknout vůbec nemusí. Aby byl podnik úspěšný, je třeba sledovat nejen vývoj a změny v okolním prostředí, ale i vývoj vnitřního prostředí firmy, je třeba umět v čas reagovat na změny správným způsobem a přijímat různá opatření, jinak se podnik dostává do krize. Krizi můžeme popsat dle Kislingerové (2010) jako situaci, kdy dochází u firmy k výraznému poklesu výkonnostních ukazatelů, jako je např. pokles tržeb, výroby, pokles likvidity, prodlužování doby úhrady závazků, pokles ziskovosti, poruchy v cash flow, snižování vlastního kapitálu, vyšší zadluženost apod. Existují i nefinanční údaje, jež mohou také signalizovat krizi, např. odchod zaměstnanců, odchod obchodních partnerů, velký počet reklamací atd. Pokud se krizová situace včas neřeší, dostává se podnik do úpadku. Příčin, díky kterým se podnik do krize a následného úpadku může dostat, je celá řada, mohou mít na to vliv např. změny v okolním prostředí jako změny úrokových měr, vývoj měnových kurzů, změna legislativy, změny v interním prostředí samotného podniku, jako je špatné rozhodnutí managementu, s tím související např. špatná kvalita výrobku, nedostatečná distribuční síť, chybná cenová politika atd. Důležité je však pro podnik umět krizi rozpoznat a včas reagovat, ať už je příčina jakákoliv.

Tato analýza se zaměřuje na fázi podniku před úpadkem, tedy v době, kdy je podnik v krizi a jaké signály takový podnik vykazoval a s těmito signály pracovat v modelu, který bude predikovat pravděpodobnost vstupu firmy do insolvence. Předpokladem je, že firmy budou vykazovat v době před insolvencí signály, které budou nápomocné modelu při klasifikaci firem na firmy v dobré/průměrné kondici a firmy, jež skončí v insolvenční. Analyzovány jsou jen české podniky, a to konkrétně právnické osoby.

Je zřejmé, že nikdy nenalezneme model, který bude predikovat se stoprocentní přesností, neboť existují vlivy, pro které je těžké či nereálné nasbírat data, nebo je vůbec číselně vyjádřit. Obvyklé předpovědi používají číselné údaje z finančních výkazů, trendem posledních pár let je však diverzifikace zdrojů dat. Využívají se např. textová data, jako jsou veřejné zprávy, recenze atd.

V rámci této analýzy je hlavním cílem zjistit vliv samotné textové analýzy. Ráda bych tak ukázala, jestli i tato analýza může přidat jisté informace k predikci. Proměnné v modelu predikce insolvence nemusí být jen finančního charakteru. Na těchto údajích jsou založené bankrotní a bonitní modely. Analýza se zaměřuje na detekci signálů, které vykazuje podnik, jež se ocitne v brzké budoucnosti v insolvenční a odhaluje tak nejvýznamnější proměnné.

2 PŘÍPRAVA DAT

2.1 Sběr dat

Data o firmách byla stažena z databáze Albertina. Nejprve byla stažena data o insolventních firmách, které nacházely v insolvenčním řízení a jež mají právní formu – komanditní společnost, akciová společnost, společnost s ručením omezeným nebo veřejná obchodní společnost. Jedná se tedy jen o určité právnické osoby. Výsledkem byl soubor o 4337 firmách. Vzorek se zdá být dostatečně velký, nicméně po bližší analýze dat vyplynulo, že kompletních dat vhodných pro predikci je velice málo a z toho důvodu jsem se rozhodla datový soubor insolventních firem rozšířit. Ve druhé fázi bylo stáhnuto dalších 13 319 firem tím způsobem, že opět byla zvolena stejná kritéria pro právní formu, nicméně insolventní firmy byly tentokrát vybrány podle kritéria určující, že firmy musí obsahovat ve sbírce listin dokument týkající se insolvenčního řízení či konkursu, to znamená, že se jedná o firmy, které např. v insolvenci mohly být dříve, ale teď už nejsou. V rámci obou datových souborů se některé firmy logicky opakovaly, ty byly vyselektovány, celkem se jednalo o 479 společných firem.

V dalším kroku byly staženy aktivní firmy. Albertina přímo nabízí toto kritérium. Opět bylo přidáno stejné kritérium pro právní formu a aby bylo možné stáhnout aktivní firmy najednou, zredukoval se jejich počet tím, že bylo přidáno kritérium kompletnosti dat týkající se počtu zaměstnanců a obratu. Byly odebrány firmy, které dříve byly v insolvenci a nyní jsou aktivní. Konečný počet aktivních firem vstupujících do Pythonu pro další úpravy a analýzy byl v tomto okamžiku 12 126.

2.2 Proměnné

Finanční údaje čerpané z účetních výkazů obsažené v analyzované databázi můžeme dělit na 3 skupiny a to:

- 1) Finanční údaje v absolutní hodnotě: Tyto údaje jsou ovlivněny zejména velikostí firmy. Mezi tyto údaje patří celková aktiva, stálá aktiva, oběžná aktiva, celková pasiva, vlastní jmění, celkové závazky, cizí zdroje, výkony, provozní výnosy, 43 provozní náklady, celkové výnosy, celkové náklady, provozní hospodářský výsledek, EBT, cash flow a obrat.
- 2) Poměrové finanční ukazatele: Jedná se o ukazatele odvozené z finančních údajů v absolutní hodnotě. Vyjadřují vždy poměr dvou údajů. Patří sem: míra zadlužení, míra zadlužení vlastního kapitálu, krytí dlouhodobého majetku, 44 běžná likvidita, pohotová likvidita, okamžitá likvidita, hrubá cash flow likvidita, rentabilita vlastního kapitálu, rentabilita aktiv, rentabilita vlastního kapitálu z EBIT, rentabilita aktiv z EBIT, rentabilita tržeb, nákladovost.
- 3) Bankrotní a bonitní modely: Bankrotní a bonitní modely jsou specifické ukazatele, které identifikují finanční stav firmy a její ohrožení případným bankrotem. Vyjadřují, jakým směrem se firma ubírá, jestli spíše k bankrotu, či jestli prosperuje. Modely zahrnují několik položek jako aktiva, dluhy, zisk, tržby závazky a další.

Proměnné neměnné v čase	1 rok před insolvenčí	2 roky před insolvenčí	3 roky před insolvenčí	Změna mezi 2. a 1. rokem před ins.	Změna mezi 3. a 1. rokem před ins.
MU_STAV	AKTVACELK_Y1	AKTVACELK_Y2	AKTVACELK_Y3	AKTVACELK.2.1	AKTVACELK.3.1
KRAJ	BEZLKVID_Y1	BEZLKVID_Y2	BEZLKVID_Y3	BEZLKVID.2.1	BEZLKVID.3.1
Z_JMENI	CASHFLKVH_Y1	CASHFLKVH_Y2	CASHFLKVH_Y3	CASHFLKVH.2.1	CASHFLKVH.3.1
SEKCE	CASH_FLOW_Y1	CASH_FLOW_Y2	CASH_FLOW_Y3	CASH_FLOW.2.1	CASH_FLOW.3.1
vzdelanosť	CIZDROJE_Y1	CIZDROJE_Y2	CIZDROJE_Y3	CIZDROJE.2.1	CIZDROJE.3.1
zastoupeni_zen	EBT_Y1	EBT_Y2	EBT_Y3	EBT.2.1	EBT.3.1
	IN99_Y1	IN99_Y2	IN99_Y3	IN99.2.1	IN99.3.1
	KRYTIDLMAJ_Y1	KRYTIDLMAJ_Y2	KRYTIDLMAJ_Y3	KRYTIDLMAJ.2.1	KRYTIDLMAJ.3.1
	MIRAZADLU_Y1	MIRAZADLU_Y2	MIRAZADLU_Y3	MIRAZADLU.2.1	MIRAZADLU.3.1
	MIRAZADLVK_Y1	MIRAZADLVK_Y2	MIRAZADLVK_Y3	MIRAZADLVK.2.1	MIRAZADLVK.3.1
	NAKTOTAL_Y1	NAKTOTAL_Y2	NAKTOTAL_Y3	NAKTOTAL.2.1	NAKTOTAL.3.1
	OATOTAL_Y1	OATOTAL_Y2	OATOTAL_Y3	OATOTAL.2.1	OATOTAL.3.1
	OBRAT_Y1	OBRAT_Y2	OBRAT_Y3	OBRAT.2.1	OBRAT.3.1
	OKAMLIKVID_Y1	OKAMLIKVID_Y2	OKAMLIKVID_Y3	OKAMLIKVID.2.1	OKAMLIKVID.3.1
	PASIVACELK_Y1	PASIVACELK_Y2	PASIVACELK_Y3	PASIVACELK.2.1	PASIVACELK.3.1
	POHLIKVID_Y1	POHLIKVID_Y2	POHLIKVID_Y3	POHLIKVID.2.1	POHLIKVID.3.1
	PROVHOSPV_Y1	PROVHOSPV_Y2	PROVHOSPV_Y3	PROVHOSPV.2.1	PROVHOSPV.3.1
	PROVNAKL_Y1	PROVNAKL_Y2	PROVNAKL_Y3	PROVNAKL.2.1	PROVNAKL.3.1
	PROVVYN_Y1	PROVVYN_Y2	PROVVYN_Y3	PROVVYN.2.1	PROVVYN.3.1
	QUICKTEST_Y1	QUICKTEST_Y2	QUICKTEST_Y3	QUICKTEST.2.1	QUICKTEST.3.1
	RENTAKTC_Y1	RENTAKTC_Y2	RENTAKTC_Y3	RENTAKTC.2.1	RENTAKTC.3.1
	RENTTRZEB_Y1	RENTTRZEB_Y2	RENTTRZEB_Y3	RENTTRZEB.2.1	RENTTRZEB.3.1
	RENTVLK_Y1	RENTVLK_Y2	RENTVLK_Y3	RENTVLK.2.1	RENTVLK.3.1
	ROAZEBIT_Y1	ROAZEBIT_Y2	ROAZEBIT_Y3	ROAZEBIT.2.1	ROAZEBIT.3.1
	ROCEZEBIT_Y1	ROCEZEBIT_Y2	ROCEZEBIT_Y3	ROCEZEBIT.2.1	ROCEZEBIT.3.1
	ROEZEBIT_Y1	ROEZEBIT_Y2	ROEZEBIT_Y3	ROEZEBIT.2.1	ROEZEBIT.3.1
	STALAA_Y1	STALAA_Y2	STALAA_Y3	STALAA.2.1	STALAA.3.1
	TAFFLER_Y1	TAFFLER_Y2	TAFFLER_Y3	TAFFLER.2.1	TAFFLER.3.1
	VLASTNUM_Y1	VLASTNUM_Y2	VLASTNUM_Y3	VLASTNUM.2.1	VLASTNUM.3.1
	VYKONY_Y1	VYKONY_Y2	VYKONY_Y3	VYKONY.2.1	VYKONY.3.1
	VYNTOTAL_Y1	VYNTOTAL_Y2	VYNTOTAL_Y3	VYNTOTAL.2.1	VYNTOTAL.3.1
	ZAVTOTAL_Y1	ZAVTOTAL_Y2	ZAVTOTAL_Y3	ZAVTOTAL.2.1	ZAVTOTAL.3.1
	POCETZAM_Y1	POCETZAM_Y2	POCETZAM_Y3	POCETZAM.2.1	POCETZAM.3.1

Tabulka 1: Sada proměnných

Důležitou, odvozenou vysvětlující proměnnou je proměnná TEXT obsahující seznam všech listin z obchodního rejstříku. Tato proměnná vyjadřuje stručnou historii firmy danou listinami 3 až 1 rok před insolvenčí, pro aktivní firmy historii posledních třech let. Jedná se čistě o textovou proměnnou, která bude zkoumána text miningovými metodami.

2.3 Rozdělení dat na trénovací a testovací

Pro účely evaluace modelu je potřeba rozdělit data na trénovací a testovací. Pro správné naučení je potřeba obvykle velké množství dat, proto byla trénovací a testovací data rozdělena v poměru 80 % ku 20 %, což je i obvykle využívaný poměr v praxi, jedná-li se o metodu Holdout. Testovací data následně budou využita pro ověření kvality modelu. Pro odhad robustnější přesnosti modelu bude v rámci práce využita také křížová validace.

2.4 Nerovnoměrné zastoupení tříd

Sběr kompletních dat o insolventních firmách je velice omezený, jen málo firem v úpadku má kompletní údaje, a to vedlo k tomu, že vzorek těchto insolventních firem pro modelování je velice malý, oproti firmám aktivním. Jak píše Japkowicz a Stephen (2002), takto nevyvážená data mají vliv na proces učení modelu a tím může být ovlivněna i přesnost klasifikátoru a ostatní metriky hodnocení modelu. Tento problém je v literatuře dobře znám, klasifikátory mají tendenci ignorovat vzácné hodnoty závisle proměnné – v našem případě insolventních firem. King a Zeng, (2002) nedoporučují využití logistické regrese na nevyvážená data, jelikož podmíněné pravděpodobnosti vzácné třídy jsou tímto modelem podceňovány. V této práci byla pro vyvážení dat použita technika ROSE (Random Over Sampling Examples), což je metoda, která je založena na bootstrapu, neboli opakovaném vzorkování dat. O této metodě se více píše v článku (Menardi and Torelli, 2010).

3 MODEL 1 – HLEDÁNÍ TEXTOVÝCH PROMĚNNÝCH

V prvním modelu bude hlavním úkolem zjistit, jaké textové proměnné (tedy jaké listiny ze seznamu všech listin firmy) jsou statisticky významné pro predikci insolvence firmy. Tomu předchází řada dílčích kroků.

V text miningu existují dva hlavní důležité přístupy – „semantic parsing“ přístup, ve kterém se zkoumá sekvence slov, užití sloves apod. a nebo „bag of words“ přístup, kde jsou všechna slova analyzována jako jeden token, kde na pořadí slov nezáleží. Tato analýza bude omezena právě na tento přístup. Cílem „bagofwords“ je převést analyzovaný text na datový rámeček, který se skládá ze slov použitých v textu a jejich frekvencí.

Dle Viveka (2018) se celý proces skládá z výše uvedených 6 kroků. Nejdříve byl vytvořen z textu korpus. V rámci druhého kroku proběhla předpříprava dat zahrnující vyjmutí interpunkce, čísel a tzv. stop slov. Slovník stop slov v českém jazyce je velice omezený, a proto bylo nutné dodat předložky a další slova manuálně. Zdrojový text je velmi nečistý, obsahuje spoustu zkratk a vyčištění by bylo opravdu pracné. Z tohoto důvodu se pracovalo s tím, co bylo k dispozici a žádné veliké úpravy se nedělaly.

Další krok se týká extrakce regresorů. Častá slova nalezena v předcházejících krocích nyní budou využita jako regresory, jejich frekvence budou představovat hodnoty v datovém souboru. Následně již můžou být aplikovány klasifikační modely, stejně jako tomu bylo v předcházejících experimentech. Nejdříve je potřeba provést tokenizaci, což je proces rozkladu textu na odlišné části, v našem případě budou tyto části představovány častými slovy/bigramy. Jakmile je provedena tokenizace, může se zkonstruovat datový soubor, kde řádek představuje firmu a sloupec odlišný token a buňka udává počet tokenů.

1. Předvýběr proměnných pomocí LASSO regrese

Předpokládejme model vícenásobné lineární regrese:

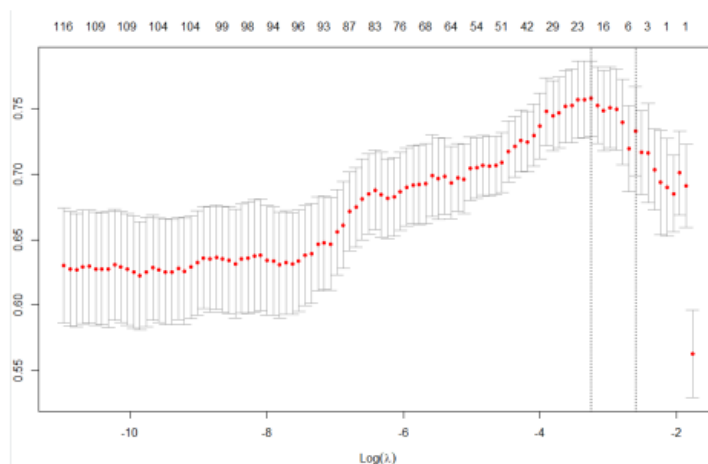
$$f(X) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

Odhad regresních parametrů pomocí LASSO (Least absolute shrinkage and selection operator) regrese provedeme tak, že budeme minimalizovat kritérium

$$RSS_{LASSO} = RSS + \lambda \sum_{j=1}^k |\beta_j|$$

kde parametr $\lambda \geq 0$. LASSO regrese funguje tak, že koeficienty nedůležitých proměnných úplně nuluje.

Níže uvedený graf ukazuje, jak se se změnou počtu regresorů mění hodnota AUC v závislosti na zvolené hodnotě λ .



Graf 1: Změna hodnoty AUC při změně parametru lambda

Model LASSO regrese byl zvolen pro předvýběr

2. Logistická regrese na zredukovaných datech

Nevynulované proměnné z LASSO regrese vstupovaly dále do modelu logistické regrese. Následující tabulka ukazuje výstup nejlepšího nalezeného modelu. Z dalšího výstupu modelu vidíme významnosti jednotlivých proměnných. Jako nejvíce významný regresor se jeví slovo „notářský“, dalším potom závěrka, výkaz zisku.

```

Confusion Matrix and Statistics

              Reference
Prediction   aktivni  insolvency
aktivni      33       17
insolvency   7        16

Accuracy : 0.6712
95% CI   : (0.5513, 0.7767)
No Information Rate : 0.5479
P-value [Acc > NIR] : 0.02181

Kappa : 0.3183

McNemar's Test P-value : 0.06619

Sensitivity : 0.4848
Specificity : 0.8250
Pos Pred value : 0.6957
Neg Pred value : 0.6600
Prevalence : 0.4521
Detection Rate : 0.2192
Detection Prevalence : 0.3151
Balanced Accuracy : 0.6549

'Positive' Class : insolvency

Call:
NULL

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.3869  -0.8787   0.0000   0.9563   2.6685

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  -0.19346   0.27863  -0.694  0.48748
notářský      0.73856   0.17901   4.126 3.69e-05 ***
závěrka     -0.11922   0.04831  -2.468  0.01360 *
závěrka_účetní -0.10079   0.10363  -0.973  0.33078
závěrka_výkaz 1.10328   0.39852   2.768  0.00563 **
rozhod       0.45206   0.56337   0.802  0.42231
vztazích_dle 18.60584  2358.31826  0.008  0.99371
ex           16.52595  1317.46573  0.013  0.98999
zahájení     -15.36912  2829.60833 -0.005  0.99567
spol        18.03186  2256.99680  0.008  0.99363
insolvenční_rozhodnutí 16.74726  1547.89487  0.011  0.99137
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 403.24 on 290 degrees of freedom
Residual deviance: 299.23 on 280 degrees of freedom
AIC: 321.23

Number of Fisher Scoring iterations: 18

```

4 MODEL 2 – PROPOJENÍ S OSTATNÍMI PROMĚNNÝMI

V této části je cílem propojit výsledky z text miningové analýzy s prediktivním modelem založeným na ostatních údajích o firmách ze strukturované databáze. V rámci tohoto modelu bylo třeba se vrátit zpět na krok předpřípravy dat a přidat tak k datovému souboru nové proměnné. Z klasifikačního modelu vyšly jako nejvýznamnější proměnné frekvence slov „závěrka“ a „notářský“, tato frekvence byla přidána do datového souboru. V rámci tohoto experimentu je třeba pracovat s vyváženým, stejným datovým souborem, se kterým se pracovalo v předchozím experimentu, kdy počet insolventních firem je stejný jako počet aktivních. Jen v takovém případě dává smysl zkoumat absolutní frekvence. Do modelu byly přidány celkem 4 proměnné, z toho 2 se týkají slova „notářský“ a další dvě slova „závěrka“. Proměnné `pocet_zaverek_vice` a `pocet_notarsky_vice` vyjadřují skutečný počet závěrek, který se textu k dané firmě vyskytoval v rámci 3 let před vstupem firmy do insolvence u insolventních firem, u aktivních firem jsou to roky 2016, 2017 a 2018. Byla vytvořena tím způsobem, že z proměnné TEXT byla sečtena tato slova. Dále byly přidány proměnné `pocet_zaverek` a `pocet_notarsky`, jejich hodnota je rovna TRUE v případě, vyskytuje-li se v textu alespoň jednou dané slovo, v opačném případě nabývá hodnoty FALSE. Tyto dva druhy proměnných byly do modelu přidány pro případ, že by vyšla významná jen jedna.

Pomocí LASSO regrese byla opět vybrána sada proměnných s nenulovými koeficienty. Z proměnných, které vybrala LASSO regrese, byl opět odhadnut model logistické regrese. Níže můžeme vidět výstup modelu – hodnoty koeficientů včetně jejich významnosti. Z proměnných, jež byly přidány na základě analýzy z text miningu, je významná jen proměnná `pocet_notarsky_vice`, a to dokonce na 1% hladině významnosti.

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-4.905e+00	3.096e+00	-1.584	0.11317
KRAJ[21] Středočeský kraj	1.190e+00	8.955e-01	1.328	0.18403
KRAJ[31] Jihočeský kraj	-6.861e-01	1.398e+00	-0.491	0.62353
KRAJ[32] Plzeňský kraj	2.139e+00	1.071e+00	1.997	0.04587 *
KRAJ[41] Karlovarský kraj	2.791e+00	1.477e+00	1.890	0.05871 *
KRAJ[42] Ústecký kraj	7.730e-01	1.124e+00	0.688	0.49142
KRAJ[51] Liberecký kraj	3.193e+00	1.320e+00	2.419	0.01555 *
KRAJ[52] Královéhradecký kraj	2.124e+00	9.975e-01	2.130	0.03321 *
KRAJ[53] Pardubický kraj	-3.912e+00	2.163e+00	-1.792	0.07320 *
KRAJ[61] Kraj Vysočina	2.937e+00	2.234e+00	1.315	0.18861
KRAJ[62] Jihomoravský kraj	1.341e+00	7.737e-01	1.733	0.08314
KRAJ[71] Olomoucký kraj	-4.317e-01	1.437e+00	-0.301	0.76379
KRAJ[72] Zlínský kraj	-4.824e-01	2.009e+00	-0.240	0.81029
KRAJ[81] Moravskoslezský kraj	1.218e+00	8.655e-01	1.408	0.15927
SEKCE[C] Zpracovatelský průmysl	4.353e-01	2.830e+00	0.154	0.87777
SEKCE[D] Výroba a rozvod elektřiny, plynu, tepla a klimatizovaného vzduchu	-2.137e+01	3.956e+03	-0.005	0.99569
SEKCE[E] Zásobování vodou; činnosti související s odpadními vodami, odpady a sanacemi	-1.354e+00	3.457e+00	-0.392	0.69532
SEKCE[F] Stavebnictví	-6.813e-01	2.848e+00	-0.239	0.81096
SEKCE[G] Velkoobchod a maloobchod; opravy a údržba motorových vozidel	-1.233e+00	2.822e+00	-0.437	0.66216
SEKCE[H] Doprava a skladování	-1.075e+00	2.904e+00	-0.370	0.71131
SEKCE[I] Ubytování, stravování a pohostinství	-1.155e+00	2.904e+00	-0.398	0.69080
SEKCE[J] Informační a komunikační činnosti	-1.961e+00	5.599e+00	-0.353	0.72427
SEKCE[K] Peněžnictví a pojišťovnictví	1.441e+01	1.925e+03	0.007	0.99403
SEKCE[L] Činnosti v oblasti nemovitostí	-6.245e-01	2.957e+00	-0.211	0.83273
SEKCE[M] Profesní, vědecké a technické činnosti	-1.540e+00	2.868e+00	-0.537	0.59135
SEKCE[N] Administrativní a podpůrné činnosti	-2.352e+00	3.141e+00	-0.749	0.45399
SEKCE[P] Vzdělávání	-3.407e-01	3.360e+00	-0.101	0.91922
SEKCE[Q] Zdravotní a sociální péče	-1.499e+01	1.376e+03	-0.011	0.99131
SEKCE[R] Kulturní, zábavní a rekreační činnosti	-4.917e+00	3.825e+00	-1.285	0.19869
SEKCE[S] Ostatní činnosti	1.264e+01	3.956e+03	0.003	0.99745
BEZLIKVID._Y3	3.098e-03	5.854e-03	0.529	0.59661
CASHFLIKVID._Y1	-5.263e-03	2.907e-03	-1.810	0.07025
KRYTIDUMAJ._Y2	-1.121e-02	3.299e-02	-0.340	0.73410
KRYTIDUMAJ._Y3	9.338e-03	4.833e-03	1.932	0.05334
MIRAZADLO._Y3	2.845e-03	2.360e-03	1.205	0.22808
MIRAZADLVK._Y3	1.689e-06	9.784e-05	0.017	0.98623
OKRHLIKVID._Y3	1.496e-03	1.019e-03	1.468	0.14200
POHLIKVID._Y1	2.330e-03	1.985e-03	1.173	0.24062
PROVHOSPV._Y3	-4.048e-05	1.914e-05	-2.115	0.03446 *
QUICKTEST._Y1	6.369e-01	2.970e-01	2.145	0.03198 *
QUICKTEST._Y2	5.754e-01	2.930e-01	1.964	0.04954 *
RENTTRZEB._Y1	-5.055e-05	1.069e-04	-0.473	0.63623
RENTVLK._Y1	-2.455e-03	1.850e-03	-1.327	0.18445
ROAZEBIT._Y3	-1.421e-03	2.799e-03	-0.508	0.61156
ROCEZEBIT._Y1	-9.799e-05	1.084e-03	-0.090	0.92799
ROCEZEBIT._Y2	-1.088e-03	1.233e-03	-0.883	0.37731
zastoupeni_zen	-7.868e-01	9.746e-01	-0.807	0.41950
KRYTIDUMAJ.2.1	3.495e+01	2.701e+01	1.294	0.19574
PROVHOSPV.2.1	-1.214e-01	2.933e-01	-0.414	0.67889
ROAZEBIT.3.1	-1.127e+00	1.602e+00	-0.703	0.48189
STALAA.2.1	-2.032e+00	7.652e-01	-2.655	0.00793 **
pocet_zaverekFalse	1.804e+00	1.493e+00	1.209	0.22669
pocet_zaverekTrue	NA	NA	NA	NA
pocet_notarsky_vice	1.208e+00	2.894e-01	4.174	3e-05 ***

Odhadnutý model dosahuje přesnosti téměř 82 %. Co se týče insolventních firem, dokázal model klasifikovat správně 7 z 34 insolventních firem.

```

Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction  aktivní  insolvence
aktivní      31         7
insolvence   6         27

Accuracy : 0.8169
95% CI : (0.7073, 0.8987)
No Information Rate : 0.5211
P-Value [Acc > NIR] : 2.019e-07

Kappa : 0.6327

McNemar's Test P-Value : 1

Sensitivity : 0.7941
Specificity : 0.8378
Pos Pred Value : 0.8182
Neg Pred Value : 0.8158
Prevalence : 0.4789
Detection Rate : 0.3803
Detection Prevalence : 0.4648
Balanced Accuracy : 0.8160

'Positive' Class : insolvence

```

Pokud jsou z modelu vyřazené proměnné počet_zaverek a počet_notarsky_vice, pak přesnost klesne přibližně o 3 %. Je tedy vidět, že tyto proměnné určitou vypovídající hodnotu mají a můžou tak posloužit v predikci úpadku firmy. Model nedokázal oproti předchozímu modelu rozeznat navíc 2 insolventní firmy.

```

Confusion Matrix and Statistics

          Reference
Prediction  aktivní  insolvence
aktivní      31         9
insolvence   6         25

Accuracy : 0.7887
95% CI : (0.6756, 0.8767)
No Information Rate : 0.5211
P-Value [Acc > NIR] : 2.849e-06

Kappa : 0.5752

McNemar's Test P-Value : 0.6056

Sensitivity : 0.7353
Specificity : 0.8378
Pos Pred Value : 0.8065
Neg Pred Value : 0.7750
Prevalence : 0.4789
Detection Rate : 0.3521
Detection Prevalence : 0.4366
Balanced Accuracy : 0.7866

'Positive' Class : insolvence

```

5 ZÁVĚR

Na základě výše zmíněné analýzy můžeme říci, že textová proměnná má určitou prediktivní sílu a může přispět při klasifikaci. Co se týče významnosti proměnné počtu závěrek nebo počtu výkazů zisků a ztrát, to, že podniky v krizi zveřejňují své informace méně, je i odborníkům známý fakt a tímto se to jen potvrzuje. Po srovnání veškerých modelů logistické regrese vidíme, že tento model si vedl rozhodně nejlépe při klasifikaci, jakmile měl k dispozici údaje z text miningové analýzy.

6 POUŽITÁ LITERATURA

Bidlo, F., 2015. Text mining v českém prostředí. Univerzita Hradec Králové, Fakulta informatiky a managementu.

Čepek, M., 2013. Vytěžování dat - Text mining

Japkowicz, N., Stephen, S., 2002. The Class Imbalance Problem: A Systematic Study. *Intell. Data Anal.* 6, 429–449. <https://doi.org/10.3233/IDA-2002-6504>

King, G., Zeng, L., 2002. Logistic Regression in Rare Events Data. *Political Analysis* 9. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.pan.a00486>

Kislingerová, E., 2010. Podniková ekonomika.

Menardi, G., Torelli, N., n.d. Training and assessing classification rules with unbalanced data 28.

Qu, Y., Quan, P., Lei, M., Shi, Y., 2019. Review of bankruptcy prediction using machine learning and deep learning techniques. *Procedia Computer Science*, 7th International Conference on Information Technology and Quantitative Management (ITQM 2019): Information technology and quantitative management based on Artificial Intelligence 162, 895–899. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.12.065>

Ravi Kumar, P., Ravi, V., 2007. Bankruptcy prediction in banks and firms via statistical and intelligent techniques – A review. *European Journal of Operational Research* 180, 1–28. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.08.043>

Sušický, J., 2011. Využitelnost bankrotních modelů v podmínkách České republiky (Dizertační práce). Praha.

Synek, M., 2015. Podniková ekonomika. C.H. Beck.

Vivek, S., 2018. Analyzing Customer reviews using text mining to predict their behaviour [WWW Document]. Medium. URL <https://medium.com/analytics-vidhya/customer-review-analytics-using-text-mining-cd1e17d6ee4e> (accessed 3.29.20).

Kontaktné údaje

Ing. Lucie Beranová

VŠE, FIS

nám. W. Churchilla 1938/4

Tel: +420 737 376 467 email: berl03@vse.cz

DOPADY NÁRASTU OCHORENIA COVID-19 NA VÝNOS A RIZIKO AKCIÍ^{1,2}

IMPACTS OF AN INCREASE IN COVID-19 DISEASE ON STOCK RETURNS AND RISK

Ivan Brezina, Juraj Pekár

Abstrakt

Aj v období celosvetovej epidemiologickej krízy sa investori rozhodujú, do ktorých produktov alebo cenných papierov má investovať a tiež zvoliť časový okamžik, v ktorom má zvolenú investíciu uskutočniť. Ako ovplyvnila celosvetová epidemiologická kríza ukazovatele výnosu a rizika na vybrané akcie? V príspevku je prezentovaná analýza výnosu akcií a mier rizika CVaR a CDDaR, ktorá bola realizovaná na historických údajoch v období prvej a druhej vlny Covid. Výsledkom analýzy je výška dopadu jednotlivých vln prudkého nárastu infikovaných vírusom Covid-19 na ukazovatele výnosu a rizika na vybrané akcie. Analýza bola realizovaná na akciovom indexe Dow Jones Industrial Average (DJIA) a jeho komponentoch.

Kľúčové slová: výnos, CVaR, CDDaR, korona kríza

Abstract

Even in the global epidemiological crisis, investors decide which products or securities to invest in and choose the point in time at which they should make the chosen investment. How has the global epidemiological crisis affected returns and risk indicators on selected stocks? The paper presents an analysis of stock returns and CVaR and CDDaR risk measures, which was carried out on historical data during the first and second waves of Covid. The result of the analysis is the impact of individual waves of a sharp increase infected with the Covid-19 virus on the indicators of return and risk on selected stocks. The analysis was performed on the Dow Jones Industrial Average (DJIA) and its components.

Keywords: return, CVaR, CDDaR, corona crisis

JEL classification: G110, G150

ÚVOD

Pri investovaní na akciových trhoch sa na základe mnohých faktorov investor rozhoduje, do ktorých produktov alebo cenných papierov má investovať a tiež zvoliť časový okamžik, v ktorom má zvolenú investíciu uskutočniť. Investori prechádzajú na rôzne režimy rozhodovania na základe mnohých faktorov, ako sú globálne ekonomické záujmy, finančná výkonnosť podnikateľského subjektu, národné ekonomické údaje atď. Jedným z dôležitých faktorov je aj nálada na finančnom trhu, ktorá umožňuje označiť trh za „býčí trh“, ak možno pozorovať zvýšenie celkového výkonu na akciovom trhu o 20%, alebo za „medvedí trh“, ak je

¹ Príspevok vznikol ako súčasť výskumného projektu VEGA grant no. 1/0339/20 „Hidden Markov Model Utilization in Financial Modeling“.

² Príspevok vznikol ako súčasť výskumného projektu VEGA 1/0427/20 - Viackriteriálne modely teórie hier v ekonomii a politológii

celkový pokles výkonnosti o 20%, teda ak trhovú trend stúpa, ide o býčí trh, v prípade trhového poklesu ide o medvedí trh. Na býčom trhu je výhľad investorov optimistický, na medveďom trhu je pohľad investora na budúcnosť pesimistický. Na býčom trhu sú ceny akcií vysoké, na medveďom trhu je to opačné. Obchodovanie s akciami je na býčom trhu vysoké, ale na medveďom trhu je obchodovanie s akciami pomerne nízke.

Jedným z faktorov ovplyvňujúcich náladu na finančnom trhu je určite aj riziko krízy vyvolanej vírusom. Vírus COVID-19 vyvolal celosvetovú krízu, ktorý je determinovaná predovšetkým ohrozením zdravia ľudí. Na základe epidemiologickej krízy boli prijímané opatrenia, ktoré priamo ovplyvňujú aj ekonomiky jednotlivých krajín. Preto rôzne štáty prijali fiškálne opatrenia s cieľom minimalizovať dopad uvedenej celosvetovej krízy na ich ekonomiky. Takisto centrálné banky jednotlivých krajín začali realizovať komplexné programy na stabilizáciu finančných trhov. Výročná správa ECB za rok 2020 konštatovala, že „hospodárstvo eurozóny v roku 2020 zasiahol mimoriadny a závažný šok spôsobený pandémiou koronavírusu (COVID-19)“. Ale finančné trhy sa s pandémiou, ktorá zásadne ovplyvnila fungovanie spoločnosti, svetovú ekonomiku a finančné trhy, po úvodnom šoku dokázali veľmi rýchlo popasovať. Kríza COVID-19 ovplyvnila aj akciové trhy (veľký prepád zaznamenali aj drahé kovy, komodity, ale aj kryptomeny) a výsledné straty boli pre všetkých investorov významné a bolestivé. Jej dopady spôsobili výrazný prepád hodnoty investícií, na akciových trhoch to možno pozorovať dočasným poklesom cien akcií.

Do roka 2020 pritom svetové finančné trhy vstupovali v „býčej“ nálade, pretože akciové trhy ukončili rok 2019 so silnými 30% ziskami. Pozitívna nálada však vydržala necelé dva mesiace. Rozšírenie vírusu COVID-19 spôsobilo v modernej dobe nepoznanú paniku nielen spoločnosti, ale aj paniku na finančných trhoch (napr. americký akciový index S&P 500 stratil v priebehu piatich týždňov s pribúdajúcimi prípadmi takmer 34% hodnoty a tento pokles bol najprudším v jeho histórii), pričom sa všetky akciové triedy v priebehu mesiaca prepádli do „medvedieho“ trhu. Avšak úmrtnosť nedosiahla predpokladané dramatické úrovne, vynorili sa správy o príprave vakcín a opatrenia vlád a centrálnych bánk v prvej vlne zabrali. To nalialo investorom čiastočný optimizmus. Aj napriek pribúdajúcim prípadom pozitívnych na COVID-19 v priebehu roka 2020 finančné trhy podporované masívnymi stimulmi naďalej do záveru roka rástli, aby ho nakoniec ukončili na nových historických maximách. Všeobecne možno konštatovať, že rok 2020 bol bezprecedentne turbulentný a akciové trhy zaznamenali najprudší prepád v histórii, ale aj jeden z najsilnejších návratov.

Každá kríza je nielen dočasná, ale na konci je vždy skvelou investičnou príležitosťou (možno aplikovať poučku, že zarába len majetok, teda zainvestované peniaze). Preto by sa mal každý investor rozhodovať, do akých aktív bude ďalej investovať. Investor nevie predpovedať budúcnosť, mal by mať však predstavu o tom, ako by sa mohla vyvíjať (vývoj v roku 2020 sa ukázal ako absolútne nepredvídateľný a dokázal pravdivosť tvrdení, že vývoj trhov je nemožné prognózovať s väčšou presnosťou).

V príspevku sa autori na akciovom indexe Index Dow Jones Industrial Average (DJIA) a jeho komponentoch pokúsili porovnať vplyv jednotlivých vln ochorenia Covid-19 ukazovateľa výnos a riziko, ktoré sú základnými ukazovateľmi investovania.

V prvej časti autori uvádzajú vybrané spôsoby výpočtu výnosov a rizika, v nasledujúcej časti definujú vstupné dáta, ktoré boli použité pri analýze a následne uvádzajú dosiahnuté výsledky analýzy. V záverečnej časti interpretujú dosiahnuté výsledky.

1 MIERY OČAKÁVANÉHO VÝNOSU A RIZIKA

V ďalšom texte bude realizovaný výpočet miery výnosu pre jedno obdobie, ktoré je východiskom pre určenie očakávaného výnosu, ako aj vybraných mier rizika. Nech je P_t cena aktíva v čase $t = 1, 2, \dots, T$ (označme \mathbf{P}), kde T je dĺžka sledovaného obdobia. Následne mieru zisku medzi obdobiami t a $t - 1$ možno vyjadriť ako relatívnu mieru výnosu r_t , ktorú možno vypočítať

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Jedným so možných spôsobov stanovenia očakávaného výnosu je použitie geometrického priemeru. Pre očakávaný výnos $EG(\mathbf{r})$ ($\mathbf{r} = r_1, r_2, \dots, r_T$) individuálneho aktíva držaného T období vo všeobecnosti platí

$$EG(\mathbf{r}) = \left(\prod_{t=1}^T (1 + r_t) \right)^{\frac{1}{T}} - 1 \quad (2)$$

Investor maximalizujúci očakávaný úžitok z výnosu portfólia môže merať maximálnu potenciálnu zmenu hodnoty portfólia finančných nástrojov s príslušnou pravdepodobnosťou v priebehu daného časového horizontu použitím rôznych rizikových mier. Jednou z takýchto mier je aj miera tzv. podmienenej hodnoty v riziku (CVaR z angl. Conditional Value-at-Risk). Aj táto miera rizika je závislá na zvolenej úrovni spoľahlivosti α . Ak uvažujeme T čiastkových období v časovom intervale pre $t = 1, 2, \dots, T$ a interval spoľahlivosti $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$, CVaR možno určiť ako strednú hodnotu z najhorších αT hodnôt vektora výnosov $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_T)$. Potom CVaR možno vypočítať ako (Pekár, 2015, Pflug, 2000, Yamai, Yoshida, 2002)

$$CVaR(\mathbf{r})_\alpha = VaR_\alpha + \frac{1}{\alpha T} \sum_{t=0}^T [r(t) - VaR_\alpha]^+ \quad (3)$$

Iný prístup predstavuje miera rizika DrawDown (DD), pričom rôzne odvodené miery rizika založené na DD sa najčastejšie používajú pri určení rizikovosti aktív, resp. rizikovosti portfólia. DD pritom všeobecne predstavuje označenie pre pokles hodnoty aktíva od dosiahnutého maxima po jeho aktuálnu hodnotu na konci sledovaného obdobia. Na základe hodnôt DrawDown možno stanoviť miery rizika ako maximálny DrawDown, priemerný DrawDown a podmienený DrawDown (CDDaR) (Pekár, Brezina, Reiff, 2018, Pekár, Brezina, Brezina, ml. 2018, Goldberg, Mahmoud, 2017, Möller, 2018).

Miera rizika DrawDown v uvažovanom čase T je definovaná ako rozdiel medzi maximálnou hodnotou portfólia (aktíva) v predchádzajúcom období a jeho súčasnej hodnoty v uvažovanom čase T , ktorý predstavuje uvažovaný čas sledovania. Ceny aktíva \mathbf{P} v jednotlivých obdobiach ($t = 1, 2, \dots, T$) sú tak, ako v (1) označené ako P_t .

Hodnotu $DD(\mathbf{P})$ portfólia (aktíva) možno vypočítať:

$$DD(\mathbf{P}) = \max\{(\max_{1 \leq t \leq T} \{P_t\} - P_T) / \max_{1 \leq t \leq T} \{P_t\}, 0\} \quad (4)$$

Pri analýze bola z uvedených mier založených na DD použitá CDDaR (podmienený DrawDown), ktorá je závislá na zvolenej úrovni spoľahlivosti α . Ak uvažujeme T čiastkových období v časovom intervale pre $t = 1, 2, \dots, T$ a interval spoľahlivosti $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$, CDDaR možno určiť ako strednú hodnotu z najhorších αT hodnôt z DD. Podmienený DrawDown $CDDaR(\mathbf{P})_\alpha$ na zvolenej úrovni spoľahlivosti α možno vypočítať:

$$CDDaR(\mathbf{P})_\alpha = DDaR_\alpha + \frac{1}{\alpha T} \sum_{t=1}^T [D(t) - DDaR_\alpha]^+ \quad (5)$$

kde $DDaR_\alpha$ je prahová hodnota pre DD portfólio, pričom túto hodnotu môže prekročiť len αT pozorovaní.

Ďalšie miery rizika sú uvedené napr. v (Pekár, Brezina, Reiff, 2018)

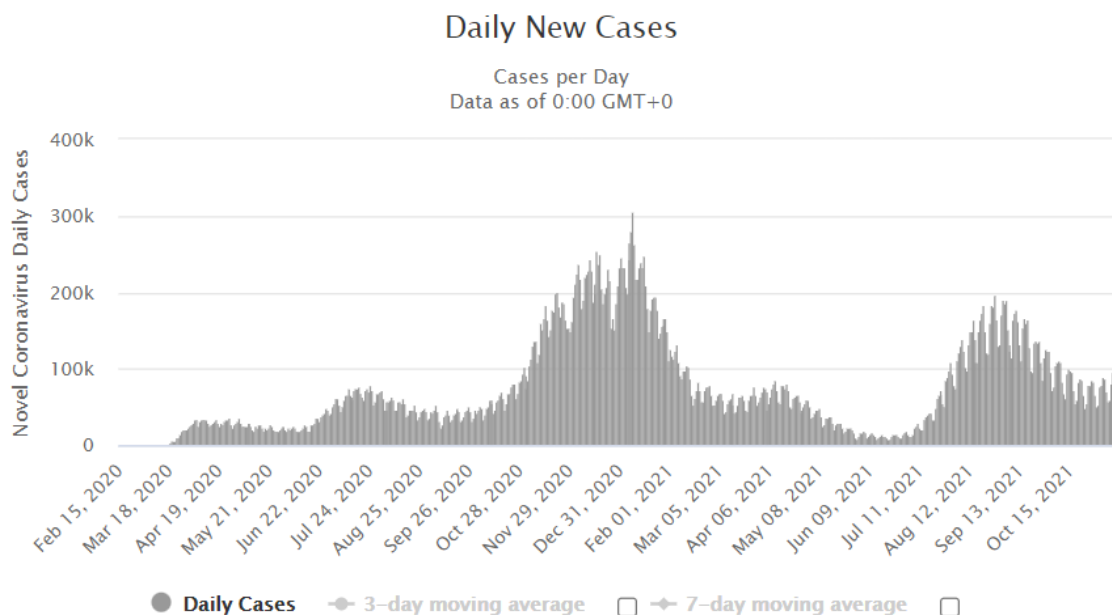
2 REAKCIA AKCIOVÉHO INDEXU DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE NA PRVÚ A DRUHÚ VLNU COVID-19

Pre porovnanie vplyvu jednotlivých vln ochorenia Covid-19 bol vybraný cenovo vážený akciový index Dow Jones Industrial Average (DJIA)³, ktorý je jedným z najznámejších svetových akciových indexov. DJIA je index akcií tridsiatich amerických veľkých spoločností, ktoré sú najlepšimi predstaviteľmi americkej ekonomiky. Tento index vytvoril Charles Dow v roku 1896 a je v súčasnosti historicky najstarším americkým akciovým indexom. To, že je to cenovo vážený akciový index znamená, že čím vyššia bude cena akcií spoločnosti, tým vyššiu váhu budú mať tieto akcie v indexe.

Index Dow Jones Industrial Average (DJIA) tvoria v súčasnosti akcie spoločností Johnson & Johnson (JNJ), Merck & Co. (MRK), Pfizer Inc. (PFE), UnitedHealth Group (UNH), Verizon Communications (VZ), McDonald's (MCD), Nike, Inc. (NKE), Procter & Gamble (PG), Chevron Corporation (CVX), Exxon Mobil Corporation (XOM), 3M (MMM), Boeing (BA), Caterpillar Inc. (CAT), General Electric Company (GE), The Coca-Cola Company (KO), The Travelers Companies (TRV), The Walt Disney Company (DIS), The Home Depot (HD), Walmart (WMT), Apple Inc. (AAPL), Cisco Systems (CSCO), IBM (IBM), Intel (INTC), Microsoft (MSFT), American Express (AXP), Goldman Sachs (GS), Visa Inc. (V), JPMorgan Chase (JPM), Dow Inc. (DOW), Dow Jones Industrial Average (DJIA)). Na základe historických cien (denné dáta) zvolených akcií obsiahnutých v akciovom indexe Dow Jones Industrial Average boli realizované porovnania a analýzy ich správania sa v prvej a druhej vlne pandémie Covid-19 v USA. Pretože autori chceli analyzovať správanie sa akcií, resp. akciového indexu v období jednotlivých vln Covid-19 (obrázok 1), predpokladali dva prípady:

1. Obdobie 1 od 1.11.2019 do 1.4.2020 – prvý nárast výskytu Covid-19 (Obrázok 1).
2. Obdobie 2 od 1.11.2020 do 1.4.2021 – druhá vlna nárastu Covid-19 (Obrázok 1).

³ <https://us.spindices.com/indices/equity/dow-jones-industrial-average#overview>



Obrázok 1: Vývoj počtu prípadov Covid-19 v USA

Zdroj: <https://www.worldometers.info/coronavirus/country/us/>

V príspevku si autori stanovili cieľ analyzovať vplyv jednotlivých vln nárastu ochorenia Covid-19 – prvá vlna obdobie 1 od 1.11.2019 do 1.4.2020, druhá vlna obdobie 2 od 1.11.2020 do 1.4.2021. Pre uvedené obdobia boli k dispozícii historických cien (denné dáta) zvolených akcií obsiahnutých v akciovom indexe Dow Jones Industrial Average.

V tabuľke 1 sú uvedené vypočítané geometrické priemerné výnosy (vzťah (2)) – Geometric Mean. Z tabuľky 1 je zrejmé, že v uvažovanom Období 1 dosahovali priemerné výnosy nižšie hodnoty ako v období 2 (napr. akcie JNJ dosiahli priemerný výnos 0,012% v Období 1 a 0,179 v Období 2). To reprezentujú aj všetky nezáporné hodnoty v riadku Rozdiel. Najvyššiu hodnotu pritom dosiahol rozdiel v priemerných výnosoch spoločnosti Boeing (BA), pretože priemerný geometrický výnos v Období 1 predstavoval stratu 0,808% a v Období 2 výnos 0,530%. Najnižšiu hodnotu v riadku Rozdiel nadobudla spoločnosť Walmart (WMT), ktorej priemerný geometrický výnos v Období 1 aj v období 2 predstavoval stratu 0,025%.

Tabuľka 1: Priemerný výnos

Geometric Mean	JNJ	MRK	PFE	UNH	VZ	MCD	NKE	PG	CVX	XOM
Obdobie 1	0.012%	-0.082%	-0.140%	-0.003%	-0.104%	-0.144%	-0.068%	-0.111%	-0.441%	-0.567%
Obdobie 2	0.179%	0.021%	0.072%	0.179%	0.018%	0.064%	0.085%	-0.016%	0.395%	0.528%
Rozdiel	0.167%	0.103%	0.212%	0.183%	0.122%	0.208%	0.153%	0.094%	0.836%	1.095%
	MMM	BA	CAT	GE	KO	TRV	DIS	HD	WMT	AAPL
Obdobie 1	-0.198%	-0.808%	-0.208%	-0.261%	-0.177%	-0.256%	-0.305%	-0.222%	-0.025%	-0.001%
Obdobie 2	0.181%	0.530%	0.350%	0.550%	0.095%	0.202%	0.422%	0.129%	-0.025%	0.117%
Rozdiel	0.379%	1.338%	0.558%	0.810%	0.272%	0.458%	0.727%	0.351%	0.000%	0.118%
	CSCO	IBM	INTC	MSFT	AXP	GS	V	JPM	DOW	DJIA
Obdobie 1	-0.168%	-0.175%	-0.032%	0.097%	-0.320%	-0.322%	-0.111%	-0.337%	-0.540%	-0.217%

Obdobie 2	0.366%	0.190%	0.371%	0.155%	0.414%	0.542%	0.137%	0.417%	0.308%	0.199%
Rozdiel	0.535%	0.364%	0.403%	0.058%	0.734%	0.864%	0.247%	0.754%	0.849%	0.416%

Zdroj: vlastné spracovanie

Tabuľka 2: Miera rizika CVaR

CVaR	JNJ	MRK	PFE	UNH	VZ	MCD	NKE	PG	CVX	XOM
Obdobie 1	-5.99%	-5.51%	-6.18%	-9.63%	-4.23%	-8.67%	-7.37%	-6.64%	-13.46%	-9.02%
Obdobie 2	-2.36%	-2.45%	-2.97%	-2.31%	-2.29%	-2.33%	-3.22%	-2.44%	-3.86%	-4.18%
Rozdiel	3.62%	3.06%	3.21%	7.32%	1.94%	6.33%	4.15%	4.19%	9.60%	4.85%
	MMM	BA	CAT	GE	KO	TRV	DIS	HD	WMT	AAPL
Obdobie 1	-7.27%	-16.95%	-7.70%	-10.29%	-7.09%	-10.42%	-8.84%	-9.93%	-5.41%	-8.05%
Obdobie 2	-2.71%	-4.38%	-3.63%	-4.34%	-2.53%	-3.28%	-3.28%	-3.17%	-2.81%	-3.61%
Rozdiel	4.56%	12.58%	4.07%	5.94%	4.56%	7.14%	5.56%	6.75%	2.60%	4.44%
	CSCO	IBM	INTC	MSFT	AXP	GS	V	JPM	DOW	DJIA
Obdobie 1	-7.76%	-7.33%	-9.29%	-7.89%	-10.81%	-10.23%	-7.83%	-9.96%	-12.31%	-7.90%
Obdobie 2	-1.76%	-3.50%	-5.06%	-2.82%	-3.49%	-2.49%	-3.43%	-2.63%	-4.19%	-1.62%
Rozdiel	5.99%	3.83%	4.23%	5.07%	7.31%	7.74%	4.39%	7.33%	8.12%	6.28%

Zdroj: vlastné spracovanie

Hodnoty miery CVaR a CDDaR sú uvedené v tabuľkách 2 a 3. Aj tieto hodnoty boli vyššie v Období 1 ako v Období 2. Aj túto skutočnosť dokumentujú hodnoty v riadku Rozdiel v oboch tabuľkách. V Tabuľke 2 sú všetky hodnoty miery rizika CVaR v Období 2 nižšie ako hodnoty v Období 1 a teda z toho vyplývajú aj kladné hodnoty v riadku Rozdiel. V Tabuľke 3 sú okrem spoločnosti Walmart (WMT) taktiež všetky hodnoty v Období 2 nižšie ako hodnoty v Období 1 a z toho vyplývajú všetky kladné hodnoty v riadku Rozdiel okrem spoločnosti Walmart (WMT), pre ktorú je zodpovedajúca hodnota -4,27%. Teda iba v prípade spoločnosti Walmart (WMT) a riziku CDDaR možno pozorovať lepšie Obdobie 1, ostatné prípady preferujú Obdobie 2. Teda z uvedeného vyplýva, že v prvom sledovanom období (od 1.11.2019 do 1.4.2020) sa prejavil vplyv nárastu ochorení na Covid-19 na finančných trhoch výraznejšie ako druhom sledovanom období (od 1.11.2020 do 1.4.2021).

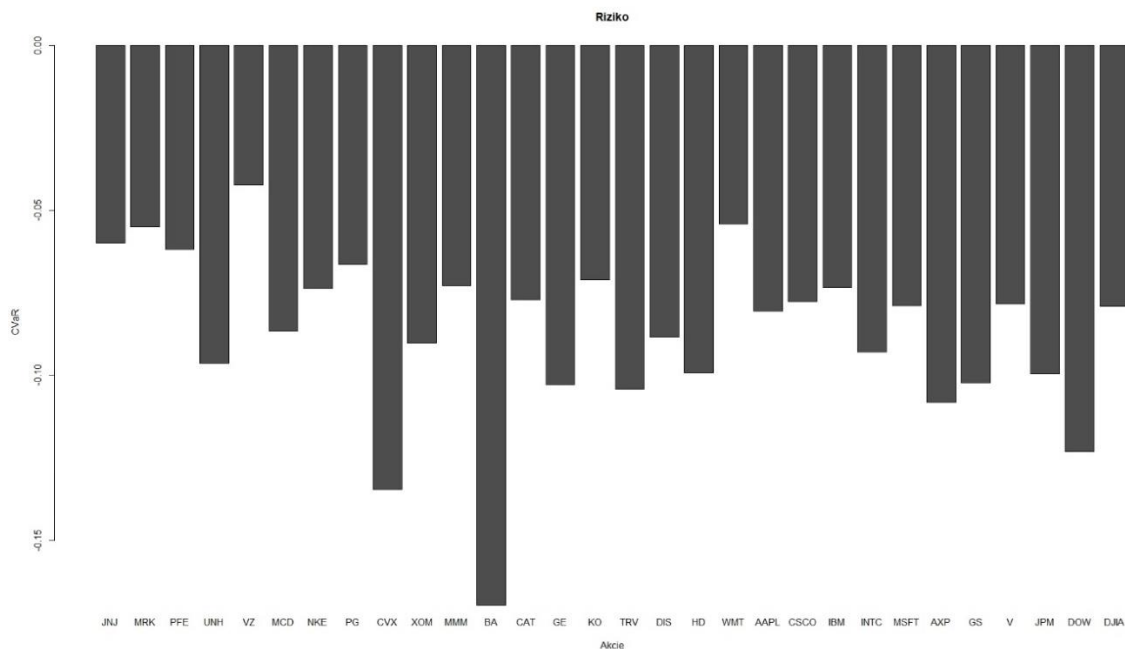
Tabuľka 3: Miera rizika CDDaR

CDDaR	JNJ	MRK	PFE	UNH	VZ	MCD	NKE	PG	CVX	XOM
Obdobie 1	-21.77%	-24.11%	-26.73%	-29.65%	-17.46%	-32.98%	-35.24%	-19.57%	-49.82%	-52.79%
Obdobie 2	-7.63%	-14.42%	-19.97%	-10.85%	-10.92%	-5.21%	-10.25%	-13.65%	-11.41%	-10.34%
Rozdiel	14.14%	9.68%	6.77%	18.80%	6.54%	27.77%	24.99%	5.92%	38.40%	42.45%
	MMM	BA	CAT	GE	KO	TRV	DIS	HD	WMT	AAPL
Obdobie 1	-28.49%	-70.73%	-36.14%	-50.08%	-32.46%	-37.93%	-40.20%	-34.12%	-11.33%	-27.02%
Obdobie 2	-6.34%	-17.13%	-6.87%	-10.95%	-11.61%	-6.97%	-8.60%	-10.29%	-15.60%	-16.47%
Rozdiel	22.15%	53.61%	29.27%	39.12%	20.85%	30.96%	31.60%	23.83%	-4.27%	10.55%
	CSCO	IBM	INTC	MSFT	AXP	GS	V	JPM	DOW	DJIA
Obdobie 1	-30.02%	-36.05%	-31.73%	-26.41%	-43.83%	-41.77%	-30.47%	-39.59%	-53.73%	-33.09%
Obdobie 2	-7.85%	-9.49%	-11.70%	-6.50%	-9.72%	-10.19%	-9.64%	-7.92%	-11.70%	-3.10%

Rozdiel	22.17%	26.56%	20.03%	19.91%	34.11%	31.58%	20.84%	31.67%	42.03%	29.99%
---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

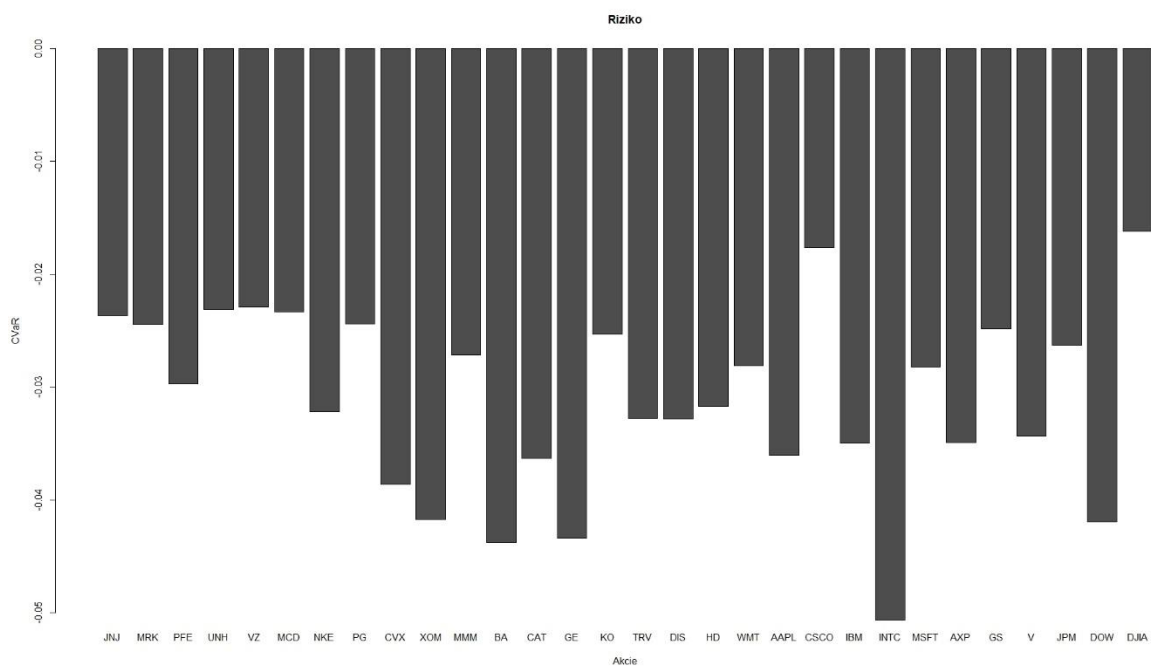
Zdroj: vlastné spracovanie

Možno teda konštatovať, že paradoxne, ako možno pozorovať na obrázku 1, v období 1 bol výrazne nižší nárast ochorení, ale na finančné trhy vplýval výraznejšie. Grafické zobrazenie ukazovateľov miery rizika CVaR v 1. období a v 2. období možno je na obrázkoch 2, 3.



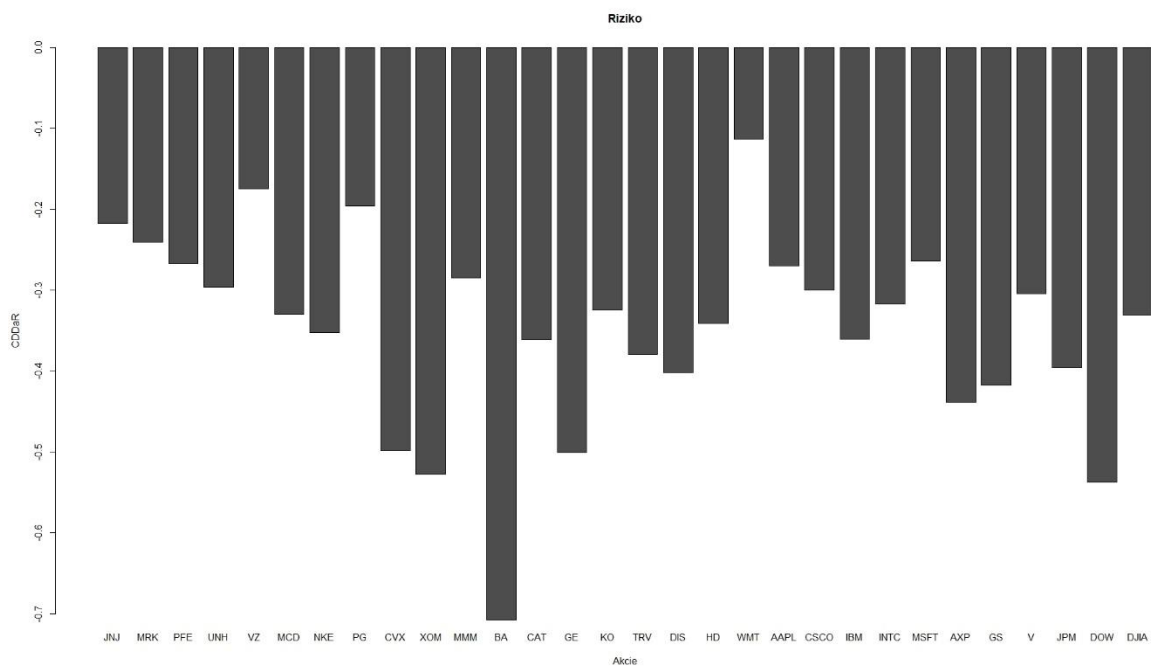
Obrázok 2 Hodnoty rizika CVaR akcií a indexu Dow Jones Industrial Average v prvej vlně Covid-19 (obdobie 1) Zdroj: vlastné spracovanie

Z obrázku 2 je zrejmé, že najnižšiu hodnotu miery rizika CVaR počas prvej vlny Covid-19 bola vypočítaná pre spoločnosť Boeing (BA), čo korešponduje s hodnotou -16,95% v Tabuľke 2. Pravdepodobne to súvisí s obmedzením cestovania, ktoré bolo pri prvej vlně pandémie drastické, ako aj s problémami lietadiel Boeing 737 MAX.



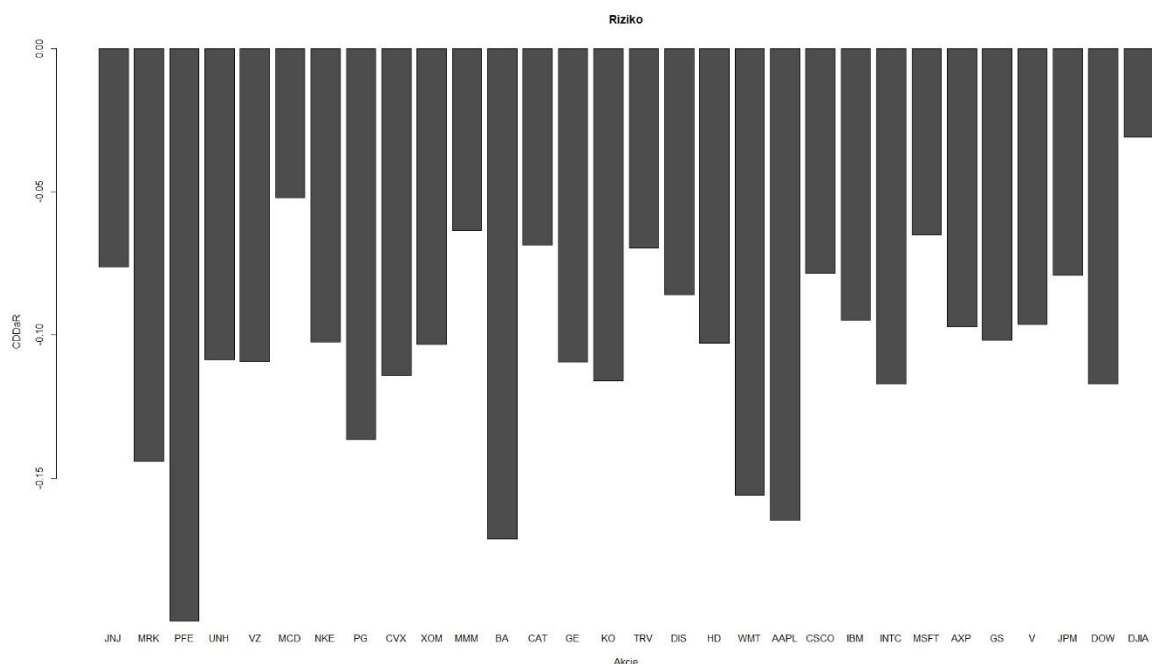
Obrázok 3 Hodnoty rizika CVaR akcií a indexu Dow Jones Industrial Average v druhej vlně Covid-19 (obdobie 2) Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku 3 bola najnižšia hodnota miery rizika CVaR počas druhej vlny Covid-19 vypočítaná pre spoločnosť Intel (INTC), čo korešponduje s hodnotou -5,06% v Tabuľke 2. Spoločnosť Intel Corporation (Integrated Electronics) je popredný výrobca mikroprocesorov a integrovaných obvodov, vyrába tiež ďalšie počítačové komponenty ako sieťové adaptéry, základné dosky a pod.



Obrázok 4 Hodnoty rizika CDDaR akcií a indexu Dow Jones Industrial Average v prvej vlně Covid-19 (obdobie 1) Zdroj: vlastné spracovanie

Aj z obrázku 4 je zrejmé, že najnižšiu hodnotu miery rizika CDDaR počas prvej vlny Covid-19 bola vypočítaná pre spoločnosť Boeing (BA), čo zodpovedá hodnote -70,73% v Tabuľke 2.



Obrázok 5 Hodnoty rizika CDDaR akcií a indexu Dow Jones Industrial Average v druhej vlně Covid-19 (obdobie 2) Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku 5 dosahuje najnižšiu hodnotu miery rizika CDDaR počas druhej vlny Covid-19 spoločnosť Pfizer Inc. (PFE), čo zodpovedá hodnote -19,97% v Tabuľke 2. Spoločnosť Pfizer Inc. vyvíja, vyrába, predáva a distribuuje biofarmaceutické výrobky, ponúka lieky a vakcíny v rôznych terapeutických oblastiach.

ZÁVER

Z uvedeného vyplýva, že aj keď druhá vlna výskytu vírusu (obdobie 2 od 1.11.2020 do 1.4.2021 - Obrázok 1) zasiahla USA podstatne silnejšie ako prvá vlna (obdobie 1 od 1.11.2019 do 1.4.2020 - Obrázok 1), neovplyvnilo to náladu na finančnom trhu. Z realizovanej analýzy vybraných mier rizika vyplýva (CVaR, CDDaR), že, paradoxne, nižší nárast ochorení v prvej vlně na finančné trhy vplýval výraznejšie. Aj tak však po počiatocnom šoku z celosvetového rozšírenia sa vírusu ostala náladu na finančnom USA „býčia“. Investori počiatocné obavy z rastu rozšírenia vírusu Covid 19 nakoniec považovali za prehnané. Väčšina indexov akciového trhu v roku 2020 rástla o dvojciferné percentuálne body a tie sa pohybovali okolo historických maxím, k čomu im pomohla nízka volatilita a výnosy spoločností, ktoré prekonávali očakávania.

Tieto skutočnosti potvrdili aj vypočítané hodnoty priemerných výnosov (Tabuľka 1), ako aj uvažovaných mier rizika (Tabuľka 2 a Tabuľka 3). Zdá sa, že investori sú podľa názoru mnohých odborníkov momentálne príliš optimistickí, možno ešte viac ako pred krachom na newyorskej burze v roku 1929. Preto sú analýzy na reálnych dátach veľmi dôležité, aby súčasná investičná bublina rýchlo nespľasla, čo by malo nezodpovedajúce následky pre celosvetovú ekonomiku.

Aj keď investori nevedia predpovedať budúcnosť, mali by mať predstavu o ďalšom vývoji na finančných trhoch. Preto sa autori pokúsili na akciovom indexe Index Dow Jones Industrial Average (DJIA) a jeho komponentoch porovnať vplyv jednotlivých vln ochorenia Covid-19 ukazovatele výnos a riziko, ktoré sú základnými ukazovateľmi investovania pomocou vybraných spôsobov výpočtu výnosov a rizika.

Literatúra

1. Goldberg, L. R., & Mahmoud, O. (2017). Drawdown: from practice to theory and back again. *Mathematics and Financial Economics*, 11(3), 275-297.
2. Möller, P. M. (2018). Drawdown Measures and Return Moments. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 21(07), 1850042.
3. Pekár, J. (2015). *Modely matematického programovania na výber portfólia*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
4. Pekár, J., Brezina, I., Reiff, M. (2018). Aplikácia mier rizika DrawDown na vybrané aktíva. In *Trendy v podnikaní 2018. Česko. - Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni*.
5. Pekár, J., Brezina, I., Brezina, I. ml. (2018). Portfolio Selection Model Based on Drawdown Performance Measure. In *Mathematical Methods in Economics*, Praha: Matfyzpress.
6. Pflug, G. C. (2000). Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In *Probabilistic constrained optimization* (pp. 272-281). Springer, Boston, MA.
7. Yamai, Y., & Yoshihara, T. (2002). On the validity of value-at-risk: comparative analyses with expected shortfall. *Monetary and economic studies*, 20(1), 57-85.
8. <https://www.finax.eu/sk/blog/vyvoj-trhov-v-roku-2020>
9. <https://us.spindices.com/indices/equity/dow-jones-industrial-average#overview>

Kontaktné údaje

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 2 67 295 821

email: ivan.brezina@euba.sk

prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 2 67 295 827

email: juraj.pekar@euba.sk

MONETÁRNA A FIŠKÁLNA POLITIKA V DSGE MODELI

MONETARY AND FISCAL POLICY IN A DSGE MODEL

Ádám Csápai

Abstrakt

V tomto príspevku odhadujeme DSGE model malej otvorenej ekonomiky na analýzu interakcií menovej a fiškálnej politiky v Maďarsku po Veľkej recesii. Prezentujeme log-linearizované rovnice modelu. Kombinujeme Bayesovský odhad a kalibráciu, aby sme získali hodnoty parametrov. Prezentujeme funkcie reakcie na impulz a preskúmame, ako produkcia, inflácia, nominálna úroková miera, vládne výdavky a vládne príjmy reagujú na exogénne šoky v produktivite, vládnych výdavkoch a nominálnej úrokovej miere. V dvoch prípadoch poskytujú politiky koordinovanú reakciu na šoky, zatiaľ čo v treťom prípade centrálna banka a vláda reagujú odlišne. Porovnáme tiež viacero modelov a vyberieme ten, ktorý najlepšie zodpovedá údajom. Okrem toho porovnáваме náš model s podobným modelom a dospejeme k záveru, že je dôležité zahrnúť do modelu dozadu hľadiaci prístup pri stanovovaní cien.

KLúčové slová: *monetárna politika, fiškálna politika, DSGE*

Abstract

In this paper we estimate a small open economy DSGE model to analyze the interactions of monetary and fiscal policy in Hungary after the Great Recession. We present the log-linearized model equations. We combine Bayesian estimation and calibration to get the parameter values. We plot the impulse response functions and examine how output, inflation, the nominal interest rate, government spending and government revenue reacts to exogenous shocks to productivity, government spending and the nominal interest rate. In two instances, the policies provide a coordinated response to shocks, while in the third instance the central bank and government reacts differently from each other. We also compare multiple models and select the one which best fits the data. In addition, we compare our model to a similar one and conclude that it is important to include backward looking price setting behavior in the model.

Key words: *monetary policy, fiscal policy, DSGE*

1 INTRODUCTION

Standard New Keynesian DSGE models do not have an active fiscal sector and they only introduce government expenditures as an exogenous autoregressive process. We cannot study the interactions between monetary and fiscal policy in these models. Because of this, Ratto et al. (2012) published the first model of the Eurozone which contains an all-encompassing fiscal sector. Since then, including an active fiscal sector in these models has become popular. In Hungary, the only model which includes an active fiscal sector is calibrated by Algozhina (2012). Our contributions to this literature are twofold. Firstly, we estimate a similar model using

Bayesian techniques and data for the period after the Great Recession. Secondly, we include a backward looking price setting mechanism in the model.

In the next chapter we present our model. Then we describe the calibration and estimation method, along with the priors and posterior estimates. In the fourth chapter we present and analyze the impulse response functions. In the fifth chapter we compare multiple different models. The last chapter concludes.

2 THE MODEL

Here we present only the log-linearized model. For a full model description please refer to Galí and Monacelli (2005, 2008), Çebi (2013) and Galí and Gertler (2000) and Csápai (forthcoming). The variables represent deviations from their steady state values, which are zero.

The log-linearized IS curve is given as

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - E_t\{\Delta g_{t+1}\} + \alpha(\omega - 1)(\rho_{c^*} - 1)c_t^* - \frac{1}{\sigma_\alpha}(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\}) \quad (1)$$

where α represents the degree of openness, c_t^* is an AR(1) process of world output, ρ_{c^*} is the autoregressive parameter and ω and σ_α are defined below

$$\omega = \sigma\gamma + (1 - \alpha)(\sigma\eta - 1) \quad (2)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{(1-\alpha)+\alpha\omega} \quad (3)$$

where γ represents the elasticity of substitution between foreign and domestic goods, η represents the elasticity of substitution between foreign goods sourced from multiple countries, and σ is the inverse elasticity of substitution in consumption.

The open economy hybrid New-Keynesian Phillips curve, which includes both forward- and backward-looking price setting mechanisms of firms, is presented below

$$\pi_{H,t} = \lambda^b \pi_{H,t-1} + \lambda^f E_t\{\pi_{H,t+1}\} + \kappa m c_t \quad (4)$$

where τ is the tax equation, $m c_t$ is marginal cost, κ represents the slope coefficient and λ^b and λ^f are defined as

$$m c_t = (\sigma_\alpha + \varphi)(y_t - y_t^n) - \sigma_\alpha g_t + \tau \quad (5)$$

$$\lambda^b = \frac{\xi}{\theta + \xi(1 - \theta(1 - \beta))} \quad (6)$$

$$\lambda^f = \frac{\beta\theta}{\theta + \xi(1 - \theta(1 - \beta))} \quad (7)$$

$$\kappa = \frac{(1 - \beta\theta)(1 - \theta)(1 - \xi)}{\theta + \xi(1 - \theta(1 - \beta))} \quad (8)$$

ξ represents the portion of backward looking firms. If $\xi = 0$ then the Phillips curve is forward looking, otherwise it is hybrid.

The central bank is represented by a Taylor (1993) type monetary policy rule defined as

$$r_t = \rho_r(r_{t-1} - r_t^n) + (1 - \rho_r)[r_\pi\pi_{H,t} + r_y(y_t - y_t^n)] + r_t^n + \epsilon_t^r \quad (9)$$

where ρ_r is the degree of interest rate smoothing, r_π is the reaction to inflation, r_y is the reaction to the output gap and ϵ_t^r is the interest rate shock. y_t^n the potential output and r_t^n the natural interest rate are defined as

$$y_t^n = \frac{(1+\varphi)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} a_t - \frac{(\sigma-\sigma_\alpha)}{(\sigma_\alpha+\varphi)} c_t^* \quad (10)$$

$$r_t^n = \sigma_\alpha(E_t\{y_{t+1}^n\} - y_t^n) + \sigma_\alpha\alpha(\omega - 1)(\rho_{c^*} - 1)c_t^* \quad (11)$$

where φ represents the inverse elasticity of labor supply and a_t is an AR(1) technology process.

Government spending and taxes are given as

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + (1 - \rho_g)[g_y(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + g_b b_t] + \epsilon_t^g \quad (12)$$

$$\tau_t = \rho_\tau \tau_{t-1} + (1 - \rho_\tau)[\tau_y(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + \tau_b b_t] \quad (13)$$

where ρ_g and ρ_τ are the fiscal smoothing parameters, g_y and τ_y represent the changes in the lagged output gap. g_b and τ_b give the reaction to changes in debt, and ϵ_t^g is the government spending shock.

Lastly, we can write the budget constraint as

$$b_{t+1} = r_t + \frac{1}{\beta} \left[b_t - \pi_{H,t} + (1 - \beta)(\tau_t - y_t) + \frac{\bar{C}}{\bar{B}}(g_t - \tau_t) \right] \quad (14)$$

where $b_t = \ln\left(\frac{B_t}{P_{H,t-1}}\right)$ is a predetermined variable, B_t is nominal debt, \bar{C} is the steady state private consumption to GDP ratio and \bar{B} is the steady state debt to GDP ratio.

3 CALIBRATION AND ESTIMATION METHODOLOGY

We assign values to the model parameters combining both calibration and Bayesian estimation. Table 1 presents the calibrated and table 2 presents the estimated parameter values. The parameters in table 1 are calibrated because their values are almost identical in most studies, such as Algozhina (2012), Çebi (2013), Jakab and Kónya (2016), Jakab and Világi (2008). \bar{C} and \bar{B} are set at 0.51 and 0.78, respectively, by calculating the sample means for our estimation period.

Table 1. Calibrated values.

Parameter	Calibrated value
α	0.69
η	1.00
γ	1.00
β	0.99
\bar{C}	0.51
\bar{B}	0.78

Table 2 presents the prior means and standard deviations required for Bayesian estimation. We either borrow and slightly modify the prior means and standard deviations from other studies

[Jakab and Kónya (2016), Jakab and Világi (2008), Çebi (2013), Algozhina (2012)] or obtain them by running OLS regressions in EViews, as in the case of the AR parameters of world output, government spending and taxes. Table 2 also contains the estimation results. The model is estimated using seasonally adjusted data on real GDP, CPI inflation, three-month T-bill rate, government spending to GDP ratio and tax to GDP ratio. We obtained the data for Hungary from the International Financial Statistics database and it covers the period of 2010Q1:2018Q4. We detrend the data either by differencing or HP filter and estimate the model in Dynare for Matlab.

Table 2. Parameter estimates.

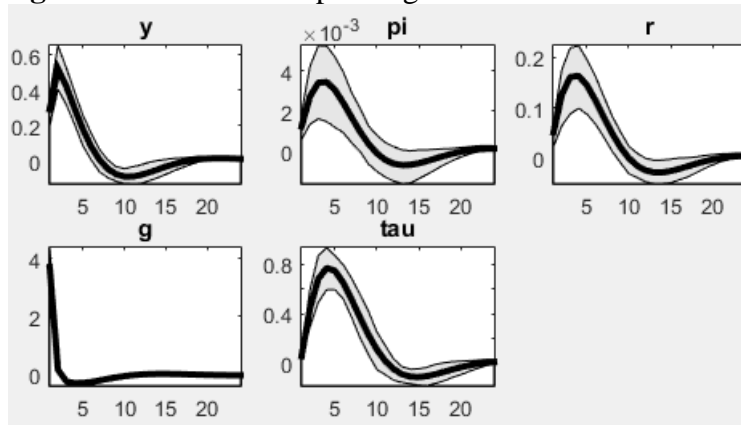
Parameter	Prior mean	Prior standard deviation	Posterior mode	Posterior standard deviation	Posterior mean	Lower 90% confidence band	Upper 90% confidence band
θ	0.93	0.02	0.97	0.006	0.97	0.956	0.977
φ	3.00	0.20	2.98	0.20	2.98	2.659	3.304
σ	2.50	0.20	2.55	0.19	2.52	2.214	2.844
ρ_r	0.76	0.05	0.73	0.05	0.72	0.642	0.804
r_π	1.50	0.40	1.39	0.38	1.50	0.859	2.160
r_y	0.50	0.10	0.51	0.10	0.53	0.357	0.683
ρ_g	0.68	0.14	0.13	0.02	0.13	0.099	0.164
g_y	0.50	0.20	1.41	0.17	1.39	1.140	1.668
ρ_τ	0.73	0.05	0.63	0.05	0.63	0.550	0.712
τ_y	0.63	0.20	0.69	0.20	0.69	0.368	1.013
g_b	0.40	0.02	0.36	0.02	0.36	0.326	0.393
τ_b	0.40	0.02	0.40	0.02	0.40	0.371	0.433
ξ	0.75	0.05	0.74	0.05	0.74	0.657	0.819
ρ_a	0.50	0.15	0.50	0.18	0.51	0.248	0.739
ρ_{c^*}	0.80	0.05	0.84	0.03	0.84	0.787	0.899
ϵ_t^r	0.30	2.00	0.28	0.03	0.29	0.239	0.350
ϵ_t^g	3.30	4.00	3.34	0.38	3.45	2.802	4.104
ϵ_t^a	0.01	2.00	0.005	0.002	0.009	0.002	0.017

4 IMPULSE RESPONSE FUNCTIONS

To analyze the results, we plot the Bayesian impulse response functions (IRF) with 90% confidence bands. Three shocks affect the model economy. These are the productivity, government expense and interest rate shocks. We study how output, inflation, the interest rate, government spending and tax reacts to these shocks.

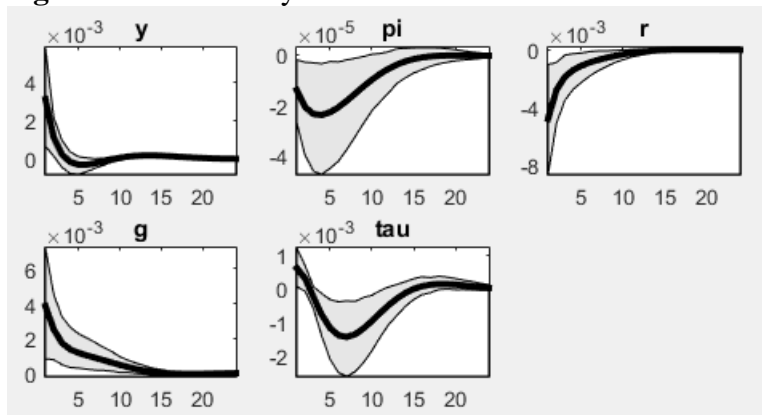
We first study the effects of a government spending shock. We present the results on figure 1. An unexpected increase in government spending results in the rise of output and inflation. The former is expected, but at first sight the latter seems contradictory. It is expected that government spending decreases inflation according to the marginal cost equation. In this case, however, the output increase offsets the effect government spending has on marginal cost. This explains the rising inflation. Since inflation rises, the central bank raises interest rates. Because of the higher interest rates and government spending, debt increases as well. To stabilize debt levels, the government needs more taxes. To sum up, our case is a unique situation, where expansionary fiscal policy, restrictive monetary policy and increased taxation are present at the same time.

Figure 1: Government spending shock



Source: author's estimates in Dynare

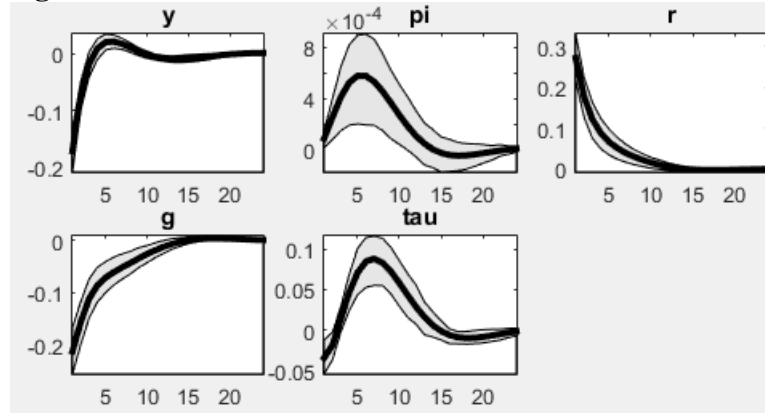
Figure 2: Productivity shock



Source: author's estimates in Dynare

Next, on figure 2 we present how an unexpected increase in productivity affects the economy. An increase in potential output is accompanied by a decrease in the natural interest rate. This leads to a fall in the nominal interest rate. Because of this, real interest rates also fall. This fall is, however, mitigated to a certain degree by the decreasing inflation. Since this latter decrease is smaller than the decrease in the nominal interest rate, output is increased. The fall of the nominal interest rate also leads to a decrease in debt stock. Because of this, the government can conduct expansionary fiscal policy, namely reduce taxes and increase spending. Inflation falls because the decreased tax burden on firms lowers marginal cost.

Last, but not least, figure 3 plots the results of an unexpected increase in the nominal interest rate. Output and inflation decrease. Government bond coupons rise, leading to an increase in debt levels. This leads to restrictive fiscal policy, namely cuts in government spending and increased taxation. Lower government spending exacerbates the decrease in output while taxes reduce purchasing power, leading to a fall in demand. These measures then affect marginal cost. Firms want to move the increased cost burden onto households by raising prices. This leads to inflation. We see that the decrease in inflation is offset by restrictive fiscal policy, resulting in a higher price level. To sum up, both the central bank and government implement restrictive policies.

Figure 3: Interest rate shock

Source: author's estimates in Dynare

5 MODEL COMPARISON

In this chapter we compare four DSGE models using Bayesian techniques, because in some models fiscal policy does not react to the actual or lagged values of output gap but to output. The results are in Table 3. In the first model fiscal policy reacts to output, in the second to lagged output, in the third to actual output and in the fourth to lagged output gap.

Table 3. Model comparison.

Parameter	Prior weights	Log marginal density	Bayesian probability ratio	Posterior model probability
Model 1	0.25	-107.69	1.0	0.00
Model 2	0.25	-105.97	5.57	0.00
Model 3	0.25	-97.64	11552.98	0.01
Model 4	0.25	-93.06	1125458.05	0.99

We compare Model 2, 3 and 4 to Model 1. In the third column we present the log marginal density of each model. This is a measure of how well the model parameters describe the data and a model with a higher value is considered better. In the fourth column we calculate the Bayes ratio, where the model with the higher value better represents the data. The last column also supports our conclusion, namely that Model 4 describes the data best. We plot the IRFs of this model in the previous chapter.

In addition, we compare our results to the only DSGE model calibrated for the Hungarian economy by Algozhina (2012), which includes fiscal policy. In that model the Calvo parameter is set at 0.90. In our work the estimated value of this parameter is 0.95. This means that the portion of firms which can adjust their prices is even smaller than expected. Secondly, in the referenced model the degree of interest rate smoothing is 0.76. In this paper the estimated value of this parameter is 0.73. This means that the monetary authority puts less weight than expected on past interest rates when adjusting the policy rate. Thirdly, it is also clear that the monetary authority considers not just past interest rates but macroeconomic variables as well. In the referenced study the weight on inflation is set at 1.37. In this paper the estimated value of this parameter is 1.5, which corresponds to the literature standard. In addition, the weight on the output gap is set at 0.125 in the referenced study. In this study the estimated value of this parameter is 0.51, which is close to 0.50, the latter representing the standard value in the

literature. Based on this we can conclude that compared to the referenced study, the monetary authority of the model estimated in this paper puts slightly less weight on the past value of interest rates when setting the policy rates. On the other hand, it puts greater emphasis on inflation and stimulating the economy. Fourthly, in the referenced study there are no backward looking firms. In this paper the estimated value of the parameter characterizing backward looking price setting behavior is 0.75. This means that a huge portion of firms adjusts their prices according to historical price behavior. Since the portion of these firms is high in Hungary, the DSGE models estimated in the future for the Hungarian economy should take this parameter into consideration. Fifthly, the reaction of taxes and government spending to debt is set at 0.4 in the referenced study. In this paper the estimated values of these parameters are 0.4 and 0.36, respectively. This means that according to the results of our estimation the fiscal authority puts less weight on debt when it considers government spending adjustments. To sum up, when we compare our results to the referenced study, we mostly find minor differences, with the output gap and the autoregressive parameter of technology being the exception.

6 CONCLUSION

In this paper we estimate a small open economy DSGE model with fiscal policy using Bayesian methods and data from the Hungarian economy. We study the interactions between monetary and fiscal policy and how do they react to shocks. We conclude that the government increases both spending and taxation as a reaction to a government spending shock, while the central bank implements restrictive monetary policy. In case of a productivity shock, both the government and central bank implements expansionary policy measures. Last, but not least, in the case of an interest rate shock, both the central bank and government implement restrictive policy measures. In addition, we see that it is important to include backward looking price setting mechanism in the model, as a huge portion of firms set their prices based on historical data.

Acknowledgements

This research was supported by the Economic Department of the Márton Áron College for Advanced Studies at the Eötvös Loránd University in Budapest.



ELTE Márton Áron Szakkollégium

References

1. ALGOZHINA, A. 2012. Monetary and Fiscal Policy Interactions in an Emerging Open Economy: A Non-Ricardian DSGE approach. In: FIW Working Paper No. 94.
2. ÇEBİ, C. 2012. The interaction between monetary and fiscal policies in Turkey: An estimated New Keynesian DSGE model. In: Economic Modelling, vol. 29, pp. 1258-1267.

3. CSÁPAI, Á. Forthcoming. Analyzing the interactions of monetary and fiscal policy in a small open economy using a DSGE model [Conference presentation]. EDAMBA 21 – 24st International Scientific Conference for Doctoral Students and Post-Doctoral Scholars, Bratislava, Slovakia.
4. GALÍ, J., GERTLER, M. 2000. Inflation Dynamics: a Structural Economic Analysis. In: NBER Working Paper 7551, pp. 1-31.
5. GALÍ, J., MONACELLI, T. 2002. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. In: NBER Working Paper 8905, pp. 1-45.
6. GALÍ, J., MONACELLI, T. (2008). Optimal monetary and fiscal policy in a currency union. In: Journal of International Economics, vol. 76, pp. 116-132.
7. JAKAB, Z., KÓNYA, I. 2016. An open economy DSGE model with search-and-matching frictions: the case of Hungary. In: Emerging Markets Finance and Trade, vol. 52, no. 7, pp. 1606-1626.
8. JAKAB, Z., VILÁGI, B. 2008. An estimated DSGE model of the Hungarian economy. In: MNB working papers 9, pp. 1-86.
9. RATTO, M., ROEGER, W., VELD, J. (2012). QUEST III: An estimated open-economy DSGE model of the euro area with fiscal and monetary policy. In: Economic Modelling, vol. 26, pp. 222-233.
10. TAYLOR, J. 1993. Discretion versus policy rules in practice. In: Carnegie-Rochester Conference series on public policy, vol. 39, no. 1, pp. 194-214.

Kontaktné údaje

Ing. Ádám Csápai

University of Economics in Bratislava, Faculty of business informatics

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Slovak Republic

PRIESTOROVÝ MODEL DUOPOLU SO ZÁSAHOM REGULÁTORA¹

SPATIAL DUOPOLY MODEL WITH REGULATOR INTERVENTION

Zuzana Čičková, Patrícia Holzerová

Abstrakt

Problematika umiestňovania subjektov na trhu, priestorovej konkurencie a dôležitosti vzdialenosti v priestore je stále viac diskutovanou a perspektívnou témou. Firmy sa na trhu snažia pôsobiť čo najefektívnejšie a preto musia robiť strategické rozhodnutia či už v oblasti logistiky a umiestnenia svojho pôsobenia, alebo financovania ich aktivít. Práve ekonomická situácia býva dôvodom, prečo firmy hľadajú pomoc u štátu. Ten pri jej poskytovaní sleduje aj svoje zábery, ktoré sa snaží realizovať aj finančnou motiváciou týchto firiem. Predmetom nášho príspevku je prezentácia modelu priestorovej konkurencie, v ktorom do rozhodovacieho procesu firiem o ich lokácii vstupuje regulátor ako autorita sledujúca svoje ciele. Na ich realizáciu využíva efektívne nástroje ako dotácie, či cieleňú reklama na spotrebiteľov.

***Kľúčové slová:** priestorová konkurencia, regulátor, dotácia*

Abstract

The issue of market placement, spatial competition and the importance of distance in space is an increasingly debated and promising topic. Companies try to operate in the market as efficiently as possible and therefore they have to make strategic decisions, whether in the field of logistics and the location or financing of their activities. It is mostly the economic situation why companies seek financial help from the state. When providing it, state also monitors its intentions, which it also tries to realize through the financial motivation of these companies. The subject of our paper is the presentation of the model of spatial competition, in which the regulator enters into the decision-making process of their location as an authority pursuing its goals. It uses effective tools such as subsidies or targeted advertising for consumers to implement them.

***Keywords:** spatial competition, regulator, subsidy*

1 ÚVOD

Cestu k úspechu firiem na trhu definuje niekoľko faktorov. Jedným z takýchto faktorov, ktorému je potrebné venovať pozornosť hneď na začiatku, je práve výber umiestnenia, či už ide o pobočky, prevádzky, alebo výrobné priestory. Problematike umiestňovania subjektov na trhu sa venujú lokačné modely, ktoré úzko súvisia s pojmom priestorová konkurencia. Tá prenáša konkurenčné prostredie do priestoru. Aplikácii priestorovej konkurencie v ekonomickej teórii sa vo svete venuje stále viac autorov, pričom ich prístup k tejto téme je rôzny. Okrem ekonomickej sféry je možné stretnúť sa s nimi aj v ďalších rozličných oblastiach života - logistike, plánovaní, politike či ekológii. Spojenie priestorovej konkurencie

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0427/20 - *Viackriteriálne modely teórie hier v ekonómii a politológii*

s teóriou hier, ktorá predstavuje nástroj na analýzu strategického správania, ktoré je pre pôsobenie firiem kľúčové, je špecifickou a veľmi perspektívnou témou aj do budúcnosti.

Jedným z prvých, ktorí sa začali venovať problematike priestorovej konkurencie bol matematik a ekonóm H. Hotelling (1929), ktorý predstavil model spočívajúci v prítomnosti dvoch firiem hľadajúcich čo najvýhodnejšiu pozíciu na lineárnom trhu. Model je základom množstva teórií produktovej diferenciácie a lokácie, čoho dôkazom sú publikácie ako (C. D'Aspremont et al., 1979), (Graitson, 1982), (Anderson, 1988) či novšia práca od (Goryunov et al., 2017). Aj napriek tomu, že sa začiatky problematiky priestorových modelov spájajú s Hotellingom a práve na jeho prácu nadväzuje najväčšie množstvo autorov, v skutočnosti sa prvý známy pokus analyzovať ekonomickú činnosť v priestore spája s nemcom J.H. Von Thunen. Jeho teória z roku 1826 vysvetľovala umiestnenie výrobných aktivít v izolovanom mestskom štáte s pôdou a homogénnymi zdrojmi (Gehling, 1965). Ďalším bol Weber (1909), ktorý vyvinul teóriu umiestňovania priemyslu (Fearon, 2002). Rovnako ešte pred Hotellingom publikoval svoju prácu Fetter (1924), jeden z prvých autorov, ktorí položili základy analýze vzťahov a vzájomnej závislosti medzi firmami.

Pri otázke najdôležitejších faktorov vplyvujúcich na úspech firiem na trhu nemožno zabudnúť aj na spôsob financovania, keďže dostatočné množstvo finančných prostriedkov umožňuje firmám realizáciu ich plánov a cieľov. Finančnú situáciu podnikov ovplyvňuje taktiež množstvo faktorov, ktorých nepriaznivý vývoj môže ohroziť ich ďalšie pôsobenie. V takýchto prípadoch sa firmy môžu obrátiť aj na štát. Štátna pomoc však okrem pomoci môže spôsobiť narušenie hospodárskej súťaže a zvyhodňovanie, resp. znevýhodňovanie určitých subjektov, kdeže ide o jeden zo spôsobov akým môže štát ovplyvňovať a kontrolovať trh. To, komu poskytne pomoc v rámci stanovených kritérií ovplyvňujú teda jeho preferencie a zámery. Predmetom nášho príspevku je prezentácia modelu priestorovej konkurencie, v ktorom sa firmy vstupujúce na trh rozhodujú o lokácii svojho pôsobenia, pričom na ich rozhodnutia vplyva regulátor ako autorita sledujúca takéto zámery. Idea priestorovej hry vychádza z článku (Lopez a Čičková, 2018) a model je inšpirovaný modelom prezentovaným v (Čičková a Holzerová, 2020a) a (Čičková a Holzerová, 2020b), pričom využíva metódy viackriteriálneho rozhodovania, kde sú jednotlivé ciele definované zámermi regulátora, ktorý na ich dosiahnutie volí formy ovplyvňovania situácie na trhu vplyvom na ceny produktov ponúkaných firmami i na spotrebiteľov prostredníctvom cielenej reklamy.

2 MODEL SO ZÁSAHOM REGULÁTORA

Uvažujeme hru, v ktorej firmy vstupujúce na trh so známymi cenami svojich produktov musia urobiť rozhodnutie, v ktorej oblasti vybudujú miesto svojho pôsobenia. Do takejto hry definovanej na grafe vstupuje regulátor, ktorého cieľom je motivovať tieto spoločnosti zvoliť si lokalitu, ktorá je v záujmoch regulačných plánov a cieľov. Voľba preferovaného uzla môže mať niekoľko príčin, či už ekonomických, alebo politických. Pre takýto zásah využíva autorita dva nástroje, ktorých využitie so sebou nesie náklady znášané výlučne regulátorom, pričom ich výsledkom by malo byť ovplyvnenie oboch strán na trhu, teda výrobcov aj spotrebiteľov. Prvým nástrojom je finančná pomoc poskytnutá vo forme dotácií alebo jednorazového príspevku na ceny firmám, za ktoré ponúkajú svoje výrobky alebo služby. Takýto príspevok reprezentuje parameter c . Druhým nástrojom je cieleňá reklama, ktorou sa regulátor snaží ovplyvniť správanie spotrebiteľov. V tomto prípade uvažujeme s parametrom $\lambda \in (0,1)$, ktorý predstavuje akési uvedomenie spoločnosti. Zároveň udáva percentuálny podiel spotrebiteľov, ktorí budú nasledovať jeho odporúčania. To znamená, že budú nakupovať alebo realizovať obsluhu v určenom uzle, a to bez ohľadu na výšku svojich

nákladov. Uvedené predpoklady je možné popísať nasledujúcim matematickým modelom s parametrami:

- $n \in Z^+$ – počet uzlov
- $V = \{1, 2, \dots, n\}$ – množina všetkých uzlov
- $V^{(p)} \subseteq V$ – množina preferovaných uzlov
- $V^{(u)} \subseteq V$, $V = V^{(p)} \cup V^{(u)}$ – množina nepreferovaných uzlov
- $d_{ij} \geq 0$, $i, j \in V$ – najkratšia vzdialenosť medzi uzlami i a j
- $t > 0$ – jednotkové prepravné náklady
- $p_1 > 0$ – cena produktu hráča 1
- $p_2 > 0$ – cena produktu oponenta (hráča 2)
- M – veľké kladné číslo
- ε – malé kladné číslo

a premennými:

- $w_i \in \langle 0, n \rangle$ – počet obslužených uzlov hráča 1
- $x_i \in \langle 0, 1 \rangle$, $i \in V$ – i -ta zmiešaná stratégia hráča 1
- $y_j \in \langle 0, 1 \rangle$, $j \in V$ – j -ta zmiešaná stratégia hráča 2
- $a_{ij} \in \langle 0, n \rangle$, $i, j \in V$ – matica platieb hráča 1
- $b_{kij}^{(1)} \in \{0, 1\}$; $k, i, j \in V$,
- $b_{kij}^{(2)} \in \{0, 1\}$; $k, i, j \in V$,
- $b_{kij} \in \langle -1, 1 \rangle$; $k, i, j \in V$
- $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$ – percento uvedomelých spotrebiteľov
- c – dotácia regulátora
- d_1 – odchýlka prvej úrovne
- l_{kij} – rozdiel nákladov oproti hráčovi 2
- s_{kij} – pomocná premenná pre stanovenie prvkov a_{ij}

Finálny model má potom tvar:

$$d_1 \rightarrow \min \tag{1}$$

$$\sum_{i \in V^{(p)}} x_i + \sum_{j \in V^{(p)}} y_j + d_1 = 2 \tag{2}$$

$$t * d_{kj} + p_2 - c - (t * d_{ki} + p_1 - c) = l_{kij}; k, i \in V^{(p)}, j \in V^{(p)} \tag{3}$$

$$t * d_{kj} + p_2 - (t * d_{ki} + p_1 - c) = l_{kij}; k, i \in V^{(p)}, j \in V^{(u)} \tag{4}$$

$$t * d_{kj} + p_2 - c - (t * d_{ki} + p_1) = l_{kij}; k, i \in V^{(u)}, j \in V^{(p)} \tag{5}$$

$$t * d_{kj} + p_2 - (t * d_{ki} + p_1) = l_{kij}; k, i \in V^{(u)}, j \in V^{(u)} \tag{6}$$

$$l_{kij} \leq M * b_{kij}^{(1)}; k, i, j \in V \tag{7}$$

$$l_{kij} \geq -M * b_{kij}^{(2)}; k, i, j \in V \tag{8}$$

$$b_{kij}^{(1)} + b_{kij}^{(2)} \leq 1; k, i, j \in V \tag{9}$$

$$b_{kij} = b_{kij}^{(1)} - b_{kij}^{(2)}; k, i, j \in V \tag{10}$$

$$b_{kij}^{(1)} * l_{kij} \geq \varepsilon * b_{kij}^{(1)}; k, i, j \in V \tag{11}$$

$$b_{kij}^{(2)} * l_{kij} \leq -\varepsilon * b_{kij}^{(2)}; k, i, j \in V \tag{12}$$

$$s_{kij} = \frac{b_{kij} + 1}{2}; k, i \in V^{(p)}, j \in V^{(p)} \quad (13)$$

$$s_{kij} = \frac{b_{kij} + 1}{2} * (1 - \lambda) + \lambda; k, i \in V^{(p)}, j \in V^{(u)} \quad (14)$$

$$s_{kij} = \frac{b_{kij} + 1}{2} * (1 - \lambda); k, i \in V^{(u)}, j \in V^{(p)} \quad (15)$$

$$s_{kij} = \frac{b_{kij} + 1}{2}; k, i \in V^{(n)}, j \in V^{(n)} \quad (16)$$

$$a_{ij} = \sum_{k \in V} s_{kij}; i, j \in V \quad (17)$$

$$w \leq \sum_{i \in V} a_{ij} * x_i; j \in V \quad (18)$$

$$w \geq \sum_{j \in V} a_{ij} * y_j; i \in V \quad (19)$$

$$\sum_{i \in V} x_i = 1 \quad (20)$$

$$\sum_{j \in V} y_j = 1 \quad (21)$$

Hodnota účelovej funkcie (1) predstavuje odchýlku od cieľa vybudovať pobočky hráčov v preferovaných oblastiach (2). Podmienky (3) až (17) slúžia na výpočet matice platieb hráča 1. Obaja hráči sa rozhodujú o svojich lokáciách, pričom predpokladáme, že každý z nich preferuje jeden uzol. Na základe preferencií a rozhodnutí o zvolených miestach spotreby môžu nastať nasledujúce prípady:

- (3) prípad, že sa obaja hráči rozhodnú vybudovať svoje pobočky v preferovaných uzloch,
- (4) prípad, že sa v preferovanom uzle rozhodne vybudovať svoju pobočku len hráč 1,
- (5) prípad, že sa v preferovanom uzle rozhodne vybudovať svoju pobočku len hráč 2,
- (6) prípad, že sa ani jeden z hráčov nerozhodne vybudovať svoju pobočku v preferovanom uzle.

Podmienky (11) a (12) určujú prvky matice platieb v prípade rovnosti nákladov. Podmienky (13) až (16) určujú prvky matice \mathbf{A} v závislosti od percenta uvedomelých zákazníkov podľa preferencie regulátora. Podmienky (18) až (21) umožňujú stanoviť rovnovážne stratégie hráča 1 and hráča 2.

Výsledkom prvého stupňa úlohy by teda malo byť zabezpečenie vybudovania miesta spotreby v určených uzloch. V druhom stupni zavádzame do modelu druhé kritérium a účelovú funkciu minimalizujúcu odchýlku od neho. Nahradíme teda účelovú funkciu (1) a cieľ (2).

Nová účelová funkcia minimalizuje odchýlku d_2 :

$$d_2 \rightarrow \min \quad (22)$$

od cieľa druhej úrovne

$$\lambda - d_2 = 0 \quad (23)$$

pričom pridáme obmedzenie

$$\sum_{i \in V^{(p)}} x_i + \sum_{j \in V^{(p)}} y_j + d_1^* = 2 \quad (24)$$

kde d_1^* je optimálne riešenie úlohy (1) až (21).

Tento cieľ reprezentuje záujem regulátora určiť percento „presvedčených“ spotrebiteľov. Žiaduce sú čo najmenšie hodnoty, keďže motivácia a získavanie týchto spotrebiteľov so sebou nesie náklady, ktoré musí regulátor znášať (napríklad náklady na reklamu).

Medzi nástroje regulátora patrí aj finančný príspevok pre hráčov (firmy), ktoré sa rozhodnú vybudovať svoje pobočky práve v preferovaných oblastiach. Regulátor si ako finančnú pomoc zvolil dotáciu ceny, ktorá ovplyvňuje proces rozhodovania zákazníkov vyberajúcich si jedného z hráčov. Zohľadňujúc informáciu o uvedomelých zákazníkoch, získanú z časti 2, v treťom stupni v modeli účelovú funkciu a cieľ nahradí účelová funkcia

$$d_3 \rightarrow \min \quad (25)$$

minimalizujúca odchýlku od cieľa

$$c - d_3 = 0 \quad (26)$$

pričom pridáme obmedzenie

$$\lambda - d_2^* = 0 \quad (27)$$

kde d_2^* je optimálne riešenie úlohy (3)-(24).

3 ZÁVER

Modely priestorovej konkurencie sú všeobecne veľmi diskutovanou témou, pričom prístupy k nej sa líšia. Finančná situácia podnikov, ich strategické rozhodnutia ohľadom voľby cien ponúkaných produktov a služieb, forma prezentácie i reklamy či voľba miesta ich sídla, výrobných priestorov, skladov či pobočiek sú dôležitými témami, ktorým sa musia už v momente vstupovania na trh venovať. Finančná situácia však súvisí aj s externými faktormi, ako sú ekonomické cykly či stav vo svete. To bývajú dôvody, kedy musí využívať formy pomoci, medzi ktoré patria aj štátne dotácie. Tie, okrem ich pozitívneho vplyvu, so sebou nesú aj množstvo rizík, ako je narušenie hospodárskej súťaže v dôsledku sledovania svojich vlastných cieľov. To je dôvod, prečo musia byť tieto aktivity regulované. Pri vstupe autority do rozhodovacieho procesu preto musia byť splnené stanovené kritériá. V takom prípade môžu byť naplnené ciele oboch strán, štátne a regulačné a podnikové. Predmetom nášho príspevku je prezentácia modelu, v ktorom sa firmy vstupujúce na trh rozhodujú o mieste svojho pôsobenia. Do ich rozhodovacieho procesu vstupuje regulátor, ktorého zámer je motivovať firmy zvoliť si ním preferované miesta. Na to mu slúži finančná pomoc vo forme dotácie. Zároveň sa snaží cielenou reklamou ovplyvniť spotrebiteľov, ktorých správanie je dôležitým faktorom v procese hľadania optimálnych stratégií podnikov. V ďalšej fáze sa regulátor snaží minimalizovať tieto nástroje tak, aby boli jeho náklady čo najnižšie.

Použitá literatúra

1. ANDERSON, S. P. 1988. Equilibrium Existence in the Linear Model of Spatial Competition. *Economica*, s. 479-491.
2. ČIČKOVÁ, Z. a HOLZEROVÁ, P. 2020. Stanovenie ceny duopolistu v modeli priestorovej konkurencie: Determination of the Duopolist Price in Spatial Competition Model. *Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu: mezinárodní vědecký seminář*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, s. 11-17. ISBN 978-80-225-4774-1.

3. ČIČKOVÁ, Z. a LOPEZ, A.J.S. 2018. Price Policy in Games in Spatial Competition. In: Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making. XIX: Proceedings of the International Scientific Conference: 23rd May - 25th May 2018, Trenčianske Teplice, Slovakia. Bratislava: Letra Edu, s. 313-319. ISBN 978-80-89962-07-5.
4. FEARON, D. 2002. Alfred Weber, Theory of the Location of Industries, 1909. CSISS Classics.
5. FETTER, F. A. 1924. *The Economic Law of Market Areas*. In: The Quarterly Journal of Economics, 38(3), s. 520–529.
6. GEHLING, G. J. 1968. An evaluation of spatial equilibrium models for policy decisions in the dairy industry.
7. GORYUNOV, M., Kokovin, S., a Tabuchi, T. 2017. Continuous spatial monopolistic competition: matching goods with consumers. Higher School of Economics Research Paper No. WP BRP, 173.
8. GRAITSON, D. 1982. Spatial Competition a la Hotelling: A Selective Survey. The Journal of Industrial Economics, s. 11-25.
9. HOTELLING, H. 1929. Stability in competition. In: The Economic Journal, 1929, 39(153), s. 41-57.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Zuzana Čičková, PhD.
University of Economics in Bratislava,
Faculty of business informatics
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Slovak Republic
email: zuzana.cickova@euba.sk

Kontaktné údaje

Ing. Patrícia Holzerová
University of Economics in Bratislava,
Faculty of business informatics
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Slovak Republic
email: patricia.holzerova@euba.sk

HEURISTIKA PRO OPTIMALIZACI TRAS OD DODAVATELŮ

HEURISTIC FOR IMPORVING VEHICLE ROUTING FROM SUPPLIERS

Ing. Marek Daniel

Abstrakt

Cílem je nalézt a porovnat možnosti řešení rozsáhlého svozního problému s více druhy zboží a heterogenním vozovým parkem. Je prezentován matematický model řešené úlohy a vytvořena heuristika v jazyce VBA. Po popisu heuristiky je provedeno srovnání výsledků získaných z MPL a z heuristiky. U úloh menších rozměrů je řešení z heuristiky průměrně horší o 9 % než optimální řešení nalezené v MPL. U větších úloh, kde MPL do 30 minut optimum nenajde, je porovnání provedeno s nejlepším dosud nalezeným řešením. V takovém případě nachází heuristika průměrně o 4,8 % horší řešení, ale ve významně kratším čase.

***Klíčová slova:** heuristika, MPL, optimalizace tras vozidel, svozní problém, VBA*

Abstract

The goal is to find and compare the possible solutions of a large Vehicle Routing Problem with multiple types of products and heterogenous fleet. The mathematical model of the problem at hand is formulated and a new heuristic to solve the problem is implemented in VBA. A description of the heuristic is provided and a comparison of the results obtained from MPL and the heuristic is made. For small sample problems, the heuristic finds a solution which is on average 9 % worse than the optimal solution found by MPL. For large problems, MPL cannot find the optimal solution within 30 minutes, therefore the comparison is made to the best solution MPL found within the given time. In such cases, the solution from the heuristic is on average worse by 4.9 % but can be found within several seconds.

***Keywords:** heuristic, MPL, VBA, vehicle routing problem*

1 ÚVOD

V řešené úloze se jedná o rozšíření rozvozní úlohy o heterogenní vozový park a více druhů zboží. Existuje více dodavatelů na různých místech a ti poskytují různé druhy zboží za různé ceny. Cílem řešení úlohy je uspokojit danou poptávku po různých druzích zboží při minimalizaci nákladů na nákup zboží a nákladů spojených s cestami k dodavatelům. Počet dodavatelů, počet druhů zboží ani velikost vozového parku nejsou předem známy, je proto potřeba vytvořit obecný matematický model na řešení tohoto problému. Data pro řešení jsou uložena v sešitu aplikace MS Excel a model je řešen propojením s optimalizačním softwarem MPL od společnosti Maximal Software [3], ve kterém je optimalizace uskutečněna prostřednictvím řešitele CPLEX, jehož vývojářem je společnost IBM.

Problém při hledání optimálního řešení okružních úloh – úlohy obchodního cestujícího a rozvozní úlohy – nastává při větším množství dat. Počet řešení takových úloh s rostoucím počtem míst k navštívení roste stejně rychle jako funkce faktoriálu. Hledání optimálního řešení pomocí exaktních metod pak pro velké úlohy trvá příliš dlouho a zadavatel tolik času nemusí mít k dispozici. Pro tuto situaci jsou vhodné heuristické metody, které sice nemusí najít optimální řešení, ale najdou relativně dobré přípustné řešení v mnohem kratším čase. Cílem je vytvořit a implementovat heuristiku, která bude zadaný problém řešit. Vzhledem k tomu, že jsou data uchovávána v aplikaci MS Excel, je heuristika implementována v jazyce VBA, který je součástí Excelu.

2 MATEMATICKÝ MODEL ÚLOHY

Rozvozní úloha patří do třídy NP-Hard problémů. Pro větší úlohy je tak velmi pravděpodobné, že optimální řešení nebude nalezeno v rozumném čase. Pro některá praktická využití však není optimální řešení úplně nutné a postačí nějaké relativně dobré přípustné řešení úlohy. Řešitele fungují tak, že hledají optimální řešení, ale přitom mají uložené i dosud nejlepší nalezené přípustné řešení. Pokud není dostatek času na nalezení optimálního řešení, je možné řešitele pustit jen na čas, který je k dispozici, a poté použít nalezené přípustné řešení. Popřípadě je možné toto přípustné řešení použít jako výchozí řešení pro heuristické metody. Pro řešení úlohy v řešiteli je potřeba určit matematický model úlohy. Model vychází z úlohy obchodního cestujícího, jak ji definuje Dantzig a spol. [1]

Pro modelování každé reálné situace je potřeba přijmout zjednodušující předpoklady, aby nebyl matematický model příliš složitý. Nejdůležitější zjednodušující předpoklady v tomto případě jsou následující: všechna vozidla mají stejné náklady na cestu a všechny druhy zboží zabírají stejnou kapacitu.

2.1 Data

Značení v modelu se shoduje se standardním značením operačního výzkumu v české odborné literatuře, potažmo v literatuře používané k výuce na Vysoké škole ekonomické v Praze, jak ho používá například Pelikán [2]:

m – počet dodavatelů navýšený o jednoho, kde první „dodavatel“ je depo,

n – počet druhů zboží,

P – počet vozidel ve vozovém parku,

d_{ik} – cena za cestu od dodavatele i k dodavatelem k ,

c_{ij} – cena za jednotku zboží typu j u dodavatele i ,

s_{ij} – zásoba zboží typu j u dodavatele i ,

V_p – kapacita vozidla p ,

a_j – poptávka po zboží typu j ,

M – vysoká konstanta 10^6 , na propojení proměnných v modelu.

2.2 Proměnné

Pro nalezení optimálního řešení je nutné zjistit, kudy jednotlivá vozidla budou jezdit a jaké zboží budou po cestě nakládat. Nejedná se o dělitelný materiál, ale o kusové zboží, proměnné pro množství zboží jsou tedy celočíselné.

$$y_{ikp} \begin{cases} 1, & \text{pokud vozidlo } p \text{ jede od dodavatele } i \text{ k dodavateli } k, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases}$$

x_{ijp} - množství zboží typu j , které naloží vozidlo p u dodavatele i .

2.3 Zápis modelu

$$\text{minimalizovat } \sum_{i=2}^m \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^P c_{ij} x_{ijp} + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{p=1}^P d_{ik} y_{ikp},$$

za podmínek

$$\sum_{i=2}^m \sum_{p=1}^P x_{ijp} = a_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{p=1}^P x_{ijp} \leq s_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijp} \leq M \cdot \sum_{k=1}^m y_{ikp}, \quad i = 2, \dots, m, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijp} \leq M \cdot \sum_{k=1}^m y_{1kp}, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijp} \leq M \cdot \sum_{i=1}^m y_{i1p}, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ikp} = \sum_{i=1}^m y_{kip}, \quad k = 1, \dots, m, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$u_{1p} = 0, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$u_{ip} \leq V_p, \quad i = 2, \dots, m, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$u_{ip} + \sum_{j=1}^n x_{kjp} - V_p \cdot (1 - y_{ikp}) \leq u_{kp}, \quad i = 1, \dots, m, \quad k = 2, \dots, m, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$x_{ijp} \in \mathbf{Z}_0^+, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, p = 1, \dots, P,$$

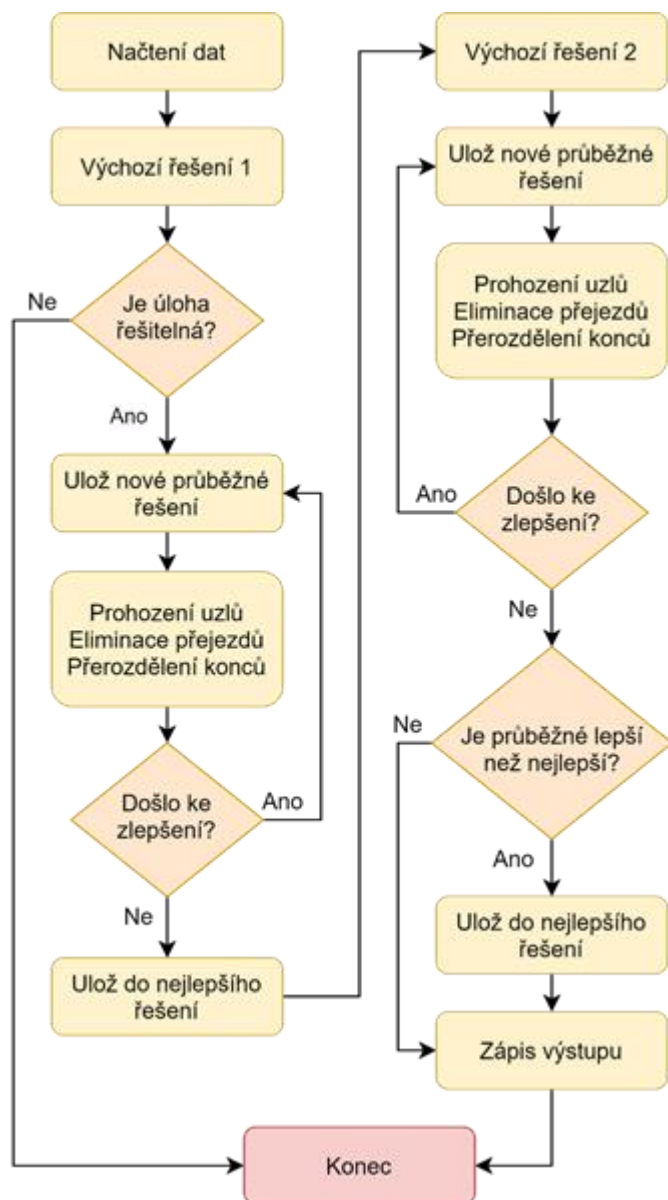
$$y_{ikp} \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, k = 1, \dots, m, p = 1, \dots, P,$$

$$u_{ip} \in \square_+, i = 2, \dots, m, p = 1, \dots, P.$$

3 HEURISTIKA

Hlavní heuristika je složena ze dvou konstruktivních a tří zlepšovacích heuristik. Cílem konstruktivních algoritmů je získání relativně dobrého přípustného řešení, na které jsou poté aplikovány zlepšovací heuristiky. První konstruktivní heuristika hledá takové řešení, které je nejlevnější z hlediska nakupovaného zboží a vůbec neřeší, kolik stojí cesty pro svoz zboží. Než se s řešením pracuje dál, je tu drobná optimalizace, kdy je snaha o odstranění dodavatelů, u kterých se odebírá velmi málo zboží, pokud to vyjde celkově lépe. V rámci této konstruktivní heuristiky se také ověří, jestli má úloha nějaké řešení, pokud ne, celý výpočet končí. Druhá konstruktivní heuristika určí dodavatele, kteří mají oproti ostatním levné zboží, a nakoupí všechno zboží tam. Cena za nákup zboží je vyšší než u první heuristiky, ale ušetří se náklady na cestu.

První zlepšovací heuristika má za cíl snížit počet přejezdů vozidel, pokud je to možné a ušetří to peníze. Místo toho, aby se nakupovalo nejlevnější zboží na hodně místech, může být levnější nakoupit zboží trochu draž, ale na jednom místě a ušetřit tak za dopravu. Druhá zlepšovací heuristika se zaměřuje na cesty, kde vozidlo po opuštění depa navštíví 3 nebo více dodavatelů. V těchto případech záleží na tom, v jakém pořadí je navštíví. Z možných kombinací pořadí je vybráno to nejlevnější a trasa se podle toho přeplánuje. Poslední zlepšující heuristika zkoumá poslední cesty vozidel, protože je možné, že každé vozidlo má poslední cestu s nevyužitou plnou kapacitou. Pokud se to děje, jsou tyto poslední cesty zrušeny a naplňuje se to s méně vozidly, aby se plně využila jejich kapacity a celkové náklady se snížily. Pro ilustraci celého procesu slouží následující obrázek:

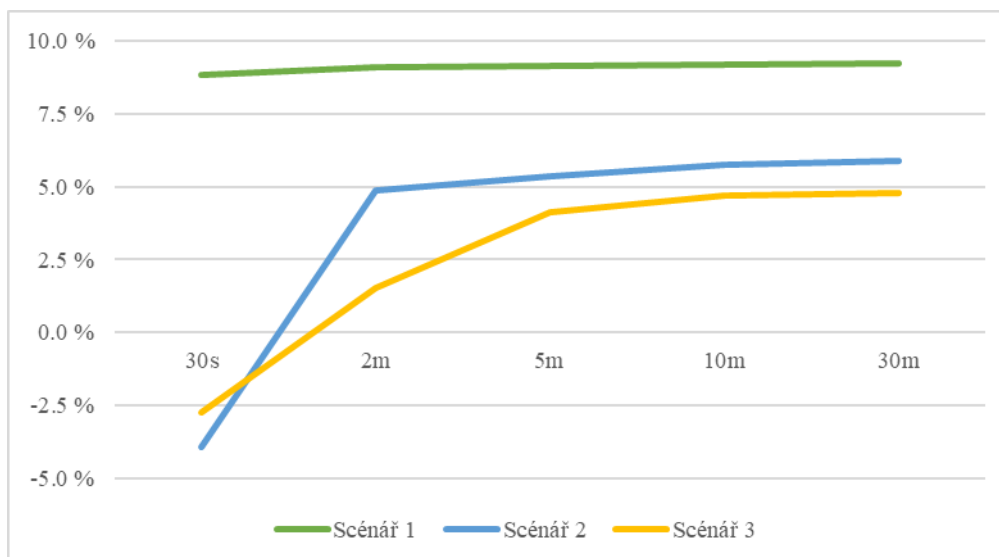


4 ZÁVĚR

Pro testování byla generována data ve třech různých velikostech pro tři scénáře. V prvním scénáři bylo 6 dodavatelů, 9 druhů zboží a 3 vozidla, ve druhém 10 dodavatelů, 20 druhů zboží a 4 vozidla, v posledním scénáři 10 dodavatelů, 50 druhů zboží a 5 vozidel. Celkové srovnání heuristiky a MPL je v následující tabulce:

Scénář	Heuristika	MPL	Rozdíl (průměr)	Rozdíl (min)	Rozdíl (max)
1 - homogenní park	21950	20588	7,15 %	0,54 %	15,85 %
1 - heterogenní park	20042	18056	11,28 %	1,01 %	27,87 %
2 - homogenní park	35033	33446	4,45 %	1,56 %	6,80 %
2 - heterogenní park	38941	37434	5,90 %	-1,07 %	19,94 %
3 - homogenní park	78646	77198	4,44 %	-0,51 %	18,50 %
3 - heterogenní park	74561	71829	4,97 %	-2,35 %	13,58 %
Celkem	269173	258552	6,36 %	-2,35 %	27,87 %

Každý scénář byl otestován na pěti data setech a ve variantě s heterogenním a s homogenním vozovým parkem. V tabulce ve sloupcích Heuristika a MPL jsou uvedeny hodnoty účelové funkce, které byly nalezeny do půl hodiny. Podle očekávání u malých úloh vždy MPL našlo optimální řešení do 30 minut a heuristika tam vždy našla horší řešení. U větších úloh v některých případech nastala situace, kdy heuristika našla lepší řešení než MPL za 30 minut, v jiných případech našla řešení o pár procent horší. Nutno podotknout, že heuristika u úloh všech velikostí hledala řešení jen několik vteřin. Celkově pak ze všech naměřených případů našla heuristika průměrně o 6,36 % horší řešení než MPL do 30 minut.



V grafu lze vidět porovnání, jak si heuristika stála oproti řešení z MPL v čase. Na vodorovné ose je vidět čas, z grafu to sice vypadá, že se jedná o spojité hodnoty v čase, ale hodnoty byly měřeny pouze v časech výše uvedených v tabulkách, tedy po 30 sekundách, 2, 5, 10 a 30 minutách. Na svislé ose je zobrazeno, o kolik procent je řešení z MPL průměrně lepší než řešení heuristikou. V první scénáři, tedy u malých úloh, je celkem stabilně řešitel o 8 až 9 %

lepší. To je způsobeno tím, že optimum zde bylo téměř vždy nalezeno do 10 minut, a proto se odchylka v čase nemění.

Zajímavější jsou porovnání u druhého a třetího scénáře, zde heuristika do 30 vteřin zpravidla nachází lepší řešení. Byly zde také vyřazeny dva případy, kdy řešitel během první půl minuty řešení nenašel a reportoval hodnotu účelové funkce 10^{75} , jelikož by to výsledky celkem významně zkreslilo. U druhého scénáře však už po 2 minutách našlo MPL lepší řešení a do 30 minut pak průměrně našlo řešení až o necelých 6 % lepší, než jaké našla heuristika. Pro třetí scénář ještě po 2 minutách běhu našly obě metody skoro stejně dobrá řešení (rozdíl 1,5 %), po doběhnutí zbytku testovací doby pak řešitel našel řešení lepší o průměrně 4,8 %.

Z grafu je tedy celkem jednoznačně vidět, že čím jsou větší rozměry úlohy, tím je heuristika konkurenceschopnější. Hlavní dva parametry, které by měl mít uživatel na paměti jsou tedy velikost úlohy a čas, jaký má k dispozici na řešení.

Pro budoucí zlepšení je možné přidat další dílčí heuristiky, které buď umožní vyjít z nového výchozího řešení, nebo dokáží už nalezená řešení dále vylepšit. Pro další testování heuristiky by bylo dobré porovnávat výsledky na větších datech.

Použitá literatura

1. DANTZIG, G., FULKERSON, R., JOHNSON, S. Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem. *Journal of the Operations Research Society of America*. December 1954, vol. 2, no. 4, s. 393-410. Dostupné z: www.jstor.org/stable/166695
2. PELIKÁN, J. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Praha: PROFESSIONAL PUBLISHING, 2001. ISBN 80-86419-17-7.

Internetové zdroje

3. Maximal Software. *Introducing MPL for Windows 5.0* [online]. © 1994-2016 [vid. 2021-11-10]. Dostupné z: <http://www.maximalsoftware.com/mpl/>

Poděkování

Tento příspěvek byl vytvořen za podpory projektu IGA F4/42/2021 Interní grantové agentury, Fakulty informatiky a statistiky, Vysoké školy ekonomické v Praze.

Kontaktní údaje

Ing. Marek Daniel

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonometrie
nám. Winstona Churchilla 1938/4, 130 67 Praha

Tel: (420) 721826879

email: danm02@vse.cz

MONITOROVANIE SMERU POHLĀDU ZÁKAZNÍKA V MALOOBCHODE AKO PODKLAD PRE ROZHODOVANIE SA PREDAJCU

MONITORING THE VIEW DIRECTION OF THE CUSTOMER IN RETAIL AS A BASIS FOR THE DECISION-MAKING OF THE RETAILER

Pavel Gežík

Abstrakt

V prostredí maloobchodu je nespočetné množstvo rozhodovacích procesov predajcu, ktorý sa musí prispôbiť potrebám a rozhodnutiam svojich zákazníkov. V ekonomických vedách sa rozhodovacie procesy, ktoré prebiehajú u jednotlivých subjektov a ich rozhodnutia vzájomne ovplyvňujú ich stav označujú ako teória hier. Preto v súvislosti so správnym rozhodovaním sa predajcu je spojená potreba sledovania správania sa zákazníka v prostredí maloobchodu.

Na túto úlohu vhodne slúži nástroj Pygmalios Analytics, ktorý poskytuje monitorovanie zákazníckeho správania sa a následne správne vyhodnotenie nazbieraných údajov. Časťou tohto nástroja je aj sledovanie pohľadu zákazníka, ktoré spočíva v zbieraní údajov o jeho správaní sa a o tom, kam sa pozerá v konkrétnej zóne obchodu. Poznanie práve týchto údajov je vhodným predpokladom pre správne rozhodovanie sa obchodníka, ktorý sa chce prispôbiť potrebám zákazníka.

***Kľúčové slová:** Maloobchod, smer pohľadu zákazníka, Pygmalios Analytics*

Abstract

In a retail environment, there are a myriad of retailer decision-making processes that must be tailored to the needs and decisions of its customers. In the economic sciences, the decision-making processes that take place in individual subjects and their decisions that mutually influence their state are referred to as game theory. Therefore, in connection with the right decision of the seller, there is a need to monitor the customer's behavior in the retail environment.

The Pygmalios Analytics tool is suitable for this task, which provides monitoring of customer behavior and subsequent correct evaluation of the collected data. Part of this tool is also monitoring the view direction of the customer, which consists in collecting data on his behavior and where he is looking in a particular zone in retail. Knowing this data is a suitable prerequisite for making the right decision of the trader who wants to adapt to the needs of the customer.

***Keywords:** Retail, View Direction of the Customer, Pygmalios Analytics*

ÚVOD

V prostredí maloobchodu je nespočetné množstvo rozhodovacích procesov na strane predajcu, ktorý sa musí prispôbiť potrebám a rozhodnutiam svojich zákazníkov. Rovnako

sa menia aj rozhodnutia na strane klienta, ktoré sa najčastejšie menia v závislosti od prostredia a procesov maloobchodu.

V ekonomických vedách sa práve tieto rozhodovacie procesy, ktoré prebiehajú u jednotlivých subjektov a ich rozhodnutia vzájomne ovplyvňujú ich stav označujú ako teória hier.

Samotný proces rozhodovania je prirodzený spôsob uvažovania pre racionálne uvažujúceho jedinca avšak pre jeho lepšie pochopenie je dobré poznať, čo vplýva na procesy rozhodovania. Toto pochopenie vychádza z princípov teórie hier a poznání procesov rozhodovania sa zákazníka. S pochopením procesov rozhodovania je spojená potreba sledovania správania sa zákazníka v prostredí maloobchodu na čo slúži nástroj Pygmalios Analytics, ktorý poskytuje rôzne metriky spojené so sledovaním správania sa zákazníka v prostredí maloobchodu. Tieto metriky sú prostredníctvom tohto nástroja sledované, agregované a zobrazované v tomto nástroji.

1. MALOOBCHOD A ROZHODOVANIE

Práve takto rozhodovanie sa dvoch vzájomne sa ovplyvňujúcich subjektov sa v ekonomických vedách označuje ako teória hier. Ak sa jedná o obchod, tak možno definovať tieto subjekty ako predajca na jednej strane a zákazník na druhej strane a potom, prostredie, v ktorom sa toto ovplyvňovanie uskutočňuje je priestor maloobchodnej prevádzky.

1.1 Maloobchod

Maloobchod možno definovať ako obchod v malom, ktorý sa vyznačuje činnosťami spojenými s prípravou a predajom tovaru konečnému spotrebiteľovi a zahŕňa všetky aktivity súvisiace s predajom tovarov a služieb konečným spotrebiteľom. Maloobchod je nositeľom zmien v oblasti životného štýlu, kultúry a spoluvytvára verejnú mienku obyvateľstva (Fašiang, 2012).

Rozhodujúca časť maloobchodných procesov sa uskutočňuje v základných organizačných jednotkách maloobchodu, a to v maloobchodných predajniach. Pojem maloobchodná predajňa možno na základe rôznych prístupov definovať ako objekt organizačnej jednotky, v ktorom sa realizuje predaj tovaru konečným spotrebiteľom. Maloobchodná predajňa predstavuje základného nositeľa funkcie obchodu a je základnou prevádzkovou jednotkou obchodného podniku (Fašiang, 2012).

Z toho dôvodu je veľmi podstatné poznať správanie sa zákazníka v priestoroch maloobchodu. Identifikácia správania sa zákazníka je ako identifikácia jeho samotného a spočíva v spoznávaní návykov zákazníka a procesov, ktoré sú spojené s jeho nákupom. Sledovanie správania sa zákazníka a zistenie jeho preferencií je základným nástrojom pre správne rozhodovanie sa predajcu v nastaveniach jeho predajnej a marketingovej stratégie.

1.2 Rozhodovanie

Pojem teória rozhodovania by možno lepšie popísal reálnu podstatu problematiky, ktorú rieši teória hier avšak pojem teória hier sa ujal ako názov vedného odboru aplikovanej matematiky, ktorý sa zaoberá rozhodovacími situáciami. Predmetom skúmania teórie hier je porozumenie, vysvetlenie a predvídanie výsledkov možnej interakcie jedinca so svojím prostredím, a to všade tam, kde predpokladáme, že intencia konania jednotlivca môže byť modifikovaná racionálnym správaním sa iného jednotlivca či prostredia, ktorého prejavy sú tiež racionálne a modelovo vypočítateľné.

Vychádzajúc z uvedeného, teória hier poskytuje explanačný a predikčný rámec správania sa subjektov, ktorých správanie je racionálne. Vzhľadom na racionálne správanie sa jedincov a

prediktívnosť algoritmov, ktoré sa používajú na riešenie, poskytuje aj možnosť predvídať správanie sa zákazníkov v predajni. (Čičková, 2019)

Pri rozhodovaní, ako procese výberu jedného variantu z viacerých variantov možno rozlíšiť základné typy rozhodovacích situácií (Čičková, 2019):

- *nekonfliktná rozhodovacia situácia* - len jeden účastník pozná množinu všetkých svojich rozhodovacích situácií a vie ich oceniť,
- *konfliktná rozhodovacia situácia* - počet účastníkov je konečný, všetci poznajú množinu svojich rozhodovacích situácií a množinu rozhodnutí svojich súperov a vedia oceniť svoje rozhodnutie vzhľadom na rozhodnutie súperov.

2. SLEDOVANIE POHĽADU ZÁKÁNIKA V PYGMALIOS ANALYTICS

Monitorovanie zákazníckeho správania a následne správne vyhodnotenie nazbieraných údajov predstavuje jeden zo základných predpokladov pre správne rozhodovanie sa obchodníka, ktorý chce prispôbiť svoj obchod potrebám zákazníka. Rozhodovanie sa zákazníka o tom, aké produkty si v obchode kúpi, resp. rozhodovanie, či si vôbec vyberie daný obchod je podmienené množstvom faktorov. Niektoré z týchto faktorov vytvára alebo ovplyvňuje práve predajca.

2.1 Pygmalios Analytics

Pygmalios Analytics (ďalej len „PA“) je nástroj poskytujúci možnosti na získavanie dát, ktoré sú podkladom pre analýzu zákazníkov, tvorbu štatistík spojených s návštevnosťou a identifikáciu nákupných procesov zákazníka. Ponúka zber dát založený na najnovších technológiách, ich základne ilustrovanie v prehľadných zobrazeniach ako aj možnosti získavania nie len agregovaných, ale aj nazbieraných dát, ktoré môžu poslúžiť na hlbšiu analýzu na strane predajcu.

PA možno charakterizovať v troch bodoch:

1. zbierame dáta počas celej zákazníckej cesty naprieč kamennými obchodmi,
2. pozbierané dáta ukladáme, analyzujeme a na ich základe predikujeme správanie zákazníkov,
3. zistenia na báze umelej inteligencie sú aplikovateľné v reálnom čase.

Obr.1: Infografika PA

Zlepšujeme manažment kamenného retailu naprieč celou Európou

Vznik
2015

Distribuční partneri
10+

Počet prevádzok
1400+

Sídlo
**Bratislava,
Slovakia**

Nákupné trasy analyzované
za posledných 6 mesiacov
250M

Krajiny
20+

Zamestnanci
17

Zdroj: pygmalios.com

PA obsahuje rôzne produkty s cieľom poskytnúť adekvátne údaje, ich ukazovatele, vhodné metriky a ich agregované hodnoty. Jednotlivé produkty PA sú popísané v tabuľke ďalej. Jednotlivé produkty poskytujú prehľadné zobrazenie jednotlivých metriky v aplikácii PA, ktorá je dostupná vo web zobrazení na <https://app.pygmalios.com/>. Posledný produkt obsahuje aj modul s názvom „smer pohľadu“ (angl. „view direction“).

Tabuľka 1: Produkty PA

Produkt	Popis
Traffic Analytics	Presná analytika návštevnosti
Queue Management	Manažment radov na báze umelej inteligencie
Occupancy Management	Manažment zaľudnenosti v reálnom čase
Journey Analytics	Analytika fyzickej trasy zákazníkov
Queue Analytics	Analytika pokladní a servisných zón
Zone Analytics	Hĺbková analytika produktových kategórií

Zdroj: pygmalios.com

2.2 Smer pohľadu zákazníka

Sledovanie smeru pohľadu zákazníka predstavuje doplnujúcu časť produktu „analytika zón“, (z angl. „Zone Analytics“), ktorá sleduje pohyb zákazníka na predajni prostredníctvom video senzorov umiestnených na strope predajne. Na základe získaných dát o polohe osoby sa pomocou na to určených algoritmov vykreslí trajektória pohybu zákazníka po predajni. Sensory zároveň sledujú jeho natočenie hlavy a tela aby vedeli vyhodnotiť aj smer pohľadu zákazníka.

Sledovanie pohľadu zákazníka spočíva v zbieraní údajov v metrikách spojených s interpretáciou jeho správania v konkrétnej zóne. Hlavná metrika je počet návštevníkov, ktorá hovorí o počte zákazníkov, ktorí vošli do sledovanej zóny. Následne sa z tejto metriky vyvodzuje počet zákazníkov, ktorí sa pozreli na sledovaný objekt, napr. monitor s reklamou. Pomer týchto dvoch metrik tvorí percentuálny ukazovateľ, ktorý hovorí o tom, koľko percent zo zákazníkov sa pozrelo na sledovaný objekt.

Vzhľadom na fakt, že zákazník sa môže na sledovaný objekt pozrieť aj viackrát počas pobytu v zóne, je ďalším sledovaným ukazovateľom počet pozretí na sledovaný objekt celkom ako aj priemerný počet pozretí na jedného zákazníka.

Každý pohľad ma svoje trvanie, preto sú ďalšie ukazovatele spojené s trvaním pohľadov a teda určujú čas, ktorý sa pozerali zákazníci na sledovaný objekt. Tento ukazovateľ je sledovaný ako agregovaný ukazovateľ, teda celkový čas sledovania, ale aj ako priemerný čas sledovania na jedného zákazníka.

PA umožňuje vytváranie rôznych zón a rovnako umožňuje sledovanie viacerých objektov v priestore. Na základe tohto faktu možno spomínané metriky a ukazovatele sledovať podľa jednotných zón v prevádzke ako aj podľa jednotlivých objektov. Rozdelenie zákazníkov podľa pohlavia je tiež jedna z možností ako filtrovať spomínané ukazovatele.

3. PRÍPADOVÁ ŠTÚDIA

Sledovanie smeru pohľadu zákazníka je nástroj, ktorý vie predajcovi poskytnúť informáciu o tom, ako sú sledované rôzne vystavenia v rámci jeho prevádzky. Práve tieto vystavenia môže použiť na promovanie svojich produktov a používať ich v rámci svojej marketingovej stratégie. Zároveň mu dáva možnosť tieto vystavenia ponúknuť jednotlivým výrobcam produktov, ktoré ponúka.

V rámci prípadovej štúdie bol sledovaný monitor umiestnený na regál, ktorý sa nachádza pri križovatke uličiek v maloobchodnej prevádzke.

Predajca vybral pre umiestnenie križovatku uličiek, ktoré patria medzi tie menej navštevované uličky s cieľom zvýšiť ich návštevnosť a zároveň upútať pozornosť na produkty, ktoré sa tam nachádzajú. V tabuľke je zobrazený pomer návštevnosti zóny a návštevnosťou obchodu pre ilustráciu vyťaženia zóny.

Tabuľka 2: Návštevnosť sledovanej zóny voči návštevnosti obchodu

	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00	17:00
2021-10-04	40%	22%	51%	62%	64%	56%	86%	56%	40%	23%	21%
2021-10-05	52%	36%	55%	61%	79%	62%	80%	60%	37%	33%	42%
2021-10-06	39%	51%	62%	61%	61%	64%	73%	72%	40%	39%	24%
2021-10-07	40%	36%	42%	51%	45%	66%	61%	38%	31%	25%	52%
2021-10-08	44%	38%	42%	36%	54%	58%	38%	41%	30%	39%	32%
2021-10-09	39%	35%	32%	18%	13%	31%					
2021-10-10		61%	34%	32%	39%						
2021-10-11	34%	45%	45%	100%	57%	36%	66%	69%	28%	27%	17%
2021-10-12	42%	39%	65%	60%	68%	64%	81%	46%	32%	16%	12%
2021-10-13	55%	30%	66%	42%	44%	32%	54%	53%	27%	25%	36%
2021-10-14	25%	44%	47%	61%	45%	41%	57%	75%	22%	28%	31%
2021-10-15	47%	28%	37%	25%	46%	40%	44%	44%	27%	36%	21%
2021-10-16	25%	24%	14%	16%	9%	29%					
2021-10-17		53%	30%	30%	32%	32%					
2021-10-18	31%	42%	38%	55%	69%	60%	79%	65%	39%	41%	17%
2021-10-19	38%	44%	46%	86%	77%	68%	85%	65%	24%	14%	45%
2021-10-20	35%	40%	41%	48%	66%	82%	83%	67%	36%	37%	21%
2021-10-21	34%	41%	31%	55%	74%	53%	75%	46%	33%	26%	36%
2021-10-22	40%	46%	39%	29%	50%	57%	51%	47%	26%	24%	24%
2021-10-23	30%	24%	23%	19%	17%	24%					
2021-10-24		41%	38%	36%	31%						
2021-10-25	39%	60%	68%	48%	40%	38%	77%	58%	32%	22%	21%
2021-10-26	39%	47%	33%	59%	52%	41%	77%	42%	32%	22%	44%
2021-10-27	35%	45%	35%	29%	43%	27%	48%	52%	41%	36%	29%
2021-10-28											
2021-10-29	47%	32%	33%	27%	24%	24%	53%	52%	35%	47%	44%
2021-10-30	61%	36%	20%	16%	25%	27%					
2021-10-31		38%	36%	28%	50%	45%					
2021-11-01	43%	21%	46%	37%	62%	43%	66%	50%	32%	27%	45%
2021-11-02	40%	26%	33%	54%	46%	45%	59%	46%	35%	30%	39%

2021-11-03	32%	25%	55%	51%	64%	51%	74%	59%	31%	19%	22%
2021-11-04	32%	10%	19%	66%	66%	53%	75%	44%	19%	18%	42%
2021-11-05	42%	21%	27%	43%	31%	39%	34%	23%	17%	27%	25%
2021-11-06	35%	9%	19%	21%	28%	29%					
2021-11-07		33%	35%	35%	50%						
2021-11-08	59%	44%	44%	48%	68%	78%	84%	40%	26%	27%	38%
2021-11-09	38%	37%	34%	57%	70%	56%	93%	32%	32%	34%	36%
2021-11-10	55%	53%	48%	52%	54%	57%	78%	58%	22%	28%	24%
2021-11-11	35%	25%	43%	74%	59%	58%	87%	44%	35%	25%	49%
2021-11-12	42%	38%	33%	38%	44%	30%	58%	38%	12%	29%	34%
2021-11-13	44%	29%	23%	20%	32%	41%					
2021-11-14		30%	51%	27%	45%						

Zdroj: vlastné spracovanie

Z množstva dát, ktoré sú k dispozícii z uvedeného sledovania práve uvedená tabuľka najlepšie ilustruje vzor správania sa zákazníkov na prevádzke. Ostatné metriky a ukazovatele boli pomerne konštantne a korelovali s uvedenými hodnotami v tabuľke s podielom návštev v zóne.

Počas sledovaného obdobia bol sledovaný objekt vidieť 1201krát. Priemerný počet pozretí bol cca 3, a teda sa na monitor pozrelo cca 400 návštevníkov, čo je vzhľadom na návštevnosť danej zóny veľmi malé číslo. Celkový čas pozerania bol 60 minút a priemerný čas pozerania bol 3 sekundy.

ZÁVER

Uvedená prípadová štúdia ilustruje možnosti využitia časti produktu Zone Analytics v prostredí Pygmalios Analytics. Jedná sa o jednoduchý príklad, ktorý ale odhaľuje spôsob sledovania správania sa zákazníkov na prevádzke maloobchodu známy skôr zo sledovania zákazníckeho správania na web stránkach a e-shopoch.

V procese vývoja obchodu vzniklo množstvo metód, nástrojov alebo stratégií zameraných na spoznávanie zákazníkov. S príchodom predaja prostredníctvom internetu dostalo analyzovanie správania sa zákazníkov „iný rozmer“, vzhľadom na fakt, že predajne maloobchodu boli a stále sú spojené s malou mierou identifikácie zákazníka a jeho správania sa na predajnej ploche. Práve uvedený spôsob sledovania pohľadu zákazníka môže túto mieru zvýšiť.

Internetový predaj spôsobuje zmeny v rokmi zaužívanom správaní sa zákazníkov, ktoré sa zákonito prejavujú aj v rozhodovaní sa predajcov. Aj keď množstvo predajcov znížilo kvôli internetovému predaju svoju predajnú stratégiu, stále platí, že existuje ešte veľké množstvo zákazníkov, ktorí striktné preferujú nákup v predajniach maloobchodu a teda sa predajcom oplatí sledovať ich správanie.

Tento príspevok bol spracovaný s podporou projektu VEGA 1/0427/20 Viackriteriálne modely teórie hier v ekonómii a politológii.

Použitá literatúra

1. ČIČKOVÁ, Z. et al: *Vybrané aplikácie teórie hier*, Bratislava : Letra Edu, 2019.
2. FAŠIANG, T., 2012. *Komunikačné stratégie maloobchodu* Trnava : Univerzita sv. Cyrila a Metoda v Trnave, Fakulta masmediálnej komunikácie, 2012. - 117 s. - ISBN 978-80-8105-466-2
3. <https://pygmalios.com/>

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 820

email: pavel.gezik@euba.sk

EFEKTIVNOST KRAJŮ V ČESKÉ REPUBLICE V OČKOVÁNÍ PROTI NEMOCI COVID – 19

EFFICIENCY OF REGIONS IN THE CZECH REPUBLIC IN VACCINATION AGAINST THE DISEASE COVID -19

Jakub Hanousek

Abstrakt

Příspěvek se zabývá měřením efektivnosti mezi kraji v České republice v očkování proti nemoci Covid – 19. Analýza je prováděna pomocí metody analýzy obalu dat. Metoda analýzy obalu dat je metoda lineárního programování, která slouží k měření efektivnosti homogenních produkčních jednotek. Produkční jednotka je v tomto příspěvku kraj České republiky. Efektivnost jednotlivých krajů je měřena modelem s nežádoucími výstupy. Cílem příspěvku je najít efektivní kraje. U neefektivních krajů je cílem dopočítat potřebné navýšení či snížení nežádoucích výstupů, které je zapotřebí k dosažení efektivní hranice.

***Klíčová slova:** vakcinační centra, analýza obalu dat, efektivnost*

Abstract

This article deals with measuring efficiency between regions in the Czech Republic in the vaccination against the disease Covid – 19. The data are analysed by data envelopment analysis method. Data envelopment analysis is a method of linear programming. This method is used to measure the efficiency of homogeneous production units. The production unit in this article is a one district of the Czech Republic. Efficiency is measured by model with unwanted outputs. The aim of the paper is to find effective districts. For inefficient districts, the aim is to calculate the necessary increase or decrease in unwanted outputs, which is needed to reach an effective border.

***Keywords:** vaccination centres, data envelopment analysis, efficiency*

1 ÚVOD

Již druhým rokem se celý svět potýká s pandemií nemoci Covid – 19. V tomto ohledu Česká republika není výjimkou. Jako hlavní zbraň proti této nemoci si svět zvolil očkování. V České republice bylo k 8. 11. 2021 celkem 343 stálých očkovacích center. Očkovací centra jsou rozmístěna napříč kraji České republiky. Cílem tohoto příspěvku bude srovnat efektivnost jednotlivých krajů České republiky v očkování.

Analýza bude prováděna pomocí metody analýzy obalu dat. Metoda analýzy obalu dat je metoda lineárního programování, která slouží k měření efektivnosti homogenních

produkčních jednotek. Produkční jednotky budou analyzovány prostřednictvím DEA modelu s nežádoucími výstupy.

2 METODY

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximalizovat} && g = \phi_q + \varepsilon \left(\sum_{i \in I} s_i^- + \sum_{i \in O_z} s_i^+ + \sum_{i \in O_N} s_i^+ \right), \\
 &\text{Za podmínek} && \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{iq}, \quad i \in I, \\
 &&& \sum_{j=1}^n y_{ij} \lambda_j - s_i^+ = \phi_q y_{iq}, \quad i \in O_z, \quad (1) \\
 &&& \sum_{j=1}^n \psi_{ij} \lambda_j - s_i^+ = \phi_q \psi_{iq}, \quad i \in O_N, \\
 &&& \lambda_j \geq 0, s_i^+ \geq 0, s_i^- \geq 0.
 \end{aligned}$$

Jednotka U_q je efektivní je-li optimální hodnota účelové funkce $g^* = 1$. Pokud je tato hodnota větší než 1 jednotka efektivní není a hodnota proměnné ϕ_q^* vyjadřuje proporcionální navýšení výstupů pro dosažení efektivnosti. s_i^- a s_i^+ jsou přídavné proměnné v omezeních pro vstupy, respektive výstupy. λ_i je váha, která je přiřazena jednotlivým jednotkám. Jedná se o proměnné tohoto modelu. x_{ij} představují vstupy modelu a y_{ij} představují výstupy modelu.

$O = \{1, 2, \dots, r\}$, je množina všech vstupů. Množinu žádoucích vstupů označíme O_z . Množinu nežádoucích vstupů označíme O_N . Kde platí $O_N \cup O_z = O$ a $O_N \cap O_z = \emptyset$.

Žádoucí výstupy jsou maximalizační charakteristiky, naopak nežádoucí výstupy jsou minimalizační charakteristiky.

ψ_{ij} jsou transformované hodnoty nežádoucích výstupů kde:

$$\psi_{ij} = -y_{ij} + d_i, \quad i \in O_N, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

$$d_i = \max_j (y_{ij}) + 1. \quad (3)$$

Po této transformaci mají již všechny výstupy maximalizační charakter a lze aplikovat standartní DEA modely.

3 APLIKACE

Produkční jednotky v tomto článku jsou definované jako kraje České republiky. V České republice je celkem 14 krajů, máme tedy 14 produkčních jednotek. Každá produkční jednotka má definován jeden vstup a dva výstupy. Vstup je počet stálých očkovacích center v kraji.

Výstup je počet očkovaných lidí v daném kraji a počet zemřelých v daném kraji. Počet naočkovaných bereme jako žádoucí vstup. Naopak počet zemřelých jako nežádoucí vstup. Vstupní data jsou v tabulce 1.

Kraj	Počet očkovacích míst	Počet podaných dávek	Počet zemřelých
Hlavní město Praha	57	2 350 208	2 845
Středočeský kraj	30	1 320 544	3 493
Jihočeský kraj	15	7 61 863	2 058
Plzeňský kraj	23	688 975	1 955
Karlovarský kraj	12	334 260	1 502
Ústecký kraj	26	892 797	2 684
Liberecký kraj	19	498 456	1 294
Královéhradecký kraj	16	656 045	1 839
Pardubický kraj	23	562 549	1 480
Kraj Vysočina	16	578 536	1 396
Jihomoravský kraj	26	1 415 859	3 579
Olomoucký kraj	19	665 091	1 764
Zlínský kraj	20	637 767	1 672
Moravskoslezský kraj	41	1 292 699	3 727

Tabulka 1: Vstupní data.

Nežádoucí vstupy transformujeme pomocí:

$$\psi_{ij} = -y_{ij} + d_i, \quad (4)$$

$$d_i = \max_j (y_{ij}) + 1. \quad (5)$$

Kraj	Skóre efektivnosti
Jihočeský kraj	1,00
Karlovarský kraj	1,00
Jihomoravský kraj	1,00
Kraj Vysočina	1,05
Královéhradecký kraj	1,10
Středočeský kraj	1,23

Olomoucký kraj	1,27
Liberecký kraj	1,29
Hlavní město Praha	1,31
Zlínský kraj	1,34
Ústecký kraj	1,53
Pardubický kraj	1,56
Plzeňský kraj	1,58
Moravskoslezský kraj	1,73

Tabulka 2: Výsledné efektivnosti krajů.

V tabulce číslo 2. vidíme výsledky. Efektivní jsou v očkování kraje Jihočeský, Karlovarský a Jihomoravský. Naopak nejméně efektivní je kraj Moravskoslezský.

Kraj	Počet podaných dávek	Počet podaných dávek (cílová hodnota)	Počet zemřelých	Počet zemřelých (cílová hodnota)
Jihočeský kraj	2 350 208	761 863	2 845	2573
Karlovarský kraj	1 320 544	334 260	3 493	3438
Jihomoravský kraj	7 61 863	1 415 859	2 058	2058
Kraj Vysočina	688 975	606 947	1 955	919
Královéhradecký kraj	334 260	721 275	1 502	1502
Středočeský kraj	892 797	1 629 586	2 684	2131
Olomoucký kraj	498 456	846 324	1 294	578
Liberecký kraj	656 045	645 075	1 839	1651
Hlavní město Praha	562 549	3 075 235	1 480	225
Zlínský kraj	578 536	853 512	1 396	1281
Ústecký kraj	1 415 859	1 365 606	3 579	3579
Pardubický kraj	665 091	876 682	1 764	1229
Plzeňský kraj	637 767	1 091 466	1 672	976
Moravskoslezský kraj	1 292 699	2 232 701	3 727	3726

Tabulka 3: Cílové hodnoty výstupů.

V tabulce vidíme potřebné navýšení žádoucích výstupů, aby se hodnocená jednotka U_q stala efektivní jednotkou. U nežádoucích výstupů naopak vidíme potřebnou redukci, aby se jednotka U_q stala jednotkou efektivní.

Cílové hodnoty pro $i \in O_Z$, jsme získaly dle:

$$y'_{iq} = \phi_q^* y_{iq} + s_i^{*+}, \quad (6)$$

Cílové hodnoty pro $i \in O_N$, jsme získaly dle:

$$y'_{iq} = d_i - (\phi_q^* y_{iq} + s_i^{*+}). \quad (7)$$

4 ZÁVĚR

Cílem příspěvku bylo změřit efektivnost jednotlivých krajů v České republice v očkování proti nemoci Covid – 19 pomocí modelu analýzy obalu dat. V příspěvku bylo srovnáváno 14 krajů České republiky. Jako vstup bylo zvoleno počet stálých očkovacích center v daném kraji. Výstupy byly dvojího typu. Žádoucí výstup byl počet podaných dávek vakcíny. Nežádoucí výstup byl počet zemřelých v kraji.

Jako efektivní kraje vyšly kraje Jihočeský, Karlovarský a Jihomoravský. Nejhůře vyšel kraj Moravskoslezský s potřebnou mírou proporcionálního navýšení, respektive snížení výstupů 1,73krát. Následně u všech neefektivních krajů byly vypočítány potřebné hodnoty výstupů, aby se příslušný kraj stal efektivním.

Poděkování:

Článek vznikl za podpory projektu IGA F4/42/2021 Interní grantové agentury Vysoké školy ekonomické v Praze.

Použitá literatura

1. CHARNES, A., COOPER, W.W., LEWIN, A., SEIFORD, L.: *Data envelopment analysis: Theory, methodology and applications*. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1994, 422 s.
2. JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M.: *Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek*. Praha: Professional Publishing, 2004, 183 s.
3. <https://onemocneni-aktualne.mzcr.cz/covid-19/kraje>
4. <https://ockoreport.uzis.cz/>

Kontaktné údaje

Ing. Jakub Hanousek

Vysoká škola ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky

Náměstí Winstona Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3

Email: xhanj52@vse.cz

PREDIKCE NEZAMĚŠTNANOSTI POMOCÍ LASSO VAR PŘÍSTUPU

UNEMPLOYMENT PREDICTION USING LASSO VAR APPROACH

Filip Hron, Lukáš Frýd

Abstrakt

V práci se zaměřujeme na redukci dimenze v makro ekonometrických modelech použitím vektor autoregresního procesu rozšířeného o LASSO regularizaci. V empirické části predikujeme časovou řadu míry nezaměstnanosti České republiky. Výsledky porovnááme se standardním přístupem VAR modelu. Výsledky ukazují

***Klíčová slova:** redukce dimenzionality, vektor autoregresní proces, LASSO, predikce časové řady*

Abstract

In the paper we are mainly focus on dimensional reduction in the macro econometric models using vector autoregressive process with LASSO regularization. In the empirical part, we forecast the Czech unemployment rate on the various horizons with the large informational set. The results are compared to the standard VAR process, composed of 3 fundamental macroeconomic indicators.

***Keywords:** Dimensional reduction, vector autoregressive process, LASSO, time series forecasting*

1 ÚVOD

Při snaze popsat komplexní makroekonomický systém se velmi často setkáváme s problémem přílišné komplexity modelu. S rostoucím počtem dostupných dat, je obtížné zahrnout všechny relevantní informace do standardních ekonometrických modelů. Zároveň z důvodu ročního, kvartálního, či měsíčního sběru, jsou dostupné časové řady relativně krátké. Výsledkem je významné omezení komplexnosti makro-ekonometrických modelů z důvodu zachování dostatečných stupňů volnosti. Ztráta stupňů volnosti se týká i oblíbeného makro-ekonometrického modelu vektorové autoregrese, kde s rostoucím počtem proměnných a jejich zpoždění klesá kvadraticky počet stupňů volnosti. Tento fakt velmi ovlivní a zredukuje výslednou strukturální analýzu a celkovou prediktivní schopnost modelu.

V oblasti redukce dimenzionality se v současné literatuře prosazují dva směry. Z dostupných dat můžeme zredukovat výsledný počet koeficientů tím, že zmenšíme prostor proměnných použitím například analýzy hlavních komponent a následně aplikujeme faktorové modely. Druhý přístup, kterým se dále zabýváme v této práci, je zredukování prostoru koeficientů modelu skrze nastavení a odhadu hyper parametrů.

Tibshirani v roce 1996 [1] rozšířil standardní vektor autoregresní proces o LASSO regularizaci. Estimátor je postaven na minimalizaci ztrátové funkce regularizované metody nejmenších čtverců, kde části proměnných jsou přiřazeny nulové koeficienty. Nevýhodou této metody však může být její relativně slabá schopnost přiřadit jednotlivým koeficientům právě nulu [2].

V této práci se zaměříme na predikci časové řady míry nezaměstnanosti České republiky. Sledovaná perioda se pohybuje v letech 2000 až 2020 s čtvrtletní frekvencí. Cílem je porovnat výsledky LASSO VAR predikcí oproti standartnímu VAR procesu obsahující indikátory jako *HDP, nezaměstnanost a inflace*.

2 DATA A METODOLOGIE

2.1 Data

Celkový data set se skládá z dvanácti časových řad pro období 2000 až 2020 s kvartální frekvencí. Všechny řady jsou sezóně očištěny a transformovány na stacionární proces (*log, diff, log-diff*). Vstupní data jsou složena převážně z indikátorů České republiky. Pouze jedna časová řada zastupuje ekonomiku Německa. Výběr proměnných je převážně řízen jejich obecnou dostupností a relevantností. Seznam všech použitých proměnných je podrobněji sepsán v Tabulce 1.

Proměnné
Obecná míra nezaměstnanosti
Reálná individuální spotřeba
Počet ekonomicky neaktivních
Hrubá přidaná hodnota
Import zboží a služeb
Hrubý domácí produkt
Průmyslová produkce
Počet obyvatel 15+
Mzdy a platy
Hrubá míra úspor domácností
Index spotřebitelských cen
Hrubý domácí produkt (Německo)

Tabulka 1 – Seznam proměnných použitých v modelu pro LASSO VAR

2.2 LASSO VAR

V porovnání s jinými metodami, které se zabývají redukcí prostoru parametrů (např.: Bayesiánský přístup), LASSO regularizace představuje relativně výpočetně jednoduchý a přímočarý odhad, nicméně dále musíme vypočítat i jednotlivé hyper parametry. V porovnání se standartním VAR procesem, LASSO VAR sleduje regresory a jejich dílčí zpoždění jako samostatné vysvětlující proměnné. Z toho plyne, že daný přístup nemusí zohledňovat dimenzi času. Zároveň daný přístup odhaduje a vybírá dané parametry v jeden okamžik [3].

Pro zápis finální podoby ztrátové funkce, nejdříve vyjádříme standartní vektor autoregresní proces v maticové podobě. Dle *Nicholson a spol.* [4] si zavedeme matici $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_T)$ o velikosti $k \times T$, kde k reprezentuje počet proměnných zahrnutých v modelu a T čas. Dále zavedeme matici koeficientů $\mathbf{B} = (B_1, B_2, \dots, B_p)$ o velikosti $k \times kp$, kde p reprezentuje

počet zpoždění v modelu. Dílčí zpoždění proměnných jsou zahrnuty ve vektoru $Z_t = (Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p})$, kdy $\mathbf{Z} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_T)$. Na základě definovaných částí můžeme přepsat standartní vektor autoregresní proces přepsat do maticové podoby:

Rovnice 1

$$\mathbf{Y} = \mu \mathbf{I}' + \mathbf{BZ} + \mathbf{U},$$

kde \mathbf{I} je $T \times 1$ a $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \dots, u_T)$ představuje matici $kp \times T$ složenou z náhodných složek.

Účelová funkce pro LASSO VAR dle *Tibshirani* [1] má podobu:

Rovnice 2

$$Q = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mu \mathbf{I}' - \mathbf{BZ}\|^2 + \lambda \|\mathbf{B}\|_1$$

kde λ představuje penalizační parametr, který je větší nebo roven nule. Výsledná hodnota penalizačního parametru λ je vypočtena na základě křížové validace, popřípadě jako alternativa jsou využity informační kritéria jako *AIC* a *BIC*.

Rovnici 2 bez interceptu, viz *Nicholson a spol.* [4] lze přepsat do podoby:

Rovnice 3

$$\hat{\mathbf{B}} = \arg \min_{\mathbf{B}} \left(\frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{BZ}\|^2 + \lambda \|\mathbf{B}\|_1 \right)$$

Odhad optimálního zpoždění p může být součástí křížové validace či je využito informačního kritéria. V našem případě je v práci použito informačního kritéria *AIC* pro odhad optimálního zpoždění p^* . Poté bude výsledný optimální penalizační parametr roven hodnotě $\lambda^{opt}(p^*)$. Pro srozumitelnost zde uvedeme i výpočet optimálního zpoždění:

Rovnice 4

$$p^*_{AIC} = \arg \min [n(\ln |\Sigma_n(p)|) + 2pk^2],$$

kde $\Sigma_n(p)$ je odhad kovarianční matice náhodné složky \mathbf{U} , n velikost datového vzorku a k počet zahrnutých koeficientů v modelu.

I přestože je tato metoda efektivní pro redukci dimenze, nejsme schopni přímo získat odhady směrodatných chyb a tím pádem i intervaly spolehlivosti jednotlivých predikcí. Tyto hodnoty lze odhadnout například na základě metody *bootstrapping*. V rámci této práce se budeme soustředit pouze na bodové odhady a jejich porovnání se standartním VAR procesem.

2.3 Porovnání predikcí

Dílčí predikce jsou v empirické části porovnány na základě tří běžných ukazatelů jako RMSE, MAPE a MdAPE. Pro upřesnění jsou jednotlivé rovnice popsány níže:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - p_t)^2},$$

$$MAPE = \frac{1}{T^{MAPE}} \sqrt{\sum_{t=1}^{T^{MAPE}} \left| \frac{y_t - p_t}{y_t} \right|},$$

$$MdAPE = \text{medián} \left(\left| \frac{y_t - p_t}{y_t} \right| \right).$$

Skutečné hodnoty jsou y_t a predikované p_t .

3 EMPIRICKÁ ČÁST

Benchmark pro rozšířený LASSO VAR model je standardní VAR model, obsahující pouze tři indikátory. Na základě AIC kritérií, je optimální délka zpoždění $p^* = 4$. Dále celková hodnota zmenšení prostoru parametrů po aplikaci LASSO penalizace je rovna hodnotě 61.5 %.

Na základě dostupných dat jsme provedli evaluaci *in-sample* a *out-of-sample* predikcí. Jednotlivé *out-of-sample* predikce byly s různými horizonty (h) od 1 do 3 let ($h = \{4; 8; 12\}$) počínaje rokem 2018.

V Tabulce 2 jsou vypsány výsledné hodnoty pro jednotlivá měření chyby predikce v rámci trénovacího vzorku. Dle všech tří metrik můžeme konstatovat, že LASSO VAR přístup lépe predikuje časovou řadu míry nezaměstnanosti díky dalším informacím zahrnutým v ekonometrickém modelu.

Estimátor	RMSE	MAPE	MdAPE
VAR(4)	0.0894	0.1034	0.1013
LASSO-VAR(4)	0.0565	0.0689	0.0650

Tabulka 2 – *In-sample* míry chyby predikce dílčích estimátorů

Při porovnání predikcí pro různé časové horizonty, LASSO VAR produkuje lepší predikce pouze na nejkratším možném $h = 4$. Na dalších horizontech je standardní VAR model přesnější pro všechny odhadnuté metriky. Vysvětlením tohoto jevu může být i neočekávaný šok ve formě koronavirové krize a její důsledky na českou ekonomiku.

Estimátor	Horizont	RMSE	MAPE	MdAPE
VAR(4)	4	0.0299	0.1297	0.1376

LASSO-VAR(4)	4	0.0145	0.0490	0.0316
VAR(4)	8	0.0313	0.1416	0.1376
LASSO-VAR(4)	8	0.0637	0.2861	0.2840
VAR(4)	12	0.0622	0.1837	0.1607
LASSO-VAR(4)	12	0.1228	0.4827	0.5507

Tabulka 3 – *Out-of-sample* míry chyby predikce pro jednotlivé horizonty

4 ZÁVĚR

V této práci jsme se zabývali jednou z možných metod, jak přistupovat k modelům s velkým počtem proměnných. Konkrétně jsme se zabývali LASSO VAR modelem a jeho predikčními schopnostmi. V empirické části jsme pak provedli predikci časové řady míry nezaměstnanosti České republiky během let 2000 až 2020. Model LASSO VAR jsme porovnávali se standardním VAR modelem, a to v různých predikčních horizontech. V porovnání se standardním přístupem byl LASSO VAR proces ve všech metrikách lepší v případě krátkého predikčního horizontu do jednoho roku. Naopak model VAR vykazoval vyšší predikční sílu pro predikční horizont nad jeden rok.

Použitá literatura

1. **TIBSHIRANI**, Robert. 1996. Regression shrinkage and selection via the lasso. In: Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological) 1996, 58.1: p. 267-288.
2. **ARNOLD**, Andrew; **LIU**, Yan; **ABE**, Naoki. Temporal causal modeling with graphical granger methods. In: Proceedings of the 13th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining. 2007. p. 66-75.
3. **DAVIS**, Richard A.; **ZANG**, Pengfei; **ZHENG**, Tian. Sparse vector autoregressive modeling. Journal of Computational and Graphical Statistics, 2016, 25.4: p.1077-1096.
4. **NICHOLSON**, William B.; **MATTESON**, David S.; **BIEN**, Jacob. Structured regularization for large vector autoregressions. Cornell University, 2014.

Kontaktní údaje

Ing. Hron Filip

Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3 - Žižkov
email: hrof01@vse.cz

Mgr. Ing. Frýd Lukáš, Ph.D.

Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3 - Žižkov
email: lukas.fryd@vse.cz

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/34/2020 Interní grantové agentury Vysoké školy ekonomické v Praze.

VYUŽITIE JAZYKA PYTHON VO VÝUČBE LINEÁRNEHO PROGRAMOVANIA

THE USE OF THE PYTHON LANGUAGE IN TEACHING OF THE LINEAR PROGRAMMING

Michaela Chocholatá¹

Abstrakt

Predmetom príspevku je problematika využitia programovacieho jazyka Python vo výučbe lineárneho programovania s ukázkou riešenia konkrétnej úlohy malých rozmerov pomocou simplexovej metódy (balík SciPy) ako aj ilustrácia grafického riešenia tejto úlohy (balík Matplotlib).

Príučové slová: lineárne programovanie, Python, SciPy, Matplotlib

Abstract

The subject of the paper is the use of the Python programming language in teaching of linear programming with a demonstration of solving a specific problem of small dimensions using the simplex method (SciPy package) as well as an illustration of a graphical solution of this problem (Matplotlib package).

Keywords: linear programming, Python, SciPy, Matplotlib

1 ÚVOD

Lineárne programovanie je súčasťou matematického programovania a jeho predmetom je maximalizácia, resp. minimalizácia lineárnej funkcie pri lineárnych ohraničeniach v tvare rovníc a nerovníc. História lineárneho programovania je pomerne krátka, za prelomový možno z hľadiska riešenia úloh lineárneho programovania považovať rok 1947, kedy Dantzig prezentoval simplexovú metódu. V priebehu ďalších desaťročí vychádzajú publikácie týkajúce sa oblasti parametrického programovania, degenerovanosti riešenia, celočíselného programovania či modifikácie Dantzigovej simplexovej metódy. Spomedzi množstva ďalších oblastí aplikácie možno spomenúť Markowitza a jeho aplikáciu matematického programovania pri výbere portfólia (Markowitz, 1952) či zaoberanie sa otázkou posúdenia efektívnosti algoritmu (pozri napr. Klee a Minty, 1972). Za zásluhy o rozvoj lineárneho programovania a jeho ekonomických aplikácií boli v roku 1975 Nobelovou cenou za ekonómiu ocenení Kantorovič a Koopmans. V priebehu 70. a 80. rokov 20. storočia boli publikované nové prístupy k riešeniu úloh lineárneho programovania, napríklad elipsoidová metóda (Khachiyan, 1979) či metóda vnútorného bodu (Karmarkar, 1984). V súčasnosti existuje široká paleta modifikácií metód na riešenie úloh lineárneho programovania, pričom k ich prudkému rozvoju a obľúbenosti prispieva tiež stále sa zdokonaľujúce softvérové vybavenie počítačov (Chocholatá, 2013; Brezina, Pekár a Reiff, 2020).

Predmetom príspevku je problematika využitia programovacieho jazyka Python vo výučbe lineárneho programovania s ukázkou riešenia konkrétnej úlohy malých rozmerov pomocou simplexovej metódy ako aj ilustrácia grafického riešenia tejto úlohy. Štruktúra príspevku je

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantových úloh VEGA 1/0193/20 a VEGA 1/0211/21.

nasledujúca: časť 2 je venovaná programovaciemu jazyku Python, jeho vzrastajúcej popularite a tiež stručnej charakteristike balíkov NumPy, SciPy a Matplotlib, časť 3 predstavuje úlohu lineárneho programovania a jej riešenie. V časti 4 sú prezentované programy na riešenie konkrétnej úlohy lineárneho programovania s využitím balíkov SciPy a Matplotlib. Príspevok uzatvára v časti 5 záver.

2 PROGRAMOVACÍ JAZYK PYTHON A BALÍKY NUMPY, SCIPY A MATPLOTLIB

Na riešenie úlohy lineárneho programovania možno využiť rôzne typy softvérových produktov, resp. programovacích jazykov, ktoré sú viac alebo menej užívateľsky náročné. V súčasnosti sa v praxi i vo výučbe do popredia dostáva tzv. open source programovací jazyk Python, ktorý začal vyvíjať Holanďan Guido van Rossum na konci 80-tych rokov 20. storočia. Popularita tohto jazyka má v čase výrazne vzostupnú tendenciu – túto skutočnosť možno dokumentovať prostredníctvom hodnotení publikovaných viacerými webovými stránkami.

Index PYPL², ktorý udáva popularitu programovacích jazykov na základe údajov o častosti vyhľadávania príručiek, resp. tutoriálov k rôznym programovacím jazykom pomocou Google, označuje Python v novembri 2021 za programovací jazyk číslo 1 s podielom takmer 30 % (Obr. 1).

Obr. 1: PYPL index popularity programovacích jazykov (november 2021)

Worldwide, Nov 2021 compared to a year ago:				
Rank	Change	Language	Share	Trend
1		Python	29.47 %	-1.5 %
2		Java	17.27 %	+0.8 %
3		JavaScript	8.97 %	+0.5 %
4		C#	7.17 %	+0.8 %
5	↑	C/C++	6.6 %	+0.6 %

Zdroj: <https://pypl.github.io/PYPL.html>

Taktiež podľa indexu TIOBE³ bol v novembri 2021 Python najpopulárnejším programovacím jazykom na svete (Obr. 2).


Aktuálne najnovšiu verziu Pythonu (Python 3.10.0) je možné stiahnuť a nainštalovať zo stránky <https://www.python.org/>. V Pythone je možné nielen vytvárať vlastné funkcie, ale aj používať tzv. balíky, ktoré obsahujú súhrn funkcií a ich inštalácia je možná napr. zo stránky <https://pypi.org/>. Súčasťou Pythonu je vývojové prostredie IDLE⁴, v ktorom je možné vytvoriť nový súbor (prípona .py) na napísanie programu. Po spustení takto napísaného programu sa výstup zobrazí v interaktívnom okne „Shell“ (Blaho, 2016).

² Popularity of Programming Language Index

³ Index TIOBE udáva popularitu programovacích jazykov, pričom na výpočet hodnotení sa používajú internetové vyhľadávače ako Google, Bing, Yahoo!, Wikipedia, Amazon, YouTube a Baidu.

⁴ Integrated Development and Learning Environment

Obr. 2: TIOBE index popularity programovacích jazykov (november 2021)

Nov 2021	Nov 2020	Change	Programming Language	Ratings	Change
1	2	▲	 Python	11.77%	-0.35%
2	1	▼	 C	10.72%	-5.49%
3	3		 Java	10.72%	-0.96%
4	4		 C++	8.28%	+0.69%
5	5		 C#	6.06%	+1.39%

Zdroj: <https://www.tiobe.com/tiobe-index/>

V rámci výučby pri riešení úloh lineárneho programovania je vhodné využiť balíky NumPy⁵, SciPy⁶ a Matplotlib⁷. Balík NumPy umožňuje rôzne spôsoby vytvárania polí a manipuláciu s číselnými údajmi v nich (Chocholatá, 2021). SciPy rozširuje funkcionality poskytované balíkom NumPy, pričom na riešenie úloh lineárneho programovania je výhodné využiť submodul „scipy.optimize“ a importovať funkciu „linprog“⁸. Na ilustráciu grafického riešenia úlohy lineárneho programovania je v rámci výučby využívaný balík Matplotlib, konkrétne import súboru funkcií „matplotlib.pyplot“.

3 ÚLOHA ÚLOHA LINEÁRNEHO PROGRAMOVANIA A JEJ RIEŠENIE

Úlohy lineárneho programovania sú matematickými modelmi reálnej ekonomickej situácie a slúžia ako prostriedky na podporu rozhodovania. V procese prijatia rozhodnutia teda po vymedzení oblasti záujmu a zhromaždení zodpovedajúcich dát nasleduje formulácia zodpovedajúceho matematického modelu. Ďalej je potrebné špecifikovať zodpovedajúci algoritmus na riešenie formulovaného problému s využitím vhodnej softvérovej podpory. Nasleduje výpočet optimálneho riešenia, ktoré je potrebné verifikovať z hľadiska jeho výrokovej schopnosti, pričom v prípade nutnosti vstupný model možno preformulovať. V prípade uspokojujúcich výsledkov verifikácie riešenia nasleduje realizácia rozhodnutia na základe získaného riešenia analyzovaného problému (Taha, 2007; Chocholatá, 2013).

Matematická formulácia úlohy lineárneho programovania s využitím maticového zápisu má tvar (Chocholatá, 2013):

$$\max(\min) f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (1)$$

$$\mathbf{Ax} \{ \leq, \geq, = \} \mathbf{b} \quad (2)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (3)$$

⁵ Numerical Python

⁶ Scientific Python

⁷ Python plotting package

⁸ Funkcia „linprog“ umožňuje využitie trojice metód – simplexovej metódy, metódy vnútorného bodu a revidovanej simplexovej metódy.

pričom symboly \mathbf{c}^T , \mathbf{x} , \mathbf{A} a \mathbf{b} vo vzťahoch (1) – (3) označujú vektor koeficientov účelovej funkcie (rozmer $1 \times n$), vektor rozhodovacích premenných (rozmer $n \times 1$), maticu koeficientov sústavy ohraničení (rozmer $m \times n$) a vektor koeficientov pravej strany ($m \times 1$).

Proces hľadania optimálneho riešenia úlohy lineárneho programovania možno zhrnúť do troch fáz (Eiselt a Sandblom, 2007), a to prípustnosť, optimalita a senzitivita. Fáza prípustnosti sa zaoberá otázkou splnenia, resp. nesplnenia ohraničujúcich podmienok. V prípade ich nesplnenia je potrebné vstupný model preformulovať, aby malo zmysel ďalej s ním pracovať. Po úspešnom nájdení prípustného riešenia, nasleduje druhá fáza, fáza optimality, v rámci ktorej ide o hľadanie optimálneho riešenia. Ak teda existuje aspoň jedno prípustné riešenie (inak by sme sa totiž nemohli nachádzať v druhej fáze), znamená to, že existuje aspoň jedno optimálne riešenie (za predpokladu, že neuvažujeme špeciálny prípad s neohraničenou množinou prípustných riešení). Druhá fáza sa teda končí nájdením takéhoto riešenia. Predmetom poslednej, tretej fázy je analýza, v rámci ktorej sa skúma, čo sa stane, ak príde k zmene hodnôt niektorých vstupných parametrov modelu. Senzitivna analýza je preto označovaná aj ako postoptimalizačná analýza, keďže dáva odpoveď na otázku typu: „Čo sa stane, keď...?“ (Chocholatá, 2013).

Na riešenie úloh lineárneho programovania je v praxi i vo výučbe najčastejšie využívaná už spomínaná simplexová metóda, používané sú i jej niektoré modifikácie (napr. revidovaná simplexová metóda) a v posledných desaťročiach sa populárnymi stávajú tiež rôzne algoritmy vnútorného bodu (Chocholatá, 2012; Chocholatá, 2013). Okrem algebrického riešenia úlohy lineárneho programovania sa vo výučbe využíva tiež grafické riešenie úloh lineárneho programovania s dvomi premennými. Vzhľadom na aplikačnú časť príspevku uvidíme stručne podstatu simplexovej metódy ako aj hlavné princípy grafického riešenia úlohy.

Simplexová metóda vychádza zo známeho bázického riešenia úlohy, pričom po konečnom počte krokov umožňuje získať optimálne riešenie úlohy alebo prijať záver, že optimálne riešenie danej úlohy neexistuje. Jednotlivé kroky (iterácie) simplexovej metódy spočívajú v nájdení nového bázického riešenia s lepšou hodnotou účelovej funkcie ako pri predchádzajúcom kroku (iterácii). Uvedený postup opakujeme dovtedy, kým nenájdeme optimálne riešenie úlohy.

Pri grafickom riešení úlohy lineárneho programovania je v prvej fáze potrebné zobrazit množinu prípustných riešení, t. j. identifikovať také hodnoty premenných x_1 a x_2 , ktoré vyhovujú ohraničujúcim podmienkam úlohy (2) a tiež podmienkam nezápornosti (3). Predmetom druhej fázy grafického riešenia úlohy lineárneho programovania (samozrejme za predpokladu, že množina prípustných riešení nie je prázdna) je potom hľadanie optimálneho riešenia, t. j. takého (takých) bodu (bodov) množiny prípustných riešení, v ktorom (ktorých) účelová funkcia dosahuje svoj extrém (maximum alebo minimum).

4 VYUŽITIE BALÍKOV SCIPY A MATPLOTLIB PRI RIEŠENÍ ÚLOHY LINEÁRNEHO PROGRAMOVANIA

Najjednoduchším spôsobom ako vyriešiť úlohu lineárneho programovania v Pythone je inštalovanie balíka SciPy a importovanie funkcie „`scipy.optimize.linprog`“, ktorej syntax je znázornená na Obr. 3. Syntax tejto funkcie vyžaduje úpravu úlohy tak, aby úloha bola minimalizačná a ohraničenia boli v tvare „ \leq “ alebo „ $=$ “, čo je jednoducho zrealizovateľné pomocou tzv. elementárnych transformácií (Brezina, Ivaničová a Pekár, 2007). Výsledok

optimalizácie získané pomocou funkcie „`scipy.optimize.linprog`“ obsahuje nasledujúce hodnoty⁹:

„`con`“ – 1-D pole obsahujúce (nominálne nulové hodnoty) reziduálov získané z ohraničení v tvare „`=`“, `b_eq - A_eq @ x`,

„`fun`“ – optimálna hodnota účelovej funkcie, `c @ x`,

„`message`“ – slovný popis výsledného statusu algoritmu,

„`nit`“ – celkový počet iterácií vo všetkých fázach algoritmu,

„`slack`“ – (nominálne kladné) hodnoty doplnkových premenných, `b_ub - A_ub @ x`,

„`status`“ – celočíselná hodnota udávajúca výsledný status algoritmu:

0: optimalizácia bola úspešne ukončená,

1: bol dosiahnutý stanovený počet iterácií,

2: úloha nemá prípustné riešenie,

3: úloha má neohraničené riešenie,

4: vyskytli sa numerické ťažkosti,

„`success`“ – „`True`“ v prípade, ak algoritmus úspešne našiel optimálne riešenie,

„`x`“ – 1-D pole obsahujúce hodnoty rozhodovacích premenných, ktoré minimalizujú účelovú funkciu za predpokladu splnenia ohraničujúcich podmienok úlohy.

Obr. 3: Syntax funkcie „`scipy.optimize.linprog`“

scipy.optimize.linprog

```
scipy.optimize.linprog(c, A_ub=None, b_ub=None, A_eq=None, b_eq=None, bounds=None,
method='interior-point', callback=None, options=None, x0=None) [source]
```

Linear programming: minimize a linear objective function subject to linear equality and inequality constraints.

Linear programming solves problems of the following form:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & c^T x \\ \text{such that} \quad & A_{ub}x \leq b_{ub}, \\ & A_{eq}x = b_{eq}, \\ & l \leq x \leq u, \end{aligned}$$

where x is a vector of decision variables; c , b_{ub} , b_{eq} , l , and u are vectors; and A_{ub} and A_{eq} are matrices.

Zdroj: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.linprog.html>

Po výpočte optimálneho riešenia úlohy s dvomi premennými pomocou funkcie „`scipy.optimize.linprog`“ je v procese výučby lineárneho programovania vhodné ilustrovať riešenie úlohy v Pythone graficky s využitím balíka Matplotlib. Po importovaní súboru funkcií „`matplotlib.pyplot`“ je možné graficky znázorniť ohraničenia úlohy lineárneho programovania, vyznačiť množinu prípustných riešení úlohy, znázorniť vektor gradientu účelovej funkcie i viaceré úrovňové priamky s využitím for-cyklu.

⁹ <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.linprog.html>

Využitie funkcií „`scipy.optimize.linprog`“ balíka SciPy a súboru funkcií „`matplotlib.pyplot`“ balíka Matplotlib pri výučbe lineárneho programovania ilustrujeme na nasledujúcom príklade:

$$\begin{aligned} \max f(\mathbf{x}) &= 5x_1 + 6x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 &\leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Na Obr. 4 je uvedený program a riešenie úlohy (4) s pomocou balíka SciPy, pričom ako metóda riešenia bola zvolená simplexová metóda. Z pravej časti Obr. 4 je zrejmé, že optimalizácia prebehla úspešne, optimálne riešenie má tvar $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, s_1^*, s_2^*) = (2; 3/2; 0; 0)$ a zodpovedajúca hodnota účelovej funkcie $f(\mathbf{x}^*) = 19$. Na nájdenie optimálneho riešenia simplexovou metódou boli potrebné dve iterácie.

Obr. 4: Program a riešenie úlohy (4) v Pythone s pomocou balíka SciPy

<pre>File Edit Format Run Options Window Help from scipy.optimize import linprog c = [-5,-6] A = [[3,4],[3,2]] b = [12,9] res = linprog(c, A_ub=A, b_ub=b, method='simplex') print(res)</pre>	<pre>File Edit Shell Debug Options Window Help Python 3.8.3 (tags/v3.8.3:6f8c832, May 13 2020, 22 D64) on win32 Type "help", "copyright", "credits" or "license()" >>> ===== RESTART: F:\Praha 2021 scipy a matplotlib con: array([], dtype=float64) fun: -19.0 message: 'Optimization terminated successfully.' nit: 2 slack: array([0., 0.]) status: 0 success: True x: array([2. , 1.5]) >>></pre>
--	---

Zdroj: vlastné výpočty

V príspevku Chocholatá (2021), venovanom princípu algebrického riešenia úlohy simplexovou metódou, možno nájsť program, ktorý umožní nájdenie všetkých bázičných riešení úlohy (4), zistenie ich prípustnosti a na základe hodnôt účelovej funkcie špecifikuje optimálne riešenie.

Pre úlohu (4) ukážeme tiež ilustráciu grafického riešenia s využitím balíka Matplotlib. Program a grafické riešenie sú súčasťou Obr. 5. Pomocou programu uvedeného v ľavej časti Obr. 5 sme s využitím balíka NumPy (Chocholatá, 2021) vygenerovali hodnoty x , nastavili sme zobrazenie osí x aj y od -2 po 10 , zadefinovali vzťahy pre zakreslenie ohraničujúcich priamok (zelená farba), na základe zadania krajných bodov množiny prípustných riešení sme červeným vyznačili množinu prípustných riešení úlohy, na zakreslenie vektora gradientu sme využili modrú plnú čiaru a modré trojuholníky a žltou farbou na základe for-cyklu sme znázornili úrovňové priamky pre rôzne hodnoty účelovej funkcie.

Obr. 5: Program a ilustrácia grafického riešenia úlohy (4) s využitím balíka Matplotlib

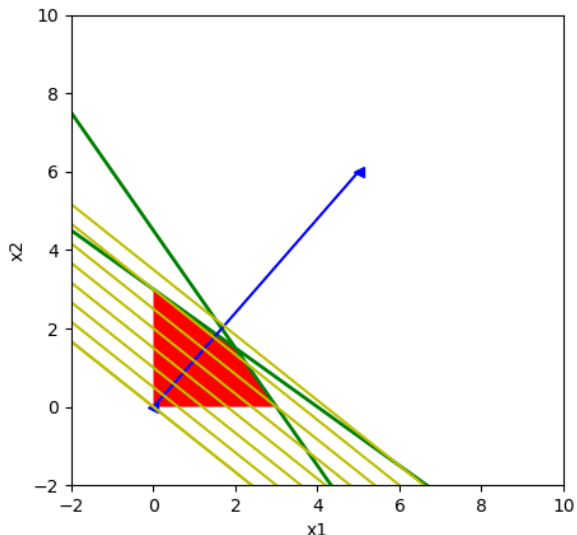
File Edit Format Run Options Window Help

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

c = [5,6]
A = [[3,4],[3,2]]
b = [12,9]

#generovanie hodnôt x:
x=np.arange(-10,10,0.2)
#zobrazenie osi x aj y od -2 do 10:
plt.axis([-2,10,-2,10])
#prvá ohraničujúca priamka:
y1=b[0]/A[0][1]-A[0][0]/A[0][1]*x
#druhá ohraničujúca priamka:
y2=b[1]/A[1][1]-A[1][0]/A[1][1]*x
#zakreslenie ohr. priamok:
plt.plot(x, y1, x, y2,color='g', linewidth=2.0)
#vyznačenie množiny prípustných riešení
#na základe definovania jej krajných bodov:
plt.fill([0,0,2,3],[0,3,1.5,0], 'r')
#znázornenie vektora gradientu:
plt.plot([0, c[0]], [0,c[1]],"b<")
plt.plot([0, c[0]], [0,c[1]],"b-")
#znázornenie úrovňovej priamky:
plt.plot(x,-c[0]/c[1]*x,"y-")
#vytvorenie cyklu pre úrovňové priamky pre rôzne HÚF
koeficient=np.arange(0,4,0.5)
for i in koeficient:
    plt.plot(x,i-c[0]/c[1]*x,"y-")
#pomenovanie osi x
plt.xlabel('x1')
#pomenovanie osi y
plt.ylabel('x2')

plt.show()
```



Zdroj: vlastné výpočty

5 ZÁVER

Predmetom príspevku bolo predstaviť využitie programovacieho jazyka Python vo výučbe lineárneho programovania s ukážkou riešenia konkrétnej úlohy malých rozmerov pomocou simplexovej metódy (balík SciPy) ako aj ilustrácia grafického riešenia tejto úlohy (balík Matplotlib). Je zrejmé, že využitie voľne šíriteľného programovacieho jazyka Python vo výučbe lineárneho programovania významným spôsobom prispieva jednak k rozvoju vedomostí a znalostí z oblasti lineárneho programovania, a jednak aj počítačových zručností študentov, čím sa zvyšuje napríklad aj ich uplatniteľnosť na pracovnom trhu.

Použitá literatúra

1. BLAHO, A. 2016. *Programovanie v Pythone. Časť 1.* [cit. 2020.06.18]. Dostupné na internete: <https://cloud2.edupage.org/cloud/Python1.pdf?z%3AepyuQvJmhf0yqVOgLnKDxwYB44sjoT4BKXwJpkmfcDRVi%2BgPbUTLWdD5MgmtSnBxpISFgkyFR1T%2FlsTiSC50IA%3D%3D>
2. BREZINA, I. – IVANIČOVÁ, Z. – PEKÁR, J. 2007. *Operačná analýza.* Bratislava: IURA Edition.
3. BREZINA, I. – PEKÁR, J. – REIFF, M. 2020. Alternatívne programové produkty na výučbu lineárneho programovania. *Ekonomika a Informatika*, 18(1), s. 25-38.
4. EISELT, H. A. – SANDBLOM, C. L. 2007. *Linear Programming and its Applications.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

5. CHOCHOLATÁ, M. 2012. Metóda vnútorného bodu a jej využitie na riešenie úloh lineárneho programovania. *Ekonomika a informatika*, 10(2), s. 35-46.
6. CHOCHOLATÁ, M. 2013. *Lineárne programovanie pre manažérov*. Bratislava: EKONÓM.
7. CHOCHOLATÁ, M. 2021. Úloha lineárneho programovania a programovací jazyk Python vo výučbe. *Využitie kvantitatívnych metód vo vedeckovýskumnej činnosti a v praxi XIV: zborník príspevkov z medzinárodného vedeckého seminára (v tlači)*.
8. KARMARKAR, N. K. 1984. A New Polynomial Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica*, 4, s. 373–395.
9. KHACHIYAN, L.G. 1979. A Polynomial Algorithm in Linear Programming. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 244, s. 1093–1096. Translated into English in *Soviet Mathematics Doklady*, 20, s. 191–194.
10. KLEE, V. – MINTY, G. 1972. How Good is the Simplex Algorithm? In: O. Shisha, ed., "Inequalities-III" New York: Academic Press.
11. MARKOWITZ, H. M. 1952. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7, s. 77–91.
12. <https://pypi.org/> [cit. 2021.11.05]
13. <https://pypl.github.io/PYPL.html> [cit. 2021.11.05]
14. <https://www.python.org/> [cit. 2021.11.05]
15. TAHA, H. A. 2007. *Operations Research: An Introduction*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
16. <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.linprog.html> [cit. 2021.11.05]
17. <https://www.tiobe.com/tiobe-index/> [cit. 2021.11.11]

Kontaktné údaje

doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD.
 Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
 Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
 Tel: (421 2) 67 295 832
 email: michaela.chocholata@euba.sk

VÝVOJ MEDZINÁRODNEJ INVESTIČNEJ POZÍCIE V ČASE PANDÉMIE COVID-19

DEVELOPMENT OF THE INTERNATIONAL INVESTMENT POSITION DURING THE COVID-19 PANDEMIC

Miroslava Jánošová

Abstrakt

Tento príspevok si kladie za cieľ preskúmať dostupnú literatúru, ktorá sa venuje analýze vplyvu pandémie COVID-19 na vývoj medzinárodnej investičnej pozície (MIP) ako jedného z faktorov, ktorý môže byť včasným indikátorom blížiacej sa hospodárskej krízy. V rámci predkladaného príspevku sme sa prevažne zamerali na priame zahraničné investície a portfóliové investície, ktoré sú zložkami MIP. V druhej časti príspevku sa venujeme zhodnoteniu aktuálneho vývoja MIP a jeho vybraných zložiek v podmienkach Slovenska.

***Kľúčové slová:** Medzinárodná investičná pozícia, COVID-19, priame zahraničné investície*

Abstract

This paper aims to review the available literature analyzing the impact of the COVID-19 pandemic on the development of the international investment position (MIP) as one of the factors that may be a timely indicator of the impending economic crisis. In the presented contribution, we focused mainly on foreign direct investment and portfolio investment, which are components of MIP. In the second part of the paper we deal with the evaluation of the current development of MIP and its selected components in the conditions of Slovakia.

***Keywords:** International Investment Position, COVID-19, Foreign Direct Investment*

ÚVOD

Medzinárodná investičná pozícia (MIP), predstavuje ukazovateľ, ktorý odráža pozíciu krajiny v medzinárodnej ekonomike a má vplyv na jej platobnú bilanciu ako aj menovú politiku krajiny. Tento ukazovateľ môže byť aj účinným indikátorom pre včasné odhalenie hospodárskej krízy. V súčasnosti Slovensko ako aj ostatný svet prechádza jednou z najťažších kríz v spojitosti s pandemiou COVID-19 čo v značnej miere ovplyvnilo a destabilizovalo aj finančný sektor. Svet už čelil viacerým hospodárskym a ekonomickým krízam, avšak tieto krízy boli spôsobené v prevažnej miere vnútornými faktormi, ktoré súviseli s fungovaním inštitúcií finančného ako aj ekonomického sektora. V spojitosti so šírením COVID-19, však dochádza k narušeniu funkčnosti finančných trhov a k ich destabilizáciám, dochádza k obmedzovaniu ako aj sťahovaniu a presunu kapitálu z krajín, čím sa značne znižujú finančné trhy. V príspevku sa zameriame prevažne na vybrané zložky medzinárodnej investičnej pozície a to priame zahraničné investície a portfóliové investície.

1 PANDÉMIA COVID-19 A JEJ VPLYV NA VÝVOJ MEDZINÁRODNEJ INVESTIČNEJ POZÍCIE

Autorka Giofré M. (2020) vo svojej práci skúmala rozsah vplyvu pandémie COVID-19 na finančné trhy smerom k vyspelým ekonomikám. V práci konštatuje, že v rámci všeobecného

poklesu zahraničných investícií vyspelé krajiny s vyšším hrubým domácim produktom (HDP) na obyvateľa, krajiny patriace do skupiny G7 alebo Eurozóny, sú vplyvom pandémie zasiahnuté výrazne menej ako rozvíjajúce sa a rozvojové krajiny. Rovnaká autorka Giofré M. (2021) skúmala aj vývoj zahraničných investícií bezprostredne po implementácii prísnych opatrení prijatých vládami v súvislosti s COVID-19, pričom ju zaujíma správanie zahraničných investorov, ktorí môžu reagovať v súvislosti s prijatými prísnymi opatreniami dvomi spôsobmi. Prvý spôsob je, že zahraniční investori by nemuseli mať vôľu investovať v krajine, ktorá prijala v súvislosti s COVID-19 príliš radikálne opatrenia, čo by viedlo k obdobiu recesie a zníženiu ziskovosti aktív emitovaných danou krajinou. Druhý spôsob je presný opak a to, že zahraničných investorov by mohli prilákať práve aktíva, ktoré sú vydané krajinami, ktoré prijali radikálne opatrenia a obmedzenia, pretože tieto by mohli byť vnímané ako okamžité náklady, ale v budúcnosti by sa vyhlí vyšším nákladom. Prokopenko O. a kol. (2021) pozornosť venovali zdôvodneniu vhodnosti preorientovania medzinárodných investičných tokov na základe vplyvu pandémie COVID-19. Zdôrazňujú nevyhnutnosť prehodnotenia umiestňovania a implementácie investičných tokov na úrovni štátu a navrhujú investície realizovať do klastrov, pričom sa zamerať hlavne na smerovanie do nových a vznikajúcich technológií, ako sú digitálne technológie, zdravotná starostlivosť, a biotechnológie a potravinová bezpečnosť prostredníctvom investičného poľnohospodárstva a agropriemyslu. OECD (2020a) a OECD (2020b) predpokladajú, že dôjde v súvislosti s pandemiou a v súvislosti s prijatými opatreniami vlád k prudkému poklesu priamych zahraničných investícií. V prípade portfóliových investícií, ktoré sú súčasťou ukazovateľa medzinárodnej investície, a ktoré sú práve volatilnejšie a rovnako citlivejšie než priame zahraničné investície, zareagovali ešte skôr na šok spôsobený vyhlásenou pandemiou a ekonomiky rozvíjajúcich sa a rozvojových trhov zažili výrazný pokles prílevu práve týchto portfóliových investícií vzhľadom na náchylnosť investorov kapitál stiahnuť domov resp. investovať do bezpečnejších aktív v čase neistoty. Casey L. W. (2021) poukazuje na globálne ekonomické dopady, ktoré boli prehĺbené práve pandemiou COVID-19. Za tieto problémy považuje rastúci nacionalizmus, protekcionizmus a iné formy antiglobalizácie, zároveň poukazuje na prudký pokles tokov priamych zahraničných investícií a práve priame zahraničné investície sú hlavnou súčasťou globalizácie ako efektívny kapitálový transfer z kapitálovo bohatých krajín do kapitálovo chudobných krajín. Tento prudký pokles pripisuje hlavne narušeným tradičným dodávateľským reťazcom a stabilizovanie resp. zvrátenie tohto negatívneho trendu odlevu kapitálu vidí hlavne v tom, ako budú národné vlády schopné riešiť základné ekonomické problémy pandémie. Hishan, S. S. (2021) uvádza, že pandémia pozastavila mnohé obchodné aktivity po celom svete, pričom práve PZI zohrávajú a budú zohrávať kľúčovú úlohu vo fáze oživovania globálnej ekonomiky. Napriek publikovaným viacerým negatívnym prognózam vývoja PZI autor konštatuje, že je na obchodných a svetových lídroch, aby sformulovali stratégie, ktoré budú viesť k podpore medzinárodného obchodu a zlepšeniu dôvery investorov. Cieľom štúdie autorov Ciobanu R., Sova R., Popa F. A. (2020) bolo analyzovať vplyv prílevu PZI na rast HDP a analyzovať či pandémia COVID-19 môže ovplyvniť perspektívu rastu ekonomík strednej a východnej Európy ešte viac, než tomu bolo pred vypuknutím pandémie. Štúdia potvrdila, že prilákanie zahraničného kapitálu je pre ekonomiky prospešné aj za cenu ovplyvnenia miestneho trhu v hostiteľskej krajine. Pričom tieto PZI prispievajú k rozvoju nových technológií, ľudskému kapitálu, zlepšenie legislatívnych opatrení ako aj zlepšenie zahraničného obchodu.

2 MEDZINÁRODNÁ INVESTIČNÁ POZÍCIA POČAS PANDÉMIE COVID-19

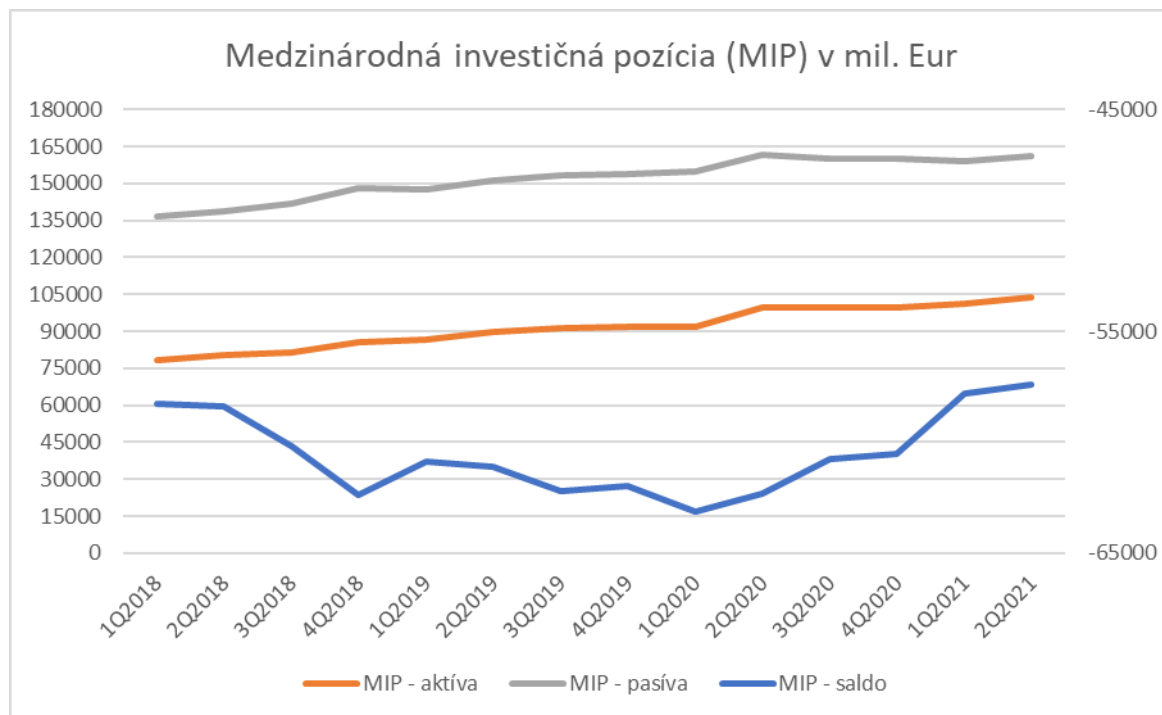
Medzinárodná investičná pozícia¹ je charakterizovaná ako súhrn zahraničných aktív a pasív, ktorá predstavuje ukazovateľ finančnej otvorenosti krajiny ako aj ukazovateľ zahraničného dlhu a zároveň má aj vypovedaciu schopnosť z pohľadu sledovania finančnej stability krajiny. Samotnú MIP môžeme rozdeliť na aktíva, ktoré sú charakterizované ako finančné toky smerujúce do zahraničia a ako pasíva čo predstavujú finančné toky plynúce zo zahraničia. Rozdiel medzi aktívami a pasívami je označované ako saldo medzinárodnej investičnej pozície Jánošík P. (2010). V nasledujúcej časti sa budeme venovať vývoju aktív, pasív a salda medzinárodnej investičnej pozície ako aj vývoju pasív vybraných zložiek MIP a to konkrétne priamym zahraničným investíciám a portfóliovým investíciám.

2.1 Vývoj ukazovateľa medzinárodnej investičnej pozície pre Slovensko

Na Grafe 1 na hlavnej osi (ľavej) môžeme vidieť priebeh vývoja MIP – aktíva a MIP – pasíva za obdobie od 1. štvrťroku 2018 až do 2. štvrťroku 2021. Z priebehu týchto ukazovateľov môžeme konštatovať, že odlev (aktíva) finančného kapitálu zo Slovenska je rastúci do 1. štvrťroku 2020 kedy bol na úrovni 91 853,89 mil. Eur priemerný medzi kvartálny rast do tohto obdobia predstavoval 2,06 %. V druhom štvrťroku 2020 však bolo zaznamenané výraznejšie zvýšenie odlevu finančného kapitálu zo Slovenska a to v sume 99 609,72 mil. Eur čo predstavuje trojmesačný rast 8,29 %. V nasledujúcom trojmesačnom období síce prišlo k miernemu poklesu odlevu finančného kapitálu zo Slovenska, ale len o 0,05% a hneď v nasledujúcom štvrťroku začali aktíva MIP narastať až do 2. štvrťroku 2021. Prílev finančného kapitálu (pasíva) na Slovensko rovnako zaznamenával v sledovanom období rast až do 2. kvartálu 2020 kedy bol na úrovni 161 911,2 mil. Eur. Práve v druhom štvrťroku 2020 však mnohé krajiny v dôsledku pandémie COVID-19 vrátane Slovenska pristúpili k prijatiu viacerých prísnych opatrení a to je jednou z možných príčin, prečo sa v tomto kvartáli prílev zastavil a začal klesať na úroveň 160 290,11 mil. EUR čo predstavuje zmenu rastu o 3,38 percentuálneho bodu. Tento pokles prílevu zahraničného kapitálu na Slovensko pokračoval aj v ďalšom období nasledujúcich štvrťrokov až do 1. kvartálu 2021 na úroveň 158 893,45 mil. EUR. Na základe dostupných údajov v druhom kvartáli 2021 pasíva medzinárodnej investičnej pozície zaznamenali nárast v trojmesačnom období o 0,65 percentuálneho bodu. Saldo medzinárodnej investičnej pozície zobrazené na Grafe 1 na vedľajšej osi (pravej) dosahuje počas celého sledovaného obdobia záporné hodnoty a investície zahraničných subjektov, ktoré pritekali na územie Slovenska výrazne prevyšujú investície, ktoré slovenské subjekty investujú v zahraničí. Saldo MIP v priebehu od prvého kvartálu 2018 malo prevažne klesajúcu tendenciu až po 1. kvartál roku 2020 od kedy toto saldo začalo rásť a teda rozdiel medzi odlevom a prílevom finančného kapitálu sa začal postupne znižovať. Saldo MIP v druhom štvrťroku 2021 dosiahlo hodnotu -57 378,51 mil. EUR.

¹ Ukazovateľ vykazovaný na základe Manuálu platobnej bilancie Medzinárodného menového fondu (5. vydanie, 1999) z príručky OECD o Východiskových pojmoch priamych zahraničných investícií (3. vydanie, 1996), usmernenia Európskej centrálnej banky (ECB) o požiadavkách Európskej centrálnej banky na štatistické vykazovanie v oblasti štatistiky platobnej bilancie a medzinárodnej investičnej pozície o výkazu medzinárodných rezerv

Graf 1 Vývoj MIP na Slovensku od 1Q2018 – 2Q2021

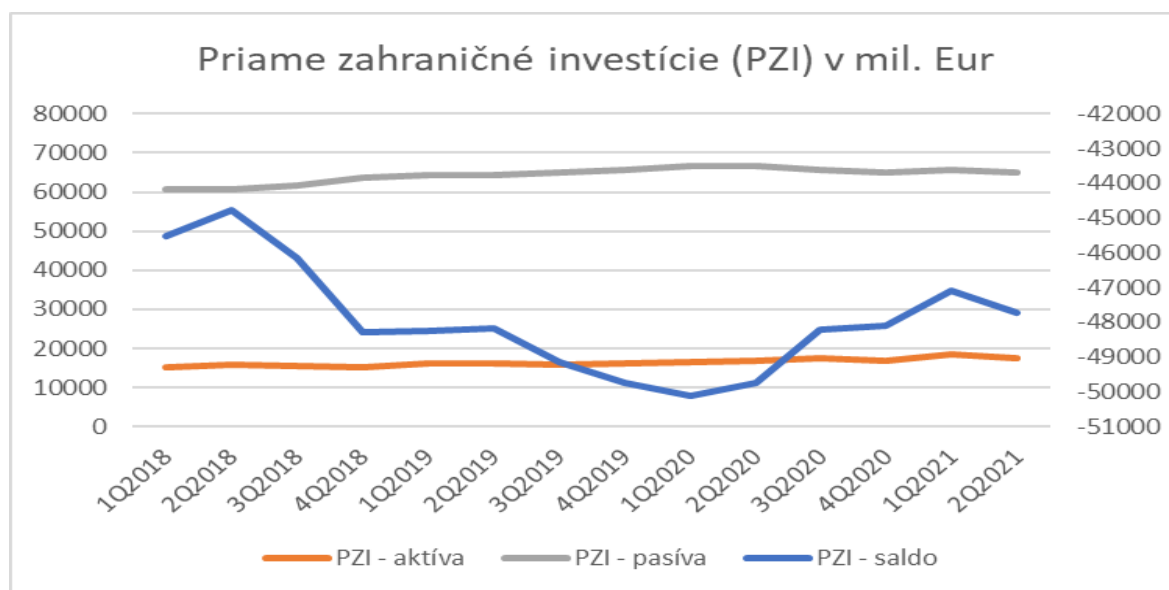


Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dát Národnej banky Slovenska

2.2 Vývoj ukazovateľov priame zahraničné investície a portfóliové investície pre Slovensko

Priame zahraničné investície, ktoré jednou z hlavných zložiek ukazovateľa medzinárodná investičná pozícia stále viac naberajú na význame z globálneho hľadiska a z hľadiska hospodárskeho rastu krajín. A práve aktuálna situácia, ktorá je vyvolaná pandémiou COVID-19, je určitým testom investičnej politiky tak na Slovensku ako aj v iných krajinách.

Graf 2 Vývoj PZI na Slovensku od 1Q2018-2Q2021

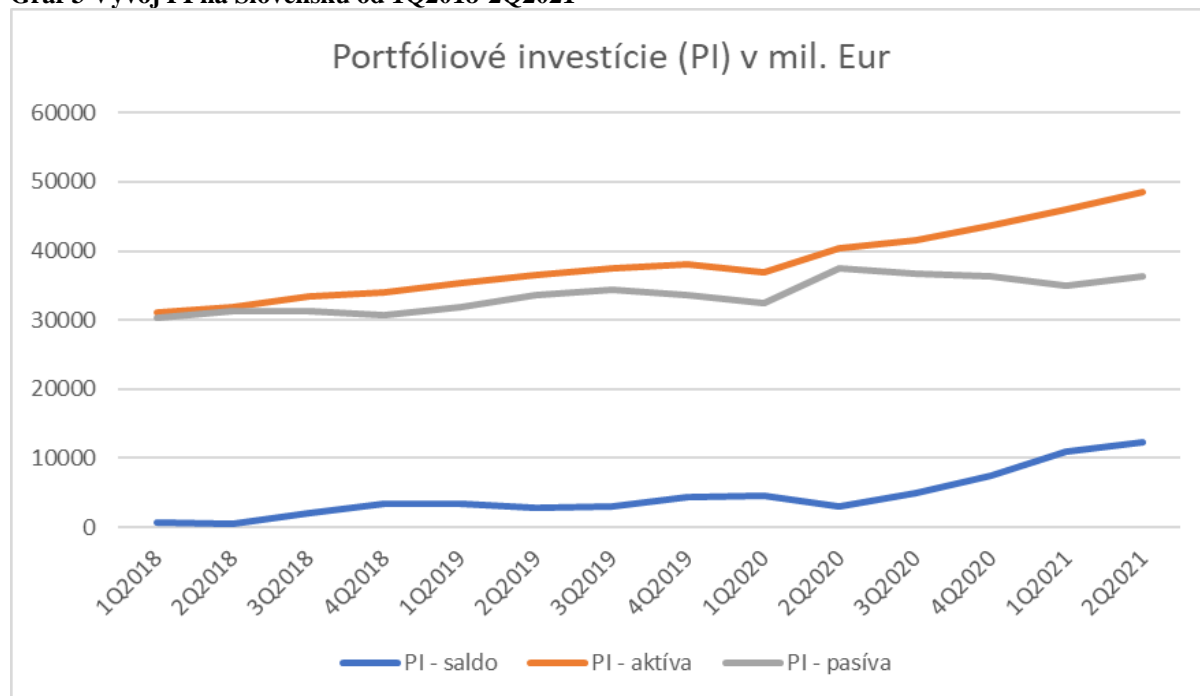


Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dát Národnej banky Slovenska

Na Grafe 2 na hlavnej osi môžeme vidieť vývoj aktív ako aj pasív PZI za obdobie od 1. štvrťroku 2018 až po 2. štvrťrok 2021 pričom ako môžeme vidieť prílev PZI na Slovensko vykazoval v sledovanom období rast až do 1. kvartálu roku 2020 a teda do obdobia kým nebola vyhlásená pandémia COVID-19, následne od tohto obdobia začal prílev PZI na Slovensko klesať a tento pokles medzi 1. kvartálom 2020 a 2. kvartálom 2020 predstavoval 1,3 percentuálneho bodu. Následne dochádzalo k poklesu prílevu PZI na Slovensko aj v nasledujúcich dvoch kvartáloch až do 1. kvartálu roku 2021, kedy prílev priamych zahraničných investícií trochu narástol a to z úrovne 64 835,73 mil. Eur na úroveň 65 575,43 mil. Eur pre 1. kvartál roku 2021. Posledné dostupné údaje pre 2. kvartál roku 2021 naznačujú však, že opäť prílev priamych zahraničných investícií začína klesať a to o 0,48 percentuálneho bodu oproti predchádzajúcemu trojmesačnému obdobiu. Aktíva PZI a teda odlev priamych zahraničných investícií zo Slovenska za sledované obdobie mal veľmi obdobný charakter ako prílev PZI. Saldo PZI na celom sledovanom období dosahovalo záporné hodnoty, pričom prílev PZI vysoko prevyšoval odlev PZI.

Portfóliové investície (PI) sú rovnako zložkou medzinárodnej investičnej pozície a určujú sa výlučne na základe koncoročných údajov o pozíciách v investičných cenných papieroch, krátko a dlhodobých cenných papierov emitovaných rezidentmi nepatriacimi do eurozóny, pričom sa využíva skutočnosť, že údajové požiadavky stanovené ECB sú plne v súlade s účasťou na koordinovanom prieskume portfóliových investícií, ktorý uskutočňuje MMF. Portfóliové investície sa vyznačujú veľkou citlivosťou na vývoj v ekonomike a teda investori môžu tieto investície vo veľmi krátkom čase stiahnuť z krajiny, čo môže v niektorých prípadoch vplývať na ekonomiku negatívne. Ich pozitívny vplyv je možné sledovať vo vzťahu posilňovania domáceho kapitálového trhu. Práve vzhľadom na túto skutočnosť je zaujímavé sledovanie vývoja aj tohto ukazovateľa v období pandémie COVID-19.

Graf 3 Vývoj PI na Slovensku od 1Q2018-2Q2021



Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dát Národnej banky Slovenska

Na Grafe 2 vidíme vývoj portfóliových investícií za sledované obdobie v členení na aktíva, pasíva a saldo. Aktíva PI, ktoré smerujú zo Slovenska aj napriek pandémie COVID-19 majú skoro stále rastúcu tendenciu počas celého obdobia od 1 kvartálu 2018 až po 2. kvartál 2021 jediné obdobie, kedy mierne poklesli, je obdobie 1. kvartálu roku 2020 avšak následne hneď v priebehu nasledujúcich troch mesiacov zaznamenali nárast o 3 512,2 mil. Eur a tento rast pretrváva až do teraz. Pasíva portfóliových investícií vykazovali rast až do 3. kvartálu roku 2019 čo je vlastne obdobie, kedy sa začali objavovať prvé informácie týkajúce sa vírusu spôsobujúceho ochorenie COVID-19. Pokles portfóliových investícií pokračoval aj nasledujúce dva štvrtroky, ale v 2. kvartáli 2020 zaznamenali výrazný nárast na úroveň 37 430,8 mil. Eur, čo predstavuje nárast oproti predchádzajúcim trom mesiacom o 5 029,7 mil. Eur. V nasledujúcom období portfóliové investície zaznamenávali opäť mierny pokles. Saldo portfóliových investícií počas celého sledovaného obdobia má prevažne rastúcu tendenciu avšak oproti ukazovateľu medzinárodná investičná pozícia a ukazovateľu priame zahraničné investície je tu zmena v tom, že pri salde portfóliových investícií aktíva sú vyššie ako pasíva a toto saldo dosahuje kladné hodnoty.

ZÁVER

Medzinárodná investičná pozícia patrí medzi dôležité ukazovatele otvorenosti krajiny a indikátor postavenia na medzinárodných trhoch. Prebiehajúca pandémia COVID-19 má za následok vďaka prijatým opatreniam na ochranu obyvateľstva zo strany vlád krajín sveta narušenie medzinárodných väzieb a zahraničného obchodu a rovnako aj narušenie zahraničných kapitálových tokov. Rovnako z nášho hodnotenia vývoja ukazovateľa medzinárodnej investičnej pozície, ako aj z hodnotenia jej vybraných zložiek môžeme vidieť, že v čase prebiehajúcej pandémie COVID dochádza k poklesu prílevu zahraničného kapitálu na Slovensko. Takéto narušenie tokov bude mať negatívne dopady hlavne pre menej vyspelé krajiny a rozvojové krajiny, ktoré sú na tento zahraničný kapitál priam odkázané. Je však aj z pohľadu Slovenska dôležité aby sa prijímali také opatrenia, ktoré budú zvyšovať atraktivitu našej krajiny pre zahraničné investície.

Tento príspevok bol vypracovaný v rámci riešenia projektu: Zotavíme sa z pandémie Covid19? - sociálne, ekonomické a právne perspektívy pandemickej krízy (PP-COVID-20-0026) a riešenia projektu VEGA 1/0628/20 „Medzinárodná investičná pozícia a jej vzťah k ekonomickému rastu - možný ukazovateľ vonkajších nerovnováh krajiny“

Použitá literatúra

1. CASEY, L. W. 2021. The Impact Of The Covid-19 Pandemic On Globalization And Foreign Direct Investment Flows. Global Journal of Entrepreneurship. Vol. 5 (Special Issue) No. 1, 2021, Babson College, MA
2. CIOBANU R., SOVA R., POPA F. A. 2020. The Impact of FDI over Economic Growth and how COVID-19 Crisis Can Impact the CEE Economies. Ceccar Business Review Issn 2668-8921. Issn-L 2668-8921. N0 4/2020
3. GIOFRÉ, M. 2020. COVID-19 and flight to advanced economies: a first assessment
4. GIOFRÉ, M. 2021. COVID-19 stringency measures and foreign investment: An early assessment. University of Turin, Italy
5. HISHAN, S. S. 2021. Impact of COVID -19 pandemic on Foreign Direct Investment. Journal Of Economic Info. Vol 8 No 1 (2021): January

- JÁNOŠÍK, P. 2010. Medzinárodná investičná pozícia. Biatic: Národná banka Slovenska, ročník 18, 5/2010. dostupné na internete :
www.nbs.sk/_img/Documents/PUBLIK/.../07_biatic0510_janosik.pdf
6. OECD. 2020a. Foreign direct investment flows in the time of COVID-19. Tackling Coronavirus: Contributing To A Global Effort
 7. OECD. 2020b OECD Investment policy responses to COVID-19. Tackling Coronavirus: Contributing To A Global Effort. University of Turin
 8. PROKOPENKO, O. a kol. 2021. Prospects for the Reorientation of Investment Flows for Sustainable Development under the Influence of the COVID-19 Pandemic. Problemy Ekorozwoju – Problems Of Sustainable Development. 2021, 16(2): 7-17. Doi: 10.35784/Pe.2021.2.01

Kontaktné údaje

Ing. Miroslava Jánošová, PhD.
Fakulta sociálnych a ekonomických vied UK
Mlynské luhy 4
821 05 Bratislava 7
email: miroslava.janosova@fsev.uniba.sk

STACIONARITA INFLACE A TAYLORŮV PRINCIP

INFLATION STATIONARITY AND THE TAYLOR PRINCIPLE

Dominik Kavřík

Abstrakt

John B. Taylor představil v roce 1993 pravidlo měnové politiky pro stanovení výše úrokové sazby vzhledem k inflaci známé jako Taylorovo pravidlo. Pokud centrální banka reaguje v rámci pravidla měnové politiky na zvýšení inflace tak, že zvyšuje úrokovou sazbu více než jedna ku jedné oproti původní změně inflace, tak splňuje Taylorův princip. Předpoklad dodržení tohoto principu je klíčový pro zachování makroekonomické stability, jelikož při jeho nedodržení se ekonomika může dostávat vlivem inflačních očekávání do situace, v níž bude proces inflace nestabilní. Cílem tohoto článku je otestovat dodržení Taylorova principu ČNB v období od roku 2006 do 2020 pomocí testů jednotkových kořenů v časových řadách.

Klíčové slová: *Taylorův princip, úroková sazba, monetární politika, stacionarita*

Abstract

In 1993, John B. Taylor introduced a monetary policy rule for the interest rate known as the Taylor rule. If the central bank reacts towards an increase in inflation by raising the nominal interest rate, it should do so by raising the interest rate by more than one to one. This condition is known as the Taylor principle. It is, in fact, a key presupposition for obtaining macroeconomic stability since if it does not hold, the inflation process is rendered unstable. This research aims to test whether the Czech National Bank obeyed the Taylor principle while conducting monetary policy by the means of time series unit root tests.

Keywords: *Taylor principle, interest rate rule, monetary policy, stationarity*

1 ÚVOD

Jednou z úloh monetární politiky v České republice vykonávané Českou národní bankou je zachování měnové stability. V roce 1997 se monetární politika České republiky zavázala k cílování inflace a od roku 2009 ČNB stanovila inflační cíl ve výši 2 procent. Cílování inflace je režim, který činí monetární politiku transparentní, neboť v pravidle měnové politiky pro stanovení úrokových sazeb tento cíl vystupuje explicitně a měnová politika tímto získává kredibilitu, jejíž udržení motivuje k dodržení stanoveného pravidla (Barro a Gordon, 1983, s. 102). Jedno z možných pravidel měnové politiky je známé pod názvem Taylorovo pravidlo. Jednou z podmínek pro zachování cenové stability je i podmínka, že centrální banka musí reagovat změnou úrokové sazby více než jedna ku jedné vůči změně inflace oproti jejímu cíli. Tato podmínka je známa pod pojmem Taylorův princip. Při jeho nedodržení dochází k nestabilnímu chování inflace, jelikož centrální banka změnou nominální úrokové sazby nedokáže ovlivnit reálnou úrokovou sazbu a inflační šok se stane persistentním (Murray et al, 2008). Proto je předmětem této práce testování dodržení Taylorova principu v České republice pomocí testů jednotkových kořenů aplikovaných na časovou řadu inflace.

2 TAYLORŮV PRINCIP A STACIONARITA INFLACE

Pro uvedení Taylorova principu lze uvažovat jednoduché pravidlo pro stanovení úrokových sazeb, jaké lze nalézt například v Galí (2015, s. 21), které má následující funkční tvar.

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t; \quad \forall t \in \mathbb{Z}, \#(1)$$

kde i_t je nominální úroková sazba v čase t , π_t je míra inflace a ϕ_π je parametr váhy inflace, při stanovení nominálních úrokových sazeb. Právě hodnota tohoto parametru určuje dodržení Taylorova principu. Ten je splněn právě tehdy, pokud je hodnota $\phi_\pi > 1$. To znamená, že je-li Taylorův princip dodržen a centrální banka reaguje na změnu inflace změnou nominální úrokové sazby více než jedna ku jedné vůči změně inflace a tím ovlivní i reálnou úrokovou sazbu. Pokud by tento princip nebyl dodržen, stal by se proces inflace nestabilní. To lze znázornit pomocí Fisherovy rovnice

$$i_t = E_t(\pi_{t+1}) + r_t \quad \forall t \in \mathbb{Z}, \#(2)$$

z níž vyplývá, že nominální úroková sazba i v čase t je funkcí očekávané budoucí inflace, přičemž očekávání jsou tvořena opět v čase t , a reálné úrokové sazby r_t . Dosazením rovnice (1) do Fisherovy rovnice (2) a získáme následující vztah

$$E_t(\pi_{t+1}) + r_t = \rho + \phi_\pi \pi_t. \#(3)$$

Vyjádřením inflace π_t získáme následující diferenční rovnici

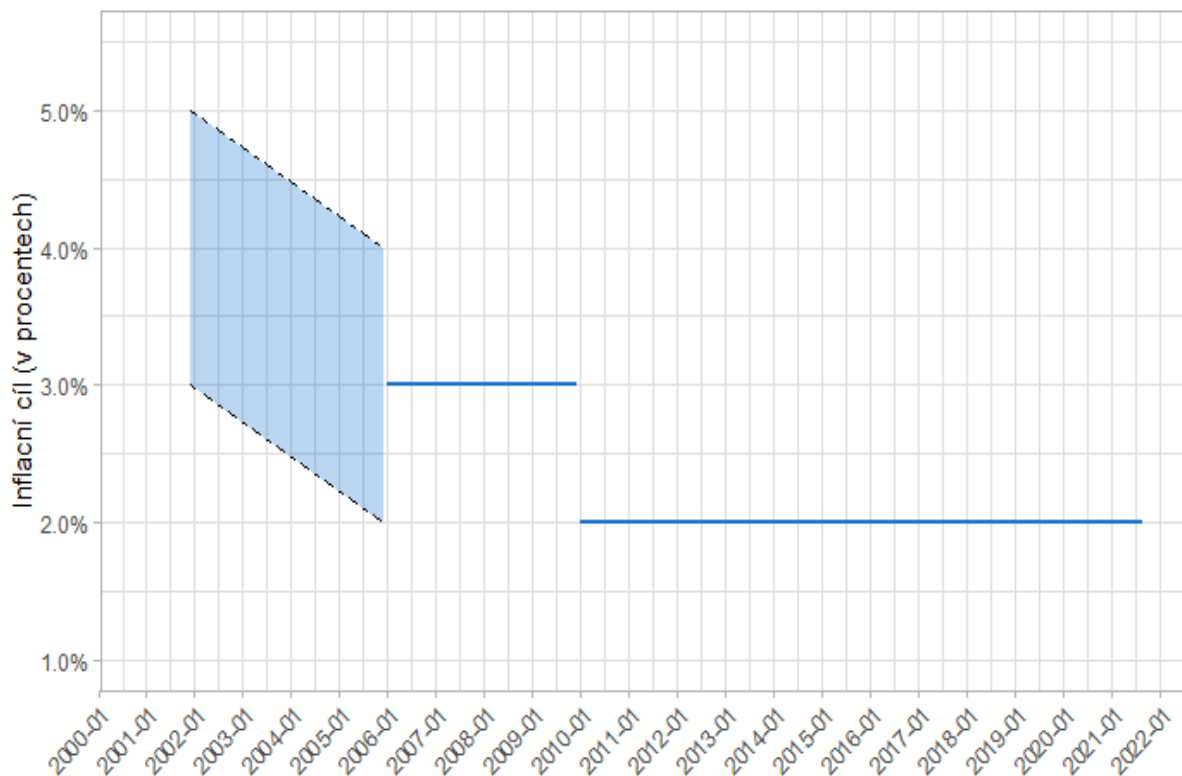
$$\pi_t = \frac{1}{\phi_\pi} (E_t(\pi_{t+1}) + r_t - \rho), \#(4)$$

kde $r_t - \rho = \tilde{r}_t$. Rekurzivní substitucí za π_{t+1} získáme

$$\pi_t = \frac{1}{\phi_\pi^k} (E_{t+k} \pi_{t+k}) + \frac{1}{\phi_\pi^{k+i}} \sum_{i=0}^{\infty} E_t \tilde{r}_{t+i}. \#(5)$$

Z rovnice (5) je tedy patrné, že je-li parametr $\phi_\pi < 1$, tj. Taylorův princip splněn není, pak při $k \rightarrow \infty$ má proces inflace π_t explozivní charakter. Tato skutečnost bude dále testována pomocí testů jednotkových kořenů. Alternativní teoretické odvození Taylorova principu pomocí dynamického modelu AD-AS nabízí například Mankiw (2015, s. 167-171).

Pro zkoumání dodržení Taylorova principu je klíčové, aby se monetární politika nacházela v režimu inflačního cílování, v němž si zavazuje k určitému druhu pravidla měnové politiky pro stanovení nominálních úrokových sazeb. V České republice bylo rozhodnuto o přechodu k režimu inflačního cílování v roce 1997 s platností v roce 1998. Až do roku 2005 byly inflační cíle formulovány jako inflační pásma. Od roku 2006 byl inflační cíl stanoven bodově na úroveň 3 % s tolerančním pásmem jednoho procentního bodu. Od roku 2010 až do současnosti je inflační cíl stanoven na 2 %.



Obrázek 1 (vlastní adaptace grafu inflačních cílů ČNB)

Aby bylo možné pracovat s přesnými odchylkami od inflačního cíle, bude zkoumané období v další analýze začínat rokem 2006.

3 DATA

Data o meziroční inflaci v České republice použité v této analýze pochází z databáze OECD. Inflace je zde měřená jako roční míra růstu indexu spotřebitelských cen (CPI) s měsíční periodicitou.

$$\pi_t = \frac{CPI_t - CPI_{t-12}}{CPI_{t-12}} \#(6)$$

Celkový rozsah datového souboru je od ledna roku 1991 do září 2021. Z důvodů specifikace inflačních cílů zde bude zkoumané období začínat prvním měsícem roku 2006 viz argumentace výše. Grafické zobrazení časové řady inflace v České republice je v následujícím grafu.



Obrázek 2 Časová řada inflace v České republice (vlastní zpracování, data OECD)

4 EMPIRICKÁ ANALÝZA

Časová řada inflace v České republice od roku 2006 bude podrobena rozšířenému Dickey-Fullerovu (1981) testu (ADF testu) jednotkových kořenů. Nepodaří-li se zamítnout nulovou hypotézu o přítomnosti jednotkového kořene, pak nelze zamítnout, že je časová řada kovariančně nestacionární. Nestacionarita inflace by v tomto případě mohla naznačovat nedodržení Taylorova principu ze strany ČNB, jak bylo argumentováno v kapitole 2. Testování jednotkového kořene pomocí ADF testu zde bude probíhat standardně metodou od obecného ke specifickému, tj. Od modelu s konstantou i trendem přes model s konstantou až po model bez konstanty a bez trendu.

Za správný model pro provedení ADF testu inflace lze považovat model bez konstanty a trendu

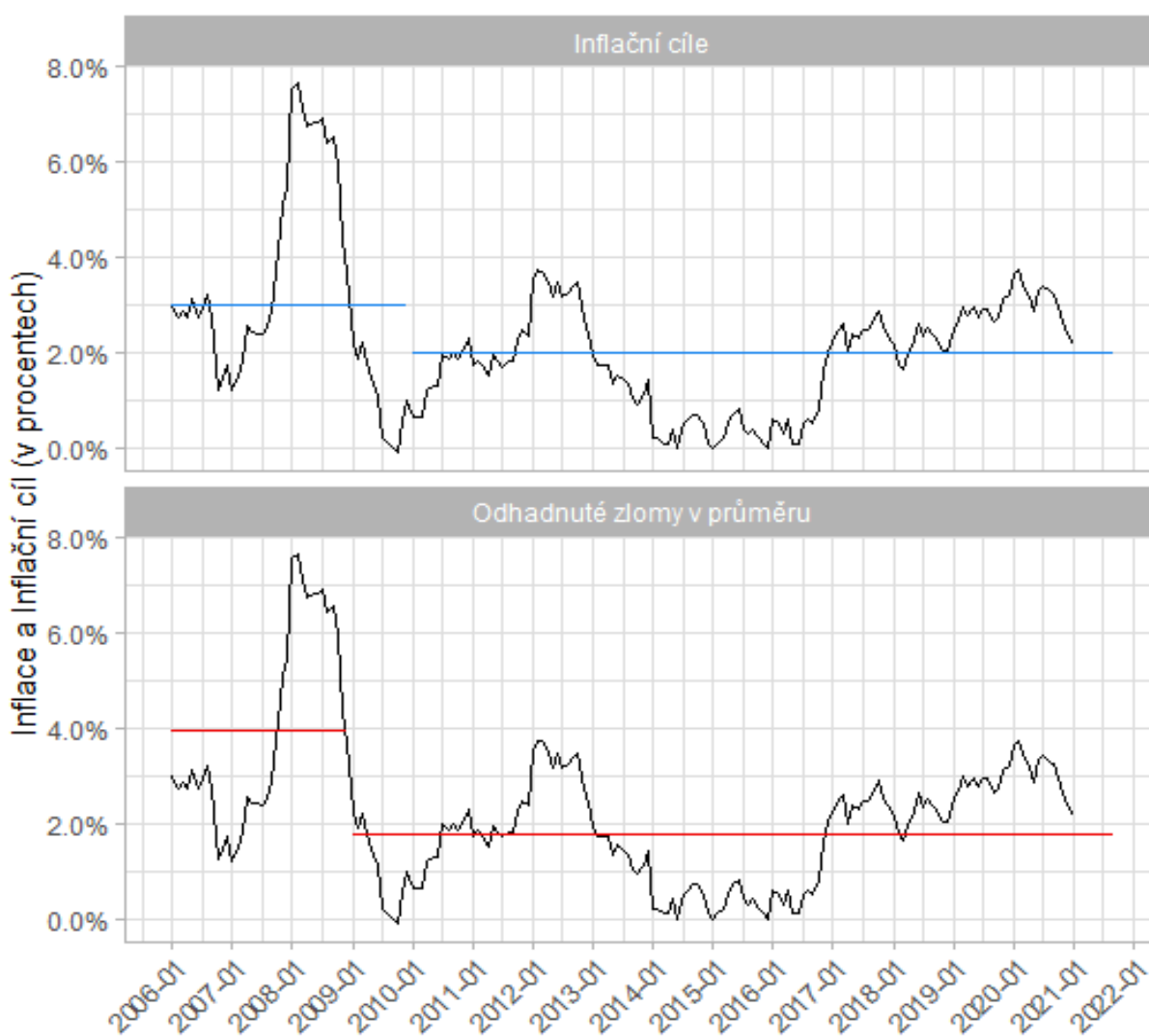
$$\Delta(\text{inflace})_t = \theta(\text{inflace})_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \delta_i \Delta(\text{inflace})_{t-i} + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad (7)$$

jelikož na 5 % hladině významnosti nelze u modelu s trendem a konstantou zamítnout nulovou hypotézu F-testu o sdružené nevýznamnosti parametrů trendu a konstanty. V modelu s konstantou se stejným způsobem nepodařilo zamítnout hypotézu a statistické insignifikanci parametru konstanty. Interpretovat lze tedy závěr ADF testu provedeném pomocí modelu bez konstanty a bez trendu. Jelikož testová statistika ADF testu vyšla -1.39 s kritickou hodnotou -1.95, nelze zamítnout nulovou hypotézu $H_0: \rho = 0$, tedy o přítomnosti jednotkového kořenu v časové řadě inflace mezi léty 2006–2021.

Vzhledem k závěrům ADF testu vyvstává otázka, zdali potenciální strukturální zlomy v časové řadě inflace nesnižuje sílu ADF testu. Jak ukázal Perron (1989, s. 1370), vyskytují-li se

v časové řadě strukturální zlomy, pak je oslabena schopnost ADF testu zamítnat nulovou hypotézu o jednotkovém kořenu.

Strukturální zlom v časové řadě inflace lze očekávat, jelikož od roku 2006 došlo ke změně inflačního cíle. V roce 2007 byl vyhlášen nový inflační cíl platný od ledna roku 2010 ve výši 3 %, což je výše graficky znázorněno v obrázku 2. Vzhledem k tomu, že se předpokládá jeden strukturální zlom v průměru inflace, způsobeného změnou inflačního cíle, lze algoritmicky odhadnout čas, v němž zlom nastal, pomocí implementovaného algoritmu v balíku funkcí *changepoint* v R. Metoda odhadu je AMOC (At Most One Change). Více o inferenci v případě zlomů v průměru lze nalézt například v Hinkley (1970). Následující graf porovnává odhadnutý zlom v průměrech (spodní část) s inflačními cíli stanovenými ČNB (horní část).



Obrázek 3 Porovnání inflačních cílů (horní graf) s odhadnutými zlomy v průměru inflace metodou AMOC. (vlastní zpracování, data OECD a ČNB)

Odhadnutý měsíc zlomu je prosinec 2008, přičemž 2 % inflační cíl je platný od roku 2010. Je možné, že určitou roli v této neshodě by mohly mít inflační očekávání, jelikož nový 2% inflační cíl byl oznámen již v roce 2007. Odhadovaný průměr v období před rokem 2009 je na úrovni 4 %, což je způsobeno prudkým nárůstem inflace v období 2008–2009, což odpovídá období finanční krize. Pro obdržení robustních výsledků jsem se rozhodl zkrátit časovou řadu

inlace právě v období odhadnutého zlomu a aplikovat znovu ADF test. Takto zkrácená časová řada má 146 pozorování.

Na hladině významnosti 5 % se nepodařilo zamítnout nulovou hypotézu o jednotkovém kořenu ve zkrácené časové řadě inflace. Hodnota testové statistiky -0.75 nepřesáhla kritickou hranici

-1.95. Lze se tedy domnívat, že časová řada inflace v České republice od prosince roku 2008 do 2021 není stacionární.

5 ZÁVĚR

Cílem tohoto článku bylo otestovat, zdali byl Českou národní bankou dodržen Taylorův princip při provádění měnové politiky v režimu inflačního cílování. Vztah mezi stacionaritou procesu inflace a dodržením Taylorova principu byl popsán pomocí jednoduchého pravidla měnové politiky pro stanovení nominální úrokové sazby a Fisherovy rovnice. Z výsledného rekurzivního vztahu vyplývá, že pokud centrální banka nereaguje na zvýšení inflace zvýšením nominální úrokové sazby více než jedna ku jedné, pak se stává proces inflace nestabilní. Při provádění ADF testů se nepodařilo zamítnout nulovou hypotézu o přítomnosti jednotkového kořene v časové řadě inflace. Tato časová řada obsahuje strukturní zlom v průměru v prosinci roku 2008. Ani po zkrácení časové řady podle data zlomu se nepodařilo zamítnout hypotézu ADF testu o přítomnosti jednotkového kořene. Tento závěr svědčí o nedodržení Taylorova principu při provádění měnové politiky ČNB při cílování inflace. Jedním z možných důvodů by mohlo být použití alternativních nástrojů monetární politiky, například dodržování kurzového závazku od roku 2013.

Použitá literatura

1. BARRO, Robert J.; GORDON, David B. Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy. *Journal of monetary economics*, 1983, 12.1: 101-121.
2. DICKEY, David A.; FULLER, Wayne A. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 1981, 1057-1072.
3. GALÍ, Jordi. *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications*. Princeton University Press, 2015.
4. HINKLEY, David V. Inference about the change-point in a sequence of random variables. 1970.
5. MANKIW, N. (2015). *Macroeconomics*, 9th edition. Worth Publishers.
6. MURRAY, Christian; NIKOLSKO-RZHEVSKYY, Alex; PAPELL, David. Inflation persistence and the Taylor principle. 2008.
7. PERRON, Pierre. The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 1989, 1361-1401.
8. TAYLOR, John B. Discretion versus policy rules in practice. In: *Carnegie-Rochester conference series on public policy*. North-Holland, 1993. p. 195-214.

Kontaktné údaje

Ing. Dominik Kavřík

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. Winstona Churchilla, 1938/4

email: dominik.kavrik@gmail.com

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/34/2020 Interní grantové agentury Vysoké školy ekonomické v Praze

VYBRANÉ SPÔSOBY ODHADU MULTILATERÁLNYCH REZISTENCIÍ V GRAVITAČNOM MODELI

SELECTED METHODS OF ESTIMATING MULTILATERAL RESISTANCES IN THE GRAVITY MODEL

Brian König¹

Abstrakt

Článok sa zaoberá vybranými spôsobmi odhadu členov multilaterálnych rezistencií v gravitačných modeloch. Dôraz je kladený odhadu efektu členstva v európskej únii na bilaterálny obchodný tok. Z výsledkov dosiahnutých v aplikačnej časti článku možno predpokladať, že efekt členstva v európskej únii má štatisticky významný dopad na bilaterálny obchodný tok obchodujúcich krajín. Žiaduce je použiť model s fixnými efektmi exportéra a importéra.

***Kľúčové slová:** gravitačný model, multilaterálne rezistencie, členstvo v európskej únii*

Abstract

The article deals with selected estimation methods of multilateral resistances in gravity models. Emphasis is put on estimating the effect of European Union membership on bilateral trade flows. From the results achieved in the application part of the article, it can be assumed that the effect of membership in the European Union has a statistically significant impact on the bilateral trade flow of trading countries. It is desirable to use a model with fixed effects of exporter and importer.

***Keywords:** gravity model, multilateral resistances, EU membership*

1 ÚVOD

Determinácia faktorov zahraničného obchodu je neoddeliteľnou súčasťou skúmania dopadov politik medzinárodného obchodu. V súčasnosti sa v empirickej analýze zahraničného obchodu zvykne používať štruktúrally gravitačný model, ktorý je založený na mikroekonomických východiskách. Kľúčový rozdiel štruktúrného gravitačného modelu v porovnaní s ad hoc špecifikáciou gravitačného modelu spočíva v zahrnutí tzv. členov multilaterálnych rezistencií. Tie hovoria o tom, že veľkosť obchodného toku od exportéra k importérovi nezávisí iba od obchodných nákladov exportéra voči importérovi, ale od obchodných nákladov exportéra relatívne voči všetkým ostatným importérom. Obdobne aj import do krajiny exportérom závisí od nákladov všetkých ostatných exportérov. Nezahrnutie týchto členov do modelu vedie ku skresleným odhadom parametrov. Teoretické východiská a metodologické prístupy ku gravitačnému modelu zohrávajú dôležitú rolu, pretože majú vplyv na použité dáta, špecifikáciu modelu, ale aj na ekonometrický prístup odhadu parametrov modelu. Využitie teoreticky založeného štruktúrného modelu môže viesť k diametrálne odlišným výsledkom a záverom, v porovnaní s výsledkami ad hoc špecifikácií gravitačných modelov. Pôvodná

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia projektu VEGA 1/0193/20 „Vplyv priestorových spillover efektov na inovačné aktivity a rozvoj regiónov EÚ“ a riešenia projektu APVV-17-0551 „Vyrovnávanie nerovnováh: prehodenie pohľadu na makroekonomické nerovnováhy v európskom rámci riadenia“.

gravitačná rovnica (Tinbergen, 1962) predpokladala, že veľkosť vzájomného obchodu dvoch krajín závisí od ich ekonomickej veľkosti a vzdialenosti medzi nimi. Anderson (1979) položil základy štrukturálneho modelu založeného na mikroekonomických teoretických východiskách. Prelomovým príspevkom ku gravitačným modelom bol článok autorov Andersona a Wincoopa (2003). Anderson a Wincoop, ktorí navrhli štrukturálny gravitačný model založený na čisto mikroekonomickom teoretickom základe, reprezentuje akýsi východiskový bod pri modelovaní zahraničného obchodu. Anderson a Wincoop poukázali na kľúčový fakt, že zavedenie „relatívnych“ obchodných nákladov (tzv. multilateral resistances-MR) voči ostatným krajinám je nevyhnutné pre správne špecifikovaný štrukturálny model. Jeden z prvých autorov, ktorý prišiel s myšlienkou použitia fixných efektov v gravitačnom modeli bol Harrigan (1996). Autor skúmal otvorenosť krajín OECD oproti USA na dezagregovaných údajoch priemyselnej produkcie. Alternatívny spôsob odhadu členov MR, ktorý bol tiež teoreticky konzistentný s modelom Andersona a Wincoopa a zároveň umožňoval využitie komparatívnej statiky, navrhli autori Baier a Bergstrand (2009, 2010). Tí odvodili teoretické multilaterálne rezistencie pre každú jednu premennú reprezentujúcu bilaterálne obchodné náklady, pomocou Taylorovho rozvoja prvého rádu. Kľúčovým nedostatkom MNS pri jej použití v gravitačnom modeli je, že vynecháva pozorovania, kde sú nulové obchodné toky medzi krajinami. S myšlienkou použiť namiesto logaritmickej podoby gravitačného modelu multiplikatívny tvar prišli Silva a Tenreyro (2006). Ich prístup navrhuje použiť na odhad parametrov Poissonov estimátor pseudo maximálnej vierohodnosti (PPML). Cieľom príspevku je poukázať na alternatívne spôsoby odhadu členov MR pri odhade členstva v EU na bilaterálny obchod.

2 METODOLÓGIA

V tejto časti budeme uvažovať s gravitačným modelom odvodeným z dopytovej strany ekonomiky podľa Andersona a Wincoopa (2003) založeného na Wincoop (1979).

Ak takto upravený vzťah (1.14) následne dosadíme do vzťahov (1.8) a (1.9) získame štrukturálnu podobu gravitačného modelu Andersona a Wincoopa (2003) v tvare:

$$X_{ij} = \frac{E_j Y_i}{Y_w} \left[\frac{t_{ij}}{\Pi_i P_j} \right]^{1-\sigma}, \quad (2.1)$$

$$P_j^{1-\sigma} = \sum_i \left(\frac{t_{ij}}{\Pi_i} \right)^{1-\sigma} \frac{Y_i}{Y_w}, \quad (2.2)$$

$$\Pi_i^{1-\sigma} = \sum_j \left[\frac{t_{ij}}{P_j} \right]^{1-\sigma} \frac{E_j}{Y_w}. \quad (2.3)$$

kde X_{ij} sú bilaterálne obchodné toky z krajiny i do krajiny j ; Y_w je príjem sveta (resp. produkcia); Y_i je domáca produkcia krajiny i ; E_j sú celkové výdavky krajiny j ; t_{ij} reprezentuje bilaterálne obchodné náklady medzi krajinami i a j ; σ je elasticita substitúcie medzi tovarmi z jednotlivých krajín;

Rovnicu (2.1) možno rozložiť na dve časti. Časť mimo zátvorčky, hovoriacu o hypotetickej úrovni obchodu, ak by neexistovali obchodné náklady, bariéry a za predpokladu rovnakých cien. Druhá časť pozostáva z obchodných bariér, resp. nákladov a multilaterálnych rezistencií. Obchodné náklady t_{ij} sú v literatúre často aproximované geografickými premennými a premennými reprezentujúcimi politiku zahraničného obchodu ako napr. vzdialenosť, clá, spoločný jazyk, dohody o voľnom obchode, existencia spoločnej hranice atď. Vzťah (2.2) vyjadruje vnútornú multilaterálnu rezistenciu importéra j , ktorá hovorí o náročnosti vstupu na

trh importéra j . Rovnica (2.3) reprezentuje vonkajšiu multilaterálnu rezistenciu a tá vyjadruje náročnosť vstupu exportéra i na trh.

2.1 Vybrané spôsoby odhadu členov multilaterálnych rezistencií

V rámci článku porovnáme odhady parametrov gravitačného modelu v závislosti od formy multilaterálnych rezistencií. V prvom prípade pôjde o MR členy aproximované Taylorovým rozvojom s váženým podielom HDP krajiny na svetovom HDP podľa Baiera a Bergstranda (2009). Takto definovaný gravitačný model možno zapísať v tvare:

$$\begin{aligned} \ln x_{ij} = & \beta_0 + \beta_1 MR(\ln distcap_{ij}) + \beta_2 MR(fta_{ij}) + \beta_3 MR(eu_{od}_{ij}) + \\ & \beta_4 MR(comlangof_{ij}) + \beta_5 MR(comcur_{ij}) + \beta_6 MR(contig_{ij}) + \\ & \beta_7 MR(colony_{ij}) + \beta_8 MR(comrelig_{ij}) + \varepsilon_{ij}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

kde ε_{ij} je náhodná zložka; $MR(t_{ij})$ pre ľubovoľnú premennú t_{ij} možno zapísať v tvare:

$$MR(t_{ij}) = t_{ij} - \left[\sum_{k=1}^n \theta_k t_{ik} + \sum_{m=1}^n \theta_m t_{mj} - \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n \theta_k \theta_m t_{km} \right], \quad (2.5)$$

kde θ_k a θ_m vyjadruje podiel HDP krajiny k , resp. m na svetovom HDP. Ako závislá premenná je normalizovaný bilaterálny obchod (import) podelený HDP importéra a exportéra v tvare:

$$x_{ij} = \frac{X_{ij}}{HDP_i HDP_j}, \quad (2.6)$$

kde X_{ij} je import krajiny i z krajiny j . Za alternatívu MR členov definovaných podľa vzťahu **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.** možno použiť viac robustný prístup navrhnutý Baierom a Bergstrandom (2010). Autori kvôli možnému problému s endogénnosťou odvodili prístup, v ktorom nahradili HDP váhy rovnakými váhami v tvare:

$$MR(t_{ij}) = t_{ij} - \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n t_{ij} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{ij} - \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} \right], \quad (2.7)$$

kde n je počet krajín. Ďalším uvažovaným spôsobom aproximácie MR členov bude využitie fixných efektov exportéra a importéra podľa Harrigana (1996). Tento model odhadneme v log – linearizovanom tvare pomocou MNS a multiplikatívnej forme pomocou PPML estimátora. V prípade log – linearizovanej formy budeme uvažovať s tvarom:

$$\begin{aligned} \ln x_{ij} = & \beta_1 \ln distcap_{ij} + \beta_2 fta_{ij} + \beta_3 eu_{od}_{ij} + \\ & \beta_4 comlangof_{ij} + \beta_5 comcur_{ij} + \beta_6 contig_{ij} + \beta_7 colony_{ij} + \\ & \beta_8 comrelig_{ij} + \gamma_i + \delta_j + \varepsilon_{ij}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

kde γ_i a δ_j sú fixné efekty importéra a exportéra. Multiplikatívnu podobu gravitačného modelu s fixnými efektmi exportéra a importéra možno zapísať v tvare:

$$x_{ij} = \exp(\beta_1 \ln distcap_{ij} + \beta_2 fta_{ij} + \beta_3 eu_{od}_{ij} + \gamma_i + \delta_j + \varepsilon_{ij}) \quad (2.9)$$

$$\beta_4 \text{comlangoff}_{ij} + \beta_5 \text{comcur}_{ij} + \beta_6 \text{contig}_{ij} + \beta_7 \text{colony}_{ij} + \beta_8 \text{comrelig}_{ij} + \gamma_i + \delta_j) \varepsilon_{ij}.$$

3 DÁTA

Ako závislá premenná bude použitý bilaterálny import tovarov databázy DOTS (Direction of Trade Statistics) medzinárodného menového fondu. Databáza pokrýva údaje o bilaterálnom obchode za 184 krajín, pričom ročné údaje sú k dispozícii od roku 1948 až po súčasnosť zhruba s dvojročným oneskorením. Údaje sú publikované v amerických dolároch. Import bol zvolený za závislú premennú z toho titulu, ako uvádzajú viacerí autori (napr. Yotov a kol., 2016), že údaje o importe sú zvyčajne spoľahlivejšie ako údaje o exporte, pretože importy do krajiny sú o mnoho viac monitorované v porovnaní s exportom (najmä kvôli clu). Okrem toho v DOTS databáze je viacej pozorovaní importu ako exportu, a preto budeme využívať ako závislú premennú import vyjadrený v amerických dolároch (USD). Za účelom našej analýzy boli použité údaje za rok 2015 pre 138 najväčších obchodných partnerov EU v roku 2015, pričom medzi nimi sa nachádza všetkých 28 štátov EU. Údaje o zmluvách o voľnom obchode (fta) boli čerpané z databázy Egger, Peter H. and Mario Larch (2008), ktorá okrem iného obsahuje aj informácie o colných úniách a dohodách o ekonomickej integrácii. Rok 2015 bol zvolený kvôli tomu, že väčšina premenných je použitých z databáz francúzskeho centra pre výskum a expertízy o svetovej ekonomike CEPII (databázy Gravity a GeoDist), ktoré poskytuje rôzne databázy (okrem iného aj databázy slúžiace k tvorbe gravitačných modelov). Databáza „Gravity“ obsahuje informácie za obdobie rokov 1948 – 2015, pričom poskytuje zhruba 70 premenných za 224 krajín. Informácia o členstve v EU je použitá práve z tejto databázy. Okrem informácie o členstve v EU boli z tejto databázy použité premenné, ako napr. HDP exportéra a importéra vyjadrené ako nominálny HDP v amerických dolároch, existencia spoločného oficiálneho alebo hlavného jazyka medzi krajinami (comlang_off), existencia spoločnej meny (comcur), existencia spoločnej hranice (contig), existencia koloniálnej väzby medzi krajinami (colony), existencia spoločného náboženstva medzi krajinami zahŕňajúceho väčšinu obyvateľstva v oboch krajinách (comrelig). Vzdialenosť medzi krajinami bola čerpaná z databázy GeoDist a konkrétne z jej druhej časti „dist_cepii“, ktorá obsahuje premenné týkajúce sa bilaterálnej vzdialenosti medzi krajinami. Použitá vzdialenosť v gravitačnom modeli (distcap) pochádza z tejto databázy a je vyjadrená vzdušnou čiarou medzi hlavnými mestami jednotlivých krajín.

4 ODHAD ČLENSTVA V EU POMOCOU ALTERNATÍVNYCH MR ČLENOV

V tejto časti porovnáme odhady efektu členstva v EU na bilaterálny obchod získané z gravitačných modelov s rôznymi formami multilaterálnych rezistencií. V jednotlivých modeloch budeme popri členstve v EU kontrolovať aj vplyvy premenných, ktoré sa často používajú v gravitačných modeloch a ktorých popis je uvedený v predchádzajúcej časti. Budeme uvažovať s tromi odlišnými špecifikáciami MR členov, navrhnutými Baierom a Bergstrandom (2009), Baierom a Bergstrandom (2010) a Harriganom (1996).

Keďže Baier a Bergstrand uvažovali s aproximáciou MR členov iba na prierezových údajoch bez časového rozmeru, na odhad vyššie uvedených štyroch špecifikácií použijeme údaje iba za rok 2015.² Z odhadov uvedených v tabuľke (Tabuľka 4.1) možno konštatovať viacero záverov.³ Efekt vzdialenosti (elasticita) sa podľa empirických zistení v gravitačných modeloch pohybuje okolo úrovne -1. Najbližšie k tejto hodnote sa približuje odhad (model 1) získaný pomocou aproximácie MR členov Taylorovým rozvojom s HDP váhami (-1,077)

² Rok 2015 reprezentuje posledné obdobie databázy CEPII v čase odhadu modelu.

³ Detailné výstupy odhadov použité v tabuľkách tejto kapitoly sa nachádzajú v prílohách práce.

a hneď za ním (model 4) odhad získaný pomocou aproximácie MR členov za fixné efekty odhadnutý pomocou PPML estimátora (-1,134).

Tabuľka 4.1 – Odhad gravitačného modelu s alternatívnymi podobami MR členov

	(1) bb	(2) bb_w	(3) ols	(4) ppml
main				
ln_distcap	-1.5214*** (0.0347)	-1.0771*** (0.0326)	-1.4411*** (0.0324)	-1.1339*** (0.0827)
fta	0.4682*** (0.0564)	0.8244*** (0.0511)	0.3641*** (0.0500)	0.4685*** (0.1383)
eu_od	0.8550*** (0.1038)	1.5923*** (0.1022)	0.2274** (0.1000)	0.5981* (0.3216)
comlang_off	0.7405*** (0.0731)	0.8246*** (0.0676)	0.8796*** (0.0622)	-0.0641 (0.2522)
comcur	0.0946 (0.1257)	-0.7040*** (0.1329)	0.1805 (0.1319)	0.0258 (0.2422)
contig	0.4368*** (0.1184)	0.0619 (0.1198)	0.4997*** (0.1339)	0.4561*** (0.1524)
colony	0.4824*** (0.1138)	0.6750*** (0.1085)	0.4471*** (0.1100)	0.3512* (0.2053)
comrelig	0.1566 (0.1029)	-0.2464** (0.1019)	0.2991*** (0.0829)	0.9144** (0.3762)
<i>N</i>	15334	15334	15334	15334
<i>R</i> ²			0.487	0.526

Standard errors in parentheses

* $p < 0.10$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

Model 1 reprezentuje špecifikáciu MR členov podľa **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**. Model 2 reprezentuje špecifikáciu MR členov podľa **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**. Model 3 reprezentuje špecifikáciu MR členov podľa **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**. Model 4 reprezentuje špecifikáciu MR členov podľa **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**

Odhad vzdialenosti v modeli fixných efektov získaný pomocou MNS (model 3) ako aj v modeli (1) s rovnakými váhami vyzerajú byť nadhodnotené. Efekt dohôd o bilaterálnom obchode sa javí byť nadhodnotený v prípade modelu s HDP váhami v porovnaní s ostatnými modelmi (model 2), čo môže byť spôsobené v dôsledku možného problému s endogénnosťou v modeli. Rovnaký problém možno pozorovať v modeli 2 s efektom členstva v EU (*eu_od*). Ten je takmer dvojnásobný v porovnaní s modelom 1 a takmer trojnásobný v porovnaní s modelom 4 odhadnutým pomocou PPML, ktorý by mal reprezentovať akýsi benchmark. Na druhú stranu treba podotknúť, že rok 2015 nepredstavuje obdobie vstupu žiadnej krajiny do EU a keďže nezachytáva časový interval, ale iba jedno obdobie, výsledky môžu byť ovplyvnené špecifickými udalosťami charakteristickými pre tento rok.

ZÁVER

Článok sa venuje odhadu alternatívnych spôsobov členov multilaterálnych rezistencií v gravitačnom modeli pri odhade efektu členstva v EU, pričom sú kontrolované aj efekty rôznych iných faktorov (obchodné dohody, vzdialenosť, existencia spoločnej hranice, existencia spoločného jazyka, existencia spoločnej meny, existencia spoločného náboženstva, existencia koloniálnej väzby medzi krajinami). V rámci vybraných metód sú porovnávané tri alternatívne spôsoby navrhnuté Harriganom (1996) a Baierom a Bergstrandom (2009, 2010). Jedná sa o model s aproximáciou MR pomocou fixných efektov a o aproximáciu MR členov pomocou Taylorovho rozvoja. Z výsledkov dosiahnutých v aplikačnej časti možno predpokladať, že efekt členstva v EU má štatisticky významný efekt na bilaterálny obchodný tok obchodujúcich krajín. Žiaduce je použiť model s fixnými efektmi pomocou PPML estimátora. Použitie OLS môže viesť pri log – lineárnej transformácii gravitačného modelu v prípade prítomnosti heteroskedasticity k nekonzistentným odhadom parametrov (Silva – Tenreyro, 2006). Treba mať na zreteli, že v prípade použitia ad hoc modelu bude tento efekt pravdepodobne skreslený, kvôli vynechaniu členov MR.

Použitá literatúra

1. ANDERSON, J. E. – VAN WINCOOP, E. (2003). Gravity With Gravititas: a Solution to the Border Puzzle. *American Economic Review* 93[1], 170– 192.
2. ANDERSON, J. E. (1979). *A Theoretical Foundation for the Gravity Equation*. *American Economic Review* 69[1], 106-116.
3. BAIER, S. L. – BERGSTRAND, J. H. (2009). Bonus vetus OLS: A simple method for approximating international trade-cost effects using the gravity equation. *Journal of International Economics* 77 (1), 77–85.
4. BAIER, S. L. – BERGSTRAND, J. H. (2010). Approximating general equilibrium impacts of trade liberalizations using the gravity equation. In: Van Bergeijk, P., Brakman, S. (Eds.), *The gravity model in international trade: advances and applications*. Cambridge Univ. Press, Ch. 4, pp. 88–134.
5. EGGER, P. – LARCH, M. (2008). Interdependent Preferential Trade Agreement Membership: an Empirical Analysis, *Journal of International Economics* 76: 384-399.
6. HARRIGAN, J. (1996). Openness to Trade in Manufactures in the OECD. *Journal of international economics* 40 (1-2), 23–39.
7. SANTOS SILVA, J. – TENREYRO, S. (2006). The log of gravity. *The Review of Economics and Statistics* 88 (4), 641–658.
8. TINBERGEN, J. (1962). *Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy*. 1st ed. New York: The Twentieth Century Fund.
9. YOTOV, Y. V. – PIERMARTINI, R. – MONTEIRO, J. A. – LARCH, M. (2016). *An Advanced Guide to Trade Policy Analysis: The Structural Gravity Model* (Geneva: WTO, 2016).

Kontaktné údaje

doc. Ing. Brian König, PhD.,

a, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky,
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava.

b, Ekonomický ústav SAV,
Šancová 56, 811 05 Bratislava.

e-mail: brian.konig@euba.sk

VPLYV PANDÉMIE COVID-19 NA AUTOMOBILOVÝ SEKTOR V EU15

IMPACT OF COVID-19 ON AUTOMOTIVE INDUSTRY IN EU15

Radoslav Lacko

Abstrakt

Automobilový priemysel je významným pilierom Európskej ekonomiky. Práve z toho dôvodu prinášame odhad vplyvu pandémie Covid-19 na odvetvie automobilového priemyslu a jeho modelovanie pomocou VAR modelov. Počas prvej vlny pandémie boli takmer všetky priemyselne výroby obmedzené a predaje automobilov na historických minimách. Odhad časových rád nám ukáže ako by sa vyvíjal počet registrovaných vozidiel v EU15 ak by svet nezasiahla pandémia.

***Kľúčové slová:** pandémia, automobilový priemysel, EU15*

Abstract

The automotive industry is an important pillar of the European economy. Thus, we provide an estimate of the impact of the Covid-19 pandemic on the automotive industry using VAR models. During the first wave of the pandemic, all industrial production was limited and the car sales reached historical lows. The time series estimate will show u show the number of registered vehicles in the EU15 would be if the world was not hit by a pandemic.

***Keywords:** pandemic, automotive industry, EU15*

1 INTRODUCTION

The economics around the world have been hit by the crisis caused by the pandemic of COVID-19. The shocks and economic downgrades spread between industries. Nor the automotive industry was an exception. It is one of the most important pillar of the European economy. Millions of people across the Europe are employed there, and another millions are employed in supply chain closely linked with the automotive. Both direct and indirect jobs are accounted for more than 6 % of all jobs in the EU.

According to data of European Automobile Manufacturers' Association the number of registered cars in Europe has lowered by tens of percent since the March. The biggest decreases were observed in the first months of the first wave. The falls reached about 75 % in April and 50 % in May. In this paper we are going to estimate how would the number of registered passenger cars change in case without COVID-19 crisis. Thus, we test hypothesis defined as "the number of registered cars would continue in growth without COVID-19". This hypothesis will be tested by prediction of number of registered cars using VAR models.

Firstly, we will describe and analyze our data. Next, the literature review will be provided and we will create the setup for methodology using the VAR models. Later on we will make the cointegration analysis and then the VAR model will be created. The results analysis and the conclusion comes in the end of the paper.

2 DATA

2.1 Basic analysis

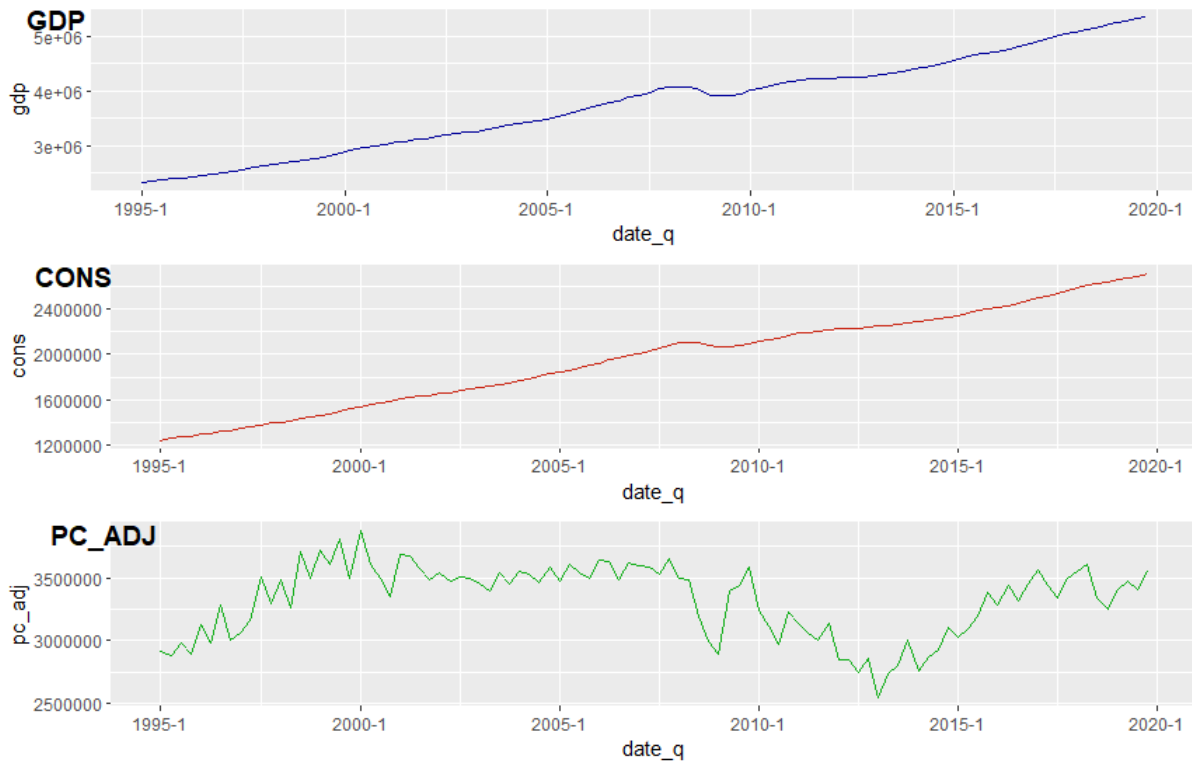
In this section we describe our data, bring the base statistics and provide the analysis of it. Our dataset consists of three variables namely, GDP, the final consumption expenditure of households and registered passenger cars. The data contain values from fifteen selected European countries in the period between 1995 and 2019. The countries are not randomly chosen, but they are the first fifteen members of European Union. The data for all variables are aggregated of all fifteen EU countries.

We have quarterly time periods so dataset counts 100 observations. Data of GDP and final consumption are available from Eurostat. European Automobile Manufacturers' Association (EAMA) gathers data of newly registered passenger cars. The variable GDP is represented as `gdp`, Final Consumption as `cons` and the number of registered passenger cars as `pc_adj`. It is necessary to mention that `gdp` and `cons` have been seasonally adjusted at Eurostat. In the contrary to `gdp` and `cons` we had to seasonally adjust the data gathered from EAMA. Table 1 shows basic statistics of our variables. Figure 1 shows how aggregated variables changed over the time.

Table 1 Data description (in million of units)

Statistic	N	Mean	St. Dev.	Min	Pctl(25)	Pctl(75)	Max
<code>gdp</code>	101	3.776	0.866	2.315	3.060	4.358	5.359
<code>cons</code>	101	1.969	0.419	1.240	1.623	2.279	2.708
<code>pc_adj</code>	100	3.321	0.286	2.544	3.104	3.536	3.869

Figure 1 All selected variables against time



2.2 Basic analysis

Next, we have to test our data for the presence of a unit root test or either stationarity or stationarity with trend. First of all, we start with Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) test if trend and unit root is presented. Then, we would adopt Augmented Dickey-Fuller (ADF) based on the test results. ADF test have greater precision compared to KPSS test according to accuracy. It is necessary to mention that the null hypothesis of KPSS test is stationarity opposed to ADF test where the null hypothesis is non-stationarity. In both test we adopted four lags. ADF test assumes no intercept and no trend.

The variables Cons and GDP have p-value lower than 0:01 so, we reject null hypothesis. The null hypothesis of variable PC is not rejected on 5%. So, two of our variables are non-stationary based on the KPSS test. The results are presented in table 2.

Table 2 Results of KPSS test

Variable	Lags	KPSS	p-value
Cons	4	2.0821	< 0.01 ***
GDP	4	2.0704	< 0.01 ***
PC	4	0.3669	0.09144 *

According to the results of ADF test we do not reject null hypothesis for all variables. Thus, all time-series in our model are non-stationary. The results are presented in the table 3.

Table 3 ADF test of transformed data

Variable	Lags	Dickey-Fuller	p-value
Cons	4	-2.0172	0.5695
GDP	4	-1.9328	0.6045
PC	4	-2.2418	0.4765

3 VECTOR AUTOREGRESSION

First of all, it is necessary to define lag order which we use. The optimal lag order is defined by Akaike information criteria (AIC), Hannan Quinn (HQ) and Schwarz Criterion (SC). According to statistical functions which calculate the optimal number of lags, we employ five lags. Thus, we estimate a VAR model with five lags. Based on the coefficient of results of our estimation (Table 4) the full equation can be written as:

Table 4 VAR model results with PC as dependent variable

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
const	1473007.0612	412354.8369	3.57	*** 0.0006
Cons(t-1)	2.3821	3.3275	0.72	0.4762
Cons(t-2)	-8.2763	4.1979	-1.97	* 0.0522
Cons(t-3)	-1.0585	4.2662	-0.25	0.8047
Cons(t-4)	-8.2398	4.3160	-1.91	* 0.0599
Cons(t-5)	10.4409	3.3383	3.13	*** 0.0025
PC(t-1)	0.4757	0.1040	4.57	* 0.0000
PC(t-2)	-0.1102	0.0599	-1.84	* 0.0696
PC(t-3)	0.0310	0.0606	0.51	0.6101
PC(t-4)	0.8525	0.0599	14.23	*** 0.0000
PC(t-5)	-0.4337	0.0954	-4.54	*** 0.0000
GDP(t-1)	0.2685	1.7887	0.15	0.8811
GDP(t-2)	1.3127	1.2953	1.01	0.3140
GDP(t-3)	0.2742	1.7726	0.15	0.8775
GDP(t-4)	1.8476	1.7596	1.05	0.2969
GDP(t-5)	-1.4154	1.3102	-1.08	0.2833
Adj. R^2	0.8674			
Residual S.E.	140000			
F-Statistic	41.99			
p-value	< 0.001			

Equation 1 VAR

$$\begin{aligned}
 \dot{P}C_t = & 1473007 + 1.3127GDP_{t-1} + 2.3821Cons_{t-1} + 0.4757PC_{t-1} \\
 & + 0.2685GDP_{t-2} - 8.2763Cons_{t-2} - 0.1102PC_{t-2} + 0.2742GDP_{t-3} \\
 & - 1.0585Cons_{t-3} + 0.0310PC_{t-3} + 1.8476GDP_{t-4} - 8.2398Cons_{t-4} \\
 & + 0.8525PC_{t-4} - 1.4154GDP_{t-5} + 10.4409Cons_{t-5} - 0.4337PC_{t-5}
 \end{aligned}$$

The output with PC as dependent variable shows us that there is a dependency mostly between Cons and PC. Based on the coefficients and its significance we can conclude that there is delay between two and five quarters. The strongest link is observed on the fourth and fifth quarter. There is observed delay of one quarter between Cons and GDP. In other words, changes in GDP are rejected into Cons in next quarter.

Now, we analyze it for autocorrelation and heteroscedasticity. Portmanteau Test have p-value lower than 0.05, so we reject null hypothesis and there is serial correlation presented in the model. According to p-value of ARCH Engle's Test we do not reject null hypothesis, so the residuals are homoscedastic. The model results, residuals, autocorrelation and partial autocorrelation functions (ACF,PACF) are visualized in following figures 2, 3, 4.

Next, we make stability test. Figure 5 shows structural breaks for all variables. For macroeconomic variables gdp and cons structural break appeared in 2008 after the economic

crisis began. Also variable pc adj lowered during the economic crisis, but the structural break observed later in 2012.

Figure 2 Model results for gdp

Diagram of fit and residuals for gdp

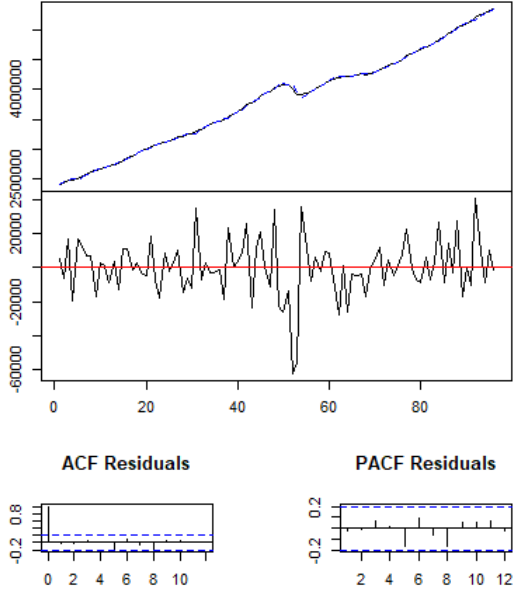


Figure 3 Model results for cons

Diagram of fit and residuals for cons

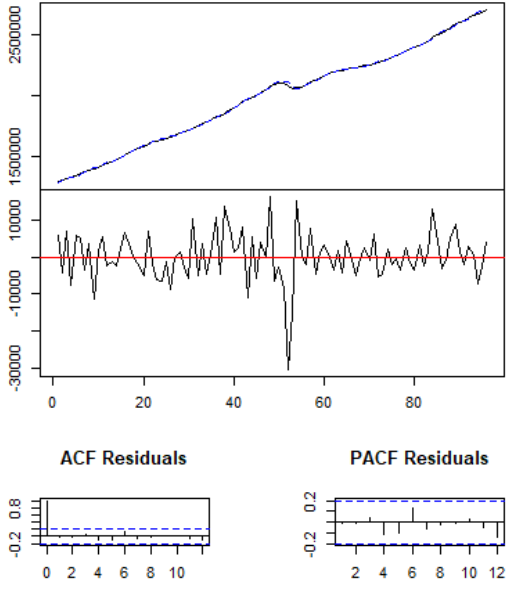


Figure 4 Model results for pc_adj

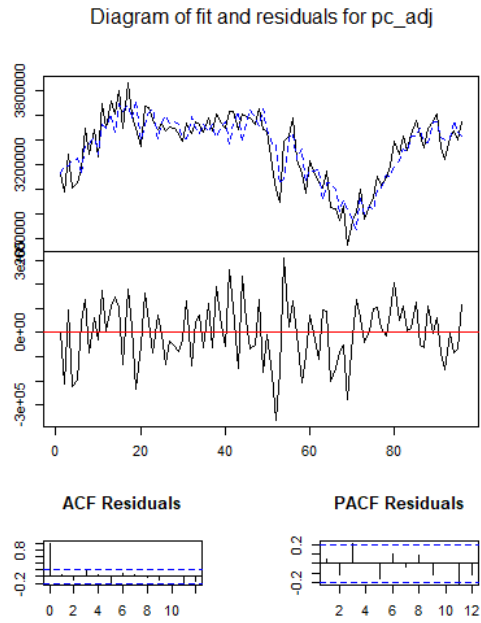
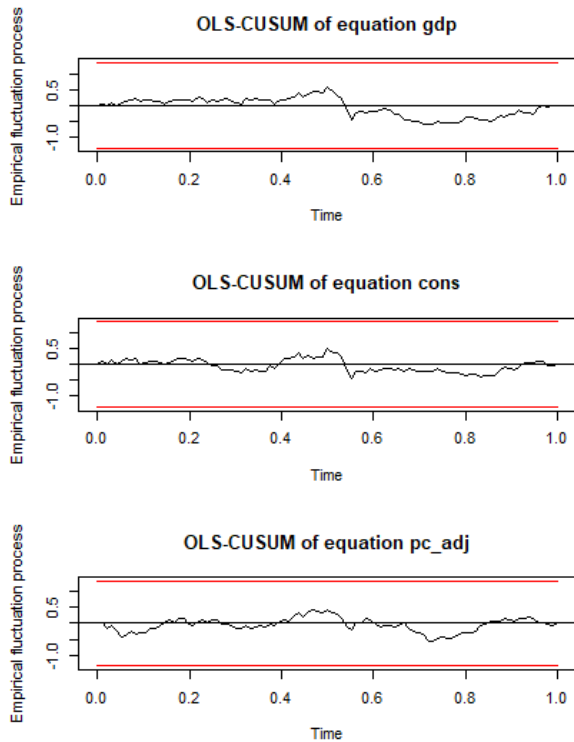


Figure 5 Stability test



4 VECTOR ERROR CORRECTION MODEL

In the case when variables are non-stationary and cointegrated there is a model Vector Error Correction, restricted version of VAR, which should be employed. It may restricts long-term behaviour of endogenous variables.

First of all we have to confirm presence of cointegration between variables by doing cointegration analysis. There is a possibility to adopt Engle-Granger or Johansen test. Based on the fact our model consists of more than two variables the Johansen test is employed. Compared to Engle-Granger test it is testing all possible cointegrated relationships.

Same as in VAR model we employed five lags. We used the trace version of the test. Our test had a constant but the trend was not included. The results of the Johansen test are presented in table 5, critical value is for 1 % confidence interval. Based on the results of Johansen test there is maximum one cointegration relationship.

Table 5 Results of Johansen test

Number of cointegration relationships	Trace Statistics	Critical Value
None	51.01	34.91
Maximum one	22.36	19.96
Maximum two	3.63	9.24

So, vector error correction model is built on the results of Johansen test where we use the number of cointegration relationships and the number of lags same as it was in VAR model. Johansen MLE is estimator that we use. The results of VECM are presented in table 6, where three stars indicates significance at 1 %, two stars at 5 %. We can see that GDP of 5th lag is now significant on the contrary to VAR model where GDP was not significant. On the other hand, Cons has stronger link on the fourth lag but there is no the significance of Cons of the fifth lag. Moreover estimated adjustment coefficient (ECT) is significant at 1 %.

Table 6 Results of VECM

	Value	Signif.
ECT	1.72	***
Intercept	1326219.97	***
GDP_{t-1}	-0.414	
GDP_{t-2}	-0.060	
GDP_{t-3}	-0.081	
GDP_{t-4}	1.204	
GDP_{t-5}	3.718	***
$Cons_{t-1}$	6.781	**
$Cons_{t-2}$	-2.534	
$Cons_{t-3}$	-4.308	
$Cons_{t-4}$	-11.867	***
$Cons_{t-5}$	-3.787	
PC_{t-1}	-0.287	***
PC_{t-2}	-0.449	***
PC_{t-3}	-0.407	***
PC_{t-4}	0.451	***
PC_{t-5}	-0.040	

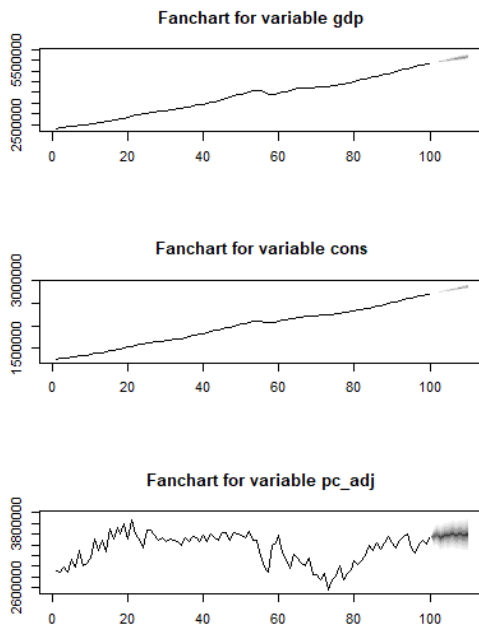
5 PREDICTION OF TIME SERIES

In this section, we provide forecast of variables. All forecasts have been done with 5 % confidence interval. The predictions are shown in the figure 6 and are based on VECM model. We can conclude that gdp and cons would have continuous and stable growth. On the other hand, pc adc would stagnate for next quarters. The nominal values of predicted values for next five quarters, same as number of lags used in estimation, are presented in table 7. So, our hypothesis about continuous growth can be rejected.

Table 7 Predicted values of PC variable

Period	Predicted value
2020Q1	3,679,183
2020Q2	3,673,237
2020Q3	3,591,896
2020Q4	3,604,328
2021Q1	3,568,841

Figure 6 Forecast of gdp, cons and pc



6 CONCLUSION

In this paper we provided cointegration analysis and practical application of VAR models in the field of automotive industry. Moreover, we predicted how would the number of registered passenger cars change in the future without the COVID-19 pandemic. It might be interesting to observe how the prediction of registered passenger cars would change in combination with lockdown, economic restrictions and fall of gdp and cons.

Použitá literatúra

1. Johansen, S. 1991. Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models. *Econometrica*, 59(6), 1551–1580.
2. Krzysztof D., 2021. Forecasting crude oil real prices with averaging time-varying VAR models, Resources Policy Volume 74
3. Hjalmarsson, E., Österholm, P. 2010. Testing for cointegration using the Johansen methodology when variables are near-integrated: size distortions and partial remedies. *Empir Econ* 39, 51–76.

Kontakné údaje

Radoslav Lacko

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky
nám. Winstona Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3-Žižkov

Tel: +421 948 321 340

Email: rl.lacko@gmail.com

ANALÝZA MULTIPLIKÁTOROV A MATICA SPOLOČENSKÉHO ÚČTOVNÍCTVA – PREHĽAD LITERATÚRY

MULTIPLICATION ANALYSIS AND SOCIAL ACCOUNTING MATRIX – LITERATURE OVERVIEW

Veronika Mitkova

Abstrakt

Práca obsahuje krátky prehľad literatúry zameraný vedecké práce zaoberajúce sa oblasťami modelovania štrukturálnych zmien a multiplikačných efektov založených na maticiach spoločenského účtovníctva.

Kľúčové slová: multiplikátor, matica spoločenského účtovníctva, štrukturálna analýza

Abstract

The paper consists of a short literature review with a focus on scholarly works devoted to a structural analysis and multiplier effects modeling based on a social accounting matrix.

Keywords: multiplier, social accounting matrix, structural analysis

1 ÚVOD

V tomto článku sa sústreďíme na prehľad výskumu v oblasti multiplikačnej analýzy založenej na matici spoločenského účtovníctva – SAM (Social Accounting Matrix), a to od jej počiatkov, až po súčasnosť, od metodológie, po aplikácie. Ponúkame prehľad prác, ktoré sa venovali tejto problematike v postupnosti tak, ako vznikali a následne prehľad aplikovanej metodológie podľa jednotlivých oblastí.

1.1 Pojmy

Matica spoločenského účtovníctva je podľa Robinsona a kol. (1999) syntézou dvoch známych princípov ekonómie. Po prvé, SAM zovšeobecňuje input-output ideu, podľa ktorej nákup jedného sektora je zároveň predajom iného sektora, na všetky transakcie v ekonomike, nielen na medziodvetvové toky. Každý peňažný tok je v matici zachytený ako výdavok jedného sektora (v stĺpci) a príjem druhého sektora (v riadku). Druhá myšlienka aplikovaná v matici spoločenského účtovníctva odvodená z národných účtov je tá, že príjmy sa vždy rovnajú výdavkom. To, čo platí pre ekonomiku ako celok, musí v SAM platiť pre každý jeden sektor. V SAM sa príjmy zachytia v riadkoch a výdavky v stĺpcoch, takže podľa rozpočtových ohraničení sa suma riadku (príjem) musí rovnať sume v zodpovedajúcom stĺpci (výdavok). Tieto fakty sú vyjadrením Walrasovej všeobecnej rovnováhy.

Multiplikátor v makroekonómii vo všeobecnosti označuje veličinu, ktorá meria, do akej miery sa endogénna premenná mení v reakcii na zmenu niektorej exogénnej premennej. V intenciách tejto práce budeme rozlišovať tri druhy multiplikátorov podľa Breisinger a kol. (2009), a to multiplikátor výstupu je súčtom všetkých účinkov prepojenia sektorov, odhaduje celkové zvýšenie hrubého produktu pre jednotlivé sektory; multiplikátor HDP sčítava všetky príjmy z práce a kapitálu generované dodatočnou výrobou vo všetkých sektoroch; multiplikátor príjmu sčítava dodatočné príjmy generované domácnosťami.

Štruktúrálna analýza je podľa Leontiefa (1952) jednoducho charakterizovaná ako také usporiadanie tokov tovarov a služieb v input-output tabuľke, ktoré umožní analyzovať základné štruktúrne charakteristiky jednotlivých odvetví ekonomiky.

1.2 Počiatky

Štruktúrálna analýza bola po prvý krát spomenutá v diele Wassilyho Leontiefa (1952) s názvom *Some Basic Probles of Structural Analysis* v časopise *Review of Economics and Statistics* v roku 1952. Za zmienku stojí, že toto dielo má 9 strán, podľa databázy *Web of Science* bolo citované 9 krát a využíva dva zdroje literatúry.

Základy analýzy multiplikátorov položili Stone (1978) a Pyatt a Round (1979), na ktoré neskôr nadviazali Defourny a Thornbecke (1984) svojím článkom v *Economic Journal*. Poznatky štruktúrne analýzy z input-output modelov aplikovali na maticu spoločenského účtovníctva, a teda analyzovali nielen úroveň outputu, výrobných faktorov a domácností, ale aj štruktúru produkcie, distribúciu príjmov výrobných faktorov a distribúciu disponibilného príjmu medzi domácnosti a sektor výroby.

2 PREHĽAD VEDECKÝCH PRÁC

Nasleduje prehľad publikácií z oblasti modelovania štruktúrnych zmien a multiplikačných efektov založených na maticiach spoločenského účtovníctva. Tabuľka 1 a Tabuľka 2 poskytujú sumárne informácie o autoroch, modelovanej krajine, časovom období (ak bolo uvádzané) a oblasti aplikácie štruktúrnej analýzy.

2.1 Prehľad vedeckých prác podľa oblastí aplikácie

Tabuľka 1 uvádza prehľad prác, ktoré boli najviac citovanými vo vybranej oblasti. Prevládajú práce z oblasti životného prostredia, potravinárstva a poľnohospodárstva. Prvá téma získava čoraz väčšiu popularitu medzi CGE modelmi, ktoré práce využívajú matice spoločenského účtovníctva, ako dátový základ. Druhá téma je zase stálicou CGE modelovania, prvé práce využívajúce spomenutú metodológiu boli práce z tejto oblasti.

Tabuľka 1: Prehľad najcitovanejších článkov (spracované podľa WoS)

autor/i (rok vydania)	krajina/región (zачytené obdobie)	oblasť
<i>Životné prostredie</i>		
Berck a Hoffman (2002)	modelové príklady	životné prostredie a zdroje
Xie (2000)	Čína, 1990	životné prostredie
Morilla (2007)	Španielsko, 2000	životné prostredie
Malahayati (2018)	Indonézia, 1985-2008	zalesnenie
<i>Poľnohospodárstvo, potraviny</i>		
Zhang a kol. (2020)	Čína, 2020	poľnohospodárstvo-potraviny, Covid-19
Ibragimova (2017)	Uzbekistan,	potraviny, ne-potraviny, služby
Regionálne vzťahy		

Hyytia (2014)	Fínsko (Južná Ostrobothnia a Severná Karélia)	mestá a vidiek
Seung (2014)	Aljaška	multi-regionálne vzťahy
Financie		
Aray a kol. (2017)	Španielsko	finančný sektor
Multi-sektorová analýza a všeobecné		
Llop (2007)	Španielsko (Katalánsko), 1990, 1994	všeobecné
Ciaschini a Socci (2007)	Taliansko (Marche), 2004	všeobecné
Lewis a Thorbecke (1992)	Keňa	

Podotýkame, že ide len o úzky výber vedeckých prác evidovaných v databáze Web of Science.

2.2 Súčasný prehľad vedeckých prác

Tabuľka 2 obsahuje prehľad prác, ktoré sa venujú štrukturálnej analýze a multiplikačným efektom, vznikli v priebehu rokov 2019 až 2021 a sú evidované v citačnej databáze Web of Science.

Tabuľka 2: Prehľad prác z obdobia 2019 – 2021 (spracované podľa WoS)

autor/i (rok vydania)	krajina/región (zachytené obdobie)	oblasť
Životné prostredie		
Mansury a kol. (2021)	USA (New York, New Orleans)	extrémne počasie
Ferreira a kol. (2021)	Španielsko	bioekonómia
Ferreira a kol. (2020)	Španielsko, 2016	bioekonómia
Mainar-Causape a kol. (2020a)	Európska únia	bioekonómia
Mainar-Causape a kol. (2020c)	Európska únia, 2015	skleníkové plyny
Ahmed a kol. (2021)	Taliansko, 2016-2017	zemetrasenia
Alvarez-Martinez a Mainar-Causape (2021)	Európska únia, 2010	skleníkové plyny
Albornoz-Mendoza a Mainar-Causape (2019)	Mexiko (Yucatan)	udržateľnosť životného prostredia
Poľnohospodárstvo, potraviny		
Jimenez a kol. (2021)	Kenya, 2017	poľnohospodárstvo - potraviny
Ahmed a Medabesh (2020)	Nigéria, 2010	poľnohospodárstvo
Zendehdel a kol. (2021)	USA (Washington, DC), 2019	farmárske trhy

Romano a kol. (2021)	Taliansko, 2007-2015	vinárstvo
Zhang a kol. (2020)	Čína, 2020	poľnohospodárstvo- potraviny, Covid-19
Mainar-Causape a kol. (2020b)	Keňa, 2014	poľnohospodárstvo- potraviny
Krause a kol. (2019)	Keňa, 2015	výživa
McConnell a kol. (2019)	USA, 2016	lesníctvo
<i>Turizmus a doprava</i>		
Ferrari a kol. (2021)	Čína, 2015	turizmus
Pedauga a kol. (2020)	Španielsko (Castile a Leon)	turizmus
Njoya a Nikitas (2020a)	Senegal	poľnohospodársky turizmus
Kwon a kol. (2020)	USA (Las Vegas)	turizmus
Njoya a Nikitas (2020b)	Juhoafrická Republika	letecká doprava
<i>Energie</i>		
Effendi a Resosudarmo (2021)	Krajiny juhovýchodnej Ázie, ASEAN	elektrina
Liu a kol. (2019)	Čína	obnoviteľná energia
Torres-Prunonosa a kol. (2020)	Španielsko (Katalánsko)	technologický park
<i>Iné</i>		
Severini a kol. (2020)	Taliansko	digitálne zručnosti

Na záver tohto krátkeho prehľadového článku ešte spomenieme desať oblastí, do ktorých sú tieto články najčastejšie zaradované: Ekonomia (79), Environmentálne štúdie a veda (47), Geografia (14), Regionálne mestské plánovanie (13), Rozvojové štúdie (11), Zelené udržateľné vedy a technológie (8), Poľnohospodársko-hospodárska politika (7), Ekológia (7), Pohostinské služby, voľný čas, šport a turizmus (6).

Použitá literatúra

1. AHMED, I., MEDABESH, A.M. 2020. Role of income distribution and consumption expenditure in agricultural output: case of Nigeria. In: International Journal of Social Economics, roč. 47, č. 8, s. 991-1001.
2. ALVAREZ-MARTINEZ, M.T., MAINAR-CAUSAPE, A.J. 2021. The GHG Emissions Generating Capacity by Productive Sectors in the EU: A SAM Analysis. In: Sustainability, roč. 13, č. 4, s. 2363.
3. AHMED, I., SOCCI, C., PRETAROLI, R., SEVERINI, F., DERIU, S. 2021. Socioeconomic spillovers of the 2016-2017 Italian earthquakes: a bi-regional inoperability model. In: Environment Development and Sustainability.
4. ARAY, H., PEDAUGA, L., VELAZQUEZ, A. 2017. Financial Social Accounting Matrix: a useful tool for understanding the macro-financial linkages of an economy. In: Economic Systems Research, roč. 29, č. 4, s. 486-508.

5. BERCK, P. a HOFFMANN, S. 2002. Assessing the Employment Impacts of Environmental and Natural Resource Policy. In: *Environmental & Resource Economics*. Roč. 22, s. 133-156.
6. BREINSINGER, C., THOMAS, M. and THURLOW J. 2009. Social Accounting Matrices and Multiplier Analysis. In: *Food Security in Practice Technical Guide 5*. Washington, D.C.: International Food Policy Research Institute.
7. CIASCHINI, M., SOCCI, C. 2007. Final demand impact on output: A macro multiplier approach. In: *Journal of Policy Modeling*, roč. 29, č. 1, s. 115-132.
8. DEFOURNY, J., a THORBECKE, E. 1984. Structural Path Analysis and Multiplier Decomposition within a Social Accounting Matrix Framework. In: *The Economic Journal*, roč. 94, 1984, č. 373, s. 111-136.
9. EFFENDI, Y., RESOSUDARMO, B.P. 2021. Development of renewable electricity in ASEAN countries: socio-economic and environmental impacts. In: *Asia-Pacific Journal of Regional Science*.
10. FERRARI, G., JIMENEZ, J.M., SECONDI, L. 2021. The role of tourism in China's economic system and growth. A social accounting matrix (SAM)-based analysis. In: *Economic Research*.
11. FERREIRA, V., PIE, L., TERCEÑO, A. 2021. Economic impact of the bioeconomy in Spain: Multiplier effects with a bio social accounting matrix. In: *Journal of Cleaner Production*, č. 298.
12. FERREIRA, V., PIE, L., TERCENO, A. 2020. The Role of the Foreign Sector in the Spanish Bioeconomy: Two Approaches Based on SAM Linear Models. In: *International Journal of Environmental Research and Public Health*, roč. 17, č. 24, s. 9381.
13. HYYTIA, N. 2014. Rural-urban multiplier and policy effects in Finish rural regions: An inter-regionoal SAM analysis. In: *European Countryside*, roč. 6, č. 2, s. 179-201.
14. JIMENEZ, S., MAINAR-CAUSAPE, A. J., FERRARI, E. 2021. Analysis of the Kenyan economy: an input-output approach. In: *AGREKON*.
15. KRAUSE, H., FASSE, A., GROTE, U. 2019. Nutrient-Dense Crops for Rural and Peri-Urban Smallholders in KenyaA Regional Social Accounting Approach. In: *Sustainability*, roč. 11, č. 11, s. 3017.
16. KWON, Y., LIM, J., KIM, E. 2020. Diversifying visitor demand and its impact on Las Vegas's tourism industry during recovery from the Great Recession. In: *Regional Science Policy and Practice*, roč. 12, č. 2, s. 249-266.
17. LEONTIEF, W. 1952. Some basic problems of structural analysis. In: *Review of Economics and Statistics*, roč. 34, č. 1, str. 1-9.
18. LIU, J., LI, J.Z., YAO, X.L., 2019. The Economic Effects of the Development of the Renewable Energy Industry in China. In: *Energies*, roč. 12, č. 9, s. 1808.
19. LLOP, M. 2007. omparing multipliers in the social accounting matrix framework: the case of Catalonia. In: *Environment and Planning A*, roč. 39. č. 8, s. 2020-2029.
20. MAINAR-CAUSAPE, A.J., PHILIPPIDIS, G., SANJUAN-LOPEZ, A.I. 2020a. Constructing an open access economy-wide database for bioeconomy impact assessment in the European Union member states. In: *Economic Systems Research*, roč. 33, č. 2, s. 133-156.
21. MAINAR-CAUSAPE, A.J., BOULANGER, P., DUDU, H., FERRARI, E. 2020b. Policy impact assessment in developing countries using Social Accounting Matrices: The Kenya SAM 2014. In: *Review of development Economics*, roč. 24, č. 3, s. 1128-1149.
22. MAINAR-CAUSAPE, A.J., BARRERA-LOZANO, M.I., FUENTES-SAGUAR, P.D. 2020c. Quantifying the Economic Cost of Reducing GHG Emissions through

- Changes in Household Demand: A Linear Multi-Sectoral Approach for European Countries. In: *Atmosphere*, roč. 11, č. 5, s. 545.
23. MALAHAYATI, M. 2018. The role of the forest-related sector to the Indonesian Economy: SAM Multiplier Analysis 1985-2008. In: *Open Agriculture*, roč. 3, č. 1, s. 171-179.
 24. MANSURY, Y., YE, X.Y., YOON, D.K. 2021. Structural path analysis of extreme weather events: An application to Hurricane Katrina and Superstorm Sandy. In: *Applied Geography*, roč. 136.
 25. MCCONNELL, T.E., TANGER, S.M., HENDERSON, J.E. 2019. International Trade's Contributions to the United States Forest Sector and Its Import-Export Chain. In: *Journal of Forestry*, roč. 117, č. 3, s. 210-225.
 26. MORILLA, C.R., DIAZ-SALAZAR, G.L., CARDENETE FLORES, M.A. 2007. Economic and environmental efficiency using a social accounting matrix. In: *Ecological Economics*, roč. 60, č. 4, s. 774-786.
 27. NJOYA, E.T., NIKITAS, A. 2020a. Assessing agriculture-tourism linkages in Senegal: A structure path analysis. In: *Geojournal*, roč. 85, č. 5, s. 1469-1486.
 28. NJOYA, E.T., NIKITAS, A. 2020b. The role of air transport in employment creation and inclusive growth in the Global South: The case of South Africa. In: *Journal of Transport Geography*, roč. 85, s. 1102738.
 29. PEDAUGA, L.E., PARDO-FANJUL, A., REDONDO, J.C., IZQUIERDO, J.M. 2020. Assessing the economic contribution of sports tourism events: A regional social accounting matrix analysis approach. In: *Tourism Economics*.
 30. PYATT, G. and ROUND, J. I. 1979. Accounting and fixed-price multipliers in a social accounting matrix framework. In: *Economic Journal*, roč. 89, 1979, s. 850-73.
 31. ROBINSON, S., YÚNEZ-NAUDE, A., HINOJOSA-OJEDA, R., LEWIS J. D., DEVARAJAN, S. 1999. From stylized to applied models: Building multisector CGE models for policy analysis. In: *North American Journal of Economics and Finance*, roč. 10, str. 5-38.
 32. ROMANO, D., ROCCHI, B., SADIDDIN, A., STEFANI, G., ZUCARO, R., MANGANIELLO, V. 2021. A SAM-Based Analysis of the Economic Impact of Frauds in the Italian Wine Value Chain. In: *Italian Economics Journal*, roč. 7, č. 2, s. 297-321.
 33. SEUNG, C.K. 2014. Measuring spillover effects of shocks to the Alaska Economy: An inter-regional social accounting matrix (IRSAM) model approach. In: *Economic Systems Research*, roč. 26, č. 2, str. 224-238.
 34. SEVERINI, F., PRETAROLI, R., SOCCI, C., ZOTTI, J., INFANTINO, G. 2020. The suggested structure of final demand shock for sectoral labour digital skills. In: *Economic Systems Research*, roč. 32, č. 4, s. 502-520.
 35. STONE, J. R. N. 1978. The disaggregation of the household sector in the national accounts. *Konferencia World Bank Conference on Social Accounting Methods in Development Planning*, Cambridge, UK.
 36. TORRES-PRUNONOSA, J., RAYA, J.M., DOPESO-FERNANDEZ, R. 2020. The Economic and Social Value of Science and Technology Parks. The Case of Tecnocampus. In: *Frontiers in Psychology*, roč. 11.
 37. XIE, J. 2000. An environmentally extended social accounting matrix - Conceptual framework and application to environmental policy analysis in China. In: *Environmental and Resource Economics*, roč. 16, č. 4, s. 391-406.

38. ZENDEHDEL, K., SLOBODA, B.W., HORNER, E.C. 2021. Economic Impact Analysis of Farmers' Markets in the Washington, DC Metropolitan Area: Evidence of a Circular Economy. In: Sustainability, roč. 13, č. 13.
39. ZHANG, Y.M., DIAO, X.S., CHEN, K.Z., ROBINSON, S. FAN, S.G. 2020. Impact of COVID-19 on China's macroeconomy and agri-food system - an economy-wide multiplier model analysis. In: China Agricultural Economic Review, roč. 12, č. 3, s. 387-407.

Pod'akovanie

Výskum bol podporený grantovou schémou Ministerstva školstva, vedy a výskumu Slovenskej republiky grantom VEGA 1/0628/20 „Medzinárodná investičná pozícia a jej vzťah k ekonomickému rastu - možný ukazovateľ vonkajších nerovnováh krajiny” a grantovou schémou Agentúry pre výskum a vývoj grantom APVV-17-0551 „Vyrovnávanie nerovnováh: prehodnotenie pohľadu na makroekonomické nerovnováhy v európskom rámci riadenia“.

Kontaktné údaje

Ing. Veronika Mit'ková, PhD.

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta sociálnych a ekonomických vied, Ústav ekonómie

Mlynské luhy 4, 821 05 Bratislava

email: veronika.mitkova@fses.uniba.sk

DEKOMPOZÍCIA RIZIKA A FINANČNÉ INTEPRETÁCIE¹

RISK DECOMPOSITION AND FINANCIAL INTERPRETATIONS

Vladimír Mlynarovič

Abstrakt

Článok prezentuje teoretické prístupy k dekompozícii rizika portfólia aktív meraného štandardnou odchýlkou a hodnotou v riziku. Modeluje úzky vzťah medzi dekompozíciou rizika a príspevkom k strate portfólia. Výsledkom je finančná interpretácia dekompozície rizika

KLúčové slová: volatilita, hodnota v riziku,, dekompozícia rizika, príspevok k strate

Abstract

The paper presents theoretical approaches to a portfolio risk decomposition measured by volatility and Value at risk. Close relations between risk decomposition and portfolio loss contribution are modelled. As a result, it provides financial interpretation of risk decomposition

Keywords: volatility, VaR, risk decomposition, loss contribution

1 ÚVOD

Koncepcia príspevku rizika a percentuálna príspevok rizika je široko využívanou ako v manažmente rizika, v praxi rizikových rozpočtov, v oblasti alokácie aktív tak aj v aktívnom portfóliu manažmente (Litterman 1996; Winkelmann, 2004). Avšak napriek jednoznačnej prítomnosti takýchto javov, stále zostávajú otázky týkajúce sa ich platnosti vzhľadom na jednoduché presvedčenie, že rizika sú neaditívne a na nedostatok finančnej intuície týkajúcej sa matematických definícií týchto konceptov. Napríklad, Sharpe (2002) správne argumentuje, že čistá matematická dekompozícia rizika nemusí nutne kvalifikovať aj príspevok rizika. Tento argument je zmysluplný, pretože príspevok rizika je často definovaná s nízkym ekonomickou oprávnenosťou, prostredníctvom výpočtu obsahujúceho hraničný príspevok rizika – parciálnej derivácia rizika podľa váh jednotlivých aktív. Sharpe (2002) ďalej navrhuje celkovo odmietnuť koncepciu príspevku rizika na základe faktu, že riziko v terminológii buď štandardnej odchýlky, alebo VaR, nie je aditívne. Primárnou príčinou takýchto pretrvávajúcich pochybností môže byť skutočnosť, že finančný priemysel ako celok ešte stále úplne neuchopil finančné interpretácie, ktoré sú za východiskovými matematickými definíciami. Má teda príspevok rizika nezávislú, intuitívnu finančnú interpretáciu? Spočítavajú sa rizikové rozpočty do hodnoty 100%? Tieto otázky sú dôležité pre všetkých investičných profesionálov, ktorí musia uvažovať s rizikom, ako jedným z rozmerov investičného rozhodovacieho procesu. V tomto príspevku analyzujeme tieto otázky

¹ Článok vznikol s podporou Agentúry pre podporu výskumu a vývoja, grant APVV-17-0551 „Vyrovňovanie nerovnováh: prehodnotenie pohľadu na makroekonomické nerovnováhy v európskom rámci riadenia“ a grant PP-COVID-20-0026 „Zotavíme sa z pandémie Covid19? - sociálne, ekonomické a právne perspektívy pandemickej krízy“

prostredníctvom intuitívnej finančnej interpretácie pre príspevok rizika. Prezентujeme analytické výsledky vzhľadom k aktuálnemu akademickému výskumu v predmetnej oblasti.

2 KONTRIBÚCIA K STRATE PORTFÓLIA

Prichádzame s interpretáciou príspevku straty a percentuálnej príspevku straty. Jedna zo všeobecne naliehavých otázok, ktorej čelia portfólio manažéri je: v prípade rozsiahlej straty portfólia, aké sú pravdepodobné príspevky k strate od jednotlivých zložiek portfólia? Odpoveď sa ukazuje ako silne konzistentná s bežne definovanou príspevkou rizika. Odpoveď poskytujú podmienené očakávania výnosov uvažovaných aktív pre daný celkový výnos portfólia rovný strate. Najskôr predpokladáme, že výnosy všetkých aktív majú normálne rozdelenie a použijeme štandardnú odchýlku ako mieru rizika. Potom použijeme všeobecnejšiu mieru rizika VaR s relaxáciou predpokladu o normálnom rozdelení.

Kvôli jednoduchosti uvažujeme existujúce portfólio pozostávajúce z dvoch aktív, s ich váhami w_1 a w_2 . Taktiež predpokladáme volatility výnosov σ_1 , σ_2 a koreláciu ρ . Pre štandardnú odchýlku výnosov portfólia potom platí

$$\sigma = [w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2\rho w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Pre hraničné príspevky jednotlivých aktív k riziku platí

$$\frac{\partial \sigma}{\partial w_1} = \frac{w_1 \sigma_1^2 + \rho w_2 \sigma_1 \sigma_2}{[w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2\rho w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial w_2} = \frac{w_2 \sigma_2^2 + \rho w_1 \sigma_1 \sigma_2}{[w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2\rho w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}}$$

Percentuálne príspevky rizika sú potom opísané súčinom váhy aktíva a jeho hraničného príspevku k riziku vydeleným štandardnou odchýlkou, t.j.

$$p_1 = \frac{w_1 \frac{\partial \sigma}{\partial w_1}}{\sigma} = \frac{w_1^2 \sigma_1^2 + \rho w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2}$$

$$p_2 = \frac{w_2 \frac{\partial \sigma}{\partial w_2}}{\sigma} = \frac{w_2^2 \sigma_2^2 + \rho w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2} \quad (2)$$

Poznamenajme, že súčet percentuálnych príspevkov k riziku je rovný 1, t.j. $p_1 + p_2 = 1$ a percentuálny príspevok je rovný nule, ak je váha rovná nule, t.j. $p_i = 0$, ak $w_i = 0$. V skutočnosti však uvedené vzťahy umožňujú alternatívnu interpretáciu percentuálneho príspevku p_i – je to podiel kovariancie medzi výnosom komponentu aktíva i a výnosom portfólia a celkovým rozptylom výnosov portfólia. Preto je to *beta* výnosu komponentu oproti výnosu portfólia a súčet takýchto faktorov *beta* je prirodzene rovný jednej. Takáto *beta* interpretácia je pôsobivejšia, pretože nie je nutne spojená s hraničným príspevkom. Napriek tomu však stále samotná neposkytuje explicitne nejaké ekonomické zdôvodnenie.

Aby sme spojili túto *beta* interpretáciu s nejakou ekonomickou interpretáciou budeme uvažovať s pojmom príspevku straty. Predpokladajme, že portfólio zaznamenalo stratu v rozsahu L . Termínom strata opisujeme záporný, resp. *down side* výnos, t.j. $L < 0$. Aké sú

očakávané percentuálne príspevky jednotlivých aktív k tejto strate? V štatistickej terminológii (Qian, 2006) máme

$$c_i = \frac{E[w_i r_i | w_1 r_1 + w_2 r_2 = L]}{L}, i = 1, 2$$

teda očakávané príspevky dvoch aktív vydelené stratou L . Podľa teórie podmienených príspevkov (kde podmienené očakávanie normálnej premennej je rovné nepodmienennej strednej hodnote plus jej *beta* k danej premennej, v tomto prípade celkový výnos portfólia vynásobený rozdielom medzi danou premennou a jej nepodmienenou strednou hodnotou) máme

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{w_1 \mu_1}{L} + p_1 \left(1 - \frac{w_1 \mu_1}{L} - \frac{w_2 \mu_2}{L}\right) = p_1 + \frac{p_2 w_1 \mu_1 - p_1 w_2 \mu_2}{L} \equiv p_1 + \frac{D_1}{L} \\ c_2 &= \frac{w_2 \mu_2}{L} + p_2 \left(1 - \frac{w_1 \mu_1}{L} - \frac{w_2 \mu_2}{L}\right) = p_2 + \frac{p_1 w_2 \mu_2 - p_2 w_1 \mu_1}{L} \equiv p_2 + \frac{D_2}{L} \end{aligned} \quad (3)$$

Predpokladáme, že nepodmienené očakávané výnosy dvoch aktív sú μ_1 a μ_2 a p_1 a p_2 sú percentuálne príspevky k riziku, alebo *beta* faktory, tak ako to bolo definované vyššie. Vidno, že súčet percentuálnych príspevkov k strate je tiež rovný 1, t.j. $c_1 + c_2 = p_1 + p_2 = 1$, pretože $D_1 = -D_2$. Definovali sme teda zložky pretože D_1 a D_2 , ktoré budeme ďalej detailne skúmať. Vidno však, že očakávané percentuálne príspevky k strate generujú vzťah, ktorý je blízky k vzťahu percentuálnych príspevkov k riziku. V skutočnosti existujú tri situácie, z ktorých dve sa ukážu ako identické.

Najskôr budeme uvažovať, že nepodmienené očakávané výnosy μ_1 a μ_2 sú rovné nule. V tomto prípade sú príspevky k strate a príspevky k riziku rovnaké, t.j.

$$c_1 = p_1, c_2 = p_2$$

Pre ľubovoľnú stratu L . Tento prípad platí pre krátke investičné horizonty, kde sa predpokladá, že očakávané výnosy sú rovné nule. V praxi je veľa analýz manažmentu rizika zameraných na krátke horizonty, také ako jeden deň alebo jeden týždeň. Druhý prípad nastáva, ak jedno z aktív má nulovú váhu, a preto je jeho príspevek k riziku rovný nule. Ide o triviálny prípad, v ktorom na zostávajúce aktívum pripadá sto percent rizika a rovnako aj sto percent straty. Avšak takáto príspevia straty aproximácie platí aj ak je váha aktíva malá a strata L je relatívne vysoká v porovnaní so sub – optimálnosťou portfólia. Tretí a zaujímavejší prípad vzniká, ak

$$D_1 = p_2 w_1 \mu_1 - p_1 w_2 \mu_2 = 0$$

alebo, ekvivalentne

$$\frac{w_1 \mu_1}{p_1} = \frac{w_2 \mu_2}{p_2} \quad (4)$$

Táto rovnica je podmienkou prvého rádu hraničnej užitočnosti pre optimálne portfólio v priestore stredná hodnota – rozptyl. Implikuje preto, že pre optimálne portfólia je percentuálna príspevia k riziku ekvivalentná s očakávanou percentuálnou príspeviou k celkovému očakávanému výnosu portfólia. Inými slovami, rizikové rozpočty sa stávajú rozpočtami očakávaného výnosu. Táto ekvivalencia však platí len pre portfólia optimálne v priestore stredná hodnota – rozptyl. Pre portfólia reálneho sveta, ktoré nemusia byť optimálne v takomto zmysle, ale uvedená interpretácia percentuálneho príspevku k riziku stála dovoľuje manažérom odhadnúť pravdepodobný príspevek k danej strate.

Dodatočný prínos vzťahov (3) spočíva v tom, že umožňujú odhadnúť efekt sub – optimálnosti portfólia meranej prostredníctvom hodnôt D_i na percentuálny príspevok k strate. Ak je napríklad alokácia do aktíva 1 vyššia v porovnaní s optimálnou váhou v priestore stredná hodnota – rozptyl, potom

$$D_1 = p_2 w_1 \mu_1 - p_1 w_2 \mu_2 < 0$$

Je tomu tak preto, lebo ak váha w_1 vzrastie z jej optimálnej hodnoty, potom zvýšenie rizikového príspevku tohto aktíva dominuje zvýšenie jeho príspevku k očakávanému výnosu. Preto to pre danú stratu L , ktorí nesie záporné znamienko, bude percentuálny príspevok c_1 k strate vyšší ako percentuálny príspevok p_1 k riziku, keďže hodnota D_1/L je kladná.

Taktiež poznamenajme, že ak strata L vysoko prevyšuje sub – optimálne miery, potom sú príspevky k strate aproximácie rovné príspevkom k riziku, t.j.

$$c_1 \cong p_1, \quad c_2 \cong p_2$$

Toto zistenie je zvlášť relevantné pre obdobia finančných kríz, kedy by straty portfólia mohli byť významne vyššie v porovnaní s očakávanými výnosmi. To teda znamená, že príspevok strate bude v krízových obdobiach vyjadrený prostredníctvom príspevku k riziku. Naopak, v „kludných“ obdobiach, kedy sú straty portfólia relatívne nízke, medzi príspevkom k strate, alebo ex post príspevkom k výnosu, neexistuje žiadny vzájomný vzťah s príspevkom k riziku. Preto by ale tieto situácie s malými stratami nemali byť používané na spochybňovanie užitočnosti koncepcie príspevku k riziku.

Celkovo, percentuálny príspevok k riziku možno interpretovať ako percentuálny príspevok k danej strate celkového portfólia. Tieto dve miery sú identické v prípade nulových očakávaných výnosov, alebo ak je portfólia optimálne v priestore stredná hodnota - rozptyl. V ostatných prípadoch je táto interpretácia vhodná vtedy, ak je daná strata vysoká v porovnaní s mierami sub – optimálnosti D_i .

3 KONTRIBÚCIE K VAR PORTFÓLIA

V tejto časti rozšírime rovnakú finančnú interpretáciu na príspevky k riziku meraného prostredníctvom hodnoty v riziku, t. j. VaR. Táto miera rizika, vyjadrujúca stratu s danou kumulatívnou pravdepodobnosťou, je všeobecnou mierou rizika, ktorú možno použiť pre portfólia s akýmkoľvek rozdeleniami pravdepodobnosti výnosov. Pre portfólia s normálnym rozdelením pravdepodobnosti je Var jednoducho rovná očakávaný výnos plus konštantný násobok štandardnej odchýlky. Pri rozdeleniach pravdepodobnosti, ktoré nie sú normálne, je $(1-\alpha)\%$ VaR definovaná rovnicou

$$Prob(r \leq VaR) = \int_{-\infty}^{VaR} p(r) dr = \alpha \quad (5)$$

kde $p(r)$ hustota pravdepodobnosti rozdelenia výnosov a α je kumulatívna pravdepodobnosť straty s typickými hodnotami 5% alebo 1%.

V súvislosti s touto mierou rizika sú zaujímavé dve otázky. Najskôr nás bude zaujímať, či možno definovať percentuálny príspevok k riziku v rámci koncepcia VaR. Ak áno, potom nás bude zaujímať, či možno rozšíriť analogické finančné interpretácie aj pre percentuálne príspevky k VaR. Odpoveď na obidve otázky je áno. Keďže VaR je lineárna homogénna funkcia váh (Litterman, 1996), z matematického hľadiska platí

$$VaR = \sum_{i=1}^N w_i \frac{\partial VaR}{\partial w_i} \quad (6)$$

To ale znamená, že príspevky k VaR možno definovať a súčin váh a hraničných príspevkov k VaR. Ak rovnicu (6) vydelíme hodnotou VaR, dostaneme percentuálne príspevky k VaR, alebo faktory VaR – beta. Pokiaľ ide o druhú otázku, Hallerbach (2002) poskytol dôkaz toho, že príspevky k VaR opísané vzťahom (6) sú presne rovné očakávaným príspevkom k strate, ktorej veľkosť je rovná VaR. To teda znamená, príspevok k VaR možno interpretovať ako príspevok k strate.

Hoci príspevky k riziku ako v prípade štandardnej odchýlky tak aj VaR majú rovnakú ekonomickú interpretáciu, existuje niekoľko jemných rozdielov. Po prvé, v prípade štandardnej odchýlky pri predpoklade o normálnom rozdelení, sú percentuálne príspevky k riziku nezávislé od strát. Pri určitých okolnostiach bolo ukázané, že aproximujú príspevky k strate s dostatočnou presnosťou bez ohľadu na veľkosť straty. Interpretácia príspevku k VaR je však na rozdiel reštriktívna – vzťahuje sa len na stratu, ktorá je práve rovná špecifickej VaR. Príspevky k VaR sa teda menia so zmenou VaR, sú teda odlišné pre 1% a 5% VaR. To znamená, že pre straty rôznych rozmerov sa príspevky k VaR musia prepočítavať. Druhý rozdiel spočíva vo výpočtovej zložitosti. Zatiaľ čo príspevok k riziku založený na štandardnej odchýlke je ľahko vypočítateľný, vypočítať príspevok k VaR nie je ľahká úloha, pretože len zriedka sú k dispozícii analytické vyjadrenia pre VaR ako funkcie váh aktív. Ak aj je k dispozícii nejaké analytické vyjadrenie, samotný výpočet parciálnych derivácií podľa váh môže predstavovať analytickú výzvu. Našťastie existujú analytické aproximácie VaR založené na momentoch rozdelenia pravdepodobnosti, ktoré zas možno použiť aj na odhad príspevku k VaR

Jedna z takýchto aproximácií VaR je založená na Cornish – Fisherovom rozvoji (Mina and Ulmer, 1999). Zachováva formu súčtu strednej hodnoty a z – score vynásobeného štandardnou odchýlkou v tvare

$$VaR = \mu + \tilde{z}_\alpha \sigma \quad (7)$$

kde z - score \tilde{z}_α obsahuje štandardný z_α kvantil a korekčné položky vyšších centrálnych momentov

$$\tilde{z}_\alpha \approx z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1)s + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha)k - \frac{1}{36}(2z_\alpha^3 - 5z_\alpha)s^2 \quad (8)$$

Rovnica (8) poskytuje aproximáciu α percentilu rozdelenia so strednou hodnotou μ , štandardnou odchýlkou σ , šikmostou s dodatočnou špicatosťou k . Po substitúcii do (7) opisuje $(1-\alpha)\%$ VaR. VaR opísaná rovnicami (7) a (8) je algebrickou funkciou váh aktív – stredná hodnota je lineárnou funkciou váh, štandardná odchýlka je druhá odmocnina kvadratickej funkcie váh, šikmost' a špicatosť sú polynomiálnymi rovnicami tretieho a štvrtého stupňa premenných váh. Pre dané portfólio viacerých aktív máme odhad kovariancií a momentov vyššieho rádu, napríklad na základe historických údajov. Potom možno odvodiť analytické parciálne derivácie ako funkcie váh a príspevkov k VaR.

4 ZÁVER

Teoretické dedukcie ukazujú, že dekompozícia rizika má validnú finančnú interpretáciu prostredníctvom terminológie príspevkov k strate portfólia. Ak sa predpokladá, že uvažovaný výnos bude normálny, potom možno ľahko získať príspevkov k volatilitate portfólia a aproximácie stanoviť príspevok k strate. Príspevok k riziku v terminológii VaR je zase presne interpretovateľný v zmysle príspevku k strate a interpretácia je univerzálne aplikovateľná.

Použitá literatúra

1. HALLERBACH, W.G., 2003. Decomposing Portfolio Value at Risk: General Analysis. *Journal of Risk*, 5(2), 1 -18.
2. LITTERMAN, R. 1966. Hot Spots and Hedges. *Journal of Portfolio Management*. December, 52 – 75.
3. MINA, J. and ULMER, A. 1999. Delta – Gamma Four Ways. RiskMetrics Group.
4. QIAN, A. 2006. On the Financial Interpretation of Risk Contribution: Risk Budgets Do Add Up. *Journal of Investment Management*, Vol. 4. No. 4, 41-51.
5. SHARPE, W.F., 2002. Budgeting and Monitoring Pension Fund Risk. *Financial Analyst Journal*. 58(5), 74 – 86.
6. WINKELANN, K. 20004. Improving Portfolio Efficiency. *Journal of Portfolio Management*. 30(2), 23 – 38.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta sociálnych a ekonomických vied

Mlynské luhy 4 1/b, 821 05 Bratislava

Tel: +421 2 20 66 98 60

email: vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

VÍCEKRITERIÁLNÍ DYNAMICKÝ PLÁNOVACÍ MODEL DODAVATELSKÉHO ŘETĚZCE UZAVŘENÉ SMYČKY

MULTIPLE CRITERIA, MULTI-PERIOD CLOSED-LOOP SUPPLY CHAIN PLANNING AND OPTIMIZATION MODEL

Petr Pokorný

Abstrakt

V tomto článku prezentujeme komplexní vícekriteriální plánovací model dodavatelského řetězce tzv. uzavřené smyčky (Closed-Loop Supply Chain). První kriteriální funkce minimalizuje konvenční provozní náklady a druhá maximalizuje zákaznický servis za pomoci tzv. Beta-Typ II. servis funkce. Obě tyto monokriteriální funkce jsou zkoumány kompromisní variantou za pomoci metody STEM a následně jsou obě spojeny do jedné celosystémové účelové funkce. Přínosem této práce je to, že nabízí pružnou metodu modelování komplexních síťových toků za pomoci tzv. úroňové hladiny zásob (echelon stock). Zároveň díky modelu uzavřené smyčky vytváří dvě paralelní sítě, které spolu komunikují a vyměňují si informace. Jedna (zpětná, reverzní) dodává a vyhodnocuje informace pro druhou (dopředná), která rozhoduje o materiálových tocích a případných výrobních konverzích. Navíc oproti většině podobných prací tato zahrnuje konvergentní (výrobní) i divergentní (distribuční) síť integrované v jeden celek. Model dokazuje důležitost výměny informací na různých úrovních dodavatelského řetězce jako podmínku optimality systému.

***Klíčová slova:** uzavřená smyčka, dodavatelský řetězec, vícekriteriální, výrobní síť, distribuční síť, Beta-Typ II., STEM, úroňová hladina zásob*

Abstract

In this paper we present a complex closed-loop supply chain (SC) planning model using a network optimization approach. The planning model is a subject to a multiple criteria optimization. First objective seeks a plan that minimizes conventional operational cost and the other maximizes the customer service level. We use the Beta –Type II. Service level. The contribution of this work is two-fold. First, it presents a versatile universal SC network flow model framework using echelon stock concept. Second, it employs two separate parallel networks that communicate with each other. One network supplies information (backwards) flows, while the other (forward) deals with material shipments between locations as well as with manufacturing conversions. Contrary to most other works our study combines assembly and distribution networks into a conjoint structure allowing for delays of information and in-/outbound material shipments.

***Keywords:** closed-loop, supply chain, multi-objective, assembly network, distribution, network, Beta-service level, STEM, echelon stock*

1 Motivation and Problem description

In this paper we present a complex closed-loop supply chain (SC) planning model using a network optimization approach. It employs two separate parallel networks that exchange information to coordinate the information and material flows. The information (backward) flows, such as order placement, respect replenishment time and collect info about backlogged requirements at the locations is one network. The other network (forward one) deals with material movements and shipments between locations as well as with manufacturing conversions. Our study combines assembly and distribution networks into a conjoint structure allowing for delays of information and in-/outbound material shipments. The planning model is a subject to multiple criteria optimization which are treated separately first, then weighted using the well-known STEM method. Finally, we aggregate all criteria into a system-wide cost single objective function. Besides the cost elements we also focus on the customer service level KPI that we aim to maximize. We use the Beta –Type II. Service level, defined in detail later. The presented model is a MIP formulation as we tried to avoid the non-linear objective functions or constraints. Here we also present the unconstrained version, deliberately leaving out all the capacity constraints.

2 Mathematical model of Supply Chain network

2.1 Notation

Using the notation above the model is presented as follows:

Sets and Indices: Products/Materials indexed by $i = 1, 2, \dots, P$, Planning Time Periods, $t = 1, 2, \dots, T$, SC levels indexed by $m = 1, 2, \dots, E$, and Network Locations indexed by $j, k = 1, 2, \dots, L$; $L = \{V, M, D, F\}$. V is a set of most upstream infinite capacity supply nodes, M of Manufacturers/Sub-Suppliers/Vendors, D for Distribution Centers/Warehouses a F represents the Retailers.

Constants:

$in_{ij} / out_{ij} = 1$, if material $i \in P$ is incoming / outgoing to location $j \in L$, otherwise =0

$IS_{jk} = 1$, if location k is a successor node to location j , $j, k \in L$, otherwise =0

$mrp_{ij} \in \{1, 2\} = 1$, if material $i \in P$ is produced or 2, if purchased as input, at location $j \in L$

$a_{ir} \geq 0$ Quantity of $i \in P$ to produce a unit of $r \in P$

$LT_{jk} \geq 0$ Order replenishment lead time between locations $j, k \in L$

Parameters:

PRP_{ij} Production Policy of $i \in M$ at $j \in L$, $mrp_{ij} \in \{\text{MTO PULL} := 1; \text{MTS PULL} := 2\}$

$cdem_{ijt}$ Customer demand for $i \in P$ at $j \in C$ in $t \in T$

$CProc_{ijk}$ Fixed unit cost of placing an order for $i \in P$ with $j \in L$ by $k \in L$

$CLdel_{ijk}$ Penalty cost for delayed shipment of $i \in P$ from $j \in L$ to $k \in L$

$CHold_{ij} / ECHold_{ij}$ Installation / Echelon Unit cost of storage of $i \in P$ at $j \in L$

$CBGL_{ij}$ Unit cost of backlogged demand of $i \in P$ at $j \in F$

Non-negative, (≥ 0), variables:

I_{ijt} / IE_{ijt} Installation/ Echelon Inventory Level of $i \in P$ at $j \in L$ in $t \in T$

IP_{ijt}^+ / IPE_{ijt}^+ Installation / Echelon On-Hand Inventory of $i \in P$ at $j \in L$ in $t \in T$

IM_{ijt}^- / IME_{ijt}^- Installation / Echelon Inventory Backlog of $i \in P$ at $j \in L$ in $t \in T$

$IPOS_{ijt} / IPOSE_{ijt}$ Installation / Echelon Inventory Position of $i \in P$ at $j \in L$ in $t \in T$

yin_{ijkt} Order of $i \in P$ placed with $j \in L$ by $k \in L$ in $t \in T$

$yine_{ijkt}$ Expected Order arrival of $i \in P$ placed with $j \in L$ by $k \in L$ in $t \in T$

$yout_{ijkt}$ Shipment of $i \in P$ from $j \in L$ to $k \in L$ in period $t \in T$

$yinb_{ijkt}$ Arrival shipment of $i \in P$ from $j \in L$ to $k \in L$ in period $t \in T$

yl_{ijkt} Backlogged order of $i \in P$ from $j \in L$ to $k \in L$ in $t \in T$

$ygit_{ijkt}$ Goods-In-Transit of $i \in P$ between $j \in L$ and $k \in L$ in $t \in T$

z_{ijkt} Produced quantity of $i \in P$ at $j \in L$ for $k \in L$ in $t \in T$

Binary {0,1} decision variable:

$v_{ijkt} = 1$, if a purchase order is placed for $i \in P$ with $j \in L$ by $k \in L$ in $t \in T$

2.2 Installation and Echelon Inventory positions

$\forall i \in P$ and $t \in T$ we get the following relationships

$$I_{ijt} = IP_{ijt}^+ - IM_{ijt}^- \quad \text{Installation Inventory Level, } \forall j \in L \quad (1)$$

IP_{ijt}^+ stands for the physical on-hand inventory which can be used instantaneously to satisfy the demand and IM_{ijt}^- captures the unsatisfied demand, which is considered to be backlogged, i.e., not lost, to be met in with a reasonable time delay.

$$IPOS_{ijt} = I_{ijt} + ygit_{ikjt} \quad \text{Installation Inventory Position, } \forall j \in F \quad (2)$$

$$IPOS_{ijt} = I_{ijt} + yl_{ikjt} + ygit_{ikjt} \quad \text{Installation Inventory Position, } \forall j \in L \setminus F \quad (3)$$

The Echelon Inventory level and position follow are constructed as a series of recursive equations

$$IE_{ijt} = I_{ijt} \quad \text{Echelon Inventory Level, } \forall j \in F \quad (4)$$

$$IPOSE_{ijt} = IE_{ijt} + ygit_{ikjt} \quad \text{Echelon Inventory Position, } \forall j \in F \quad (5)$$

$$IE_{ijt} = I_{ijt} + \sum_{k \in IS(j)} IPOSE_{ikt} \quad \text{Echelon Inventory Level, } \forall j \in L \setminus F \quad (6)$$

$$IPOSE_{ijt} = IE_{ijt} + yl_{ikjt} + ygit_{ikjt} \quad \text{Echelon Inventory Position, } \forall j \in L \setminus F \quad (7)$$

$$ECHold_{ij} = CHold_{ij} - \sum_{k \in IP(j)} CHold_{ik} \quad \text{Echelon Holding Cost, } \forall j, k \in L, i \in P \quad (8)$$

2.3 Information and Material Flows relations

The key contribution is to model the two parallel dynamic networks, one capturing how the order, demand, and inventory info is shared and exchanged between the location and the other calculating the corresponding material flows and Bill of Material (BoM) conversion processes.

$$v_{ijkt} * K \geq yin_{ijkt}, \quad , \text{ material/FG purchase order setup forcing constraint } (9)$$

$$\forall (i, j, k) = \{i \in P, j, k \in L \mid out_{ij} = 1, in_{ik} = 1, IS_{jk} = 1, mrp_{ik} = 2\}, \forall t \in T$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} yin_{ijkt} \geq \sum_{t=1}^{\tau} yout_{ijlt} \quad , \text{ cumulative material shipments balance } (10)$$

$$\forall (i, j, t) = \{i \in P, j \in L \setminus F, k \in L, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{il} = 1, IS_{jk} = 1\}, \forall \tau \in T$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} \sum_{e \in IP(j)} yinb_{iejt} \geq \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{l \in IS(j)} yout_{ijlt} \quad , \text{ shipment outflow is less than inflow } (11)$$

$$\forall (i, j) = \{i \in P, j \in L \setminus F \mid in_{ij} = 1, out_{il} = 1\}, \forall \tau \in T$$

$$yinb_{ijk(t+LT_{jk})} = yout_{ijkt} \quad , \text{ order replenishment time delay identity } (12)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in L \setminus F, k \in L, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1, IS_{jk} = 1, (t + LT_{jk}) \leq |T|\}$$

$$yine_{ijk(t+LT_{jk})} = yin_{ijkt} \quad , \text{ "on-time and in-full" (OTIF) condition } (13)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in L \setminus F, k \in L, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1, IS_{jk} = 1, (t + LT_{jk}) \leq |T|\}$$

$$yinb_{ijk(t+LT_{j,k})} + yl_{ijkt} = yin_{ijkt} + yl_{ijk(t-1)} \quad , \text{ backlog identity } (14)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in \{M, V\}, k \in L \setminus F, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1, IS_{jk} = 1, (t + LT_{jk}) \leq |T|\}$$

$$yinb_{ijk(t+LT_{j,k})} + yl_{ijkt} = cdem_{ijt} + yl_{ijk(t-1)} \quad , \text{ backlog identity at customer } (15)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in D, k \in F, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1, IS_{jk} = 1, (t + LT_{jk}) \leq |T|\}$$

$$ygit_{ijkt} + yinb_{ijkt} = yout_{ijkt} + ygit_{ijk(t-1)} \quad , \text{ Goods-In-Transit identity } (16)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in L \setminus F, k \in L, t \in T \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1, IS_{jk} = 1\}$$

$$\sum_t yin_{ijkt} \geq \sum_t cdem_{ikt} \quad , \text{ customer demand vs. order balance } (17)$$

$$\forall (i, j, k) = \{i \in P, j \in D, k \in F \mid in_{ij} = 1, out_{ik} = 1\},$$

$$I_{ijt} - I_{ij(t-1)} = \sum_{k \in IP(j)} yinb_{ikjt} + \sum_{l \in IS(j)} z_{ijlt} - \sum_{l \in IS(j)} yout_{ijlt} - cdem_{ijt} - \sum_{l \in IS(j)} \sum_{r \in P} a_{ir} z_{rjlt}$$

, inventory balance equation

$$\forall i \in P, \forall j \in L, \forall t \in T \quad (18)$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} \sum_{e \in IP(j)} yinb_{iejt} \geq \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{k \in IS(j)} \sum_{r=1}^P a_{ir} z_{rjkt} \quad , \text{BoM conversion} \quad (19)$$

$$\forall (i, j, k) = \{i \in P, j \in M, k \in L \mid mrp_{rj} = 1, out_{rj} = 1, in_{ij} = 1, IS_{jk} = 1\}, \forall \tau \in T$$

2.3.1 Make-To-Stock (MTS) Production policy

The policy allows the planner to produce more than it needs to be shipped (sold) immediately upon the production completion.

$$\sum_{t=1}^{\tau} yout_{ijkt} \leq \sum_{t=1}^{\tau} z_{ijkt} \quad \forall \tau \in T \quad (20)$$

$$\forall (i, j, k, t) = \{i \in P, j \in M, k \in L, t \in T \mid PRP_{ij} = 2, out_{ij} = 1, in_{ik} = 1, IS_{jk} = 1\}$$

$$\sum_{t=1}^T z_{ijkt} \leq \sum_{t=1}^T yin_{ijkt} \quad (21)$$

$$\forall (i, j, k) = \{i \in P, j \in M, k \in L \mid PRP_{ij} = 2, out_{ij} = 1, in_{ik} = 1, IS_{jk} = 1\}$$

2.4 Objective Functions

We will present two objectives, one to find the optimal cost of operations and one that tries to maximize the customer service level.

2.4.1 Minimize Supply Chain Cost

The objective is to **minimize** the cost of the Supply Chain configuration over a planning horizon being the sum of the following cost items:

$OCProc_j$ = Minimum cost incurred by each $j \in L$ by ordering material from upper tiers

$OCLdel_j$ = Minimum penalty incurred by $j \in L$ for a delayed shipment to a receiving location

$OCEhold_j$ = Minimum Echelon holding cost incurred by $j \in L$ for storing non-/finished goods

$OCBgl_j$ = Minimum Penalty for backlogged end customer demand incurred by $j \in F$

We will formulate the objective using the Echelon Inventory concept as it decreases the processing time needed to reach the optimum significantly.

$$\mathbf{P1: MIN_C} = \sum_j (OCProc_j + OCLdel_j + OCEhold_j), \forall j \in L \quad (22)$$

$$OCProc_j = \sum_t \sum_i \sum_k CProc_{ijk} yin_{ikjt}, \quad (23)$$

$$(i \in P, k \in L \setminus F, t \in T | out_{ik} = 1, in_{ij} = 1, IS_{kj} = 1, mrp_{ij} = 2)$$

$$OCLdel_j = \sum_t \sum_i \sum_k CLdel_{ijk} y_{l_{ijkt}}, \forall (i \in P, k \in L, t \in T | out_{ij} = 1, in_{ik} = 1, IS_{jk} = 1) \quad (24)$$

$$OCEhold_j = \sum_t \sum_i EChold_{ij} IPE_{ijt}^+, \forall (i \in P, t \in T | (out_{ij} = 1 \wedge in_{ij} = 1)) \quad (25)$$

2.4.2 Maximize Supply Chain Service Level / Minimize Out-Of-Stock (OOS)

We employ the **β - Type II. Service level** objective, that minimizes the final customer unmet demand, which is considered backlogged to be satisfied within a reasonable timespan. Beta-service levels for individual end locations facing the customer demand can be defined as

$$\beta_j = 1 - \frac{\sum_i \sum_t IM_{ijt}^-}{\sum_i \sum_t cdem_{ijt}}, \forall j \in F \quad (26)$$

To quantify and evaluate the loss on the demand that could not be met instantly and had to be backlogged we formulate another objective as follows

$$OCBgl_j = \sum_t \sum_i CBGL_{ij} IME_{ijt}^-, \forall (i \in P, t \in T, j \in F | out_{ij} = 1) \quad (27)$$

For the final nodes the IME_{ijt}^- equals to IM_{ijt}^- , hence it (29.) and (30.) take the same variable. An aggregated objective for the SC network aiming primarily to avoid the OOS is then calculated as

$$P2 := \text{MIN_OOS} = \sum_j (OCProc_{j \in L} + OCBgl_{j \in F} + OCEhold_{j \in L}) \quad (28)$$

System-Wide Cost are calculated as

$$P3 := \text{MIN_C+OOS} = \sum_j (OCLdel_j + OCProc_{j \in L} + OCBgl_{j \in F} + OCEhold_{j \in L}) \quad (29)$$

3 Numerical example

We have tested the above MIP models on the following network configuration

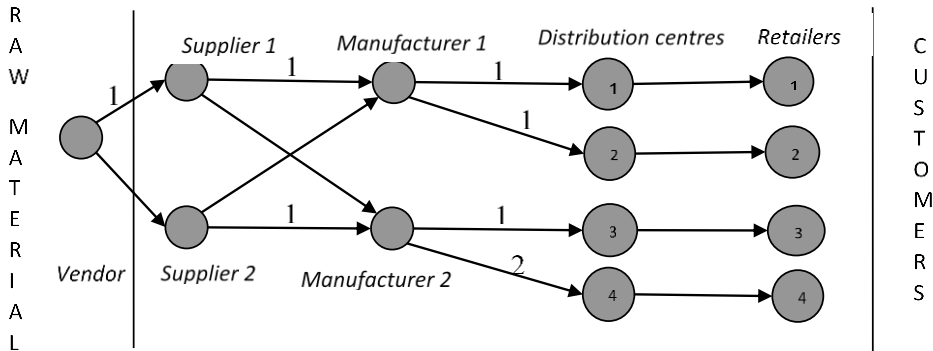


Figure 1 Simulated Network Model

The studied network is conjoint consisting of an assembly and distribution parts. Assembly network is represented by a common Vendor with infinite supply capacity and 2 suppliers, Supplier 1 and 2, each specialized to produce one semi-finished product, SFG1 and SFG2, respectively. These semi-products are used in the conversion to FG1 product according to a BoM structure in the manufacturing centers. FG1 is then distributed through the network to the retailers where it is sold to final customers. There exist replenishment lead times between locations denoted by the parameter, LT_{jk} . They represent the number of periods it takes a customer to receive an order from its upstream supplier. An order can be received in full or partially (i.e., backlogged). Values are shown above the arcs and where not shown, indicates zero replenishment time, hence the supply is instant. Tables below summarizes the input cost parameters and the customer demand.

product	location from	location to	Cproc	Cldel
FG1	M1	D1	12,00	12,00
FG1	M1	D2	7,50	13,50
FG1	M2	D3	6,00	10,50
FG1	M2	D4	4,50	12,00
FG1	D1	R1	4,50	18,00
FG1	D2	R2	4,50	15,75
FG1	D3	R3	6,00	15,00
FG1	D4	R4	7,50	16,50
SFG1	V1	S1	11,00	2,00
SFG1	V1	S2	8,00	3,00
SFG1	S1	M1	10,00	5,00
SFG1	S1	M2	7,00	4,50
SFG1	S2	M1	8,00	4,00
SFG1	S2	M2	9,00	5,50

Table 3 Location flow cost parameters

Table 1 Echelon Holding Cost parameters

Table 2 Demand parameters

4 Results and discussion

In the analysis we began with a single criteria optimization for P1 and P2. P1 results reached the minimum cost when optimizing global SC interaction and penalizing the delayed shipments (backlogs) among the partners. When seeking the P2 optimal value we reached higher total cost, mainly because the delays between orders and actual shipments were not penalized. As such, also the shipments to the final destinations

(retailers) were impacted resulting in the final OOS and thus lowering the **β -type II. service level** vs. P1. The

ECHold	V1	S1	S2	M1	M2	D1	D2	D3	D4	R1	R2	R3	R4
FG1				0,50	0,55	0,05	0,20	0,15	0,05	0,25	0,10	0,10	0,20
SFG1		0,20		0,08	0,15								
SFG2			0,25	0,15	0,05								
INPUT	0,00												

penalty for the delayed shipments is in fact one of the key contributions of the model and proves itself critical in the model structure and the agent's cooperation and coordination in the closed-loop SC. It helps to pass the and coordinates all the agents and P1. Without the penalty for delays, SC value to the maximum, even willing to

Product	Retailer	μ	σ	St. Dev
FG1	R1	3,0	1,5	1,2
FG1	R2	2,0	0,5	0,7
FG1	R3	2,0	0,1	0,3
FG1	R4	3,5	1,6	1,2

as well as ordering cost for more frequent order placements. We then applied the STEM method [2] to find a compromise value of the objective functions with weight factors (0.45, 0.55) for the two respective single objective functions. Last step was to aggregate the P1 and P2 into a single

information upstream the SC results in lower total cost, see agents optimize the stock pay penalty for late delivery

criteria function that yielded the lowest optimal system-wide cost and the best β -type II. service level result.

Summary	MIN_C	MIN_OOS	MIN_C+OOS	β service level
P1:= MIN_C	593	860	1 198	0,841
P2:= MIN_OOS	1 315	998	2 063	0,814
STEM (P1 & P2)	603	892	1 241	0,833
P3:= MIN_C+OOS	n/a	n/a	1 080	0,848

Table 4 Summary results

5 Conclusion and future extensions

In this paper we have presented a complex parallel network multi-period closed-loop supply chain planning model and presented several objectives and criteria that could be used when trying to find the system wide optimal solution for all SC partners (agents). The model showed that coordination of the decision-making process (orders placement, when, with whom, how much) can be decoupled from the decision on the material movements, such as produce and ship or stock etc., which does not always help the total SC performance. Non-trivial relationships have been presented and critical variables were identified to help coordinate the whole network cooperation and cost, such as the shipment backlogs. This model is unconstrained and will serve for extensions, such as optimal inventory control models. We will also add constraints and the versatility of the methodology also allows for flexible structural changes, hence enabling coalition games under the Game Theoretic approach.

Acknowledgements

The research project was supported by Grant No. F4/42/2021 of the Internal Grant Agency, Faculty of Informatics and Statistics, Prague University of Economics and Business.

Literature:

1. DONG, M.2001. Process modelling, performance analysis and configuration simulation in integrated supply chain network, PhD dissertation.
2. FIALA P., JABLONSKÝ J., MAŇAS M.1997. Vícekriteriální rozhodování, VSE Praha
3. FIALA, P.2002. Modelování a analýza produkčních systémů, GRADA PUBLISHING.
4. GRAVES S. C., WILLEMS, S. P.1997. Strategic Safety Stock Placement In Supply Chains, Massachusetts Institute of Technology, A. P. Sloan School of Management, Cambridge,

5. TARIM S. A., MIGUEL I.2004. Echelon Stock Formulation of Arborescent Distribution Systems: An Application to the Wagner-Whitin Problem, University of York, Department of Computer Science, York, U.K.

Contact:

Ing. Petr Pokorný

University Of Economics, Prague

Tel. +420 724 778 759

petrpokorny@yahoo.ca

OTVORENÉ JACKSONOVE OBSLUŽNÉ SIETE, SOFTVÉROVÉ MOŽNOSTI RIEŠENIA.

OPEN JACKSON QUEUEING NETWORK, SOFTWARE SOLUTION OPTIONS.

Marian Reiff

Abstrakt

Systémy hromadnej obsluhy rozlišujeme a delíme podľa počtu obslužných liniek na jednokanálové alebo viackanálové ktoré môžu byť usporiadané sériovo alebo paralelne. Pri jednofázovom spôsobe obsluhy máme iba o "jeden" uzol obsluhy, t. j. jeden alebo niekoľko paralelných kanálov. Pri viacfázovom spôsobe obsluhy máme niekoľko uzlov usporiadaných sériovo alebo v sieťovej štruktúre. Obslužné siete sú zložené z viacerých prepojených elementárnych systémov hromadnej obsluhy, pričom výstupný tok z jedného systému môže byť vstupným tokom druhého systému. Príspevku sa venuje predstaveniu dvoch softvérových riešení obslužných sietí v prostredí jazyku R a Simul8.

Kľúčové slová: obslužné siete, Simul8, jazyk R

Abstract

It is possible to distinguish and divide queuing systems according to the number of service nodes into single-channel or multi-channel, which can be arranged in series or parallel order. In the single-phase mode of operations, we have only "one" operating node in one or more parallel channels. In the multi-phase mode of operation, we have several nodes arranged in series or a network structure. Queuing networks are composed of several interconnected elementary queuing subsystems, while the output flow from one subsystem can be the input flow of another subsystem. The paper introduces two software solutions approaches for queuing networks, namely in the R and Simul8 environment.

Keywords: Queuing Network, Simul8, R Programming Language

1 OBSLUŽNÉ SIETE

Teóriu hromadnej obsluhy možno charakterizovať ako vednú disciplínu, ktorá analyzuje a rieši procesy a systémy, v ktorých sa vyskytujú prúdy jednotiek (požiadaviek, zákazníkov) prechádzajúcich určitými fázami obsluhy. Vplyvom obmedzenej kapacity obsluhy môže dôjsť k hromadeniu prúdu čakajúcich jednotiek pred obslužnými zariadeniami, teda dochádza k vzniku front. Celom je určiť charakteristiky kvality obsluhy, napríklad: priemerný čas čakania vo fronte, priemerný počet jednotiek vo fronte, priemerný čas strávený v systéme hromadnej obsluhy alebo priemerný počet jednotiek v systéme hromadnej obsluhy.

V zásade existujú dva základné prístupy k riešeniu takého systému analytický a simulácia. Pri analytickom riešení pomocou teórie hromadnej obsluhy popisujeme správanie systému funkčnými vzťahmi, ktoré je možné vyjadriť pomocou matematických vzorcov. Analytické riešenie je možné použiť iba pri jednoduchých modeloch, pretože pri zložitých systémoch hromadnej obsluhy možno len ťažko nájsť všeobecne platné funkčné vzťahy. V takom prípade je nutné riešiť daný problém pomocou simulácie a vyhodnocovania štatistického experimentu.

V príspevku sa venujeme porovnaniu dvoch, vyššie uvedených prístupov riešenie pre obslužné siete. Pri viacfázovom spôsobe obsluhy máme niekoľko obslužných uzlov usporiadaných sériovo alebo v sieťovej štruktúre. Obslužné siete sú zložené z viacerých prepojených elementárnych systémov hromadnej obsluhy, pričom výstupný tok z jedného systému môže byť vstupným tokom druhého systému [5].

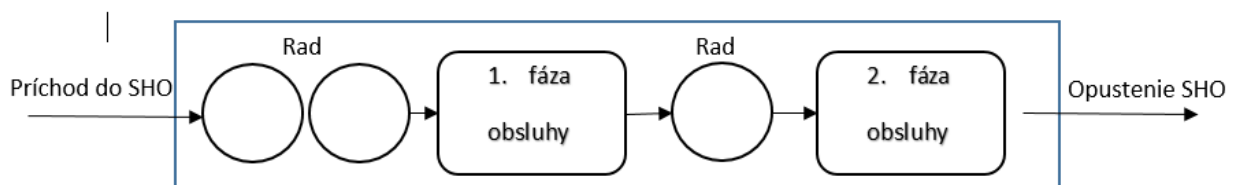
Jacksonova obslužná sieť je typ obslužnej siete kde analytické riešenie - výpočet rovnovážnych pravdepodobnosti má riešenie vo forme súčinu. Sieť prvýkrát identifikoval James R. Jackson [1], [2] a [3].

Pri analytickom riešení (na rozdiel od simulačného prístupu) musia byť splnené nasledujúce predpoklady [6]:

- neobmedzený zdroj požiadaviek,
- Poissonov vstup požiadaviek do prvej fázy obsluhy,
- neobmedzená dĺžka radou (front) v jednotlivých fázach,
- systém je stabilný, t. j. stredná hodnota intenzity vstupu musí byť väčšia ako stredná hodnota intenzity obsluhy,
- režim fronty FIFO,
- exponenciálne rozdelenie času obsluhy v jednotlivých fázach obsluhy,
- kanály obsluhy s rovnakou intenzitou obsluhy v rámci jednej fázy obsluhy,
- systém bez blokovania - požiadavky plynule prechádzajú z jednej fázy obsluhy do druhej fázy obsluhy.

Na základe vyššie uvedených predpokladov je výstup z každej fázy obsluhy predstavuje Poissonov prúd s rovnakou intenzitou vstupu do ďalšej fázy obsluhy a teda jednotlivé fázy obsluhy môžeme chápať ako samostatný a nezávislý systém hromadnej obsluhy, buď typu M/M/1 v prípade jedného kanálu obsluhy, alebo typu M/M/k v prípade viacerých paralelne radených kanálov obsluhy v danej fáze obsluhy.

Riešenie budeme demonštrovať na nasledujúcom príklade sériovo radenej dvojfázovej obsluhy. Nech v obslužnej sieti je jeden vstup s Markovovským rozdelením s intenzitou 5 požiadaviek za hodinu. Intenzita obsluhy v prvej fáze obsluhy je modelovaná Markovovským rozdelením s kapacitou 15 požiadaviek a intenzita obsluhy v druhej fáze obsluhy je modelovaná Markovovským rozdelením s kapacitou 20 požiadaviek. Obe fázy sú s možnosťou čakania a môžeme ich modelovať ako dva samostatne MM1 modely. Schéma obslužnej siete je zobrazená na obrázku číslo 1.



Obrázok č. 1: Schéma dvojfázovej obslužnej siete

1.1 Riešenie v prostredí jazyka R

Nižšie je uvedený zdrojový kód programu R na vyriešenie úlohy otvorenej Jacksonovej obslužnej siete [4]:

```
# importovanie balíka s názvom queueing
library(queueing)
## vytvorenie uzlov
n1 <- NewInput.MM1(lambda=5, mu=15, n=0)
n2 <- NewInput.MM1(lambda=0, mu=20, n=0)

m <- c(0, 1, 0, 0)
# definovanie pravdepodobností prechodov
prob <- matrix(data=m, nrow=2, ncol=2, byrow=TRUE)

i_ojn <- NewInput.OJN(prob, n1, n2)
o_ojn <- QueueingModel(i_ojn)
Report(o_ojn)
```

Výstup z programu R s výsledným riešením úlohy je členený na dve časti. V prvej časti sú popísané vstupy (intenzita vstupu a obsluhy) a popis obslužnej siete (hrany a uzly). V druhej časti sú popísané samotné charakteristiky obsluhy

The inputs of the open Jackson network are:

```
$`prob`
      [,1] [,2]
[1,]    0    1
[2,]    0    0

$nodes
$nodes[[1]]
$`lambda`
[1] 5

$mu
[1] 15

$n
[1] 5

attr(,"class")
[1] "i_MM1"

$nodes[[2]]
$`lambda`
[1] 0

$mu
[1] 20

$n
[1] 5

attr(,"class")
[1] "i_MM1"

attr(,"class")
[1] "i_OJN"
```

The outputs of the open Jackson network are:

----- Complete network -----

The mean number of clients in the network is: 0.8333333333333333
 The mean time spend in the network is: 0.1666666666666667
 The throughput of the network is: 5

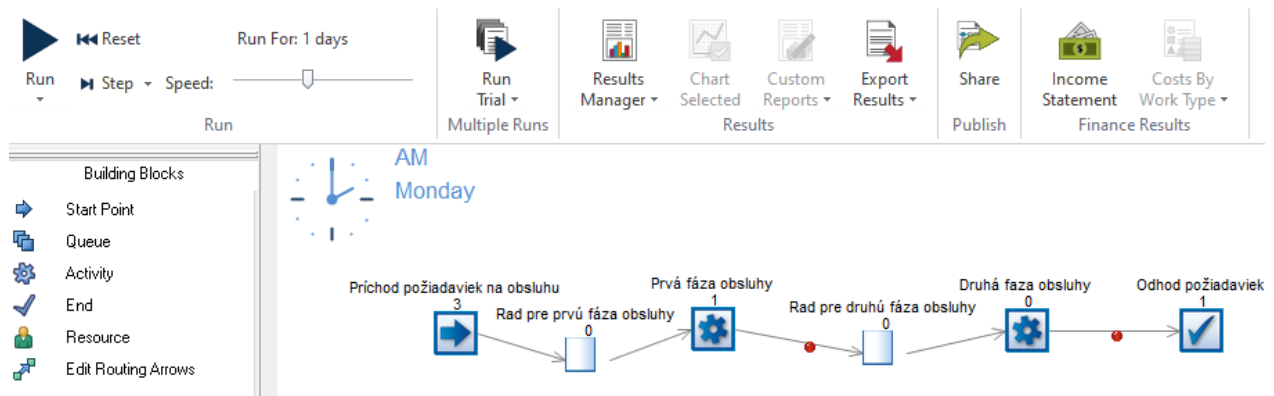
----- Per node -----

The use of node 1 is: 0.3333333333333333
 The throughput of node 1 is: 5
 The mean number of clients in node 1 is: 0.5
 The mean time spend in node 1 is: 0.1
 The probability (p0, p1, ..., pn) or visit ratio of node 1 is:
 [1] 0.6666667

The use of node 2 is: 0.25
 The throughput of node 2 is: 5
 The mean number of clients in node 2 is: 0.3333333333333333
 The mean time spend in node 2 is: 0.0666666666666667
 The probability (p0, p1, ..., pn) or visit ratio of node 2 is:
 [1] 0.75

1.2 Riešenie v prostredí Simul8

Systémy hromadné obsluhy môžeme skúmať aj pomocou simulácie, kedy generujeme náhodná čísla, ktoré po príslušnej transformácii (podľa príslušného pravdepodobnostného rozdelenia) vyjadrujú okamih vstupu požiadavky do systému hromadnej obsluhy a čas obsluhy požiadavky. Následne pomocou zberu dát v priebehu simulácie môžeme odvodiť pomocou štatistických metód charakteristiky obsluhy analyzovaného systému. Pre tvorbu simulačného modelu sme si zvolili prostredie Simul8 [8].



Obrázok č. 2 Simulačný model Jacksonovej obslužnej siete v prostredí Simul8.

		Low 95% Range	Average Result	High 95% Range	Risk
Rad pre prvú fázu obsluhy	Average Queue Size	0.16	0.17	0.17	
	Average Queuing Time	1.91	1.98	2.05	
Prvá fáza obsluhy	Average Use	0.33	0.34	0.34	
	Average Queue Size	0.08	0.08	0.08	
Rad pre druhú fázu obsluhy	Average Queuing Time	0.89	0.93	0.97	
	Average Use	0.25	0.25	0.25	
Odhod požiadaviek	Average Time in System	9.83	9.95	10.06	

Obrázok č. 3 Výsledky simulačného modelu, charakteristiky obsluhy Jacksonovej obslužnej siete v prostredí Simul8.

2 ZÁVER

Na záver možno konštatovať, že oboma spôsobmi riešenia sme získali rovnaké výsledky nakoľko sa jedna o základnú, jednoduchú úlohu. Cieľom príspevku je demonštrovať oba prístupy (analytický a simulačný) a porovnať ich, hlavne z edukačného dôvodu. Pri čítaní a následnom porovnaní výstupov Simul8 s výstupmi z R je potrebné zmeniť rozmer Simul8 výstupov (jednotky vypočítaných charakteristík) a spočítať charakteristiky pre rad a kanál obsluhy, nakoľko sú vypočítane samostatne v Simul8. V prostredí R sú udávané spolu pre jednotlivé fázy obsluhy. Napríklad charakteristiky pre prvú fázu z modelu v Simul8: priemerný čas v prvej fáze $1,95 \text{ min} + 4 \text{ min} = 5,95 \text{ min} = 0,1 \text{ hod}$ a priemerný počet požiadaviek v prvej fáze $0,33 + 0,17 = 0,5$. Charakteristiky pre druhú fázu z modelu v Simul8: priemerný čas v druhej fáze $0,95 + 3 = 3,95 \text{ min} = 0,066 \text{ hod}$ a priemerný počet požiadaviek v druhej fáze $0,08 + 0,25 = 0,33$. Pre charakteristiku priemerný čas v systéme hromadnej obsluhy pre analytické riešenie v prostredí R je uvedená hodnota $0,16666666666666667 \text{ hod}$, čo je 10,00 minúty. Na porovnanie, riešenie tejto charakteristiky pomocou simulačného prístupu obsahuje hodnotu analytického riešenia v intervalovom odhade (9,83; 10,06), pričom bodový odhad je 9.95 minút.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0339/20 „Hidden Markov Model Utilization in Financial Modeling“.

Použitá literatúra

1. Jackson, James R. Networks of waiting lines. Operations research 5, no. 4, 1957, pp. 518-521.
2. Jackson, James R. Jobshop-like queueing systems. Management science 10, no. 1, 1963, pp. 131-142.
3. Jackson, James R. Comments on “Jobshop-Like Queueing Systems”. Management Science 50, no. 12_supplement, 2004, pp 1803-1803.
4. Package ‘queueing’ 2019 [cit. 2021-15-11]. Dostupné z: <https://cran.r-project.org/web/packages/queueing/queueing.pdf>
5. Peško, Š., Smieško, J. Stochastické modely operačnej analýzy. Žilinská univerzita, Žilina, 1999.
6. Úvod do teórie hromadnej obsluhy. Operačná analýza [online]. Žilina: Katedra technických vied a informatiky, 2016 [cit. 2021-15-11]. Dostupné z: http://www.fsi.uniza.sk/ktvi/leitner/2_predmety/SMOA/05_THO/%C3%9Avod%20do%20THO.pdf
7. SIMUL8 Help (2021) [cit. 2021-15-11].

Kontaktné údaje

doc. Ing. Marian Reiff, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: marian.reiff@euba.sk

EVOLUČNÁ TEÓRIA HIER S PRIESTOROVOU DYNAMIKOU V HRE HOLUBICA – JASTRAB

EVOLUTIONARY GAME THEORY WITH SPATIAL DYNAMICS IN THE DOVE - HAWK GAME

Allan Jose Sequeira Lopez

Abstrakt

Teória dynamických systémov má významný prínos v oblasti fyziky a inžinierstva, niektoré z techník sa tiež ukázali ako veľmi užitočné v oblasti biologických systémov. V prípade teórie hier môže proces interakcie medzi jednotlivcami nastať pri rôznej úrovni vedomostí o súperovej stratégii alebo úplne bez vedomia o danej stratégii, pričom platí, že každý agent pozná veľmi dobre pravidlá hry. V tomto článku predstavíme simuláciu hry holubica – jastrab, ktorá je veľmi úzko spojená so správaním sa jedincov v spoločnosti v dnešnej dobe, kedy je spoločnosť rozdelená kvôli názoru na očkovanie proti Covid-19 na tých, čo s vakcínou súhlasia a tých, čo sú proti očkovaní.

Kľúčové slová: teória hier, simulácia, holubica-jastrab, evolúcia

Abstract

Dynamic systems theory contributes significantly in the field of physics and engineering, some of the techniques have also proven to be very useful in the field of biological systems. In the case of game theory, the process of interaction between individuals can occur at different levels of knowledge about the opponent's strategy or completely without knowing about the given strategy, but of course in any case each agent knows the rules of the game very well. In this article, we present a simulation of a Hawk-Dove game, which is very much associated with the behavior of the people nowadays with the society divided into two groups of people based on the opinion about the Covid-19 vaccination – pro-vaccine and anti-vaccine.

Keywords: Game Theory, Simulation, Hawk-Dove Game, Evolution

1 EVOLUČNÁ TEÓRIA HIER S PRIESTOROVOU DYNAMIKOU A PRIESTOROVÝM CHARAKTEROM

Už od klasických teórií hier (Von Neumann & Morgenstern, 1944; Nash, 1950) bolo možné analyzovať rozličné interaktívne situácie, v ktorých každý agent¹ pri hľadaní maximálnych možných platieb prijímal svoje rozhodnutia s ohľadom na správanie ostatných agentov. Na základe toho sa Smith & Price (1973), založený na Darwinovej teórii hier, snažili reprezentovať prirodzený výber a porovnávať hráčov s jednotkami, ktoré sa môžu replikovať. Tieto subjekty môžu byť druhy (zvieratá, rastliny), genetické obaly alebo gény.

V skutočnosti sú prirodzené druhy eticky naprogramované tak, aby sa správali určitým spôsobom, čo umožňuje, aby zmeny v zložení populácie boli výsledkom prirodzeného

¹ Klasická teória hier (s hypotézou racionality) sa rozumie ta ktora vychadza z Von Neumann & Morgenstern, 1944

výberu, náhodných mutácií a spolupráce (Sequeira Lopez A. , 2019). Avšak, podľa evolučnej teórie hier, agenti zvolia svoju stratégiu podľa určitých pravidiel a zmeny v súhrnnom správaní vznikajú z dôvodu veľkého počtu individuálnych rozhodnutí (Sandholm, 2012). Táto perspektíva evolučnej analýzy sa potom dostáva do oblasti spoločenských vied, pretože čiastočné vysvetlenie ľudského správania môžeme vysvetliť prostredníctvom rovnakej štruktúry.

Na druhej strane, v dôsledku ich racionality podľa Simona (Simon, 1955) spôsob, akým si agenti volia svoje stratégie vyplýva z procesu učenia typu pokus-omyl, kde agenti nachádzajú pomerne lepšie stratégie na lokálnej úrovni (Sequeira Lopez A. J., 2020). Napokon sa predpokladá, že jednotlivci hrajú počas rozsiahleho časového obdobia a že tento horizont má za následok existenciu dynamických vzdelávacích procesov, ktoré popisujú pravidlo dočasného rozhodnutia a možno povedať, že sa približujú k stabilnému modelu správania. Týmto spôsobom je cieľom evolučnej teórie hier študovať správanie veľkých populácií agentov, ktoré sa opakovane vyskytujú v nevedomých strategických interakciách (Sequeira Lopez, A. J., 2020).

Na základe uvedeného môžeme ďalej definovať všeobecné črty hry holubica a jastrab.

1.1 Hra holubica – jastrab

Agenti si môžu vybrať z dvoch spôsobov správania sa, ktoré sa nazývajú ako samotná hra (holubica a jastrab) a súťaž (bojujú) o obmedzené zdroje, tento zdroj definujeme ako r . Agenti, ktorí sa správajú ako jastrabi, budú vždy bojovať, zatiaľ čo tí, ktorí sa správajú ako holubice, sa pokúsia nájsť diplomatickú cestu bez toho, aby skutočne bojovali.

Majme symetrickú hru, kde výhry hráčov môžu byť distribuované na základe nasledujúcej tabuľky:

	Jastrab	Holubica
Jastrab	$r/2 - c$	0
Holubica	0	$r/2$

Agenti sú umiestnení náhodne v priestore, ktorý môžeme znázorniť ako tabuľku a môžu interagovať len so svojim najbližším susedom. Priestor pozostáva z n riadkov a m stĺpcov, takže bude mať $n \times m$ buniek. V každej bunke môže byť jeden hráč, ktorého označíme a_{ij} , kde i zodpovedá riadku a j stĺpcu, v ktorom je umiestnený. Susedmi hráča sú tí, ktorí sa nachádzajú vo vedľajších bunkách.

Uvedené môžeme definovať formálnejším spôsobom takto:

Nazvime k -susedov jedného hráča a_{ij} k a_{rt} takých, že $r \equiv i + l \pmod{n}$ a $t \equiv j + h \pmod{m}$, kde $l, h \in (-k, \dots, k)$. Nech v je počet susedov a $G = \{S, E\}$, kde $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ je symetrická hra (Nash, 1951). Označíme $E(s_i, [s_1, \dots, s_v])$ priemernú platbu hráča hrajúceho stratégiu s_i vo vzťahu k jeho susedom hrajúcim stratégiu s_1, \dots, s_v .

Vzhľadom na to, že zdroje a náklady sú vždy kladné, zameriame sa na analýzu podľa znamienka, ktoré bude mať hodnota platieb, keď sú proti sebe dvaja jastrabi, $r/2 - c$.

Môžeme definovať cestu ako postupnosť vrcholov $C = (v_1, \dots, v_k)$ tak, aby existovala hrana medzi v_i a v_{i+1} , $i = 1, \dots, k - 1$.

Ak budú dvaja jastrabi proti sebe, obaja budú stále bojovať o zdroj a nakoniec si z neho vezmú polovicu plus jedno poškodenie, ktoré budeme nazývať náklady na boj (c).

V prípade jastrab proti holubici vezme jastrab celý zdroj a holubica nič. Keď sa stretnú dve holubice, zdieľajú zdroj.

Na základe vyššie uvedeného môžeme formálne definovať priestorovú hru s využitím konceptov hry holubica-jastrab s mnohými agentmi, ktorí na seba vzájomne pôsobia.

Označme h_{vi} počet susedných holubíc a j_{vi} počet susedných jastrabov hráča i . Každý hráč bude čeliť každému zo svojich susedov, a potom sa priemerná platba vypočíta vydelením jeho celkovej výhry počtom jeho susedov. Ak má hráč v susedov, z ktorých h_v sú holubice a j_v sú jastraby, jeho platby budú nasledujúce:

- Ak je hráč holubica: $\frac{(r h_v)}{2v}$
- Ak je hráč jastrab: $\frac{r h_v + (\frac{r}{2} - c) j_v}{v}$
- r : zdroje
- c : náklady na boj

Budeme rozlišovať tri prípady:

- Jeho susedia sú len jastrabi ($j_{vi} > 0, h_{vi} = 0$).
- Jeho susedia sú len holubice ($j_{vi} = 0, h_{vi} > 0$).
- Jeho susedia sú jastrabi aj holubice ($j_{vi} > 0, h_{vi} > 0$).

Bude to fungovať nasledovne:

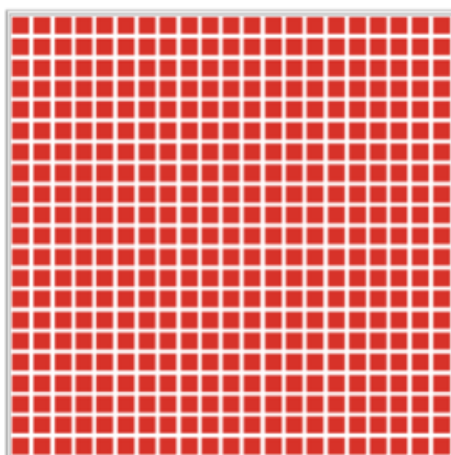
- Každý jednotlivec vypočíta svoje zarábky podľa vyššie uvedených vzorcov.
- Percento m s najnižším ziskom v populácii zomrie a rovnaké percento s najvyšším ziskom sa bude reprodukovať, noví jedinci nahradia pozíciu tých, ktorí zomreli.
- Prázdne políčka budú mať navyše pravdepodobnosť e , že vstúpi nový hráč, ktorý príjme svoju stratégiu na základe najčastejších sa vyskytujúcej stratégie jeho najbližších susedov.

Tabuľku teda budeme naplňovať generáciami.

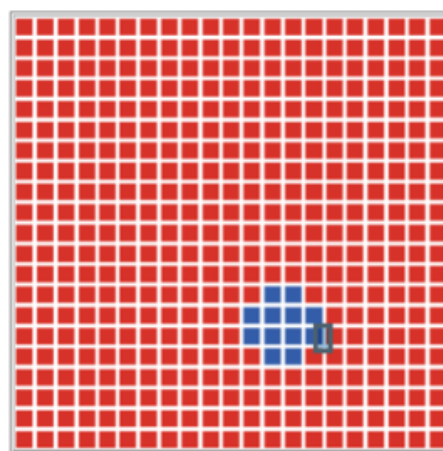
V prvom prípade $r/2 - c > 0$

Budeme mať tri rôzne typy konfigurácií. Dve z nich v rovnováhe, ale nie nevyhnutne evolučne stabilné (Sequeira Lopez, A. J., 2020), ktoré môžu byť ovplyvnené mutáciami v populácii. Prvý prípad bude populácia iba jastrabov a v druhom prípade to budú malé skupiny holubíc obklopené jastrabmi, vid' nasledujúci obrázok.

Obrázok 1 Priestorové rozdelenie jastrabov a holubíc s $r/2 - c = 2$



(a) Konfigurácia 1

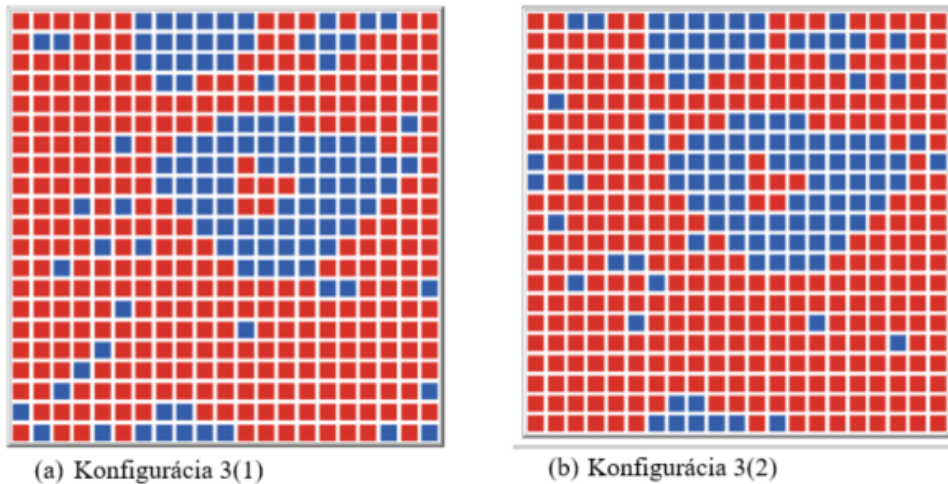


(b) Konfigurácia 2

Konfigurácia na nasledujúcom obrázku ukazuje opäť skupiny holubíc obklopených jastrabmi, ale tiež sa medzi jastrabmi objavujú a miznú holubice. To, či konfigurácia 2 alebo 3 prejde, bude závisieť od m počtu holubíc vo vytvorených skupinách. Ak bude počet holubíc väčší, budeme v prípade 3, pretože budú existovať nejaké holubice, ktoré sa množia okrem jastrabov s najvyšším ziskom, ktoré obsadzujú miesta jastrabov obklopené jastrabmi, čo sú tie s najnižším ziskom. V nasledujúcej generácii tieto zmiznú, keď majú všeobecne zisk (0), a ďalšie sa objavia na iných miestach.

Keď sa hodnota $r/2 - c = 2$ zvyšuje, konfigurácia 2 a 3 sa prestane zobrazovať.

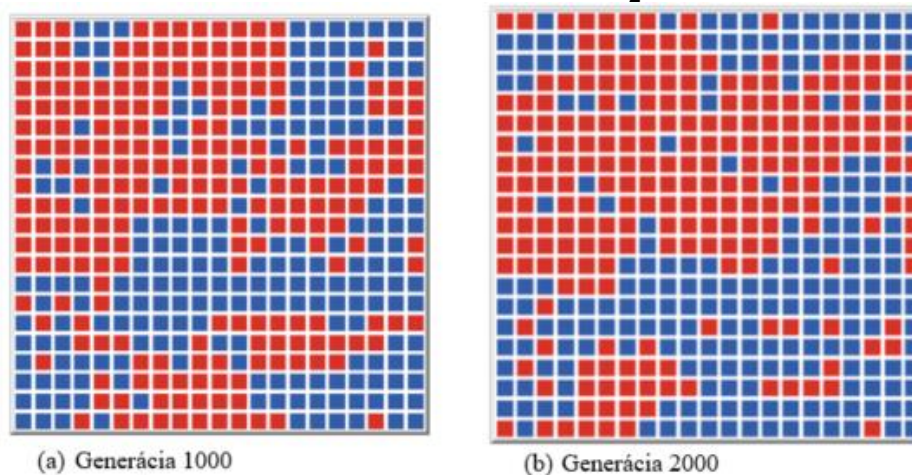
Obrázok 2 Priestorové rozdelenie jastrabov a holubíc s $\frac{r}{2} - c = 2$



- $\frac{r}{2} - c = 0$

V tomto prípade bude populácia tvorená skupinami jastrabov a holubíc, ktoré sa neustále menia, ako vidíme na nasledujúcom obrázku:

Obrázok 3 Priestorové rozdelenie jastrabov a holubíc s $\frac{r}{2} - c = 0$

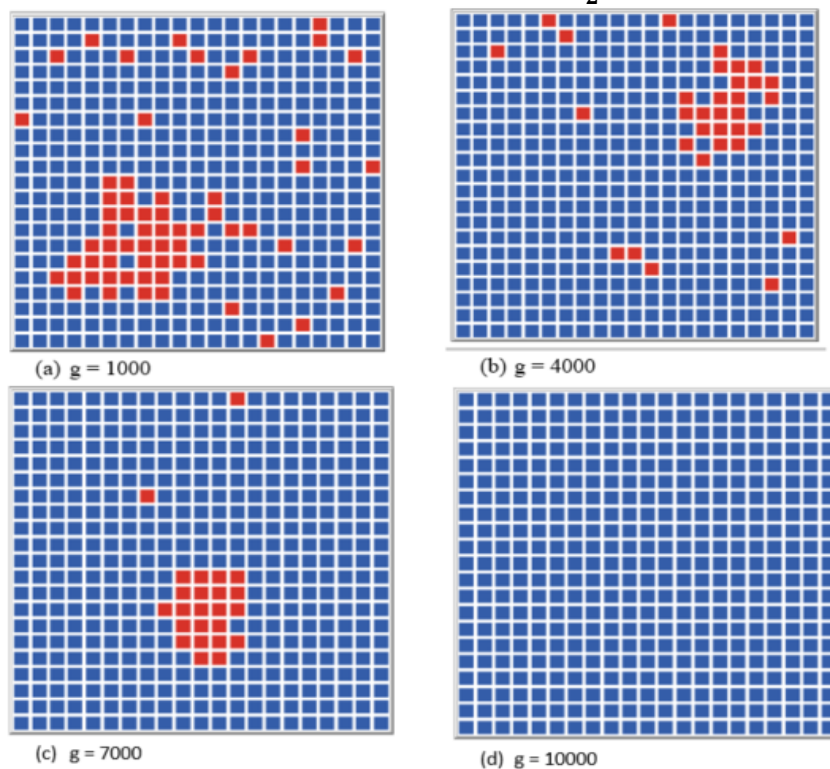


- $\frac{r}{2} - c < 0$

Tento prípad je možno najzaujímavejší. Populáciu budú tvoriť jastrabi, ktorých susedmi budú predovšetkým holubice a malé skupiny jastrabov obklopené holubicami. Skupiny jastrabov sa budú pohybovať po hracej ploche a „pohltia“ rozptýlených jastrabov, zatiaľ čo ich veľkosť sa zväčšuje a znižuje. Ak nebudú existovať voľní jastrabi, táto skupina zmizne a zostane

populácia iba holubíc. Rýchlosť, s akou sa to stane, bude závisieť tak od m , ako aj od toho, aké negatívne $\frac{r}{2} - c$ je: čím negatívnejšie, tým rýchlejšie sa to stane.

Obrázok 4 Priestorové rozdelenie jastrabov a holubíc s $\frac{r}{2} - c < 0$



To, že výslednú populáciu tvoria iba holubice, je pre tento prípad evolučne stabilnou stratégiou.

Vidíme, že sú hodnoty, pri ktorých už nemá zmysel pozorovať túto dynamiku, pretože už pri veľmi záporných hodnotách bude celá populácia typu holubica, napríklad ak $r = 6$ a ak meníme hodnotu c od 3,5 do 10 tak, aby parametre $r/2 - c$ mali hodnotu medzi -3 do $0,5$ uvidíme, že pri hodnotách nižších ako -3 približne, populácia sa stáva len typom holubice. Podobne pre hodnoty väčšie ako -1 , populáciu budú tvoriť len jastrabi. Len v niektorých prípadoch sú malé skupiny jastrabov alebo holubíc.

Záver

Túto problematiku je častokrát takmer nemožné pozorovať v ekonomickom spektre kvôli časovej náročnosti (v hre hráči hrajú často nekonečné množstvo pokusov), a preto sú v tejto práci uvedené výsledky nasimulované počítačom, pričom sme sa zamerali na známy typ hry holubica-jastrab. Hoci je model holubica-jastrab zjednodušeným a neúplným zastúpením sociálnej reality, už vieme, že pri mnohých príležitostiach sa prezentuje ako dôležitá paradigma rôznych hospodárskych, politických a sociálnych situácií.

Článok je vypracovaný v rámci riešenia projektu VEGA 1/0427/20 Viackriteriálne modely teórie hier v ekonómii a politológii.

Použitá literatúra

1. SEQUEIRA LOPEZ, Allan Jose. Teória hier a evolučne stabilná stratégia: Game Theory and Evolutionarily Stable Strategy. AIESA – Budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach: zborník abstraktov - 19. medzinárodná vedecká konferencia organizovaná pod záštitou rektora Ekonomickej univerzity v Bratislave prof. Ing.

- Ferdinanda Daňa, PhD. a dekana Fakulty hospodárskej informatiky prof. Ing. Ivana Brezinu, CSc., 13. novembra 2020, Bratislava. Bratislava: Letra Edu, 2020, , 26.
2. NASH, J. (1951). Non-Cooperative Games. *Annals of Mathematics*, 286-295.
 3. SAMUELSON, L. (1998). *Evolutionary games and equilibrium selection*. Cambridge: MIT Press.
 4. SANDHOLM, H. W. (2012). Evolution and learning in games: Overview. *En Game Theory*. The New Palgrave Economics Collection, 184-190.
 5. SEQUEIRA LOPEZ, A. (2019). Spatial Competition with Considering the Weight of the Nodes: Case Study. *Economic Review*, 48(4), 463-476
 6. SEQUEIRA LOPEZ, A., & Čičková, Z. (2019). Evolučné algoritmy a bimaticové hry: Evolutionary Algorithms and Bimatrix Games. *Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu: mezinárodní vědecký seminář* (s. 133-138). Bratislava: EKONÓM.
 7. SIMON, H. A. (1955). A behavioral model of rational choice. *The quarterly journal of economics*, 99-118

Kontaktné údaje

Ing. Allan Jose Sequeira Lopez, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta aplikovaných jazykov

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (+421) 918528099

email: allan.lopez@euba.sk

MOŽNOSTI VYUŽITIA MODELU REÁLNEHO HOSPODÁRSKEHO CYKLU S DVOMA OBDOBIAMI NA VYSVETLENIE NÁHLEJ EKONOMICKEJ UDALOSTI¹

POSSIBILITIES OF USING OF TWO-PERIOD REAL BUSINESS CYCLE MODEL FOR EXPLAINING SUDDEN ECONOMIC EVENT

Karol Szomolányi, Martin Lukáčik, Adriana Lukáčiková

Abstrakt

Náhle ekonomické udalosti možno vysvetliť jednoduchým modelom reálneho hospodárskeho cyklu v dvoch obdobiach. Model je rozšírením jednoduchého modelu prídellovej ekonomiky v dvoch obdobiach prezentovaného v bežnej makroekonomickej literatúre o dynamické a statické vzťahy rovnovážneho racionálneho správania sa firmy. Výhodou tohto prístupu je, že je jednoduchý, uvažuje iba horizont s dvoma rozhodovacími obdobiami a všeobecná rovnováha je ľahko presne spočítateľná. Náhla ekonomická udalosť, ktorú možno vysvetliť modelom je napríklad živelná pohroma ale tiež náhly prepád globálnej svetovej ekonomiky spojený s prepuknutím pandémie.

Kľúčové slová: *model reálneho hospodárskeho cyklu v dvoch obdobiach, náhla ekonomická udalosť, COVID-19*

Abstract

Sudden economic events can be explained by a simple two-period real business cycle model. The model is an extension of a simple two-period endowment model presented in the current macroeconomic literature by dynamic and static relationships of rational behavior of a firm in general equilibrium. An advantage of this approach is that it is simple, considers only a horizon with two decision-making periods, and the general equilibrium is easy to calculate accurately. A sudden economic event, which can be explained by the model, is, for example, a natural disaster, but also a sudden collapse of the global world economy associated with the outbreak of a pandemic.

Keywords: *two-period real business cycle model, sudden economic event, COVID-19*

1 ÚVOD

Prepuknutie pandémie COVID-19 je spojené s náhlym prepadom globálnej svetovej ekonomiky v druhom štvrtroku 2020. Takúto náhlu udalosť možno uspokojivo vysvetliť jednoduchým učebnicovým modelom reálneho hospodárskeho cyklu (Williamson, 2018). Uvedený model je rozšírením jednoduchého modelu prídellovej ekonomiky v dvoch obdobiach prezentovaného v bežnej makroekonomickej literatúre (okrem Williamson, 2018 aj napr. Schmitt-Grohé et al. 2021; Rossana 2011) o dynamické a statické vzťahy rovnovážneho racionálneho správania sa firmy. Výhodou tohto prístupu je, že je jednoduchý, uvažuje iba horizont s dvoma rozhodovacími rozhodovacích obdobiami a všeobecná rovnováha je ľahko

¹ Príspevok vznikol s podporou projektov VEGA č. 1/0211/21, Ekonometrická analýza makroekonomických dopadov vplyvu pandémie vo svete s dôrazom na vývoj ekonomík EÚ a zvlášť ekonomiky Slovenska a VEGA 1/0193/20, Vplyv priestorových spillover efektov na inovačné aktivity a rozvoj regiónov EÚ.

presne spočítateľná. Dve obdobia možno interpretovať ako súčasnosť – obdobie náhlejšej ekonomickej zmeny a budúcnosť.

2 MODEL

Model prezentuje reálnu ekonomiku so spotrebiteľom, firmou a vládou v dvoch obdobiach z centralizovaného hľadiska. Spotrebiteľova dynamická funkcia užitočnosti má tvar:

$$U_{\max} = \max_{C_1, N_1, C_2, N_2} U(C_1, N_1, C_2, N_2) \quad (1)$$

kde spotreba je označená symbolom C a práca symbolom N , dolné indexy $\{1,2\}$ označujú prvé alebo druhé obdobie. Funkcia užitočnosti je diferencovateľnou rastúcou konkávnou funkciou spotreby v oboch obdobiach a diferencovateľnou klesajúcou konvexnou funkciou práce.

Hranice výrobných možností spotrebiteľa v dvoch obdobiach sa dajú zapísať v tvare:

$$C_1 + K_2 - (1 - \delta)K_1 + G_1 = A_1 F(K_1, N_1) \quad (2)$$

$$C_2 + \delta K_2 + G_2 = A_2 F(K_2, N_2) \quad (3)$$

kde kapitál je označený symbolom K , vládne nákupy G , konštantná miera znehodnotenia kapitálu δ a celková produktivita faktorov A . Produkcia firmy zodpovedá v oboch obdobiach produkčnej funkcii:

$$Y_t = A_t F(K_t, N_t); \quad t \in \{1, 2\} \quad (4)$$

Produkčná funkcia je diferencovateľná rastúca a konkávnna funkcia kapitálu a práce. Investície v prvom období slúžia na opravu a zvýšenie hodnoty existujúceho kapitálu:

$$I_1 = K_2 - (1 - \delta)K_1 \quad (5)$$

Hranice výrobných možností (2) – (3) spolu so špecifikáciou produkcie (4) a investícií (5) zodpovedajú výdavkovej metóde výpočtu hrubého domáceho produktu. Ten sa rovná súčtu všetkých výdavkov na konečnú spotrebu ($Y = C + I + G$), pričom, keďže druhé obdobie je konečné, investície v druhom období sa redukujú iba na opravu existujúcej zásoby kapitálu ($I_2 = \delta K_2$).

Podľa koncepcie racionálneho správania firmy a spotrebiteľa využívanej v súčasných makroekonomických modeloch vychádzajúcich z mikroekonomických východísk (Williamson, 2018), pri daných hodnotách vládnych nákupov G_1, G_2 , celkovej produktivity faktorov A_1, A_2 , miery znehodnotenia kapitálu δ , zdedenej hodnoty zásoby kapitálu K_1 spotrebiteľ volí spotrebu, $C_1, C_2, \geq 0$ a firma volí, plánuje budúcu hodnotu zásoby kapitálu $K_2 \geq 0$ tak, aby spotrebiteľ maximalizoval funkciu užitočnosti (1) vzhľadom na výrobné možnosti firmy v oboch obdobiach. Vzhľadom na všeobecné predpoklady funkcie užitočnosti (1) a produkčnej funkcie (4) (Williamson, 2018) riešením nutných podmienok získame jediné optimálne riešenie úlohy (1) – (3):

$$-\frac{\frac{\partial U(C_1, N_1, C_2, N_2)}{\partial N_t}}{\frac{\partial U(C_1, N_1, C_2, N_2)}{\partial C_t}} - w_t = 0; \quad t \in \{1, 2\} \quad (6)$$

$$\frac{\frac{\partial U(C_1, N_1, C_2, N_2)}{\partial C_1}}{\frac{\partial U(C_1, N_1, C_2, N_2)}{\partial C_2}} - (1+r) = 0 \quad (7)$$

$$A_t \frac{\partial F(K_t, N_t)}{\partial N_t} - w_t = 0; \quad t \in \{1, 2\} \quad (8)$$

$$A_2 \frac{\partial F(K_2, N_2)}{\partial K_2} - (r + \delta) = 0 \quad (9)$$

Ceny v modeli predstavujú mzdová sadzba w a reálna úroková miera r . Racionálnemu správaniu spotrebiteľa zodpovedajú podmienky (6) a (7), správaniu firmy zodpovedajú podmienky (8) a (9). Podľa podmienky (6) sa záporná hodnota hraničnej miery spotrebiteľskej substitúcie medzi spotrebou a prácou v oboch obdobiach rovná mzdovej sadzbe. Dynamická hraničná miera spotrebiteľskej substitúcie sa rovná úrokovej miere vyjadrenej indexom (7); hraničný produkt práce sa v oboch obdobiach rovná mzdovej sadzbe (8) a hraničný produkt kapitálu v druhom období sa rovná hrubému príjmu z kapitálu (9), t. j. súčtu úrokovej miery a nákladov na jednotku kapitálu, ktoré zodpovedajú miere znehodnotenia kapitálu.

Pri výpočte všeobecnej rovnováhy možno využiť všeobecne využívané funkčné tvary funkcie užitočnosti (1) a produkčnej funkcie (4). Za predpokladu, že elasticita substitúcie práce a spotreby sa v oboch funkčných tvaroch nerovná 1, je dôležité využiť škálovacie parametre slúžiace na zladenie odlišných jednotiek práce N a spotreby C . Ukáže sa, že škálovací parameter vo funkcii užitočnosti v je dôležitý z hľadiska formulácie sektorového šoku.

3 APLIKÁCIA

Pre formuláciu reakcie ekonomiky na šok sa odporúča kalibrovať hodnoty parametrov tak, aby

- zodpovedali skutočným pozorovaniam a
- zodpovedali ustálenému stavu.

Z pozorovaní možno odhadnúť priemerné hodnoty parametrov produkčnej funkcie (elasticita substitúcie vstupov, distribučné koeficienty), účelovej funkcie (elasticita substitúcie medzi vstupmi funkcie a mieru znehodnotenia kapitálu δ).

Aby formulácia náhlejšej ekonomickej zmeny v modeli zodpovedala iba daným šokom, potrebujeme predpoklad ustáleného stavu. Za tohto predpokladu sa hodnoty endogénnych premenných v čase nemenia,

$$X_1 = X_2 = X_{us}; \quad X \in \{C, N, Y, K, w\} \quad (10)$$

Ak je modelovaná ekonomika v ustálenom stave, nemôžu sa dynamicky zmeniť hodnoty endogénnych premenných bez toho, aby sa realizoval niektorý zo šokov. Hodnoty celkovej produktivity faktorov A , diskontného faktora vo funkcii užitočnosti, mzdovej sadzby w a úrokovej miery r sa kalibrujú tak, aby bol zachovaný predpoklad ustáleného stavu.

Každá zmena v hodnote predeterminovanej alebo exogénnej premennej alebo parametra (šok) spôsobí zmeny endogénnych premenných. Tie druhé možno vyjadriť v relatívnych jednotkách v porovnaní s hodnotami v ustálenom stave a porovnať so skutočnými pozorovanými odchýlkami od trendu. Šoky možno kalibrovať ako relatívne zmeny predeterminovaných exogénnych premenných alebo parametrov v porovnaní s hodnotami zodpovedajúcimi ustálenému stavu tak, aby relatívne zmeny endogénnych premenných zodpovedali skutočným pozorovaným relatívnym zmenám v období náhlej ekonomickej udalosti.

Model umožňuje formulovať nasledujúce šoky zodpovedajúce udalostiam, ktoré spôsobia náhlu ekonomickú zmenu:

- živelná pohroma sa prejaví poklesom hodnoty predeterminovaného kapitálu K_1 ,
- náhly pokles produktivity zodpovedá poklesu celkovej produktivity faktorov A ,
- náhly sektorový šok zodpovedá simultánnemu poklesu dopytu a ponuky práce (Williamson, 2018).

Sektorový šok zodpovedá štrukturálnym zmenám vyplývajúcim z pretrhnutí dodávateľsko-odberateľských reťazcov, znížením efektu interakcie medzi ekonomickými subjektmi a pod.

Zmenu dopytu po práci možno formulovať úpravou rovníc (8) v podmienkach prvého rádu do tvaru:

$$\varepsilon_t A_t \frac{\partial F(K_t, N_t)}{\partial N_t} - w_t = 0; \quad t \in \{1, 2\} \quad (11)$$

Znížením hodnoty ε sa zníži dopyt po práci. Zmenením hodnoty škálovacieho parametra v sa zmení ponuka práce. Náhle zmeny produktivity a na trhu práce môžu byť spojené s neistotou, ktorú možno formulovať koeficientom korelácie ρ . Ak spotrebitelia cítia veľkú miery neistoty, predpokladajú, že zmeny sú trvalejšieho charakteru, očakávajú zmeny hodnôt A_2 , ε_2 , v_2 aj v druhom období.

Podľa výskumu autorov (Szomolányi et al. 2021), prepuknutie pandémie COVID-19 v druhom štvrťroku 2020 sa prejavilo náhlým poklesom produktivity a sektorovým šokom. Rovnako sa prejavila vysoká miera neistoty, ktorú možno formulovať s pretrvaním poklesu produktivity a tiež dopytu a ponuky na trhu práce. V Tabuľke 1 je percentuálne porovnanie skutočného prepadu globálnych ekonomík (USA a EÚ) od trendu v druhom štvrťroku 2020 s modelom projektovaným prepacom za predpokladu realizácie dlhodobých sektorových a produkčných šokov.

Tabuľka č. 1: Porovnania pozorovaných odchýlok od log-kvadratického trendu v 2. štvrťroku 2020 s teoretickými odchýlkami od hodnôt v ustálenom stave v %; kombinácia šoku produktivity a sektorového šoku

	HDP	Spotreba	Investície	Práca	Mzdová s.	Pr. prod.
USA	-12,1	-14,3	-21,2	-12,2	-1,5	2,2
EÚ	-11,5	-12,7	-8,8	-14,1	x	-1,2
model	-11,9	-14,5	-20,4	-12,4	-1,7	0,6

Zdroj: Szomolányi et al. (2021)

4 ZÁVER

V práci je prezentovaný model vhodný na objasnenie ekonomických dosahov náhlej udalosti, ako živelná pohroma či pandémie. Model je rozšírením jednoduchého modelu prídellovej ekonomiky v dvoch obdobiach prezentovaného v bežnej makroekonomickej literatúre (Williamson, 2018; Schmitt-Grohé et al. 2021; Rossana 2011 a ďalšie) o správanie racionálnej firmy v dvoch obdobiach. Výhodou tohto prístupu je, že je jednoduchý, uvažuje iba horizont s dvoma rozhodovacími obdobiami a všeobecná rovnováha je ľahko presne spočítateľná.

Pre ilustráciu je v práci uvedená aplikácia z výskumu autorov (Szomolányi et al. 2021), podľa ktorej možno prepád globálnej ekonomiky v období prepuknutia pandémie COVID-19 v druhom štvrtroku 2020 vysvetliť šokom celkovej produktivity faktorov, sektorovým šokom a nárastom miery neistoty.

Použitá literatúra

1. Rossana, R.J. 2011. *Macroeconomics*. Routledge: New York, Oxon. ISBN: 978-0-415-77949-4.
2. Schmitt-Grohé, S. – Uribe, M. – Woodford, M. 2021. *International Macroeconomics*. Columbia University.
3. Szomolányi, K. – Lukáčik, M. – Lukáčiková, A. 2021. Okamžitý dosah pandémie COVID-19 na globálnu ekonomiku v rámci modelu reálneho hospodárskeho cyklu dvoch období. In: *Slovenská štatistika a demografia*, roč. 31, č. 4, s. 38–58.
4. Williamson, S. 2018. *Macroeconomics*. Pearson, 6. vydanie. ISBN: 978-1-29-221576-1.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD., doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD., Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 822

email: karol.szomolanyi@euba.sk, martin.lukacik@euba.sk, adriana.lukacikova@euba.sk