

SLOVENSKÁ SPOLOČNOSŤ PRE OPERAČNÝ VÝSKUM
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY
EKONOMICKEJ UNIVERZITY V BRATISLAVE

ZBORNÍK ZO SEMINÁRA
VYUŽITIE KVANTITATÍVNYCH METÓD VO VEDECKO-VÝSKUMNEJ ČINNOSTI A V
PRAXI X

29. – 31. máj 2013

Čingov – Slovenský raj

Andrej Babej: [REVERZNÁ LOGISTIKA, „GREEN“ LOGISTIKA A „GREEN IMAGE“ PODNIKU](#)

Adam Borovička: [FUZZY METODY ODHADU VAH KRITÉRIÍ](#)

Ivan Brezina, Juraj Pekár, Zuzana Čičková: [VYUŽITIE MODELOV VYJEDNÁVANIA ROZDEĽOVANIA ZISKU V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI](#)

Martin Dlouhý: [ANALÝZA ROZDĚLENÍ DOTACÍ MEZI MĚSTSKÉ ČÁSTI](#)

Miroslava Dolinajcová, Ivan Brezina Jr.: [POUŽITIE VIACKRITERIALNYCH METÓD PRI VEREJNOM OBSTARÁVANÍ](#)

Petr Fiala: [ČASOVĚ ZÁVISLÉ PRIORITY V METODĚ ANP](#)

Andrea Furková: [MODELY PRIESTOROVEJ EKONOMETRIE – MODEL SAR A MODEL SEM](#)

Pavel Gežík: [SUBJEKTY STANOVUJÚCE CENU V KLASICKOM A REVERZNOM DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI](#)

Michal Grell: [PROGRAMOVÉ ROZPOČTOVANIE V ÚZEMNEJ SAMOSPRÁVE S PODPOROU INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ](#)

Milan Horniaček: [KOORDINÁCIA MEDZI FIRMAMI NA OBIDVOCH STRANÁCH TRHU](#)

Peter Horvát, Brian König, Filip Ostrihoň: [POROVNANIE VÝKONNOSTI SPOLOČNOSTÍ TVORIACICH INDEX DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE](#)

Peter Horvát, Brian König, Filip Ostrihoň: [PROGNOZOVANIE PROSTRIDNECTVOM MODELOV ARIMA](#)
Michaela Chocholatá: [ANALÝZA PREPOJENOSTI BURZOVÝCH TRHOV: MODELY PRIESTOROVEJ AUTOKORELÁCIE](#)
Zlatica Ivaničová: [ZÁKLADNÝ MODEL FIŠKÁLNEHO VYROVNANIA \(TEORETICKÝ PRÍSTUP\)](#)
Josef Jablonský: [OPTIMALIZAČNÍ A MODELOVACÍ SYSTÉMY PRO VÝUKU KVANTITATIVNÍCH METOD](#)
Jaroslav Janáček: [UTILITA A DISUTILITA VE VEŘEJNÝCH OBSLUŽNÝCH SYSTÉMECH](#)
Marta Janáčková, Alžbeta Szendreyová: [ÚVAHA K HODNOTENIU STUPŇA FÉROVOSTI V OBSLUŽNÝCH SYSTÉMOCH](#)
Brian König, Peter Horvát, Filip Ostrihoň: [ANALÝZA SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ SR: ECM PRÍSTUP](#)
Martin Lukáčik: [EKONOMETRIA V ŠTUDIJNOM PROGRAME OPERAČNÝ VÝSKUM A EKONOMETRIA](#)
Adriana Lukáčiková: [GRETL VO VÝUČBE PANELOVÝCH DÁT](#)
Veronika Miťková: [EKONOMETRICKÝ ODHAD VERSUS KALIBRÁCIA PARAMETROV MODELOV VŠEOBECNEJ EKONOMICKEJ ROVNOVÁHY](#)
Vladimír Mlynarovič: [DEKOMPOZÍCIA VÝNOSOV A RIZIKA PORTFÓLIA](#)
Otto Pastor: [MOŽNOSTI APLIKACÍ KVANTITATIVNÍCH METOD V PROBLEMATICE VAZEB TECHNOLOGIE DOPRAVY A LOGISTIKY](#)
Peter Princ: [PREDPOVEĎ VOLATILITY POMOCOU ROLUJÚCEHO VÝBERU](#)
Marian Reiff, Zuzana Čičková: [MODELOVANIA CENOVEJ POLITIKY V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI NA ZÁKLADE KOORDINÁCIE ROZHODNUTÍ O CENE, PRODUKCII, STAVE ZÁSOB ALEBO ÚROVNE OBSLUHY](#)
Marian Reiff, Pavol Kita: [ANALÝZA PRIESTOROVEJ OBLASTI MALOOBCHODNEJ PREVÁDZKY POMOCOU HUFFOVHO MODELU](#)
Kvetoslava Surmanová: [ODHAD EKONOMETRICKÉHO MODELU S OHRANIČENÝMI PARAMETRAMI V PROGRAMOCH GRELT A EIEWS](#)
Karol Szomolányi: [DILEMA VÝUČBY MAKROEKONÓMIE NA PRVOM STUPNI UNIVERZITNÉHO ŠTÚDIA A EMPIRICKÁ ŠTÚDIA](#)

Programový výbor:

prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava (predseda)
prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., Ekonomická univerzita, Bratislava
prof. Ing. Michal Fendek, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava
doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava
prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., Vysoká škola ekonomická, Praha
prof. RNDR. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA, Vysoká škola ekonomická, Praha
doc. Ing. Jana Hančlová, CSc., Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava
doc. RNDr. Stanislav Palúch, CSc., Žilinská univerzita, Žilina

Prípravný výbor:

Eva Balažovičová, Ekonomická univerzita, Bratislava

Ing. Adriana Lukáčiková, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

Ing. Marian Reiff, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

Recenzenti:

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., Ekonomická univerzita, Bratislava

prof. Ing. Michal Fendek, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

doc. Ing. Marián Goga, CSc., Ekonomická univerzita, Bratislava

prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

doc. RNDr. Ladislav Kovaľ, CSc., Ekonomická univerzita, Bratislava

doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD., Ekonomická univerzita, Bratislava

Zborník neprešiel jazykovou úpravou.

AH 9,66

Kontakt:

ssov@euba.sk

Zostavovateľ: Ing. Marian Reiff, PhD.

Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave a Slovenská spoločnosť pre operačný výskum, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

© Ekonomická univerzita v Bratislave, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava 2013

ISBN 978-80-225-3646-2

REVERZNÁ LOGISTIKA, „GREEN“ LOGISTIKA A „GREEN IMAGE“ PODNIKU¹

REVERSE LOGISTICS, „GREEN“ LOGISTIC AND „GREEN IMAGE“ ENTERPRISE¹

Andrej Babej

Abstrakt

Súčasná konzumná spoločnosť je neoddeliteľne spätá s tvorbou rozličných druhov odpadov. Je však extrémne alarmujúce ako v posledných desaťročiach vzrastá spotreba tak obnoviteľných ako aj neobnoviteľných zdrojov. S nárastom tejto spotreby je priamo úmerne spätý aj nárast tvorby odpadov. Z tohto dôvodu je priam nevyhnutné venovať pozornosť likvidácii už vzniknutých odpadov, ale aj znižovaniu tvorby nových odpadov. Vzrastajúci záujem o životné prostredie viedol zavedeniu environmentálnych politík pre rôzne odvetvia hospodárstva. Zvyšovanie tvorby odpadov viedlo k vytvoreniu množstva legislatívnych predpisov, ktoré sa zaoberajú tak znižovaním tvorby odpadu ako i jeho zneškodňovaním a recykláciou. Tieto normy vytvorili tlak na všetky zložky spoločnosti a postupom času zmenili uvažovanie z: „myslím ekonomicky“ na: „myslím ekonomicky a ekologicky“.

Kľúčové slová: reverzná logistika, green logistika, green image, životné prostredie, recyklácia, odpad, likvidácia odpadu

Abstract

The current consumer society is inseparably linked with the creation of various types of waste. However, it is extremely alarming that in recent decades consumption of renewable as well as non-renewable resources has increased. Rise of a such consumption is proportionally linked to the increase in waste production. For this reason, it is especially essential to pay attention to already existing waste disposal, but also to the reduction of new waste creation. Growing interest in the environment has led to the introduction of environmental policies for different sectors of the economy. Raising of waste creation has led to the establishment of a number of legislative regulations which deal with reduction of new waste creation and also with its disposal and recycling. These standards put pressure on all parts of society and over time changed from thinking: "I think economically" to: "I think economically and environmentally."

Keywords: Reverse Logistics, Green Logistics, Green Image, Environment, Recycling, Waste, Waste Disposal

¹ Článok je spracovaný ako jeden z výstupov výskumného projektu EFEKTIVITA RECYKLÁCIE V PODNIKATEĽSKOM PROSTREDÍ, „GREEN LOGISTIKA“ A „GREEN IMAGE“ PODNIKU registrovaného pod evidenčným číslom I-13-108-00

¹ Article is elaborated as one of the outputs of the research project RECYCLING EFFICIENCY IN BUSINESS ENVIRONMENT, "GREEN LOGISTICS" AND "GREEN IMAGE" ENTERPRISE registered under the record number I-13-108-00

ÚVOD

Nielen ekonomické ale hlavne ekologické myslenie a správanie jednotlivcov, ale aj podnikov sa v súčasnosti, pod vplyvom nariadení štátnych inštitúcií mimovládnych organizácií, ale taktiež aj pod vplyvom uvedomenia si potreby zachovania a ochrany prírody a prírodných zdrojov stáva samozrejmosťou. Reverzná logistika je jednou z oblastí, ktorej sa začína v poslednom čase venovať pozornosť. Reverzná logistika alebo tiež spätná logistika je súčasťou širšieho procesu riadenia logistického reťazca, zameraného najmä na riadenie procesov, súvisiacich s reklamáciami výrobkov a tovarov. Ten zahŕňa všetky aktivity spojené s manipuláciou a prepravou výrobkov od zákazníkov späť k predajcovi resp. výrobcovi. Reverzná logistika zahŕňa tradičné logistické aktivity dopravy, prepravy a riadenia zásob, pričom sa však zameriava najmä na spätný premiestňovací proces.

1. DEFINÍCIA REVERZNEJ LOGISTIKY

Logistika, vnímaná ako súčasť manažmentu, je veľmi často spájaná len s optimalizáciou ekonomických činností, teda s minimalizáciou nákladov. Lenže logistika nemá splňať len ekonomické ciele. Popri nich sa nesmie zabúdať tak na ciele sociálne, ako i environmentálne². A práve environmentálne ciele sú hlavnou náplňou reverznej logistiky, ktorá vychádza z prístupov zameraných rovnako na ekonomickú časť (náklady), ako aj ekologickú časť (environmentálne zaťaženie).

Reverzná (spätná) logistika sleduje spätný tok použitých výrobkov, obalov a iných materiálov, ktoré vychádzajú od spotrebiteľa. Ide predovšetkým o toky už spotrebovaných výrobkov, čiže odpadu, o prázdne obaly, ale aj o reklamovaný tovar. Hlavnou náplňou spätnej logistiky je zber, triedenie, demontáž a spracovanie použitých výrobkov, súčiastok, vedľajších produktov, nadbytočných zásob a obalového materiálu, kde hlavným cieľom je zaistiť ich nové využitie alebo materiálové zhodnotenie spôsobom, ktorý je šetrný k životnému prostrediu a ekonomicky zaujímavý. Niektoré krajiny už zaviedli do svojej legislatívy opatrenia, vyžadujúce od podniku zabezpečenie aspoň čiastočnej recyklácie svojich výrobkov a obalov. Podniky sú tak nútené k zodpovednosti za výrobok v priebehu jeho celého životného cyklu, t.j. od získavania surovín, cez výrobu, až po jeho likvidáciu. V niektorých prípadoch má podnik povinnosť odoberať použité výrobky späť a zaistiť ich likvidáciu v súlade so zákonom. Týmto vzniká situácia, že mnoho výrobkov sa musí vracieť z miesta, kde skončil ich životný cyklus (najčastejšie od spotrebiteľa) späť k výrobcovi, alebo k firme, ktorá je poverená ich spracovaním. Aktivity vedú k materiálovému toku, ktorý má opačný smer ako v klasickom zásobovacom reťazci.

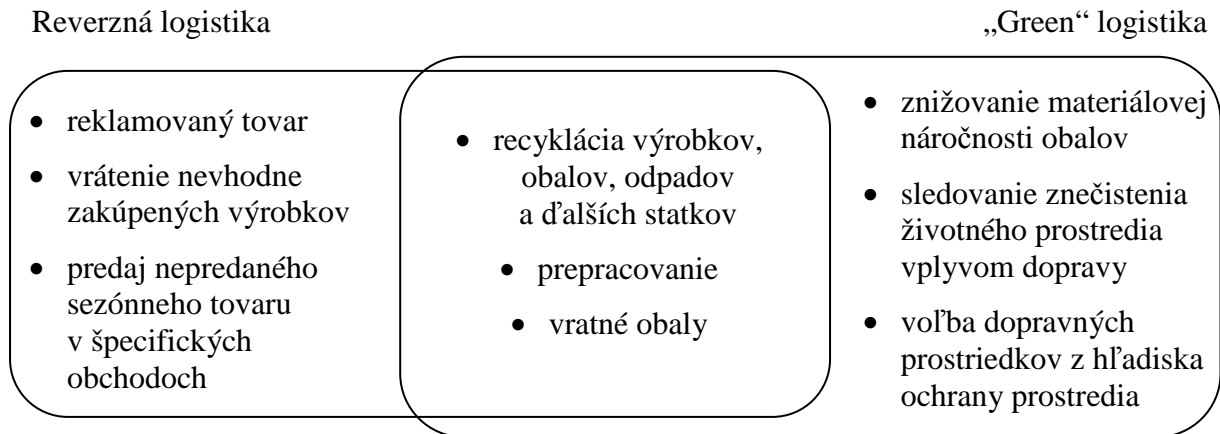
2. REVERZNÁ VS. „GREEN“ LOGISTIKA

Spätná logistika sa venuje predovšetkým pohybu tovaru z miesta jeho typickej spotreby späť k výrobcovi s cieľom opätovne tento tovar zhodnotiť. Zelená logistika študuje a minimalizuje dopady logistiky na životné prostredie, napríklad meria vplyv konkrétnych druhov dopravy na životné prostredie, snaží sa znížiť energetickú a materiálovú náročnosť rôznych logistických činností, má väzbu na certifikáciu podľa normy ISO 14000.

² <http://www.greenlogistics.org/PageView.aspx?id=97>

I keď je „green“ logistika chápaná ako časť reverznej logistiky, existujú činnosti, ktoré sú spoločné, ale i činnosti, ktoré sú vyslovene typické pre daný druh logistiky. Napríklad prepracovanie použitého výrobku pre nové využitie je predmetom oboch spomínaných logistík, ale znižovanie spotreby energie, alebo navrhovanie jednorazových obalov so zníženou spotrebou materiálu sú činnosti typické pre „green“ logistiku.

Obr. 1 Vzťah reverznej a „GREEN“ logistiky



Zdroj: RADOSLAV ŠKAPA: Reverzní logistika, Brno, 2005

Pre existenciu viacerých rozdielnych prvkov reverznej logistiky sú s reverznou logistikou v literatúre spojené tri chápania³:

A. Reverzná logistika ako činnosti spojené s prebalením a opätovným predajom vráteného tovaru, či redistribúcia nepredajného tovaru do špecializovaných obchodov a na menej náročné trhy, v takomto prípade plní reverzná logistika predovšetkým obchodné a marketingové funkcie, sledované sú predovšetkým ekonomické ciele.

B. Reverzná logistika ako aktivity podporujúce materiálovú recykláciu, ktoré smerujú k minimalizácii odpadov z výroby a obalov, takto má reverzná logistika úzku väzbu na odpadové hospodárstvo podniku a prostredníctvom ekologických cieľov plní legislatívne požiadavky štátu.

C. Reverzná logistika ako organizácia a riadenie komplikovanejších spôsobov zhodnocovania starých výrobkov s dôrazom na synchronizáciu týchto operácií s výrobou, zaistenie zdrojov použitých výrobkov a odbytových trhov pre ne.

Druhé chápanie hovorí konkrétne o časti reverznej logistiky, ktorá je často menovaná ako už spomínaná „green“ logistika a jej hlavnou náplňou je recyklovanie. Podľa obrátenej pyramídy obnovovacích možností⁴ je recyklovanie jedna z najmenších oblastí reverznej logistiky, ale z pohľadu „green“ logistiky sa jedná o najväčšiu a najvýznamnejšiu oblasť. Pri recyklácii odpadu je vždy veľmi dôležité vedieť odpoveď na otázku: „Čo s vyzbieraným odpadom?“. Podľa už spomínanej pyramídy existuje viacero možností možností, ako zaobchádzať s vyzbieraným odpadom.

Skutočná realizovateľnosť týchto možností je však obmedzená vlastným charakterom vyzbieraného odpadu (výrobku) a závisí od viacerých faktorov (konštrukcia, stupeň poškodenia) a samozrejme je obmedzená aj ekonomickými kritériami – či existuje pre

³ BREZINA, I.: Modelové aspekty reverznej logistiky, INPROFORUM Junior 2008 - Sborník 2007

⁴ DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): OR Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization in Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004

novozískané materiály, diely, celé výrobky a celý dopyt na trhu. Pokiaľ to tak nie je, musia byť výrobky uložené na skládku, alebo byť spálené. Vybieraný tovar možno rozdeliť do kategórií podľa spôsobu spracovania a to:

- Direct rescue – priame použitie bez predchádzajúcich opráv (stačí len vyčistenie, prebalenie).
- Oprava – pokazené výrobky sú opravené do funkčného stavu.
- Recyklácia – výrobok alebo jeho časť je rozobraná na svoje základné materiály, ktoré sú po spracovaní znova použité. Látky, ktoré by inak skončili ako odpad, sú použité ako surovina.
- Prepracovanie – vyžaduje značné množstvo práce. Výrobok je rozobratý na súčiastky, ktoré sú skontrolované, pričom poškodené a opotrebované sú nahradené novými.
- Upgrade – podobne ako oprava, len s tým rozdielom, že je tu potrebné vynaložiť viac práce a výsledný výrobok má vyššiu kvalitu i hodnotu.
- Kanibalizácia – jedna alebo viacero častí výrobku je použitých na opravu iného výrobku.

3. Potreba „green“ logistiky

Súčasný trend hospodárstva vedie k neudržateľnému využívaniu materiálov a energie, ktoré spôsobuje radikálny úbytok obnoviteľných i neobnoviteľných zdrojov. Ak nebude v budúcnosti zabezpečené riešenie spotreby týchto zdrojov spôsobom, ktorý nebude tak drasticky a masívne vplyvať na ekologické prostredie, hospodárstvo sa dostane do „slepej uličky“, kedy už nebudú k dispozícii dostatočné zdroje na zabezpečenie výroby.

Preto treba hľadať spôsoby výroby, ktoré využívajú menej zdrojov, produkujú menej odpadov a sústreďujú sa najmä na produkciu „green“ produktov na trhu. A pravé jedným z riešení je reverzná logistika.

Tradičný model ekonomického rastu má lineárny priebeh, kde s väčšou výrobou je spojená väčšia spotreba zdrojov. Naša planéta je však limitovaným zdrojom a takýto model je neudržateľný. Okrem rýchleho vyčerpávania týchto prírodných zdrojov sú s výrobou spojené činnosti, ktoré majú za následok produkovanie odpadov, ktoré sa v prostredí akumulujú a spôsobujú celý rad problémov spojených so znečisťovaním.

Vzrastajúci záujem o životné prostredie viedol k rozšíreniu environmentálnych politík pre rôzne odvetvia hospodárstva, v ktorých je recyklácia a získavanie odpadu nevyhnutným a významným elementom. Európska únia v odpadovom hospodárstve uprednostňuje predchádzanie a znižovanie tvorby odpadov, zvýšenie miery ich opätovného využívania a recyklácie a členské štáty EÚ musia dodržiavať rámec pre implementáciu Európskych environmentálnych politík.

Každý rok sa v EÚ vytvorí asi 1,3 miliardy ton odpadu, z toho zhruba 40 miliónov ton predstavuje nebezpečný odpad. Znamená to asi 3,5 tony na jedného obyvateľa a toto množstvo sa zvyšuje. Odhaduje sa, že ak sa nič nezmení, v roku 2020 budeme vytvárať o 45% odpadkov viac, než v 1995⁵. Množstvo komunálnych odpadov narástlo na Slovensku od roku 2005 do 2006 o 12 kg na obyvateľa a ak nebudú prijaté účinné opatrenia, do roku 2020 narastie podľa predpovedí EÚ až o 25%.⁶

⁵ <http://ec.europa.eu/environment/waste/index.htm>

⁶ <http://www.priateliazeme.sk/>

4. „GREEN IMAGE“ PODNIKU

Tak ako bolo spomenuté vyššie, trend ochrany životného prostredia sa dnes prejavuje veľmi významne. Ak chce byť ktorýkoľvek podnik v dnešnej dobe úspešný, konkurencieschopný a v konečnom dôsledku obľúbený u zákazníkov musí sa prispôbiť spomínanému trendu. V neposlednom rade hrá v koncepcii úspešného podnikania významnú úlohu práve moderný marketing orientovaný na životné prostredie, ktorý pri správnej aplikácii vytvára veľmi významné dobré meno firmy z hľadiska prístupu k životnému prostrediu, čiže vytvára „green image“ podniku. „Green image“ v súčasnosti ponúka v moderných podnikoch významnú konkurenčnú výhodu, pred konkurenciou z hľadiska vnímania podniku resp. značky zákazníkmi. Okrem tradičnej spoľahlivosti firiem a podnikateľskej etiky hrajú environmentálne aspekty dôležitú úlohu aj v rámci reputácie podniku. Budovanie takéhoto dobrého imidžu v očiach zákazníkov je teda investíciou do budúcnosti. Klasický marketingový mix v podniku nahrádza zelený marketingový mix. Zelený koncept dizajnu produktov, orientácia na podporu predaja a sponzoring, vzťahy s verejnosťou, zelená doprava, opätovné spracovanie výrobkov a obalov, programy na minimalizáciu vytvárania odpadov ako aj označovanie výrobkov na informovanie spotrebiteľov o splnení environmentálnych noriem a mnohé ďalšie príklady možno zaradiť do „zelenej“ stratégie moderného podniku. Spotrebiteľia na celom svete čoraz viac uprednostňujú ekologické produkty, avšak na druhej strane očakávajú viac od podnikov, ktoré takéto produkty ponúkajú. Zelený marketing je teda nevyhnutným nástrojom pri ovplyvňovaní spotreby smerom k zodpovednému správaniu k životnému prostrediu.

Použitá literatúra

- [1] BREZINA, I.: Modelové aspekty reverznej logistiky, INPROFORUM Junior 2008 - Sborník 2007
- [2] BREZINA, Ivan; ČIČKOVÁ, Zuzana; PEKÁR, Juraj. 2008 Modeling aspects of reverse logistics, Quantitative Methods. In: Economics [Multiple Criteria Decision Making XIV], June 5-7, 2008, High Tatras, Slovak Republic
- [3] BREZINA, I., Čičková, Z., REIFF, M. 2008 Kvantitatívna logistika, Vydavateľstvo EKONÓM, Bratislava, 2008
- [4] DEKKER, R. – FLEISCHMANN, M. – INDERFURTH, K. – WASSENHOVE, L. N. 2004 Models for Eco-eco Closed-loop Supply Chain Optimization. In: Reverse Logistics. Springer-Verlag, Berlin 2004
- [5] ŠKAPA, R. 2005 Reverzní logistika. Středisko vědeckých informací Masarykovy univerzity v Brně, Brno 2005

Kontaktné údaje

Ing. Andrej Babej

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: 0903 411 793

email: andrej.babej@gmail.com

FUZZY METODY ODHADU VAH KRITÉRIÍ

FUZZY METHODS OF CRITERIA WEIGHTS ESTIMATION

Adam Borovička

Abstrakt

Příspěvek se zabývá kvantifikací vyjádřené důležitosti kritérií v rozhodovacích procesech. Rozhodovatel je mnohdy schopen vyjádřit své preference o hodnotících charakteristikách pouze slovně. K zachycení vágních, mlhavých preferencí je využit koncept fuzzy čísla, které kvantitativně zachycuje přibližnou velikost váhy příslušného kritéria. Fuzzy číslo je uvažováno s trojúhelníkovou funkcí příslušnosti. Ke stanovení finální hodnoty vah je navržen optimalizační model založený na principu „maximinu“ ve dvou modifikacích. Nakonec jsou představené přístupy aplikovány na spíše ilustrativním, avšak reálné případě investičního rozhodování na kapitálovém trhu.

Klíčová slova: funkce příslušnosti, fuzzy číslo, fuzzy váha

Abstract

The article deals with a quantified expression of criteria weights in the decision making processes. A decision maker is often able to express his preference only linguistically. The concept of fuzzy number is used in order to state these vague preferences. This number is considered with triangular membership function and renders an approximate value of weight of particular criterion. To set the final value of weights the optimization model based on the “maximin principle” is proposed in two modifications. In the end, the introduced methods are applied to rather illustrative but real case of investment decision making in the capital market.

Keywords: fuzzy number, fuzzy weight, membership function

1 ÚVOD

V mnoha životních situacích se rozhodujeme na základě několika kritérií, která většinou nebývají v našem úsudku stejně důležitá. Některá kritéria jsou zcela zásadní, jiná spíše okrajová, dotvářející komplexní vyhodnocení dané situace. Pokud řešíme problém pomocí modelů a metod vícekritériálního rozhodování, většinou je třeba kvantitativně stanovit váhy jednotlivých hodnotících kritérií. Existuje mnoho přístupů pracujících s určitou, kvantifikovanou informací od rozhodovatele, se kterými se můžeme seznámit např. v (Fiala, 2008) či (Hwang a kol., 1981).

V tomto článku však bude uvažována situace jiná, velmi reálná. Totiž, že rozhodovatel vyjadřuje důležitost kritérií slovně, tedy např. „velmi důležitý“, „málo důležitý“ apod. Tato mlhavá preference je vyjádřena pomocí fuzzy čísla s trojúhelníkovou funkcí příslušnosti, které je schopné vystihnout alespoň přibližnou hodnotu váhy. Nakonec sestavujeme matematický model, který na základě optimalizačního principu *maximinu* stanovuje finální hodnoty vah.

Pro bližší pochopení navrženého přístupu poskytujeme reálnou aplikaci z oblasti kapitálového trhu, kde se investor rozhoduje o investici do otevřených podílových fondů.

2 FUZZY METODA ODHADU VAH KRITÉRIÍ

Jak již bylo zmíněno dříve, vycházíme z předpokladu, že rozhodovatel vyjadřuje své preference týkající se důležitosti kritérií slovně. Analytik tuto informaci transformuje do předem stanovené stupnice fuzzy čísel. Tedy každému slovnímu vyjádření přiřazuje určitou hodnotu ze škály od 0 do 1 s tolerančním pásmem. Pro tyto účely využijeme trojúhelníkové fuzzy číslo, fuzzy množinu¹, tedy pro mlhavé vyjádření váhy \tilde{w}_j pro j -té kritérium platí

$$\tilde{w}_j = (v_j - \delta_j^d, v_j, v_j + \delta_j^h),$$

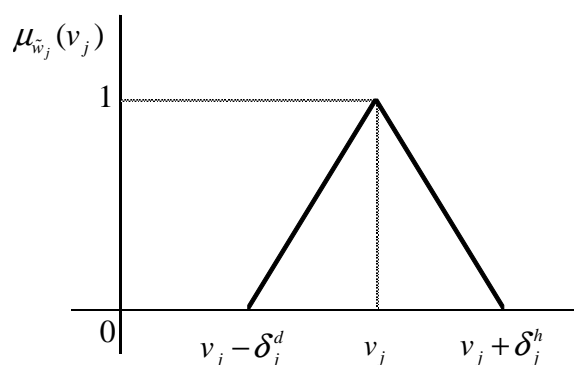
kde v_j ($j = 1, 2, \dots, k$) je váha nejvíce odpovídající kvalitativnímu vyjádření preference j -tého kritéria, δ_j^d , δ_j^h ($j = 1, 2, \dots, k$) specifikují toleranční pásmo pro váhovou hodnotu j -tého kritéria, jehož oba dílčí intervaly nemusí být stejně velké.

Funkce příslušnosti² takto definované váhy jakožto fuzzy množiny \tilde{w}_j bude mít následující podobu

$$\mu_{\tilde{w}_j}(w_j) = \begin{cases} 0 & w_j < v_j - \delta_j^d \\ \frac{w_j + \delta_j^d - v_j}{\delta_j^d} & v_j - \delta_j^d \leq w_j \leq v_j \\ \frac{\delta_j^h + v_j - w_j}{\delta_j^h} & v_j \leq w_j \leq v_j + \delta_j^h \\ 0 & w_j > v_j + \delta_j^h \end{cases}.$$

Graficky lze funkci příslušnosti znázornit následujícím obrázkem (Obrázek 1).

Obrázek 1: Funkce příslušnosti mlhavé váhy \tilde{w}_j



2.1 Jednoduchý model

Například dle (Lai a kol., 1994), pro stanovení optimální velikosti vah jednotlivých hodnotících charakteristik využijeme princip *maximinu*. Cílem je stanovit takový vektor vah, aby stupeň příslušnosti každé váhy do konkrétní fuzzy množiny byl co možná největší. Z hlediska normalizace vah, resp. jejich jednodušší použitelnosti, respektujeme omezení jednotkového součtu vah. Matematický model pro stanovení vah lze určit následujícím způsobem

¹ Fuzzy množina je taková množina, jejíž prvky do ní patří s určitým stupněm příslušnosti (více viz Zadeh, 1965 či Dubois a kol., 1980). Trojúhelníkové fuzzy číslo je konvexní fuzzy množina, jejíž tvar funkce příslušnosti je trojúhelníkový (více viz Novák, 2000 nebo Gupta, 2010).

² Funkce příslušnosti měří stupeň příslušnosti prvku do dané množiny. Nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Čím větší hodnota funkce příslušnosti, tím větší je míra příslušnosti prvku do množiny (Klier a kol., 1995).

$$\begin{aligned}
z = \alpha &\rightarrow \max \\
\frac{w_j + \delta_j^d - v_j}{\delta_j^d} &\geq \alpha \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\frac{\delta_j^h + v_j - w_j}{\delta_j^h} &\geq \alpha \quad j = 1, 2, \dots, k, \\
\sum_{j=1}^k w_j &= 1 \\
w_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\alpha &\in \langle 0, 1 \rangle
\end{aligned} \tag{1}$$

kde $\alpha = \min_j(\mu_{\tilde{w}_j}(w_j))$ je funkce příslušnosti fuzzy množiny reprezentující výsledné optimální řešení. Tato množina je dána průnikem všech mlhavých, i nemlhavých množin. Je tedy zřejmé, že výsledné řešení je vlastně také neurčité. Na druhou stranu tento přístup umožňuje jasně a konkrétně vyjádřit velikost vah, které budou využity v dalším průběhu rozhodovací procedury. Jelikož se snažíme o co největší stupeň příslušnosti řešení, hledáme maximální hodnotu této funkce. Výsledná velikost váhy j -té charakteristiky nabývá hodnot w_j , součet vah je jednotkový.

Problémem specifikovaného modelu je skutečnost, že pokud bude platit

$$\sum_{j=1}^k v_j + \delta_j^h < 1, \text{ nebo} \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^k v_j - \delta_j^d > 1, \tag{3}$$

pak neexistuje přípustné řešení, protože model neumožňuje hodnotám w_j vystoupit z intervalu $\langle v_j - \delta_j^d, v_j, v_j + \delta_j^h \rangle$, kde funkce příslušnosti nabývá nulovou hodnotu. Pro eliminaci této situace můžeme provést několik úprav. První spočívá v samotné specifikaci výchozí struktury určení fuzzy čísel jednotlivým vlastnostem vyjadřující důležitost kritérií, která by musela být přizpůsobena konkrétní situaci, tedy konkrétnímu počtu kritérií a vyjádřeným preferencím rozhodovatele. Pokud je ale daná stupnice stanovená dopředu nezávisle na konkrétním řešení problému stanovení vah, pak může výše popsaná situace nastat.

Další možností je v modelu (1) upravit podmínku $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$ do podoby $\alpha \leq 1$, což by umožňovalo u fuzzy čísel nabytí i hodnot mimo vytyčený interval, tudíž by mohla být splněna podmínka standardizace vah $\sum_{j=1}^k w_j = 1$. Na druhou stranu je třeba poznamenat, že by hodnota

α v těchto případech pozbývala smyslu ekonomické interpretace, protože by stupeň příslušnosti nabýval záporných hodnot. Je ale zřejmé, že v takovém případě reálná hodnota stupně příslušnosti řešení vykazuje nulovou hodnotu. Určitým řešením neblahé skutečnosti je vytvoření komplexnějšího modelu.

2.2 Komplexní model

Následující matematický model vyjádříme po částech, aby bylo možné blíže osvětlit podstatu. První část modelu se zaměřuje na levé křídlo fuzzy čísla

$$\begin{aligned}
w_j &\leq v_j - \delta_j^d + M(1-p_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
\alpha &\leq 0 + M(1-p_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
w_j &\leq v_j + M(1-q_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
w_j &\geq v_j - \delta_j^d - M(1-q_j) \quad j=1,2,\dots,k \quad , \\
\frac{w_j + \delta_j^d - v_j}{\delta_j^d} &\geq \alpha - M(1-q_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
p_j + q_j &\leq 1 \quad j=1,2,\dots,k \\
p_j, q_j &\in \{0,1\}, M = 10^8
\end{aligned} \tag{4}$$

kde w_j, v_j, δ_j^d ($j=1,2,\dots,k$) a α jsou významově totožné s modelem (1). První dvě podmínky vyjadřují skutečnost, že hodnota váhy bude menší (nebo rovna) než dolní hodnota intervalu $v_j - \delta_j^d$, tedy stupeň příslušnosti výsledného mlhavého řešení bude nulový. Další tři podmínky postihují skutečnost, pokud se hodnota fuzzy čísla bude pohybovat v intervalu $\langle v_j - \delta_j^d, v_j \rangle$. Prostřednictvím podmínky $p_j + q_j \leq 1$ ($j=1,2,\dots,k$) vyjadřujeme, že může nastat pouze jedna nebo žádná z popsaných situací.

Druhá část modelu se týká pravé části fuzzy čísla. Tedy

$$\begin{aligned}
w_j &\geq v_j + \delta_j^h - M(1-r_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
\alpha &\leq 0 + M(1-r_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
w_j &\geq v_j - M(1-s_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
w_j &\leq v_j + \delta_j^h + M(1-s_j) \quad j=1,2,\dots,k \quad , \\
\frac{\delta_j^h + v_j - w_j}{\delta_j^h} &\geq \alpha - M(1-s_j) \quad j=1,2,\dots,k \\
r_j + s_j &\leq 1 \quad j=1,2,\dots,k \\
r_j, s_j &\in \{0,1\}, M = 10^8
\end{aligned} \tag{5}$$

kde w_j, v_j, δ_j^h ($j=1,2,\dots,k$) a α jsou opět významově totožné s (1). První dvě podmínky vyjadřují skutečnost, že hodnota váhy bude větší než horní intervalu $v_j + \delta_j^h$, tedy stupeň příslušnosti výsledného fuzzy řešení bude nulový. Další tři podmínky postihují skutečnost, pokud se hodnota fuzzy čísla bude pohybovat v intervalu $\langle v_j, v_j + \delta_j^h \rangle$. Prostřednictvím podmínky $r_j + s_j \leq 1$ ($j=1,2,\dots,k$) vyjadřujeme, že může nastat pouze jedna nebo žádná z popsaných situací.

Nakonec ještě přidáme následující podmínky

$$\begin{aligned}
p_j + q_j + r_j + s_j &= 1 \quad j=1,2,\dots,k \\
\sum_{j=1}^k w_j &= 1 \\
w_j &\geq 0 \quad j=1,2,\dots,k \\
\alpha &\in \langle 0,1 \rangle
\end{aligned} \tag{6}$$

Jelikož může nastat pouze jedna možnost ze čtyř popsaných, kde se bude hodnota fuzzy čísla pohybovat, suma všech použitých binárních proměnných bude jednotková. Samozřejmě připojujeme podmínky na normalizaci vah a příslušné podmínky na vymezení definičního oboru proměnných.

Celkový model dostaneme sjednocením všech jeho dílčích částí (4), (5) a (6) s přidáním maximalizační účelové funkce

$$\begin{aligned}
z &= \alpha \rightarrow \max \\
w_j &\leq v_j - \delta_j^d + M(1 - p_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\alpha &\leq 0 + M(1 - p_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
w_j &\leq v_j + M(1 - q_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
w_j &\geq v_j - \delta_j^d - M(1 - q_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\frac{w_j + \delta_j^d - v_j}{\delta_j^d} &\geq \alpha - M(1 - q_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
p_j + q_j &\leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, k \\
w_j &\geq v_j + \delta_j^h - M(1 - r_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\alpha &\leq 0 + M(1 - r_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
w_j &\geq v_j - M(1 - s_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
w_j &\leq v_j + \delta_j^h + M(1 - s_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\frac{\delta_j^h + v_j - w_j}{\delta_j^h} &\geq \alpha - M(1 - s_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \\
r_j + s_j &\leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, k \\
p_j + q_j + r_j + s_j &= 1 \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\sum_{j=1}^k w_j &= 1 \\
w_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \\
\alpha &\in \langle 0, 1 \rangle, M = 10^8 \\
p_j, q_j, r_j, s_j &\in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, k
\end{aligned} \tag{7}$$

Výše specifikovaný model vykazuje slabé místo, a to také v situaci (2), resp. (3). Hodnotu účelové funkce správně vyhodnotí jako nulovou, avšak výsledné váhy některých kritérií mohou být značně odchýlené od jejich stanovených intervalů. Klidně se může stát, že u některých kritérií bude nabývat váha hodnot v_j a některé zase budou daleko větší než $v_j + \delta_j^h$, resp. daleko menší než $v_j - \delta_j^d$. Z hlediska účelové funkce je řešení stejné, jako kdyby všechny váhy nabývaly adekvátně hodnoty co nejbližší stanoveným horním, resp. dolním hranicím intervalů, vždy bude α nulová. Existují tedy v této situaci různorodá alternativní řešení. Popsaná záležitost nenastává v modelu (1) s upravenou podmínkou do podoby $\alpha \leq 1$, kde je snahou dosáhnout v situaci (2), či (3), co nejméně záporné hodnoty účelové funkce, tedy odchylky od vymezených intervalů. Určité řešení nastalé situace v modelu (7) je přidání dodatečných omezení pro váhy w_j v podobě horních, respektive

dolních mezí stanovených na základě vyčíslení všech fuzzy čísel v kontextu skutečnosti (2), respektive (3).

Komplexní model je díky přítomnosti binárních proměnných výpočetně náročnější než (1).

3 PRAKTICKÁ APLIKACE

Budeme uvažovat situaci, kdy se potenciální investor rozhoduje o investici do otevřených podílových fondů nabízených Investiční společností České spořitelny. Na výběr jsou tři skupiny fondů, a to smíšené, dluhopisové a akciové. Z každé skupiny chce vybrat jeden podílový fond, který se bude podílet na výsledné skladbě investičního portfolia. Celá rozhodovací procedura je například blíže popsána v (Borovička, 2012) či (Borovička, 2013). Nás však bude zajímat pouze jedna část procesu, a to stanovení vah tří sledovaných kritérií, *výnosu, rizika a nákladů*.

Podíváme se na několik případů a budeme řešit prostřednictvím dvou popsaných modelů (1) a (7) se zmíněnou případnou modifikací či doplněním. Rozhodovatel hodnotí důležitost kritérií na jednoduché škále – *málo důležitý, důležitý, velmi důležitý*. K těmto pojmům přisuzuje analytik příslušná mlhavá ohodnocení, fuzzy čísla.

3.1 Situace č. 1

Struktura fuzzy hodnocení lingvistických vyjádření důležitosti kritérií, stejně tak stanovení slovních preferencí o jednotlivých kritériích rozhodovatelem zobrazuje následující tabulka (Tabulka 1).

Tabulka 1: Fuzzy hodnocení důležitosti kritérií (situace č. 1)

Preference	Fuzzy číslo	Kritérium
<i>Málo důležitý</i>	$\langle 0, 1; 0, 2; 0, 3 \rangle$	Náklady
<i>Důležitý</i>	$\langle 0, 2; 0, 3; 0, 4 \rangle$	Výnos
<i>Velmi důležitý</i>	$\langle 0, 25; 0, 5; 0, 65 \rangle$	Riziko

Jelikož je součet „středních“ hodnot všech tří mlhavých čísel roven jedné, je evidentní, že právě těmto hodnotám se budou rovnat váhy, což oba modely (1) a (7) potvrzují, s výslednou hodnotou účelové funkce $z = \alpha = 1$.

Pro jakýkoliv jiný případ, kdy nebude platit ani jedna z podmínek (2) a (3), budou oba modely poskytovat stejné řešení s adekvátní hodnotou účelové funkce $\alpha \in \langle 0, 1 \rangle$.

3.2 Situace č. 2

Druhá situace akcentuje skutečnost platnosti jedné či druhé výše zmíněné podmínky. Tedy například specifikujeme fuzzy hodnocení s přidělením důležitosti ke sledovaným kritériím zobrazené v Tabulce 2.

Tabulka 2: Fuzzy hodnocení důležitosti kritérií (situace č. 2)

Preference	Fuzzy číslo	Kritérium
<i>Málo důležitý</i>	$\langle 0, 1; 0, 15; 0, 2 \rangle$	Náklady
<i>Důležitý</i>	$\langle 0, 1; 0, 2; 0, 3 \rangle$	Výnos
<i>Velmi důležitý</i>	$\langle 0, 1; 0, 35; 0, 4 \rangle$	Riziko

Je patrné, že se jedná o situaci (2). S využitím přístupu (1) nedostáváme žádné přípustné řešení, jak jsme nakonec očekávali. Pokud upravíme podmínku pro definiční obor $\alpha \leq 1$, pak dostáváme sice zápornou hodnotu účelové funkce, fakticky ale můžeme konstatovat, že funkce příslušnosti výsledného řešení se rovná 0. Váhy jsou následující (Tabulka 3).

Tabulka 3: Váhy kritérií dle modifikovaného modelu (1)

Výnos	0,35	Riziko	0,425	Náklady	0,225
--------------	------	---------------	-------	----------------	-------

Pokud aplikujeme komplexnější model (7), dostáváme řešení s jasně interpretovatelnou hodnotou účelové funkce $z = \alpha = 0$ (Tabulka 4).

Tabulka 4: Váhy kritérií dle modelu (7)

Výnos	0,5	Riziko	0,35	Náklady	0,15
--------------	-----	---------------	------	----------------	------

Jak si lze povšimnout, druhé nejdůležitější kritérium z hlediska preferencí rozhodovatele (investora) dostává jednoznačně nejvyšší váhu. Model se tedy ještě pokusíme modifikovat přidáním horních mezí pro váhy v kontextu hodnot δ_j^h (Tabulka 5).

Tabulka 5: Omezení na váhy kritérií

Výnos	$váha \leq 0,35$	Riziko	$váha \leq 0,45$	Náklady	$váha \leq 0,25$
--------------	------------------	---------------	------------------	----------------	------------------

Aplikujeme modifikovaný model (7) s výsledným řešením zachyceným v Tabulce 6.

Tabulka 6: Váhy kritérií dle modifikovaného modelu (7)

Výnos	0,3	Riziko	0,45	Náklady	0,25
--------------	-----	---------------	------	----------------	------

Hodnota účelové funkce je samozřejmě opět nulová, avšak hodnoty vah reálněji odpovídají slovně projevované preferenci potenciálního investora.

4 ZÁVĚR

Posláním příspěvku bylo představení několika přístupů ke stanovení vah hodnotících kritérií v rozhodovacích procesech na základě lingvisticky vyjádřené důležitosti jednotlivých kritérií rozhodovatelem. Přibližná velikost váhy je vyjádřena jako trojúhelníkové fuzzy číslo. K jednoznačnému kvantitativnímu vyjádření vah řešíme navržené modely, které jsou založeny na principu maximinu. Optimální řešení těchto modelů je vlastně také mlhavé, účelová funkce ve většině modelů vyjadřuje míru příslušnosti. Je ale samozřejmě možné výsledné váhy využít v dalším průběhu rozhodovacího procesu, šlo nám přeci o transformaci slovního vyjádření důležitosti kritérií do konkrétních hodnot, se kterými se následně podstatně lépe a přesněji pracuje. Navržené přístupy jsou podpořeny a blíže osvětleny praktickou aplikací z prostředí investičního rozhodování na kapitálovém trhu.

Použitá literatura

1. Borovička, A. Metodický aparát k vytváření portfolia otevřených podílových fondů. In: *Vědecká konference doktorského studia FIS 2013*, Praha: Oeconomica, 2013, s. 118–133. ISBN 978-80-245-1924-1.
2. Borovička, A. The investment decision making under uncertainty. In: *Mathematical methods in economics 2012*, Opava: University of Opava, 2012, s. 37 – 42. ISBN 978-80-7248-779-0.

3. Dubois, D., Prade, H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Academic Press, Inc., 1980. ISBN 0-12-222750-6.
4. Fiala, P.: *Modely a metody rozhodování*. Praha: Oeconomica, 2008. ISBN 978-80-245-1345-4.
5. Gupta, M., Bhattacharjee, D. Multi Objective Problem in Fuzzy Environment where Resources are Triangular Fuzzy Number. *European Journal of Scientific Research*. 2010, č. 46, s. 99-106.
6. Hwang, C. L., Yoon, K. *Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 1981. ISBN 3-540-10558-1.
7. Klir, G. J., Yuan, B.: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic – Theory and Application*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995. ISBN 0-13-101171-5.
8. Lai Y. J., Hwang, C. L. *Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 1994. ISBN 3-540-57595-2.
9. Novák, V. *Základy fuzzy modelování*. Praha: BEN – technická literatura, 2000. ISBN 80-7300-009-1.
10. Zadeh, L. A. Fuzzy Sets. *Inf. & Control*. 1965, č. 8, s. 338-353.

Kontaktní údaje

Ing. Adam Borovička

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonometrie
nám. W. Churchilla 4, Praha 3, 130 67

Tel.: +420 224 09 5445

E-mail: adam.borovicka@vse.cz

Článek vznikl s podporou projektu IGA F4/19/2013 „Rovnováha v ekonomických systémech – modely a analýzy“.

VYUŽITIE MODELOV VYJEDNÁVANIA ROZDEĽOVANIA ZISKU V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI¹

BARGAINING MODELS UTILIZATION IN SUPPLY CHAIN PROFIT DISTRIBUTION MODELING

Ivan Brezina, Juraj Pekár, Zuzana Čičková

Abstrakt

Problematika cenovej politiky v dodávateľskom reťazci je jednou s úloh, ktorou sa zaoberá množstvo publikácií. Pri jej riešení možno použiť aj nástroje z oblasti teórie hier, konkrétne modely vyjednávania. Dodávateľský reťazec tvoria pritom jeho jednotlivé prvky, aktéri vyjednávania pri tvorbe cenovej politiky, ktorí pred začatím vyjednávania prijímajú opatrenia, ktoré sú záväzné pre určitú vyjednávaciu pozíciu. Pri predpoklade lineárnosti vyjednávacjej sily oboch aktérov vyjednávania možno uvažovať so situáciou, že každý z aktérov je ochotný prijať zodpovedajúci podiel na zisku. V modeloch vyjednávania sa predpokladá jednomyselný súhlas jeho aktérov s výsledkom vyjednávania. Oba prvky dodávateľského reťazca, aktéri vyjednávania vyjednávajú o veľkosti svojich podielov na celkovom zisku dodávateľského reťazca. Tzv. teória axiomatického vyjednávania poskytuje možnosť určiť, aký veľký podiel je pre jednotlivé prvky reťazca primeraný.

Kľúčové slová: *optimalizácia, modelovanie, dodávateľský reťazec, riadenie dodávateľského reťazca, kooperatívne teórie hier*

Abstract

The pricing in the supply chain is one of the most discussed problems in literature. The solution of those problems could be obtained with the tools known in the field of game theory, namely models of bargaining. The supply chain consists of the individual elements, actors of bargaining in developing pricing policy and they take actions, which are binding for some bargaining power. The bargaining process may be considered with the situation that each of the actors is willing to take the corresponding share of the profits (assuming linearity of the bargaining power of both actors). That models of bargaining deal with expected unanimous consent of his actors with the outcome of negotiations. Both elements of the supply chain negotiate about the size of their share of the total profit of the supply chain. So-called axiomatic bargaining theory provides an opportunity to determine a adequate share proportion of the elements of a chain.

Keywords: *Optimization, Modeling, Supply Chain, Supply Chain Management, Cooperative Game Theory*

ÚVOD

V súčasnosti sa pri tvorbe cenovej politiky a rozdeľovaní zisku dodávateľského reťazca pomerne často využíva teória hier. Už klasické dielo Neumanna a Morgensterna Teória hier a ekonomické správanie, poskytuje teoretické východiská využitia niektorých typov úloh z teórie hier v distribučných systémoch s dvomi a tromi účastníkmi. Význam teórie hier pre

¹ Príspevok je súčasťou grantového projektu MŠ SR VEGA 1/0104/12 „Modelovanie cenovej politiky dodávateľského reťazca v konkurenčnom prostredí“.

súčasnosť je zrejmý aj z pohľadu klasifikácie JEL (Journal of Economic Literature Classification System), v ktorej sú zaradené kategórie C70 (teória hier a teória vyjednávania všeobecne), C71 (kooperatívne hry), C72 (nekooperatívne hry), C73 (stochastické a dynamické hry; evolučné hry), C78 (teória vyjednávania), D01 (mikroekonómia správania; základné princípy), D74 (konflikt; riešenie konfliktov; aliancie). Motivujúcim impulzom pre vznik teórie hier bola potreba teoretického rámca pre analýzu takých ekonomických situácií, pri ktorých možno predpokladať, že výsledok činnosti trhových subjektov je determinovaný ich vzájomnou interakciou a ich rozhodnutia sú teda navzájom prepojené.

Moderné riadenie dodávateľských reťazcov je úzko spojené s potrebou koordinácie aktivít ich jednotlivých zložiek, ktoré môže predstavovať pomerne veľký počet často veľmi odlišných subjektov. Jednotlivé prvky dodávateľského reťazca predstavujú formálnu štruktúru a jej fungovanie je formálne racionálne. Preto sa aj medzi jednotlivými prvkami dodávateľského reťazca vytvárajú formálne vzťahy, na základe ktorých možno modelovať ich správanie na báze správania sa racionálnych hráčov určitých typoch úloh teórie hier.

1. MODEL Y VYJEDNÁVANIA

„Problém vyjednávania“ (bargaining problem) bol dlhý čas považovaný za problém, ktorý nemožno formalizovať. Až v roku 1950 publikoval Nash jeho riešenie a s týmto rokom sa spája aj všeobecná definícia rovnováhy a zovšeobecnenie rovnovážneho bodu pre veľkú skupinu úloh teórie hier (za svoj príspevok do teórie hier získal spolu s Harsanyim a Seltenom v roku 1994 Nobelovu cenu). Nashova práca sa stala základným kameňom pre rozvoj teórie hier ako matematickej disciplíny, ktorú možno použiť na modelovanie určitých typov vzájomných interakcií. Svojou podstatou sa teória hier v maximálnej miere snaží priblížiť racionálnym účastníkom trhových mechanizmov.

V teórii hier predstavuje vyjednanie cielené správanie sa účastníkov s rôznymi cieľmi a záujmami v situáciách konfliktných záujmov. Teória hier pritom analyzuje efektívnosť jednotlivých stratégií pri vyjednaní na báze modelového prístupu. Pod problémom vyjednávania pritom teória hier rozumie osobitný typ hry, pri ktorom prejavujú hráči snahu o vzájomnú dohodu, vyhovujúcu všetkým účastníkom. Problém vyjednávania pritom možno charakterizovať nasledujúcim spôsobom:

1. množinu n hráčov označme $N = \{1, 2, \dots, n\}$, zvyčajne sa uvažuje s $n = 2$ (množina $N = \{1, 2\}$), resp. s $n = 3$ (množina $N = \{1, 2, 3\}$),
2. množinu prípustných riešení označme P ,
3. existuje bod tzv. nedohody;
4. existujú funkcie užitočnosti jednotlivých hráčov za predpokladu, že hráči sú racionálni a snažia sa maximalizovať svoj úžitok, pričom si dokonale poznajú navzájom svoje funkcie užitočnosti.

Na získanie Nashovho riešenia problému vyjednávania musia byť splnené nasledujúce podmienky:

- Paretovska efektívnosť – maximalizácia úžitku všetkým hráčom;
- symetria – všetci hráči majú rovnaké vyjednávacíe schopnosti;
- nezávislosť – ak sa zmenia funkcie užitočnosti, potom existuje rovnaké riešenie aj pre nové funkcie užitočnosti;
- nezávislosť na irelevantných alternatívach – v prípade, ak riešený problém predstavuje podmnožinu originálneho problému, riešením je tiež táto podmnožina.

Modely vyjednávania predstavuje najjednoduchšiu vyjednávaciu situáciu, keď do hry vstupujú iba dvaja aktéri ($n = 2$) a jednáajú iba o jednom konkrétnom probléme. Celý priestor predstavuje všetky množiny prípustných riešení problému P (tzn. potenciálne varianty dohody v probléme, ktorý je predmetom vyjednávania). Ak označíme aktérov vyjednávania A_1 a A_2 ,

možno každému potenciálnemu riešeniu z množiny P priradiť minimálne dve základné vlastnosti – hodnotu pre aktéra A_1 a hodnotu pre aktéra A_2 .

Hodnoty oboch premenných možno znázorniť v súradnicovom systéme na osi x a osi y. Ak predpokladáme, že horizontálna os x reprezentuje význam a prínos potenciálnych dohôd pre aktéra A_1 a vertikálna os y reprezentuje hodnotu riešení z množiny P pre aktéra A_2 , posun hodnoty smerom doprava reprezentuje taký vývoj vyjednávaní, pri ktorom aktér A_1 bude s navrhovanými riešeniami súhlasiť. Hodnota nula predstavuje hraničný prípad, pretože účastníci vyjednávaní sú ochotní vyjednávať iba o takých riešeniach, ktorých hodnota je pozitívna. Aktéri vyjednávaní zvažujú jednotlivé prípustné riešenia iba pri očakávaní lepšieho výsledku než keby nevyjednávali. Hodnota nula teda predstavuje tzv. bod zvratu, ktorý ohraničuje prínosné prípustné riešenia pre daného aktéra vyjednávaní a má preto význam o nich uvažovať. Pri hodnote riešenia nula prestáva byť dohoda pre daného aktéra výhodná. Osi x a y rozdeľujú priestor súradnicového systému na 4 kvadranty a vyjednávanie má zmysel iba v tom kvadrante, ktorého hodnoty sú kladné pre oboch aktérov vyjednávaní. Je zrejmé, že výsledkom vyjednávaní bude taký bod z množiny prípustných riešení P, ktorý leží na hranici množiny optimálnych možností, tzn. množiny bodov, ktoré vyčerpávajú potenciálne možnosti a zároveň posun medzi ktorými reprezentuje situáciu, pri ktorej si jeden aktér vyjednávaní polepší, ale druhý aktér si pohorší.

Každý z aktérov vyjednávaní sa preto bude snažiť maximalizovať svoj vlastný zisk a výsledná dohoda bude závisieť od viacerých faktorov (od ich vyjednávacích schopností, od dostupných informáciách, od alternatív k novej dohode a pod). Výsledný kompromis nemusí pritom predstavovať optimálne riešenie (riešenie najlepšie pre oboch aktérov vyjednávaní). Jednotlivé body z množiny pravdepodobných dohôd (množiny prípustných riešení P) môžu mať iný súčet hodnôt prínosu pre jednotlivých aktérov a výsledná dohoda nemusí byť práve tá, pri ktorej by v súčte boli obaja aktéri vyjednávaní „najspokojnejší“.

2. MODEL Y VYJEDNÁVANÍ ROZDEĽOVANIA ZISKU V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI

Hlavnou motiváciou použitia koncepcie vyjednávaní v dodávateľských reťazcoch je skutočnosť, že príslušné modely z teórie hier umožňujú vytvoriť rámec na preskúmanie vplyvu rozdelenia zisku medzi jednotlivé prvky dodávateľského reťazca. Koncepcia vyjednávaní medzi prvkami dodávateľského reťazca pritom umožňuje zodpovedať bazálne otázky:

- Aké sú dopady vyjednávaní na rozdelenie zisku medzi jednotlivé prvky dodávateľského reťazca?
- Aký dopad majú výsledky vyjednávaní na štruktúru dodávateľského reťazca?
- Ako ovplyvňuje relatívna vyjednávací sila jednotlivých prvkov dodávateľského reťazca samotné vyjednávanie a aký vplyv má na vznik potenciálnych aliancií?
- Ako možno modelovať správanie sa jednotlivých prvkov dodávateľského reťazca v procese vyjednávaní?

Z pohľadu modelovania je zaujímavé hľadať odpoveď predovšetkým na poslednú otázku, ktorej úspešné riešenie umožňuje naznačiť odpovede aj na predchádzajúce otázky. Teória hier poskytuje celý rad modelov, ktoré umožňujú vybrať taký, ktorý zodpovedá situácii kooperatívneho vyjednávaní prvkov dodávateľského reťazca pri tvorbe cien a rozdeľovaní zisku medzi nimi. Samozrejme, významnú úlohu pritom zohráva aj štruktúra dodávateľského reťazca, teda skutočnosť, či ide o sériové (väzby one-to-one), paralelné (väzby many-to-one), resp. kombinované dodávateľské reťazce. Pritom musí byť akceptované aj postavenie jednotlivých prvkov v dodávateľskom reťazci, teda konkurencia medzi jednotlivými prvkami,

mechanizmus fungovania dodávateľského reťazca, existencia exogénnych faktorov (možností) jednotlivých prvkov reťazca.

Ako ďalšie parametre modelovaného systému možno uviesť mechanizmus obchodu, podmienky obchodovania (ceny, realizované množstvá, objem investícií, marketingové aspekty a pod.), ktoré sú predmetom vyjednávania. Do tejto skupiny parametrov možno zaradiť aj dopady vzniku aliancií a s tým spojené podmienky stability dodávateľského reťazca.

Ako už bolo uvedené, vyjednanie v kooperatívnych modeloch teórie hier umožňujú riešenie problému, v ktorom sa dvaja aktéri vyjednávania (dva prvky dodávateľského reťazca), ale vo všeobecnosti n aktérov vyjednávania, hľadajú takú množinu možných výstupov, z ktorej realizujú výsledok, ktorý je určený na základe jednomyselného súhlasu všetkých aktérov vyjednávania (ak takýto jednomyselný súhlas nie je dosiahnutý, hovoríme o spore). V takýchto modeloch je vyžadovaný jednomyselný súhlas aktérov s výsledkom vyjednávania, teda s rozdelením prínosu pre všetky prvky dodávateľského reťazca. Ide teda o prípad, keď dva prvky dodávateľského reťazca vyjednávajú o veľkosti svojich podielov na celkovom zisku. Tzv. teória axiomatického vyjednávania poskytuje možnosť určiť, aký veľký podiel je pre jednotlivé prvky reťazca primeraný. Nashovo riešenie modelu vyjednávania vyžaduje, aby bol podiel dostatočne veľký a účinný.

Predpokladajme dvoch aktérov (dva prvky) vyjednávania v dodávateľskom reťazci A_1 a A_2 . Oba aktéri vyjednávania pritom poznajú tak množinu svojich rozhodnutí (tzv. stratégií), ako aj množinu všetkých rozhodnutí (stratégií) druhého prvku dodávateľského reťazca. Oba prvky dodávateľského reťazca vedia oceniť (cost-benefit) taktiež svoje rozhodnutie vzhľadom na rozhodnutie druhého prvku dodávateľského reťazca. Cieľom vyjednávania je koordinácia stratégií oboch prvkov dodávateľského reťazca, pretože v prípade nedohody by bola situácia, pri ktorej by oba prvky dodávateľského reťazca dosiahli nižší zisk, ako im zabezpečuje koluzívne správanie sa.

Predpokladajme ďalej, že $F \in \mathbb{R}^2$ je uzavretá neprázdna konvexná množina predstavujúca súbor všetkých funkcií užitočnosti. Vektor $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^2$ s prvkami (d_1, d_2) predstavuje hodnotu užitočnosti pri súhlase, resp. nesúhlase príslušnej hodnoty riešenia.

Na základe Nashovho riešenia modelu vyjednávania možno stanoviť súbor axióm, pričom axiómy majú zabezpečiť, aby riešenie bolo symetrické pre oba prvky dodávateľského reťazca (rovnaká možnosť alokácie zisku pre oba prvky dodávateľského reťazca) a čiastočne optimálne (oba prvky dodávateľského reťazca nemôžu zlepšiť svoje výsledky vyjednávania). Pritom Nash dokázal, že riešenie vyjednávania, ktoré spĺňa vyššie uvedené axiómy, je unikátne.

Možno pritom vychádzať z predpokladu, že existuje také unikátne riešenie, ktoré vyhovuje všetkým axiómam a pre každý z oboch prvkov dodávateľského reťazca, ktoré sa zúčastňujú vyjednávania (kooperatívnej hry (F, \mathbf{d})), je dosiahnuté riešením

$$\max_{x=(x_1, x_2) \in F, x \geq \mathbf{d}} (x_1 - d_1)(x_2 - d_2) \quad (1)$$

Predpokladajme, že prvok A_1 dodáva tovar prvku A_2 . Oba prvky vyjednávajú o podmienkach dodávky na základe funkcií užitočnosti u_{A_1} a u_{A_2} pre predpokladaný zisk $\pi_{A_1}(p, Q, \varepsilon)$ a $\pi_{A_2}(p, Q, \varepsilon)$, pričom prvok A_2 musí uvažovať s náhodným dopytom po tovare ε , ktorý chce získať od prvku A_1 v množstve Q za cenu p . Takže oba prvky dodávateľského reťazca vyjednávajú o (p, Q) . Nech množina P predstavuje konvexnú množinu prípustných možností, ktorá predstavuje súbor všetkých prípustných náhodných dvojíc očakávanej užitočnosti pre oba prvky dodávateľského reťazca:

$$P = \{u_{A_1}(\pi_{A_1}(p, Q, \varepsilon), u_{A_2}(\pi_{A_2}(p, Q, \varepsilon)) / (p, Q) \in \mathbb{R}^2\} \quad (2)$$

Pri výpočte uvedeného unikátneho riešenia sme vychádzali z predpokladu, že obaja aktéri vyjednávacieho procesu (prvky dodávateľského reťazca) majú pri vyjednaní rovnakú

vyjednávaciu silu. Avšak, pri vyjednávaní treba brať do úvahy aj ďalšie aspekty, ktoré umožňujú zachytiť vyjednávaciu pozíciu jednotlivých prvkov dodávateľského reťazca (napr. averzia k riziku a pod.). Ak teda uvažujeme s možnosťou, že prvok dodávateľského reťazca s väčšou vyjednávacou silou, si v rámci vyjednávaní vyrokuje vyšší podiel na celkovom zisku dodávateľského reťazca, nemožno vyžadovať podmienku symetrie rozdelenia celkového zisku. Už Nash formuloval myšlienku podobnosti na základe rizikových preferencií jeho jednotlivých prvkov, teda ak uvažujeme pri oboch prvkoch s neutrálnym rizikom, musia získať rovnako efektívny zisk.

Zovšeobecnenie Nashovej hry vyjednávaní zachytáva aj vyjednávaciu silu jednotlivých prvkov dodávateľského reťazca. Ak uvažujeme, že indexy α a β zachytávajú vyjednávaciu silu oboch aktérov vyjednávacieho procesu v dodávateľskom reťazci, pričom $\alpha + \beta = 1$, možno vzťah (1) modifikovať na tvar:

$$\max_{x=(x_1, x_2) \in P, x \geq d} (x_1 - d_1)^\alpha (x_2 - d_2)^\beta \quad (3)$$

ZÁVER

Predchádzajúci postup použil vo svojich prácach napr. Muthoo (1996), pričom vychádza z predpokladu, že pred začatím vyjednávaní medzi prvkami dodávateľského reťazca jednotliví aktéri prijímú opatrenia, ktoré sú záväzné pre určitú vyjednávaciu pozíciu. Predpoklad lineárnosti vyjednávacieho procesu oboch aktérov má dôsledok, že prvok dodávateľského reťazca je ochotný prijať zodpovedajúci podiel na zisku. To však môže viesť k situácii, že oba prvky dodávateľského reťazca prezentujú svoje náklady vyššie ako sú reálne a tým chcú zvýšiť svoj podiel na celkovom zisku dodávateľského reťazca.

Uvedené úvahy môžu slúžiť ako podklad na riešenie problémov pri kooperatívnom vyjednávaní pri riadení dodávateľského reťazca, čo vedie k zefektívneniu procesu vyjednávaní a uzatvárania zmlúv medzi jednotlivými prvkami dodávateľského reťazca, ako aj pre vytváranie koalícií medzi jeho jednotlivými prvkami v prípade $n \geq 3$.

Použitá literatúra

1. FENDEK, M. – FENDEKOVÁ, E. (2008): *Mikroekonomická analýza*. IURA Edition. Bratislava, 2008.
2. FIALA, P. (2009): *Dynamické dodávateľské siete*. Professional Publishing. Praha, 2008.
3. FIALA, P. (2005): *Modelování dodávateľských řetězců*. Professional Publishing. Praha, 2005.
4. CHOBOT, M. – TURNOVEC, F. – ULAŠÍN, V. (1991): *Teória hier*. Alfa Bratislava 1991.
5. NAGARJAN, M. – SOŠIĆ, G. (2006): *Game-Theoretic Analysis of Cooperation Among Supply Chain Agents: Review and Extensions*. In: *European Journal of Operational Research*, Vol. 187, No. 3, pp. 719-745.
6. PEKÁR, J. – BREZINA, I. (2012): *Analýza rovnovážnej stratégie v dvojstupňovom dodávateľskom reťazci s cieľom udržania trhového podielu v segmente predaja výroby*. In: *Nové trendy v ekonometrii a operačnom výskume: mezinárodní vědecký seminář: zborník*: Praha, 2012, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2012. - ISBN 978-80-225-3530-4. - S. [1-6].
7. ZOUHAR, J. (2009): *Vícenásobní marginalizace a její dopad na efektivnost dodávateľských řetězců*. Disertační práce VŠE, Praha, 2009

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 821
email: ivan.brezina@euba.sk

doc. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 827
email: juraj.pekar@euba.sk

Ing. Zuzana Čičková, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 820
email: zuzana.cickova@euba.sk

ANALÝZA ROZDĚLENÍ DOTACÍ MEZI MĚSTSKÉ ČÁSTI

AN ANALYSIS OF SUBSIDY ALLOCATION AMONG CITY DISTRICTS

Martin Dlouhý

Abstrakt

Hlavní město Praha rozděluje část svých daňových příjmů městským částem ve formě dotací. Cílem je najít soubor kritérií a relativních vah, které nejlépe odhadnou očekávané náklady místní správy. Cílem každé městské části je maximalizace dotace ovlivněním kritérií a jejich vahami. Uvádíme dvě kvantitativní metody: první je metoda založená na vícekriteriálním rozhodování, druhá na modelu ZSG-DEA.

Klíčová slova: rozdělení dotací, vícekriteriální rozhodování, DEA, ZSG-DEA.

Abstract

The City of Prague allocates a part of its tax revenue to its municipalities in the form of subsidies. The objective is to find such a set of criteria and their relative weights that estimate the expected cost of local administration. The objective of each city district is subsidy maximization by influencing the criteria and their weights. Two quantitative methods of subsidy allocation are presented: the first method is based on the multiple criteria decision making and the second one on the ZSG-DEA model.

Keywords: subsidy allocation, MCDM, DEA, ZSG-DEA.

1 INTRODUCTION

The City of Prague, the capital of the Czech Republic, has an administrative structure of three tiers. The highest tier is the Magistrate of the City of Prague. The City of Prague is divided into 57 self-governing city districts. The city districts Prague 1–22 are the so-called “large” city districts with higher numbers of inhabitants and are mostly located in the inner city. The districts Prague 23–57 are the so-called “small” city districts with much lower numbers of inhabitants and are mostly located in suburban areas. In total, less than 10% of population live in the city districts Prague 23–57. Since 2001, the 57 city districts have been grouped into 22 administrative districts for state-administration purposes. One “large” city district in each administrative district has responsibility for providing services of state administration for the entire administrative district. One has to distinguish whether by Prague 4 is meant one of the self-governing city districts Prague 1–57 or one of the administrative districts Prague 1–22.

Each year, a part of the tax revenue of the City of Prague is allocated among its city districts. This allocation procedure is known as a “subsidy relation to city districts” (City of Prague, 2012). Various indicators can be used for subsidy allocation among the city districts that estimate the expected cost of local public administration. The political decision about the total subsidy and allocation criteria is made by the Prague City Assembly.

In 2007-2009, the subsidy allocation processes for the large city districts (Prague 1–22) with responsibility for providing services of state administration and the small city districts (Prague 23–57) were separated and different indicators were used for these two groups of city districts. This separation was also used in the following years. The allocation for the large city districts Prague 1–22 was based on three criteria: income tax paid by physical persons -

entrepreneurs, population and territory. The minimum average subsidy per inhabitant was gradually increased: 2200 CZK in 2007, 2300 CZK in 2008, and 2400 CZK in 2009. The allocation for the small city districts Prague 23–57 was based on six criteria: population (40%), territory (15%), the number of pupils at primary schools and kindergartens (20%), the area urban green (10%), the road maintenance measured as area of roads in square meters (10%), and units of volunteer fire fighters (5%). In 2010, due to the worsened economic situation, subsidy for each district was indexed by 93.5% of the 2009 subsidy; however the minimum subsidy per inhabitant 2400 CZK was preserved. In 2011, the 2009 criteria were used again and the minimum average subsidy 2400 CZK per inhabitant was used.

In 2012–2013, six criteria are used to calculate subsidies for the large city districts Prague 1–22 (City of Prague, 2012). The city districts received 30% of income tax paid by physical persons—entrepreneurs (average 2008–2010), which made 9.5% of the total subsidy. The rest of the total subsidy was distributed according to five criteria and their weights: population (30%), territory (10%), the number of pupils at primary schools and kindergartens owned by the city district (30%), the area of urban green served by the city district (20%), and the road maintenance measured as the area of the roads served by the city district in square meters (10%). It may look as if the income tax has some specific position in the allocation. However, it does not. It just means that the real weights of criteria are as follows: income tax (9.5%), population (27.1%), territory (9.0%), the number of pupils and students (18.1%), the area of urban green (18.1%), and the road maintenance (9.0%). The minimum average subsidy 2400 CZK per inhabitant was again used.

2 METHODS

The objective of the City of Prague is to find such a set of criteria and such a set of relative weights that estimate the expected cost of local public administration best. Once the value of total subsidy is set by the City of Prague, a higher value of subsidy for one city district can be achieved only by lower subsidies for the other districts. The number of feasible solutions is infinite and various stakeholders try to manipulate the criteria included in the calculation and their weights. We will present two quantitative methods: the first method is based on multiple-criteria decision making and the second one is a specific DEA model.

2.1 Multiple Criteria Decision Making

Let us have m city districts and n allocation criteria. In this case, the values are $m=22$ and $n=6$. The real values for city district i in each criteria j are y_{ij} . The relative proportion of city district i in dimension j on the total sum for all city districts is denoted r_{ij} and is calculated as

$$r_{ij} = y_{ij} / \sum_{i=1}^m y_{ij} . \quad (1)$$

The total budget subsidy is denoted B . The subsidy to district i is denoted s_i . Let us suppose that population (the criterion considered as the most important) will have the minimum weight at least 20% and each other criterion will have the minimum weight at least 5%. We will denote population as criterion 1. The best case scenario, an upper limit of the subsidy for the i th city district u_i , is that subsidy is calculated as

$$u_i = (0.55 \max_j r_{ij} + 0.20 r_{i1} + 0.05 \sum_{j=2}^6 r_{ij}) B . \quad (2)$$

On the other hand, the worst case scenario, a lower limit of the subsidy l_i , is calculated as

$$l_i = (0.55 \min_j r_{ij} + 0.20 r_{i1} + 0.05 \sum_{j=2}^6 r_{ij}) B. \quad (3)$$

One of the rational conditions for resource allocation is that the level of minimal satisfaction in comparison to lower and upper subsidy limits is maximized. This can be expressed as

$$\frac{s_i - l_i}{u_i - l_i} \geq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

where a is the maximal level of minimal satisfaction that ranges between 0 and 1. The sum of l_i gives us information about what part of total subsidy B is allocated irrespectively of the real values of weights. On the other hand, the sum of u_i , which is greater than B , represents the sum of ideal (upper) values for each district. By comparing the distances between the available budget B and the sum of lower subsidy limits and between the sums of upper and lower subsidy limits one obtains the value a directly from:

$$a = \frac{B - \sum_{i=1}^m l_i}{\sum_{i=1}^m u_i - \sum_{i=1}^m l_i}. \quad (5)$$

The value of subsidy for i th city district is then calculated from:

$$s_i = l_i + a(u_i - l_i) \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

2.2 Zero-Sum-Gains DEA

DEA evaluates technical efficiency of a production unit with the help of mathematical programming (Cooper, Seiford, Tone, 2000, Jablonský, Dlouhý, 2004). DEA allows each unit to choose its own weights of inputs and outputs in order to maximize its efficiency score. A technically efficient unit is able to find such weights of inputs and outputs that it lies on the production frontier.

The objective of each city district is to use the available criteria in order to maximize the subsidy. The total subsidy distributed among the districts is fixed. The money allocated to one district means that the subsidies to the other districts have to be reduced. For this type of resource allocation problem, with the total sum of inputs or outputs being fixed, the zero-sum-gains DEA model (ZSG-DEA) was developed (Lins, Gomes, et al., 2003, Gomes, Da Silva e Souza, 2010). The idea is to re-allocate inputs or outputs in such a way that all units will become technically efficient. In the ZSG-DEA model with one output (subsidy), the model can be simplified. Suppose that the City will allocate a constant budget B among n districts based on given inputs. In the initial output-oriented DEA model, regardless of the input level, the amount B/n is allocated to each district. Then we solve a DEA model with the single constant output and six inputs and obtain values h_{DEAi} . The final projection of output (subsidy) calculated as $h_{DEAi}/\Sigma h_{DEAi}$ is ZSG-DEA efficient.

3 EXPERIMENTS

The input data on six criteria used for the 2013 subsidy allocation among the large city districts Prague 1–22 are presented in Table 1 (City of Prague, 2012).

Table 1: Description of Criteria, Prague 1 – Prague 22

District	Population	Territory in km²	Students	Urban Green	Roads	Income Tax
Prague 1	29 857	5.51	2 977	43.0	13 413	66 901
Prague 2	49 237	4.18	4 367	58.5	8 862	56 863
Prague 3	71 140	6.48	5 272	68.7	34 289	39 433
Prague 4	127 723	24.20	11 447	248.6	261 144	87 048
Prague 5	81 161	27.50	6 366	87.0	204 290	58 129
Prague 6	97 951	41.56	9 694	209.0	501 522	99 305
Prague 7	41 416	7.12	3 037	7.0	30 630	23 826
Prague 8	103 757	21.80	9 091	207.0	148 652	58 036
Prague 9	53 382	13.31	3 486	120.0	140 641	17 062
Prague 10	108 998	18.60	7 641	145.0	208 085	50 748
Prague 11	77 170	9.79	7 316	227.4	313 640	23 021
Prague 12	54 426	23.32	5 191	136.0	633 960	18 442
Prague 13	59 874	13.23	6 781	166.4	502 047	23 057
Prague 14	45 822	13.53	4 189	91.4	400 229	9 825
Prague 15	30 954	10.25	2 805	53.9	168 983	10 237
Prague 16	8 141	9.30	935	14.2	253 430	4 999
Prague 17	24 973	3.25	2 174	38.9	136 475	7 106
Prague 18	17 323	5.61	1 739	24.0	201 770	1 934
Prague 19	6 627	6.00	763	22.6	137 619	1 988
Prague 20	15 028	16.94	2 094	46.6	663 611	7 898
Prague 21	10 334	10.15	1 144	33.5	313 008	6 562
Prague 22	9 025	15.62	1 159	20.4	256 425	4 035

The real values of subsidies and results of the MCDM model and ZSG-DEA model are presented in Table 2. The values of subsidies are presented before the application of the average minimum subsidy per inhabitant rule (2400 CZK in 2013) in order to show the results of the original allocation model. The results of the MCDM and ZSG-DEA models are presented in thousands CZK and in percentages from total subsidy to show the impact of these models. In both allocation models, “suburban” city districts Prague 6, 12, 16, 18, 19, 20, 21, and 22 are better off from allocations suggested by both models. On the other hand, “central” city districts Prague 2, 3, and 8 are the greatest losers in case of the ZSG-DEA model, and districts Prague 3, 4, and 8 in case of the MCDM model.

Table 2: Subsidies in 2013 (in thousands CZK) in comparison with two models

District	Real values	MCDM (2013=100%)	MCDM in CZK	ZSG-DEA (2013=100%)	ZSG-DEA in CZK
Prague 1	79 955	136	108 555	74	59 261
Prague 2	103 713	104	107 493	57	59 261
Prague 3	126 361	86	108 044	53	66 941
Prague 4	298 481	87	260 308	80	237 790
Prague 5	177 680	100	177 603	98	174 060
Prague 6	283 887	107	303 220	113	320 584
Prague 7	68 633	91	62 408	86	59 261
Prague 8	237 145	82	195 434	73	174 128
Prague 9	117 030	97	113 882	77	90 177
Prague 10	211 841	93	197 357	84	178 138
Prague 11	197 135	93	183 606	77	150 989
Prague 12	166 996	105	175 759	158	264 686
Prague 13	177 471	93	165 199	106	188 163
Prague 14	120 295	96	115 106	133	159 405
Prague 15	76 372	91	69 750	115	88 129
Prague 16	37 667	147	55 260	157	59 261
Prague 17	55 204	91	50 330	107	59 261
Prague 18	46 284	104	48 182	128	59 261
Prague 19	28 282	113	32 078	210	59 261
Prague 20	86 089	153	131 928	151	129 745
Prague 21	49 623	140	69 532	178	88 490
Prague 22	46 763	132	61 875	143	66 656

4 CONCLUSION

We have described the subsidy allocation process and showed the problem that the City of Prague has to face in order to determine an optimal set of allocation criteria and their weights. We have presented two allocation methods based on the MCDM and the ZSG-DEA model. All the calculations have to be seen as illustrative examples. We are not able to offer any definitive answers about which allocation model is the best one; however an analysis of the allocation process can help us in understanding the nature of the allocation problem.

Acknowledgements

The research is funded by the Internal Grant Agency of the University of Economics in Prague, project no. F4/19/2013.

References

1. CITY OF PRAGUE. 2012. Resolution of the City Council no. 1892 on proposal of budget of the City of Prague for year 2013, of subsidy relations to city districts of the City of Prague for year 2013, and budget outlook till 2018.
2. COOPER, W. W., SEIFORD, L.W., TONE, K. 2000. Data envelopment analysis. Boston, Kluwer Academic Publishers.
3. GOMES, E. G., DA SILVA E SOUZA, G. 2010. Allocating financial resources for competitive projects using a zero sum gains DEA model. *Engevista*. No. 12, pp. 4-9.
4. JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. 2004. *Modely hodnocení efektivity produkčních jednotek*. Prague, Professional Publishing.

5. LINS, M. P. E., GOMES, E. G., SOARES DE MELLO, J. C. C. B., SOARES DE MELLO, A. J. R. 2003. Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model. European Journal of Operational Research. Vol. 148, pp. 312-322.

Kontaktné údaje

Doc. Ing. Mgr. Martin Dlouhý, Dr., MSc.

VŠE v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 448

email: dlouhy@vse.cz

POUŽITIE VIACKRITERIALNYCH METÓD PRI VEREJNOM OBSTARÁVANÍ

USE OF MULTIPLE CHOICE METHODS IN STATE ORDERS

Miroslava Dolinajcová¹, Ivan Brezina Jr.¹

Abstrakt

V tomto príspevku sa budeme venovať metódam, ktoré môžu byť použité pri výbere štátnej objednávky. Príspevok je zameraný na metódy viackriteriálneho rozhodovania. Hlavná idea je ukázať, ako môžu byť použité metódy PROMETHEE, konkrétne PROMETHEE II. Ukážeme príklad PROMETHEE II pri výbere spoločnosti, ktorá vystaví 16 km diaľnice a nájdeme riešenie, ktoré bude transparentné a bude zahŕňať všetky kritériá dôležité pre ministerstvo.

KLúčové slová: PROMETHEE II, výber, poradie

Abstract

In this paper we discuss the methods, which can be used by choice of state orders. The paper is focused in methods of multiple criteria choice. The main idea is to show, how can be used the methods of PROMETHEE, concrete PROMETHEE II. We show the example of PROMETHEE II by the choice of company, which will build the 16 km of highways and find the solution, which will be transparent and will include all the criteria important for ministry.

Keywords: PROMETHEE II, choice, chart

ÚVOD

V tomto príspevku predstavíme možnosti riešenia výberového konania pomocou kvantitatívnych metód, konkrétne metód viackriteriálneho rozhodovania, ktoré sa javia ako použiteľné, nakoľko umožňujú hodnotenie ponúk na základe viacerých faktorov, ktoré môžu poukázať na kvalitu ponuky. V tomto príspevku sa zameriame predovšetkým na metódu PROMETHEE II, ktorej nespornou výhodou je okrem jej jednoduchosti i zoradenie všetkých alternatív od najmenej po najväčšiu, čo umožní i výber náhradného kandidáta na danú úlohu.

1 VIACKRITERIÁLNE VYHODNOCOVANIE VARIANTOV

Metódy viackriteriálneho vyhodnocovania variantov sú často používané na konečné rozhodnutie výbere z viacerých alternatív na základe zvolených parametrov. Medzi ich nespornú výhodu patrí najmä možnosť rozhodnutia sa na základe viacerých kritérií, ktoré môžu zohľadniť a ktoré nám pomôžu lepšie zachytiť realitu. Medzi najčastejšie používané takéto metódy patria metódy ELECTRE, PROMETHEE, TOPSIS, WSA a MAPPCC. Tieto metódy nám poskytujú riešenia, ktoré nám zoradia možné alternatívy úplne, prípadne čiastočne v závislosti od použitej metódy. V tomto príspevku sa budeme venovať metódam

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia interného grantového projektu Ekonomickej univerzity v Bratislave (č. I-13-109-00) „Využitie optimalizačných metód v oblasti zvyšovania kvality verejnej správy“ ¹ This paper is supported by Grant No. IGP No. I-13-109-00 of the University of Economics in Bratislava, " The use of optimization methods in improving of the quality of public administration"

triedy PROMETHEE, ktoré poskytujú dostatočné informácie, ktoré môžu byť použité pri výbere konkrétneho subjektu pri štátnom obstarávaní.

1.1 PROMETHEE

Metódy triedy PROMETHEE riešia problémy komplexného vyhodnocovania variantov. Základ tejto metódy navrhnujej európskou školou viackriteriálnej analýzy tvoria indexy viackriteriálnej preferencie a zovšeobecnené kritériá z ktorých vychádza. Poskytujú dostatočné informácie, medzi ich slabú stránku však patrí výrazný vplyv hodnotiteľa, ktorého preferencie zohrávajú značný vplyv pri hľadaní najlepšieho z daných variantov. Hodnotiteľ udáva váhy kritérií, na základe ktorých je následne vyberaná najlepšia alternatíva. Preto je okrem použitej metódy dôležitý i ľudský faktor, ktorý priradí dôležitosť jednotlivým faktorom, na základe nakoniec vznikne konečné riešenie. Tieto metódy však zabezpečujú väčšiu transparentnosť, najmä pokiaľ Hodnotiteľ nevie o konkrétnej ponuke ešte pred stanovením váh jednotlivých kritérií.

Do metód triedy PROMETHEE patria tri metódy a to PROMETHEE I, PROMETHEE II A PROMETHEE III. PROMETHEE I nám poskytuje iba čiastočné usporiadanie alternatív stačí nám však na získanie najlepšej z nich a poskytne nám tiež závery, ktoré svedčia o tom, že niektoré z daných alternatív sú pre nás neporovnateľné. PROMETHEE II nám na rozdiel od PROMETHEE I poskytuje úplné zoradenie alternatív. Miernou nevýhodou tejto metódy je, že zanedbáva jednotlivé vzťahy medzi alternatívami, čím môže dôjsť k miernemu skresleniu. PROMETHEE III rovnako ako i metóda PROMETHEE II absolútne usporadúva alternatívy. Ich rozdiel spočíva iba v ich metodológii, výsledky dosiahnuté PROMETHEE III sa však zväčša nelíšia od výsledkov získaných pomocou PROMETHEE II.

1.2 PROMETHEE II

Metóda PROMETHEE II má rovnako ako i ostatné viackriteriálne úlohy všeobecný zápis:

$$\max\{y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \mid y \in Y\},$$

pričom y predstavuje k - rozmerný vektor kritériálnych funkcií a Y predstavuje množinu vyhodnocovaných alternatív. Na riešenie PROMETHEE II sa používa čistý tok, na základe ktorého je možné absolútne zoradiť skúmané alternatívy. Zoradenie alternatív sa potom riadi nasledovným:

$$\begin{cases} y' P^II y'', \text{ ak } \phi(y') > \phi(y'') \\ y' I^II y'', \text{ ak } \phi(y') = \phi(y'') \end{cases}$$

Na zistenie čistého toku je však potrebné stanoviť si intenzity preferencie na základe porovnania alternatív z hľadiska i -tého kritéria. Toto sa udeje na základe preferenčnej funkcie, ktorá môže mať viacero podôb v závislosti od charakteru konkrétneho kritéria. Priebeh jednotlivých funkcií, ktoré môžu byť použité sú znázornené v Tabuľke 1.

Tabuľka 1: Typy preferenčných funkcií

Typ	Definícia	Parametre
I.	$H_i(d_i) = \begin{cases} 0, & \text{ak } d_i = 0 \\ 1, & \text{ak } d_i > 0 \end{cases}$	-
II.	$H_i(d_i) = \begin{cases} 0, & \text{ak } d_i \leq q \\ 1, & \text{inak} \end{cases}$	Q

III.	$H_i(d_i) = \begin{cases} d_i / p, & \text{ak } d_i \leq p \\ 1, & \text{ináč} \end{cases}$	P
IV.	$H_i(d_i) = \begin{cases} 0, & \text{ak } d_i \leq q \\ \frac{1}{2}, & \text{ak } q < d_i \leq p \\ 1, & \text{ináč} \end{cases}$	q, p
V.	$H_i(d_i) = \begin{cases} 0, & \text{ak } d_i \leq q \\ \frac{ d_i - q}{p - q}, & \text{ak } q < d_i \leq p \\ 1, & \text{ináč} \end{cases}$	q, p
VI.	$H_i(d_i) = 1 - e^{-\frac{d_i^2}{2\sigma^2}}$	Σ

Zdroj:[2]

2 PRAKTICKÉ VYUŽITIE METÓDY PROMETHEE II NA VÝBER ZHOTOVITEĽA ŠTÁTNEJ ZAKÁZKY

Pre ukázanie možností praktického využitia metód triedy PROMETHEE pri zlepšovaní fungovania a transparentnosti štátnej správy sme sa rozhodli aplikovať metódu viackriteriálneho vyhodnocovania alternatív PROMETHEE II na ukázkovom príklade pre tender na výstavbu diaľničného úseku. Prípadová štúdia sa zaoberá výberom zo spoločností, ktoré majú záujem o výstavbu 16 km úseku diaľnice, pričom ministerstvo ako zadávateľ objednávky sa rozhodlo, že podstatnými pri tomto výbere budú: výška vynaložených finančných prostriedkov, dĺžka realizácie projektu, bodové hodnotenie realizačného plánu, počet vytvorených pracovných miest, poskytovaná záruka, predpokladaná životnosť.

Pre väčšiu transparentnosť oslovilo ministerstvo odborníka z praxe, ktorý vyhodnotil význam jednotlivých parametrov pre výber zhotoviteľa. Tak boli stanovené váhy, ktoré sú potrebné pre aplikáciu metódy PROMETHEE II. Tieto váhy sú zachytené v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Váhy kritérií výberu zhotoviteľa úseku diaľnice

Výška vynaložených fin. prostriedkov	Dĺžka realizácie projektu	Bodové hodnotenie realizačného plánu	Počet vytvorených pracovných miest	Poskytovaná záruka	Predpokladaná životnosť
0.247933884	0.1983471	0.09090909	0.115702479	0.181818182	0.1652893

Zdroj: vlastné spracovanie

Na základe jednotlivých ponúk (podstatné parametre zhrnuté v Tabuľke 3) je možné pomocou metódy PROMETHEE II vytvoriť poradie uchádzačov na výstavbu diaľnice na základe pre zadávateľa podstatných parametrov, ako i váh, ktoré boli vytvorené nezávislým odborníkom. Bol pritom dodržaný maximalizačný, či minimalizačných charakter parametrov a to následne:

- Maximalizačné parametre: bodové hodnotenie realizačného plánu, počet vytvorených pracovných miest, poskytovaná záruka, predpokladaná životnosť

- Minimalizačné parametre: výška vynaložených finančných prostriedkov, dĺžka realizácie projektu

Tabuľka 3: Ponuka jednotlivých uchádzačov

	Výška vynaložených fin. prostriedkov	Dĺžka realizácie projektu	Bodové hodnotenie realizačného plánu	Počet vytvorených pracovných miest	Poskytovaná záruka	Predpokladaná životnosť
Firma A	78 000 000.00	7	27	1000	20	70
Firma B	75 000 000.00	5	22	750	20	65
Firma C	78 900 000.00	6.5	24	600	15	70
Firma D	77 800 000.00	7	25	500	20	80
Firma E	78 500 000.00	8	27	600	30	80
Firma F	76 000 000.00	5	26	450	20	75
Firma G	77 000 000.00	7.5	25	500	30	65

Zdroj: vlastné spracovanie

Ministerstvo teda získalo celkové poradie účastníkov, ktorým by sa malo riadiť pri konečnom výbere zhotoviteľa (Tabuľka 4).

Tabuľka 4: Konečné poradie uchádzačov

Poradie:	
1	Firma C
2	Firma G
3	Firma D
4	Firma A
5	Firma E
6	Firma B
7	Firma F

Zdroj: vlastné spracovanie

ZÁVER

V tomto príspevku sme ukázali, ako je možné aplikovať metódy viackriteriálneho rozhodovania pri výberovom konaní. Použitie týchto metód pritom zabezpečuje transparentný výber uchádzača bez možnosti uprednostňovania niektorého z uchádzačov o zhotovenie danej objednávky. Tento výber je uskutočnený iba na základe ohodnotenia odborníka, ktorý nevie o jednotlivých ponukách a na základe jednej z metód triedy PROMETHEE. V tomto príspevku sme ukázali i možné uplatnenie PROMETHEE II, ktoré sa javí ako veľmi vhodné práve pre takýto typ úloh.

Použitá literatúra

1. Figueira, Josê a kol.. 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. 1. vyd. New York: Springer, 2005. 1045s. ISBN 0-387-23067-X.
2. Mlynarovič, V. 1998. *Modely a metódy viackriteriálneho rozhodovania*. 1. vyd. Bratislava: Ekonóm, 1998. s. 233. ISBN 80-225-0985-X.
3. Pekár, J. a kol. 2012. *Modelovanie rozmiestňovania recyklačných centier*. 1. vyd. Bratislava : Ekonóm , 2012. 228 s. ISBN 978-80-225-3349-2

Kontaktné údaje

Ing. Miroslava Dolinajcová.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: mdolinajcova@gmail.com

Ing. Ivan Brezina.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: brezina.ivan@gmail.com

ČASOVĚ ZÁVISLÉ PRIORITY V METODĚ ANP

TIME DEPENDENT PRIORITIES IN ANP METHOD

Petr Fiala

Abstrakt

Metoda ANP je vhodná pro stanovení priorit v síťových systémech, kde jsou různé typy závislostí mezi kritérii hodnocení a prvky systému. Při rychle se měnícím prostředí v síťových systémech hrají stále větší úlohu časově závislé priority. Pro dlouhodobější priority je možno vycházet z časově závislých párových porovnávání kritérií a prvků systému. Pro krátkodobé predikce je možno využít exponenciální vyrovnávání kompozičních dat. V příspěvku je navržena hybridní procedura, která kombinuje výhody obou postupů.

***Klíčová slova:** metoda ANP, časově závislá srovnání, kompoziční data*

Abstract

The ANP method is suitable for the determination of priorities in network systems where there are different types of dependencies between the evaluation criteria and elements of the system. Time dependent priorities play an increasingly important role in a rapidly changing environment of network systems. Long-term priorities can be based on time dependent comparisons of criteria and system elements. Short-term predictions can be based on using of compositional data exponential smoothing. The paper proposed a hybrid procedure that combines the advantages of both approaches.

***Keywords:** ANP method, time dependent comparisons, compositional data*

1 ÚVOD

Současné ekonomické systémy vykazují stále více dvě základní charakteristiky:

1. Síťový charakter.
2. Dynamický charakter.

Pro jejich hodnocení je potřeba vyvinout odpovídající metody. Metoda ANP (Analytic Network Process) (Saaty, 2001) je zobecněná verze populární metody AHP (Analytic Hierarchy Process), která je určena pro stanovení priorit v síťových systémech, kde se berou v úvahu různé typy závislostí a zpětných vazeb mezi prvky systému. Metoda ANP je brána jako standard pro síťové modely. Vyjádření dynamického charakteru systémů je předmětem zájmu výzkumu (Saaty, 2007, Raharjo, 2009, Fiala, 2006). Další části článku seznamují s modelováním časově závislých párových srovnávání pomocí funkcí párových srovnávání. Tento přístup je vhodný pro dlouhodobější predikce. Další přístup je založen na predikci pomocí exponenciálního vyrovnávání kompozičních dat. Kompoziční data jsou vhodná pro analýzu relativních dat, jako jsou právě priority. Exponenciální vyrovnávání kompozičních dat je vhodné pro krátkodobé prognózy změn priorit. Článek navrhuje hybridní proceduru, která kombinuje a vzájemně obohacuje oba postupy.

2 ČASOVĚ ZÁVISLÁ PÁROVÁ POROVNÁVÁNÍ

Struktura modelu ANP (Saaty, 2001) je popsána klastry prvků a jejich vzájemnými závislostmi. Klastry seskupují prvky, které mají společné atributy. Alespoň jeden prvek klastru je spojen s nějakým prvkem jiného klastru.

Supermatice

Pro ohodnocení všech vazeb je použita metoda párových srovnání jako u metody AHP. Párová srovnání jsou vstupy pro výpočet globálních priorit v síťovém systému. Tzv. supermatice je matice porovnávající všechny prvky systému navzájem. Váhy, vypočtené na základě párových srovnání prvků systému, jsou obsahem jednotlivých sloupců supermatice. Supermatice je složena z matic porovnávajících prvky jednoho klastru s prvky jiného klastru W_{ij} . Tyto matice, pokud jsou nenulové (zachycují vliv prvků jednoho klastru na prvky jiného klastru), jsou sloupcově stochastické, tj. součet prvků ve sloupci je roven jedné. Součet prvků ve sloupci supermatice je roven počtu porovnávaných klastrů.

Vážená supermatice

Párovým srovnáním jednotlivých klastrů postupně vůči všem klastrům dostaneme vektory vah klastrů. Vynásobením jednotlivých matic W_{ij} supermatice odpovídajícími vahami v_{ij} , dostaneme ze supermatice tzv. váženou supermatici, zachycující důležitost vazeb mezi klastry. Vážená supermatice je již sloupcově stochastická a její prvky vyjadřují hodnocení přímého vlivu mezi prvky.

Limitní matice

Jestliže budeme vytvářet mocniny vážené supermatice, budou tyto mocniny vyjadřovat i další nepřímé vlivy, zprostředkované vazbami přes další prvky. Po určitém počtu iterací se mocniny vážené supermatice stabilizují k tzv. limitní matici. Sloupce bloků matice jsou identické a vyjadřují globální priority prvků.

Dynamizace metody ANP

Dynamické rozšíření metody ANP může pracovat s časově závislými prioritami v síťovém systému. Existují dva přístupy pro časově závislá párová srovnání:

- strukturální, zahrnující scénáře,
- funkční s explicitním zahrnutím času do porovnávacího procesu.

Matice párových srovnání v dynamickém tvaru

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1k}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2k}(t) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1}(t) & a_{k2}(t) & \dots & a_{kk}(t) \end{bmatrix}$$

Pro funkční dynamiku se používá analytické nebo numerické řešení. Pro rozsáhlejší systém je nutno použít numerické řešení. Základní myšlenkou numerického řešení je získat časově závislé váhy pomocí simulace.

Při dlouhodobém predikování párových srovnání pomocí funkcí je problém udržování konzistence párových srovnání. Byl navržen postup na základě exponenciálního vyrovnávání, který je však vhodný pro krátkodobé predikce.

3 ANALÝZA KOMPOZIČNÍCH DAT

S kompozičními daty se setkáváme všude, kde potřebujeme pracovat s daty, obsahujícími pouze relativní informaci, což je vhodné pro práci s váhami (viz Aitchison, 1986). Na prostoru

$$S^k = \left\{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k), x_i > 0, i = 1, 2, \dots, k, \sum_{i=1}^k x_i = 1 \right\}$$

jsou definovány následující operace.

Operátor uzavření $C(\mathbf{x})$:

pro každý vektor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k) \in \mathbb{R}_+^k$

$$C(\mathbf{x}) = \left(\frac{x_1}{\sum_{i=1}^k x_i}, \frac{x_2}{\sum_{i=1}^k x_i}, \dots, \frac{x_k}{\sum_{i=1}^k x_i} \right).$$

Sčítání:

Pro každé dva vektory $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in S^k$

$$\mathbf{x} \oplus \mathbf{y} = C(x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_k y_k).$$

Násobení:

pro každý vektor $\mathbf{x} \in S^k$ and $\alpha \in \mathbb{R}_+$

$$\alpha \otimes \mathbf{x} = C(x_1^\alpha, x_2^\alpha, \dots, x_k^\alpha)$$

Rozdíl:

$$\mathbf{x} \ominus \mathbf{y} = \mathbf{x} \oplus (-1 \otimes \mathbf{y})$$

Pro predikci vah v krátkém časovém období je možno použít exponenciální vyrovnávání kompozičních dat.

Jednoduché exponenciální vyrovnávání

Vektor pozorování v čase t

$$\mathbf{x}_t = (x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}), x_{ti} > 0, i = 1, 2, \dots, k, \sum_{i=1}^k x_{ti} = 1.$$

Vektor predikcí v čase t

$$\mathbf{y}_t = (y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tk}), y_{ti} > 0, i = 1, 2, \dots, k, \sum_{i=1}^k y_{ti} = 1.$$

Vzorec pro jednoduché exponenciální vyrovnávání kompozičních dat

$$y_t = \alpha \otimes x_{t-1} \oplus (1 - \alpha) \otimes y_{t-1}.$$

Dvojité exponenciální vyrovnávání

Zavedeme označení:

vektor trendových hodnot \mathbf{u}_t a vektor sklonů \mathbf{v}_t .

vyrovnávací konstanta $0 \leq \alpha \leq 1$, trendová konstanta $0 \leq \beta \leq 1$.

Vzorce pro dvojité exponenciální vyrovnávání kompozičních dat

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_t &= \alpha \otimes \mathbf{x}_t \oplus (1 - \alpha) \otimes (\mathbf{u}_{t-1} \oplus \mathbf{v}_{t-1}), \\ \mathbf{v}_t &= \beta \otimes (\mathbf{u}_t \ominus \mathbf{u}_{t-1}) \oplus (1 - \beta) \otimes \mathbf{v}_{t-1}, \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{u}_{t-1} \oplus \mathbf{v}_{t-1}. \end{aligned}$$

4 HYBRIDNÍ PROCEDURA

Pro predikování časově závislých priorit v metodě ANP navrhujeme hybridní proceduru, která kombinuje výhody dlouhodobého predikování párových srovnání a krátkodobých predikcí pomocí exponenciálního vyrovnávání kompozičních dat. Tato procedura rovněž vzájemně obohacuje oba postupy získáváním přesnějších dat. Oba postupy byly prezentovány v předcházejících částech a zde se omezíme na stručné shrnutí kroků hybridní procedury.

Krok 1: Formulace funkcí párových srovnání.

Krok 2: Testování a zlepšení konzistence párových srovnání.

Krok 3: Sbírání historických dat pomocí ANP priorit v čase.

Krok 4: Použití exponenciálního vyrovnávání kompozičních dat.

Krok 5: Výběr nejlepších hodnot konstant α, β s ohledem na minimální hodnotu chyby.

Krok 6: Prognózování priorit pro další časová období.

Krok 7: Reformulace funkcí párových srovnání založená na krátkodobém modelu. Přejdi na krok 2.

5 ZÁVĚR

Navržená hybridní procedura je pokusem o eliminaci nedostatků obou postupů a obohacení jejich předností a výhod. Hledání nástroje pro hodnocení dynamických síťových modelů je oblastí pro výzkum. Využití takového postupu v praxi by mělo čtené aplikace.

Výzkumný projekt je podporován grantem č. 13-07350S Grantové agentury České republiky a grantem č. IGA F4/19/2013, Fakulty informatiky a statistiky, VŠE, Praha.

Použitá literatura

1. Aitchison, J. (1986). The statistical analysis of compositional data. Chapman and Hall, London.
2. Fiala, P. (2006). An ANP/DNP analysis of economic elements in today's world network economy. Journal of Systems Science and Systems Engineering 15 (2), 131-140.
3. Raharjo, H.; Xie, M.; Brombacher, A. C. (2009). On modeling dynamic priorities in the analytic hierarchy process using compositional data analysis. European Journal of Operational Research, 194 (3), 834-846.
4. Saaty, T. L. (2001). Decision making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process, Pittsburgh, RWS Publications.
5. Saaty, T. L. (2007). Time dependent decision making; dynamic priorities in the AHP/ANP: Generalizing from points to functions and from real to complex variables. Mathematical and Computer Modeling 46, 860-891.

Kontaktní údaje

Prof. RNDR. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA

Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420 2) 24 095 447

email: pfiala@vse.cz

MODELY PRIESTOROVEJ EKONOMETRIE – MODEL SAR A MODEL SEM*

MODELS OF SPATIAL ECONOMETRICS – SAR MODEL AND SEM MODEL

Andrea Furková

Abstrakt

Príspevok je zameraný na formuláciu a problematiku odhadu existujúcich modelov priestorovej ekonometrie pre prierezné údaje. Nástroje priestorovej analýzy môžu byť využité pri analýze priestorového bodového procesu (Spatial Point Pattern Analysis), v geoštatistike (Geostatistics) alebo pri priestorovej analýze dát (Areal Data Analysis), kde zaradíme už spomínané modely a metódy priestorovej ekonometrie. V súčasnosti sa modely a metódy priestorovej ekonometrie dostávajú čoraz viac do popredia, čo je predovšetkým spôsobené tým, že daná metodológia zohľadňuje priestorové interakcie medzi geografickými jednotkami. V príspevku prezentujeme model s priestorovou závislosťou (Spatial Autoregressive Model – SAR) a model s priestorovou rôznorodosťou (Spatial Error Model – SEM)

Keľúčové slová: priestorová ekonometria, priestorová závislosť, priestorová heterogenita, model SAR, model SEM

Abstract

Paper deals with a formulation and an estimation of existing spatial cross-section econometric models. Tools of spatial analysis would be exploited in analysis of spatial point pattern, in geostatistics or in areal data analysis. In this paper we focused on an areal data analysis – spatial econometric models. Nowadays, models and methodological procedures of spatial econometrics become more popular due to the fact this methodology takes into account an interaction effects among geographical units. We focused on model that includes spatial lags (Spatial Autoregressive Model – SAR) and model with spatial errors (Spatial Error Model – SEM). Including spatial effects into econometric models result to complications with model estimation, these differences were presented and discussed.

Keywords: spatial econometric, spatial lags, spatial errors, model SAR, model SEM

1 ÚVOD

Tradičné regresné modely nezohľadňujú skutočnosť, že regióny, štáty, či iné hospodárske jednotky existujú a fungujú v spoločnom hospodárskom priestore a teda sa často vzájomne významne ovplyvňujú. Zohľadnenie priestorovej interakcie medzi sledovanými geografickými jednotkami sa v súčasnosti dostáva do popredia v oblasti aplikovanej ako aj teoretickej ekonometrie. Priestorová ekonometria ponúka množstvo modelov a metód, ktoré

* This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic - VEGA, grant no. 1/0595/11 "Analysis of Business Cycles in the Economies of the Euro Area (with Regards to the Specifics of the Slovak Economy) Using Econometric and Optimization Methods"

umožňujú zachytiť a zohľadniť priestorové efekty. Podľa [1] pojem priestorová ekonometria bol po prvýkrát použitý Jeanom Paelinckom, avšak korene priestorovej ekonometrie siahajú až do 19. storočia a prvú zmienku nachádzame v práci [14]. V súčasnosti sa o nástroje priestorovej ekonometrie rozširujú najmä modely z oblasti modelovania ekonomického rastu, či reálnej ekonomickej konvergencie regiónov, čo je v súčasnosti najmä v podmienkach EÚ rezonujúcou problematikou. Avšak upratnenie priestorovej ekonometrie je oveľa širšie, využitie nachádzame v ďalších oblastiach výskumu ako napr. v sociológii, biológii, či geografii. Všeobecne, nástroje priestorovej analýzy môžu byť využité pri analýze priestorového bodového procesu (Spatial Point Pattern Analysis), v geoštatistike (Geostatistics) alebo pri priestorovej analýze dát (Areal Data Analysis), kde zaraďujeme už spomínané modely a metódy priestorovej ekonometrie. Predmetom tohto článku sú práve modely a metódy priestorovej ekonometrie. Hlavným cieľom bude formulácia priestorových modelov – model SAR (Spatial Autoregressive Model – SAR) a model SEM (Spatial Error Model – SEM) a následne sa budeme venovať problematike odhadu týchto modelov nakoľko zahrnutie priestorových efektov do ekonometrického modelu prináša so sebou viacero problémov. Rozhodnutiu o voľbe modelu SAR, či SEM modelu, by mala predchádzať analýza založená na sérií testov, ktoré umožňujú identifikovať priestorovú závislosť a následne určiť ich formu. Na identifikáciu kladných a záporných priestorových závislostí medzi pozorovanými jednotkami môžeme využiť štatistiky ako napr. Moranov Index alebo Gearyho štatistiku (bližšie pozri napr. v [1], [4], [13]). Konštrukcia týchto štatistík vyžaduje použitie matice priestorových váh W , ktorá zachytáva priestorovú závislosť medzi sledovanými jednotkami. Táto matica sa najčastejšie konštruuje na základe vzájomnej polohy, resp. vzdialenosti. Na hlavnej diagonále tejto štvorcovej, symetrickej matice sa nachádzajú nuly a na určenie mimo diagonálnych prvkov existuje viacero prístupov. Problematika konštrukcie danej matice je v odbornej literatúre pomerne široko rozpracovaná, napr. v [1], [4]. Po identifikácii kladných, či záporných priestorových efektov, pristupujeme k testovaniu formy priestorových efektov. Moranova, či Gearyho štatistika umožňujú detekovať priestorové efekty ale na otestovanie ich typu môžeme využiť sériu ďalších testov napr. LM (Lagrange Multiplier) testy (bližšie pozri v napr. [1]). Na základe týchto testov môžeme dospieť k záveru o priestorovej závislosti alebo priestorovej rôznorodosti. Rozlišujeme teda dva základné typy priestorových efektov [1], [8], [13]:

- Priestorovú závislosť – autokoreláciu (spatial lags). O priestorovej autokorelácii hovoríme v prípade ak hodnota závislej premennej sledovanej jednotky je závislá od hodnôt ostatných jednotiek. S takouto situáciou sa stretávame pomerne často nakoľko napr. administratívne hranice jednotiek (napr. regiónov), ktorým podliehajú zozbierané údaje nevystihujú reálne rozdelenie regiónov, resp. skutočný charakter dáta generujúceho procesu. Model, ktorý zohľadňuje priestorové závislosti označujeme ako SAR model (Spatial Autoregressive Model).
- Priestorovú rôznorodosť – heterogenitu (spatial errors). Regióny môžu byť ovplyvňované faktormi, ktoré nie sú zahrnuté do modelu (tieto faktory môžu byť aj nepozorovateľné) a teda tomto prípade ovplyvnenie regiónu od jeho susedných vstupuje cez poruchový člen. Na zohľadnenie priestorových závislostí slúži napr. model SEM (Spatial Error Model).

Oba spomínané typy priestorovej závislosti vedú v klasickom regresnom modeli k problémom s odhadom parametrov. V prípade ak zanedbáme priestorovú autokoreláciu dochádza k nekonzistentným odhadom parametrov a ak nebudeme uvažovať s priestorovou heterogenitou získané odhady budú neefektívne.

2 MODEL SAR (SPATIAL AUTOREGRESSIVE MODEL)

V prípade, ak adekvátne testovacie štatistiky preukážu prítomnosť priestorových závislostí je potrebné tento fakt zohľadniť pri tvorbe modelu. Ako už bolo uvedené vyššie v modeli SAR závislá premenná y závisí od hodnoty premennej y ostatných – susedných jednotiek. Ide o tzv. efekt prelievania (spillover effect). Priestorový autoregresný model pre prierezné údaje môžeme naformulovať nasledujúco:

$$\mathbf{y} = \lambda \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (1)$$

kde

\mathbf{y} je vektor závislej premennej rozmeru $(N \times 1)$ (N je počet sledovaných jednotiek vo vzorke údajov),

\mathbf{X} je matica vysvetľujúcich premenných rozmeru $(N \times k+1)$ (k je počet vysvetľujúcich premenných),

\mathbf{W} je matica $(N \times N)$ priestorových váh,

$\boldsymbol{\beta}$ je vektor neznámych parametrov rozmeru $(1 \times k+1)$,

λ je priestorovo autoregresný koeficient,

\mathbf{u} je $(N \times 1)$ vektor poruchových členov.

$\mathbf{W}\mathbf{y}$ zachytáva vzťah medzi závislou premennou danej jednotky a tou istou premennou susedných jednotiek. Parameter λ reprezentuje smer a "silu" tejto závislosti a je teda hlavným predmetom záujmu. Môžeme si všimnúť, že $\lambda \mathbf{W}\mathbf{y}$ dáva zmysel, keďže prvky na hlavnej diagonálnej matici \mathbf{W} sú nulové, čo zabezpečuje, že y_j na ľavej strane rovnice nie je ovplyvnený tým istým y_j na pravej strane. Keďže sa y vyskytuje na oboch stranách rovnice nie je vhodné použiť metódu najmenších štvorcov, získané odhady budú skreslené a nekonzistentné. Model naformulovaný v rovnici (1) môžeme pretransformovať na redukovaný tvar:

$$(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{u} \quad (3)$$

Z tejto redukovanej formy vyplýva niekoľko potenciálnych problémov napr. nový poruchový člen $\mathbf{u}^* = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \mathbf{u}$ už nespĺňa predpoklad homoscedasticity a pravdepodobne daný model už nie je lineárny v parametroch z dôvodu nového neznámeho parametra λ . Na odhad modelu SAR sa zvyčajne aplikuje metóda maximálnej vierohodnosti (ML), ktorej postup na odhad tohto modelu v nasledujúcich krokoch priblížime. Model, z ktorého sa vychádza pri odhade má tvar ([1],[3]):

$$\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (4)$$

kde $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})$, $u \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ a \mathbf{W} riadkovo normalizovaná matica priestorových váh.

Potom logaritická funkcia vierohodnosti má tvar:

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}, \lambda, \sigma^2) = -(N/2) \ln \pi - (N/2) \ln \sigma^2 + \ln \|\mathbf{A}\| - \quad (5)$$

$$- (1/2\sigma^2) (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{A}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$

kde $\|\mathbf{A}\|$ je determinant matice \mathbf{A} . Z nutných podmienok prvého rádu dostaneme ML odhady pre:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{A}\mathbf{y} \\ &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} - \lambda (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}\mathbf{y} \\ &= \hat{\boldsymbol{\beta}}_0 - \lambda \hat{\boldsymbol{\beta}}_L \end{aligned} \quad (6)$$

kde $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0 = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}_L = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}\mathbf{y}$

a

$$\sigma^2 = (1/N)(\mathbf{e}_0 - \lambda \mathbf{e}_L)^T (\mathbf{e}_0 - \lambda \mathbf{e}_L) \quad (7)$$

kde

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}_0$$

$$\mathbf{e}_L = \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}_0$$

Následne substituujeme tieto získané odhady naspäť do (6) a získavame verziu vierohodnostnej funkcie v závislosti iba od parametra λ :

$$\ln L(\lambda)^* = C - (N/2) \ln \left[(1/N) (\mathbf{e}_0 - \lambda \mathbf{e}_L)^T (\mathbf{e}_0 - \lambda \mathbf{e}_L) \right] + \ln \|\mathbf{A}\| \quad (8)$$

Po maximalizácii tejto funkcie získavame ML odhad parametra λ (bližšie pozri v [13]).

3 MODEL SEM (SPATIAL ERROR MODEL)

V rámci tohto prístupu priestorová závislosť je modelovaná prostredníctvom poruchových členov s cieľom zohľadniť resp. zachytiť priestorovú rôznorodosť sledovaných jednotiek. SEM model má tvar:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = \rho \mathbf{W} \mathbf{u} + \mathbf{v}$$

kde \mathbf{v} je z normálneho rozdelenia so strednou hodnotou $E(\mathbf{v}) = 0$ a varianciou $E(\mathbf{v}^T \mathbf{v}) = \sigma^2 \mathbf{I}$. Poruchový člen \mathbf{u} z rovnice (9) môžeme prepísať nasledujúco:

$$(\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}) \mathbf{u} = \mathbf{v} \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})^{-1} \mathbf{v}$$

Transformovaný model získame dosadením (10) to (9) :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})^{-1} \mathbf{v} \quad (11)$$

Problémom danej formulácie je heteroskedasticita $(\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})^{-1} \mathbf{v}$ a nelineárnosť parametra ρ . SEM model môžeme naformulovať aj nasledujúco:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{B} \mathbf{u} = \mathbf{v} \quad (12)$$

$$\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})$$

Logaritmická vierohodnostná funkcia pre model nadefinovaný v (12) je:

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}, \rho, \sigma^2) = -(N/2) \ln \pi - (N/2) \ln \sigma^2 + \ln \|\mathbf{B}\| - \quad (13)$$

$$- (1/2\sigma^2) (\mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} (\mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})$$

Metódou GLS (zovšeobecnená metóda najmenších štvorcov) získame odhady $\boldsymbol{\beta}$ a proces odhadu σ^2 je obdobný ako pri modeli SAR. Následne substituujeme tieto získané odhady naspäť do (13) a získavame verziu vierohodnostnej funkcie v závislosti iba od parametra ρ :

$$\ln L(\rho)^* = C - (N/2) \ln \left[(1/N) \mathbf{e}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{e} \right] + \ln \|\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}\| \quad (14)$$

$$\text{kde } \mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$$

Problémom je, že $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$ závisí od ρ . Riešenie daného problém predstavil Anselin (bližšie pozri v [1]), prostredníctvom interaktívnej procedúry.

Odhadovanie modelov priestorovej ekonometrie nie je v bežných ekonometrických softvéroch možné, odhady modelov priestorovej ekonometrie umožňujú softvérové produkty ako napr. GeoDa, Matlab a R-system

4 ZÁVER

Modely priestorovej ekonometrie sú široko aplikovateľné na rôzne nielen ekonomické problémy. Nástroje priestorovej analýzy môžu byť využité pri analýze priestorového bodového procesu (Spatial Point Pattern Analysis), v geoštatistike (Geostatistics) alebo pri priestorovej analýze dát (Areal Data Analysis), pričom predmetom tohto príspevku boli práve vybrané modely a metódy priestorovej analýzy dát – priestorovej ekonometrie. Zo spektra modelov sme sa zamerali na prierezné modely SAR a SEM, ktoré zohľadňujú priestorové interakcie medzi regiónmi. Aplikácií týchto modelov predchádza identifikácia kladných, či záporných priestorových závislostí medzi pozorovanými regiónmi a následné určenie správnej formy priestorovej interakcie. Dôležitým krokom analýzy je definovanie matice priestorových váh zachytávajúcej regionálny aspekt. Zahrnutie priestorových efektov do ekonometrického modelu prináša viacero problémov súvisiacich s odhadom parametrov modelu. Pre naformulované modely SAR a SEM sme priblížili odhadovú procedúru a špecifiká spojené s odhadom týchto modelov. V odbornej literatúre sa môžeme stretnúť s rôznymi rozšíreniami týchto základných modelov ako napr. Durbin model, SARAR (kombinácia SAR a SEM modelu), SARMA (Spatial Autoregressive Model with Moving Average Disturbances), SARARMA (Spatial Autoregressive Model with ARMA Disturbances) alebo rozšírenia týchto modelov na panelové údaje.

V empirickej literatúre sa v súčasnosti modely priestorovej ekonometrie využívajú najmä v oblasti modelovania regionálneho ekonomického rastu a konvergenencie. Zohľadnenie regionálnych interakcií sa stáva významným faktorom analýz. Avšak problematike priestorovej ekonometrie nie je v slovenskej odbornej literatúre venovaná primeraná pozornosť, preto hlavným zámerom príspevku bolo prispieť k obohateniu odbornej literatúry z oblasti modelov a metód priestorovej ekonometrie.

Použitá literatúra

- [1] Anselin, L. 1988. *Spatial econometrics: Methods and models*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1988. s. 284. ISBN 90-247-3735-4
- [2] Anselin, L. 2002. *Under the hood*. Issues in the specification and interpretations of spatial regression models. *Agricultural Economics* 27. 2002. s. 247-267. ISSN 1574-0862
- [3] Anselin, L. a kol. 2006. *Spatial panel econometrics*. In: Matyas, L. – Sevestre, P. The econometrics of panel data, Fundamentals and recent developments in theory and practice. Dordrecht: Kluwer, 2006. s. 950. ISBN 978-3-540-75889-1
- [4] Arbia, G. 2006. *Spatial Econometrics. Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. s. 220. ISBN-13 978-3-540-32304-4
- [5] Areal, F.J., Balcombe, K. a Tiffin, R. 2013. *Integrating spatial dependence into stochastic frontier analysis*. MPRA paper č. 24961, 2013. http://mpra.ub.uni-muenchen.de/24961/1/MPRA_paper_24961.pdf [Dostupné 12. 5. 2013]
- [6] Bivand, R.S., Edzer, J. Pebesma a Gómez, R. V. 2008. *Applied Spatial Data Analysis with R Use R!*. Springer, 2008. s. 371. ISBN-13: 978-0387781709
- [7] Chocholatá, M., Ivaničová, Z. a Surmanová, K. 2012. *Ekonometrické modelovanie*. Bratislava: Ekonóm. s. 350. ISBN 978-80-225-3381-2

- [8] Dmitry, P. 2011. *Efficiency of Broadband internet adoption in European Union member states*. Proceedings of the 11th International Conference “Reliability and Statistics in Transportation and Communication”, October 2011, s. 19-27. ISBN 978-9984-818-46-7
- [9] Feldkircher, M. 2006. *Regional Convergence within the EU-25: A Spatial Econometric Analysis*. Proceedings of OeNB Workshops „New Regional Economics in Central European Economies: The Future of CENTROPE“. č. 9, 2006
- [10] Krugman, P. 1991. *Increasing Returns and Economic Geography*. Journal of Political Economy 99. 1991. č..3. s. 483-499. ISSN: 0022-3808
- [11] LeSage, J.P. 1998. *Spatial Econometrics*. <http://www.spatial-econometrics.com/html/wbook.pdf> [Dostupné 12. 5. 2013]
- [12] LeSage, J.P. 1999. *The theory and practice of spatial econometrics*. <http://www.spatial-econometrics.com/html/sbook.pdf> [Dostupné 12. 5. 2013]
- [13] Viton, A. P. 2010. *Notes on Spatial Econometric Models*. <http://facweb.knowlton.ohio-state.edu/pvton/courses2/crp8703/spatial.pdf> [Dostupné 12. 5. 2013]
- [14] von Thunen, J.H. 1826. *Der Isolierte Staat*. In Beziehung aut Landwirtschaft und Nationaloekonomie. č. I, 1826

Kontaktné údaje

Ing. Andrea Furková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 832

email: andrea.furkova@euba.sk

SUBJEKTY STANOVUJÚCE CENU V KLASICKOM A REVERZNOM DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI¹

PRICE DETERMINING SUBJECTS IN THE CLASSIC AND THE REVERSE SUPPLY CHAIN¹

Pavel Gežík

Abstrakt

Cenu, resp. cenovú politiku si v rámci dodávateľského reťazca stanovujú jeho jednotlivé subjekty, a to buď samostatne alebo spoločne. V klasickom dodávateľskom reťazci sa tovar prepravuje od výrobcu k spotrebiteľovi, a teda o cene rozhodujú subjekty zapojené do tohto procesu prepravy tovaru k spotrebiteľovi. Ak sa jedná o reverzný dodávateľský reťazec, tak sú do tvorby cien zahrnuté i ďalšie subjekty. Práve tieto subjekty nemusia mať priamy vplyv na cenovú politiku jednotlivých subjektov klasického dodávateľského reťazca. Z toho dôvodu treba pre stanovovanie ceny poznať celú štruktúru a všetky subjekty dodávateľského reťazca.

Reverzné dodávateľské reťazce vznikajú za účelom znovuzhodnocovania už raz použitých materiálov. Toto znovuzhodnotenie môže mať pozitívny vplyv na cenu výrobku, keďže znižuje náklady na nákup nového materiálu.

Kľúčové slová: dodávateľský reťazec, cena, klasická a reverzná distribúcia.

Abstract

Price, rather a pricing policy in the supply chain is determined by the individual subjects, either individually or co-operatively. In classic supply chain, goods are distributed from the producer to the consumer and therefore the price is determined by subject involved in the process of goods distribution to the consumer. In case of reverse supply chain there are additional subjects comprised in the pricing process. Particularly these subjects do not have to have a direct impact on pricing policy of the respective subjects of mundane supplying chain. Therefore the overall structure and all supply chain components have to be known to stipulate the price.

Reverse supply chains are formed for the purpose of re-appreciation of the used materials. This re-appreciation can have a positive impact on the product price because it reduces the cost of purchasing of new materials.

Keywords: Supply Chain, Price, Classic and Reverse Distribution.

¹ This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic - VEGA, grant no. 1/0104/12 „MODELING SUPPLY CHAIN PRICING POLICY IN A COMPETITIVE ENVIRONMENT“ and the Grant IGP No. I-13-108-00 of the University of Economics in Bratislava, "RECYCLING EFFICIENCY IN BUSINESS ENVIRONMENT, "GREEN LOGISTICS" AND "GREEN IMAGE" ENTERPRISE".

ÚVOD

Nové trendy v riadení hospodárskych činností spočívajú nie len v optimalizácii finančných ukazovateľov, teda minimalizácii nákladov a maximalizácii zisku, ale taktiež apelujú i na environmentálnu stránku výrobného procesu. Práve tieto trendy spôsobili, že sa do klasických dodávateľských reťazcov dostali i reverzné procesy, a tým vznikli i reverzné dodávateľské reťazce. Tie sa zaoberajú nie len prepravou tovaru od výrobcov k spotrebiteľom, ale zabezpečujú aj návrat použitých produktov za účelom znovuzhodnotenia.

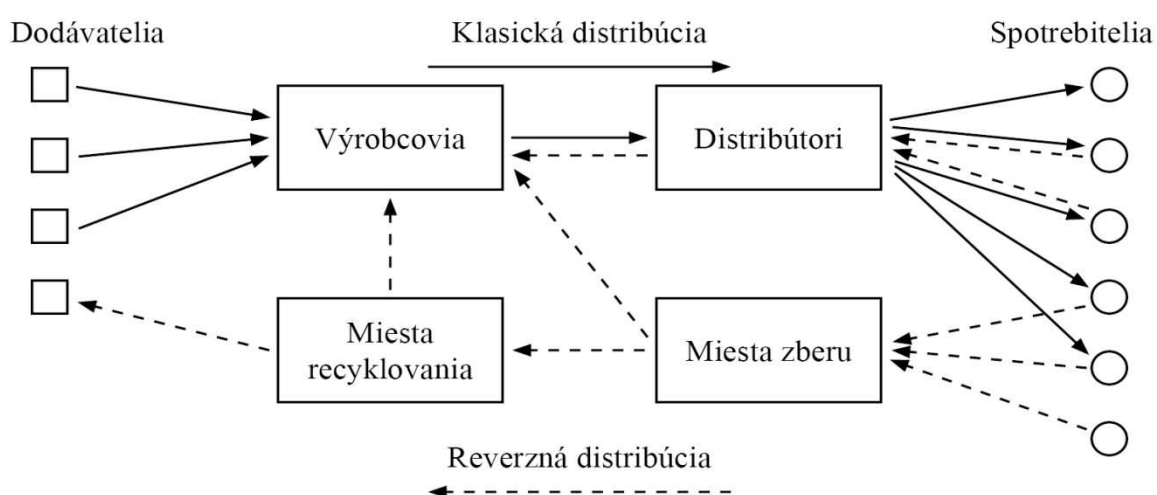
Znovuzhodnotenie už raz vyrobených produktov má prispievať nie len k znižovaniu odpadu, ale i k minimalizácii nákladov spojených s nákupom nového materiálu. Práve takáto stratégia má pozitívny vplyv na cenu a tým pádom aj na cenovú politiku, o ktorej možno povedať, že má pozitívny vplyv na životné prostredie. Výrobcovia teda nehľadajú len spôsob ako doručiť tovar na všetky miesta jeho odbytu ale zaujíma ich tiež to, ako sa k nim tento tovar dostane po skončení svojej životnosti.

Kombinácia klasickej a reverznej distribúcie vytvára uzavretú slučku toku výrobku v rámci celého dodávateľského reťazca. Potom takýto dodávateľský reťazec možno definovať ako ideu, kontrolu a obsluhu systému, ktorého cieľom je maximalizovať hodnotu výrobného procesu počas celej dĺžky životného cyklu produktu s dynamickou obnovou hodnoty z rozdielnych typov a veľkostí z výstupu (Guide, Van Wassenhove, 2009). Zároveň ho možno chápať ako proces využitia ekologicky šetrných vstupov a transformáciu týchto vstupov na výstupy, ktoré sa môžu použiť na konci životného cyklu, a tak umožnia vytvoriť udržateľný dodávateľský reťazec (Guide, Van Wassenhove, 2009).

1 KLASICKÁ A REVERZNÁ DISTRIBÚCIA

K správne pochopeniu rozdielu medzi klasickým a reverzným dodávateľským reťazcom je nutné poznať pojmy ako klasická distribúcia a reverzná distribúcia.

Obrázok 1² znázorňuje jednoduchú, resp. základnú schému tokov reverznej distribúcie (spotrebiteľ – výrobca), ktorá ilustruje možnosť vytvorenia reverzného toku v kombinácii s klasickým tokom v rámci kanálov dopravujúcich výrobky od výrobcu k spotrebiteľovi.



Obrázok 1 Klasická a reverzná distribúcia zásob

² FLEISCHMANN, M. a kol: Quantitative models for reverse logistics: A review, European Journal of Operational Research 103 (1997), s. 1-17.

Cieľom klasickej distribúcie tovarov je zabezpečiť aby boli vyrobené produkty prepravené od výrobcu k miestu odbytu, teda k spotrebiteľovi. Tento pohyb tovaru je základnou myšlienkou distribúcie tovarov a podmieňuje vybudovanie kompletnej siete distribučných kanálov.

Reverzná distribúcia sa venuje „spätnej“ distribúcii tovaru. Na to nemusí zákonite vytvárať nové distribučné kanály určené priamo na zber a transport použitých tovarov, ale môže prebiehať prostredníctvom kanálov, ktoré sú využívané pri klasickej distribúcii alebo prostredníctvom ich kombinácie. Preto sa zásoby môžu vytvárať na tých istých miestach, pričom ich charakter bude rôzny, teda budú to zásoby produktov určených na predaj ale aj zásoby vrátených produktov.

2 SUBJEKTY V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI

V klasickom dodávateľskom reťazci vystupujú rôzne subjekty od **dodávateľov** cez **výrobcov**, **distribútorov**, **predajcov** (veľkoobchody či a maloobchodov) až po samotných spotrebiteľov. Všetky tieto subjekty, okrem spotrebiteľov majú rovnaký cieľ, a to dostať tovar k miestam jeho odbytu za účelom predaja za čo najnižšie náklady. Preto je ich hlavným cieľom optimalizácia nákladov spojených s prepravou tovaru. Výška týchto nákladov je v prevažnej miere spojená s prepravou tovaru, teda závisí od počtu prejazdených kilometrov ako aj od optimálneho využitia prostriedkov zabezpečujúcich túto prepravu.

Práve tieto náklady sú zohľadnené pri tvorbe cien, resp. vplývajú na cenovú politiku jednotlivých subjektov. Pri tvorbe cien môžu postupovať:

- **samostatne** - každý subjekt má vlastnú cenovú politiku
- **spoločne** - cenová politika je stanovená výrobcom (hlavným distribútorom) pre daný produkt v rámci celého dodávateľského reťazca

Najčastejšie prebieha optimalizácia vo výrobných podnikoch, kde podnik vystupuje na začiatku ako spotrebiteľ, teda posledný člen distribučnej siete, a potom ako prebehne výroba vystupuje ako prvý člen, teda výrobca produktu, ktorý tento produkt posúva na odbyt v rámci distribučnej siete.

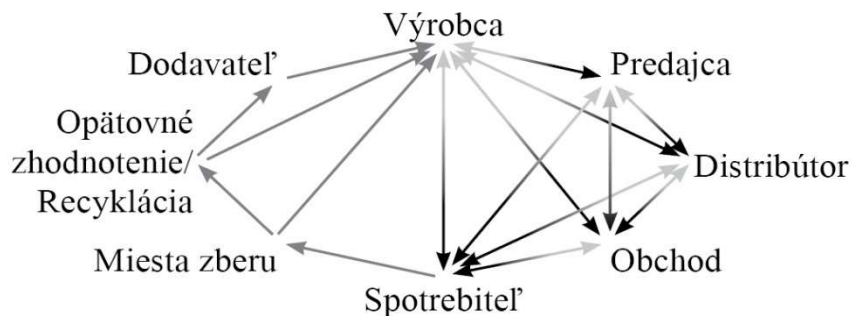
Jednoduchý dodávateľský reťazec môže mať tvar: *výrobca – spotrebiteľia*. Ak sa rozšíri o medzičlánky, ktoré sprostredkujú obchod, resp. realizujú distribúciu k spotrebiteľovi, tak môže vyzerat': *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – spotrebiteľia*, alebo: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – spotrebiteľia*. Ak ide o produkty bežnej spotreby, môžu do reťazca vstupovať i veľkoobchod a maloobchod a potom sa rozrastie na: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – veľkoobchod – maloobchod – spotrebiteľia*.

Z uvedených možností štruktúry dodávateľského reťazca, a teda i množstva subjektov v ňom vystupujúcich možno vidieť, že stanovovať cenovú politiku spoločne môže byť pomerne náročný proces. Ak sa v dodávateľskom reťazci začne uvažovať aj s reverznou distribúciou, proces tvorby cien sa ešte viac skomplikuje.

Dodávateľský reťazec s reverznou distribúciou môže vyzerat' rovnako, len tok tovaru nie je iba smerom od výrobcu k spotrebiteľovi, ale aj opačne. Podľa potreby do reťazca vstupujú miesta zberu produktov, miesta opätovného zhodnotenia/recyklácie a potom sa produkt vracia späť k výrobcovi, čo znamená, že z klasickej línie procesu riadenia zásob sa stáva uzavretý cyklus tokov produktov: *výrobca/sieť výrobcov – predajca/sieť predajcov – distribútor/sieť distribútorov – veľkoobchod – maloobchod – spotrebiteľia – miesta zberu produktov – miesta opätovného zhodnotenia/ recyklácie – výrobca*.

Podľa jednotlivých špecifik dodávateľského reťazca ako i charakteru distribuovaného produktu v tomto reťazci nemusia byť zahrnuté všetky subjekty. Túto skutočnosť prehľadne znázorňuje *Obrázok č. 2*, kde ► znamená klasickú distribúciu, ► znamená reverznú distribúciu na účel reklamácie, servisu, inovácie a pod. a ► znamená reverznú distribúciu na účel znovuzhodnotenia produktov.

Práve znovuzhodnotenie produktov môže vplývať na cenovú politiku v rámci reverzného dodávateľského reťazca, kedy cena musí zohľadniť nielen náklady na prepravu k spotrebiteľovi ale zároveň náklady spojené s návratom produktu späť k výrobcovi. Samozrejme, že cena môže zohľadňovať i skutočnosť, že výrobca využije vrátený produkt na výrobu a ušetrí tak na nákupe surovín, resp. vstupného materiálu.



Obrázok 2 Uzavretý dodávateľský reťazec

3 TVORBA CIEN V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI

Ako bolo spomínané, cenovú ponuku si môže každý subjekt stanovovať samostatne, kedy je na samotnom subjekte akú cenovú politiku zvolí. Ak sa ale na tvorbe cien podieľajú spoločne všetky subjekty dodávateľského reťazca, je nutné poznať:

- stupeň centralizácie klasického distribučného kanálu (množstvo predajcov alebo distribútorov...) ako i reverzného kanálu (centralizácia zberateľských aktivít, množstvo zberných miest...),
- plánované kapacity v klasickom a reverznom distribučnom kanáli (určovať pomer medzi nákupom nových zásob alebo získavaním potrebných zásob z obnoviteľných zdrojov, a tak ušetriť na nákupe nových zásob),
- manažment zásob v klasickom a reverznom distribučnom kanáli, teda určovanie vhodnej úrovne zásob nových produktov, nepoužitých vrátených produktov, obnoviteľných produktov atď.,
- počet úrovní distribučného kanála a to, či môže byť integrovaný proces pôvodnej výroby a proces prepracovania,
- úroveň spolupráce medzi dodávateľmi a odberateľmi, ako aj stupeň partnerskej spolupráce,
- verejnú mienku a jej vplyv.

Dosiahnutie nižších nákladov, ktoré vplývajú na cenu v dodávateľskom reťazci je založené na efektívnom návrhu distribúcie tovaru, pričom distribučná sieť uzavretého klasického dodávateľského reťazca alebo uzavretého reverzného dodávateľského reťazca predstavuje uzavretú slučku. Táto distribučná sieť obsahuje nielen logistické, informačné ale aj mnohé ďalšie toky, ktoré vplývajú na tvorbu cien.

Medzi jednotlivými stupňami dodávateľského reťazca obojsmerne prúdia nasledujúce toky (Fiala, 2005):

- materiálové toky
- finančné toky
- informačné toky
- rozhodovacie toky

Práve všetky tieto toky majú za následok diverzifikáciu ceny pre jednotlivé druhy tovarov a zároveň vplývajú i na tvorbu cien. V závislosti od toho aké toky prebiehajú medzi jednotlivými subjektmi v dodávateľskom reťazci je možné pristupovať k rôznym cenovým politikám v rámci dodávateľského reťazca. Dodávateľský reťazec potom predstavuje postupnosť hodnôt, resp. pridaných hodnôt, keďže jeho účelom je transformácia vstupov na požadované výstupy, ktoré majú pridanú hodnotu.

Na tvorbu cien vplýva tiež to o aký dodávateľský reťazec sa jedná v rámci jeho územného rozsahu. Následne ich teda možno rozdeliť podľa pôsobnosti na nasledujúce druhy:

- lokálny
- regionálny
- národný
- nadnárodný

O pôsobnosti, resp. o území, ku ktorému sa viaže daný dodávateľský reťazec rozhodujú subjekty, ktoré ho tvoria. V závislosti od toho je nutné stanovovať i cenovú politiku podľa pôsobnosti daných subjektov. Teda bude rozdiel, či subjekty budú stanovovať cenu v rámci svojho regiónu, kde pôsobia alebo na nadnárodnej úrovni.

ZÁVER

V základnej koncepcii riadenia dodávateľského reťazca nepostačuje iba optimalizácia vlastných procesov podniku, ale treba zároveň optimalizovať procesy v rámci celého dodávateľského reťazca za minimalizácie nákladov, a tým i možnosti stanovovania najnižších (konkurencieschopných) cien.

Stanovovanie cien v rámci dodávateľského reťazca si vyžaduje systémové, integrované a koordinované myslenie a správanie jednotlivých subjektov, ktoré sa zúčastňujú na tvorbe cien a cenovej politike. To si vyžaduje nielen presne stanovenú marketingovú koncepciu manažmentu jednotlivých subjektov dodávateľského reťazca ale i stanovenie si spoločných cieľov pre všetky subjekty tak, aby sa zabránilo nezhodám v rámci dodávateľského reťazca. Na základe toho je nutné poznať presnú štruktúru dodávateľského reťazca a všetky jeho subjekty, ktorých cieľom by malo byť kooperatívne správanie a spolupráca pri tvorbe cien.

Použitá literatúra

BREZINA Ivan, ČIČKOVÁ Zuzana, GEŽÍK Pavel, PEKÁR Juraj: Modelovanie reverznej logistiky – optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2009.

BREZINA, Ivan - GEŽÍK, Pavel - ČIČKOVÁ, Zuzana. Manažment reverznej logistiky. In Ekonomika a manažment : vedecký časopis Fakulty podnikového manažmentu Ekonomickej univerzity v Bratislave 2009. roč. 6, č. 1, s. 45-60.

DEKKER, R. - FLEISCHMANN, M. - INDERFURTH, K. - WASSENHOVE, L. N. v. (Eds.): *Reverse Logistics*. Berlin : Springer-Verlag, 2004.

FIALA, P. 2005. Modelování dodavatelských řetězců. Praha: Professional Publishing, 2005. ISBN 80-86419-62-2, s. 168.

GUIDE, R. D. – VAN WASSENHOVE, N. L. 2009. The Evolution of Closed-Loop Supply Chain Research. In *Operation Research*, ISSN 1526-5463, 2009, vol. 57, no. 1, p 10-18.

Kontaktné údaje

Ing. Pavel Gežík, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: +421 908 333360, email: pavelgezik@gmail.com

PROGRAMOVÉ ROZPOČTOVANIE V ÚZEMNEJ SAMOSPRÁVE S PODPOROU INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ

PROGRAM BUDGETING IN TERRITORIAL SELF-GOVERNMENT WITH THE SUPPORT OF INFORMATION TECHNOLOGIES

Michal Grell

Abstrakt

V príspevku sa zaoberáme využitím informačných technológií v rozpočtovom procese územnej samosprávy, ktorý je regulovaný zákonmi č. 523/2004 Z.z. o rozpočtových pravidlách verejnej správy a č. 583/2004 Z.z. o rozpočtových pravidlách územnej samosprávy. Rozpočtový proces charakterizujeme ako *programové rozpočtovanie*, ktoré rozdeľuje výdavky samosprávy do jednotlivých programov, tvoriacich *programovú štruktúru*, ktorá pokrýva základné kompetenčné oblasti. Táto štruktúra (programový rozpočet) je doplnená o zámery, ciele a *merateľné ukazovatele*, orientované na výkonnosť. Prezentujeme niektoré výsledky merania výkonnosti v mestskej samospráve pomocou metodiky Balanced Scorecard.

Kľúčové slová: *územná samospráva, programový rozpočet, merateľné ukazovatele, výkonnosť, Balanced Scorecard*

Abstract

The paper is focused on the use of Information Technologies in the budgetary process of territorial self-government which is regulated by the Collection of Law: no. 523/2004 of budgetary rules in public administration and no.583/2004 of budgetary rules in territorial self-government. The budgetary process is characterized as program budgeting which divides self-government expenditures into the individual programs to create program structure covering basic competency areas. This structure (program budget) is supplemented by the purposes and measurable indicators which are performance oriented. We present some results of performance measurement in local self-government by means of Balance Scorecard methodology.

Keywords: territorial self-government, program budget, measurable indicators, performance, Balanced Scorecard

ÚVOD

Programové rozpočtovanie na lokálnej úrovni je viac rozšírené v anglosaských krajinách mimo európskeho kontinentu, než v krajinách Európskej únie (EÚ). Na úrovni samospráv je v súčasnosti v krajinách EÚ len v počiatkoch štádia. Predovšetkým v Dánsku, Nórsku, Veľkej Británii, Írsku a Holandsku možno nájsť iniciatívy, ktoré smerujú k zavádzaniu programového rozpočtovania vo forme stanovovania cieľov a merateľných ukazovateľov. Zaoberáme sa najmä prezentáciou vzájomného/vybilancovaného pôsobenia merateľných ukazovateľov na výkonnosť v samospráve na báze metodiky BSC.

1 AKTUÁLNE PROBLÉMY PROGRAMOVÉHO ROZPOČTOVANIA V ÚZEMNEJ SAMOSPRÁVE

V súčasnosti v krajinách Organizácie pre hospodársku spoluprácu a rozvoj (OECD) nastáva v oblasti verejných financií výraznejší odklon od tradičného rozpočtovania vstupov k zameraniu sa na **výkonnosť**, a jej meranie, prostredníctvom **výstupov** a **výsledkov** činnosti verejnej správy. Väčšina členských krajín OECD využíva vo svojich rozpočtoch na centrálnej úrovni nielen finančné údaje (prehľad príjmov a výdavkov - vstupov), ale aj informácie o výkonnosti verejnej správy (údaje o výstupoch a výsledkoch jej činnosti). Systém programového rozpočtovania patrí na Slovensku medzi nové manažérske nástroje používané vo verejnej správe. Na úrovni ústrednej štátnej správy bol tento nástroj implementovaný v rokoch 2004 – 2006. Na úrovni samosprávy na Slovensku na základe realizovaného prieskumu¹ môžeme samosprávy rozdeliť do troch základných skupín:

- samosprávy, ktoré nevyužívajú žiadne (ani parciálne) činnosti, ktoré priamo súvisia s programovým rozpočtovaním,
- samosprávy, ktoré využívajú (len) niektoré činnosti, ktoré priamo súvisia s programovým rozpočtovaním,
- **samosprávy, ktoré sa snažia implementovať (implementovali) programové rozpočtovanie na úrovni samosprávy (v celej jeho šírke, alebo len čiastočne).**

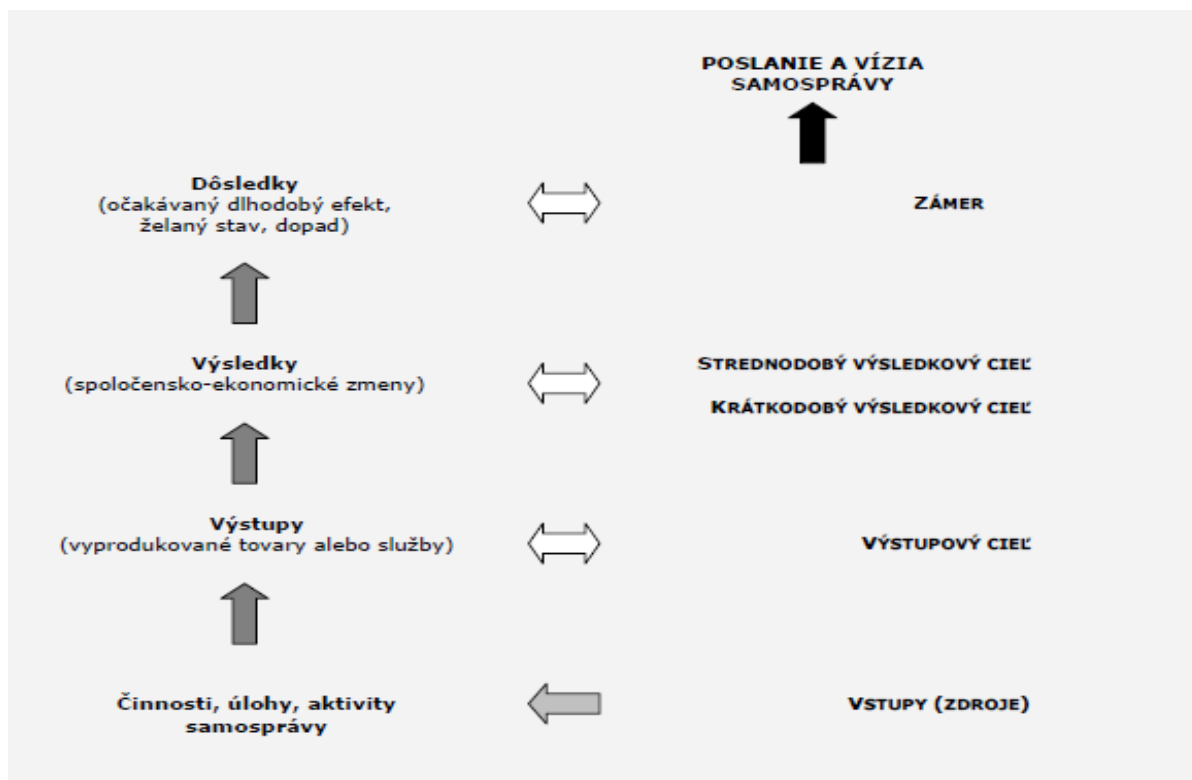
Programový rozpočet spravidla obsahuje (obr. 1):

- Odkaz na poslanie samosprávy, ktoré je definované v strategickom pláne (prípadne víziu samosprávy). Poslanie a vízia prezentujú všeobecný pohľad na **úlohy samosprávy** a **predstavu samosprávy o budúcnosti**. Poslanie a vízia sa definujú sa najmä v strategických plánoch;
- Zámery a výsledkovo orientované ciele samosprávy (ktoré dokumentujú jasný vzťah medzi strategickým plánom a vlastným rozpočtom). Dôsledky sú spoločensko-ekonomické dopady plnenia programov dosahované v dlhodobom rámci. V programovom rozpočte sú definované **zámermi**;
- Vstupy sú obyčajne **finančné zdroje (výdavky rozpočtu samosprávy)**, ktorými sú financované jednotlivé úlohy, činnosti, aktivity samosprávy (Vstupy sú všeobecne charakterizované ako finančné zdroje, môže však ísť napríklad aj o ľudské zdroje, ktoré sa zúčastňujú na realizácii programov, materiálne zdroje, ktoré sú využívané pri realizácii programov a pod.);
- Výstupovo orientované ciele (ktoré dokumentujú objem samosprávou poskytovaných služieb, ich efektívnosť či kvalitu);
- Merateľné ukazovatele plnenia výsledkovo a výstupovo orientovaných cieľov (teda merateľné ukazovatele výkonnosti, resp. merateľné ukazovatele výstupov a výsledkov). Výstupy sú tovary a služby vyprodukované počas (rozpočtového) roka samosprávou. V programovom rozpočte sú definované **výstupovo orientovanými cieľmi** a **ukazovateľmi výstupu**. Výsledky sú spoločensko-ekonomické zmeny dosiahnuté plnením programov (resp. ich častí) v krátkodobom alebo strednodobom rámci. V

¹ Informačný dokument o programovom rozpočtovaní, jeho výhodách a význame pre zlepšenie rozhodovacieho procesu s príkladmi aplikácie v zahraničí. V roku 2007 pre Ministerstvo financií Slovenskej republiky spracovala spoločnosť Hayek Consulting, spol. s r. o.

programovom rozpočte sú definované **výsledkovo orientovanými cieľmi** a **ukazovateľmi výsledku**. Pritom platí, že krátkodobé výsledkové ciele by mali prispievať k plneniu strednodobých výsledkových cieľov.

- Výdavky usporiadané do logických celkov podľa realizovaných kompetencií alebo úloh samosprávy (napr. vzdelávanie, kultúra, šport, odpadové hospodárstvo a pod.), ktoré sú nazývané programy.



Zdroj: Zborník obsahujúci príklady správne aj nesprávne formulovaných zámerov, cieľov a merateľných ukazovateľov miestnej a regionálnej územnej samosprávy. V roku 2007 pre Ministerstvo financií Slovenskej republiky spracovala spoločnosť Hayek Consulting, spol. s r.o.

Obr. 1 Vzťahy medzi víziou, poslaním, zámermi a cieľmi samosprávy

2 MOŽNOSTI UPLATNENIA INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ

Medzi základné predpoklady uplatnenia informačných technológií pri zostavovaní rozpočtu je **štandardizácia** celého procesu jeho zostavovania. Takýto prístup umožňuje *možnosť plánovania a kvalitnej prípravy* celého procesu (prípravy vstupných informácií, zozbieranie politických požiadaviek, prerokovanie týchto požiadaviek v odborných komisiách, príprava návrhov objemov financovania, či získanie spätnej väzby od volených zástupcov alebo verejnosti), umožňuje *relevantným spôsobom vstupovať* do procesu a nakoniec *kontrolu* celého procesu. Príkladom štandardizácie, ktorej východiskom je platná legislatíva, môže byť prístup v projekte PROMOSA². Prístup je založený na prirodzenom

² Študentský projekt **PROCESNÉ MODELOVANIE V SAMOSPRÁVE SLOVENSKA (PROMOSA)**, ktorý je realizovaný v rámci cvičení predmetov *Počítačové siete, Databázové systémy a dátové sklady* a *Modelovanie procesov vo verejnej správe* v pedagogickom procese Katedry aplikovanej informatiky FHI EU v Bratislave.

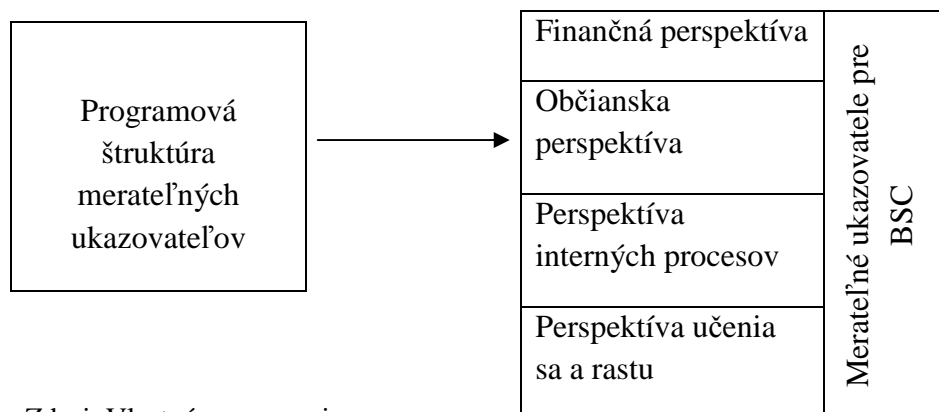
predpoklade, že obec je základom **územnej samosprávy**, ktorá spravuje tieto záležitosti/oblasti:

- komplexný rozvoj mesta/obce (stratégia, zahŕňa najmä územný rozvoj),
- komunálne vlastníctvo (budovy, stavby, pozemky, verejné priestranstvo),
- komunálne podnikanie (investície, evidencia podnikateľských zámerov, povolenie podnikania, verejné obstarávanie a pod.),
- životné prostredie (napr. rozvoj bývania),
- rozvoj služieb (odvoz odpadu a pod.).

Každá oblasť v podstate reprezentuje **program**, ktorý možno ohodnotiť **merateľnými ukazovateľmi** výkonnosti.

3 MERANIE VÝKONNOSTI NA BÁZE METODIKY BALANCED SCORECARD

Programové rozpočtovanie je orientované na ciele a výkonnosť aktivít subjektov samosprávy v nadväznosti na ich priority a alokovanie rozpočtových zdrojov do **programov**. Použitie metodiky BSC predpokladá transformovať merateľné ukazovatele zo štruktúry programov programového rozpočtu do jednotlivých perspektív metodiky (obr. 2). Výpočty realizujeme pomocou softvéru BSC Designer PRO. Sledujeme výkonnosť (Performance) a vývoj ukazovateľov (Progress). Výkon vypočítame na základe optimalizácie

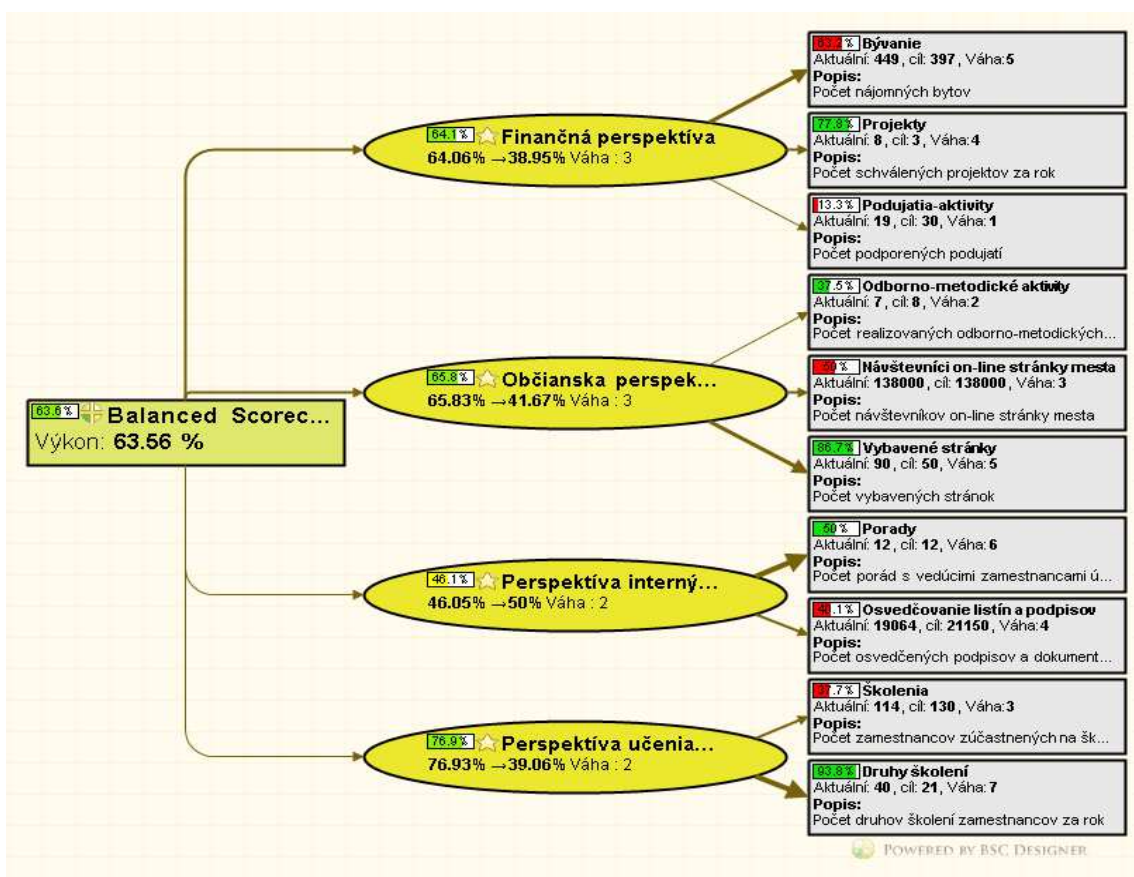


Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 2 Transformácia programovej štruktúry merateľných ukazovateľov

z hodnôt min a max, tzn., že pre aktuálne využitie celkovej kapacity (Performance) ukazovateľa zadávame minimálne a maximálne hodnoty. Vývoj (Progress) vypočítame zo základnej hodnoty (Baseline), cieľovej hodnoty (Target) a aktuálnej hodnoty (Value). V našom prípade vždy vychádzame zo základnej hodnoty, ktorú sme si zadali 0, následne k 31.12 daného roka získame aktuálnu hodnotu, cieľ si vždy stanovíme na začiatku každého roka. Minimálnu hodnotu pre každý ukazovateľ volíme 50% zo základnej hodnoty a maximálnu hodnotu vypočítame 1,5 násobkom tiež zo základnej hodnoty. Na základe týchto informácií môžeme merať ukazovatele a porovnávať hodnoty z ďalších rokov. Ku každému ukazovateľu zadávame váhy, t.j. významnosť ukazovateľa. Čím je váha väčšia, tým významnejší je ukazovateľ. Ak vychádza veľmi nízka alebo mínusová hodnota ukazovateľa, zadávame najmenšiu váhu a to 1. Sumár váh každej skupiny ukazovateľov aj všetkých perspektív musí byť celkom 10, čo znamená 100%. Ako príklad výpočtu uvádzame strategickú mapu za rok 2010 (obr. 3)³.

³ Bartáková, G. Aplikácia BSC na meranie výkonnosti v samospráve. Diplomová práca. 2013. Vedúci: Grell, M.



Zdroj: BSC Designer PRO, ukazovatele MsÚ Senica.

Obr. 3 Strategická mapa za rok 2010

ZÁVER

Návrh programovej štruktúry pre obce a mestá **na úrovni programov** na základe kompetenčného rámca (zákon č. 369/1990 Zb. o obecnom zriadení, zákon č. 302/2001 Z. z. o samospráve vyšších územných celkov) definuje činnosti samosprávy takto: Program 1: Plánovanie, manažment a kontrola, Program 2: Propagácia a marketing, Program 3: Interné služby, Program 4: Služby občanom, Program 5: Bezpečnosť, Program 6: Odpadové hospodárstvo, Program 7: Komunikácie, Program 8: Doprava, Program 9: Vzdelávanie, Program 10: Šport, Program 11: Kultúra, Program 12: Prostredie pre život, Program 13: Sociálne služby, Program 14: Administratíva. Ukazuje sa, že definované oblasti v projekte PROMOSA môžu byť dobrým východiskom na postupné rozširovanie uplatňovania informačných technológií v programových rozpočtoch samospráv na Slovensku.

Príspevok je vypracovaný s podporou Občianskeho združenia VZDELÁVANIE-VEDA-VÝSKUM.

Použitá literatúra

1. GRELL, M., BARTÁKOVÁ, G. *Využitie metódy BSC v územnej samospráve na Slovensku a v zahraničí*. In Zborník vedeckých statí. Výsledky riešenia grantových úloh. Vydavateľstvo EKONÓM, 2012. ISBN 978-80-225-3540-3, s. 72 – 77.
2. GRELL, M., BARTÁKOVÁ, G., HORNIÁKOVÁ, V., TOMÁNEKOVÁ, L. *Aktivity vysokoškolského pedagogického procesu na podporu poznania výkonnosti samosprávneho prostredia v podmienkach vzájomnej spolupráce*. In Zborník príspevkov z medzinárodnej vedeckej on-line konferencie. Spolupráca mestských regiónov v znalostnej ekonomike. Vydavateľstvo Inštitút aplikovaného manažmentu, Trenčín, 2013. ISBN 978-80-89600-10-6, s. 27 – 38.

Kontaktné údaje

Ing. Michal Grell, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 856

email: grell@r15.roburnet.sk

**KOORDINÁCIA MEDZI FIRMAMI
NA OBIDVOCH STRANÁCH TRHU
COORDINATION BETWEEN FIRMS
ON BOTH SIDES OF A MARKET**

Milan Hornaček

Abstrakt

Ekonomická teória a v rámci nej teória hier rozpracovala dynamické modely koordinácie aktivít firiem na tej istej strane trhu (väčšinou na strane dopytu), ktorá je pre ne výhodnejšia než nekoordinovaný postup. Po odchýlení sa od koordinovaného postupu nasleduje trest. Obvykle ide o modely s nekonečným časovým horizontom, v ktorých nevzniká problém posledného obdobia. V tomto príspevku sa zaoberáme koncepčnými otázkami koordinácie aktivít firiem na obidvoch stranách trhu v nekonečnom horizonte z dvoch hľadísk. Prvým z nich je odolnosť koordinácie proti jej narušeniu nielen individuálnymi firmami, ale aj proti jej narušeniu koalíciami firiem. Druhým je prínos koordinácie v oblasti nákladovej efektívnosti a v oblasti dopadu na kupujúcich finálnych výrobkov.

Kľúčové slová: *koordinácia, nekonečne opakovaná hra, prirodzený oligopol, silná dokonalá rovnováha.*

Abstract

Economic theory and game theory as its part worked out dynamic models of coordination of activities of firms on the same side of the market (predominantly on the supply side), which is more advantageous for them than uncoordinated approach. A punishment follows after a deviation from the coordinated behavior. These models have usually infinite time horizon in which there is no problem of the last period. In the present paper, we deal with conceptual issues of coordination of activities of firms on both sides of the market in infinite horizon from the two points of view. The immunity of coordination not only against deviations by individual firms, but also against deviations by coalitions of firms, is the first of them. The positive effect of coordination in the area of cost efficiency and in the area of impact on buyers of final goods is the second point of view.

Keywords: *coordination, infinitely repeated game, natural oligopoly, strong perfect equilibrium.*

1 ÚVOD

Ekonomická teória a v rámci nej teória hier rozpracovala dynamické modely koordinácie aktivít firiem na tej istej strane trhu. Väčšinou ide o firmy na strane dopytu. V týchto modeloch je obvykle koordinácia pre všetky zúčastnené firmy výhodnejšia než nekoordinovaný postup, typickým príkladom ktorého je opakovanie statickej rovnováhy (napr. Cournotovej rovnováhy v Cournotovom oligopole – s homegenným alebo s diferencovaným produktom) v každom období. Keď sa niektorá firma odchýli od koordinovaného postupu, nasleduje trest. Väčšinou sa modely tohto typu konštruujú s nekonečným časovým horizontom. Vtedy nevzniká problém posledného obdobia (odchýlku v ktorom nie je možné potrestať).

V literatúre – a to najmä v literatúre, ktorá sa zaoberá (aj) správaním firiem z pohľadu protimonopolnej politiky [4] - sa obvykle namiesto pojmu „koordinácia“ používa pojem „kolúzia.“ Pojem „kolúzia“ sa však obvykle spája s predstavou správania firiem, ktoré poškodzuje nejaký iný ekonomický subjekt, najčastejšie kupujúcich výrobkov uvažovaných firiem. (Na túto skutočnosť ma upozornili tureckí kolegovia v reakcii na moju prednášku [7]). Keďže v tomto príspevku sa zaoberáme spoluprácou firiem na oboch stranách trhu, ktorá môže byť prospešná pre kupujúcich finálnych výrobkov uvažovaných firiem, používame pojem „koordinácia.“

Modely koordinácie akcií medzi firmami na jednej strane trhu s nekonečným časovým horizontom majú obvykle podobu konečného spočítateľného opakovania nekooperatívnej hry v strategickom tvare (ktorá je statickým modelom niektorého typu oligopolu) s diskontovaním budúcich platieb. Pozornosť sa v nich väčšinou venuje len jednostranným odchýlkam (vo všetkých vlastných podriadených hrách) od koordinovaného správania. Z tohto dôvodu konceptom rovnováhy je rovnováha dokonalá z hľadiska podriadených hier (v angličtine subgame perfect equilibrium, [11]). Tento prístup vedie k tzv. ľudovým vetám. Niektoré práce sa zaoberajú aj odolnosťou koordinovaného postupu proti odchýlkam veľkej koalície (zahŕňajúcej všetky firmy – odolnosť voči jej odchýlkam zabraňuje dohode o odpustení trestu za predchádzajúcu jednostrannú odchýlku, ktorý môže spôsobiť straty všetkým trestajúcim firmám), pričom vychádzajú z obmedzení na profily stratégie, ku ktorým sa veľká koalícia môže odchýliť ([2],[3],[8]). Prvým a dosiaľ najznámejším konceptom rovnováhy v nekonečne spočítateľne opakovaných hrách, ktorý požaduje odolnosť voči všetkým odchýlkam všetkých koalícií (vrátane jednoprvkových a veľkej koalície) vo všetkých vlastných podriadených hrách, je Rubinsteinova silná dokonalá rovnováha (v angličtine strong perfect equilibrium, [10]).

V tomto príspevku sa zaoberáme koncepčnými otázkami koordinácie aktivít firiem na oboch stranách trhu v nekonečnom horizonte. Uvažovaný model má podobu nekonečne spočítateľne opakovanej nekooperatívnej hry v strategickom tvare s diskontovaním platieb. Firmy na rôznych stranách trhu spolu komunikujú a musia komunikovať. Ich komunikácia nevyvoláva hrozbu zásahu zo strany protimonopolných orgánov. Ak je teda možná koordinácia akcií medzi firmami na tej istej strane trhu (čo sa v teórii oligopolu predpokladá - napr. [4]), tým viac je možná koordinácia akcií medzi firmami na oboch stranách trhu. Zároveň prirodzené možnosti komunikácie medzi firmami na rôznych stranách trhu zvyšujú možnosti tvorby koalícií a a koordinovaných odchýlok koalícií od koordinovaného postupu všetkých firiem. (Priamu komunikáciu medzi dvoma firmami na tej istej strane trhu môže nahradiť komunikácia oboch so spoločným dodávateľom alebo odberateľom.)

V tomto príspevku sa zaoberáme koordináciou aktivít firiem na oboch stranách z dvoch hľadísk. Prvým z nich je odolnosť koordinácie v nekonečnom horizonte proti jej narušeniu nielen individuálnymi firmami, ale aj proti jej narušeniu koalíciami firiem. Tomuto hľadisku venujeme nasledovnú kapitolu. Druhým je prínos koordinácie v oblasti nákladovej efektívnosti (v tretej kapitole) a v oblasti dopadu na kupujúcich finálnych výrobkov firiem zúčastnených na koordinácii (v štvrtej kapitole). V záverečnej kapitole poukazujeme na potrebu a možnosti rozšírenia uvažovaného modelu na situáciu, keď činnosť analyzovaných firiem vytvára fyzické väzby medzi obdobia (napr. inovácie, investície do rozšírenia kapacity, reklama), teda adekvátnym modelom je diferenčná hra, prípadne (pri zahrnutí náhodných vplyvov do modelu) stochastická hra.

2 KONCEPT RONOVÁHY

Uvažovaná hra je nekonečným spočítateľným opakovaním nekooperatívnej hry v strategickom tvare, tzv. štádiovej hry (ktorá je bližšie opísaná v [5]) s pozorovateľnými akciami firiem (t.j. všetky firmy v každom období majú informácie o akciách všetkých firiem vo všetkých predchádzajúcich obdobiach) a s diskontovaním platieb (s tým istým diskontným faktorom pre všetky firmy, platbou každej firmy v opakovanej hre je jej priemerná diskontovaná platba). Štádiová hra modeluje analyzovaný trh s konečným počtom výrobcov a konečným počtom kupujúcich. Uzatváranie kontraktov je modelované nasledovným zjednodušeným spôsobom (ktorý umožňuje sústrediť sa na otázky dynamickej koordinácie). Všetky firmy simultánne navrhujú kontrakt všetkým firmám na opačnej strane trhu. Návrh kontraktu obsahuje navrhované dodané množstvo a navrhovanú (jednotkovú) cenu. Ak firma nechce uzavrieť kontrakt s niektorou z firiem na opačnej strane trhu, navrhne nulový kontrakt (s nulovým množstvom aj cenou.) Dvojica pozostávajúca z predávajúceho a kupujúceho obchoduje vtedy a len vtedy, keď sa ich návrhy zhodujú a sú rôzne od nulového kontraktu. Množstvá tovarov, ktoré nakúpi kupujúci na analyzovanom trhu, určujú jeho tržby na trhu, na ktorom je predávajúci (a predáva na ňom výrobky vyrobené zo vstupov nakúpených na analyzovanom trhu alebo ide o maloobchodný trh, na ktorom predáva tovary nakúpené na analyzovanom veľkoobchodnom trhu). Firma môže odísť z analyzovaného trhu – v tom prípade navrhne nulový kontrakt všetkým firmám na opačnej strane trhu a jej platba v štádiovej hre je nulová. Platba firmy, ktorá neodišla z trhu, v štádiovej hre sa rovná jej zisku.

Opísaný (veľmi zjednodušený) spôsob modelovania uzatvárania kontraktov je modelovacou „skratkou“ pre výsledok procesu vyjednávania o kontraktoch v konečnom časovom horizonte. Tento proces by bolo možné modelovať pomocou nekooperatívnej hry v rozšírenom tvare s konečným časovým horizontom. V literatúre však neexistuje žiaden model vyjednávania v konečnom horizonte, ktorý by bolo možné - z hľadiska realistikosti alebo pre nejakú ekonomickú príčinu - považovať za lepší než ostatné. Z tohto dôvodu používame opísanú modelovaciu „skratku.“ Z hľadiska teórie hier je dôležité, že táto „skratka“ má podobu nekooperatívnej hry v strategickom tvare. Ak by sme proces uzatvárania kontraktov modelovali pomocou nekooperatívnej hry v rozšírenom tvare bez simultánnych akcií, potom v opakovanej hre by niektoré jednostranné odchýlky v jednom období od profilu rovnovážnych stratégií bolo treba potrestať odmietnutím návrhu kontraktu (inak by navrhovateľ kontraktu odchýlivší sa od svojej rovnovážnej stratégie mohol zvýšiť svoju platbu v opakovanej hre na úkor obchodného partnera). Avšak v prípade „miernych“ odchýlok odmietnutie návrhu kontraktu by znížilo platbu navrhovateľa aj respondenta. Veľká

koalícia by teda mohla slabo paretoovsky zlepšiť vektor platieb v opakovanej hre upustením od potrestania odchýlivšieho sa navrhovateľa.

Konceptom rovnováhy v opakovanej hre je ostrá silná dokonalá rovnováha (v angličtine strict strong perfect equilibrium – pozri [5]). Táto požaduje imunitu proti odchýlkam všetkých koalícií v každej podriadenej hre – žiadna koalícia nemôže v žiadnej podriadenej hre slabo paretoovsky zlepšiť vektor priemerných diskontovaných platieb svojich členov. (Keďže ide o hru s pozorovateľnými akciami firiem, každá podriadená hra je vlastná). Horniaček [5] dokázal postačujúcu podmienku existencie ostrej silnej dokonalej rovnováhy v opakovanej hre, ktorá v každom období a po každej nedefinitívnej histórii maximalizuje sumu platieb firiem v štádiovej hre, pre hodnoty diskontného faktora blízke jednej. V dôkaze skonštruovaný profil behaviorálnych stratégií v opakovanej hre trestá odchýlky zmenou cien (ich znížením v prípade odchýlky predávajúceho a ich zvýšením v prípade odchýlky kupujúceho), bez zmeny predávaných množstiev, počas konečného počtu období. (Platí to aj pre odchýlky koalícií kupujúcich a koalícií predávajúcich. V prípade koordinovanej odchýlky predávajúceho a kupujúceho je potrestaný predávajúci.) Suma platieb firiem v štádiovej hre sa teda trestami nemení (aj počas trestov je maximalizovaná) a vektor priemerných diskontovaných platieb v opakovanej hre je silne paretoovsky efektívny. Možnosť meniť ceny bez zmien množstiev (a teda bez zmeny sumy platieb firiem v štádiovej hre) znamená, že silno paretoovsky efektívna hranica množiny individuálne racionálnych platobných vektorov v štádiovej hre má „plochú“ časť, t.j. časť, ktorá je podmnožinou nadroviny vektorového priestoru s dimenziou rovnou počtu firiem. Neexistencia takejto „plochej“ časti silno (slabo) paretoovsky efektívnej hranice množiny individuálne racionálnych platobných vektorov v štádiovej hre je príčinou neexistencie ostrej silnej dokonalej rovnováhy (silnej dokonalej rovnováhy) v opakovanej hre. Tento problém sa vyskytuje v niektorých spočítateľne opakovaných oligopolných hrách, v ktorých sú hráčmi len firmy na jednej strane trhu.

3 NÁKLADOVÁ EFEKTÍVNOSŤ KOORDINOVANÉHO POSTUPU

V predchádzajúcej kapitole sme uvažovali ostrú silnú dokonalú rovnováhu v opakovanej hre, v ktorej je suma platieb firiem v štádiovej hre maximalizovaná v každom období a po každej nedefinitívnej histórii. V tejto kapitole budeme opäť uvažovať takúto rovnováhu. Možno identifikovať dve zaujímavé vlastnosti z hľadiska nákladovej efektívnosti (bližšie [5]).

Predpokladajme, že množinu výrobkov v uvažovanom modeli možno rozložiť na skupiny rovnakých výrobkov, ktoré nazveme typy výrobkov. Potom na rovnovážnej trajektórii v každom období aktívni výrobcovia (t.j. výrobcovia s kladným objemom produkcie) každého typu výrobku vyrábajú ich celkový objem produkcie (generovaný rovnovážnym profilom stratégií) s nižšími alebo rovnakými celkovými výrobnými nákladmi než ho môže vyrobiť ktorákoľvek iná skupina výrobcov toho istého typu výrobku. Skupina aktívnych výrobcov teda tvorí prirodzený oligopol v zmysle Baumolovej definície [1] alebo (v prípade len jedného aktívneho výrobcu) prirodzený monopol.

Ďalej predpokladajme, že všetci kupujúci sú maloobchodníci. (V tomto prípade nepotrebujeme predpoklad o rozklade množiny výrobkov). Potom na rovnovážnej trajektórii v každom období aktívni kupujúci (t.j. kupujúci s nenulovým vektorom nakúpených množstiev) predávajú vektor celkových predávaných množstiev (generovaný rovnovážnym profilom stratégií) s nižšími alebo rovnakými celkovými nákladmi predaja než ho môže predat akákoľvek iná skupina kupujúcich. Skupina aktívnych kupujúcich teda tvorí prirodzený oligopson alebo (v prípade len jedného aktívneho výrobcu) prirodzený monopson.

4 DOPAD NA KUPUJÚCICH FINÁLNYCH VÝROBKOV

Z hľadiska normatívneho hodnotenia koordinácie akcií medzi firmami na obidvoch stranách trhu je dôležitý jej dopad na tých, ktorí kupujú finálne výrobky koordinujúcich sa firiem (t.j. finálne výrobky, ktoré kupujúce firmy v modeli vyrábajú pomocou vstupov nakúpených na modelovanom trhu, alebo spotrebné tovary predávané maloobchodníkmi, ktorí sú kupujúcimi na modelovanom trhu). V tejto kapitole porovnávame objemy výroby finálnych výrobkov v prípade ostrej silnej dokonalej rovnováhy a v prípade opakovania statickej rovnováhy medzi firmami uvažovanými v modeli. Uvádzame výsledky dvoch porovnaní (bližšie [5]). Tieto – na rozdiel od kapitoly 3 – platia aj v prípade, že ostrá silná dokonalá rovnováha nevedie na rovnovážnej trajektórii k maximalizácii sumy platieb firiem v štádiovnej hre v každom období. V obidvoch prípadoch koordinácia medzi firmami vedie k zvýšeniu výroby aspoň jedného výrobku bez zníženia výroby ľubovoľného iného výrobku. (Diskusiu dôsledkov tejto skutočnosti pre ceny a blahobyt spotrebiteľov uvádza [5].)

Prvé porovnanie sa týka prípadu, keď výrobcovia nemôžu ovplyvniť ceny ich výrobkov (t.j. sú „price takers“), ich nákladové funkcie sú rýdzo konvexné, na strane dopytu je len jeden kupujúci (rozhodovacími premennými ktorého sú nakúpené množstvá vstupov), marginálne tržby monopsonistu z použitia ľubovoľného vstupu sú neklesajúcou funkciou použitého množstva každého iného vstupu a jeho marginálne náklady použitia ľubovoľného vstupu sú nerastúcou funkciou použitého množstva každého iného vstupu.

Druhé porovnanie sa týka prípadu, keď výrobcovia sú Cournotovými oligopolistami na analyzovanom trhu, kupujúci nemôžu ovplyvniť ceny na ňom (t.j. sú „price takers“), každý z nich vyrába jeden druh výrobku pomocou leontievovskej technológie a kupujúci sú Cournotovými oligopolistami na trhu svojich výrobkov.

5 ZÁVER

V tomto príspevku sme predpokladali, že interakciu firiem v nekonečnom horizonte možno modelovať pomocou nekonečne spočítateľne opakovanej hry. Neuvažovali sme možnosť, že akcie firiem v jednom období ovplyvňujú množinu prípustných akcií v nasledujúcom období alebo platobné dôsledky týchto akcií. Ak uvažujeme takúto možnosť, musíme namiesto nekonečne spočítateľne opakovanej hry použiť diferenčnú hru alebo, ak uvažujeme aj náhodné vplyvy, stochastickú hru. Rozšírenie výsledkov zhrnutých v tomto príspevku na prípad diferenčných hier je veľkou výzvou pre ďalší výskum. Jej splnenie by umožnilo napr. analyzovať inovačný proces v oligopolnej ekonomike z pohľadu teórie všeobecnej rovnováhy. Vytvorilo by to aj bázu pre konštrukciu modelov spočítateľnej všeobecnej rovnováhy (CGE) oligopolnej ekonomiky. (Zatiaľ sa aj na analýzu úlohy typicky oligopolných odvetví, ako napr. automobilový priemysel, používajú CGE modely vychádzajúce z paradigmy dokonalej konkurencie – napr. [9]). Prvé výsledky – avšak v agregovanej podobe – v oblasti modelov všeobecnej ekonomickej rovnováhy oligopolnej ekonomiky už existujú [6].

Použitá literatúra

1. BAUMOL, W.J. 1977. On the Proper Cost Tests for Natural Monopoly in a Multiproduct Industry. In: American Economic Review, roč. 67, 1977, s. 809-822.
2. BERNHEIM, B.D., RAY, D. 1989. Collective Dynamic Consistency in Repeated Games. In: Games and Economic Behavior, roč. 1, 1989, č. 4, s. 295-326.
3. FARRELL, J., MASKIN, E. 1989. Renegotiation in repeated games. In: Games and Economic Behavior, roč. 1, 1989, č. 4, s. 327-360.
4. GREENHUT, M.L., NORMAN, G., HUNG, C. 1987. The Economics of Imperfect Competition. Cambridge, MA, Cambridge University Press 1987.
5. HORNIAČEK, M. 2011. Cooperation and Efficiency in Markets. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 649. Berlin – Heidelberg, Springer 2011.
6. HORNIAČEK, M. 2013. Collusion between Aggregated Industries in General Equilibrium. In: Journal of Mathematics and System Science, 2013 (v tlači).
7. HORNIAČEK, M. 2013. Collusion between firms on both sides of the market. Prednáška na Bogazici University, Istanbul, 15. 3. 2013.
8. MASKIN, E., TIROLE, J. 1988. A theory of dynamic oligopoly II: Price competition, kinked demand curves, and Edgeworth cycles, In: Econometrica, roč. 56, 1988, č. 3 s. 571-599.
9. MÍTKOVÁ, V. 2009. Modeling the crisis in automobile industry - the applied CGE study. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics 2009 (Brožová, H., and Kvasnička, R., eds.). Czech University of Life Sciences, Faculty of Economics and Management, Prague, 2009, s. 221-226.
10. RUBINSTEIN, A. 1980. Strong perfect equilibrium in supergames. In: International Journal of Game Theory, roč. 9, 1980, č. 1, s. 11-12.
11. SETEN, R. 1975. Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games. In: International Journal of Game Theory, roč. 4, 1975, č. 1, s. 25-55.

Kontaktné údaje

Doc. Ing. Milan Horniaček, CSc.

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta sociálnych a ekonomických vied

Mlynské luhy 4, 821 05 Bratislava

Tel.: (421 2) 20 669 861

e-mail: milan.horniacek@fses.uniba.sk

POROVNANIE VÝKONNOSTI SPOLOČNOSTÍ TVORIACICH INDEX DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE

PERFORMANCE COMPARISON OF COMPANIES FORMING THE DOW JONES INDUSTRIAL AVERAGE INDEX

Peter Horvát, Brian König, Filip Ostrihoň

Abstrakt

V predložennom príspevku prezentujeme analýzu spoločností tvoriacich index Dow Jones Industrial Average. Na porovnanie jednotlivých firiem bola použitá bodovacia metóda, pričom váhy boli získané pomocou Saatyho metódy. Na základe tejto analýzy prekvapujúco hodnotíme ako najlepšiu z celého indexu finančnú inštitúciu Bank of America Corporation, ktorá si aj napriek kríze, ktorá zasiahla toto odvetvie, udržiavala veľmi dobrú výkonnosť.

Kľúčové slová: bodovacia metóda, Saatyho metóda, Dow Jones Industrial index

Abstract

In this paper we present an analysis of the companies forming the Dow Jones Industrial Average index. The scoring method was used to compare companies. The weights are obtained using the Saaty method. Based on this analysis, we surprisingly rate as the best company of whole index financial institution Bank of America Corporation, which despite the crisis that hit the financial industry, maintain very good performance.

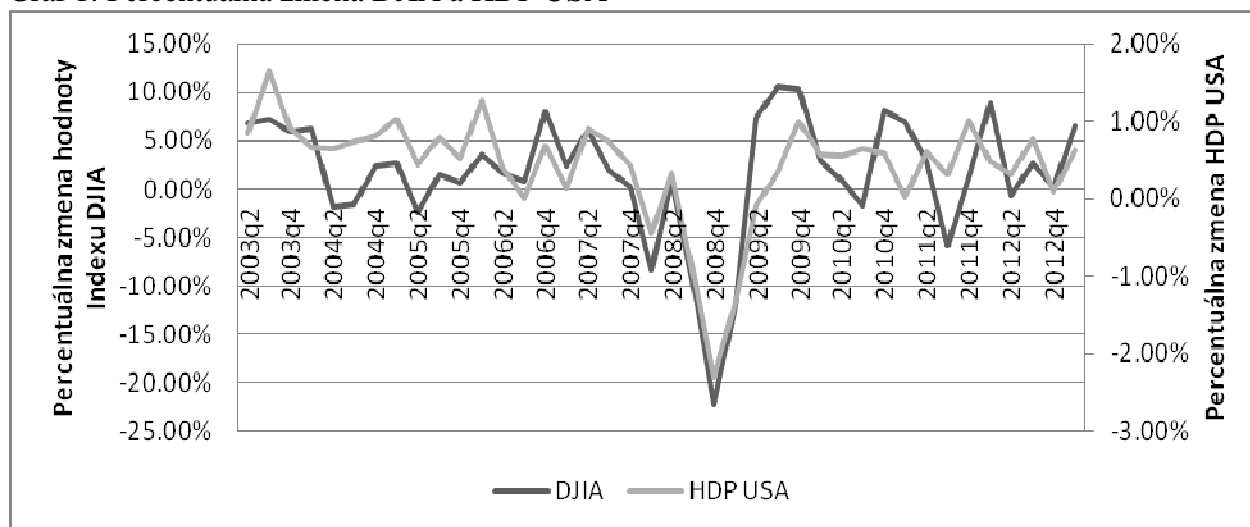
Keywords: scoring method, Saaty method, Dow Jones Industrial index

ÚVOD

V článku sa budeme zaoberať nielen výkonnosťou akcií firiem, ale aj finančnému stavu spoločností, tvoriacich index Dow Jones Industrial Average¹. Poradie jednotlivých spoločností odvodíme pomocou bodovacej metódy, pričom váhy pre jednotlivé kritériá budú získané pomocou Saatyho metódy. Index DJIA je zostavovaný tak, aby odzrkadľoval stav americkej ekonomiky. Potvrdenie tohto predpokladu dáva graf 1, kde je zobrazené porovnanie percentuálnej zmeny kvartálneho vývoja HDP a hodnoty indexu DJIA za posledných 10 rokov. Z grafu je možné pozorovať podobný vývoj oboch časových radov, v prípade finančných ukazovateľov je volatilita prirodzene rádovo vyššia ako v prípade národných účtov. Z historického hľadiska je druhým najstarším indexom na svete (1896). Do indexu sú zahrnuté firmy, ktoré sú z dlhodobého hľadiska dominantné v hlavných odvetviach ekonomiky USA. Preto je tento index jedným z najznámejších indexov vôbec. V súčasnosti v sebe zahŕňa 30 spoločností, ktoré patria medzi najväčšie v Spojených štátoch. Svoje zastúpenie v indexe majú najmä veľké priemyselné podniky, ale okrem nich tu nájdeme aj firmy z oblasti farmaceutického priemyslu, finančných služieb, informačných technológií a zábavného priemyslu.

¹V ďalšom texte budeme používať skratku DJIA

Graf 1: Percentuálna zmena DJIA a HDP USA



Zdroj: Vlastné výpočty

1 METODOLÓGIA

1.1 Saatyho metóda odhadu váh

Na tvorbu váh pre jednotlivé kritériá bola použitá Saatyho metóda². Pri tejto metóde porovnávame dve kritériá navzájom voči sebe. Základom je vytvoriť si Saatyho maticu $S=(s_{ij})$. Pre jednotlivé prvky matice existuje stupnica od 1, kde kritériá i a j sú rovnako dôležité, až po 9, kde kritérium i je extrémne dôležitejšie ako j , a platí, že prvky $s_{ji}=1/s_{ij}$. Hodnota s_{ij} zodpovedá aproximácii podielu váh kritérií v_i/v_j . Po získaní Saatyho matice vypočítame výsledné váhy pomocou vzťahu:

$$v_i = \frac{(\prod_{j=1}^k s_{ij})^{\frac{1}{k}}}{\sum_{i=1}^k (\prod_{j=1}^k s_{ij})^{\frac{1}{k}}} \quad (1)$$

kde $i=1, \dots, k$. Vzťah (1) je výsledkom minimalizácie sumy štvorcov rozdielu skutočných hodnôt podielu váh v_i/v_j a odhadnutými hodnotami s_{ij} .

1.2 Bodovacia metóda

Ide o veľmi jednoduchú, ale účinnú metódu, kde k jednotlivým variantom pre maximalizačné kritérium pridáme body nasledovným spôsobom:

$$b_i = \frac{k_i}{\max(k_i)} * 100 \quad (2)$$

kde b_i zodpovedá počtu bodov daného variantu. Pre minimalizačné kritérium získame bodovú hodnotu nasledovne:

$$b_i = \frac{\min(k_i)}{k_i} * 100 \quad (3)$$

² SAATY, T. 2008. Decision making with the analytic hierarchy process. In International Journal Services Sciences, roč. 1, 2008, č. 1, 2008, s. 83-98

1.3 Použité dáta

V tejto analýze budeme skúmať obdobie 10 rokov od 1. mája 2003 do 1. mája 2013. Predmetom záujmu sú okrem výkonových štatistík časových radov akcií aj štatistiky týkajúce sa celkovej kondície spoločností a to konkrétne ziskovosti a zadlženosti. Preto bolo nutné použiť dva zdroje údajov. Prvým zdrojom bol špecializovaný server yahoo finance a druhým výročné správy jednotlivých spoločností.

1.4 Ukazovatele

Podstatnou časťou príspevku sú odvodené ukazovatele na základe dostupných dát. Celkovo sme odvodili sedem porovnávacích kritérií, z ktorých 5 je maximalizačných a dve minimalizačné. Prvým maximalizačným kritériom je priemerný ročný rast aktív vypočítaný z ročných dát:

$$k_1 = E \left(\frac{TA_t}{TA_{t-1}} - 1 \right), \quad (4)$$

kde TA_t označuje všetky aktíva firmy v čase t . Druhým kritériom je priemerný ročný podiel čistého zisku na celkových aktívach firmy:

$$k_2 = E \left(\frac{P_t}{TA_t} \right), \quad (5)$$

kde P_t je zisk firmy v čase t . Hodnota tretieho kritéria zodpovedá priemernému ročnému výnosu akcie, vypočítaného analýzou priemerného denného výnosu, pričom predpokladáme, že priemerný rok v tomto období má 260 obchodovacích dní:

$$k_3 = \left(E \left(\frac{R_t}{R_{t-1}} - 1 \right) + 1 \right)^{260} - 1, \quad (6)$$

kde R_t zodpovedá hodnote akcie v dni t . Štvrtým kritériom je hodnota CVaR. Uvedené kritérium vypovedá o rizikivosti jednotlivých akcií:

$$k_4: CVaR_\alpha(X) = \int_{-\infty}^{\infty} z dF_X^\alpha(z) \quad (7)$$

kde

$$F_X^\alpha(z) = \begin{cases} 0, & \text{ak } z < VaR_\alpha(X) \\ \frac{F_X(z) - \alpha}{1 - \alpha}, & \text{ak } z \geq VaR_\alpha(X) \end{cases} \quad (8)$$

Posledným maximalizačným kritériom je hodnota priemernej ročnej dividendy. Minimalizačné kritériá sú štandardná odchýlka denných výnosov a priemerná hodnota podielu dlhodobého dlhu na celkových aktívach:

$$k_7 = E \left(\frac{LTD_t}{TA_t} \right), \quad (9)$$

kde LTD_t je hodnota dlhodobého dlhu v čase t . V tabuľke 1 sú zobrazené hodnoty kritérií pre jednotlivé firmy.

Tabuľka 1: Hodnoty ukazovateľov

Typ	max	max	max	max	max	min	min
Spoločnosti	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7
AA	3.1%	2.4%	22.6%	-5.9%	1.9%	2.8%	20.6%
AXP	1.5%	2.4%	1.6%	-5.8%	2.8%	2.5%	30.9%
BA	5.9%	3.8%	-5.4%	-4.1%	2.1%	1.8%	18.1%
BAC	13.6%	0.8%	44.9%	-8.1%	2.7%	4.1%	12.3%
CAT	11.0%	4.7%	3.1%	-4.7%	2.0%	2.8%	26.0%
CSCO	9.8%	11.0%	1.1%	-4.4%	0.4%	2.0%	9.2%

CVX	12.0%	10.6%	0.8%	-3.5%	2.9%	2.5%	7.9%
DD	3.9%	5.4%	1.9%	-3.9%	3.6%	1.8%	19.5%
DIS	4.2%	5.5%	-8.3%	-4.3%	1.1%	1.8%	24.9%
GE	2.1%	2.2%	6.5%	-4.4%	3.3%	2.0%	34.3%
HD	3.7%	9.9%	-6.4%	-4.2%	2.2%	1.8%	15.9%
HPQ	4.9%	5.3%	4.8%	-4.5%	1.2%	2.1%	8.6%
IBM	2.4%	9.2%	-6.5%	-3.1%	1.4%	1.4%	25.0%
INTC	7.0%	13.1%	1.5%	-4.3%	2.3%	2.0%	3.7%
JNJ	11.6%	14.0%	-2.8%	-2.5%	2.7%	1.1%	6.9%
JPM	13.2%	0.7%	3.1%	-6.5%	2.6%	2.7%	10.3%
KO	14.8%	14.7%	5.7%	-2.7%	1.4%	2.3%	12.9%
MCD	4.0%	10.9%	-14.5%	-3.3%	2.6%	1.4%	35.1%
MMM	8.4%	14.1%	8.2%	-3.2%	2.3%	2.5%	12.2%
MRK	13.3%	10.7%	6.8%	-3.7%	4.6%	1.9%	11.7%
MSFT	6.7%	16.9%	12.1%	-3.9%	2.8%	2.5%	10.4%
PFE	23.1%	8.5%	4.0%	-3.4%	3.9%	1.5%	10.0%
PG	16.4%	9.3%	6.1%	-2.5%	2.4%	2.2%	20.4%
T	13.4%	4.0%	0.5%	-3.5%	5.2%	1.5%	20.3%
TRV	6.7%	2.3%	-4.0%	-4.4%	2.4%	1.9%	5.0%
UNH	20.2%	7.8%	17.9%	-4.8%	0.4%	3.6%	16.9%
UTX	12.7%	7.1%	2.6%	-3.5%	1.8%	2.5%	15.0%
VZ	3.2%	3.3%	-0.2%	-3.3%	5.2%	1.5%	20.9%
WMT	8.6%	8.3%	-2.0%	-2.9%	1.7%	1.3%	26.6%
XOM	8.5%	13.6%	-5.7%	-3.4%	2.1%	1.6%	3.9%

Zdroj: Vlastné výpočty

2 VÝSLEDKY

Najprv bolo potrebné určiť váhy jednotlivých kritérií. Ako najdôležitejšie kritériá sme zvolili priemerný ročný výnos a úroveň dlhodobého dlhu, čo zobrazuje tabuľka 2. Použitím vzťahu (1), sme získali výsledné hodnoty jednotlivých váh.

Tabuľka 2: Saatyho matica spolu s výslednými váhami

Kritériá	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	v _i
k1	1.00	0.33	0.20	1.00	0.33	0.33	0.20	8.3%
k2	3.00	1.00	0.33	3.00	3.00	0.50	0.33	22.3%
k3	5.00	3.00	1.00	3.00	6.00	2.00	2.00	57.2%
k4	3.00	0.33	0.17	3.00	1.00	0.25	0.20	12.4%
k5	1.00	0.33	0.33	1.00	0.33	0.33	0.25	9.2%
k6	3.00	2.00	0.50	3.00	4.00	1.00	1.00	35.2%
k7	5.00	3.00	0.50	4.00	5.00	1.00	1.00	43.1%

Zdroj: Vlastné výpočty

Použitím vzťahov (2) a (3) sme získali bodové ohodnotenie pre jednotlivé kritériá firiem. Vynásobením s príslušnými váhami a spočítaním sme dosiahli výsledné zoradenie

jednotlivých firiem. Pre názornosť sme výsledné hodnoty škálovali od 0-100. Výsledné poradie aj s bodovou hodnotou je zobrazené v tabuľke 3.

Tabuľka 3: Výsledné poradie

Spoločnosti	Poradie	Body	Spoločnosti	Poradie	Body
AA	10	54.1%	JPM	22	26.9
AXP	29	7.7%	KO	9	56.4
BA	28	10.3%	MCD	27	10.9
BAC	1	100.0%	MMM	8	59.2
CAT	26	16.1%	MRK	7	69.0
CSCO	15	44.4%	MSFT	5	76.9
CVX	12	52.1%	PFE	6	71.9
DD	20	32.7%	PG	14	44.5
DIS	30	0.0%	T	16	42.9
GE	23	24.7%	TRV	13	46.3
HD	24	22.5%	UNH	11	52.3
HPQ	17	40.4%	UTX	21	30.4
IBM	25	21.1%	VZ	19	36.0
INTC	2	95.9%	WMT	18	36.6
JNJ	3	87.5%	XOM	4	86.7

Zdroj: Vlastné výpočty

ZÁVER

Pomocou pomerne jednoduchej metódy sme získali bodové hodnotenie jednotlivých spoločností tvoriacich index DJIA. Podľa našej analýzy sú najlepšie 3 spoločnosti z indexu DJIA nasledovné: prvou je Bank of America Corporation, ktorá dosiahla za posledných 10 rokov najvyšší priemerný ročný výnos akcií na úrovni 44,9% aj napriek finančnej kríze, druhou je Intel Corporation, ktorá mala najnižšie priemerné dlhové zaťaženie na úrovni 3,7%, treťou aj napriek zápornému priemernému ročnému výnosu akcií, farmaceutická spoločnosť Johnson & Johnson a to hlavne vďaka najnižšej hodnote štandardnej odchýlky a najvyššej hodnote CVaR spomedzi všetkých spoločností, čo potvrdzuje acyklickosť zdravotníckych spoločností. Celkovo sa najlepšie umiestnili technologické, farmaceutické a ťažobné spoločnosti. Medzi najhoršie sme zaradili spoločnosti pôsobiace v zábavnom, leteckom, stravovacom priemysle, spolu s kreditnou spoločnosťou American Express Company.³

Použitá literatúra

1. SAATY, T. 2008. Decision making with the analytic hierarchy process. In International Journal Services Sciences, roč. 1, 2008, č. 1, 2008, s. 83-98
2. www.finance.yahoo.com
3. *Výročné správy jednotlivých firiem za roky 2002-2012*

Kontaktné údaje

Ing. Peter Horvát

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: 1peter.horvat@gmail.com

³ Vypracované v rámci riešenia úlohy IGMP č. I-13-107-00

Ing. Brian König, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: konigbrian@gmail.com

Ing. Filip Ostrihoň

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

email: filip.ostrihon@euba.sk

PROGNOZOVANIE PROSTRIDNECTVOM MODELOV ARIMA

FORECASTING BASED ON ARIMA MODELS

Peter Horvát, Brian König, Filip Ostrihoň

Abstrakt

V predloženom príspevku sa sústreďíme na teoretické východiska prognózovania a správnu metodológiu pri vytváraní prognostického modelu. Ďalej príspevok bližšie rozoberá modely na základe Box – Jenkinsovej metodológie. Ďalej je v príspevku popísaný všeobecný tvar modelu ARIMA ako aj jeho teoretické východiska. Cieľom príspevku je vytvorenie metodologického základu, ktorý ma slúžiť pre neskorší proces vytvárania prognostického modelu, na základe Box – Jenkinsovej metodológie.

Kľúčové slová: *prognóza, Box - Jenkins, ARIMA*

Abstract

In the following paper we will focus on the theoretical background of forecasting and correct methodology for creating a forecasting model. The paper further elaborates on the topic of models based on Box – Jenkins methodology. Additionally there is the description of general form of ARIMA model, as well as its theoretical background. The aim of the paper is to create a methodological foundation, which should serve for the later process of creating the forecasting model, based on Box – Jenkins methodology.

Keywords: *forecast, Box - Jenkins, ARIMA*

1 ÚVOD

Prognózovanie bolo aj je kľúčovým elementom aplikácie kvantitatívnych metód v mnohých oblastiach aplikovaného výskumu. Inak tomu nie je ani v ekonómii, kde skreslené predpoklady o budúcnosti môžu spôsobiť úšľach zisk, vysokú nezamestnanosť, stratu kontroly nad výrobným procesom a mnohé iné ťažkosti. (Yafee – McGee, 1990) Predmetom predloženého príspevku je preto opísať a zdokumentovať postup zaužívaný pri tvorbe prognózy a opísať štandardne používané metódy. Zámerom príspevku preto nie je aplikácia opisovaných metód, ale vytvorenie dostatočného literárneho rešeršu, ktorý bude slúžiť pre metodické účely v budúcnosti a na ktorom bude možné vystavať neskoršie prognózy.

2 POSTUP SAMOTNÉHO PROCESU PROGNOZY

V priebehu vytvárania prognostického modelu sa môžeme stretnúť s veľkým množstvom potenciálne vhodných modelov. Napriek súčasnému stavu ekonomickej teórie je mnohokrát ťažké apriori povedať, ktorý model je pre prognózovanie najvhodnejší. Preto v prvom kroku postupu dochádza k rozdeleniu databázy určenej pre prognózu. (Yafee – McGee, 1990)

2.1 Rozdelenie databázy

Pre vytvorenie vhodného modelu často krát postupujeme prostredníctvom niektorej z metód parametrického odhadu, pre ktorý je potrebný istý počet vstupných dát (pozorovaní). Po

získaní istého, konečného¹ počtu pozorovaní, je potrebné databázu rozdeliť na dve podskupiny pozorovaní. Prvá skupina pozorovaní sa nazýva historické, odhadové alebo inicializačné obdobie. Uvedené obdobie, ako vyplýva z názvu, slúži pre odhad modelu, prípadne viacerých modelov, ktoré sa javia ako vhodné pre prognózovanie skúmaného fenoménu. Druhé obdobie sa nazýva zadržaným (holdout) alebo hodnotiacim obdobím, ktoré slúži na porovnanie prognostickej schopnosti, a teda kvality jednotlivých modelov medzi sebou. Modeli je možné porovnávať prostredníctvom viacerých kritérií, no pre samotné vyhodnotenie je veľmi dôležité, aby sme mali pozorovania, na základe ktorých je možné porovnanie vykonať. (Yafee – McGee, 1990).

2.2 Možné kritéria pre hodnotenie

Na základe rozdielu medzi naprognózovanými a skutočnými hodnotami je možné vytvoriť hodnotiace kritéria, prostredníctvom funkcie straty, ktorá vyhodnocuje odchýlky prognózy. Ako príklad si môžeme uviesť kvadratickú funkciu straty, ktorá sa zovšeobecňuje koeficientom Stredná štvorcová chyba pronozy (Mean square error – MSE). (Hamilton, 1994)

2.3 Prognostická funkcia

V prípade že je možné identifikovať a zostrojiť model, ktorý vytvára budúce hodnoty prognózovanej premennej, v podobe funkcie času, potom môžeme povedať, že uvedený model je prognostická funkcia. (Yafee – McGee, 1990). Jej podoba môže byť rôzna, pričom Hamilton (1994) opisuje funkcie v tvare jednoduchých lineárnych projekcií, až po o čosi zložitejšie autoregresné funkcie. Autoregresným funkciám budeme v tomto príspevku venovať vyššiu pozornosť pretože je možné ich integrovať do komplexnejších modelov, ktoré sú pre prognózovanie vhodné a mimoriadne podrobne spracované v tzv. Box – Jenkinsovej metodológii.

Jej predmetom je tzv. Integrovaný autoregresný model s kĺzavým priemerom (Autoregressive Integrated Moving Average - ARIMA). Jeho všeobecný tvar je nasledovný:

$$Y_{t+h} = \varphi_1 Y_{t+h-1} + \varphi_2 Y_{t+h-2} + \dots + \varphi_d Y_{t+h-p+d} - \theta_1 e_{t+h-1} - \theta_2 e_{t+h-2} - \dots - \theta_q e_{t+h-q} + e_{t+q} \quad (1)$$

Kde Y sú hodnoty skúmaného javu, φ je autoregresný koeficient, θ je koeficient kĺzavých priemerov minulých náhodných zložiek a e je náhodná zložka. Ako z názvu procesu vyplýva, je zložený z viacerých procesov a má dodatočný parameter udávajúci, aký je rád integrovanosti skúmaného časového radu. Proces je mimo iných zložený z autoregresného procesu (AR), ktorého príkladom je aj autoregresný proces prvého rádu AR(1).

$$y_t = C + \varphi_1 y_{t-1} + e_t \quad (2)$$

AR proces je možné zobrazit' ako proces kĺzavých priemerov nekonečného rádu. (Yafee – McGee, 1990). Ďalšou zložkou sú kĺzavé priemery, ktoré je možné ukázať na integrovanom modeli kĺzavých priemerov (IMA). Pre jednoduchosť si ukážeme integrovaný model kĺzavých priemerov prvého rádu IMA(1,1).

$$Y_t - Y_{t-1} = e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad (3)$$

V zápise modelu predstavuje prvá jednotka, rád integrovanosti procesu. Preto ak chceme získať stacionárny proces použijeme prvé diferencie (čo je badateľné na ľavej strane vzťahu

¹ Teoretické východiska, založené na nekonečnom počte pozorovaní sú bližšie popísané napr. v Hamilton (1990)

(3)). Druhá jednotka v zátvorke predstavuje počet oneskorených náhodných chýb, ktoré sú v modeli zahrnuté.

Prepojením a zovšeobecnením vzťahov (2) a (3), získame tvar ARIMA modelu (1). Vo všeobecnom tvare sa model zapisuje $ARIMA(p, d, q)$, kde p je rád oneskorenia AR člena, d predstavuje rad integrácie (teda koľko krát je nutné diferencovať časový rad, aby bol proces stacionárny) a q je počet oneskorení, z ktorých sa vypočítava kľzavý priemer.

Vhodnosť príslušného modelu je možné overiť na základe jeho prognostickej schopnosti. V literatúre sú uvedené aj iné kritéria ako náklady na vytvorenie prognózy, ďalej by daný vzťah mal byť zmysluplný, no najmä neskreslený.²

3 ZÁVER

V predloženom príspevku sme si v jednoduchosti načrtli postup vytvárania modelu, určeného pre prognózovanie, pričom sme sa bližšie sústredili na ARIMA modely, ktoré sú popísané v tretej časti druhej kapitoly príspevku. Zámerom príspevku nebola aplikácia konkrétneho ARIMA modelu, ale vytvorenie podkladov pre ďalší výskum a modelovanie s použitím Box – Jenkinsovej metodológie.

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. YAFFEE, R. A., MCGEE, M. 1990. Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS. 1990.
2. HAMILTON, J. D. 1994. Time Series Analysis. 1994.

Kontaktné údaje

Ing. Peter Horvát

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: 1peter.horvat@gmail.com

Ing. Brian König, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: konigbrian@euba.sk

Ing. Filip Ostrihoň

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: filip.ostrihon@euba.sk

² Vid' Yafee – McGee, 1990

ANALÝZA PREPOJENOSTI BURZOVÝCH TRHOV: MODEL Y PRIESTOROVEJ AUTOKORELÁCIE¹

ANALYSIS OF THE STOCK MARKET LINKAGES: SPATIAL AUTOCORRELATION MODELS

Michaela Chocholatá

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá otázkou spoločného vývoja burzových trhov a problematikou šírenia „nákazy“. Uvedené sú alternatívne definície pojmu „nákaza“ a tiež prehľad vybraných metodologických prístupov k analýze prepojenosti burzových trhov s dôrazom na modely priestorovej ekonometrie. Venuje sa tiež formulácii základných modelov priestorovej autokorelácie SAR a SEM i metóde odhadu ich parametrov.

Kľúčové slová: burzový trh, priestorová ekonometria, model SAR, model SEM

Abstract

The paper deals with the co-movement of stock markets and with issue of „contagion“ dissemination. Presented are alternative definitions of the term „contagion“ and also the survey of selected metodological approaches of the stock markets linkages with concentration on spatial econometric models. The paper is furthermore devoted to formulation of basic spatial autocorrelation models SAR and SEM and to the estimation methods of their parameters.

Keywords: stock market, spatial econometrics, SAR model, SEM model

1 ÚVOD

Otázka regionálnej a globálnej integrácie rozvíjajúcich sa burzových trhov zohráva v posledných desaťročiach významnú úlohu. Čoraz častejšie však ekonomiky čelia rôznym krízam - možno spomenúť ázijskú menovú krízu (1997), ruskú krízu (1998), americkú hypotekárnu krízu (2007), či v súčasnosti pretrvávajúcu globálnu hospodársku krízu, ktorá je najväčšou krízou od obdobia veľkej hospodárskej krízy z 30. rokov minulého storočia. Jednotlivé krízy a s nimi spojený hospodársky útlm však vyvolávajú u množstva analytikov otázky súvisiace s prenosom „nákazy“ (z angl. contagion) medzi burzovými trhmi, keďže to ovplyvňuje schopnosť investorov zaistiť riziko prostredníctvom globálnej diverzifikácie. Otázke vzťahu medzi globálnou integráciou a krízou sa venuje napr. Asongu (2011), ktorý tiež podáva prehľad rôznych definícií pre pojem „nákaza“. Rôzne pohľady na pojem „nákaza“ poskytujú aj Tjahjawandita a kol. (2009), ktorí uvádzajú, že v súčasnosti neexistuje jednoznačný konsenzus ohľadne definície pojmu finančná „nákaza“. Význam tohto pojmu vysvetľujú na príklade z epidemiologickej terminológie, kde ide o šírenie nákazy spojenej s konkrétnym napr. morovým ochorením s pravdepodobným smrteľným koncom. Svetová

¹ Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0595/11 „Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód“.

banka rozlišuje viaceré definície pojmu „nákaza“². Najširšia definícia charakterizuje finančnú „nákazu“ ako prenos šokov medzi krajinami. V tejto súvislosti je vhodné poznamenať, že sa týka tak prenosu negatívnych ako aj pozitívnych šokov, z čoho je zrejmé, že o „nákaze“ sa nemusí hovoriť len v súvislosti s krízou. Najčastejšie sa však používa užšia definícia práve v súvislosti s krízou, ktorá hovorí o existencii „nákazy“ v prípade, keď sa korelácie medzi krajinami v čase krízy zvýšia v porovnaní s predkrízovým obdobím. Túto definíciu použili vo svojej práci aj Forbes a Rigobon (2002), ktorí poskytujú tiež prehľad rôznych metodológií umožňujúcich analyzovať spoločný vývoj burzových trhov. Rozlišujú prístupy vychádzajúce z korelačných koeficientov medzi analyzovanými burzovými trhmi, prístupy založené na modeloch autoregresnej podmienenej heteroskedasticity triedy ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity), resp. GARCH (Generalized ARCH), kointegračné techniky a priamy odhad špecifických transmisných mechanizmov. V súčasnej dobe však v analýzach tohto typu zohrávajú významnú úlohu viacrozmerné modely typu GARCH (MGARCH), predovšetkým modely BEKK a modely DCC (Dynamic Conditional Correlation), ktoré umožňujú analyzovať vzájomnú prepojenosť analyzovaných burzových trhov a tiež odpovedať na otázku prítomnosti efektu „nákazy“, prípadne identifikovať obdobie vypuknutia „nákazy“ a dĺžku jej trvania. Tento prístup však nerieši otázku kanálov prenosu „nákazy“ medzi jednotlivými trhmi, hoci už aj v oblasti tejto triedy modelov boli vyvinuté niektoré modely umožňujúce zachytiť významné faktory ovplyvňujúce výšku podmienenej korelácie (pozri napr. model DCCX-MGARCH v Bong-Han a kol. (2012)). Otázke rôznych kanálov prenosu šokov medzi jednotlivými trhmi sa však venujú novšie ekonometrické prístupy, a to prístupy priestorovej ekonometrie. Hoci pojem „priestorová ekonometria“ bol použitý prvýkrát v 70. rokoch minulého storočia a niektoré techniky boli popísané už v polovici minulého storočia, k aplikácii týchto techník prichádza až na prelome tisícročí (Arbia (2006)).

Predmetom príspevku je stručne popísať problematiku priestorovej autokorelácie a prezentovať základné modely s dôrazom na modelovanie vzťahov medzi burzovými trhmi.

2 MODELOVANIE „NÁKAZY“: PRIESTOROVÁ EKONOMETRIA

Ako už bolo uvedené, väčšina štúdií analyzujúcich vzájomnú prepojenosť burzových trhov s ohľadom na efekt „nákazy“ bola zameraná na testovanie stupňa prepojenosti (závislosti) medzi danými trhmi, nebrala však do úvahy kanály, prostredníctvom ktorých sú trhy vzájomne prepojené a ktoré vytvárajú priestor pre šírenie „nákazy“. Skúmanie základných ekonomických štruktúr, ktoré ovplyvňujú spoločný vývoj burzových trhov vytvára platformu na analýzu senzitivity týchto burzových trhov na exogénne šoky. Vhodnú platformu pre takéto skúmanie predstavuje v súčasnosti priestorová ekonometria, ktorá umožňuje zohľadniť faktory týkajúce sa napr. polohy a vzdialenosti v ekonometrickej analýze. Názov priestorová ekonometria vychádza z toho, že vo väčšine aplikácií analytici predpokladajú, že vzájomná prepojenosť sa so skracujúcou sa vzdialenosťou zvyšuje a so zvyšujúcou sa vzdialenosťou znižuje.

V rámci priestorovej ekonometrie je dôležité rozlíšenie medzi vplyvmi vyplývajúcimi z umiestnenia trhu v konkrétnom bode priestoru (absolútna poloha) a vplyvmi spojenými s umiestnením daného trhu v menšej alebo väčšej vzdialenosti od iného trhu (relatívna poloha). Zodpovedajúco tomuto členeniu možno potom rozlišovať dva typy priestorových efektov: priestorovú heterogenitu (absolútna poloha) a priestorovú autokoreláciu (relatívna poloha).³ V tejto súvislosti však treba poznamenať, že obidva tieto efekty sa často vyskytujú

2

<http://econ.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/EXTDEC/EXTRESEARCH/EXTPROGRAMS/EXTMACRO/ECO/0,,contentMDK:20889756~pagePK:64168182~piPK:64168060~theSitePK:477872,00.html>

³ Pre viac informácií pozri Abreu a kol. (2005).

súčasne a nie je jednoduché ich rozlíšiť. V príspevku sa budeme ďalej venovať len modelom na modelovanie priestorovej autokorelácie, keďže pri analýze „nákazy“ zohráva kľúčovú úlohu práve relatívna poloha analyzovaných trhov.

Snahou je teda identifikovať v akom rozsahu rôzne prepojenia medzi trhmi ovplyvňujú ich spoločný vývoj. Prepojenosť medzi jednotlivými trhmi v priestorovej ekonometrii je vyjadrená priestorovou maticou váh \mathbf{W} , ktorá môže byť konštruovaná rôzne, napr. s využitím geografických susedov, vzdialenosti, podobnosti priemyselnej štruktúry, ekonomickej integrácie, monetárnej integrácie a pod. Pri konštrukcii priestorovej matice váh \mathbf{W} (ide o štvorcovú maticu rozmeru $n \times n$, kde n je počet analyzovaných trhov) treba vyriešiť dve hlavné otázky (pozri napr. Spurná (2008)), a to: po prvé, treba definovať, ktoré jednotky i a j sú si priestorovo blízke, t.j. rozhodnúť, ktoré prvky matice váh \mathbf{W} budú nenulové a po druhé, rozhodnúť o hodnote nenulových prvkov matice \mathbf{W} , pričom diagonálne prvky matice sú zvyčajne nulové.

3 MODELY PRIESTOROVEJ AUTOKORELÁCIE

Hoci ako uvádza Spurná (2008), väčšina prístupov k problematike priestorovej autokorelácie bola primárne ovplyvnená rozšírením postupov z analýz časovej autokorelácie, je zrejmé, že v prípade priestorovej autokorelácie ide o značne komplexnejší problém. Kým v prípade autokorelácie časových radov ide vždy o jednosmernú závislosť, keď hodnoty určitej premennej v minulosti ovplyvňujú hodnoty súčasné a budúce, v prípade priestorovej autokorelácie ide o závislosť pôsobiacu vo všetkých smeroch, a to s rôznou intenzitou. Na otestovanie existencie priestorovej autokorelácie možno použiť viaceré štatistiky, pričom najčastejšie používanou je Moranova I štatistika (pozri napr. Spurná (2008), Pavlyuk (2011)). Vo všeobecnosti v literatúre rozlišujeme dve základné formy priestorovej závislosti (Pavlyuk(2011)):

1. priestorové oneskorenia (spatial lags) – hodnota závisle premennej pre konkrétny burzový trh je ovplyvnená premennými (vysvetľujúcimi aj závisle premennými) susediacich burzových trhov,
2. priestorové chyby (spatial errors) – predpokladá sa existencia určitých faktorov (nezahrnutých do modelu a možno nepozorovateľných), ktoré ovplyvňujú všetky analyzované burzové trhy,

pričom existencia každej z vyššie uvedených typov priestorových závislostí spôsobuje problémy s využitím klasického regresného modelu. Opomenutie priestorových oneskorení vedie k problému s vynechanými premennými a nekonzistentným odhadom, zanedbanie priestorových chýb má za následok neefektívnosť odhadov.

Uvažujme n geografických objektov (t.j. v našom prípade burzových trhov), pričom predpokladáme existenciu priestorovej autokorelácie, t.j. $cov(y_i, y_j) \neq 0$, pričom i a j predstavujú priestorové jednotky a y_i , y_j sú hodnoty analyzovanej premennej (napr. burzových výnosov) pre jednotky i , j . Vyššie uvedené formy priestorovej závislosti možno potom vyjadriť vo forme základných priestorových regresných modelov – SAR (Spatial Autoregressive Model, resp. Spatial Lag Model) a SEM (Spatial Error Model), ktoré bližšie popíšeme.

V modeli SAR je priestorová závislosť v modeli vyjadrená pomocou priestorovo oneskorenej závisle premennej, t. j.

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (1)$$

kde ρ je priestorový autoregresný koeficient, \mathbf{W} je priestorová matica váh, \mathbf{X} je matica vysvetľujúcich premenných, $\boldsymbol{\beta}$ je vektor parametrov a \mathbf{u} je vektor sférických chýb s variančno-kovariančnou maticou v tvare $\sigma^2 \mathbf{I}_n$.

Za predpokladu, že vektor $\mathbf{W}\mathbf{y}$ je korelovaný s \mathbf{u} , MNŠ aplikovaná na model (1) bude poskytovať nekonzistentné odhady ρ a $\boldsymbol{\beta}$. Jednou z možností ako vyriešiť tento problém je použitie priestorovej dvojstupňovej MNŠ, prípadne metódu maximálnej vierohodnosti, ktorej sa venujeme nižšie.

V modeli SEM je vplyv medzi analyzovanými burzovými trhmi vyjadrený cez priestorové chyby, t. j.

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \lambda \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{u} \quad (2)$$

kde \mathbf{u} je vektor sférických chýb, $\boldsymbol{\varepsilon}$ je vektor priestorovo autokorelovaných chýb a λ je priestorový autoregresný koeficient. Použitie MNŠ v tomto prípade by viedlo síce k neskesleným, ale neefektívnym odhadom parametrov a tiež ku skreslenému odhadu rozptylu.

Vhodnými metódami na odhad parametrov vyššie uvedených modelov SAR a SEM sú metódy maximálnej vierohodnosti (pozri napr. Paas a kol. (2007)). Logaritmicke vierohodnostnú funkciu pre SAR model možno zapísať nasledovne:

$$\begin{aligned} \ln L = & -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}| - \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} [(\mathbf{y} - \rho \mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \rho \mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})] \end{aligned} \quad (3)$$

Analogicky, logaritmicke vierohodnostná funkcia pre SEM model má tvar:

$$\begin{aligned} \ln L = & -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| - \\ & - \frac{1}{2\sigma^2} [(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})] \end{aligned} \quad (4)$$

Vzťahy pre odhady parametrov $\boldsymbol{\beta}$ vo vektorovom tvare možno potom zapísať nasledovne (pozn. podľa typu modelu použijeme označenie $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{SAR}$, resp. $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{SEM}$):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{SAR} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}) \mathbf{y}, \text{ pričom } \rho \text{ je maximálne vierohodný odhad} \quad (5)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{SEM} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{y}, \text{ pričom } \lambda \text{ je maximálne vierohodný odhad} \quad (6)$$

O vhodnosti aplikácie modelu priestorovej autokorelácie SAR, resp. modelu SEM možno rozhodnúť na základe testov Lagrangeových multiplikátorov uvedených napr. v Pavlyuk (2011).

4 ZÁVER

Zámerom príspevku bolo poukázať na problematiku vzájomnej prepojenosti medzi burzovými trhmi, pričom z hľadiska analýz je dôležité nielen otestovať existenciu vzájomnej

prepojenosti, prípadne dĺžku jej trvania, ale pri analýze tiež zohľadniť kanály, cez ktoré sú trhy vzájomne prepojené. Metódy a modely priestorovej ekonometrie predstavujú vhodný nástroj na analýzu takéhoto typu. V príspevku sme teda popísali základné modely priestorovej autokorelácie a načrtli spôsob odhadu ich parametrov.

Použitá literatúra

1. ABREU, M. a kol. 2005. Space and Growth: A Survey of empirical Evidence and Methods. *Région et Développement*, roč. 21, 2005, s. 14-44.
2. ARBIA, G. 2006. *Spatial Econometrics. Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
3. ASGHARIAN, H. a kol. 2011. A spatial analysis of international stock market linkages. Available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1787109 [cit. 2013-05-14]
4. ASONGU, S. A. 2011. The 2011 Japanese earthquake, tsunami and nuclear crisis: evidence of contagion from international financial markets. MPRA Paper No. 31174, 2011.
5. BONG-HAN, K. a kol. 2012. Spillover Effects of the U.S. Financial Crisis on Financial Markets in Emerging Asian Countries. AUWP 2012-06. Available at: <http://econpapers.repec.org/paper/abnwpaper/> [cit. 2013-05-14]
6. FORBES, K.J. – RIGOBON, R. 2002. No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements. *Journal of Finance*, roč. 57, 2002, č. 5, s. 2223-2262.
7. FURKOVÁ, A. – SURMANOVÁ, K. 2011. Stochastic Frontier Analysis of regional competitiveness. In: *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*. Warsaw: Warsaw University of Life Sciences Press, 2011. ISSN 2082-792X. roč. XII, č. 1, 2011, s. 67-76.
8. PAAS, T. a kol. 2007. Econometric Analysis of income convergence in selected EU countries and their NUTS 3 level regions. Available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1078863 [cit. 2013-04-15]
9. PAVLYUK, D. 2011 Efficiency of Broadband Internet Adoption in European Union Member States. In: *Proceedings of the 11th International Conference "Reliability and Statistics in Transportation and Communication" (RelStat'11)*, 19–22 October 2011, Riga, Latvia, s. 19-27.
10. SPURNÁ, P. 2008. Prostorová autokorelace – všudypřítomný jev při analýze prostorových dat? *Sociologický časopis/Czech Sociological Review*, 2008, roč. 44, č. 4, s. 767-787.
11. TIAHJAWANDITA, A. a kol. 2009. Spatial Contagion of Global Financial Crisis. Working Paper in Economics and Development studies č. No. 200906. Department of Economics Padjadjaran University. 2009, 17 s.
12. <http://econ.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/EXTDEC/EXTRESEARCH/EXTPROGRAMS/EXTMACROECO/0,,contentMDK:20889756~pagePK:64168182~piPK:64168060~theSitePK:477872,00.html> [cit. 2013-05-14]

Kontaktné údaje

Ing. Michaela Chocholatá, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 832

email: michaela.chocholata@euba.sk

ZÁKLADNÝ MODEL FIŠKÁLNEHO VYROVNANIA (TEORETICKÝ PRÍSTUP) # THE BASIC MODEL OF FISCAL EQUALIZATION (THEORETICAL APPROACH)

Zlatica Ivaničová

Abstrakt

Príspevok je zameraný na problémy týkajúce sa možnosti odstraňovania nerovnomerného vývoja regiónov – štátov. Pre riešenie tohto problému boli zostavené špeciálne jednorovnicové modely, ktorých základom bol model vytvorený v USA za Nixonovej vlády. V príspevku uvádzame model vytvorený v USA a jeden z modelov, ktorý bol publikovaný v práci „Správa študijnej skupiny o úlohe verejných financií v integrujúcej sa Európe“ ([1], Komisia Európskeho spoločenstva, Brussels, apríl 1977). Napriek tomu, že práca bola publikovaná vo forme pracovného zošita ešte v roku 1977, súčasné veľké rozdiely v ekonomickej výkonnosti ekonomík jednotlivých štátov a ich zadlženosť, ktoré tvoria Európsku menovú úniu, naznačuje aktuálnosť uvedenej správy aj v súčasnosti.

Kľúčové slová: model vyrovnávania príjmov, fiškálne vyrovnanie

Abstract

This paper is focused on the problems concerning the unbalanced development of the regions – states. For solving this problems were formulated special models. The basic concept of that model goes upon the original revenue-sharing proposals of the Nixon Administration in the USA. In the paper is described the model formulated in USA and one of the models published in „Report of study group on the role of public finance in European Integration [1]. Even though that the report was published as the Working paper in year 1977, the substantial differences in the development of the economic efficiency of the state of the European Monetary Union and their indebtedness indicate the timeliness of this Report.

1. Úvod

Ekonomická situácia v dôsledku krízy zaznamenáva neustály rast nezamestnanosti, znižovanie dopytu a teda aj pokles ekonomickej výkonnosti jednotlivých ekonomík. Problémové naštartovanie efektívneho ekonomickeho vývoja je silne ovplyvnené predovšetkým krajinami s nezodpovednou politikou v oblasti verejných financií, ktorá nebola zladená s ekonomicou efektívnosťou týchto ekonomík. Vysoká zadlženosť niektorých štátov Európskej menovej únie ohrozuje stabilitu spoločnej meny Eura. Pokusy spojené s riešením danej situácie sú zamerané na poskytovanie finančných prostriedkov krajkujúcim ekonomikám.

Pred vstupom jednotlivých ekonomík do Európskej menovej únie mali byť splnené Maastrichtské kritériá, neskôr bol Európskou komisiou deklarovaný Pakt stability a rastu. Ani jeden z uvedených materiálov nebol a nie je plne akceptovaný. Podstatným faktorom existujúceho stavu ekonomiky v Európskej únii je zanedbanie kontrolných mechanizmov

Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód".

medzi ekonomickým potenciálom jednotlivých ekonomík, ich fiškálnou politikou, verejnými financiami.

V mnohých silných ekonomikách existujú spôsoby ako kompenzovať nerovnomerný vývoj ekonomického potenciálu v jednotlivých štátoch, napríklad v USA, v Spolkovej republike Nemecko, v Kanade, atď. V prípade problémov nerovnomerného vývoja príjmov obyvateľstva existujú mechanizmy na včasné zabezpečenie kompenzácie príjmov obyvateľstva, ako aj mechanizmy na monitorovanie fiškálnych tokov v jednotlivých štátoch.

Už za Nixonovej administratívy existoval v USA spôsob ako koordinovať ekonomický vývoj jednotlivých štátov USA. Bol formulovaný vzťah, ktorý umožňuje výpočet rozdeľovania príjmov (z federálnej dane z príjmov) na základe počtu obyvateľov, veľkosti príjmov obyvateľstva a rastu príjmu z vlastných zdrojov v jednotlivých štátoch USA. V rámci diskusií týkajúcich sa vývoja Európskej únie bol vypracovaný materiál „Mechanizmus pre fiškálne vyrovnanie integrujúceho sa ekonomického spoločenstva“ [2], ktorý však dosiaľ nebol realizovaný. V rámci tejto práce bolo spracovaných niekoľko fiškálnych kompenzačných modelov. V príspevku okrem modelu Nixonovej administratívy uvedieme základný model vyrovnania fiškálnej kapacity.

2. Model vyrovnávania príjmov

Zosúladovanie plnenia rozpočtov jednotlivých štátov spoločenstva by sa malo zabezpečovať špecifickými výkonnými normami a opatreniami, ktoré by mali byť definované centrálnou vládou.

V prípade všeobecného zámeru kompenzačných platieb, t.j. realizácia vyrovnania ekonomickej efektívnosti štátov, môže nadobudnúť tvar príjmovej zložky v rámci vyrovnania výrobných kapacít, alebo iného druhu vyrovnania (finančné, fiškálne). Príjem za týmto účelom môže byť definovaný ako pomer vládou akumulovaného príjmu a príjmu z rastúcej výrobnnej kapacity i -teho štátu.

Pôvodné návrhy rozdeľovania príjmov Nixonovej administratívy v USA viedli k rozdeľovaniu príjmov (v 50 štátoch a oblasti Columbia) v súlade s nasledovným vzťahom [3]

$$S_i = N \left[\frac{P_i \left(\frac{R_i}{Y_i} \right)}{\sum_{i=1}^{51} P_i \left(\frac{R_i}{Y_i} \right)} \right], \quad (1)$$

kde

- S_i podiel finančného vyrovnania i -teho štátu,
- N celkový podiel príjmu (ktorý sa rovná 1 % zo základu federálnej dane z príjmu) [],
- P_i počet obyvateľov i -teho štátu,
- R_i rastúce výnosy i -teho štátu a ich lokálnych autorít z vlastných zdrojov,
- Y_i dôchodok jednotlivca v i -tom štáte.

Podľa tohto vzťahu by malo byť základné rozdeľovanie spoločného príjmu realizované na základe počtu obyvateľov. Dôvodom vyrovnania sú rozdiely v príjmoch na obyvateľa medzi

štátmi. Napríklad, v štáte, v ktorom boli príjmy o 10 percent vyššie ako celoštátny priemerný príjem (produkcia), by mal získať 10 percent viac ako by bol stanovený príjem na základe počtu obyvateľov, opačne to platí, ak by bol príjem štátu nižší ako celoštátny priemer.

Príjmový faktor prispôsobenia (regulovania) jednotlivých štátov môže byť definovaný pomocou zložitejších modelov, napríklad modely zamerané na fiškálne vyrovnávanie.

Pri formulácii uvedeného jednoduchého modelu vyrovnávania príjmov vytvoreného v USA za predpokladalo, že realizačné kritériá musia byť obmedzené príjmom (výnosom) alebo musia rešpektovať rozpočtovú politiku daného štátu (vlády). Avšak vyrovnávanie príjmov sa môže zrealizovať viacerými všeobecnejšími kritériami (ďalej ich nazveme faktormi) hospodárskej výkonnosti, ktoré môžu mať nepriamy vplyv na príjem resp. rozpočet. K takýmto faktorom patri: udržanie úrovne ekonomickej aktivity meranej zmenami v úrovni nezamestnanosti, kontrola inflácie meraná zmenami vo vývoji indexu spotrebiteľských cien, relatívna výkonnosť vo vzťahu bilancie verejného sektora a platobnej bilancie meraná zmenami v peňažnej zásobe vo vzťahu k týmto faktorom, hospodársky rast meraný zmenou hrubého domáceho produktu v stálych cenách, atď..

Tieto faktory môžu byť použité zavedením dodatočných parametrov do distribučného modelu. Meradlo výkonu vlády vo vzťahu k čiastkovým faktorom je možné vyjadriť ako podiel k priemeru všetkých vlád zapojených do vyrovnávacích (regulačných) opatrení. Výsledný podiel (alebo ak je vhodná jeho obrátená hodnota) sa začlení do distribučného modelu. Napríklad, pokiaľ by miera inflácie v určitom štáte prekročila priemernú mieru inflácie všetkých štátov zahrnutých do procesu vyrovnávania ekonomickej úrovne štátov, jej podiel z celku by sa zodpovedajúcim spôsobom znížil.

Zatiaľ čo v prípade rozpočtových kritérií vyrovnávania kapacít je dôležitosť potrieb (váha) daná štandardným rozpočtom, v prípade výkonnosti ekonomických kritérií je potrebné priradovať váhy na arbitrážnej alebo subjektívnej báze. Nepochybne, rozhodnutie v tomto smere odráža úsudok o relatívnej dôležitosti rôznych aspektov výkonnosti ekonomiky. Pri zaradovaní rôznych ukazovateľov výkonnosti do modelu sa musí dbať na to, aby nedošlo k dvojitému započítavaniu.

Realizácia fiškálneho vyrovnávania resp. vyrovnávania ekonomickej efektívnosti je ovplyvnená tým, či vlády majú kontrolu nad ich vlastnou ekonomickou efektívnosťou. Vyrovnávanie ekonomickej efektívnosti je vhodnejší prístup pre realizáciu medzinárodného programu podpory (k základným faktorom patrí napríklad priradenie finančných prostriedkov s cieľom vybudovania výrobných kapacít). Fiškálne vyrovnávanie je vhodnejšie realizovať vo federálnom usporiadaní štátov, v ktorom členské štáty majú iba čiastočnú zodpovednosť za úroveň faktorov ekonomickej výkonnosti, napríklad miera inflácie, platobná bilancia a miera ekonomického vývoja. Techniky fiškálneho vyrovnávania sú problematické pri priradovaní finančných prostriedkov medzi členskými štátmi Európskeho spoločenstva.

Pri analýze ekonomickej výkonnosti existujú faktory, ktoré nemusia byť kontrolovateľné. Treba zdôrazniť, že do distribučného modelu je vhodnejšie zaradiť ukazovatele výkonnosti, ktoré sa vzťahujú ku kontrolovateľným faktorom. Definovanie kontrolovateľných faktorov skrýva v sebe určité špecifiká. Ako príklad je možné uviesť ukazovateľ výkonnosti – index mzdových sadzieb (upravený podľa produktivity práce) a bilanciu verejného sektora. Oba tieto faktory lepšie popisujú výkonnosť ekonomiky pri kontrole inflácie ako index

spotrebiteľských cien, ktorý odráža nekontrolovateľné faktory, akú sú napríklad zmeny v terms of trade.

Záverom treba poznamenať, že výdavky na vyrovnanie, robia z vlád prijímajúcich krajín „spotrebných agentov“ vlád, ktoré poskytujú finančné prostriedky a určujú výkonnostné štandardy týmto vládam (ktoré môžu obsahovať aj vecné alebo iné príjmové podmienky). V prípade, ak vlastný príjem prijímajúcej vlády môže byť predurčený na pomoc financovania výdavkov, ktoré sú predmetom vyrovnania, môže byť zložka vyrovnania kapacity zahrnutá do modelu vyrovnania. Rozdelenie špecifických účelov platby potom závisí od pridelenia celkového množstva finančných prostriedkov medzi prijímajúce vlády v súlade s ich relatívnymi potrebami a distribúciou požadovaných finančných zdrojov z prijímajúcich štátov v súlade s ich posúdeným primeraným zvýšením príjmových kapacít.

3. Základný model fiškálneho vyrovnania

V práci [] je uvedených niekoľko modelov fiškálneho vyrovnania, ktoré obsahujú rôzne druhy opatrení – faktorov na vyrovnávanie ekonomickej efektívnosti štátov. Vymenujeme iba niektoré:

- a) základný model vyrovnania fiškálnej kapacity,
- b) model pre distribúciu vopred stanoveného množstva zdrojov s ohľadom na rozdiely vo fiškálnej politike,
- c) model vyrovnania s konkrétnymi účelovými platbami s kapacitným vyrovnávacím faktorom,
- d) model pre distribúciu vopred stanoveného množstva zdrojov s ohľadom na rozdiely vo fiškálnej kapacite a fiškálnej výkonnosti.

Základný model fiškálneho vyrovnania je zameraný na zabezpečenie úplného vyrovnania, ako zvýšenie príjmov a zníženie výdavkov, teda vyrovnanie nerovností pre všetky vlády, ktoré sa zúčastňujú procesu vyrovnania. Tento model môže obsahovať buď najvyššiu kapacitu alebo priemernú kapacitu vyrovnávacej normy. Uvedený model sa týka iba vyrovnania rozpočtov prostredníctvom opakujúcich sa finančných tokov s nadväznosťou na štandardný rozpočet.

Vo formulovanom modeli G_i je tok financií určený na vyrovnanie

$$G_i = P_i \frac{R_s}{Y_s} \left(\frac{Y_s}{P_s} - \frac{Y_i}{P_i} \right) + P_i \frac{E_s}{P_s} \varphi \quad (2)$$

kde

- P počet obyvateľov,
 R výber daní,
 Y príjem- HDP,
 $\frac{R}{Y}$ príjmový výkon,
 E výdaje,
 φ dopĺňujúce percento nákladov na poskytovanie služieb vo vzťahu k štandardným nákladom na obyvateľa.

Index i označuje jednotlivé ekonomiky, pre ktoré sa realizuje vyrovnávanie a index s národnú vládu resp. vlády ako celok. V praxi je potrebné realizovať oddelené výpočty pre

každý príjmový zdroj a každú výdavkovú kategóriu. V prípade použitia váh, sú tieto vlády odvodené z rozpočtu.

Ako je v práci [] uvedené, tento model môže byť použitý k popisu daňového režimu kompenzačných politík, ktoré sú v platnosti v Austrálii, Kanade a Spolkovej republiky Nemecko. V Austrálii sa index s týka priemernej úrovne dvoch štátov s najvyššími fiškálnymi kapacitami, štátu New South Wales a štátu Victoria. Potreby finančného vyrovnávania ostatných štátov sa odvíjajú od dvoch faktorov týchto štátov, od rastu výrobných kapacít a rozdielov nákladov na služby. V Kanade index s je priradený priemernému národnému štandardu všetkých provincií. Posúdenie potrieb finančného vyrovnania provincií je vymedzené rozdielom v príjmoch na obyvateľa, čo je dané prvým vzťahom na pravej strane modelu (2). Implicitne sa predpokladá, že náklady na služby na jedného obyvateľa sú vo všetkých provinciách rovnaké a ϕ je rovné nule.

V Austrálii a Kanade vyrovnávacie finančné toky majú charakter doplnkových platieb (dotácií), ktoré zodpovedajú štandardnej miere rozpočtu a individuálnej štandardnej odchýlke. Finančné prostriedky sú do jednotlivých štátov resp. provincií poukazované federálnou vládou. V Spolkovej republike Nemecko sú platby realizované proporcionálne k daniam jednotlivých spolkových republík ktoré sú spoločné s federálnou vládou. Hodnota G_i je pozitívna alebo negatívna v závislosti od toho či fiškálna kapacita spolkovej republiky je krátkodobo menšia alebo krátkodobo prevyšuje priemernú národnú fiškálnu kapacitu.

Nezrovnalosti v nákladoch spojených so službami v Spolkovej republike Nemecko sú vypočítané na základe podkladov z indikátorov spotreby, pričom v Austrálii sú vypočítané na základe podkladov z rozpočtu. Všetky tri krajiny, nerovnomernosť vývoja príjmu je počítaná na základe podkladov rozpočtu a štandarizovanej miery príjmovej základne.

4. Záver

Riešenie vývoja nerovnomerného ekonomického potenciálu jednotlivých štátov únie vyžaduje podrobné skúmanie procesu vyrovnávania efektívnosti ekonomík pomocou finančných tokov s cieľom dosiahnutia určitého štandardu v rámci Európskej únie. Odlžovanie bánk považujeme za neefektívne riešenie ekonomických problémov. Stabilitu ekonomického vývoja Európskej únie resp. Európskej menovej únie môžeme dosiahnuť v zavedení štandarizovanej makroekonomickej politiky, ku ktorej samozrejme patria monitorovanie štátneho rozpočtu, verejných financií spojených so životnou úrovňou a sociálnym zabezpečením, zabezpečenie efektívnosti výrobného procesu a produktivity práce, atď.

Použitá literatúra

1. MAC DOUGALL, D and coll. 1977 Report of study group on the role of public finance in European Integration, Commission of the European Communities, Brussels, april 1977, s.517
2. MATHEWS, R. 1977 Mechanisms for Fiscal Equalisation in an Integrating European Community, In: MacDougall, D and coll. 1977 Report of study group on the role of public finance in European Integration, Commission of the European Communities, Brussels, april 1977, s. 403-432
3. WEIDENBAUM, M.L.,JOSS, R.L. 1970 Alternative Approaches to Revenue Sharing – A Description and Framework for Evaluation, National Tax Journal, vol. XVI, 1970, č.3, s.5

Kontaktné údaje

Prof. Ing. Zlatica Ivaničová, PhD

Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky,

Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava

Tel.: (421 2) 67 295 830 email: ivanic@euba.sk

OPTIMALIZAČNÍ A MODELOVACÍ SYSTÉMY PRO VÝUKU KVANTITATIVNÍCH METOD

OPTIMIZATION AND MODELLING SYSTEMS FOR TEACHING OF QUANTITATIVE METHODS

Josef Jablonský

Abstrakt

Článek přináší přehled současných softwarových produktů pro řešení lineárních a celočíselných optimalizačních úloh a systémů na podporu modelování. Zaměřuje se především na stručnou informaci o nejvýkonnějších systémech obou kategorií, diskutuje možnosti jejich využívání ve výukovém procesu a zkušenosti, které jsou s jejich používáním v kurzech garantovaných katedrou ekonometrie VŠE v Praze.

KLíčové slová: řešitel, systém na podporu modelování, lineární programování, celočíselné programování

Abstract

The paper presents a survey of current linear and mixed integer optimization solvers and systems for mathematical modeling. It is mainly focused on brief information about systems of both categories. The paper discusses current possibilities of application of mentioned solvers and modeling languages in teaching process and analyses experiences given by their usage in courses taught by the Department of Econometrics of the University of Economics, Prague.

Keywords: solver, modeling language, linear programming, mixed integer programming

1 ÚVOD

Předpokladem používání optimalizačních modelů při řešení reálných rozhodovacích problémů je dostupnost adekvátních programových nástrojů. Mezi nejčastěji používané optimalizační úlohy v reálné ekonomické praxi patří úlohy lineárního (LP) a smíšeně celočíselného programování (MIP). Pro jejich řešení je k dispozici množství programových nástrojů (řešitelů), které se však značně liší svým výkonem, uživatelským prostředím, dostupností, cenou apod. Řešení úloh LP a MIP není nezbytné pouze v reálných aplikacích, ale také při výuce některých kvantitativně zaměřených předmětů. Katedra ekonometrie VŠE Praha garantuje kurzy, ve kterých je nezbytné, aby studenti řešili školní nebo i pseudoreálné optimalizační úlohy. Kromě toho musí pracovat s optimalizačními nebo modelovacími systémy při zpracování svých kvalifikačních prací. Mezi kurzy bakalářských a magisterských studijních programů, které vyžadují aktivní práci s optimalizačními programovými systémy, patří:

- 4EK201 – Matematické modelování,
- 4EK212 – Kvantitativní management,
- 4EK213 – Lineární modely,
- 4EK311 – Operační výzkum,
- 4EK314 – Diskrétní modely a
- 4EK313 – Programy pro matematické modelování.

- 4EK321 – Praktikum z operačního výzkumu.

V menší míře je vyžadována práce s programovými systémy i v dalších kurzech. Je rovněž nezbytná pro studenty doktorského studijního programu.

Předpokladem řešení optimalizačních úloh ve výukovém procesu je samozřejmě jeho dostupnost na počítačových učebnách a dále možnost, aby studenti mohli s těmito systémy pracovat i na svých lokálních počítačích. Ještě donedávna byly možnosti v této oblasti relativně omezené, ale v poslední době nabízejí specializované firmy speciální programy pro studenty a akademické pracovníky tak, aby tito mohli pracovat s plnohodnotnými verzemi těchto produktů. Cílem článku je podat stručnou informaci o možnostech využívat tyto špičkové produkty pro širokou akademickou veřejnost.

2 ŘEŠITELÉ PRO LINEÁRNÍ A SMÍŠENĚ CELOČÍSELNÉ ÚLOHY

Jak jsme již uvedli, budeme se věnovat řešení úloh lineárního (LP) a smíšeně celočíselného programování (MIP). Na tyto úlohy se soustředíme proto, že se jedná zřejmě o nejdůležitější a nejčastěji používaný typ optimalizačních úloh. Takovou úlohu lze obecně formulovat následovně:

maximalizovat (minimalizovat)

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j ,$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i , \quad i=1,2,\dots,m ,$$

$$x_j \geq 0 , \quad j=1,2,\dots,n ,$$

$$x_j - \text{celé} , \quad j = 1,2,\dots,n ,$$

kde podmínky celočíselnosti mohou platit pro všechny nebo jen část proměnných modelu a navíc to mohou být obecně celočíselné nebo bivalentní proměnné. V následujícím přehledu uvedeme seznam vybraných řešitelů pro uvedený typ úloh včetně odkazů na www stránky, kde lze nalézt podrobnější informace, případně kde si lze stáhnout omezenou nebo i plnou verzi daného systému.

1. GUROBI 5.5 (www.gurobi.com). I když se jedná o systém, jehož první verze byla k dispozici až v roce 2007, patří spolu s následujícími dvěma řešiteli k nejvýkonnějším optimalizačním systémům vůbec. Podle většiny zveřejněných testů je dnes GUROBI nejvýkonnější řešitel vůbec. Jedná se pouze o řešitele (DOS aplikace), který nemá žádné uživatelské prostředí a jeho typické využití je v kombinaci s některým z otevřených systémů pro matematické modelování, o kterých se zmíníme v následujícím oddílu. Stejně tak jej lze ovšem snadno zabudovat do vlastních aplikací vytvořených v nějakém vývojovém prostředí. Výhodou GUROBI je fakt, že lze pro akademické účely snadno získat plnohodnotnou licenci, a to i pro studenty. Kromě LP a MIP úloh umožňuje řešit i úlohy kvadratického programování a další vybrané nelineární úlohy.
2. IBM ILOG CPLEX 12.4 (<http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization>) První verze řešitele CPLEX se objevila již v roce 1988. Jednalo se o produkt firmy CPLEX a později ILOG. V roce 2007 převzal firmu ILOG IBM. Do té doby byl světovým leaderem v oblasti LP a MIP úloh. Po nastoupení řešitele GUROBI je pozice vyrovnaná a zdá se, že GUROBI dnes dosahuje lepších výsledků. Podobně jako u GUROBI se jedná

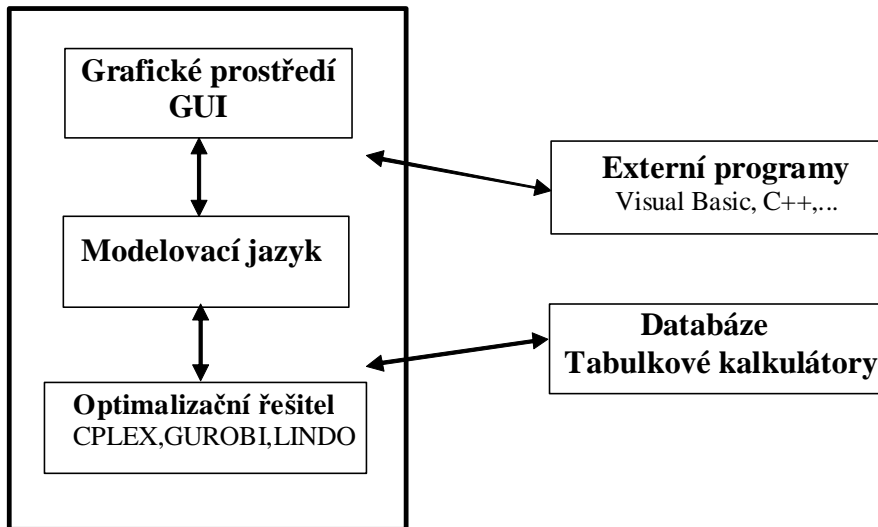
pouze o řešitele, ke kterému není v základní podobě k dispozici žádné prostředí. Výpočty se tedy spouštějí dávkovým režimem. Jeho využití je však možné ve všech otevřených modelovacích systémech a je rovněž součástí výkonného prostředí IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. V rámci akademické iniciativy firmy IBM si lze nainstalovat celé toto prostředí (včetně řešitele CPLEX) v jeho plné verzi zcela zdarma. Registrovaným členem akademické iniciativy může být pouze jeden člen fakulty, který tím získá oprávnění distribuovat tento produkt svým studentům či dalším členům akademické obce.

3. FICO XPRESS Optimizer 20.0 (www.fico.com). XPRESS Optimizer je především součástí optimalizačního a modelovacího prostředí FICO XPRESS Optimization Suite 7.0, i když může být nainstalován i samostatně jako řešitel v jiných modelovacích systémech. Výkonem se v řadě případů vyrovná předcházejícím dvěma systémům, obecně však za nimi mírně zaostává. Ocenit lze však mimořádně příjemné modelovací prostředí, což ale s vlastním výkonem řešitele nesouvisí. Uživatelé si mohou stáhnout časově omezenou verzi tohoto systému. V rámci akademického partnerského programu firmy FICO lze požádat o maximálně deset licencí, které se však musejí každý rok obnovovat.
4. LINDO Systems (www.lindo.com) je firma, která vyvinula celou řadu řešitelů nejen pro LP a MIP úlohy. Zajímavé a výkonné jsou především její nelineární řešitelé. Všichni řešitelé mohou být součástí modelovacího systému LINGO 13.0 (viz dále), LP a MIP řešitele lze však využít i v jiných modelovacích systémech. LINDO LP a MIP řešitelé nedosahují sice takových parametrů jako první tři uvedené, nicméně prostředí systému LINGO je uživatelsky velmi přívětivé a pro řadu aplikací výkon řešitelů dostačuje. Evaluační verzi všech systémů, které firma LINDO nabízí, lze stáhnout z uvedených www stránek. Bohužel však není k dispozici volná akademická verze tak, jako v předchozích případech. Pro akademické účely lze využít síťovou verzi, které je cenově dostupná, může se instalovat na libovolný počet stanic, je však poměrně silně omezená možností řešit úlohy větších rozměrů (maximálně 50 celočíselných proměnných).
5. Premium Excel Solver (www.solver.com) je profesionální rozšíření optimalizačního řešitele, který je k dispozici v MS Excelu. Vlastnosti řešitele, který je standardně v MS Excelu zabodovaný, nejsou nijak mimořádné – zvláště u MIP úloh je obtížné najít celočíselné řešení i pro relativně malý počet proměnných. Profesionální verze vykazuje sice lepší vlastnosti, nicméně i ona je podstatně horší než výše uvedené specializované systémy.

3 SYSTÉMY NAPODPORU MODELOVÁNÍ

Proces aplikace optimalizačních modelů je možné rozdělit do několika fází. První z nich je *modelovací fáze*, která zahrnuje analýzu problému, tvorbu vlastního modelu a jeho naplnění vstupními daty. Další fází je optimalizace, což je vlastně proces hledání optimálního řešení modelu. Na tuto fázi, pokud byla úspěšná, navazuje analýza získaných výsledků, jejich interpretace, a v případě úspěšné verifikace jejich implementace. Výše zmíněné optimalizační systémy umožňují realizovat pouze optimalizační fázi uvedeného procesu. Pro usnadnění a uživatelské přiblížení modelovací fáze získaly proto v posledním desetiletí značnou oblibu systémy na podporu modelování nebo jak se také někdy označují, modelovací jazyky. Systémů této kategorie vzniklo v posledních desetiletích několik a stále se rozvíjejí. Tyto systémy zpravidla neobsahují vlastní optimalizační řešitele, ale pro optimalizační fázi, kterou samozřejmě také poskytují, využívají nabídku řešitelů, často specializovaných na řešení určitých typů optimalizačních úloh. Obecná struktura systému na podporu modelování je na obr. 1. V souladu s tímto znázorněním lze formulovat základní vlastnosti systémů na podporu modelování v následujících bodech:

Systém na podporu modelování



Obr. 1: Struktura systému na podporu modelování.

1. Systémy na podporu modelování obsahují speciální modelovací jazyk, který umožňuje zápis modelu podobným způsobem jako je běžná formulace matematického modelu. Model může být pomocí tohoto jazyka vyjádřen naprosto obecně nezávisle na konkrétních parametrech dané úlohy.
2. Obecný zápis modelu pomocí modelovacího jazyka umožňuje oddělit vlastní model a jeho datovou základnu. To znamená, že obecný zápis modelu může být použit opakovaně pro různé datové soubory, které mohou být připraveny v různých formátech, které jsou tím kterým systémem podporovány. Běžné je propojení s aplikacemi jako jsou tabulkové kalkulatory, databáze, textové soubory apod.
3. Oddělení modelu a vstupních dat usnadňuje snadnou modifikaci datových souborů. Lze tak měnit nejen vstupní data, ale i strukturu celého modelu. V porovnání s tím je například téměř nemožné při použití formátu MPS pro vstupní data optimalizační úlohy tento soubor přímo editovat nebo dokonce měnit rozsah modelu.
4. Modelovací systémy zpravidla podporují různé optimalizační řešitele pro různé typy úloh (lineární, nelineární, celočíselné apod.) Podle typu zpracovávané úlohy se příslušný řešitel buď vybere automaticky, nebo si jej uživatel může zvolit sám. Výhodou je možnost použití více řešitelů bez nutnosti jakkoliv upravovat model či vstupní data.
5. Zápis modelu při vhodném použití modelovacího jazyka je pro uživatele velmi srozumitelný a může představovat, spolu se současným použitím komentářů, určitou formu dokumentace modelu.
6. Vzhledem k obecnému zápisu modelu si může uživatel vytvářet knihovny typových modelů a ty potom opakovaně používat s různými datovými soubory.
7. Modelovací systémy umožňují přímé spojení s ostatními aplikacemi pod různými platformami.

Systémy na podporu modelování lze dělit na otevřené a uzavřené. Toto dělení je dané tím, zda daný systém pracuje pouze s danou sestavou řešitelů (zpravidla řešitelé té firmy, která systém nabízí) nebo zda se jedná jen o „prázdnou“ schránku a umožňuje pracovat s širokou škálou podporovaných řešitelů. V následujícím přehledu se zmíníme o nečastěji používaných systémech na podporu modelování.

1. LINGO 13.0 (www.lindo.com) je modelovací prostředí firmy Lindo Inc. Jedná se o uzavřený systém, který obsahuje LP a MIP řešitele a navíc i řešitele pro nelineární a stochastickou optimalizaci. Samotné modelovací prostředí je uživatelsky přívětivé. Bohužel je však problém s licencemi plné verze pro studenty případně další akademické pracovníky. Omezená akademická licence (200 proměnných a z toho pouze 50 celočíselných, a 200 omezujících podmínek) obsahuje plnohodnotné modelovací prostředí a je volně šiřitelná.
2. MPL for Windows 4.2 (www.maximalsoftware.com) je zástupce otevřeného systému. Pokud má uživatel na počítači nainstalované řešitele jako CPLEX, GUROBI, LINDO, XPRESS a řadu dalších, potom může v rámci MPL řešit optimalizační úlohy pomocí všech takto podporovaných řešitelů. Prostředí MPL je v mnoha ohledech uživatelsky přívětivější než u systému LINGO. Firma navíc nabízí plnohodnotnou akademickou licenci tohoto systému (časově omezenou), která z něj dělá ve spojení s řešitelem GUROBI (lze také snadno získat akademickou licenci) velmi výkonné prostředí pro modelování a řešení optimalizačních úloh, dostupné i pro studenty.
3. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.4. je mohutný uzavřený systém, který využívá řešitele CPLEX. Pro jeho potenciální využití v akademické praxi platí stejná pravidla jako pro řešitel CPLEX, o kterém jsme se zmínili v předcházejícím oddílu. Licenci lze získat v rámci IBM akademické iniciativy a lze tedy systém legálně šířit mezi studenty a další členy akademické obce.
4. FICO XPRESS 7.0 (www.fico.com) je uzavřený systém firmy FICO, který využívá řešitele této firmy. Uživatelské prostředí je velmi zdařilé a nejen pro studenty velmi přitažlivé. Možnosti využití tohoto systému při výuce jsou však omezené, protože firma nabízí akademické licence v rámci svého APP (Academic Partner Program), nicméně počet licencí je omezený a jsou vázané na konkrétní počítače.
5. Mezi ostatní systémy stejné kategorie lze zařadit GAMS (www.gams.com), AIMMS (www.aimms.com) a AMPL (www.ampl.com), které všechny patří mezi otevřené systémy a mají své zastánce. Především AIMMS je velmi mohutný systém, ve kterém lze vytvářet plnohodnotné aplikace pro koncové uživatele.

4 DISKUSE A ZÁVĚRY

Z hlediska praktického využití ve výuce ukazují zkušenosti, že pro základní kurzy jako je např. Operační výzkum, vyhovuje dobře systém LINGO, protože umožňuje velmi snadno zapisovat jednoduché modely rovnicovým způsobem a prezentace výsledkům v přehledné podobě. Stejnou možnost sice nabízí i systém MPL for Windows, nicméně dosavadní zvyklost vede k tomu, že setrváváme u prvního zmíněného systému.

Jiná situace je u specializovaných oborových kurzů, kde se vyžaduje řešení rozsáhlejších úloh nebo úloh s netypickou strukturou. V takovém případě je nezbytné využívat modelovací jazyk, který je obsažený ve všech modelovacích systémech, ale z hlediska dostupnosti a platných licencí pracujeme opět se systémy LINGO a MPL for Windows. Vzhledem k poslednímu vývoji v licenční politice firmy Maximal Software Inc. se však jeví výhodné přejít právě k tomuto systému, protože tak studenti získávají možnost využívat nejen neomezené modelovací prostředí MPL ale i řešitel GUROBI, který je ve většině případů nejrychlejší.

Použitá literatura

- [1] JABLONSKÝ, J. Advance in Optimisation Software for LP and MIP problems. In: *Quantitative Methods in Economics (Multiple Criteria Decision Making XIV)*. Bratislava : Iura Edition, 2008, s. 97–104.
- [2] SCHRAGE, L.: *Optimization modeling with LINGO*. Lindo Systems, Inc., Chicago 2004.
- [3] XPRESS-MP essentials – an introduction to modelling and optimisation. Dash Associates, 2007.
- [4] www-01.ibm.com/software/websphere/ilog_migration.html
- [5] www.lindo.com
- [6] www.maximalsoftware.com
- [7] www.gurobi.com

Článek je zpracovaný s podporou projektu Interní grantové agentury Vysoké školy ekonomické v Praze, projekt č. F4/11/2013.

Kontaktní údaje

Prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

Tel: (420) 224 095 403

email: jablon@vse.cz

UTILITA A DISUTILITA VE VEŘEJNÝCH OBSLUŽNÝCH SYSTÉMECH

UTILITY AND DISUTILITY IN PUBLIC SERVICE SYSTEMS

Jaroslav Janáček

Abstrakt

Příspěvek se zabývá vztahem mezi utilitou a disutilitou veřejného obslužného systému pro uživatele. Je zde formulováno zobecněné vyjádření utility, kterou uživatel veřejného obslužného systému přijímá od více obslužných středisek. Pro zobecněnou utilitu je ukázán způsob její transformace na úlohu s minimální disutilitou. Tato transformace je odvozena jak pro úlohy systémově optimálního tak i pro úlohy férového návrhu obslužného systému. Rovněž je provedena diskuse řešitelnosti příslušných úloh pomocí existujících algoritmů a komerčních IP-solverů.

***Klíčová slova:** zobecněná utilita, disutilita, návrh veřejného obslužného systému*

Abstract

The contribution deals with the relation between utility and disutility of a public service system for its user. The notion of generalized utility obtained by an individual user from several service centers is introduced here. The transformation of the utility to disutility is derived for the both system-optimal and fair-optimal designs of a public service system. Discussion of solvability of the associated problems using known algorithms or a commercial IP-solver is also given.

***Keywords:** generalized utility, disutility, public service system design*

1 ÚVOD

Veřejný obslužný systém je určen pro uspokojení nějakého specifického požadavku obyvatel obsluhovaného regionu, kteří jsou v regionu soustředěni v poměrně velkém počtu obcí. Služba může být uživatelům poskytována z nějakého obslužného střediska-zdroje představovaného například úřadem, ambulancí, a podobně [2], [4] a [8]. Předpokládáme zde konečnou množinu možných umístění, v kterých je možno umístit nejvýše p obslužných středisek.

Návrhem veřejného obslužného systému rozumíme rozhodnutí o tom, v kterých z možných umístění budou vybudována střediska tak, aby jejich počet nepřesáhl zadaný počet p a aby utilita navrženého systému pro uživatele byla co nejlepší. Utilita veřejného obslužného systému pro konkrétního uživatele je subjektivní pojem, ale můžeme předpokládat, že bude dána sumou jistých příspěvků od jednotlivých obslužných středisek a ty budou nepřímo záviset na časové vzdálenosti uživatele od střediska.

Při navrhování veřejných obslužných systémů je často zohledňována idea rovného přístupu uživatelů k poskytované službě. To vede k formulaci různých kompromisních pokrývacích nebo alokačních modelů, v kterých jsou minimalizované buď celkové společenské náklady na poskytnutí služby anebo náklady nejhůře položených uživatelů. Naproti tomu v oblasti korporativního podnikání a následného dělení zisku, resp. jiného, společným úsilím

získaného, výsledku, je rozvíjena teorie férového rozdělení užítka [1]. V tomto příspěvku se pokusíme v navrhování veřejných obslužných systémů aplikovat zobecněný model užitečnosti (utility) systému pro uživatele. Ukážeme vztah mezi vztahy mezi úlohami systémového a férového rozdělení utility a úlohami minimalizace společenských nákladů (disutility). V závěru příspěvku provedeme diskuzi řešitelnosti zformulovaných úloh pomocí dostupných algoritmů resp. komerčních solverů a také poukážeme na otevřené otázky, které vzniknou v souvislosti s aplikací přístupů férového rozdělení na zobecněný model utility založený na příspěvcích jednotlivých obslužných středisek veřejného obslužného systému k utilitě uživatele systému.

2 ZOBECNĚNÁ UTILITA VEŘEJNÉHO OBSLUŽNÉHO SYSTÉMU PRO UŽIVATELE

Nechť J je množina umístění uživatelů veřejného obslužného systému v obsluhovaném regionu. Počet uživatelů v umístění j označíme symbolem b_j . Dále uvažujeme množinu možných umístění I obslužných středisek. Maximální počet středisek, která je možno umístit, označíme p a hledanou množinu umístění označíme symbolem I_1 . V navrhovaném modelu budeme předpokládat, že zdroj služby umístěný v $i \in I$ je schopen přispět k užitečnosti systému pro uživatele umístěného v $j \in J$ kladnou reálnou hodnotou u_{ij} . Na základě příspěvků u_{ij} pro $i \in I_1$ budeme modelovat utilitu systému pro uživatele umístěného v j .

Zavedeme zobrazení Θ z R^n do R^n takové, že vektoru $\langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$ přiřadí vektor $\langle u_{\tau(1)}, u_{\tau(2)}, \dots, u_{\tau(n)} \rangle$ takový, že $u_{\tau(1)} \geq u_{\tau(2)} \geq \dots \geq u_{\tau(n)}$, kde τ je permutace indexů. Jinými slovy, zobrazení Θ uspořádá danou n -tici sestupně. Symbolem $\Theta_k(u_i : i=1, \dots, n)$ potom označíme k -tý prvek uspořádané n -tice. Tedy $\Theta_1(u_i : i=1, \dots, n)$ bude maximální a $\Theta_n(u_i : i=1, \dots, n)$ minimální prvek n -tice. Dále budeme používat symbol $\Theta(u_{ij} : i \in I_1)$ pro označení sestupně uspořádané $|I_1|$ -tice příspěvků k utilitě zákazníka j od středisek v umístěních v I_1 . Utilitu veřejného obslužného systému se středisky v umístěních v podmnožině I_1 pro uživatele umístěného v j označíme jako $U_j(I_1)$ a budeme ji modelovat vztahem (1), kde r je počet udávající kolik největších příspěvků z množiny $\{u_{ij} : i \in I_1\}$ je bráno v úvahu a kde reálná čísla $q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_r$ představují redukční koeficienty z intervalu $(0, 1)$.

$$U_j(I_1) = \sum_{k=1}^r q_k \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) \quad (1)$$

Standardním dosud nejvíce rozšířeným přístupem v navrhování veřejných obslužných systémů je případ, kdy $r=1$. V něm jsou uživatelé z umístění j přiřazeni pro obsluhu tomu středisku-zdroji, který jim poskytne nejvyšší příspěvek k utilitě, a ostatní střediska na uspokojení požadavku uživatele nemají žádný vliv. To odpovídá například pevnému administrativnímu členění regionu, kdy každá obec je jednoznačně přiřazena k úřadu určenému k obsluze jejích požadavků.

3 ÚLOHY SYSTÉMOVĚ A FÉROVĚ OPTIMÁLNÍHO NÁVRHU VEŘEJNÉHO OBSLUŽNÉHO SYSTÉMU PRO UŽIVATELE

Systémově optimálním rozdělením utility veřejného obslužného systému označujeme takové rozdělení, kdy součet utilit, které pocítují jednotliví uživatelé je maximální. V tomto případě může být kombinatorický model úlohy systémově optimálního návrhu veřejného obslužného systému popsán výrazem (2).

$$\max\left\{\sum_{j \in J} b_j U_j(I_1) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} \quad (2)$$

Standardní úloha férově optimálního rozdělení utility má tvar max-minové kombinatorické úlohy popsané výrazem (3).

$$\max\{\min\{U_j(I_1) : j \in J\} : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\} \quad (3)$$

Obecné optimální řešení této úlohy však není paretoovské a tak je vhodnější za úlohu férově optimálního rozdělení utility při návrhu veřejného obslužného systému označit formulaci s následujícím lexikografickým max-minovým kritériem [9].

V následující formulaci označíme \underline{J} množinu uživatelů veřejného obslužného systému, která má mnohem větší mohutnost než dříve zavedená množina umístění uživatelů systému. Dále zavedeme zobrazení Φ z R^n do R^n takové, že vektoru $\langle u_1, u_2, \dots, u_n \rangle$ přiřadí vektor $\langle u_{\tau(1)}, u_{\tau(2)}, \dots, u_{\tau(n)} \rangle$ takový, že $u_{\tau(1)} \leq u_{\tau(2)} \leq \dots \leq u_{\tau(n)}$, kde τ je permutace indexů. Jinými slovy, zobrazení Φ uspořádá danou n -tici vzestupně. Symbolem $\Phi_k(u_i : i=1, \dots, n)$ označíme k -tý prvek uspořádané n -tice. Tedy $\Phi_1(u_i : i=1, \dots, n)$ bude minimální a $\Phi_n(u_i : i=1, \dots, n)$ maximální prvek n -tice. Nyní můžeme zapsat úlohu férově optimálního rozdělení utility při návrhu veřejného obslužného systému s lexikografickým max-minovým kritériem jako (4).

$$\max_{lex}\{\Phi(U_j(I_1)) : j \in \underline{J} : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\} \quad (4)$$

V tomto případě je hledána taková podmnožina I_1 pro kterou bude \underline{J} -tice $\Phi(U_j(I_1)) : j \in \underline{J}$ lexikograficky maximální.

4 VZTAH MEZI UTILITOU A DISUTILITOU VEŘEJNÉHO OBSLUŽNÉHO SYSTÉMU

Dosavadní přístupy k navrhování veřejných obslužných systémů vycházejí z minimalizace negativních důsledků vzdálenosti uživatele od zdroje služby, tyto důsledky budeme nazývat disutilitou a v této kapitole ukážeme, že úlohy se zobecněným modelem utility lze řešit jako úlohy se zobecněným modelem disutility. Odvození provedeme nejdříve pro úlohy (3) se systémovým kritériem utility. Vzhledem ke konečnosti množin I a J existuje takové u^{sup} , kde $u^{sup} > u_{ij}$ pro každou dvojici $i \in I$ a $j \in J$. Potom platí následující ekvivalence, v které můžeme definovat příspěvek d_{ij} k disutilitě uživatele z umístění j od střediska v i jako $d_{ij} = u^{sup} - u_{ij}$.

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r u^{sup} - \max\left\{\sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} = \\ & = \sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r u^{sup} + \min\left\{-\sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} = \\ & = \min\left\{\sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r u^{sup} - \sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} = \\ & = \min\left\{\sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r (u^{sup} - \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1)) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} = \\ & = \min\left\{\sum_{j \in J} b_j \sum_{k=1}^r q_r \Phi_k(u^{sup} - u_{ij} : i \in I_1) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p\right\} \end{aligned}$$

Pro úlohu férově optimálního rozdělení utility při návrhu veřejného obslužného systému s lexikografickým max-minovým kritériem výrazem můžeme psát:

$$\begin{aligned}
& \langle \sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}}, \sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}}, \dots \rangle - \max_{\text{lex}} \{ \Phi(\sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : j \in \underline{J}) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \} = \\
& = \langle \sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}}, \sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}}, \dots \rangle + \min_{\text{lex}} \{ -\Phi(\sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : j \in \underline{J}) : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \} = \\
& = \min_{\text{lex}} \{ \langle \sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}} - \Phi_1(\sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : j \in \underline{J}), \dots \rangle : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \} = \\
& = \min_{\text{lex}} \{ \langle \Theta_1(\sum_{k=1}^r q_r u^{\text{sup}} - \sum_{k=1}^r q_r \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1) : j \in \underline{J}), \dots \rangle : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \} = \\
& = \min_{\text{lex}} \{ \langle \Theta_1(\sum_{k=1}^r q_r (u^{\text{sup}} - \Theta_k(u_{ij} : i \in I_1)) : j \in \underline{J}), \dots \rangle : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \} = \\
& = \min_{\text{lex}} \{ \langle \Theta_1(\sum_{k=1}^r q_r \Phi_k(u^{\text{sup}} - u_{ij} : i \in I_1) : j \in \underline{J}), \dots \rangle : I_1 \subseteq I, |I_1| \leq p \}
\end{aligned}$$

I zde můžeme definovat příspěvek d_{ij} k disutilitě uživatele z umístění j od střediska v i jako $d_{ij} = u^{\text{sup}} - u_{ij}$.

5 ŘEŠITELNOST ÚLOH NÁVRHU VEŘEJNÉHO OBSLUŽNÉHO SYSTÉMU SE ZOBECNĚNOU UTILITOU

Výše uvedená transformace umožňuje úlohu maximalizace utility navrhovaného veřejného obslužného systému převést na úlohu minimalizace disutility se stejnou strukturou modelu, tj. s disutilitou vyjádřenou pomocí příspěvků k disutilitě uživatele od jednotlivých servisních středisek. Tato skutečnost umožní pro standardní přístup, kdy v modelu zobecněné utility (1) je počet r středisek přispívajících k utilitě uživatele roven jedné, řešit úlohy návrhu veřejného obslužného systému pomocí již známých metod pro řešení úlohy p-mediánu a nebo lexikografické úlohy p-center. Rozsáhlé úlohy o p-mediánu je možno řešit buď speciálními algoritmy jako ZEBRA [3], nebo s použitím lagrangeovy relaxace podmínky omezující počet umístěných středisek algoritmem řešení kapacitně neomezené umístovací úlohy [3]. Pro řešení úloh do rozsahu několika stovek možných umístění připadá v úvahu i použití komerčního IP-solveru. Nad tento rozsah při použití alokačního modelu však komerční IP-solvery selhávají pro nedostatek paměti. Existují však aproximativní postupy založené na radiálním modelu úlohy o p-mediánu, které umožňují řešit pomocí komerčního IP-solveru úlohy až do 3000 možných umístění [7]. Jiná situace nastává v případě lexikografické úlohy p-center. Zde pro větší úlohy existuje metoda [9] aplikovatelná na IP-solverech, avšak tento postup má paměťová omezení poněkud vyšší než má zmíněný způsob řešení úlohy p-mediánu s alokačním modelem. Všechny tyto postupy se ale týkají jen standardních případů, kdy je utilita systému pro uživatele dána pouze příspěvkem jediného střediska.

Pro případ zobecněného modelu utility (1) je možno konstruovat lineární model celočíselného programování pro úlohu (2), tedy úlohy p-mediánového typu, a řešit ji exaktně komerčním IP-solverem i pro vyšší hodnoty r pro případy s počtem umístění 300 [5]. Ukazuje se však, že pro vyšší hodnoty r časová náročnost exaktního postupu progresivně roste. Metoda řešení úlohy (4) pro zobecněný model utility dosud publikována nebyla.

6 ZÁVĚR

V příspěvku jsme ukázali, že i pro zobecněný model utility veřejného obslužného systému pro uživatele je jak pro úlohy se systémovým tak i férovým lexikografickým max-min optimumem je

možno podle potreby přecházet mezi formulacemi založenými na utilitě nebo disutilitě. Tím je umožněno využívání nástrojů pro minimalizaci resp. lexikografickou minimalizaci disutility pro návrhy veřejných obslužných systémů, v nichž je maximalizovaná utilita. Bohužel, uvedenou transformaci v případě zobecněné utility není možno přímo použít pro převod úloh s kompromisními formami rozdělení utility jako je proporční utilita nebo utilita parametrická [1]. Nalezení vhodného převedení úloh s kompromisními rozděleními utility bude předmětem dalšího výzkumu. Předmětem dalšího výzkumu bude i hledání vhodných metod pro řešení úloh se zobecněným modelem utility resp. disutility, kde je požadováno lexikograficky optimální max-minové řešení.

Použitá literatura

1. BERTSIMAS, D., FARIAS, V.F., TRICHAKIS N. 2011. The price of fairness, *Operations Research*, 2011, Vol. 59, No. 1, pp. 17-31.
2. DOERNER, K., GUTJAHR, W., HARTL, R., KARRAL, REIMANN, M. 2005 Heuristic solution of an extended double-coverage location problem for Austria, *Central european journal operations research*, 2005, No. 13, pp. 325-340.
3. GARCÍA, S., LABBÉ, M., AND MARÍN, A. 2011. Solving large p-median problems with a radius formulation. *IN-FORMS Journal on Computing*, 2011, 23 (4), p. 546-556.
4. INGOLFSSON, A., BUDGE, S., ERKUT, E. 2008: Optimal ambulance location with random delays and travel times, *Health Care management science*, 2008, Vol, 11, 3, pp. 262-274,
5. JANÁČEK, J. 2013. Modeling of utility in public service system design problem. *Proceedings of the workshop "Optimization of region covering by public service systems"*, (in Czech) Pardubice, 2013 April 26, 2013, to appear
6. JANÁČEK, J., JÁNOŠÍKOVÁ, L., BUZNA, L. 2012 Optimized design of large-scale social welfare supporting systems on complex networks. In: M.T. Thai, P. Pardalos, *Handbook of optimization in complex networks*, Springer Science+Business Media, 2012, pp 337-361.
7. JANÁČEK, J., KVET, M. 2011. Sequential zone adjustment for approximate solving of large p-median problems. In: *Operations research proceedings 2011: selected papers of the international conference on operations research: August 30 - September 2, 2011, Zurich, Switzerland*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, ISBN 978-3-642-29209-5, p. 269-274.
8. JÁNOŠÍKOVÁ, L. 2009. Reduction of hospital network as multiple criteria optimisation problem, In *Economy and Management*, XII (3), 2009, pp. 50-57.
9. OGRYCZAK, W. 1997. On the lexicographical minimax approach to location problems. *European Journal of Operational Research* 100 (1997) pp 556-585

Oznámení

Tato práce vznikla v rámci projektu VEGA 1/0296/12 "Veřejné obslužné systémy s férovým přístupem k službě" a APVV-0760-11 "Navrhovanie férových obslužných systémov na dopravných sieťach". Také chceme poděkovat „Centru excelencie pre systémy a služby inteligentné dopravy“ (ITMS 26220120028) za vybudování infrastruktury použité k tomuto výzkumu.

Kontaktní údaje

Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc.
Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky
Univerzitná 1, 010 26 Žilina
Tel: +421(0) 903736400
email: jaroslav.janacek@fri.uniza.sk

ÚVAHA K HODNOTENIU STUPŇA FÉROVOSTI V OBSLUŽNÝCH SYSTÉMOCH

REFLECTIONS ON REVIEWING FAIRNESS DEGREE IN SERVICE SYSTEMS

Marta Janáčková, Alžbeta Szendreyová

Abstrakt

Pri návrhu obslužných systémov sa obyčajne optimalizujú náklady, ale v niektorých prípadoch treba prihliadať aj na príspevok návrhu k užitočnosti a férovému prístupu daného systému pre zákazníkov. V príspevku sa chceme zaoberať parametrickým vyjadrením užitočnosti a jej dopadu na stupeň férovosti navrhovaného systému.

Kľúčové slová: *obslužný systém, férovosť, užitočnosť*

Abstract

Designing service systems, the total cost is usually optimized, but it is necessary to consider a contribution to utility and fair approach to the given system for customers. In this contribution we want to deal with a parametrical expression of the utility and its influence on the fairness level of the designed system.

Keywords: *service systems on transportation networks, fair, utility*

1 ÚVOD

Verejné obslužné systémy vznikali z potrieb občanov. Obslužné strediská sa umiestňovali postupne podľa možností a na základe skúseností. V dnešnej dobe sú spracované viaceré metódy, ktoré sa venujú problematike návrhu obslužných systémov. Jednou z úloh je umiestňovacia úloha, ktorá býva doplnená ďalšími podmienkami, ako napríklad kapacitné obmedzenia, minimálny alebo maximálny požadovaný počet umiestnených stredísk, časové požiadavky a podobne.

Najčastejšou požiadavkou, ktorú treba pri modelovaní úlohy zohľadniť, býva minimalizácia nákladov. Pri niektorých verejných službách obyvateľstvu je nemenej dôležitá aj užitočnosť navrhnutého systému. Spolu s pojmom užitočnosti súvisí aj pojem férovosti k jednotlivým užívateľom systému. V tomto príspevku sa zamyslíme nad jedným spôsobom vyjadrenia férového prístupu v prípade návrhu umiestnenia p -stredísk obsluhy, tzv. p -medánu.

2 FÉROVÝ PRÍSTUP ZÁKAZNÍKA K SLUŽBE

Mieru užitočnosti môžeme chápať ako kvantifikované vyjadrenie dostupnosti služby a zrejme bude ovplyvnená charakterom poskytovanej služby. Inak pociťujeme mieru užitočnosti v prípade, keď ide o dostupnosť úradu a inak, ak potrebujeme rýchly zásah v prípade vážnych zdravotných problémov, či havárie. V oboch prípadoch sa užitočnosť zlepšuje so skracujúcim sa časom dostupnosti služby, napriek tomu priebeh nemusí byť rovnaký. V prípade, že máme

d'aleko do úradu, pociťujeme isté nepohodlie, ale to môže byť kompenzované napríklad dlhšími úradnými hodinami, takže pár minút navyše nepredstavuje podstatný problém. Inak je tomu v prípade poskytovania lekárskej pomoci v prípade ohrozenia života. Tu môže pár minút navyše znamenať aj stratu života.

V úlohách, kde vyjadrenie užitočnosti má lineárny, alebo podobný priebeh, je možné uspokojiť sa s návrhom systému, ktorý bude optimalizovať celkový prínos- užitočnosť pre spoločnosť. Ak je priebeh užitočnosti takého charakteru, že v istom kritickom bode nastane prudký pokles v príspevku systému k užitočnosti pre jednotlivého zákazníka, potom optimalizácia úlohy na priemernú užitočnosť bude nedostačujúca. V takýchto prípadoch je namieste požiadavka na naozaj rovnaký, alebo aspoň porovnateľný prístup k službe pre každého zákazníka, a to aj na úkor zhoršenia dostupnosti služby pre veľkú skupinu zákazníkov. Hovoríme teda o viac či menej férovom prístupe pre dostupnosť služby.

Navrhnuť systém tak, aby bol férovejší, znamená zlepšiť dostupnosť (t.j. zvýšiť užitočnosť), pre zákazníka s najmenšou užitočnosťou v existujúcom systéme. Touto problematikou sa zaoberajú úlohy typu min-max, resp. max-min. V tomto príspevku rozoberieme parametrický prístup vo vyjadrení funkcie užitočnosti pri riešení úlohy p -mediánu.

Majme množinu I prípustných kandidátov na umiestnenie stredísk a množinu zákazníkov, ktorí sa nachádzajú v uzloch množiny J danej siete. Úseky medzi uzlami i a j sú ohodnotené v matici c_{ij} pre každé možné umiestnenie $i \in I$ a pre každú obec $j \in J$. Našou úlohou je umiestniť daný počet p stredísk do niektorých uzlov z množiny I a z nich obslužiť zákazníkov pre každý uzol $j \in J$ tak, aby počet najazdených kilometrov (prepočítaný prepravný čas) bol minimálny.

Rozhodnutie o umiestnení alebo neumiestnení obslužného strediska v mieste i bude modelované premennou y_i , ktorá nadobúda hodnotu 1 vtedy, ak je stredisko umiestnené v mieste i a v opačnom prípade nadobúda hodnotu 0. Rozhodnutie o priradení zákazníka z uzla j k stredisku v mieste i je modelované premennou z_{ij} . Tá nadobúda hodnotu 1, ak zákazník z uzla j bude obslužený zo strediska v mieste i , hodnotu 0 nadobudne v opačnom prípade. Výsledkom úlohy je umiestnenie najviac p stredísk do niektorých uzlov $i \in I$ a priradenie každého zákazníka k niektorému z umiestnených stredísk.

Nech príspevok k užitočnosti i -teho strediska pre zákazníka umiestneného v j -tom uzle je vyjadrený funkciou u_{ij} . Užitočnosť u_{ij} bude predstavovať hodnota, ktorá je tým väčšia, čím je kratší čas, ktorý je potrebný na presun medzi uzlami i a j . Ak konštanta c_{sup} bude maximálnym ohodnotením času dostupnosti medzi uzlami i a j , potom môžeme definovať užitočnosť systému pre zákazníka umiestneného v j -tom uzle vzťahom $u_j = \max\{c_{sup} - c_{ij}\}$, pre aktívne umiestnenia stredísk i .

Usporiadajme vzostupne hodnoty $\{c_{sup} - c_{ij}\}$. Pri systémovom riešení budú preferované priradenia s maximálnou hodnotou $c_{sup} - c_{ij}$. Ak chceme, aby bol systém férovejší, potrebujeme transformovať tieto hodnoty takým spôsobom, aby sa tie najmenšie zväčšili a tým čiastočne zvýhodnili najviac postihnutých zákazníkov. To bude mať pri návrhu za následok posunutie stredísk smerom bližšie k najhoršie umiestneným zákazníkom a následne aj zmenu vzdialeností – t.j. aj zhoršenie užitočnosti pre zákazníkov s hodnotami užitočnosti v hornej časti. Otázkou ostáva miera a spôsob transformácie.

Uvažujme o funkcii x^α , $x > 0$. Pre $\alpha > 0$ je to rastúca funkcia, ak $\alpha \in (0,1)$, potom je konkávna. Pre rastúce α z uvedeného intervalu sa hodnoty x^α oproti hodnote x pre $x \in (0,1)$ znižujú a pre $x > 1$ sa zväčšujú. To sú vlastnosti, ktoré potrebujeme pri požiadavke zlepšenia najmenších hodnôt užitočnosti. Ak chceme dosiahnuť, aby hodnoty x^α boli nad hodnotami x dlhšie, než pre $x \in (0,1)$, možno uvažovať o funkcii $(1/\alpha)x^\alpha$. Čím viac sa blíži α k nule, tým viac rastie $(1/\alpha)x^\alpha$ pre malé hodnoty x . Ak aplikujeme túto vlastnosť na model úlohy p –

mediánu, potom riešenie úlohy pre maticu ohodnotení úsekov v tvare $(1/\alpha)(u_{ij})^\alpha$ navrhne systém s istou mierou férovosti prístupu k službe v závislosti od parametra α .

Pre $\alpha < 0$ bude funkcia x^α klesať. Táto vlastnosť je pre účely maximalizácie užitočnosti neprípustná, lebo by znamenala preferovanie najnevýhodnejších umiestnení. Avšak funkcia v tvare $(1/\alpha)x^\alpha$ pre $\alpha < 0$ bude znovu rastúca, i keď bude nadobúdať iba záporné hodnoty. Pre každé $x > 1$ a klesajúce α (až do $-\infty$) sa budú hodnoty funkcie x^α postupne približovať limitne k 0. Pre $x \in (0,1)$, $\alpha < 0$ nadobudne x^α naopak veľké hodnoty, ktoré budú v tvare $(1/\alpha)x^\alpha$ tlmené násobením. Budú mať teda vyrovnaný charakter a pre účely férového prístupu sa budú dať preferencie uzlov považovať za rovnocenné. Takúto situáciu by sme vyhodnotili ako prístup, umožňujúci najväčšie možné zlepšenie dostupnosti služby pre zákazníkov, ktorí mali pôvodne najnevýhodnejšie postavenie. V literatúre [1] sa uvádza parametrická funkcia v súvislosti s férovým prístupom k službe v tvare $(U^{1-\alpha}) / (1-\alpha)$ pre $\alpha \geq 0$.

3 ZÁVER

Návrh obslužného systému riešený optimálne na celkovú (systémovú) užitočnosť môže byť pri niektorých typoch služby nevhodný a je potrebné zohľadniť v návrhu aj požiadavku férového prístupu jednotlivých zákazníkov k poskytovanej službe. Parametrizovanie funkcie hodnotiacej užitočnosť sa javí ako vhodný prostriedok. V najbližšom výskume sa plánujeme zaoberať vplyvom parametrizovanej funkcie užitočnosti na riešenie úlohy rozmiestnenia staníc záchranej zdravotnej služby v Žilinskom kraji a porovnanie výsledkov s reálnym stavom. Podobne by sme chceli vyhodnotiť stupeň férovosti pre iný druh poskytovanej služby.

Acknowledgment

This work was supported by the research grants VEGA 1/0296/12 "Public Service Systems with Fair Access to Service" and APVV-0760-11 "Designing of Fair Service Systems on Transportation Networks".

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. BERTSIMAS, D., FARIAS, V.F., TRICHAKIS N. 2011. The price of fairness, Operations Research, 2011, Vol. 59, No. 1, pp. 17-31.
2. JANÁČEK, J. a kolektív: Navrhovanie územne rozľahlých obslužných systémov, EDIS -vyd. ŽU, júl 2010, strán 440, monografia, ISBN 978-80-554-0219-2.
3. JANÁČKOVÁ, M., SZENDREYOVÁ: Niektoré parametre pre umiestňovanie kandidátov v úlohe p-mediánu. Pardubice 17.-18.5.2012, ISBN 978-80-7395-554-0
4. JANÁČKOVÁ, M., SZENDREYOVÁ: Rovnomerné rozloženie množiny kandidátov a jej vplyv na dostupnosť služby s obmedzeným počtom stredísk. INFOTRANS- Pardubice, ČR apríl 2011, s.55-60, ISBN 978-80-7395-397-3.

Kontaktné údaje

RNDr. Marta Janáčková, CSc.

Žilinská univerzita v Žiline, Katedra aplikovanej matematiky, Fakulta strojnícka
Univerzitná 1, 01026 Žilina

email: janackovam@fstroj.uniza.sk

Rndr. Alžbeta Szendreyová, PhD.

Žilinská univerzita v Žiline, Katedra dopravných sietí, Fakulta riadenia a informatiky,
Univerzitná 1, 01026 Žilina

e-mail: Alzbeta.Szendreyova@fri.uniza.sk

ANALÝZA SPOTREBY DOMÁCNOSTÍ SR: ECM PRÍSTUP

ANALYSIS OF HOUSEHOLD CONSUMPTION IN SR: ECM APPROACH

Brian König, Peter Horvát, Filip Ostrihoň

Abstrakt

Článok sa zoberá analýzou spotreby domácností v SR založenej na ekonometrickom prístupe ECM. V príspevku sú analyzované hlavné determinanty spotreby SR z rôznych horizontov. V prvej časti je uvedená metodológia ECM modelov a princíp kointegrácie. Druhá časť sa zameriava na popis skonštruovaného modelu spotreby. Záverečná časť obsahuje konkrétne odhady dlhodobého rovnovážneho vzťahu a modelu ECM.

Kľúčové slová: *Chybu korigujúci model (ECM), spotreba domácností, dlhodobá rovnováha.*

Abstract

The article deals with the analysis of household consumption in the Slovak Republic based on the ECM econometric approach. The paper analyzes the main determinants of household consumption of Slovakia from different horizons. In the first part the methodology of ECM model and the cointegration principle are presented. The second part focuses on the description of import and export models. The final section describes the estimation of long-term equilibrium relationship and ECM model.

Keywords: *Error Correction model, household consumption, long-run equilibrium.*

1. Úvod

V čase, kedy jednotlivé krajiny eurozóny sú postihnuté dlhovou krízou a viaceré z nich bojujú s vysokou mierou nezamestnanosti a spomalením ekonomickej aktivity resp. vo viacerých prípadoch jej poklesom, je nevyhnutné naštartovať hospodársky rast. Rast ekonomiky SR je podmienený rastom jednotlivých zložiek HDP. Kľúčovým a zároveň majoritným determinantom HDP s približne 50 percentným zastúpením na celkovom HDP je spotreba domácností. Spotreba domácností SR značne ovplyvňuje úroveň ekonomickej aktivity v SR a napriek jej mierne klesajúcemu zastúpeniu jej podiel na HDP je stále markantný.

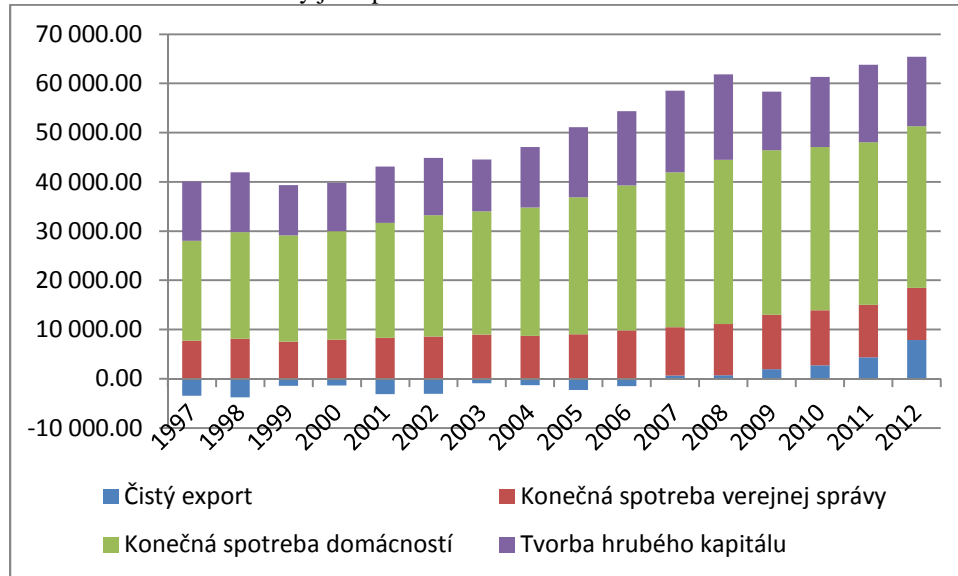
tabuľka č.1 – podiel spotreby domácností na HDP

roky	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
podiel C na HDP v %	55.1%	52.4%	53.7%	54.5%	55.4%	56.4%	56.4%	56.9%	58.1%	58.7%
roky	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
podiel C na HDP v %	56.9%	56.5%	56.4%	55.1%	53.4%	53.5%	56.3%	53.6%	51.6%	50.3%

Zdroj: Štatistický úrad SR, vlastné spracovanie

Ak si zobrazíme podiel jednotlivých zložiek HDP na grafe vidíme, že najväčšie zastúpenie má spotreba domácností.

Obrázok č.1 – HDP a zložky jeho použitia



Zdroj: Štatistický úrad SR, vlastné spracovanie

2. Metodológia

Správanie spotreby domácností bude popísané ekonometrickým modelom. Tradičné ekonometrické techniky predpokladajú, že jednotlivé časové rady sú stacionárne, čiže sa jedná o procesy, ktorých priemer a rozptyl nie sú premenlivé (sú konštantné) v čase. Pri stacionárnych časových radoch dôsledok šoku je len krátkodobý a po určitom čase sa premenná navráti k svojmu dlhodobému rovnovážnemu stavu. Avšak väčšina makroekonomických premenných majú trend a sú nestacionárne. V takomto prípade, ak dáta sú trendové, odhad parametrov modelu pomocou metódy najmenších štvorcov (OLS) môže viesť k nesprávnym záverom a vykázať vzájomnú závislosť medzi analyzovanými premennými, napriek tomu, že v skutočnosti spolu vôbec nesúvisia – dochádza k falošnej regresii.

Spotreba domácností bude odhadnutá prostredníctvom chybu korigujúceho modelu (ECM – Error Correction Model), ktorý je založený na princípe kointegrácie časových radov. Kointegrácia predpokladá, že ak máme dva časové rady X a Y , ktoré sú nestacionárne (ale integrované rovnakého rádu), avšak navzájom súvisia tak existuje ich kombinácia, ktorá je stacionárna. V takomto prípade hovoríme, že skúmané premenné sú kointegrované. Z hľadiska teórie k takémuto prípadu dochádza, iba ak skutočne existuje vzťah medzi sledovanými premennými a preto kointegrácia reprezentuje dôležitý nástroj k určeniu prítomnosti vzájomnej väzby jednotlivých premenných. Ak pracujeme s časovými radmi, ktoré sú nestacionárne a nie sú navzájom kointegrované, dopúšťame sa falošnej regresie.

Uvažujme dve premenné X, Y , ktoré sú nestacionárne, avšak integrované rovnakého rádu napr. $(X, Y) \approx I(1)$ a ďalej predpokladajme, že existuje vektor (α_1, α_2) , ktorý dáva stacionárnu kombináciu X, Y . Nech:

$$\alpha_1 Y_t + \alpha_2 X_t = u_t^* \approx I(0) \quad (1)$$

Ak platí (1) potom premenné X, Y sú kointegrované a vektor (α_1, α_2) označujeme kointegrujúcim vektorom. V stave dlhodobej rovnováhy platí:

$$Y_t^* = \beta X_t \quad (2)$$

Vyjadrením Y zo vzťahu (1) získame:

$$Y_t = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} X_t + v_t \quad (3)$$

Pričom (3) môžeme chápať ako dlhodobú rovnováhu Y vzhľadom na X . Nakoľko uvažujeme o nestacionárnych premenných, ak by sme odhadli rovnicu v tvare:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t \quad (4)$$

môžeme sa dopustiť falošnej regresie. V prospech zabezpečenia stacionárneho radu diferencujeme použité premenné X, Y . Regresia s diferencovanými časovými radmi bude vyzerať nasledovne:

$$\Delta Y_t = a_1 + a_2 \Delta X_t + \Delta u_t \quad (5)$$

V takomto prípade získavame korektný odhad parametrov \hat{a}_1, \hat{a}_2 , pričom problém falošnej regresie je odstránený. Nedostatkom vzťahu (5) je fakt, že poukazuje len na krátkodobú rovnováhu a nie na dlhodobú rovnováhu zo vzťahu (4). Nakoľko nás predovšetkým zaujíma dlhodobý vzťah, využijeme ECM model, ktorý kombinuje krátkodobý a dlhodobý stav v jednej rovnici. Povedali sme, že ak sú dve premenné kointegrované, potom existuje lineárna kombinácia medzi týmito premennými, ktorá je stacionárna. Predpokladajme, že vzťah (4) je týmto špeciálnym prípadom a teda sa nejedná viacej o falošnú regresiu, ale o dlhodobú rovnovážnu kombináciu, ktorú môžeme vyjadriť vzťahom:

$$u_t = Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_t, u_t \approx I(0) \quad (6)$$

Vzťah medzi X a Y teraz môžeme vyjadriť ako ECM špecifikáciu nasledovne:

$$\Delta Y_t = a_0 + b_1 \Delta X_t - \pi u_{t-1} + u_t^1 \quad (7)$$

$$\text{Pričom } u_{t-1} = Y_{t-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{t-1} \quad (8)$$

Vzťah (7) reprezentuje ECM model, ktorý v sebe spája ako informáciu o dlhobodej rovnováhe tak i krátkodobých výkyvoch. Parameter b_1 reprezentuje okamžitý (krátkodobý) dopad zmeny X na Y a parameter π je korekčný člen, ktorý odpovedá na otázku, aká časť nerovnováhy z predchádzajúceho obdobia ($t-1$) je upravená v čase t . Čím bližšie je hodnota π jednej, tým väčšia časť nerovnováhy v čase t je korigovaná. Výraz (8) reprezentuje dlhodobý rovnovážny vzťah medzi nestacionárnymi premennými.

Modelovanie pomocou ECM má viacero pozitívnych stránok. Premenné sú vyjadrené ako prvé diferencie, čo vo väčšine prípadoch odstraňuje nestacionaritu časového radu a nedochádza tak k falošnej regresii. Korekčný člen, ktorý umožňuje prispôsobenie z nerovnovážneho stavu je tiež stacionárny a teda proces korekcie modelu k rovnovážnemu stavu zabraňuje rastu chyby z dlhodobého hľadiska.

¹Pre viac pozri: ASTERIOU, D. - HALL, S. G.: Applied Econometrics (A Modern Approach using EViews and Microfit), Revised edition 2007.

3. Dáta modelu

Model je analyzovaný na štvrt'ročných dátach od roku 2000 prvý kvartál, až po rok 2012 štvrtý kvartál. Uvažujeme s logaritmami jednotlivých premenných. Použité sú reálneho hodnoty spotreby domácností 2005 = 100. Všetky premenné sú testované testom jednotkového koreňa ADF (Augmented Dickey-Fuller) a sú integrované rádu 1, čiže sú nestacionárne a ich prvá diferencia už je stacionárna.

Východiskom ekonometrického modelu spotreby domácností sú ukazovatele vývoja vnútorného prostredia, ktoré je v modeli zastúpené troma kľúčovými ukazovateľmi. V prvom rade je spotreba domácností determinovaná ich príjmom, ktorý je v modeli zachytený cez vplyv reálnej mzdy. V súčasnosti je veľká časť spotreby pokrývaná z úverových zdrojov (najmä hypotekárnych) a preto je do modelu zahrnutá premenná reprezentujúca objem úverov poskytnutých domácnostiam. Posledná vysvetľujúca premenná, ktorá odzrkadľuje ekonomický vývoj v hospodárstve pôsobiaci na spotrebiteľské správanie je miera nezamestnanosti.

ECM model bude odhadnutý v dvoch krokoch na základe algoritmu navrhnutého R. Engle a C. Granger (1987). V prvej fáze sa odhadne dlhodobá rovnováha medzi jednotlivými kointegrovanými premennými a v druhom kroku sa následne odhadnuté parametre dosadia do rovnice v tvare ECM, ktorá obsahuje diferencované a teda už nestacionárne premenné. Pri jednotlivých modeloch budeme vychádzať z nasledovných vzťahov:

1. *krok - vzťah dlhodošej rovnováhy:*

$$\text{LOG}(\text{HC}) = \text{C}(11) + \text{C}(12)*\text{LOG}(\text{W}/\text{CPI05}) + \text{C}(13)*\text{LOG}(\text{LU1}/\text{EAO1}) + \text{C}(14)*\text{LOG}(\text{ACH3B}) + \text{C}(15)*@\text{SEAS}(1) + \text{C}(16)*@\text{SEAS}(2) + \text{C}(17)*@\text{SEAS}(4)$$

2. *krok - ECM model:*

$$\text{DLOG}(\text{HC}) = \text{C}(21)*\text{DLOG}(\text{W}/\text{CPI05}) + \text{C}(22)*\text{DLOG}(\text{EAO1}/\text{LU1}) + \text{C}(23)*\text{DLOG}(\text{ACH3B}) + \text{C}(24)*U_{t-1}$$

$$U_{t-1} = \text{LOG}(\text{HC}(-1)) - \text{C}(11) - \text{C}(12)*\text{LOG}(\text{W}(-1)/\text{CPI05}(-1)) - \text{C}(13)*\text{LOG}(\text{LU1}(-1)/\text{EAO1}(-1)) - \text{C}(14)*\text{LOG}(\text{ACH3B}(-1)) - \text{C}(15)*@\text{SEAS}(1) - \text{C}(16)*@\text{SEAS}(2) - \text{C}(17)*@\text{SEAS}(4)$$

Kde:

HC – spotreba domácností SR,

W/CPI05 – reálna priemerná mzda v hospodárstve,

LU1/EAO1 – miera nezamestnanosti meraná ako podiel počtu nezamestnaných osôb na celkovom aktívnom obyvateľstve,

@SEAS(1,2,3) – umelá premenná reprezentujúca sezónne výkyvy.

4. Výsledky modelu

Ako bolo spomenuté, v prvej fáze bol odhadnutý dlhodobý vzťah pre spotrebu domácností SR.

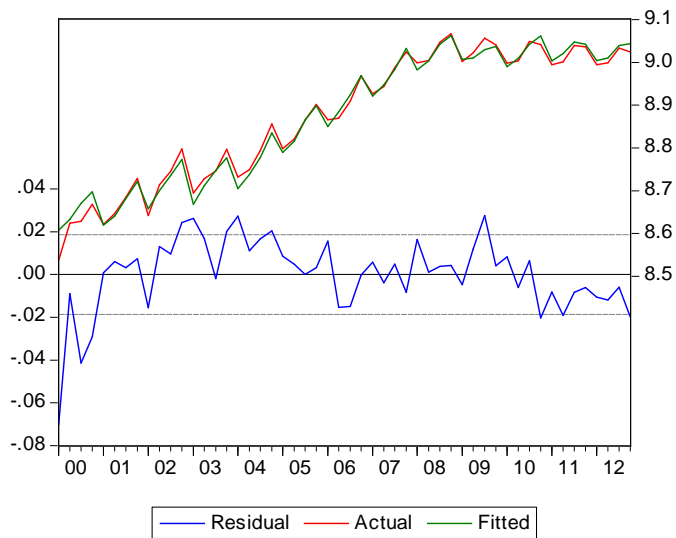
Dlhodobý vzťah²

$$\text{LOG}(\text{HC}) = 3.99 + 0.65*\text{LOG}(\text{W}/\text{CPI05}) - 0.09*\text{LOG}(\text{LU1}/\text{EAO1}) + 0.07*\text{LOG}(\text{ACH3B}) - 0.0232998176015*@\text{SEAS}(1) - 0.04*@\text{SEAS}(2) - 0.06*@\text{SEAS}(4)$$

² Výstupy z odhadu parametrov sú uvedené v prílohe.

$$R^2 = 0,987 \quad SE = 0,0187$$

Obrázok č.2 – dlhodobý vzťah (skutočné versus vyrovnané hodnoty exportu)



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Z odhadu parametrov dlhodobého vzťahu je zrejmé, že majoritný vplyv na spotrebu domácností v dlhodobom horizonte má reálna mzda. Podstatne menší dopad na spotrebu má miera nezamestnanosti, s ktorej rastom spotreba mierne klesá. Z dlhodobého hľadiska sa potvrdila aj vplyv úverov poskytnutých domácnostiam. Nakoľko rovnica spĺňa kritéria štatistickej verifikácie modelu (jednotlivé parametre sú štatisticky významné, koeficient determinácie je dostatočne vysoký, reziduály z odhadu sú stacionárne³), môžeme použiť odhadnuté parametre vo vzťahu ECM modelu.

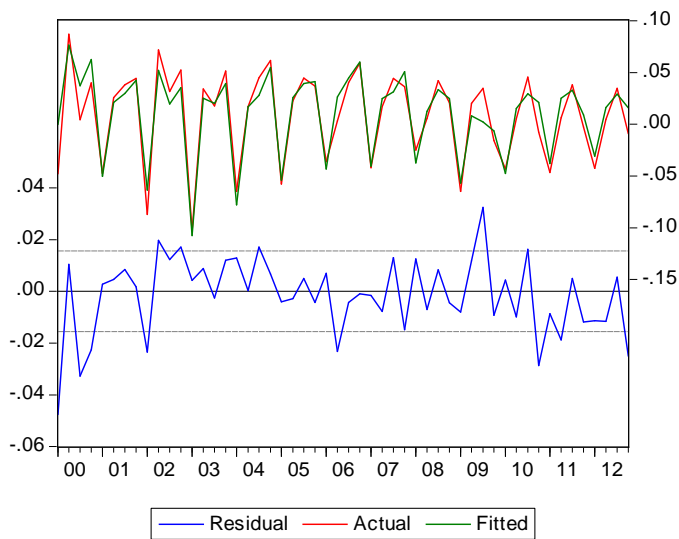
ECM model

$$DLOG(HC) = 0.54 * DLOG(W/CPI05) - 0.10 * DLOG(LU1/EAO1) + 0.12 * DLOG(ACH3B) - 0.71 * U_{t-1}$$

$$R^2 = 0,876 \quad SE = 0,016$$

³ Bol použitý ADF test porovnaný s kritickými hodnotami Engleovej-Grangerovej procedúry pre testovanie rádu integrácie reziduálov upravené MacKinnonom.

Obrázok č.3 – ECM model (skutočné versus vyrovnané hodnoty exportu)



Zdroj: Vlastné vypracovanie

Z ECM modelu vyplýva, že model v období t koriguje takmer 70 % nerovnováhy z predchádzajúceho obdobia. Na základe odhadnutých parametrov sa dá povedať, že reálna mzda má z dlhodobého hľadiska výraznejší vplyv ako z krátkodobého, avšak jej dopad je dominujúci. V krátkodobom horizonte majú miera nezamestnanosti i objem úverov poskytnutých domácnostiam výraznejší vplyv na spotrebu domácností ako v dlhodobom horizonte.

Záver

V článku je analyzovaná spotreba domácností SR ekonometrickým prístupom ECM. Skonstruovaný model umožňuje determinovať hlavné faktory vývoja jednotlivých zložiek spotreby domácností SR ako z dlhodobého tak i krátkodobého horizontu. Na základe prezentovaných výsledkov tvrdíme, že dominujúcim ukazovateľom dlhodobej rovnováhy, pôsobiacim na spotrebu domácností je reálna priemerná mzda v hospodárstve.⁴

Použitá literatúra

- [1] - HALL, S. G.: *Applied Econometrics (A Modern Approach using EViews and Microfit)*, Revised edition 2007.
- [2] ENGLE, R. F. – GRANGER, C. W. J. (1987): *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*. *Econometrica*, 55, č. 2, s. 251 – 276.
- [3] HALUŠKA, J.: *Spotrebná funkcia ako nástroj na rýchly odhad konečnej spotreby domácností*. *Ekonomický časopis* 59/2011, č.4, 2011. ISSN 0013-3035.
- [4] HALUŠKA, J. - OLEXA M. - JURIOVÁ J. - KLÚČIK M.: *Modelový aparát na rýchle odhady vývoja makroekonomických ukazovateľov slovenskej ekonomiky (Využitie konjunkturálnych a spotrebiteľských prieskumov)*. Bratislava, INFOSTAT, 2008. ISBN 978-80-89398-06-5.

⁴ Príspevok bol vypracovaný v rámci riešenia projektu IGP č. I-13-107-00.

[5] LUKÁČIK, M. – PEKÁR, J.: *Kointegračná analýza v ekonometrii*, In: Internetový zdroj: www.fhi.sk, 2006.

[6] RADVANSKÝ, M.: *Ekonometrický model SR s dôrazom na príjmy a výdavky štátneho rozpočtu*. INFOSTAT, CEVAVSTAT, 2008.

[7] RADVANSKÝ, M. – KÖNIG, B. – HORVÁT, P.: *Strednodobá prognóza ekonomiky SR v rokoch 2013 - 2017*. In: Pohľady na ekonomiku Slovenska 2013, Bratislava: SŠDS, s. 112 – 122.

Kontaktné údaje:

Ing. Brian König, PhD.,

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky,

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava,

Tel: (421 2) 67 295 826

email: konigbrian@gmail.com

Ing. Peter Hovát,

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky,

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava,

email: 1peter.horvat@gmail.com

Ing. Filip Ostrihoň,

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky,

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava,

Tel: (421 2) 67 295 826

email: filipostr@yahoo.com

Prílohy

Príloha č.1 – dlhodobý vzťah

Dependent Variable: LOG(HC)
 Method: Least Squares
 Sample (adjusted): 2000Q1 2012Q4
 Included observations: 52 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.991905	0.711330	5.611888	0.0000
LOG(W/CPI05)	0.647913	0.132195	4.901204	0.0000
LOG(LU1/EAO1)	-0.092573	0.019993	4.630369	0.0000
LOG(ACH3B)	0.069893	0.014040	4.978237	0.0000
@SEAS(1)	-0.023300	0.007864	-2.962997	0.0049
@SEAS(2)	-0.036476	0.007693	-4.741426	0.0000
@SEAS(4)	-0.059465	0.017686	-3.362180	0.0016
R-squared	0.986761	Mean dependent var	8.874553	
Adjusted R-squared	0.984995	S.D. dependent var	0.152564	
S.E. of regression	0.018688	Akaike info criterion	-4.997204	
Sum squared resid	0.015716	Schwarz criterion	-4.734537	
Log likelihood	136.9273	Hannan-Quinn criter.	-4.896504	
F-statistic	558.9868	Durbin-Watson stat	0.919388	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Príloha č.2 – ECM model

Dependent Variable: DLOG(HC)
 Method: Least Squares
 Sample (adjusted): 2000Q1 2012Q4
 Included observations: 52 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DLOG(W/CPI05)	0.538179	0.037213	14.46221	0.0000
DLOG(LU1/EAO1)	-0.098381	0.040744	-2.414617	0.0196
DLOG(ACH3B)	0.119664	0.036839	3.248323	0.0021
LOG(HC(-1))-3.99190483591- 0.647912909427*LOG(W(-1)/CPI05(- 1))+0.0925728121403*LOG(LU1(-1)/EAO1(- 1))-0.0698931331533*LOG(ACH3B(- 1))+0.0232998176015*@SEAS(1)+0.0364756 294689*@SEAS(2)+0.0594645677402*@SE AS(4)	-0.705388	0.074726	-9.439707	0.0000
R-squared	0.876150	Mean dependent var	0.008441	
Adjusted R-squared	0.868409	S.D. dependent var	0.042976	
S.E. of regression	0.015590	Akaike info criterion	-5.410609	
Sum squared resid	0.011666	Schwarz criterion	-5.260514	
Log likelihood	144.6758	Hannan-Quinn criter.	-5.353066	
Durbin-Watson stat	1.916419			

EKONOMETRIA V ŠTUDIJNOM PROGRAME OPERAČNÝ VÝSKUM A EKONOMETRIA[#]

ECONOMETRICS IN STUDY PROGRAMME OPERATIONS RESEARCH AND ECONOMETRICS

Martin Lukáčik

Abstrakt

Štúdium ekonometrie na Slovensku je pod stálou gesciou Katedry operačného výskumu a ekonometrie Ekonomickej univerzity v Bratislave, lebo ako jediné univerzitné pracovisko ponúka študijný program, v ktorom nie je ekonometria len doplnkom, ale predstavuje jeden z hlavných smerov štúdia. Ako garant tohto odboru tým katedra a jej členovia zodpovedajú za aktuálnosť a skladbu predmetov, čím prispievajú k formovaniu a aplikácii tejto vednej disciplíny na Slovensku. V tomto príspevku uvažujeme nad ďalšími možnosťami vývoja výučby ekonometrie.

Kľúčové slová: *klasická ekonometria, ekonometria časových radov, finančná ekonometria, mikroekonometria, bayesovská ekonometria, špecializované kurzy*

Abstract

The Department of Operations Research and Econometrics at University of Economics in Bratislava is responsible for the education of econometrics in Slovakia, because it's the only university department offering a course in which econometrics is not only complement, but is one of the main directions of study. The Department is also responsible for timeliness and content of courses, thus contributing to the formation and application of the scientific discipline in Slovakia. In this paper we consider the development of additional options teaching econometrics.

Keywords: *classical econometrics, time-series econometrics, financial econometrics, micro-econometrics, Bayesian econometrics, specialized courses*

1 ÚVOD

Ekonometria v súčasnosti predstavuje odbor, ktorý zahŕňa rozsiahlu oblasť z kvantitatívnych ekonomických vied. A práve absolventi inžinierskeho študijného programu Operačný výskum a ekonometria na Fakulte hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave by mali byť tými špecialistami, ktorí sú v tomto vednom odbore nielen zorientovaní, ale dokážu v ňom aj vedecky pôsobiť. K tomu by mala viesť nielen skladba, ale najmä obsah ponúkaných predmetov zaoberajúcich sa ekonometriou.

Ekonometrické modelovanie od svojho vzniku prechádza neustálym vývojom, pri ktorom dochádza k ustavičnému zdokonaľovaniu jeho techník a postupov. Tento proces vyvoláva snaha skvalitniť aplikačné výsledky, ktoré využívajú metodológiu ekonometrie. Okrem najrozšírenejšieho klasického prístupu v ekonometrii, sa už dnes pri výučbe na mnohých univerzitách venuje pozornosť aj iným prístupom. Dynamické modely sú obvykle

[#] Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód".

prezentované v rámci ekonometrie časových radov, modely údajov vyšších frekvencií pomocou finančnej ekonometrie, panelové dáta a analýza dopadov či modely kvalitatívnych závislých premenných prostredníctvom mikroekonometrie a mnohé všeobecné či aplikačné kurzy (napr. vo financiách) sú venované aj bayesovskej ekonometrii.

V tomto príspevku by sme chceli uvažovať nad tým, ako by sa mali vyvíjať existujúce predmety zaoberajúce sa ekonometriou na inžinierskom študijnom programe Operačný výskum a ekonometria a takisto ako by mohla byť dopĺňaná ich zostava, aby obsiahla čo najširší záber zo spomínanej metodologickej rôznorodosti ekonometrie.

2 SÚČASNÝ STAV VÝUČBY EKONOMETRIE

Akreditovaný študijný program Operačný výskum a ekonometria je tvorený 17 predmetmi, z ktorých je 12 povinných, 4 sú povinne voliteľné a 1 predmet je výberový. Z 12 povinných predmetov sú dva predmety, ktoré sa zaoberajú priamo ekonometriou: Ekonometria II a Ekonometria III. Ku nim môžeme priradiť ďalšie dva predmety: Ekonomickú dynamiku I a Input-output analýzu, ktorých obsah sa pri výučbe ekonometrie čiastočne okrajovo využíva. V ponuke 13 povinne voliteľných predmetov sú tri predmety zaoberajúce sa resp. aplikujúce metódy ekonometrie vyučované členmi Katedry operačného výskumu a ekonometrie: Ekonometrické modelovanie, Aplikovaná ekonometria a Prognostické modely a jeden predmet, ktorého obsah sa pri výučbe ekonometrie využíva: Makroekonomická analýza II.

Táto štruktúra logicky nadväzuje na výučbu, ktorá je predmetom bakalárskeho študijného programu, ktorý obsahuje úvodný kurz ekonometrie a základný kurz makroekonomickej analýzy. Tie by mali študentom poskytnúť základnú predstavu o ekonometrii a jej metódach a zároveň ponúknuť kvantitatívnu teóriu, na ktorej základoch sa dajú vysvetľovať komplexnejšie ekonometrické postupy a metódy.

Pôvodná štruktúra dvoch povinných predmetov na inžinierskom štúdiu predstavovala bežné rozdelenie výučby ekonometrie na teoretickú a aplikovanú. Zameriavala sa výlučne na oblasť klasickej ekonometrie. Povinná štruktúra bola doplnená o dve možnosti voľby, ktoré rozširovali poznatky o ďalšie teoretické témy (napr. modely s kvalitatívnymi závislými premennými) v rámci predmetu Vybrané partie z ekonometrie resp. vysvetľovali najčastejšie aplikačné možnosti zvládnutej problematiky v Prognostických modeloch.

Postupom času sa teoretická ekonometria dopĺňala o aplikácie, čo umožnilo druhý povinný predmet naplniť obsahom zodpovedajúcim ekonometrii časových radov, čím sme rozšírili prezentovanú oblasť ekonometrie. Vybrané partie z ekonometrie boli premenované na Ekonometrické modelovanie a zároveň bol doplnený tretí voliteľný predmet s názvom Aplikovaná ekonometria, ktorý predstavuje jej metódy na rôznych prípadových štúdiách.

3 ŽELANÝ STAV VÝUČBY EKONOMETRIE

Pripravovaná periodická akreditácia všetkých študijných programov na Ekonomickej univerzite na Slovensku nás postavila pred otázku, akým spôsobom by sme upravili a zmenili študijný program Operačný výskum a ekonometria, aby umožňoval študentom získať, čo najnovšie poznatky z oblasti ekonometrie a zodpovedal programom vybraných univerzít.

Ako vzor organizácie štúdia predstavíme tri príklady, ktoré reprezentujú typické modely štúdia na uznávaných univerzitách v zahraničí. Tieto príklady ukazujú prípady, keď štúdium ekonómie je len jedným z mnohých smerov v rámci sociálnych vied na univerzite (Oslo), keď je štúdium zamerané na ekonomické vedy a manažment (Humboldtova univerzita v Berlíne) a keď sa jedná o špecializačné štúdium ekonometrie (Erasmova univerzita v Rotterdame).

Pri štúdiu ekonómie v rámci mnohých sociálnych vied neexistuje odporúčaná skladba predmetov, ale zodpovedajúci Department of Economics ponúka kurzy s vyžadovanými prerekvizitami, ktoré si študenti volia podľa svojho záujmu. Ak sledujeme typickú štruktúru takýchto predmetov, tak zahŕňa rozsiahlu oblasť ekonomických vied (International, Labour, Public, Health, Environmental, ...), v rámci ktorých sú vyučované aj predmety z oblasti ekonometrie. Napríklad na univerzite v Oslo sú to predmety: Introductory Econometrics, Econometrics – Modeling and systems estimation, Advanced Econometrics – Time series, Advanced Econometrics – Microeconometrics a Advanced Econometrics – Panel Data, pričom posledné tri sú ohodnotené zvýšeným počtom kreditov (15 oproti bežným 10). Vyšší počet kreditov je priznaný už len ďalším dvom predmetom, ktoré tiež využívajú kvantitatívne základy: Advanced Microeconomics a Advanced Macroeconomic Theory.

Ak študent študuje program zameraný na ekonomické vedy a manažment, má určené základné povinné predmety a následne si volí podľa svojho zamerania povinne voliteľné predmety. Základ tvorí napríklad na Humboldtovej univerzite v Berlíne: Advanced Microeconomics a Advanced Macroeconomics doplnený o General Management. Povinne voliteľné predmety so zameraním na ekonometriu zo špecializácie Kvantitatívna metodológia sú: Econometric Methods, Selected Topics in Econometrics, Econometric Projects, Analysis of Panel data, Multiple Time Series Analysis, Microeconometrics, Financial Econometrics a Advanced Econometrics.

V rámci elitných univerzít výnimočne existuje aj priama možnosť štúdia ekonometrie, ako je to na Erasmovej univerzite v Rotterdame. Obsahom tohto študijného programu sú predmety: Advanced Money, Credit and Banking ďalej Advanced Modern Macroeconomics, Asset Pricing (QF variant), Quantitative Risk Management, World Development, Advanced Behavioral Finance, Experimental Economics, Marketing Models and Large Datasets, Applied Microeconometrics, Multivariate Statistics, Quantitative Methods in International Finance and Macroeconomics, Modern Business Cycle Analysis, Bayesian Econometrics, Case Studies in Applied Econometrics a Master's Thesis Proposal E&MS. Vidíme tu výrazné zameranie na obsahovú oblasť, v rámci ktorej je vyučovaná makroekonometria rovnako ako mikroekonometria, finančná oblasť ekonometrie či bayesovská ekonometria.

Ak chceme pri modifikácii študijného programu Operačný výskum a ekonometria postihnúť uvedené trendy, mala by byť ponuka rozšírená o nové voliteľné predmety a mali by sme uvažovať aj nad zmenou štruktúry povinných predmetov. Úloha je o to náročnejšia, že prichádzajúci bakalári majú slabé alebo takmer žiadne znalosti z oblasti, kde sa dajú metódy ekonometrie aplikovať. To by sa dalo zmeniť len za výraznej zmeny bakalárskych študijných programov, ktoré by mali pripravovať študentov buď manažérsky alebo vedecko-ekonomicky. Kombináciou oboch prístupov sa im síce ponúka rozsiahle expoé, ale nepripravujú sa dostatočne kvalitne na ďalšie štúdium. Tu by pomohlo odlíšenie bakalárskeho štúdia na to, ktorým sa dovršuje štúdium študenta (tu je táto kombinácia prístupov výhodná a postačujúca) a na to, ktoré pripravuje na ďalšie vzdelanie (tu treba oba prístupy oddeliť).

4 ZÁVER

Študijný program každého odboru predstavuje dynamicky sa vyvíjajúcu štruktúru, ktorá reflektuje vývoj v danej oblasti rovnako ako profesionálne zameranie učiteľov, ktorí predmety programu vyučujú. Možnosť aktualizácie obsahu, ktorú predstavuje pravidelná akreditácia, sa týka aj výučby ekonometrie. Táto dynamicky sa rozvíjajúca oblasť ponúka široké možnosti na výučbu, ktorá je však veľmi náročná na študentov. Záujem z ich strany je najvýraznejším limitom rozvoja, lebo väčšia časť obsahu ekonometrickej vedy môže byť ponúkaná len prostredníctvom voliteľných predmetov.

Použitá literatúra

1. GOGA, M. 2009. Input output analýza. Bratislava: Iura Edition, 2009. 199 s.
2. HUSÁR, J., SZOMOLÁNYI, K. 2005. Modelovanie ekonomických procesov I. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2005, 224 s.
3. IŠTVÁNIKOVÁ, A. 2001. Optimalizačný prístup k formovaniu hospodárskej politiky na základe ekonometrického modelu. In: Kvantitatívne metódy v ekonómii a podnikaní, Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2001, s. 475-479.
4. IVANIČOVÁ, Z., CHOCHOLATÁ, M., SURMANOVÁ, K. 2012. Ekonometrické modelovanie. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2012, 350 s.
5. IVANIČOVÁ, Z., CHOCHOLATÁ, M. 2006. Monetárna politika a vývoj kurzu v Slovenskej republike v období 1999-2005. In: Ekonomický časopis, roč. 54, 2006, č. 5, s. 490-506.
6. LUKÁČIK, M., LUKÁČIKOVÁ, A., SZOMOLÁNYI, K. 2011. Ekonometrické modelovanie v programoch EViews a Gretl. Bratislava: EKONÓM, 2011, 330 s.
7. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M. 2008. Ekonometrické modelovanie s aplikáciami. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008, 343 s.
8. LUKÁČIKOVÁ, A. Monetárna politika v krajinách V4. In: Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2010.
9. MLYNAROVIC, V., IŠTVÁNIKOVÁ, A. 2003. The computable general equilibrium model of the Slovak economy. In: Mathematical methods in economics 2003, Prague: Czech University of Agriculture in Prague, 2003,s. 188-195.
10. SURMANOVÁ, K., FURKOVÁ, A., SZOMOLÁNYI, K. 2012. Slovak industry shortterm forecast: ECM model with crisis consideration. In: Zbornik radova / Conference proceedings, Subotica: University of Novi Sad, Faculty of Economics Subotica, 2012.
11. SZOMOLÁNYI, K. 2011. Odhad miery opotrebenia v ekonomike SR. In: AIESA - budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2011.
12. SZOMOLÁNYI, K. 2012. Friedmanova hypotéza trvalého príjmu v ekonomike SR. In: Nové trendy v ekonometrii a operačným výzkumu, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2012.
13. Internetové stránky Erasmus Univerzity v Rotterdame:
http://www.eur.nl/ese/english/education/master/masters_programmes/msc_in_economics_and_management_science (15. 5.2013)
14. Internetové stránky Humboldtovej univerzity v Berlíne:
<http://www.wiwi.hu-berlin.de/studium/pa/ordnungen/mems240413.pdf> (15.5.2013)
15. Internetové stránky Univerzity v Oslo:
<http://www.uio.no/english/studies/courses/social-sciences/oekonomi> (15.5.2013)

Kontaktné údaje

doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 822

email: martin.lukacik@euba.sk

GRETl VO VÝUČBE PANELOVÝCH DÁT[#]

GRETl IN TEACHING OF PANEL DATA

Adriana Lukáčiková

Abstrakt

Vzrastajúce využívanie regresných modelov panelových údajov sa dá pripísať veľkému dopytu po porovnávaní ekonomík rôznych krajín alebo regiónov v rámci rozsiahlejších štruktúr. Panelové dáta sú z hľadiska zvládnutia matematických a štatistických metód náročnejšou oblasťou ako samostatné prierezové dáta a časové rady. Gretl je voľne prístupný softvér, ktorý umožňuje konštruovať a kvantifikovať modely odhadované na základe panelových údajov v užívateľsky jednoduchom prostredí.

Kľúčové slová: *panelové dáta, spojený regresný model, FEM, REM*

Abstract

In panel data the same cross-sectional unit (say a region or a firm or a state) is surveyed over time. In short, panel data have space as well as time dimensions. A panel data analysis requires more complex mathematical and statistical methods as a separate cross-sectional data and time series. Gretl is open source software that allows you to construct and quantify the models estimated on the basis of panel data in a simple user-friendly interface.

Keywords: *panel data, pool model, FEM, REM*

1 ÚVOD

Panelové dáta sú kombinované prierezové a časové údaje. Medzi ich základné výhody patrí možnosť kontroly individuálnej rôznorodosti skúmaných entít, možnosť identifikovať a merať efekty, ktoré nie sú zistiteľné iba z prierezových údajov a časových radov a tiež sú vhodnejšie na štúdium dynamiky prispôsobovania. (Baltagi 2005) Kombinácia časových radov a prierezových dát poskytuje oveľa viac informácií, viac stupňov voľnosti, viac užitočnosti a menej kolinarít v rámci vysvetľujúcich premenných. Nevýhodou súboru panelových dát je skutočnosť, že ak opakovane pozorujeme rovnaké prierezové jednotky, nie je vhodné, aby sme predpokladali, že jednotlivé pozorovania sú nezávislé.

Základný rámec problematiky panelových dát je obsahom povinnej voliteľnej predmetu Ekonometrické modelovanie (predtým Vybrané partie z ekonometrie) na Fakulte hospodárskej informatiky pre študijné programy 2. stupňa Operačný výskum a ekonometria a Manažérske rozhodovanie a informačné technológie.

2 ANALÝZA PANELOVÝCH DÁT V GRETLI

[#] Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód".

Za základný na tvorbu regresných modelov panelových dát (typickej štruktúry s veľkým prierezným rozsahom a malým časovým rozmerom) označuje *Greene* (2003) model:

$$y_{it} = \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + \alpha_1 z_{i1} + \alpha_2 z_{i2} + \dots + \alpha_q z_{iq} + u_{it}$$

kde index i označuje prierezný rozmer $i = 1, \dots, n$, index t časový rozmer $t = 1, \dots, T$, premenné X_1 až X_k sú vysvetľujúce premenné nezahŕňajúce vektor jednotiek a premenné Z_1 až Z_q predstavujú individuálne efekty – rôznorodosť, ktorou sa môže odlišovať jednotlivec alebo celá skupina od ostatných entít – sem sa zaraďuje prípadný vektor jednotiek. Individuálne efekty sa považujú za časovo invariantné (nemienia sa s časom).

Na základe uvedeného modelu môžeme rozlíšiť tri základné prípady. Ich aplikáciu prezentujeme v ekonometrickom softvéri Gretl, ktorý sa využíva pri výučbe z dôvodu jeho voľnej dostupnosti. Gretl je skratkou pre Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library, z ktorej je zrejmé, že na rozdiel od komerčných produktov sa dá využívať a distribuovať podľa podmienok licencie slobodného softvéru GNU General Public Licence. Takto sa program neustále vyvíja a zdokonaľuje.

V príspevku bude prezentovaný postup odhadu a interpretácia základných typov modelov (spojený regresný model, model s fixnými efektmi FEM a model s náhodnými efektami REM) na analýze vzťahu výdavkov a príjmov v jednotlivých krajoch Slovenskej republiky za roky 2001 až 2011 v Gretli.

2.1 Spojený regresný model (pool model)

Prvým krokom je príprava údajovej základne a jej import do Gretlu. Najjednoduchším spôsobom tvorby bázy dát je jej príprava v tabuľkovom procesore napríklad Microsoft Excel. Dáta usporiadame v tabuľke „naskladané za sebou, pričom môžu byť naskladané prierezovo alebo časovo. V uvádzanom príklade budú údaje „naskladané časovo“(po rade prvej prierezovej jednotky nasleduje rad druhej atď.) V programe Gretl pomocou ponuky *File/Open/Import/Excel* načítame pripravené údaje z tabuľkového procesora, pričom na konci importu zvolíme zmenu interpretácie dát na typ *Panel* a organizáciu dát vo forme *Stacked time series*. Nakoniec spresníme počet prierezných jednotiek, teda 8 (počet samosprávnych krajov v SR), počet časových období pre jednotlivé kraje je dopočítaný automaticky.

Prvým odhadovaným typom modelu je spojený regresný model (pool model), v ktorom sa predpokladá, že absolútny člen aj parametre pri vysvetľujúcich premenných sú rovnaké pre všetky prierezové jednotky. Pool model má všeobecný tvar:

$$y_{it} = \alpha + \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + u_{it}$$

resp.

$$\text{vydavky}_{it} = \alpha + \beta_1 \text{prijmy}_{it} + u_{it}$$

kde $i = 1, 2, \dots, 8$ a $t = 1, 2, \dots, 11$, pričom ak $i = 1$, ide o Bratislavský kraj, $i = 2$ pre Trnavský kraj, $i = 3$ pre Trenčiansky kraj, $i = 4$ pre Nitriansky kraj, $i = 5$ pre Žilinský kraj, $i = 6$ pre Banskobystrický kraj, $i = 7$ pre Prešovský kraj a $i = 8$ pre Košický kraj.

Odhad spojeného regresného modelu v Gretli je analogický ako pri odhade lineárneho modelu metódou najmenších štvorcov v iných typoch údajov prostredníctvom ponuky *Model/Ordinary Least Squares*. Po voľbe závislej premennej (vydavky) a nezávislej premennej (prijmy) dostaneme výstup z odhadu spojeného regresného modelu. Výsledný model má tvar:

$$\widehat{vydavky}_{it} = 44,0461 + 0,783625 \text{ prijmy}_{it}$$

Interpretácia parametrov je analogická ako pri modeli odhadovanom na základe prierezových údajov respektíve časových radov.

2.2 Model s fixnými efektmi (FEM)

Model s fixnými efektmi na rozdiel od spojeného regresného modelu predpokladá rôzne absolútne členy pre jednotlivé prierezové jednotky. Odhad estimátorom najmenších štvorcov je pri splnených klasických predpokladoch efektívny, ale v prípade heteroskedasticity či prítomnosti nejakého typu korelácie medzi náhodnými zložkami je vhodnejší zovšeobecnený estimátor. Model môžeme zapísať v tvare:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + u_{it}$$

resp.

$$vydavky_{it} = \alpha_i + \beta_1 \text{ prijmy}_{it} + u_{it}$$

kde fixný efekt α_i znamená špecifickú konštantu pre každú prierezovú jednotku.

Pre odhad parametrov FEM v Gretli vyberieme v ponuke *Model/Panel/Fixed or random effects* a označíme voľbu *Fixed effects* pri špecifikácii modelu. Výstup z odhadu je uvedený na obr. č. 1.

```

fem: Fixed-effects, using 88 observations
Included 8 cross-sectional units
Time-series length = 11
Dependent variable: vydavky

      coefficient   std. error   t-ratio   p-value
-----
const      53,4714      6,41138    8,340     1,89e-012 ***
prijmy     0,751272     0,0215881  34,80     1,13e-049 ***

Mean dependent var    272,3392   S.D. dependent var    53,54990
Sum squared resid    10782,04   S.E. of regression    11,68253
R-squared              0,956782   Adjusted R-squared    0,952406
F(8, 79)              218,6179   P-value(F)            1,34e-50
Log-likelihood        -336,4318   Akaike criterion      690,8636
Schwarz criterion     713,1596   Hannan-Quinn          699,8461
rho                   0,190372   Durbin-Watson         1,567420

Test for differing group intercepts -
Null hypothesis: The groups have a common intercept
Test statistic: F(7, 79) = 3,1307
with p-value = P(F(7, 79) > 3,1307) = 0,00571072

```

Obrázok 1 Výpis odhadu FEM

Efekty jednotlivých prierezových jednotiek sa dajú získať cez ponuku *Save/Per-unit constants*. Ich hodnoty sa uložia do premennej so zadaným názvom (ak ho nezadáme, premenná má názov *ahatčíslo modelu*).

Absolútne členy modelov pre jednotlivé kraje vypočítané podľa vyššie odhadnutého modelu sú: 1 – 64,01654; 2 – 48,0946; 3 – 52,46779, 4 – 56,9999; 5 – 59,10099; 6 – 54,3189; 7 – 43,06554; 8 – 49,70683. Ako sa dalo predpokladať, absolútny člen pre Bratislavský kraj má

najvyššiu hodnotu, regresná priamka pre Bratislavský kraj by bola na grafe „najďalej od začiatku“.

Rozdielnosť medzi prierezovými jednotkami sa testuje pomocou F -testu, ktorý porovnáva model FEM a pool, pričom nulová hypotéza vyjadruje, že prierezové jednotky majú absolútne členy rovnaké (napr. Lukáčiková, Lukáčik 2008). Výsledky testu sú súčasťou výstupu z odhadu modelu FEM. Vypočítaná testovacia štatistika má hodnotu 3,1307, čo je viac ako jej tabuľková hodnota na hladine významnosti 0,05 (2,12784), preto zamietame nulovú hypotézu, že prierezové jednotky majú rovnaké absolútne členy. Vhodnejší je model FEM.

2.3 Model s náhodnými efektmi (REM)

V modeli s fixnými efektmi sa odlišnosť medzi prierezovými jednotkami uvažovala ako posun regresnej funkcie. Ak individuálne vplyvy pôsobiace na prierezové jednotky nie sú korelované s vysvetľujúcimi premennými celého panelu, tak by bolo vhodnejšie modelovať jednotlivé absolútne členy pre prierezové údaje ako náhodne rozdelené.

Model s náhodnými efektmi má všeobecný tvar:

$$y_{it} = \alpha + \beta_1 x_{it1} + \beta_2 x_{it2} + \dots + \beta_k x_{itk} + \varepsilon_i + u_{it}$$

Spojením náhodnej zložky konkrétneho pozorovania v prierezovej jednotke u_{it} a náhodnej zložky špecifickej pre prierezovú jednotku ε_i dostávame zloženú náhodnú zložku v_{it} .

Prezentovaný model môžeme zapísať nasledovne:

$$\text{vydavky}_{it} = \alpha + \beta_1 \text{prijmy} + \varepsilon_i + u_{it}$$

Postupnosť krokov odhadu REM v Gretli je rovnaká ako pri FEM, pričom pri špecifikácii modelu označíme voľbu *Random effects*. Výstup z odhadu modelu je na obr. č. 2.

```

rem: Random-effects (GLS), using 88 observations
Included 8 cross-sectional units
Time-series length = 11
Dependent variable: vydavky

      coefficient   std. error   t-ratio   p-value
-----
const      48,2898      6,28142    7,688     2,26e-011 ***
prijmy     0,769058      0,0206190  37,30     6,98e-055 ***

Mean dependent var   272,3392   S.D. dependent var   53,54990
Sum squared resid   13854,46   S.E. of regression   12,61930
Log-likelihood      -347,4637   Akaike criterion     698,9275
Schwarz criterion    703,8821   Hannan-Quinn         700,9236

'Within' variance = 136,481
'Between' variance = 25,7268
theta used for quasi-demeaning = 0,305539

Breusch-Pagan test -
Null hypothesis: Variance of the unit-specific error = 0
Asymptotic test statistic: Chi-square(1) = 5,75813
with p-value = 0,0164125

Hausman test -
Null hypothesis: GLS estimates are consistent
Asymptotic test statistic: Chi-square(1) = 5,39207
with p-value = 0,0202285

```

Obrázok 2 Výpis odhadu REM

Súčasťou výpisu je aj testovacia štatistika Hausmanovho testu, ktorý sa využíva na voľbu medzi modelmi FEM a REM (napr. Lukáčiková, Lukáčik 2008). Nulová hypotéza predpokladá, že odhady parametrov zovšeobecnenej metódy najmenších štvorcov v modeli REM a metódy najmenších štvorcov v modeli FEM sú konzistentné. Hodnota štatistiky Hausmanovho testu je 5,39207, čo je viac ako $\chi^2(1)$, môžeme zamietnuť nulovú hypotézu o konzistentnosti oboch estimátorov a vhodnejší je model FEM.

3 ZÁVER

V príspevku sme ukázali na analýze vzťahu výdavkov a príjmov za jednotlivé samosprávne kraje v Slovenskej republike postupy odhadov parametrov statických modelov panelových dát v ekonometrickom softvéri Gretl. Ten umožňuje aj odhad dynamických efektov, čo však zatiaľ nie je obsahom výučby. Pri väčšom rozsahu výučby predmetov z oblasti ekonometrie je samozrejme aktuálny. Keďže je softvér voľne prístupný, môžu ho študenti používať aj mimo výučby, a tým sa rozširuje priestor na vypracovávanie semestrálnych úloh resp. záverečných prác. Ďalšou jeho výhodou je užívateľsky jednoduché a pohodlné prostredie, ktoré ale na druhej strane nevyžaduje dôkladné teoretické vedomosti.

Použitá literatúra

1. BALTAGI, B. H. 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*, 3. vyd. John Wiley, 2005.
2. FURKOVÁ, A., SURMANOVÁ, K. 2006. Application of panel data models in cost efficiency analysis of the electricity distribution sector. In: *Manažment v teórii*

- a praxi: online odborný časopis o nových trendoch v manažmente, Košice: Katedra manažmentu PHF EU, roč. 2, 2006, č. 3-4, s. 106-112.
3. GREENE, W. H. 2003. *Econometric Analysis*, 4. vyd. New Jersey: Prentice Hall, 2003.
 4. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M. 2008. *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008.
 5. LUKÁČIK, M. 2004. *Ekonometrické modelovanie pri malom počte pozorovaní*. In: *FernStat 2004*, Bratislava: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, 2004, s. 50-53.
 6. LUKÁČIK, M., SLOSIAR, V. 2010. *Základy práce s ekonometrickým programom GRETL*. Bratislava, 2010. Dostupné na: <http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2010/Lukacik-Slosiar2010.pdf> (15.5.2013).
 7. LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2011. *Možnosti analýzy hospodárskych cyklov*. In: *Forum statisticum Slovaca*, Bratislava: Slovenská štatistická a demografická spoločnosť, roč. 7, 2011, č. 3, s. 148-153.
 8. SURMANOVÁ, K. *Prístup k analýze Phillipsovej krivky pomocou panelových dát*. In: *Ekonomika a informatika*, Bratislava: FHI a SSHI, roč. 4, 2006, č. 2, s. 125-134.
 9. SZOMOLÁNYI, K. 2012. *Friedmanova hypotéza trvalého príjmu v ekonomike SR*. In: *Nové trendy v ekonometrii a operačnom výskumu*, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2012.

Kontaktné údaje

Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 824

email: adriana.lukacikova@euba.sk

EKONOMETRICKÝ ODHAD VERSUS KALIBRÁCIA PARAMETROV MODELOV VŠEOBECNEJ EKONOMICKEJ ROVNOVÁHY¹

THE COMPUTABLE GENERAL EQUILIBRIUM MODEL PARAMETRES ECONOMETRICS ESTIMATION VERSUS THEIR CALIBRATION

Veronika Miťková

Abstrakt

Príspevok sa venuje dvom základným metódam získania hodnôt parametrov vypočítateľného modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy. Prvým z nich je rozšírená metóda kalibrácie parametrov a druhá je ekonometrický odhad, ktorý zahŕňa aj priestorovú ekonometriu.

Kľúčové slová: CGE ekonometria, kalibrácia, model všeobecnej ekonomickej rovnováhy

Abstract

This paper deals with the two basic approaches to how to obtain the computable general equilibrium model parameters. The first is the widely used calibration method and the second is the econometric estimation, which embodies also the spatial econometrics methods.

Keywords: CGE econometrics, calibration, computable general equilibrium model

1 ÚVOD

V tejto práci sa venujeme dvom základným prístupom k odhadu parametrov modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy: ekonometrický odhad a kalibrácia. Zvláštnu pozornosť venujeme aj priestorovej ekonometrii, ako súčasť ekonometrických odhadov. Vychádzame z prác McKitricka (1998) a aktuálneho working paperu Chena a Haynesa (2013).

Empirický ekonomický model obsahuje tri typy informácií: analytickú, funkčnú a numerickú. Analytická štruktúra modelu vychádza z teoretických koncepcií a identifikuje prirodzené vzájomné vzťahy premenných. Funkčná štruktúra je matematická reprezentácia analytických podkladov a pozostáva z algebraických rovníc, ktoré tvoria aktuálny model. Numerická štruktúra pozostáva zo znamienok a hodnôt koeficientov rovníc, ktoré formujú funkčnú štruktúru modelu.

2 ODHAD PARAMETROV MODELU

V kalibračných procedúrach sa hodnoty niektorých parametrov určujú na základe prieskumu empirickej literatúry, niektoré sa určia arbitrárne a zvyšok sa stanoví tak, aby model replikoval dataset vybraného benchmarkového roku. Tento prístup podlieha silnejúcej kritike (pozri Jorgensen, 1984, Lau, 1984 a Diewert a Lawrence, 1994), a to z viacerých dôvodov, ako to uvádza McKitrick (1998). Po prvé, často krát sa využívajú elasticity odhadnuté pre iné komodity, odvetvia alebo krajiny než zachytáva model, alebo sa používajú zastarané odhady

¹ Táto práca vznikla za podpory grantu Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky, VEGA 1/0197/13: Ekonometrický odhad parametrov modelu všeobecnej ekonomickej rovnováhy s dezagregáciou verejného sektora

zo staršej literatúry, nehovoriac o úplnom hádaní, kedy nie sú publikované žiadne zdrojové údaje. Užívateľia výsledkov simulácií potom nemajú žiadnu možnosť dostať sa k zdrojovým údajom mnohých hodnôt parametrov. Ako druhý dôvod uvádza, že kalibrácia modelu spôsobuje, že kvalita modelu je závislá na kvalite dát, ktoré sú vybrané ako benchmark. Nakoľko sa v každom roku vyskytujú určité stochastické anomálie a mimoriadne ekonomické situácie, tieto sa uberajú na validite zovšeobecnení vykonaných na základe modelu. Navyše, matice databáz je často potrebné škálovať alebo inak prispôbovať tak, aby boli konzistentné aj z mikroekonomického hľadiska, čím sa do riadkov a stĺpcov matice vnášajú neodsledovateľné odchýlky. A po tretie, kalibrácia limituje výskumníkov na použitie CES (Constant Elasticity of Substitution) funkčných foriem založených na reštriktívnych predpokladoch o modelovaných odvetviach, nakoľko predpokladajú jednoduché nezáporné elasticity substitúcie pre všetky páry statkov. Vhodnou alternatívou by bolo použitie flexibilných funkčných foriem, ako napríklad translog alebo normalizovaných kvadratických funkcií, ktoré obsahujú dostatok voľných parametrov na aproximáciu podmienok druhého rádu pre akúkoľvek preferenciu alebo technológiu. Bez zavádzania ďalších ohraničení tým umožňujú zahrnutie všetkých relevantných vlastných alebo krížových elasticít odvodených z ľubovoľnej funkcie užitočnosti alebo produkčnej funkcie. Perroni a Rutherford (1995) použili flexibilné funkčné formy v kalibrácii, avšak ich implementácia vyžadovala znalosť hodnôt všetkých krížových elasticít vo východiskovom roku a navyše ako sa tieto elasticity vyvíjajú v okolí benchmarku, čo je informácia vo všeobecnosti nedostupná.

3 KALIBRÁCIA

Uvažujme CGE model pozostávajúci z n dopytových funkcií pre každý z h sektorov:

$$F^{ij}(\mathbf{p}_t, \mathbf{X}_t, \beta^j) = q_t^{ij} \quad (1)$$

kde $i = 1, \dots, n$ je počet komodít (vrátane práce), $j = 1, \dots, h$ je počet výrobných a spotrebiteľských sektorov, $t \in \{1, \dots, Z\}$, kde Z je dĺžka dostupného časového radu, \mathbf{p}_t je vektor cien v čase t , \mathbf{X}_t je matica exogénnych veličín veľkosti $n \times k$, ktorá zahŕňa kapitál, daňové sadzby, predeterminované množstvá a ostatné veličiny v čase t , β^j je vektor neznámych parametrov veľkosti m , kde $m > n$, q_t^{ij} je čistý dopyt na množstvo i v sektore j v čase t .

Kalibračná procedúra potom môže byť opísaná nasledovne: Najprv sa vyberie jeden rok $T \in \{1, \dots, Z\}$ ako benchmark. Následne sa numerickými algoritmami prispôbia množstvá q_t^{ij} tak, aby škálovanie riadkov a stĺpcov viedlo k matici \mathbf{Q}'_T pre ktorú platí

$$\mathbf{Q}'_T \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (2)$$

kde \mathbf{v} a $\mathbf{0}$ sú n rozmerné vektory jednotiek a núl. Potom sa β^j rozdelí na n rozmerný vektor θ^j a $(m - n)$ rozmerný vektor σ^j . Zvyčajne σ^j obsahuje všetky parametre elasticít a rozdelenia príjmu a θ^j obsahuje zvyšné škálovacie parametre a parametre posunu.

Hodnoty parametrov σ^j sa získajú prieskumom literatúry a využitím dostupných a priori metód. Každý prvok vektora θ^j získame inverziou (1):

$$\theta^{ij} = F^{ij-1}(\mathbf{p}_t, \mathbf{X}_t, \sigma^j, q_t^{ij}) \quad (3)$$

Substitúciou (3) do (1) dostávame základné riešenie modelu

$$F^{ij}(\mathbf{p}_t, \mathbf{X}_t, \sigma^j) = q_t^{ij} \quad (4)$$

Pri platnosti Walrasovho zákona je systém rovníc F^{ij} platnou všeobecnou rovnováhou. Nový stav rovnováhy dostaneme zavedením novej sady exogénnych premenných \mathbf{X}_T^c namiesto \mathbf{X}_T , napríklad zmenením daňovej sadzby a nájdeme porovnávací vektor \mathbf{p}_t^c , ktorý vedie k riešeniu

$$F^{ij}(\mathbf{p}_t^c, \mathbf{X}_T^c, \sigma^j) = (q_t^{ij})^c \quad (5)$$

Rovnice (2) a (5) vedú k n , resp. $(n \times h)$ rovniciam, pričom na základe Walrasovho zákona žiadna nie je nezávislá od ostatných, čo znamená, že riešenie je vypočítateľné.

4 EKONOMETRICKÝ PRÍSTUP

V tejto časti sa venujeme všeobecnému ekonometrickému prístupu a špeciálnej priestorovej ekonometrii.

4.1 Všeobecný ekonometrický prístup

Ekonometrický prístup začína zozbieraním plných časových radov Z pozorovaní, ktoré pre celkovo $n \cdot h$ údajov dávajú ekonometrický model v tvare:

$$q_t^{ij} = F^{ij}(\mathbf{p}_t, \mathbf{X}_t, \beta^j) + u_t^{ij} \quad t = 1, \dots, Z \quad (6)$$

Odhady potom vedú k $\hat{\beta}^j$ a základné riešenie, v ktorom je splnená podmienka (2) pre obdobie T obsahuje vektor cien \mathbf{p}'_T a dostávame

$$q^{ij} = F^{ij}(\mathbf{p}'_T, \mathbf{X}_T, \hat{\beta}^j) \quad (7)$$

Nová rovnováha môže byť generovaná obdobne ako vyššie, nahradením \mathbf{X}_T^c namiesto \mathbf{X}_T a nájdением nového vektora cien \mathbf{p}_T^c , pre ktorý platí:

$$(q_t^{ij})^c = F^{ij}(\mathbf{p}_t^c, \mathbf{X}_t^c, \hat{\beta}^j) \quad (8)$$

Zhrňme teraz rozdiely medzi kalibráciou a ekonometrickým prístupom, odlišnosti sú zjavné. Kalibrácia vyžaduje veľmi málo údajov, čo je výhodou v prípadoch, kedy ich máme málo k dispozícii, ale na druhej strane dochádza k strate, keď je možnosť získania celých časových radov. Navyše, n parametrov v θ^j je sčasti determinovaných maticou \mathbf{Q}'_t , ktorá je konštruovaná na základe národných účtov eliminovaním riadkových a stĺpcových diskrepancií. RAS škálovanie rozptýli diskrepancie v celej matici, čo spôsobuje ďalšie odchýlky v hodnotách parametrov. Naproti tomu v ekonometrickom odhade je možné vypočítať východiskovú rovnováhu priamo CGE modelom. Ak sa na odstránenie diskrepancií použije samotný CGE model, deje sa tak na základe charakteristík dopytu a ponuky každého sektora, nie numerického algoritmu. Ekonometrický prístup za benchmark považuje celú databázu údajov, nielen jeden náhodne vybraný rok.

V princípe by bolo možné odhadovať $h \cdot n$ parametrov v rovnici (7) naraz, simultánne. V tom prípade podmienky rovnováhy umožňujú vynechať n -tú dopytovú funkciu a aplikácia rozpočtových ohraničení zase umožní vynechať h -tu rovnicu. Odhaduje sa teda $(h-1) \cdot (n-1)$ rovníc. V skutočnosti je ale v modeli omnoho viac rovníc, čo je spôsobené viacstupňovým zhlukovaním (cez minimalizačné nákladové funkcie), v prípade CES funkcií využívaným na zachovanie flexibility. Pre účely ekonometrického odhadu sa predpokladá nezávislosť všetkých tých sektorov, ktoré vo všeobecnosti neobsahujú nezávislé premenné.

4.2 Prístup priestorovej ekonometrie

Chen a Kingsley (2013) sa vo svojej najnovšej práci zaoberajú infraštruktúrou dopravy, pre ktorú vyvinuli priestorový ekonometrický model všeobecnej ekonomickej rovnováhy (Spatial Econometric Computable General Equilibrium– SECGE model). Tento model v sebe integruje priestorovú ekonometriu s modelovaním všeobecnej rovnováhy, čím umožňuje efektívnu analýzu dopadov zmien v infraštruktúre dopravy.

Táto práca sa od predchádzajúcich odlišuje v rôznych aspektoch, z hľadiska CGE ekonometrie je zaujímavý priestorový test autokorelácie, cez ktorý je identifikovaná závislosť elasticít substitúcie faktorov. Aby sa autori vyrovnali s touto priestorovou závislosťou, zaviedli odhad elasticity substitúcie faktorov rôznych sektorov v CES (Constant Elasticity of Substitution) produkčnej funkcii s prihliadnutím na priame a nepriame priestorové efekty. Autori konštatujú, že napriek tomu, že priestorová ekonometria a CGE sú solídne etablované modelovacie nástroje, neexistuje práca, ktorá by tieto dva prístupy spájala.

Teoretické východisko práce vychádza z Walras - Arrow - Debreuovej teórie všeobecnej rovnováhy s modernými modifikáciami umožňujúcimi zahrnutie nedokonale konkurenčných trhov (Bröcker, 2004). Keďže CGE poskytuje jasné prepojenie medzi mikroekonomickou štruktúrou a makroekonomickým prostredím, môže byť tento model použitý na opis vzťahov medzi rôznymi priemyselnými sektormi a trhmi. Čo je však dôležitejšie, môže byť použitý aj na posúdenie priamych a nepriamych efektov zmien hospodárskej politiky na rôzne premenné, ako output, zamestnanosť, ceny, príjem a bohatstvo.

Štruktúra modelu vychádza zo štandardu IFPRI modelu jednoduchého CGE modelu jednej krajiny, resp. z tradície vyvinutej Dervis – DeMelo - Robinsonom. Ide o model otvorenej ekonomiky úctami 13 komodít, 13 aktivít, 9 faktorov, 1 domácnosti a 1 ROW (zvyšok sveta). Obchod je modelovaný na základe Armingtonovho predpokladu a predpokladu o nedokonalej substitúcii medzi doma vyrobenými a importovanými statkami, čo vyjadruje jednúrovňová CES funkcia. Navyše, predpokladá sa, že export je nedokonalým substitútom k doma vyrobeným statkom, čo reprezentuje jednúrovňová CET (Constant Elasticity of Transformation) funkcia.

Odhad parametrov modelu sa uskutočňuje v štyroch krokoch:

Krok 1: Priestorový autokorelačný test: Diagnostikuje sa priestorová autokorelácia, ktorá je meraná Moranovým indexom pre pomer premenných práca - kapitál a mzda – renta.

Krok 2: Nepriestorový odhad: Získavajú sa základné odhady elasticít substitúcie faktorov pre CFE analýzu tak, ako pri klasickej CES produkčnej funkcii:

$$Q = \left[\alpha_{kl} K^{\frac{\sigma_{kl}-1}{\sigma_{kl}}} + (1 - \alpha_{kl}) L^{\frac{\sigma_{kl}-1}{\sigma_{kl}}} \right]^{\frac{\sigma_{kl}}{\sigma_{kl}-1}} \quad (9)$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \sigma_{kl} \ln\left(\frac{\alpha_{kl} - 1}{\alpha_{kl}}\right) + \sigma_{kl} \ln\left(\frac{w}{r}\right) \quad (10)$$

kde Q je kompozitný (zložený) statok vyrobený pomocou faktorov práca a kapitál, w a r reprezentujú mzdové, resp. úrokové sadzby. σ_{kl} a α_{kl} sú parametre elasticity substitúcie a distribúcie kapitálu K a práce L . Rovnicu (10) je možné zapísať aj ako lineárnu regresnú funkciu:

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 \ln x + u \quad (11)$$

kde y je pomer kapitálu a práce, x je pomer mzdy a renty a u je náhodná porucha. Potom elasticita substitúcie medzi kapitálom a prácou je reprezentovaná parametrom β_1 , ktorý bol odhadnutý pomocou metódy najmenších štvorcov. Nakoľko niektoré hodnoty elasticít substitúcie nadobúdali záporné znamienka, ktoré nemajú ekonomický zmysel, neboli výsledky tejto regresie implementované do CGE.

Krok 3: Priestorová ekonometrická analýza: Zahŕňa odhad elasticity substitúcie pre rôzne sektory použitím priestorových ekonometrických metód. Využitý bol „Spatial Durbin Model“, kde všeobecný zápis elasticity substitúcie

$$\left(\frac{K}{L}\right)_{i,t} = \rho W\left(\frac{K}{L}\right)_{i,t} + \beta\left(\frac{w}{r}\right)_{i,t} + \theta W\left(\frac{w}{r}\right)_{i,t} + u_{i,t} \quad (12)$$

kde K/L a w/r označujú premenné pomeru kapitálu a práce, resp. mzdy a renty. $W\left(\frac{K}{L}\right)_{i,t}$ a

$W\left(\frac{w}{r}\right)_{i,t}$ označujú člen priestorového oneskorenia pri premenných pomeru kapitálu a práce, resp. mzdy a renty. i a t označujú rôzne regióny a časové obdobia. ρ , β a θ sú koeficienty, ktorých hodnoty budú odhadované. Analýza je vykonaná na rovnakej databáze údajov, ako v kroku 2. Kľúčovou funkciou priestorovej analýzy je identifikácia priestorových efektov faktorov substitúcie medzi rôznymi oblasťami.

Krok 4: SECGE: Tu sa formuluje CGE model s integrovanými odhadmi pomocou priestorovej ekonometrie. Nakoľko elasticita substitúcie faktorov nebola založená na predpokladoch alebo kalibrácii model ale bola odhadovaná na historických údajoch pomocou priestorovej ekonometrie, je považovaná realistickejšiu vzhľadom na simulácie opatrení hospodárskej politiky.

Výsledky výskumu naznačujú, že elasticity substitúcie faktorov sa významne odlišujú naprieč sledovanými sektormi.

5 ZÁVER

Napriek tomu, že argumenty svedčia v prospech ekonometrického odhadu parametrov CGE modelov, táto metóda stále nie je bežne využívaná. Okrem zakladateľa CGE ekonometrie Jorgensena (1984) ju využívajú Clements (1980), Mansur a Whalley (1984), Hazilla a Kopp (1990), Diewert a Lawrence (1994), Chen a Kingsley (2013).

V ďalších prácach sa budeme venovať ekonometrickému odhadu parametrov modelu, ktorý bol aplikovaný na modelovanie šokov v automobilovom priemysle Slovenskej republiky – Miťková (2009) a rozšírime ho o dezagregáciu verejného sektora.

Použitá literatúra

1. CLEMENTS, K.W. 1980. A general equilibrium econometric model of an open economy. *International Economic Review* 21, str. 469-488.
2. JORGENSEN, D.W. 1984. Econometric methods for applied general equilibrium analysis. In: Scarf, H., Shoven, J.B. (Eds.) str. 139-203.
3. CHEN, Z. a KINGSLEY, E. H. 2013 Spatial Impact of Transportation Infrastructure: A Spatial Econometric CGE Approach. GMU School of Public Policy Research Paper. Dostupné na SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2243812> alebo <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2243812>

4. MCKITRICK, R.R. 1998. The econometric critique of computable general equilibrium modeling: the role of functional forms. In: Economic Modelling 15, str. 543-573
5. MIŤKOVÁ, V. 2009. The Influence of Expansion in Automotives in Slovakia - An Applied CGE Study. Proceedings of international scientific conference Firma a konkurenční prostředí 2009. Brno: MSD, 2009, str. 355-363. ISBN 978-80-7392-084-5.

Kontaktné údaje

Ing. Veronika Miťková, PhD.

Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta sociálnych a ekonomických vied

Mlynské luhy 4, 821 05 Bratislava

email: veronika.mitkova@fses.uniba.sk

DEKOMPOZÍCIA VÝNOSOV A RIZIKA PORTFÓLIA

PORTFÓLIO PERFORMANCE AND RISK ATTRIBUTION

Vladimír Mlynarovič

Abstrakt

Príspevok analyzuje výkonnosť a riziko portfólia podľa tried jeho aktív a tento rozklad konfrontuje s výnosmi a rizikom zodpovedajúcich tried aktív v benchmarku. Výsledkom je analýza aktívnych výnosov a aktívneho rizika portfólia

Kľúčové slová: *výkonnosť portfólia, dekompozícia výnosu, dekompozícia rizika*

Abstract

The paper analyses portfolio performance and risk according to its assets classes and the decomposition is compared with the performance and risk of benchmark assets classes. As a result we have the analysis of the active policy return and risk.

Keywords: *portfolio performance, return decomposition, risk attribution*

1 ÚVOD

V teórii portfólia existuje niekoľko prístupov k analýze výkonnosti a rizika portfólia podľa štruktúry jeho aktív. Napríklad jeden z najpoužívanejších modelov atribúcie výkonu, ktorý publikovali Brinson at al. (1986), dekomponuje dodatočný výnos portfólia hlavne medzi komponenty alokácie a výberu aktív. Karnosky a Singer (1994) rozšírili analýzu na portfólio s viacerými peňažnými menami. Ďalší navrhli modely zamerané na špecifické triedy aktív. Fong at al. (1983) vyvinul model atribúcie pre aktíva s fixným príjmom, ktorý rozkladá výnos dlhopisu na komponenty založené na takých charakteristikách dlhopisu ako durácia, splatnosť alebo rozpätie medzi korporátnymi a vládnyimi dlhopismi. Clarke et al. (2002, 2005) navrhli analýzu, ktorá umožňuje rozložiť výkonnosť portfólia medzi schopnosť prognózy výkonu (schopnosť korektné zoradiť aktíva podľa predpovedaného výnosu) a implementačnú efektívnosť (schopnosť transformovať prognózu výnosu do pozícií v akciách v rámci prípustných ohraničení). Cieľom tohto príspevku je aplikácia metodiky dekompozície výkonov a rizika portfólia v ich konfrontácii s výnosom a rizikom stanoveného benchmarku.

2 DEKOMPOZÍCIA VÝKONNOSTI PORTFÓLIA

Existuje niekoľko prístupov, ktoré boli navrhnuté s cieľom vysvetliť alebo dekomponovať výnos, resp. dodatočný výnos portfólia. Budeme ich analyzovať a aplikovať v ďalších častiach tohto príspevku, ale vo všeobecnosti od *Famovej* publikácie (1972), autori rozdeľujú výkonnosť portfólia do rôznych zložiek vzhľadom k investičnému procesu podľa nejakých schém nasledujúceho typu.

Ak r_t^P je výnos portfólia, r_t^B výnos benchmarku a r_t^E dodatočný výnos portfólia v období t , $t = 1, 2, \dots, T$, kde

$$r_t^P = \sum_{i=1}^N w_{it}^P r_{it}^P, \quad r_t^B = \sum_{i=1}^N w_{it}^B r_{it}^B \quad \text{a} \quad r_t^E = r_t^P - r_t^B \quad (2.1)$$

a w_{it}^P a w_{it}^B sú váhy a r_{it}^P a r_{it}^B sú výnosy v sektore i pre portfólio a benchmark v priebehu obdobia t , kde N je počet sektorov, potom pre výnos portfólia, r_T^P , výnos bechmarku, r_T^B , a dodatočný výnos portfólia, r_T^E , v období T platí

$$r^P \equiv r_T^P = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^P) - 1, \quad r^B \equiv r_T^B = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^B) - 1, \quad r^E \equiv r_T^E = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^E) - 1 \quad (2.2)$$

Príspevky jednotlivých sektorov i , $i = 1, 2, \dots, N$, k týmto výnosom možno vyjadriť v tvare

$$r_i^P \equiv r_{iT}^P = \sum_{t=1}^T \left[w_{it}^P r_{it}^P \prod_{s=t+1}^T (1 + r_s^P) \right], \quad r_i^B \equiv r_{iT}^B = \sum_{t=1}^T \left[w_{it}^B r_{it}^B \prod_{s=t+1}^T (1 + r_s^B) \right] \quad (2.3a)$$

$$r_i^E \equiv r_{iT}^E = \sum_{t=1}^T \left[(w_{it}^P r_{it}^P - w_{it}^B r_{it}^B) \prod_{s=t+1}^T (1 + r_s^E) \right] \quad (2.3b)$$

pričom platí

$$r_T^P = \sum_{i=1}^N r_{iT}^P, \quad r_T^B = \sum_{i=1}^N r_{iT}^B, \quad r_T^E = \sum_{i=1}^N r_{iT}^E \quad (2.4)$$

3 DEKOMPOZÍCIA RIZÍK PORTFÓLIA

Takáto analýza síce pomáha pochopiť akým spôsobom sa dosiahol výnos portfólia, nič však nehovorí o tom, aké riziko portfólio manažér znášal pri dosahovaní tohto výnosu. Keďže riadenie rizika v manažmente aktív, a zvlášť jeho meranie, je významným aspektom analýzy výkonnosti portfólia, prinajmenej rovnako zaujímavou otázkou ako dekompozícia výnosov portfólia, je aj explicitná dekompozícia rizika portfólia, ktorá meria príspevok minulých pozícií a obchodov podľa sektorov, resp. tried aktív, k celkovému riziku portfólia. Preto sa teraz zameriame na dekompozíciu celkového rizika portfólia meraného štandardnou odchýlkou je výnosu a dekompozíciu tzv. aktívneho rizika (*tracking error*) meraného štandardnou odchýlkou dodatočného výnosu portfólia, pričom využijeme schému, ktorú navrhli *P. Grégoire* a *H. van Oppens*. Hlavnými výhodami tohto prístupu je, že

- zohľadňuje aktívny manažment (meraný prostredníctvom pozícií v aktívach),
- rozkladá celkové riziko a *tracking error* a priraduje ich tak, že v súčte sa presne dosahuje skutočná volatilita alebo *tracking error* daného portfólia.

Model okrem toho objasňuje, že pri oceňovaní atribúcií rizika treba popri výnosoch aktív uvažovať aj volatilitami v jednotlivých pozíciách. Dôsledok je intuitívny: ak manažér drží aktívum s nízkou volatilitou, ale aktívne ho obchoduje, potom príspevok takéhoto aktíva k riziku portfólia môže byť relatívne veľký.

Štandardný prístup k riadeniu absolútneho rizika portfólia je založený buď na štandardnej odchýlke v danom období, alebo na výpočte *value at risk*. Volatilita opisuje celkové riziko ktoré znáša portfólio manažér a nehovorí nič o tom, kde vzniklo. Ktoré pozície a obchody vysvetľujú skutočnú úroveň volatility? Toto sú otázky, na ktoré potrebujú manažéri rizika odpovede. Model atribúcie rizika pomáha identifikovať investičné rozhodnutia, ktoré prispievajú k volatilitě.

3.1 Dekompozícia rizika portfólia

Najskôr pripomenieme základné pojmy a uvedieme výsledok, ktorý opisuje marginálnu príspevok k riziku. Celkové riziko portfólia je rovné

$$\delta_p = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t^P - \bar{r}^P)^2} \quad (3.1)$$

kde vážený priemerný výnos portfólia. Predpokladá sa, že vždy vieme nájsť takú schému váženia, ktorá garantuje, že vážená suma výnosov je rovná pozorovanému výnosu portfólia odhadnutému z jeho východiskovej a konečnej hodnoty, teda platí vzťah (2.1).

Od čias *Markowitz* je dobre známe, že hraničná príspevok sektora i k volatilitě σ_P je rovná súčinu korelácie sektora i s portfóliom a volatility sektora. Ukážeme ako možno celkovú volatilitu portfólia vyjadriť ako vážený súčet hraničných príspevkov jednotlivých sektorov.

Najskôr vypočítame hraničnú príspevok meranou deriváciou volatility podľa príslušnej pozície meranej váhou aktíva. Platí

$$\frac{\partial \sigma_{Pt}^2}{\partial w_{it}^P} = 2\sigma_{Pt} \frac{\partial \sigma_{Pt}}{w_{it}^P} \quad (3.2)$$

Lahko sa o tom presvedčíme ak budeme uvažovať portfólio, ktoré sa skladá z dvoch sektorov (aktív) i a j . Ak kvôli jednoduchosti vynecháme v nasledujúcom zápise indexy t a P , potom platí

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_P^2}{\partial w_i} &= 2w_i \sigma_i^2 + 2w_j \sigma_{ij} \\ \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_i} &= \frac{1}{2} [w_i^2 \sigma_i^2 + w_j^2 \sigma_j^2 + 2w_i w_j \sigma_{ij}]^{-\frac{1}{2}} (2w_i \sigma_i^2 + 2w_j \sigma_{ij}) \end{aligned}$$

kde σ_{ij} je kovariancia výnosov aktív i a j , potom kombináciou týchto dvoch vzťahov a spätnom navrátení vynechaných indexov, dostávame vzťah (3.2). Odtiaľ potom dostávame

$$\frac{\partial \sigma_{Pt}}{\partial w_{it}^P} = \frac{\partial \sigma_{Pt}^2}{2\sigma_{Pt}} = \frac{\partial}{\partial w_{it}^P} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{it}^P w_{jt}^P \sigma_{ij,t} \right) = \sum_{j=1}^N w_{jt}^P \frac{\sigma_{ij,t}}{\sigma_{Pt}}$$

a túto hraničnú príspevok MC_{it} sektora i k celkovej volatilitě portfólia možno prepísať ako

$$MC_{it}(\sigma_{Pt}) \equiv \frac{\partial \sigma_{Pt}}{\partial w_{it}^P} = \rho(r_{it}^P, r_t^P) \sigma_{it}$$

kde $\rho(r_{it}^P, r_t^P)$ je korelácia výnosov aktíva i a portfólia P v čase t .

Hraničná kontribúcia meria zvýšenie skutočnej volatility, ktoré je vyvolané 1% -tným zvýšením pozície v aktíve i . Hraničnú kontribúciu taktiež možno využiť na rozklad volatility portfólia v tvare

$$\sum_{i=1}^N w_{it}^P MC_{it}(\sigma_{Pt}) = \sigma_P$$

Príspevok sektora i k celkovej volatilitě je rovný súčinu pozície v sektore i (w_i) a jeho marginálnej kontribúcie. Využitie hraničnej kontribúcie na dekompozíciu celkovej volatility implicitne predpokladá, že váhy, w_i , zostávajú v priebehu analyzovaného obdobia konštantné. Tento implicitný predpoklad je však príliš reštriktívny, pretože volatility je často počítaná pre ročné alebo aj dlhšie obdobia. V skutočnosti je väčšina portfólií aktívne obchodovaných a hypotéza o konštantných váhach musí byť eliminovaná.

Pre každé obdobia t je relatívna kontribúcia C_{it} sektora i meraná ako súčin jeho váhy v portfóliu a hraničnej kontribúcie MC_{it} , t.j.

$$C_{it}(\sigma_{Pt}) = w_{it}^P MC_{it}(\sigma_{Pt})$$

Ak chceme vypočítať hraničnú kontribúciu postupných pozícií cez obdobia t , $t = 1, 2, \dots, T$, v ktorých sa váhy menia, uvedená rovnica prestáva platiť. Aby sme zohľadnili takéto zmeny potrebujeme vypočítať diferenciál funkcie volatility vzhľadom k historickým váham aktíva i v každom časovom momente t :

$$MC_{iT}(\sigma_{PT}) = d_i \sigma_{PT} = \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{i1}^P} dw_{i1}^P + \dots + \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{it}^P} dw_{it}^P + \dots + \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{iT}^P} dw_{iT}^P$$

pre danú postupnosť váh $(w_{i1}^P, \dots, w_{iT}^P)$ sektora i dostaneme celkovú kontribúciu za časové obdobia T držby sektora i :

$$C_{iT}(\sigma_{PT}) = \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{i1}^P} w_{i1}^P + \dots + \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{it}^P} w_{it}^P + \dots + \frac{\partial \sigma_{PT}}{\partial w_{iT}^P} w_{iT}^P \quad (3.3)$$

Ako riešenie tejto rovnice dostaneme

$$C_{iT}(\sigma_P) = \frac{1}{\sigma_P T} \sum_{t=1}^T (r_t^P - \overline{r^P}) w_{it}^P r_{it}^P \quad (3.4)$$

Tento vzťah by mohol byť upravený tak, aby vysvetlil dôležitý faktor pri meraní relatívnej kontribúcie k celkovému riziku, a to ako

$$C_{iT}(\sigma_P) = \frac{1}{\sigma_P T} \sum_{t=1}^T (r_t^P - \overline{r^P})(CR_{it}^P - \overline{CR_i^P})$$

Tento výraz ulazuje, že celková príspevok k riziku závisí od kovariancie výnosu portfólia a výnosu príspevku sektora i . Uvedenú rovnicu možno prepísať tak, aby sa zvýraznila úloha korelácie medzi príspevkou k výnosu a výnosom portfólia, aby sme dostali

$$C_{iT}(\sigma_P) = \frac{\text{cov}(r_P, CR_i^P)}{\sigma_P} = \rho(r_P, CR_i^P) \sigma_{CR_i^P}$$

resp.

$$C_{iT}(\sigma_P) = \frac{\text{cov}(r^P, w_i^P r_i^P)}{\sigma_P} = \rho(r^P, CR_i^P) \sigma(w_i^P r_i^P) \quad (3.5)$$

kde $\rho(r^P, CR_i^P)$ je korelácia medzi výnosmi portfólia r^P a príspevkom sektora i k výnosom portfólia a $\sigma(w_i^P r_i^P)$ je volatilita príspevku sektora i k výnosom portfólia. Ináč povedané $\sigma(w_i^P r_i^P)$ je štandardná odchýlka časového radu príspevkov $w_{it}^P r_{it}^P$ k výnosu. Rovnica (3.5) ukazuje príspevok rizika je funkciou volatility výnosu a obchodovania. Evidentne, držanie aktíva z nízkou volatilitou môže mať významný príspevok k celkovému riziku, ak manažér často toto aktívum obchoduje. Tento výsledok je intuitívny; to čo má vplyv je príspevok k výnosu (t.j držanie časového radu výnosov), a nie samotný výnos. V prípade, že portfolio je periodicky rebalancované tak, aby váhy ostávali konštantné, rovnica (3.5) sa zjednodušuje na hraničnú príspevok vynásobenú váhou. t.j.

$$C_{iT}(\sigma_P) = \rho(r_P, CR_i^P) \sigma(w_i^P r_i^P) = w_i^P \rho(r_P, r_i^P) \sigma(r_i^P)$$

Pre súčet príspevkov opísaných rovnicou (3.5) dostávame

$$\sigma_P = \sum_{i=1}^N C_{iT}(\sigma_P) = \sum_{i=1}^N \rho(r^P, CR_i^P) \sigma(w_i^P r_i^P) \quad (3.6)$$

Rovnice (3.5) a (3.6) sú fundamentálne pre analýzu rizika a výkonnosti, pretože suma príspevkov je presne rovná celkovej volatilita portfólia (ktorá je výsledkom volatility aktív, ale tiež obchodovania)

3.2 Dekompozícia aktívneho rizika portfólia

Manažéri sú často limitovaní tak, že musia udržiavať aktívne riziko, resp. *tracking error* (TE) pod určitou hranicou. V tomto kontexte hraničnú príspevok k TE meria zvýšenie (zníženie) v ex- ante TE ako výsledok preváženia alebo nedováženia sektora v porovnaní s jeho pozíciou v benchmarku. Na ex-ante základe musí portfólio manažér reportovať úroveň TE a teda existuje potreba pre taký model, ktorý rozkladá realizovaný TE k jednotlivým komponentom portfólia. Toto je cieľom tejto časti prostredníctvom aplikáciou postupu, ktorý je podobný dekompozícii volatility. Ako ukazuje predchádzajúca časť (rovnica 1.9), úroveň volatility závisí od kovariancie a od aktivity obchodovania. Ukážeme, že frekvencia obchodovania v porovnaní s benchmarkom vysvetľuje skutočnú úroveň TE. Nech TE^P meria aktívne riziko portfólia, pričom

$$TE^P = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \left(r_t^P - r_t^B - \overline{(r^P - r^B)} \right)^2} \quad (3.7)$$

kde indexy P a B označujú, ako aj vyššie, portfólio a benchmark.

Cieľom tejto časti je ukázať ako investičný proces produkoval realizovaný TE v nejakom historickom období. Model, ktorého zámerom je poskytnúť takéto pohľady potrebuje zohľadniť transakcie, ktoré sa vyskytli v priebehu historického obdobia. Na ich odmeranie potrebujeme vypočítať derivácie funkcie TE vzhľadom na preváženie (podváženie) váh portfólia v každom časovom období t . Teda pre každé elementárne obdobie a každý sektor i vypočítame

$$AC_{it}(TE_t^P) = \frac{\partial TE_t^P}{\partial \Delta w_{it}^P}$$

kde Δw_{it}^P je rozdiel medzi váhou v portfóliu a váhou v benchmarku pre sektor i , ktorý je často nazývaný aktívna váha, t.j.

$$\Delta w_{it}^P = w_{it}^P - w_{it}^B$$

Výsledný TE pre referenčné obdobie je výsledkom niekoľkých rozhodnutí týkajúcich sa alokácie a výberu cenných papierov. Hraničná kontribúcia postupných pozícií v sektore i je opísaná diferenciálom funkcie TE

$$MC_{iT}(TE_T^P) = d_i TE^P = \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{i1}^P} d\Delta w_{i1}^P + \dots + \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{it}^P} d\Delta w_{it}^P + \dots + \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{iT}^P} d\Delta w_{iT}^P \quad (3.8)$$

Ak je daná postupnosť prevážení, resp. podvážení $(\Delta w_{i1}^P, \dots, \Delta w_{iT}^P)$, potom pre celkovú kontribúciu platí

$$C_{iT}(TE_T^P) = \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{i1}^P} (w_{i1}^P - w_{i1}^B) + \dots + \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{it}^P} (w_{it}^P - w_{it}^B) + \dots + \frac{\partial TE}{\partial \Delta w_{iT}^P} (w_{iT}^P - w_{iT}^B) \quad (3.9)$$

Táto rovnica poskytuje kontribúciu radu aktívnych rozhodnutí pre sektor i . Ako jej riešenie dostaneme

$$C_{iT}(TE_T^P) = \frac{1}{TE_T^P T} \sum_{t=1}^T \left((r_t^P - r_t^B) - \overline{(r^P - r^B)} \right) (w_{it}^P r_{it} - w_{it}^B r_{it})$$

a nasledne

$$C_{iT}(TE_T^P) = \rho(r_t^P - r_t^B, CR_{it}^P - CR_{it}^B) \sigma(CR_{it}^P - CR_{it}^B) \quad (3.10)$$

Táto rovnica ukazuje, že kontribúcia radu prevážení (podvážení) sektora i je rovná korelácií medzi dodatočným výnosom portfólia a dodatočnou kontribúciou aktíva i vynásobenej volatilitou dodatočnej kontribúcie. Tento vzťah môžeme prepísať potom v tvare

$$C_{it}(TE_T^P) = \rho(r_t^P - r_t^B, w_{it}^P r_{it}^P - w_{it}^P r_{it}^B) \sigma(w_{it}^P r_{it}^P - w_{it}^P r_{it}^B) \quad (3.11)$$

ktorý demonštruje, že to čo je dôležité je kontribúcia k výnosu a nie samotný výnos. Následne možno ukázať, že súčet takýchto kontribúcií je rovný TE portfólia, teda

$$TE^P = \sum_{i=1}^N \rho(r_t^P - r_t^B, w_{it}^P r_{it}^P - w_{it}^P r_{it}^B) \sigma(w_{it}^P r_{it}^P - w_{it}^P r_{it}^B) \quad (3.12)$$

Kombinácia tohto aditívneho modelu pre kontribúciu aktívneho rizika s modelom atribúcie výnosov (2.3) – (2.4) umožňuje adekvátnu analýzu výkonnosti., t.j. komparáciu investícií v dvoj - rozmerom priestore aktívneho rizika a aktívneho výnosu

Použitá literatúra

1. BRINSON, G.P., L.R. HOOD, G.I. BEEBOWER, 1986. Determinants of poertfolio Performance. *Financial Analysis Journal*. (July-August).
2. GREGORIE, P.,H. van OPPENS. Risk Attribution, *internetovy zdroj*.
3. CLARKE, R., H. De SILVA, S. THORLEY, 2005. Performance Attribution and the Fundamental Low. *Financial Analysis Journal*, vol 61, no 5 (September-October), 70 - 83.
4. FONG, C., O.A. VASICEK, 1997. A Multidimensional Framework for Risk Analysis. *Financial Analysis Journal*, vol 7, no 8 (July-August), 51 - 57.
5. KARNOSKY, D.S., B.D. SINGER, 1994. Global Asset Management and Performance Attribution. *Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts*
6. MLYNAROVIC, V, 1998: Modely a metódy viackriteriálneho rozhodovania. Ekonóm, Bratislava.
7. HORNIAČEK, Milan, The approximation of a strong perfect equilibrium in a discounted supergame. *Journal of Mathematical Economics*, 1996, roč. 25, č. 1, s. 85-107. ISSN 0304-4068.
8. HORNIAČEK, Milan, Negotiation, preferences over agreements, and the core. *International Journal of Game Theory*, 2008, roč. 37, č. 2, s. 235-249. ISSN 0020-7276.
9. HORNIAČEK, Milan, Folk theorem for bilateral bargaining with vector endowments. *Bulletin of Economic Research*, 2004, roč. 56, č. 3, s. 283-297. ISSN 030-733-78.

Kontaktné údaje

doc. Ing. Vladimír Mlynarovič, CSc.
 Univerzita Komenského v Bratislave, FSEV
 Mlynské luhy 4, Bratislava
 email: vladimir.mlynarovic@fses.uniba.sk

**MOŽNOSTI APLIKACÍ KVANTITATIVNÍCH METOD
V PROBLEMATICE VAZEB TECHNOLOGIE DOPRAVY A
LOGISTIKY**

**APPLICATIONS POSSIBILITIES OF QUANTITATIVE METHODS
IN MATTERS OF RELATIONS IN TRANSPORTATION
TECHNOLOGIES AND LOGISTICS**

Otto Pastor

Abstrakt

V příspěvku jsou vymezeny oblasti aplikací kvantitativních metod v řetězci: teorie dopravy – technologie dopravy – logistika. Jsou naznačeny možné směry modelování vazeb mezi technologií dopravní práce a kvalitou přepravy v prostředí s deterministickými, stochastickými a nelineárními vstupy.

Klíčová slova: kvantitativní metody, logistický řetězec, logistický systém

Abstract

Three areas of modelling in the logistic chain are specified in the article: the theory of transportation – the technology of transportation – logistics. Several directions of the modelling of links between the transportation technology and the quality of transportation are shown with respect to environments that are distinguished by deterministic, stochastic or non-linear data entries.

Keywords: quantitative method, logistics chain, logistics system

Výchozím teoretickým zabezpečením pro rozvíjení logistických systémů je rozvíjení teorie dopravy, založené na zkoumání pohybu nehmotného dopravního elementu po definované dopravní síti v technické, technologické a ekonomické realitě. Odtud je také odvozena technologie dopravy (organizace dopravy), která zkoumá pohyb dopravních prostředků a dopravních kompletů po technicky definované dopravní síti všech technických druhů dopravy a jejich kombinace s cílem její optimalizace v systémovém pojetí. Tím je dán základní pilíř technologické reality: teorie dopravy – technologie a řízení dopravních procesů – logistika [1], [2], ve kterém:

- oblast teorie dopravy tvoří metodologický základ pro rozvíjení intenzifikačních funkcí přemíst'ovacích procesů. Hlavní působnost aplikací kvantitativních metod je v oblastech:

- základy teorie dopravy, exaktní aparát pro její řešení
 - hierarchizace dopravních sítí
 - průniky dopravních sítí na bázi horizontální (pro multimodální dopravu) a vertikální (pro úrovně regionální, národní a mezinárodní)
 - rozložení dopravních (přepravních) proudů při jejich pohybu po dopravních sítích
 - propustnost dopravních sítí a jejich částí v deterministickém a stochastickém režimu pohybu dopravních jednotek, úzká místa a řešení jejich vlivů na koherentních sítích
 - teorie kvality přemíst'ovacích procesů
- oblast technologie a řízení dopravních procesů je zaměřena do aplikací základního výzkumu teorie dopravy do podmínek jednotlivých technických druhů dopravy a jejich kombinace do multimodálních přepravních systémů. Hlavní působnost aplikací je v oblastech:
 - organizace a řízení dopravy na dopravní síti v deterministickém a stochastickém režimu práce (vzniku požadavku na dopravu, vstupu dopravní jednotky na dopravní síť)
 - optimalizace (rozložení definovaných dopravních proudů na dopravní síti podle daných optimalizačních kritérií, shromažďování dopravních a přepravních elementů k vytvoření dopravních a přepravních kompletů, vyrovnávky dopravních jednotek na dopravních sítích)
 - systémová kombinace technických druhů dopravy a vytváření dopravních a přepravních systémů v osobní i nákladní přepravě
 - minimalizace vzniku úzkých míst na dopravní síti a dopravních kongescí
 - ekologizace dopravy, dopravních a přepravních systémů
 - aplikace telematických systémů v řízení dopravních procesů
 - oblast logistiky je zaměřena do dvou základních větví, a to větve základů a obecných principů logistiky, včetně řízení logistických systémů a větve dopravní logistiky, která uvádí spojitosti dopravy jako nositele hmotného toku s integrovaným řízením logistických systémů. Hlavní působnost aplikací kvantitativních metod ve větvi obecných základů logistiky je v oblastech:
 - vědních základů logistiky, včetně aplikovaných metod exaktní a heuristické optimalizace a metod umělé inteligence
 - metod logistického marketingu, marketingové strategie v logistice (v období globalizace)
 - zásob a jejich řízení, skladových a manipulačních systémů na logistických řetězcích
 - makrologistiky a odvětvové logistiky, hodnocení přínosů logistiky podle mezinárodní metodologie
 - podnikové logistiky, logistického reengineeringu, obchodní logistiky
 - logistické informační systémy, speciální podpurní informační technologie pro řízení logistického řetězce

Hlavní působnost aplikací kvantitativních metod ve větvi dopravní logistiky je v oblastech:

- řízení oběhových a přemíst'ovacích procesů jak z pohledu hmotných nebo z regionálního pohledu přepravních řetězců

- dopravy jako nosného fenoménu intenzifikace hmotných toků a logistických řetězců, působení dopravy jako národohospodářské utvářecí síly
- organizace informačních toků na logistických řetězcích, jejich využití pro optimalizaci velikosti přepravních toků
- logistických technologií založených na distribučních procesech a optimálních informačních tocích
- kvality přepravy jako rozhodujícího faktoru nabídky přepravních služeb na logistickém řetězci, včetně nabídky multimodálních přepravních systémů
- prognóz rozvoje logistických systémů
- interaktivního působení změn v tržních mechanismech na rozvoj nových logistických technologií, založených na distribučních procesech a toku informací

Z pohledu dopravní soustavy je nutné dopravu řídit z hlediska:

- optimální dělby práce mezi druhy dopravy k zabezpečení logistické objednávky dopravy
- optimální kvality přepravy
- minimalizace nákladů jak na vlastní proces přemístění, tak na oběhové procesy celkově

Souhrn vlastností dopravní soustavy a jednotlivých druhů dopravy, založených na technické základně a technologii dopravy, lze označit integrujícím pojmem funkční efektivnost dopravy [3].

Některé charakteristiky funkční efektivnosti dopravy jsou objektivně dané, které neovlivňuje organizace dopravy, ale naopak tyto ovlivňují organizaci vlastního přemístění (schopnost dopravy vytvářet sítě, schopnost přepravy libovolného množství, pohodlnost dosažení dopravního prostředku atd.) a naopak charakteristiky, které jsou na organizaci (technologii) přímo závislé a do značné míry samy vytvářejí kvalitu přepravy (stupeň rychlosti přepravy, stupeň spolehlivosti přepravy, bezpečnost dopravního výkonu).

Otázky, vzniklé těmito charakteristikami mohou být řešeny technologickými modely práce dopravního systému. K dosažení funkční totožnosti systému a jeho modelu musí být využívána další teoretická východiska. Např. charakter vstupů rozděluje modely na:

- modely deterministické, tj. takové, u nichž vstupy jsou jednoznačně určeny (pravidelně se opakují – např. model pevného jízdního řádu).
- modely stochastické, tj. takové, kde vstupy se pohybují v určitém pásmu kolem střední hodnoty a model je určen soustavou středních hodnot a jejich pravděpodobnostních charakteristik (využití instrumentária teorie hromadné obsluhy). Pomocí stochastických modelů lze v dopravě ve vztahu ke kvalitě přepravy vymezit dva faktory – stanovení rizika, že nebudou dodrženy podmínky výstupu, a to především v charakteristikách rychlosti a spolehlivosti přepravy, jednak lze stanovit pravděpodobnost vzniku kongescí a důsledků jejich vzniku.
- modely se vstupy charakterizovanými soustavou nelineárních diferenciálních rovnic (popisují situace, kdy do systému vstupují

šumy, které mohou způsobit chaos, v dopravě různorodost chaotických situací není velká, ale jejich četnost je značná s velkým vlivem na kvalitu přepravy i dopravy). Řešení soustavy nelineárních diferenciálních rovnic je značně složité a často se musí nahradit metodami iteračními nebo jinými přibližnými metodami. Efektivní je nahradit řešení simulací práce části dopravní sítě.

Modelování a řešení problémů, které vznikají, když volba vhodného dopravního systému, či vhodné logistické technologie závisí na možnostech predikce přechodu od řádu k chaosu a opačně je rozpracováváno např. i při řešení VZ 6840770043 Rozvoj metod návrhu a provozu dopravních sítí z hlediska jejich optimalizace. Lze předpokládat, že k řešení přispěje i postupné uplatňování dopravní telematiky. Zdokonalování optimalizačních postupů při stále se zvyšujícím zatížení dopravních sítí bude však nutné hledat v modelování nelineárních systémů.

Použitá literatura

- [1] Svoboda, V., Pastor, O.: Návrh dalšího rozvoje katedry logistiky a dopravních procesů v souvislosti s přechodem na strukturované studium a dlouhodobé řešení připravovaných výzkumných záměrů, interní materiál, FD ČVUT, Praha 2004
- [2] Svoboda, V., Pastor, O. : Základy řízení technologických procesů dopravy, FD ČVUT, Praha 2005
- [3] Svoboda, V.: Logistika, FD ČVUT, Praha 2004
- [4] Pastor, O., Tuzar, A.: Teorie dopravních systémů, Praha, ASPI, 2007

Kontaktní údaje

Prof. Dr. Ing. Otto Pastor, CSc.
Ústav logistiky a managementu dopravy, FD ČVUT
Horská 3, 128 03 Praha 2
Tel: +420 224 359 159
Email: <mailto:pastor@fd.cvut.cz>

PREDPOVEĎ VOLATILITY POMOCOU ROLUJÚCEHO VÝBERU

VOLATILITY PREDICTION BY MEANS OF ROLLING SAMPLE ESTIMATION SCHEME

Peter Princ

Abstrakt

Tento článok sa zameriava na preskúmanie schopnosti GARCH (1,1) modelu so štyrmi rôznymi predpokladanými rozdeleniami náhodnej zložky predpovedať budúcu volatilitu výnosov akciového indexu PX. Porovnáva dve schémy predpovedí, s rekurzívnym a rolujúcim výberom. Na základe teórie o realizovanom rozptyle bola ako náhrada nepozorovateľnej volatility použitá miera štvorcového výnosu. Pre porovnanie a ohodnotenie kvality predikcie využíva tzv. stratové funkcie MAE a MSE. Na sledovanom výbere pozorovaní nebola potvrdená obecná téza o potrebe modelovania finančných časových radov pomocou zošikmeného rozdelenia náhodnej zložky a ako najlepší vyšiel model s predpokladom normality v náhodnej zložke.

***Kľúčové slová:** predpoveď volatility, GARCH, realizovaná volatilita, denné údaje*

Abstract

This paper investigates performance of GARCH (1,1) model with four different random distributions in predicting future volatility on PX stock index. We compare two estimation schemes, recursive and rolling sample. Squared returns were used as proxy for unobserved volatility based on the theory of the realized variance. Loss functions, MAE and MSE, were applied in comparison and evaluation of the model quality. We do not confirm common concept of necessity for modelling financial time series with skewed error distribution on the investigated sample. Hence model with normal error term distribution was confirmed as the best model for forecasting.

***Keywords:** volatility forecasting, GARCH, realized volatility, daily data*

1 ÚVOD

Volatilita indikuje úsek časového radu, ktorý je spojený s vysokou variabilitou alebo rastúcim rozptylom. Tento fenomén hrá významnú úlohu v procese modelovania a analýzy finančných časových radov. Volatilita je kľúčovým elementom procedúr, ktoré hodnotia celkové riziko finančných aktív. Modely slúžiace na predpovedanie volatility sú používané v investičných rozhodovacích procesoch pre zachytávanie možného rizika potenciálneho investičného portfólia, v analýze VaR modeloch alebo modeloch opcí. Preto nie je prekvapujúce, že v poslednom období bolo vynaloženého veľa úsilia na zostavenie modelov zachytávajúcich dynamiku volatility.

Pre finančné časové rady je charakteristické zoskupovanie volatility a leptokurtizmus. Ich ďalšou charakteristickou črtou je tzv. pákový efekt (Black, 1976). Pozorovania tohto typu vo finančných časových radoch viedli k širšiemu využívaniu modelov s podmieneným rozptylom pre odhad a predpoveď volatility. Engle (1982) navrhol vo svojej práci modelovať časovo meniaci sa podmienený rozptyl ako autoregresný podmienený heteroskedasticitný (ARCH) proces využívajúci oneskorené náhodné zložky. V neskorších prácach bola preukázaná

nevyhnutnosť použitia vyššieho stupňa ARCH pre zachytenie dynamickej povahy podmieneného rozptylu. Všeobecný model ARCH (GARCH) navrhnutý Bollerslevom (1986) je založený na nekonečnej špecifikácii ARCH člena, ktorý redukuje počet odhadnutých parametrov z nekonečna na dva. Obidva modely ARCH a GARCH sú schopné dobre opisovať zhlukovanie volatility vo finančných časových radoch, na druhej strane zlyhávajú pri modelovaní pákového efektu. Ďalším problémom súvisiacim s GARCH modelmi je problém leptokurtizmu, t.j. pravdepodobnostné rozdelenie skúmaného procesu je špicatejšie a má tlstejšie konce ako normálne rozdelenie, ktorý nedokážu plne zachytiť. Možnosťou ako prekonať tieto problémy je použitie iného ako normálneho rozdelenia náhodných chýb.

Bollerslev (1987) použil Studentovo rozdelenie, Nelson (1991) navrhol použitie rozdelenia všeobecnej chyby (GED) a Hansen (1994) ako prvý použil zošikmené Studentovo rozdelenie. V článku Malmsten a Teräsvirta (2004) použili momentové ukazovatele, ktoré poukázali na fakt, že vo finančných časových radoch nájdeme pomaly klesajúce funkcie štvorcových výnosov s vysokou hodnotou špicatosti, ktoré sa nedajú popísať pomocou modelu GARCH s normálnym rozdelením.

V literatúre nájdeme na jednej strane nepreberné množstvo porovnávajúcich prác skúmajúcich kvality jednotlivých GARCH modelov rozšírených o nesymetrickú zložku a na druhej strane málo prác zaoberajúcich sa porovnaním rôznych predpokladov o rozdelení náhodnej zložky. Hamilton a Susmel (1994) porovnávajú normálne, Studentovo a GED rozdelenie na týždenných akciových indexoch, pričom prevádzajú porovnanie vo výbere (in-sample) ako aj porovnanie mimo výberu (out-of-sample) ex post.

2 KVALITA PREDPOVEDE

Predpoveď rozptylu v prípade out-of-sample predpovede o q -dní dopredu je vypočítaná podľa vzorca

$$\hat{h}_{t,t+q} = (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2)^q (\hat{h}_t - v) + v,$$

$$\text{kde } v = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1 - \beta_2},$$

čo predstavuje nepodmienený rozptyl. Pre prvú predpoveď je ε_t^2 a h_t dané odhadnutým modelom, a pre nasledujúcu predpoveď je h_t nahradené \hat{h}_t .

Predpovedné schopnosti jednotlivých modelov boli preskúšané prostredníctvom tzv. stratových funkcií MAE a MSE.

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| RV_{t,t+q} - \hat{h}_{t,t+q} \right| \qquad MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (RV_{t,t+q} - \hat{h}_{t,t+q})^2,$$

kde $RV_{t,t+q} = \sum_{j=1}^q w_{t+j}^2$ je realizovaný rozptyl na q období od obdobia t do obdobia $t+q$, použitý ako náhrada (proxy) nepozorovateľného ex post rozptylu (volatility).

Zásadným problémom pri bodovej predpovedi je nájdenie takej predpovedi, ktorá bude minimalizovať očakávanú stratu, podmienenú informáciou v čase t , pri porovnaní rôznych metód. Problémom preto je použitie hodnoty náhrady namiesto skutočnej hodnoty volatility,

pričom tento samotný prostriedok na sledovanie skutočnej volatility môže byť štatisticky skreslený a tak spôsobovať skreslenie v hodnotení modelov.

3 INDEX PX A ODHAD MODELU

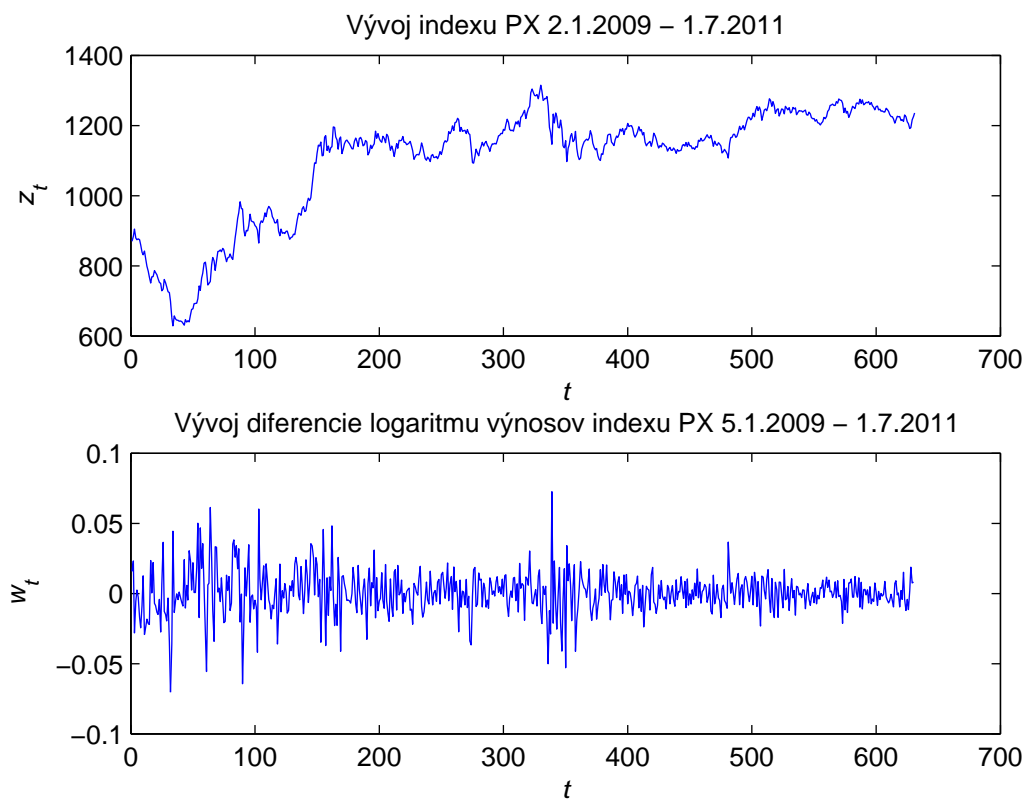
V tejto štúdií autor analyzuje chovanie sa akciového trhu burzy cenných papierov Praha, a.s. (BCPP) prostredníctvom jej oficiálneho indexu PX. Index PX je nástupcom indexov pražskej burzy, indexu PX50 a PX-D. Index PX je vypočítaný z cien váženej tržnej kapitalizácie. Bolo použitých 631 záverečných cien referujúcich obdobie 2.1.2009 - 1.7.2011. Údaje boli získané z internetovej stránky Pražskej burzy¹.

Za účelom eliminácie nestacionárnosti finančného časového radu indexu PX budeme ďalej pracovať s logaritmom výnosu indexu PX.

$$w_t = \ln z_t - \ln z_{t-1} = \ln \frac{z_t}{z_{t-1}},$$

kde z_t vyjadruje záverečnú cenu indexu PX v čase t . Týmto sme získali 630 pozorovaní. Pribeh časových radov z_t a w_t je na obrázku č.1.

Na základe zostavených modelov GARCH (1,1) s jednotlivými pravdepodobnostnými rozdeleniami boli prevedené predpovede ex post pre jedno, päť a dvadsať období dopredu. Tak nám v obidvoch prípadoch odhadových a predpovedných schém vzniklo 429 predpovedí o jedno obdobie dopredu, 426 predpovedí o päť období dopredu a 411 predpovedí o 20 období vpred.

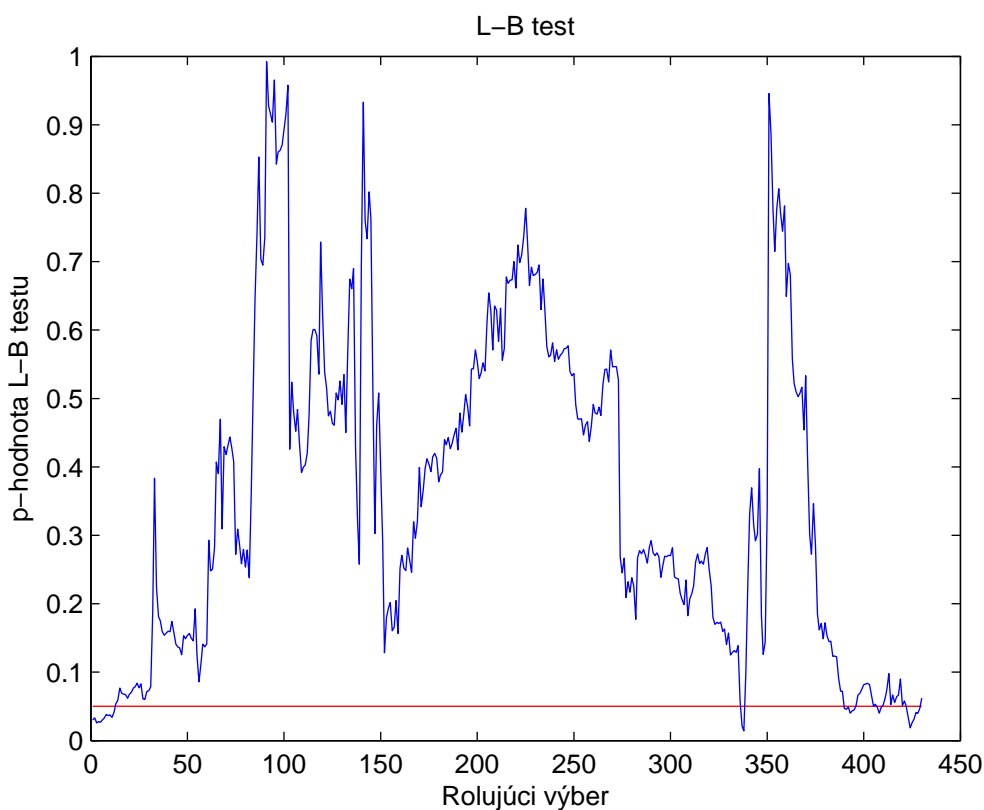


Obrázok č. 1 Vývoj indexu PX a logaritmu výnosu PX

¹ www.pse.cz

Časový rad w_t je rozdelený na výber T_1 prvých 200 pozorovaní (in-sample period) na ktorom prebieha odhad parametrov modelu. Ďalší výber T_2 , o počte 430 (out-of-sample) pozorovaní je rezervovaný pre porovnanie kvality predpovedí jednotlivých modelov.

Pre naše ďalšie výpočty bude dôležitý predpoklad o zamietnutí autokorelácie v časovom rade w_t . Pre tieto účely bol testovaný časový rad w_t pomocou Ljung-Boxovho Q testu a to pre autokorelácie 1, 2, 3, 5, 10 rádu. Na základe hypotézy sme zamietli prítomnosť autokorelácie v sledovanom časovom rade w_t a v ďalších výpočtoch budeme pre zjednodušenie výpočtu preto od jej výskytu abstrahovať i keď ako to ukazuje obr. č. 2, kde sú zobrazené p-hodnoty Ljung-Boxovho Q testu pre autokoreláciu prvého stupňa, je autokorelácia prítomná v niektorých výberoch pomocou rolujúcej schémy.



Obrázok č. 2 p-hodnota Ljung-Boxovho Q testu pomocou rolujúceho výberu

Odhady parametrov jednotlivých modelov obsahuje tabuľka č. 1. Úroveň perzistencie volatility v modeloch meraná ako suma $\hat{\beta}_1$ a $\hat{\beta}_2$ je tesne pod hodnotou 1. Ako vidíme z odhadov parametrov, v prípade modelu 2 so Studentovým rozdelením a modelu 4 so zošikmeným Studentovým rozdelením náhodnej zložky je splnená podmienka $\tau > 2$, ak by $\tau \leq 2$ rozptyl rozdelenia by bol nekonečný. U oboch rozdelení je charakteristika τ rovná približne 11, čo potvrdzuje predpoklad o špicatejšom rozdelení náhodnej zložky v prípade finančných časových radov. V prípade rozdelenia GED, pokiaľ je charakteristika $\tau < 2$ tak rozdelenie má tzv. tlsté konce, čo hodnota odhadnutého parametra splňuje. Významnosť parametra šikmosti v modeli 4 nebola potvrdená, preto je na mieste predpoklad o nezošikmenom rozdelení náhodnej zložky.

Tabuľka č.1 Odhadnuté parametre modelu za celé sledované obdobie

	Model 1 Normal	Model 2 Student t	Model 3 GED	Model 4 Skew t
β_0	2.54E-06 (0.0000016632)	2.51E-06 (0.0000016227)	2.72E-06 (0.0000016844)	2.51E-06 (0.0000017672)
β_1	0.118172954 (0.0367)	0.099461505 (0.0342)	0.111759886 (0.035)	0.099472879 (0.0361)
β_2	0.874733742 (0.0326)	0.890039401 (0.033)	0.878401505 (0.0326)	0.890021193 (0.0359)
τ	-	10.69366162 (3.5081)	1.644294363 (0.1293)	10.68980144 (3.6166)
λ	-	-	-	0.000673647 (0.3099)

Poznámka: v tabuľke sa nachádzajú odhady parametrov vypočítané pomocou kvázi maximálnej vierohodnosti (QML) s robustnými štandardnými chybami v zátvorkách.

4 EMPIRICKÉ VÝSLEDKY PREDIKCIE VOLATILITY

Pre schému rolujúceho výberu (tabuľka č. 2) sa ukazuje ako najlepší model 1, ktorý má najnižšie hodnoty pre predpoveď o jeden deň dopredu podľa kritéria MSE, pre predpoveď o 5 dní dopredu pre kritérium MAE a pre predpoveď o 20 dní dopredu pre kritérium MSE. Model 2 je najlepší podľa kritéria MAE pre predpoveď na 1 deň dopredu. Pre porovnanie boli do tabuľky aj výsledky pre techniku RW^2 (rolling window), ktorá je v literatúre považovaná za benchmarking. Táto technika sa ukázala podľa kritéria MSE najlepšia pre predpoveď o 5 dní dopredu a podľa kritéria MAE pre predpoveď o 20 dní dopredu.

Tabuľka č. 2 Stratové funkcie pre rolujúci výber a predpovede o 1, 5 a 20 období

Kritérium	Rolujúci výber				
	Model 1 N	Model 2 St	Model 3 GED	Model 4 sSt	RW
<i>1 deň</i>					
MAE	0.000152369	0.000152193	0.000152599	0.000152947	0.000152873
MSE	1.22634E-07	1.22997E-07	1.22802E-07	1.24947E-07	1.35849E-07
<i>5 dní</i>					
MAE	0.000549508	0.000552228	0.000550861	0.000551523	0.000556222
MSE	1.38179E-06	1.39691E-06	1.3903E-06	1.4036E-06	1.28528E-06
<i>20 dní</i>					
MAE	0.002589912	0.002677937	0.002676641	0.002676219	0.001834553
MSE	1.69019E-05	1.77125E-05	1.76949E-05	1.77223E-05	1.16966E-05

Poznámka: V tabuľke sú chyby predpovede podľa kritérií MAE a MSE pre modely 1-4 s rolujúcim výberom. Najlepšie hodnoty sú zvýraznené tučne.

V prípade schémy odhadu s rekurzívnym výberom (tabuľka č. 3) vychádza opäť najlepšie model 1, ktorý poráža ostatné modely v predpovedi o jeden deň dopredu podľa kritéria MAE, o 5 dní dopredu podľa MSE a o 20 dní dopredu pre obidve kritériá. Ďalej sa ako opodstatnené

² Princíp rolujúceho okna je založený na výpočte výberového rozptylu v čase t s využitím posledných M pozorovaní: $\hat{\sigma}_{t,M}^2 = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} \varepsilon_{t-j}^2$. V prípade rolujúceho okna bol počet pozorovaní $M=200$. Rolujúce okno nám

umožňuje sledovať časovo meniacu sa dynamiku volatility naprieč celým výberom pozorovaní.

javí použitie modelu 3 s najnižšími hodnotami kritérií pre MSE a MAE pre predpoveď o 5 a 20 dní vpred.

Tabuľka č. 3 Stratové funkcie pre rekurzívny výber a predpovede o 1, 5 a 20 období

Kritérium	Rekurzívny výber				
	Model 1 N	Model 2 St	Model 3 GED	Model 4 sSt	RW
<i>1 deň</i>					
MAE	0.000160514	0.000161116	0.000161154	0.000162121	0.000270408
MSE	1.25417E-07	1.23937E-07	1.23625E-07	1.24312E-07	1.61441E-07
<i>5 dní</i>					
MAE	0.000531454	0.000530134	0.000528283	0.000529646	0.001191606
MSE	1.30404E-06	1.34208E-06	1.33585E-06	1.3416E-06	1.89326E-06
<i>20 dní</i>					
MAE	0.002624259	0.002632302	0.002625277	0.00262962	0.004471817
MSE	1.71194E-05	1.7417E-05	1.73457E-05	1.74061E-05	2.19416E-05

Poznámka: V tabuľke sú chyby predpovede podľa kritérií MAE a MSE pre modely 1-4 s rekurzívnym výberom. Najlepšie hodnoty sú zvýraznené tučne.

5 ZÁVER

V tomto článku bola preskúmaná schopnosť modelu GARCH (1,1) s rôznymi predpokladmi o rozdelení náhodnej zložky predpovedať budúci vývoj volatility výnosov z indexu PX. Ako najlepší vyšiel model s predpokladom normálneho rozdelenia. Nebola preukázaná potreba zaradiť do modelu zošíkmené rozdelenie náhodných zložiek na skúmanom výbere pozorovaní.

Dedikácia

Tento článok vznikol za podpory grantu IGS F4/19/2013, Fakulta Informatiky a Statistiky, Vysoká škola ekonomická v Praze.

Použitá literatúra

1. Andersen TG, Bollerslev T. 1998. Answering the skeptics: yes standard variance models do provide accurate fore- casts. *International Economic Review* **39**: 885–905.
2. Andersen TG, Bollerslev T, Lange S. 1999. Forecasting financial market variance: sample frequency vis-à-vis fore- cast horizon. *Journal of Empirical Finance* **6**: 457–477.
3. Black, F. 1976. *Studies of stock market volatility changes*, Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section, 177–81.
4. Bollerslev, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics* **31**:307–327.
5. Bollerslev, T. 1987. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics* **69**: 542–547.
6. Engle R. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* **50**: 987–1008.
7. Hamilton, J, Susmel, R. 1994. *Autoregressive conditional heteroscedasticity and changes in regime*. *Journal of Econometrics* **64**: 307–333.
8. Hansen, B. E. 1994. *Autoregressive conditional density estimation*. *International Economic Review* **35**(3), 705–30.

9. Malmsten, H, Teräsvirta T. 2004. *Stylized facts of financial time series and three popular models of variance*. SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance no 563.
10. Nelson, D.B. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset pricing: a new approach. *Econometrica* **59**: 347–370.

Kontaktné údaje

Ing. Peter Princ

Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky

Nám. W. Churchilla 4, 130 67 Praha 3

email: peter.princ@vse.cz

MODELOVANIA CENOVEJ POLITIKY V DODÁVATEĽSKOM REŤAZCI NA ZÁKLADE KOORDINÁCIE ROZHODNUTÍ O CENE, PRODUKCII, STAVE ZÁSOb ALEBO ÚROVNE OBSLUHY¹

MODELING PRICE POLICY IN SUPPLY CHAIN BASED ON COORDINATION OF PRICING, PRODUCTION, INVENTORY CONTROL OR CUSTOMER SERVICE LEVEL.

Marian Reiff, Zuzana Čičková

Abstrakt

V posledných rokoch možno v literatúre zaznamenať množstvo prác zaoberajúcich sa inovatívnymi prístupmi tvorby cenovej stratégie. Napríklad v sektore poskytujúcom služby sú využívané techniky manažmentu tržieb integrujúce rozhodnutia o cene, zásobách a úrovni obsluhy zákazníkov. V sektore maloobchodu sú využívané modely koordinácie cenotvorby, marketingu a riadenia zásob a vo výrobnom sektore integrujúce rozhodnutia o cene s výrobnými kapacitami.

Kľúčové slová: *optimalizácia, modely zásob, cenové model, efektívnosť dodávateľského reťazca*

Abstract

In recent years, numerous papers dealing with innovative approaches to pricing strategy can be recorded in the literature. For example, in services sector industries as the airlines and hotels, techniques such as revenue management are used to integrate decisions on price, inventory control and customer service level. In the retail sector, models coordinating decisions on price inventory control, and in the manufacturing sector, integrating decision on price with production capacities.

Keywords: *Optimization, inventory models, price models, supply chain effectiveness*

Cieľom matematických modelov optimalizácie cien je modelovať zisk firmy tak aby pri výpočte odporúčanej predajnej ceny okrem informácie o obstarávacích nákladoch a stave zásob bol zohľadnený vplyv zmeny cenovej hladiny na zmenu veľkosti dopytu, a prispieť tak k zlepšeniu ziskovosti spoločnosti. Model optimalizácie cien možno využiť na úpravu cien pre rôzne segmenty zákazníkov a modelovať tak reakcie cieľových zákazníkov na zmenu ceny. Vzhľadom na náročnosť procesu ocenenia veľkého množstva tovarov v zložitých podmienkach dynamického trhu, výsledky (postrehy) matematického modelovania môžu pomôcť predvídať dopyt, vývoj cien a riadiť tak napríklad marketingové stratégie, výšku skladových zásob a úroveň spokojnosti zákazníkov.

Optimalizačné modely cien možno klasifikovať na základe rôznych kritérií, napríklad dopyt môže byť deterministický alebo stochastický (deterministické alebo stochastické modely) respektíve dopyt je stacionárny alebo nestacionárny (stacionárne alebo nestacionárne

¹ Príspevok je súčasťou grantového projektu MŠ SR VEGA 1/0104/12 „Modelovanie cenovej politiky dodávateľského reťazca v konkurenčnom prostredí“.

modely), stanovená cena sa v čase nemení teda je fixná, alebo sa v čase dynamicky mení podľa výšky dopytu respektíve stavu zásob na sklade (fixné cenové modely alebo dynamické modely, modely pre jedno alebo viacej období). Z pohľadu životného cyklu produktu modely optimalizácie cien možno využiť na stanovenie počiatočnej ceny, promočnej ceny a zníženej ceny (zľavy). Model optimalizácie počiatočnej ceny funguje dobre pre spoločnosti so širokou základňou produktov s dlhým životným cyklom, napríklad maloobchodné reťazce, model optimalizácie promočnej ceny pomáha nastaviť dočasné ceny produktu a stimulovať tak predaj tovaru s dlhým životným cyklom a model optimalizácie zníženej ceny je vhodný pre produkty s krátkym životným cyklom podliehajúcich módnym trendom a sezónnosti. Rozvoj internetového obchodu v posledných rokoch podporil možnosť využitia dynamických modelov oceňovania tovarov ktoré umožňujú spoločnostiam rýchlo a ľahko meniť ceny tovarov na základe zmeny v dopyte, zmeny vo výške skladových zásob alebo výrobných plánov (Swann, 2001). Implementácia dynamických cenových stratégií vo výrobe a v maloobchode má potenciál zlepšiť efektívnosť dodávateľského reťazca tak ako manažment tržieb (revenue management) ovplyvnil efektívnosť napríklad leteckých spoločností alebo hotelierstva. Manažment tržieb možno definovať ako dynamickú techniku cenotvorby zodpovedajúcu viacerým odvetviám služieb, v ktorých je trhový segment stanovovania ceny kombinovaný so štatistickými analýzami pre expandovanie trhu služieb a zvýšenie zisku jednotky voľnej kapacity (Kimes, 1989).

Medzi prvé práce zaoberajúce sa integráciou teórie cien a teórie zásob zásob vo výrobnej sfére patrí práca (Whitin, 1955) zaoberajúca sa simultánnym stanovením ceny a veľkosti dodávky tovaru. Predpoklady Withinovho modelu sú nasledovné: obstarávacia cena tovaru je konštantná, objednávka je spojená s fixnými obstarávacími nákladmi, jednotkové náklady na skladovanie sú konštantné, spotreba zásob je cenovo elastická a je charakterizovaná známou krivkou dopytu. Optimálna stratégia je jednorázovo objednať fixného množstva tovaru, ktoré sa následne predáva za cenu, ktorá je pevne stanovená a nemení sa v čase. Neskôr bol Withinov model ďalej rozpracovaný rôznymi variáciami ohraničenia pre dopyt, napríklad v prácach (Karlin, Carr, 1962), (Hempenius, 1970), (Lau, Lau, 1988), (Polatoglu, 1991). Úlohu optimalizácie cien a dopĺňania zásob pre viaceré obdobia rozpracovali medzi prvými (Thowsen, 1975), (Kunreuther, Richard, 1971), (Zabel, 1972). (Kunreuther, Richard, 1971) vo svojej práci poukázali na skutočnosť, že centrálné rozhodovanie o veľkosti objednávky a predajnej cene na základe simultánného modelu je lepšie oproti bežným praktikám v decentralizovaných systémoch, kde cena je stanovená nezávisle marketingovým oddelením a veľkosť objednávky nezávisle nákupným oddelením. V predchádzajúcich prípadoch je taktiež optimálnou stratégiou je vždy objednať rovnaké množstva tovaru, ktoré sa následne predávajú za cenu, ktorá je pevne stanovená a nemení sa v čase, teda počas dodávkového cyklu. (Lee, Joglekar, 2012) vo svojej práci poukazujú na fakt, že firma dosiahne suboptimálne riešenie v prípade ak zvolí stratégiu pevnej ceny nemenej v čase, teda v ľubovoľnom momente dodávkového cyklu je cena vždy rovnaká. Suboptimálne riešenie je zdôvodnené klesajúcim charakterom funkcie celkových nákladov skladovania počas dodávkového cyklu. V prípade cenovo elastického dopytu, keď počas dodávkového cyklu sa mení predajná cena rozpracoval (Abad 1997) a (Abad, 2003). Ak má predajca možnosť objednať tovar za dočasne zníženú obstarávaciu cenu a predzásobiť sa tak, predajcova optimálna cenová stratégia je stanoviť dve rôzne predajné ceny počas dodávkového cyklu - nižšiu cenu na začiatku cyklu a vyššiu cenu niekde uprostred cyklu. Autor však neuvažuje s podobnou stratégiou v každom, pravidelne sa opakujúcom dodávkovom cykle zásob.

V sektore leteckej dopravy, hotelierstve alebo požičovní áut sa čoraz častejšie využíva manažment tržieb alebo manažmentu výnosov ktorý aplikuje dynamickú cenovú stratégiu (Feng, Xiao, 2000), (McGill, Van Ryzin, 1999). Techniky manažmentu tržieb sa zvyčajne používa v situáciách s fixnou, časovo obmedzenou kapacitou a v prípade možnosti segmentácia trhu (Talluri, Van Ryzin, 2000).

Použitá literatúra

- ABAD, P. L. 1997 Optimal policy for a reseller when the supplier offers a temporary reduction in price, In: *Decision Sciences*, roč. 28 č. 3, s. 637-649.
- ABAD, P. L. 2003 Optimal price and lot size when the supplier offers a temporary price reduction over an interval, In: *Computers and Operations Research*, roč. 30 č. 1, s. 63-74.
- ARCELUS, F. J. – SRINIVASAN, G. 1987, Inventory policies under various optimizing criteria and variable markup rates, In: *Management Science*, roč. 33 č. 6, s. 756-762
- FENG, Y. – XIAO, B. 2000 Continuous-time yield management model with multiple prices and reversible price changes, In: *Management Science*, roč. 46, č. 5, s. 644-657
- HEMPENIUS, A. L. 1970. Monopoly with random demand. In. Rotterdam: Rotterdam University Press, 1970.
- KARLIN, S. – CARR, C. R. 1962. Prices and Optimal Inventory Policies. In: S. K. Kenneth J. Arrow, and Herbert Scarf,. *Studies in Applied Probability and Management Science*. Stanford, California Stanford University Press, 1962.
- KIMES, S. E. 1989. The basics of yield management. In: *he Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly*, roč. 30, č. 3, s. 14-19.
- KUNREUTHER, H. – RICHARD, J. F. 1971. Optimal pricing and inventory decisions for non-seasonal items. In: *Econometrica*, roč. 39, č. 1, s. 173-175.
- LAU, A. – LAU, H. 1988. The newsboy problem with price dependent price distribution. In: *IIE Transactions*, č. 20, s. 168-175.
- LEE, P. – JOGLEKAR, P. 2012 Continuously increasing price in a gradual usageinventory cycle: an optimal strategy for coordinating production with pricing for a supplychain. In: *Academy of Information and Management Sciences Journal*.
- McGILL, J. I. – Van RYZIN, G. J. (1999). Revenue management: research overview and prospects, In: *Transportation Science*, roč. 33, č. 2, s. 233-256
- POLATOGLU, L. H. 1991. Optimal order quantity and pricing decisions in single-period inventory systems. In: *International Journal of Production Economics*, roč. 23, č. 175-185.
- SWANN, J. L. 2001. *Dynamic Pricing Models to Improve Supply Chain Performance*. Evanston: Northwestern University, 2001.
- THOWSEN, G. T. 1975. A Dynamic, Nonstationary Inventory Problem for a Price/Quantity Setting Firm. In: *Naval Research Logistics*, roč. 22, č. 3, s. 461-476.
- WHITIN, T. M. 1955. Inventory Control and Price Theory. In: *Management Science*, roč. 2, č. 1, s. 61-68.
- ZABEL, E. 1972. Multi-Period Monopoly Under Uncertainty. In: *Journal of Economic Theory*, č. 5, s. 524-536.

Ing. Marian Reiff, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 823
email: marian.reiff@euba.sk

Ing. Zuzana Čičková, PhD.
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky
Katedra operačného výskumu a ekonometrie
Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava
Tel: (421 2) 67 295 820
email: zuzana.cickova@euba.sk

ANALÝZA PRIESTOROVEJ OBLASTI MALOOBCHODNEJ PREVÁDZKY POMOCOU HUFFOVHO MODELU¹

SPATIAL ANALYSIS OF RETAIL AREA USING THE HUFF MODEL

Marian Reiff, Pavol Kita

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá modelovými prístupmi analýzy pokrytia dopytu zákazníkov maloobchodnou prevádzkou zohľadňujúce faktory ako atraktivnosť predajne a umiestnenie maloobchodnej prevádzky vzhľadom na koncovým zákazníkom.

Kľúčové slová: priestorové interakčné modely, huffov mode, podiel na trhu

Abstract

The paper deals with modeling approaches designed for analysis of consumer demand coverage by retail shop, taking into account factors such as the attractiveness and retail location given end customers' location.

Keywords: Spatial Interaction Models, Huff model, Market Share

Predpokladajme, že atraktivnosť maloobchodnej predajne možno charakterizovať cez rôzne parametre kvality ako napríklad veľkosť predajnej plochy, možnosť parkovania, prevádzkové hodiny, cenové hladiny a pod. Zákazník sa rozhoduje ktorú maloobchodnú predajňu navštívi na základe vnímanej atraktivností (užitočnosti) jednotlivých predajní. Zákazníkom vnímanú atraktivnosť predajne možno vyjadriť pomocou matematickej funkcie atraktivnosti, ktorej hodnota rastie úmerne s úrovňou kvality a klesá v závislosti od vzdialenosti predajne od zákazníka. Funkcie atraktivnosti možno využiť na popis správania sa zákazníkov, v zmysle výberu predajne a teda prerozdelenia zákazníkov na danom trhu.

Cieľom obchodnej spoločnosti je maximalizovať jej podielu na trhu respektíve zisk s ohľadom na správanie sa cieľového zákazníka. Strategické rozhodnutia o umiestnení obchodných prevádzok majú vplyv nielen na hospodárske výsledky obchodnej spoločnosti ale aj výsledky konkurencie. Rozmiestnenie jednotlivých prevádzok ovplyvňuje priestorové interakcie medzi jednotlivými hráčmi na danom trhu. Modelovaním priestorových interakcií na trhu sa zaoberá napríklad (Roy, Thill, 2004).

Medzi prvé priestorové interakčné modely možno zaradiť práce (Reilly, 1931) a (Converse, 1949). Ide o gravitačné modely založené na analógii medzi ľudským správaním sa a Newtonovým gravitačným zákonom. Podľa Relleyho gravitačného zákona dve mestá priťahujú dopyt zákazníkov z tretieho mesta nachádzajúcim sa medzi týmito dvomi mestami, priamo úmerne počtu obyvateľov týchto dvoch miest a nepriamo úmerne ich vzdialeností od tretieho mesta. (Carrothers, 1956) a (Huff, 1962) poukazujú na limity Relleyho gravitačného zákona a tvrdia, že premenné ako veľkosť obyvateľstva a cestná vzdialenosť medzi mestami

¹ Príspevok je súčasťou grantového projektu MŠ SR VEGA 1/0039/11 "Geografický informačný systém ako zdroj strategickkej inovácie podniku z hľadiska posilnenia jeho konkurencieschopnosti".

nie vždy vystihujú realitu, nakoľko nie vždy je možné rozdeliť jednotlivé oblasti trhu na dva samostatné body. Huff koncepčne rozvinul gravitačný model a navrhol Huffov pravdepodobnostný model (Huff, 1963). Na základe Huffovho modelu možno vyjadriť pravdepodobnosť, že zákazník v lokalite i bude preferovať nákupnú oblasť j je daná vzťahom:

$$P_{ij} = \frac{\frac{a_j^\alpha}{d_{ij}^\beta}}{\sum_{j=1}^n \frac{a_j^\alpha}{d_{ij}^\beta}} \quad (1.1)$$

Vo vzťahu 1.1 a_j predstavuje atraktivnosť predajne j (napríklad veľkosť predajnej plochy), d_{ij} predstavuje vzdialenosť alebo čas potrebný na prepravu zákazníka z lokality i do lokality j , empiricky odhadnutý parameter α a β zachytáva vplyv atraktivnosti a vzdialenosti na nákupy zákazníkov a n predstavuje počet predajní na danom trhu. V práci (Nakanishi, Cooper, 1974) je navrhnutá transformácia Huffovho modelu za účelom odhadu parametrov pomocou ekonometrického prístupu. Parameter α je exponent atraktivnosti a umožňuje modelovať nelineárnu závislosť. Parameter β simuluje ako rýchlo klesá vplyv obchodnej prevádzky na vzdialených zákazníkov, čím má β vyššiu hodnotu, tým vplyv na vzdialených zákazníkov klesá. Podiel $\frac{a_j^\alpha}{d_{ij}^\beta}$ možno interpretovať ako funkciu atraktivnosti, kde atraktivnosť predajne j

vnímaná zákazníkom z lokality i je priamo úmerná veľkosti predajne a nepriamo úmerná mocnine vzdialenosti medzi zákazníkmi v lokalite i a predajne v lokalite j .

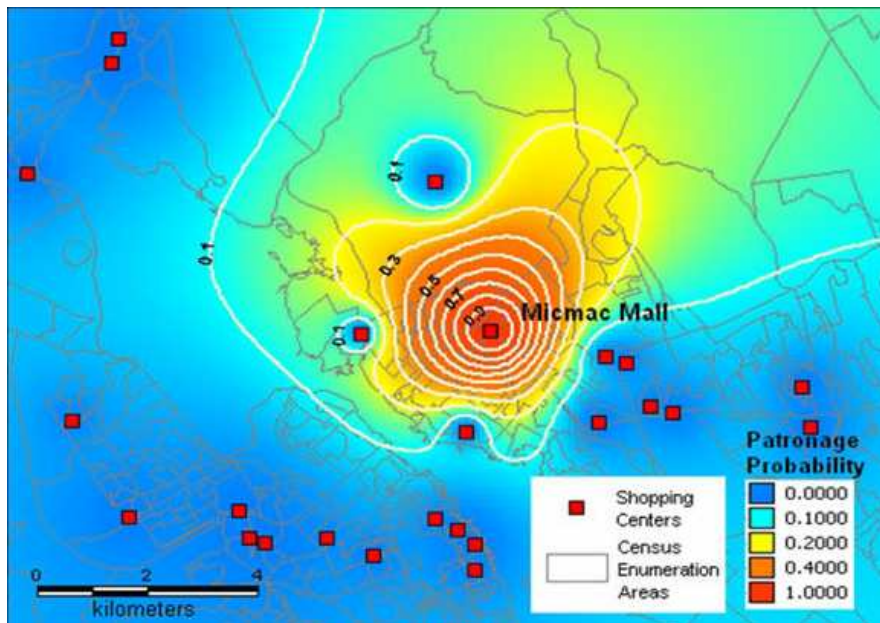
Očakávanú hodnotu nákupov z lokality i v obchodnej prevádzke j možno odhadnúť na základe nasledujúceho vzťahu:

$$E_{ij} = P_{ij} B_{ik} \quad (1.2)$$

Kde B_{ik} predstavuje rozpočet zákazníkov z lokality i na komoditu k (Huff, 2003).

Rozšírenia a modifikácie Huffovho modelu: (Birkin, 1995), (Satani et al., 1998), (Suárez-Vega et al., 2011), (Xu, Liu, 2004), (Yingru Li, Lin Liu, 2012).

Grafická ilustrácia Huffovho modelu je zobrazená na obrázku č. 1. Z obrázku je vidieť, že obchodné centrum „Micmac Mall“ je v porovnaní s ostatnými prevádzkami atraktívne a hranica s pravdepodobnosťou 0,1 je pomerne vzdialená v porovnaní s dvoma červenými štvorcami, ktorých hranica 0,1 je podstatne bližšie k obchodnej prevádzke. Z tvaru „hranice“ je vidieť aj vplyv konkurencie na pravdepodobnosť, že zákazník navštívi obchodné centrum „Micmac Mall“. Mapa spádovej oblasti pre obchodné centrum má pretiahnutý tvar so zaobleniami ku konkurenčným prevádzkam a môže slúžiť napríklad pri návrhu marketingovej kampane v rôznych častiach spádovej oblasti.



Obrázok č. 1 Aplikácia Huffovho modelu na odhad podielu na trhu pre obchodné stredisko Micmac Mall Dartmount, Nova Scotia. (Atraktivnosť obchodného prevádzky je vyjadrená jednou premennou a to prenajímateľnou obchodnou plochou) Zdroj: (Dramowicz, 2005)

Použitá literatúra

- BIRKIN, M. (1995). Customer targeting, geodemographics and lifestyle approaches. GIS for business and service planning. P. Longley, G. Clark. Cambridge, Cambridge. Geoinformation International: 104 - 138.
- CARROTHERS, G. 1956. An historical review of the gravity and potential concepts of human interaction. In: *Journal of the American Institute of Planners*, č. 22, s. 94 - 102.
- CONVERSE, P. D. 1949. New laws of retail gravitation. In: *Journal of Marketing*, č. 14, s. 379 - 384.
- DRAMOWICZ, E. 2005. Retail Trade Area Analysis Using the Huff Model. In: *Directions Magazine*, č. October 19.
- HUFF, D. L. 1962. A note on the limitation of interurban gravity models. . In: *Land Economics*, roč. 38, č. 1, s. 64 - 66.
- HUFF, D. L. 1963. A probabilistic analysis of shopping center trade areas. In: *Land Economics*, roč. 39, č. 1, s. 81 - 90.
- HUFF, D. L. 2003. *Parameter estimation in Huff model*. www.esri.com/news/arcuser/1003/files/huff.pdf, 2003.
- NAKANISHI, M. – COOPER, L. G. 1974. Parameter estimation for a multiplicative competitive interaction model-least square approach. In: *Journal of Marketing Research*, č. 11, s. 303 - 311.
- REILLY, W. J. 1931. The law of retail gravitation. In. New York: Knickerbocker Press, 1931.
- ROY, J. R. – THILL, J. C. 2004. Spatial interaction modeling. In: *Papers in Regional Science*, č. 83, s. 339 - 361.
- SATANI, N. et al. 1998. Commercial facility location model using multiple regressions analysis. In: *Computer, Environment, and Urban Systems*, roč. 22, č. 3, s. 219 - 240.

SUÁREZ-VEGA, R. et al. 2011. A multi-criteria GIS based procedure to solve a network competitive location problem. In: *Applied Geography*, č. 31, s. 282 - 291.

XU, Y. – LIU, L. 2004. *GIS based analysis of store closure: a case study of an Office Depot Store in Cincinnati*. Paper presented at 12th int. conf. on geoinformatics - geospatial information research. Sweden: Bridging the Pacific and Atlantic University of Gavle, 2004. 533 - 540 s.

YINGRU LI – LIN LIU. 2012. Assessing the impact of retail location on store performance: A comparison of Wal-Mart and Kmart stores in Cincinnati. In: *Applied Geography*, roč. 32, č. 2, s. 91 - 600.

Ing. Marian Reiff, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Katedra operačného výskumu a ekonometrie

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 823

email: marian.reiff@euba.sk

doc. Ing. Pavol Kita, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Obchodná fakulta

Katedra marketingu

Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 291 589

email: pavol.kita@euba.sk

ODHAD EKONOMETRICKÉHO MODELU S OHRANIČENÝMI PARAMETRAMI V PROGRAMOCH GRELT A EIEWS[#]

ESTIMATION THE ECONOMETRIC MODEL WITH RESTRICTION IN PROGRAMMES GRETL AND EIEWS

Kvetoslava Surmanová

Abstrakt

Pri konštrukcii ekonometrického modelu môže na základe teoretických východísk nastať situácia, že na parametre modelu sa vzťahujú určité obmedzenia. Najčastejšie ide o prípady, keď je hodnota jedného, alebo viacerých parametrov priamo určená, alebo je medzi nimi vzájomný vzťah. V tomto príspevku sa zameriame na odhad práve takéhoto typu ekonometrického modelu a poukážeme na rozdielnosti odhadu v dvoch ekonometrických programoch, Gretl a Eviews.

Kľúčové slová: *model s ohraničenými parametrami, Gretl, Eviews*

Abstract

When constructing an econometric model on the basis of theoretical assumptions happens that the parameters of the model restrictions apply. Most often these are the cases where the value of one or more parameters directly addressed or is the relationship between them. In this paper we focus on the estimation of just this type of econometric model and point out the differences in the two econometric estimation programs, Gretl and Eviews.

Keywords: *econometric model with restriction, Gretl, Eviews*

1 ÚVOD

Problematiku ekonometrického modelu s ohraničenými parametrami si môžeme demonštrovať na najznámejšej funkcii s ohraničenými parametrami t. j. Cobbova-Douglasova produkčná funkcia, ktorá popisuje závislosť množstva produkcie od výrobných faktorov práce a kapitálu súčasne. Analytický tvar funkcie je nasledovný:

$$Q = A.L^{\alpha}.K^{\beta}, \quad (1)$$

kde

Q – vyjadruje množstvo produkcie,

A – parameter celkovej produktivity faktorov,

L – práca,

K – kapitál,

α a β – parametre produkčnej funkcie, ktoré vyjadrujú čiastkové elasticity výrobných faktorov práce a kapitálu. V makroekonómii sa často uvažuje s podmienkou, že $\alpha + \beta = 1$, ktorá vyjadruje konštantné výnosy z rozsahu (Husár 1998). Pre potreby ekonometrického modelovania je potrebné funkciu (1) doplniť o stochastickú náhodnú zložku u_t a zachytiť časový rozmer problému.

[#] Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód".

$$Q_t = A \cdot L_t^\alpha \cdot K_t^\beta \cdot e^{u_t} \quad \text{pre } t = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

kde

e – je Eulerovo číslo,

t – je počet pozorovaní.

Na odhad parametrov modelu je možné použiť metódu najmenších štvorcov po zlinearizovaní modelu (2) na tvar:

$$\ln(Q_t) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + u_t. \quad (3)$$

V literatúre (Kmenta 1990) sa uvádzajú nasledovné typy ohraničení parametrov:

1. Ohraničenie vyjadrené fixnou hodnotou parametra modelu,
2. Lineárny vzťah medzi dvoma a viac parametrami modelu,
3. Nelineárny vzťah medzi dvoma a viac parametrami modelu.

Uvažujme s modelom s k -vysvetľujúcimi premennými v tvare:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t, \quad (4)$$

pričom pre ohraničenie parametrov modelu môže nastať viacero situácií (Green 2003).

- jeden z parametrov modelu je rovný 0, napr. $\beta_j = 0$,
- dva z parametrov modelu sa rovnajú, napr. $\beta_j = \beta_k$,
- súčet niekoľkých parametrov je rovný 1, napr. $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$,
- podmnožina parametrov je rovná 0, napr. $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0$ a $\beta_3 = 0$,
- dva a viac lineárnych ohraničení parametrov, napr. $\beta_1 + \beta_2 = 1$ a $\beta_3 + \beta_4 = 0$.

Všeobecne by sme mohli skonštatovať, že riešiť a overiť platnosť ekonometrického modelu s ohraničenými parametrami je možné dvoma spôsobmi:

- odhadnúť parametre modelu (4) metódou najmenších štvorcov a následne otestovať hypotézy o platnosti prítomných ohraničení,

- odhadnúť parametre modelu (4) metódou najmenších štvorcov s ohraničenými parametrami, t. j. existujúce ohraničenia zohľadniť už pri odhade parametrov modelu.

Konkrétne riešenie odhadu ekonometrického modelu s ohraničenými parametrami však závisí aj od dostupného ekonometrického softvéru a jeho možností.

2 ODHAD EKONOMETRICKÉHO MODELU S OHRANIČENÝMI PARAMETRAMI V PROGRAME GRETL

Gretl¹ je voľne dostupný ekonometrický softvér, ktorý sa naďalej vyvíja a to je jedným z dôvodov, prečo sa využíva pri výučbe ekonometrických metód.

V príspevku prezentujeme postup pri odhade modelu s ohraničenými parametrami na Cobbovej-Douglesovej produkčnej funkcii. Na odhad využívame údaje slovenskej republiky za obdobie rokov 1995Q1 – 2011Q2.

Ako množstvo produkcie (Q) využívame údaje o hrubom domácom produkte (v mil. EUR, b.c.) a výrobný faktor práce (L) vyjadruje počet pracujúcich osôb (v tis., metodika VZPS) násobený priemernou nominálnou mzdou v národnom hospodárstve (v EUR). V príklade bude táto premenná označená PF (pracovný fond). Kapitál (K) v našom prípade tvorí súčet tvorby hrubého fixného kapitálu a zmena stavu zásob v príslušnom období (v mil. EUR, b.c.).

¹ Gretl je skratka pozostávajúca z prvých písmen Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library.

Z dôvodu, že údaje o výške kapitálu nie sú priamo dostupné a v príklade využívame hodnoty získané spôsobom uvedeným vyššie, môžeme tento príklad označiť ako ilustratívny, bez hlbšieho ekonomickej analýzy.

V Gretly je po naimportovaní časových radov potrebné, aby sme pôvodné hodnoty zlogaritovali. Preto budeme ďalej používať označenie premenných: l_Q , l_{PF} , l_K . Odhad parametrov modelu je možné v prípade jednorovnicového modelu metódou najmenších štvorcov a následne je potrebné otestovať hypotézu o platnosti prítomného ohraňenia o konštantných výnosoch z rozsahu. Na obrázku 1 je odhad z regresnej analýzy modelu (3).

```

File Edit Tests Save Graphs Analysis LaTeX
Model 2: OLS, using observations 1995:1-2011:2 (T = 66)
Dependent variable: l_Q

      coefficient   std. error   t-ratio   p-value
-----
const      -3,99976      0,286822   -13,95    6,32e-021 ***
l_PF       0,839896      0,0387424   21,68    6,53e-031 ***
l_K        0,197153      0,0427821    4,608    2,03e-05 ***

Mean dependent var   9,189280   S.D. dependent var   0,416448
Sum squared resid    0,230407   S.E. of regression    0,060475
R-squared            0,979561   Adjusted R-squared    0,978912
F(2, 63)            1509,670   P-value (F)           6,02e-54
Log-likelihood       93,04961   Akaike criterion      -180,0992
Schwarz criterion   -173,5303   Hannan-Quinn          -177,5035
rho                 0,305333   Durbin-Watson         1,332008

Log-likelihood for Q = -513,443
  
```

Obrázok 1

Priamo v okne modelu zrealizujeme test ohraňených parametrov² $\alpha + \beta = 1$ nasledovne: *Tests – Linear restrictions*. Vo vyvolanom okne zadáme ohraňenie v tvare $b[2] + b[3] = 1$. Výstup uvádzame na obrázku 2.

```

Test statistic: F(1, 63) = 3,38379, with p-value = 0,0705532

Restricted estimates:

      coefficient   std. error   t-ratio   p-value
-----
const      -3,68675      0,235154   -15,68    1,35e-023 ***
l_PF       0,836411      0,0394101   21,22    1,15e-030 ***
l_K        0,163589      0,0394101    4,151    9,97e-05 ***

Standard error of the regression = 0,0615912
  
```

Obrázok 2

² Podrobnejšie informácie o testovaní ohraňených parametrov je možné nájsť v Ivaničová a kol. (2012).

Porovnaním vypočítanej hodnoty F-štatistiky (3,38379) s tabuľkovou hodnotou $F_{0,05;1;63} = 3,99^3$ a na zvolenej hladine významnosti 5 % prijímame hypotézu H_0 a zamietame H_1 , t. j. na sledovanom období sú pre produkčnú funkciu zabezpečené konštantné výnosy z rozsahu. Výsledný model môžeme zapísať nasledovne: $\hat{Q}_t = e^{-3,68} \cdot L_t^{0,84} \cdot K_t^{0,16}$.

3 ODHAD EKONOMETRICKÉHO MODELU S OHRANIČENÝMI PARAMETRAMI V PROGRAME EViews

Program Eviews umožňuje odhadovať model s ohraničenými parametrami viacerými spôsobmi. Najskôr odhadneme model rovnakým spôsobom ako v programe Gretl, t. j. v prvom kroku odhadneme parametre modelu (3) a v druhom kroku otestujeme lineárne ohraničenie $\alpha + \beta = 1$. Výstup uvádzame na obrázku 3.

Equation: CD_PRACFOND Workfile: COOB DOUGLAS::Unti...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOG(Y)
 Method: Least Squares
 Date: 05/28/13 Time: 11:41
 Sample: 1995Q1 2011Q2
 Included observations: 66

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-3.999762	0.286822	-13.94508	0.0000
LOG(PF)	0.839896	0.038742	21.67898	0.0000
LOG(K)	0.197153	0.042782	4.608304	0.0000

R-squared	0.979561	Mean dependent var	9.189280
Adjusted R-squared	0.978912	S.D. dependent var	0.416448
S.E. of regression	0.060475	Akaike info criterion	-2.728776
Sum squared resid	0.230407	Schwarz criterion	-2.629246
Log likelihood	93.04961	F-statistic	1509.670
Durbin-Watson stat	1.332008	Prob(F-statistic)	0.000000

Obrázok 3

Testovanie ohraničenia parametrov realizujeme priamo v okne odhadnutého modelu, *View – Coefficient Tests – Wald Coefficient Restriction*. Do vyvolaného okna *Wald test* je potrebné zadať ohraničenie⁴ v tvare $b(2) + b(3) = 1$. Na obrázku 4 uvádzame výstup z Waldovho testu.

³ Tabuľkovú hodnotu môžeme získať vyžitím štatistických tabuliek cez *Tools – Statistical tables*.

⁴ V prípade potreby otestovania viacerých ohraničení naraz je potrebné nadefinovať všetky ohraničenia a navzájom ich oddeliť čiarkou.

Equation: CD_PRAFOND Workfile: COOB DOUGLAS::Unti...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Wald Test:
Equation: CD_PRAFOND

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	3.383789	(1, 63)	0.0706
Chi-square	3.383789	1	0.0658

Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
-1 + C(2) + C(3)	0.037049	0.020140

Restrictions are linear in coefficients.

Obrázok 4

V tomto prípade sme dosiahli takmer totožné výsledky ako v programe Gretl (pozri obr. 2). Opäť porovnáваме vypočítanú hodnotu F-štatistiky (3,383789) s tabuľkovou hodnotou $F_{0,05;1;63}=3,99^5$. Na zvolenej hladine významnosti 5 % prijímame hypotézu H_0 a zamietame H_1 , t. j. na sledovanom období sú pre produkčnú funkciu zabezpečené konštantné výnosy z rozsahu. Výsledný model môžeme zapísať nasledovne: $\hat{Q}_t = e^{-3,99} \cdot L_t^{0,84} \cdot K_t^{0,20}$.

Ďalší spôsob ako odhadovať modelu s ohraňenými parametrami je, že existujúce ohraňenia zohľadníme už pri odhade parametrov modelu. Model v tomto prípade musíme do okna *Equation Estimation* vložiť v tvare: $\text{LOG}(Y) = C(1) + C(2) * \text{LOG}(\text{PF}) + (1-C(2)) * \text{LOG}(K)$. Získame nasledovný výstup:

Equation: UNTITLED Workfile: COOB DOUGLAS::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOG(Y)
Method: Least Squares
Date: 05/28/13 Time: 12:02
Sample: 1995Q1 2011Q2
Included observations: 66
LOG(Y) = C(1) + C(2) * LOG(PF) + (1-C(2)) * LOG(K)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-3.686746	0.235154	-15.67800	0.0000
C(2)	0.836411	0.039410	21.22326	0.0000

R-squared	0.978463	Mean dependent var	9.189280
Adjusted R-squared	0.978127	S.D. dependent var	0.416448
S.E. of regression	0.061591	Akaike info criterion	-2.706761
Sum squared resid	0.242782	Schwarz criterion	-2.640408
Log likelihood	91.32311	Durbin-Watson stat	1.272637

Obrázok 5

⁵ Tabuľkovú hodnotu môžeme získať vyžitím štatistických tabuliek cez *Tools – Statistical tables*.

Na základe odhadnutých parametrov z obrázku 5 môžeme výslednú Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu zapísať v tvare: $\hat{Q}_t = e^{-3,68} \cdot L_t^{0,83} \cdot K_t^{0,17}$.

4 ZÁVER

V príspevku sme ukázali na Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcii postupy odhadov a testovanie ohraničených parametrov jednorovnicového modelu v ekonometrických softvéroch Gretl a Eviews. Pri odhade parametrov modelu s ohraničenými parametrami sme abstrahovali od splnenia základných predpokladov potrebných pri odhade parametrov modelu metódou najmenších štvorcov. Zamerali sme sa len na poukázanie práce s jednorovnicovým modelom v prípade, ak pre jeho parametre platia určité obmedzenia. Viacej podrobností o tejto problematike môžeme nájsť napr. v učebnici ekonometrie (Ivaničová 2012). Výhodou Eviewsu je, že ohraničenia kladené na parametre môžeme priamo zakomponovať do odhadovaného modelu a netreba realizovať už Waldov test ohraničených parametrov. Tento program je však licencovaný. Prednosťou Gretlu je zasa to, že je to softvér voľne prístupný a preto ho môžu študenti používať aj mimo výučby. Tým sa vytvára priestor na domáce zadania a zdokonaľovanie sa aj mimo PC učebni na univerzite.

Použitá literatúra

1. GREENE, W. H. 2003. *Econometric Analysis*, 4. vyd. New Jersey: Prentice Hall, 2003.
2. HUSÁR, J. 1998. *Makroekonómia*. Bratislava: Vydavateľstvo KARTPRINT, 1998.
3. IVANIČOVÁ, Z., CHOCHOLATÁ, M., SURMANOVÁ, K. 2012. *Ekonometrické modelovanie*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2012.
4. KMENTA, J. 1990. *Elements of Econometrics*, second edition, Maxwell Macmillan Publishing Company, 1990.
5. LUKÁČIKOVÁ, A., LUKÁČIK, M., SZOMOLÁNYI, K. 2013. *Ekonometria 1*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2013.

Kontaktné údaje

Ing. Kvetoslava Surmanová, PhD.

Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

Tel: (421 2) 67 295 823

email: kvetoslava.surmanova@euba.sk

DILEMA VÝUČBY MAKROEKONÓMIE NA PRVOM STUPNI UNIVERZITNÉHO ŠTÚDIA A EMPIRICKÁ ŠTÚDIA¹

UNDERGRADUATE MACROECONOMICS DILEMA AND AN EMPIRICAL STUDY

Karol Szomolányi

Abstrakt

Pokúsime sa zodpovedať otázku, ako by mala byť vyučovaná makroekonómia v prvom stupni univerzitného štúdia. Porovnáваме dva prístupy založené na teórii reálneho hospodárskeho cyklu a na súčasnej keynesovskej teórii. Ukážeme, že teória reálneho hospodárskeho cyklu zodpovedá európskym a slovenským údajom za posledných 15 rokov lepšie ako súčasná keynesovská teória. Využitím koeficienta korelácie porovnáme relatívne odchýlky sezónne očistených európskych a slovenských časových radov vybraných ekonomických agregátov od ich trendov s relatívnymi odchýlkami sezónne očisteného časového radu reálneho HDP od jeho trendu. Výsledky konfrontujeme s predpoveďami teórie reálneho hospodárskeho cyklu aj súčasnej keynesovskej teórie. Záver je odporúčanie výučby makroekonómie na prvom univerzitnom stupni využitím mikroekonomických východísk.

***Kľúčové slová:** výučba makroekonómie na prvom stupni univerzitného štúdia, model reálneho hospodárskeho cyklu, súčasný keynesovský model, korelačná analýza*

Abstract

We search the answer on the question, how to teach undergraduate macroeconomics. We consider two approaches – based on the Real Business Cycle Theory or based on the New Keynesian Theory. We will show that the Real Business Cycles Theory mostly matches better with European and Slovak data over last 15 years. Using correlation coefficients we compare relative differences of seasonally adjusted actual European and Slovak data series of real consumption, investments, government purchases, price level, money stock, real wages, employment and average labour product from their trends with the relative differences of seasonally adjusted actual European and Slovak real GDP from its trend. The results are confronted with the predictions of both Real Business Cycle and New Keynesian theories. Our conclusion is that undergraduate macroeconomics should be taught using microeconomic foundations.

***Keywords:** undergraduate macroeconomics, real business cycles, new keynesian theory, correlation analysis*

¹ Príspevok vznikol v rámci projektu VEGA 1/0595/11 "Analýza hospodárskych cyklov v ekonomikách eurozóny (so zreteľom na špecifiká slovenskej ekonomiky) s využitím ekonometrických a optimalizačných metód"

1 ÚVOD

V štandardnej (v hlavnom prúde) prvostupňovej vysokoškolskej schéme výučby vo svete je veľká priepasť medzi makroekonomiou a mikroekonomiou – dvoma piliermi ekonómie. Mikroekonomické kurzy využívajú modely, ktoré nie sú zložité a napriek tomu sú konzistentné s obsahom vyučovaným v treťom stupni. Väčšina makroekonomických kurzov a učebníc využíva rôzne modifikácie modelu, ktorý vyvinul Hicks (1937) a ktoré vyjadrujú základné vzťahy agregátov podľa teórie Keynesa (1936). Využitím modelu možno ľahko pochopiť ekonomickú diskusiu v populárnych periodikách. Táto jednoduchosť je však na úkor vedomostí, ktoré sa aktuálne využívajú v makroekonomickom výskume. Zlyhania modelu v akademickej diskusii sú dobre známe. Lucas (1976) ukázal, že funkcie ako IS a LM sú v princípe invariantné na zmeny v pravidlách hospodárskej politiky a preto nemôžu byť použité na hodnotenie politiky. Základnú myšlienku Lucasovej kritiky možno vyjadriť modelom navrhnutým Sargentom a Wallaceom (1975).

Ekonómia sa pokúsili zmeniť Hicksov model, aby lepšie odrážal skutočnosť. Romer (2000) navrhol IS-MP model, v ktorom nahradil LM krivku Taylorovým (1993) pravidlom monetárnej politiky MP. Táto zmena zodpovedá Súčasnej keynesovskej (SK) teórii. Szomolányi, Lukáčik a Lukáčiková (2011) uviedli dynamický model, ktorý prezentuje Romerovu myšlienku. Romerove zlepšenie nekomplikuje model, naopak. Táto práca však ukáže, že SK teória nedostatočne vysvetlí cyklické vlastnosti agregátov. Model tiež nedostatočne vysvetlí alternatívne ekonomické teórie, pokiaľ sú opomenuté mikroekonomické východiská. Ďalšie úpravy pochádzajú zo snahy rozšíriť IS-LM model o mikroekonomické východiská. Príklad takéhoto rozšírenia je model McCalluma a Nelsona (1999). Táto modifikácia je však na úkor jednoduchosť vyžadovanej na prvom stupni štúdia. História a vývoj Hicksovho modelu detailne prezentoval Vercelli (1999).

Odlíšny prístup výučby makroekonómie na prvom stupni prezentujú učebnice autorov: Barro (2007), Williamson (2010), Doepke, Lehnert, and Sellgren (1999) alebo Rossana (2011), ktorí vychádzajú z mikroekonómie. Jednoduché makroekonomické modely s mikroekonomickými východiskami vhodné pre prvý stupeň štúdia zodpovedajú modelu reálneho hospodárskeho cyklu (RHC), ktorý vyvinul Kydland a Prescott (1982). Autori ukázali, že použitím uvedeného prístupu, teoretické objavy viac zodpovedajú skutočným údajom ekonomiky USA. Doepke, Lehnert a Sellgren (1999:79) uvádzajú, že „model reálneho hospodárskeho cyklu sa zhoduje s väčšinou nameraných faktov. Šoky v produktivite generujú cyklus, ktorý dokáže vysvetliť približne 70% celkového objemu hospodárskeho cyklu.“

Na Slovensku väčšina základných makroekonomických učebníc využíva (tradičný) keynesovský prístup, aktuálne Husár (2003). Výnimkou je monografia Mlynaroviča a Miškovej (2010), ktorí poskytujú elegantnú syntézu všetkých uvedených prístupov. Avšak aj táto monografia sa viac zameriava na keynesovskú makroekonómiu.

V práci sa zameriame na schopnosť vysvetliť ekonomickú realitu dvoma konkurenčnými teóriami, ktoré zodpovedajú rôznym prístupom prvostupňovej univerzitnej výučby. Štatisticky porovnáme cyklické zložky reálneho HDP s cyklickými zložkami reálnej spotreby, reálnych investícií, reálnych vládnych nákupov, cenovej hladiny, zásoby peňazí, reálnej mzdy, zamestnanosti a priemerného produktu práce. Rôzne teoretické cyklické predpovede uvedených agregátov sú v Tabuľke 1. V poslednom stĺpci tabuľky sú skutočné vlastnosti agregátov v ekonomike USA v povojnovej ekonomickej histórii, ako ich uvádzajú Barro (2007) a Williamson (2007) vo svojich učebniciach. Ekonomický agregát považujeme za procyklický (proticyklický), ak relatívna odchýlka nameranej hodnoty premennej od jej trendu je pozitívne (negatívne) korelovaná s relatívnou odchýlkou nameranej hodnoty reálneho HDP od jeho trendu. Ak je uvedená korelácia blízka nule, agregát je acyklický.

2 ÚDAJE A METODOLÓGIA

Využitím koeficienta korelácie porovnáme relatívne odchýlky sezónne očistených európskych a slovenských časových radov reálnej spotreby, reálnych investícií, reálnych vládnych nákupov, cenovej hladiny, zásoby peňazí, reálnej mzdy, zamestnanosti a priemerného produktu práce od ich trendov s relatívnymi odchýlkami sezónne očisteného časového radu reálneho HDP od jeho trendu. Trendy odhadujeme využitím Hodrickovho a Prescottovho (1997) filtra. Prislúchajúce koeficienty korelácie sú v dvoch stĺpcoch pred posledným stĺpcom Tabuľky 1. Každý graf na obr. 1-8 zobrazuje relatívne odchýlky každého agregátu od jeho trendu (plnou čiarou) a relatívnu odchýlku reálneho HDP od jeho trendu (prerušovanou čiarou).

Údaje sme získali z portálu EUROSTAT, databázy Štatistického úradu Slovenskej republiky SLOVSTAT a webovej stránky Národnej banky Slovenska. Využívame údaje európskej (27 európskych krajín)² a slovenskej ekonomiky. Rozsah údajov je 1997Q1 – 2011Q4. Reálnu spotrebu meriame ako konečnú spotrebu domácností a neziskových inštitúcií slúžiacich domácnostiam. Reálne investície sú hrubá tvorba kapitálu a reálne vládne nákupy sú konečná spotreba verejnej správy. Všetky tri agregáty sú v miliónoch stálych eur s bazickým rokom 2005. Všeobecnú cenovú hladinu meriame harmonizovanými indexmi spotrebiteľských cien, ktoré sú vypočítané z mesačných časových radov (HICP).

Keďže iba niekoľko členov 27 európskych krajín má spoločnú monetárnu politiku, za európsku masu peňazí považujeme monetárny agregát M1 v Eurozóne; rozsah uvedeného časového radu je 1999Q1 – 2011Q4. Relatívnu odchýlku zásoby peňazí v Eurozóne od jeho trendu porovnáваме s relatívnou odchýlkou reálneho HDP Eurozóny od jeho trendu (Tabuľka 1). Slovenská zásoba peňazí je monetárny agregát M0 v rozpätí 1997Q1 – 2007Q4. Slovenský časový rad M0 je zverejnený v dlhšom časovom intervale, avšak hodnoty z roku 2008 nie sú adekvátne, pretože Národná banka Slovenska systematicky znižovala zásobu peňazí z dôvodu štartovania procesu vstupu Slovenskej ekonomiky do Eurozóny v roku 2008. Pre agregát peňazí sme sa pokúsili nájsť čo najužšiu definíciu peňazí, avšak nenašli sme rovnaké indikátory pre Slovensko a Eurozónu. Navyše definície monetárnych agregátov v slovenskej ekonomike a v Eurozóne sa od roku 2005 líšia. Nenašli sme časové rady európskych miezd. Preto sme hrubé mzdy a platy zo štvrtročných národných účtov poddelili počtom zamestnancov, troma mesiacmi a HICP. Slovenské reálne mzdy sú hrubé priemerné mesačné mzdy podelené HICP. Priemerný produkt práce je reálny HDP podelený úhrnou zamestnanosťou.

3 VÝSLEDKY A DISKUSIA

Dve teórie, ktoré sú piliere konkurenčných prístupov univerzitnej prvostupňovej makroekonomickej výučby sa významne líšia v schopnostiach vysvetliť fluktuácie priemerného produktu práce a reálnych vládnych nákupov. Podľa teórie RHC sú ekonomické fluktuácie spôsobené šokmi v produktivite, kým podľa SK teórie sú fluktuácie spôsobené monetárnymi a dopytovými šokmi. Podľa SK teórie zmeny zásoby peňazí môžu spôsobiť cykly, kým podľa teórie RHC zmeny zásoby peňazí možno môžu byť spôsobené monetárnou autoritou, ktorá predchádza výkyvom všeobecnej cenovej hladiny. Procyklickosť zásoby peňazí je dôsledkom v teórii RHC príčinou v SK teórii.

² Preferujeme agregované časové rady 27 európskych krajín pred agregovanými časovými radmi Eurozóny, aby sme vylúčili variabilitu spôsobenú rozširovaním Eurozóny v skúmanom období

Výsledky štúdie sú v Tabuľke 1. Priebehy relatívnych odchýlok vybraných agregátov od ich trendu spolu s relatívnou odchýlkou reálneho HDP od svojho trendu sú na obr. 1-8 v Prílohe 1. Reálna spotreba, reálne hrubé investície a zamestnanosť sú procyklické v zhode s oboma teóriami, akurát slovenská reálna spotreba a reálne hrubé investície nie sú tak procyklické ako sa očakávalo. V zhode s oboma teóriami reálne investície sú volatilnejšie ako reálny HDP, čo možno pozorovať na Obrázku 2 v Prílohe 1. Reálne vládne nákupy sú acyklické na Slovensku a možno proticyklické v Európe. Tento záver je v rozpore s keynesovským mýtom o multiplikátore vládnych nákupov.

	Predpovede		Skutočné údaje		
			Koeficient korelácie		literatúra
	Teória RHC	SK teória	EÚ	SR	USA
Reálna spotreba	procyklická	procyklická	0,920	0,598	procyklická
Reálne investície	procyklické	procyklické	0,949	0,604	procyklické
Reálne vládne nákupy	acyklické	procyklické	-0,414	0,001	acyklické
Cenová hladina	proticyklická	proticyklická	-0,231	0,181	proticyklická
Zásoba peňazí	procyklická	procyklická	-0,179*	0,431	procyklická (slabo)
Reálne mzdy	procyklické	procyklické	0,728	0,238	procyklické
zamestnanosť	procyklická	procyklická	0,757	0,703	procyklická
Priemerný produkt práce	procyklický	proticyklický	0,680	0,836	proticyklický (slabo)

* Hodnoty sú počítané využitím časových radov Eurozóny

Tab. 1: Cyklické vlastnosti vybraných ekonomických agregátov v SR a v EÚ

Všeobecná cenová hladina je acyklická na Slovensku aj v Európe, čo je v rozpore s oboma teóriami. Jedno možné vysvetlenie je, že centrálné banky v danom období adekvátnou monetárnou politikou úspešne intervenovali na otvorených trhov s cieľom udržať konštantnú cenovú hladinu. Peňažné agregáty sú slabo procyklické (Slovensko) a proticyklické (Európa). Z Obrázku 5 v Prílohe 1 vyplýva, že peňažná zásoba vo svojom vývoji predbieha reálny HDP. Na toto pozorovanie upozornili Friedman a Schwartz (1963), ktorí študovali správanie zásoby peňazí a reálneho HDP v ekonomike USA v období 1867 – 1960. Koeficient korelácie relatívnych odchýlok peňazí oneskorených o štyri obdobia od ich trendu a relatívnych odchýlok reálneho HDP od jeho trendu je 0,731 v Európe a 0,659 na Slovensku. (Aplikovali sme rovnaký experiment s reálnymi vládnyimi nákupmi, ale výsledok sa nezmenil).

Reálne mzdy sú procyklické v Európe a slabo procyklické alebo acyklické na Slovensku. Williams (2010:89) uvádza: „je zložité merať vzťah medzi reálnymi mzdami a reálnym HDP skúmaním agregovaných údajov. Kľúčový problém je, že kompozícia pracovnej sily sa zvykne meniť podľa hospodárskeho cyklu, čo môže skresliť koreláciu medzi reálnymi mzdami a reálnym HDP. Neexistuje významná štúdia zaznamenávajúca predbiehanie priebehu reálnej mzdy alebo reálneho HDP.“ Cyklickými vlastnosťami reálnych miezd sa zoberali Solon, Barsky a Parker (1994) . V kontexte našej práce je dôležitý výsledok cyklických vlastností priemerného produktu práce, ktorý je procyklický v zhode s teóriou RHC a v rozpore so SK teóriou.

Teória RHC zodpovedá európskym a slovenským údajom za posledných 15 rokov lepšie ako SK teória. Vyplýva to z cyklických vlastností reálnych vládnych nákupov a priemerného produktu práce. Keynesovci upravili predpovede o priemernom produkte práce zahrnutím idey „hromadenie práce“ (labour hoarding, pozri Fay a Medoff, 1985). Pre účely výučby makroekonómie v prvom univerzitnom stupni však uvedené rozšírenie výrazne komplikuje.

Procyklické vlastnosti oneskorenej zásoby peňazí pravdepodobne popiera krátkodobú neutralitu peňazí, ktorá vyplýva z modelu RHC. Keďže zásoba peňazí predbieha priebeh

reálneho HDP, ich procyklickosť pravdepodobne nemožno vysvetliť reakciami monetárnej politiky na ekonomické fluktuácie. Naopak zmeny zásoby peňazí sú pravdepodobne príčinou ekonomických fluktuácií. Napriek tomu nie je zrejmé, či krátkodobý vplyv peňazí na reálnu ekonomiku možno lepšie vysvetliť SK teóriou alebo monetárnymi teóriami.

4 ZÁVER

Uvedená jednoduchá analýza európskych a slovenských časových radov favorizuje teóriu RHC vo vysvetlení ekonomických fluktuácií. Výsledok favorizuje prístup výučby makroekonómie vychádzajúcej z mikroekonómie v prvom univerzitnom stupni.

Uvedieme ďalšie argumenty v prospech mikroekonomických východísk. Štúdium makroekonómie s mikroekonomickými východiskami je konzistentnejšie so súčasným makroekonomickým výskumom. Využitím modelu RHC možno pochopiť SK teóriu rovnako dobre ako využitím Hicksovho-Romerovho modelu. Postgraduálne štúdium SK teórie môže vychádzať z modelov RHC vyučovaných v prvých dvoch stupňoch štúdia.

Navyše monetárnu teóriu možno vyvinúť rovnako z modelov RHC a rovnako aj zo SK modelov. Avšak sme presvedčení, že využitím modelu RHC študent lepšie pochopí monetárnu teóriu.

Použitá literatúra

(podľa normy STN ISO 690 / ČSN ISO 690)

1. BARRO, R.J.2007 *Macroeconomics: A Modern Approach*, Thomson South Western.
2. DOEPKE, M. - LEHNERT, A. - Sellgren A.W.1999 *Macroeconomics*, [Online], dostupné: <http://faculty.wcas.northwestern.edu/~mdo738/book.htm> [30 Mar 2011].
3. FAY, J.A. - Medoff, J.L.1985 Labour and Output over the Business Cycle: Some Direct Evidence. IN: *American Economic Review*, roč. 75, 1985 č. 4, s. 638-655.
4. FRIEDMAN, M. - Schwartz, A.1963 *A Monetary History in the United States: 1867–1960*, Princeton: Princeton University Press.
5. HICKS, J.1937 Mr. Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation. IN: *Econometrica*, roč. 5, 1937 č. 2, s. 147-159.
6. HODRICK, R. - PRESCOTT E.C.1997 Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. IN: *Journal of Money, Credit, and Banking*, roč. 29, 1997 č. 1, s. 1-16.
7. HUSÁR, J.2003 *Aplikovaná makroekonómia*, Bratislava: Sprint.
8. IŠTVÁNIKOVÁ, A. Optimalizačný prístup k formovaniu hospodárskej politiky na základe ekonometrického modelu. IN: *Kvantitatívne metódy v ekonómii a podnikaní : 7. medzinárodná vedecká konferencia*. 2001.
9. KEYNES, J.M.1936 *General Theory of Employment, Interest and Money*, London: Macmillan.
10. KYDLAND, F.E. - PRESCOTT, E.C.1982 Time to Build and Aggregate Fluctuations. IN: *Econometrica*, roč. 50, 1982, č. 6, s. 1345-1370.
11. LUCAS, R.E. Jr.1976 Econometric Policy Evaluation: A Critique. IN: *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, roč. 1, 1976, č. 1, s. 19-46.
12. LUKÁČIK, M.2011 Porovnanie reakcií krajín EMÚ na dopytové šoky s využitím SVAR modelov. IN: *AIESA - budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach : zborník : 14. medzinárodná vedecká konferencia : Bratislava*. 2011, s. 1-5.
13. LUKÁČIK, M.2012 Vektorovo autoregresné modely v ekonometrii. IN: *Ekonomika a informatika*. Bratislava: EU, roč. 10, 2012, č. 1, s. 130-144.
14. LUKÁČIK, M.2012 Štrukturálne vektorovo autoregresné modely. IN: *Ekonomika a informatika*. Bratislava : EU, roč. 10, 2012, č. 2, s. 67-83.

15. LUKÁČIK, M. - LUKÁČIKOVÁ, A.2008 Význam testovania stacionarity v ekonometrii. IN: *Ekonomika a informatika : vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI*. 2008. ISSN 1336-3514, 2008, roč. 6, č. 1, s. 146-157.
16. LUKÁČIK, M. - LUKÁČIKOVÁ, A.2009 *Teória obchodných cyklov a prognózovanie* [elektronický zdroj] <http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/veda-vyskum/prace/2009/Lukacik-Lukacikova-2009.pdf> [Máj 2013]
17. LUKÁČIKOVÁ, A.2004 Model všeobecnej ekonomickej rovnováhy ekonomiky SR. IN: *Participácia doktorandov na vedeckovýskumnej činnosti: IV. medzinárodná vedecká konferencia doktorandov*. Bratislava: EU, 2004, s. 329-334.
18. LUKÁČIKOVÁ, A.2005 Simulácie zmien parametrov v modeli všeobecnej ekonomickej rovnováhy ekonomiky SR. IN: *AIESA - budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach: 10. medzinárodná vedecká konferencia* Bratislava, 2005.
19. LUKÁČIKOVÁ, A.2010 Monetárna politika v krajinách V4. IN: *Nové trendy v ekonometrii a operačnom výskumu : zborník z medzinárodného vedeckého seminára : Praha 15. - 17. december 2010*, 2010, s. 1-5.
20. LUKÁČIKOVÁ, A. - LUKÁČIK, M.2008 *Ekonometrické modelovanie s aplikáciami*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2008. ISBN 978-80-225-2614-2.
21. MCCALLUM, B.T. - NELSON, E.1999 An Optimizing IS-LM Specification for Monetary Policy and Business Cycle Analysis. IN: *Journal of Money, Credit and Banking*, roč. 31, 1999 č. 3, s. 296-316.
22. MLYNAROVIC, V. - MIŤKOVÁ, V.2010 *Makroekonomická analýza*, Bratislava: Iura Edition.
23. ROMER, D.2000 Keynesian Macroeconomics without the LM Curve. IN: *The Journal of Economic Perspectives*, roč. 14, č. 2, s. 149-169.
24. ROSSANA, R.J.2011 *Macroeconomics*, London and New York: Routledge.
25. SOLON, G. - BARSKY, R. - PARKER, J.1994 Measuring the Cyclicity of the Real Wages: How Important Is Composition Bias? IN: *Quarterly Journal of Economics*, roč. 109, 2011, č. 1, s. 1-25.
26. SZOMOLÁNYI, K. - LUKÁČIK, M. - LUKÁČIKOVÁ A.2011 Vplyv monetárneho zásahu v rámci IS-LM modelu s dynamickou úpravou cien a adaptívnymi očakávaniami. IN: *Politická ekonomie*, roč. 59, 2011, č. 1, s. 47-57.
27. TAYLOR, J.B.1993 Discretion versus Policy Rules in Practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, roč. 39, 1993, č. 1, s. 195-214.
28. WILLIAMSON, S.D.2010 *Macroeconomics*, PEARSON.
29. VERCELLI, S.1999 The Evolution of IS-LM Models: Empirical Evidence and Theoretical Presuppositions. IN: *Journal of Economic Methodology*, roč. 6, č. 2, s. 199-219.
30. EUROSTAT, [Online], Dostupné: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/> [2 Apr 2012].
31. National Bank of Slovakia webpage, [Online], Dostupné: <http://www.nbs.sk> [2 Apr 2012].
32. SLOVSTAT, [Online], Dostupné: <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=95> [2 Apr 2012].

Kontaktné údaje

Ing. Karol Szomolányi, PhD.

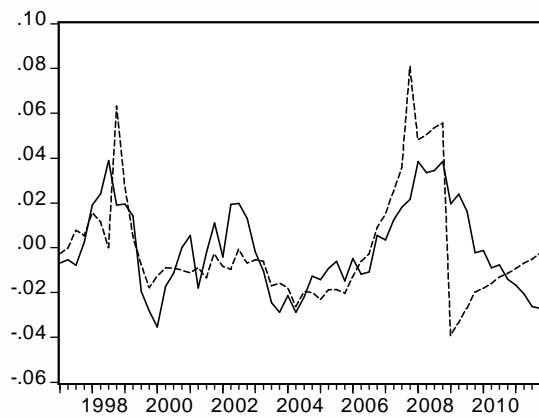
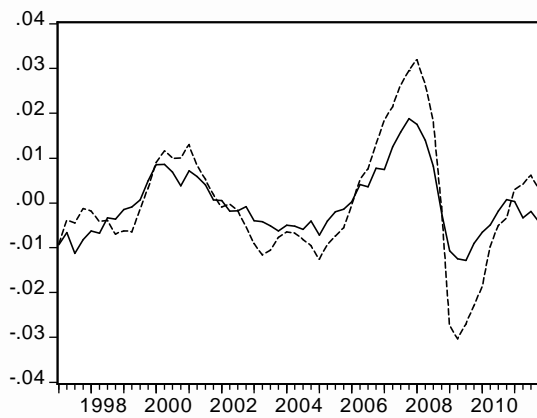
Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky

Dolnozemska 1/b, 852 35 Bratislava

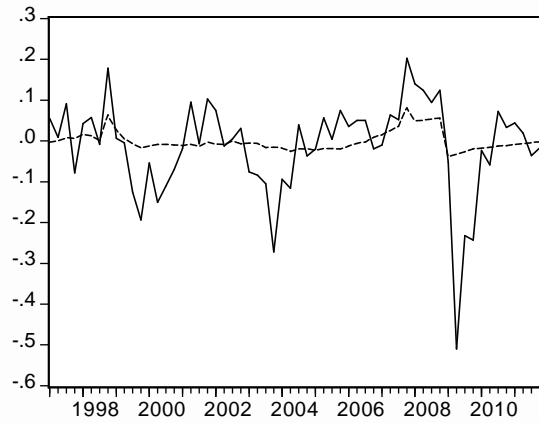
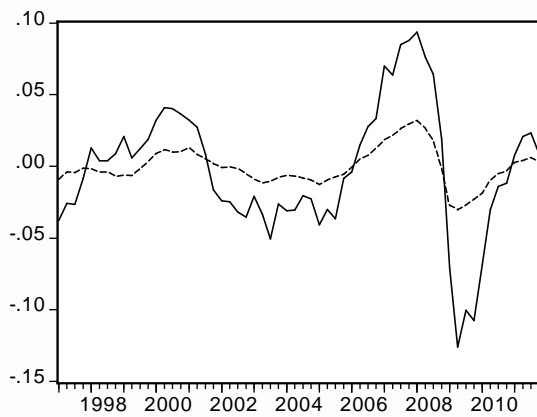
Tel: (421 2) 67 295 822

email: karol.szomolanyi@euba.sk

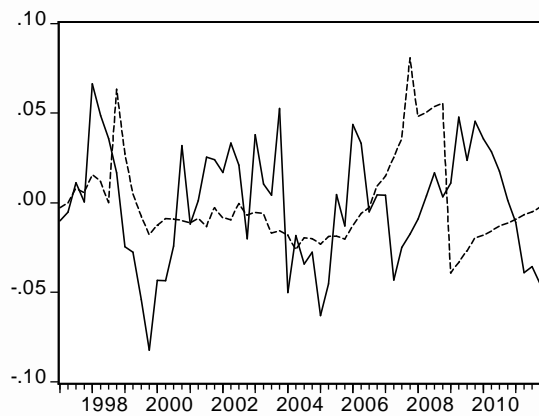
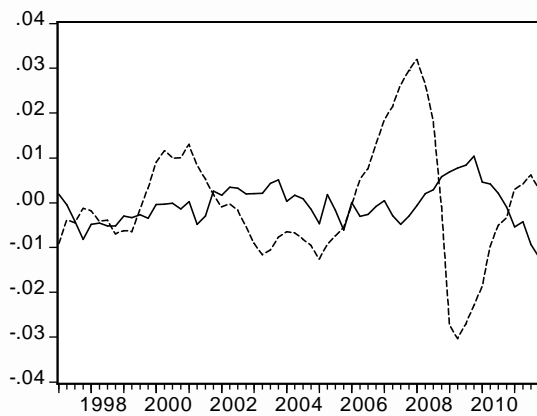
Príloha 1



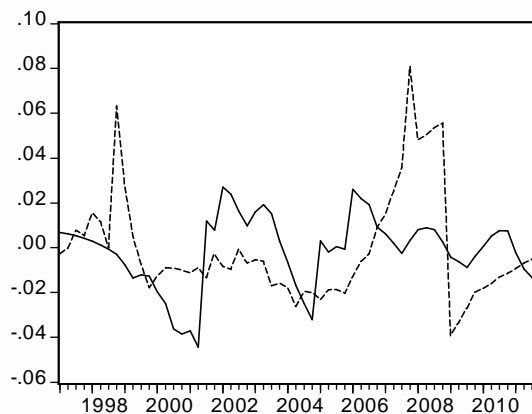
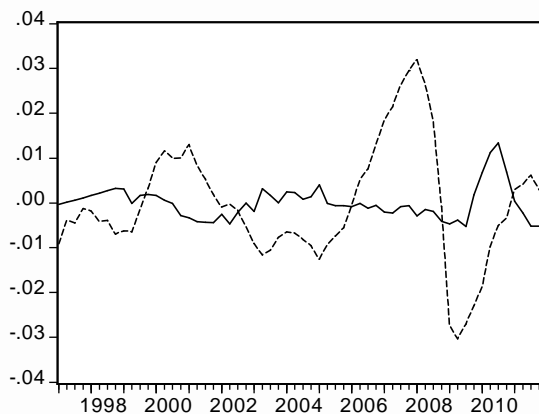
Obr. 1: Cyklické vlastnosti reálnej spotreby v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



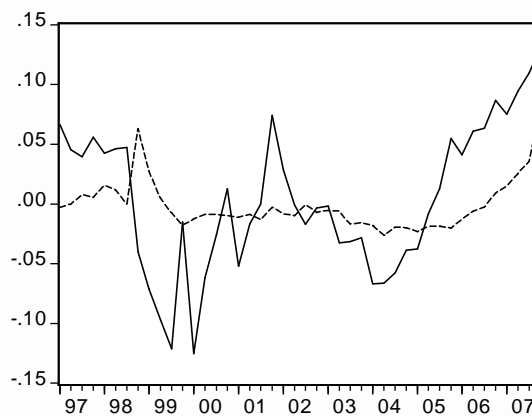
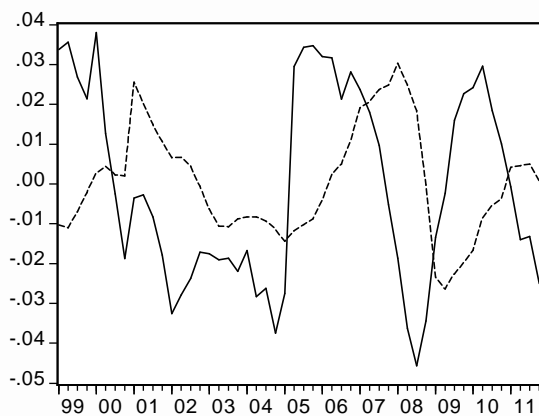
Obr. 2: Cyklické vlastnosti reálnych investícií v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



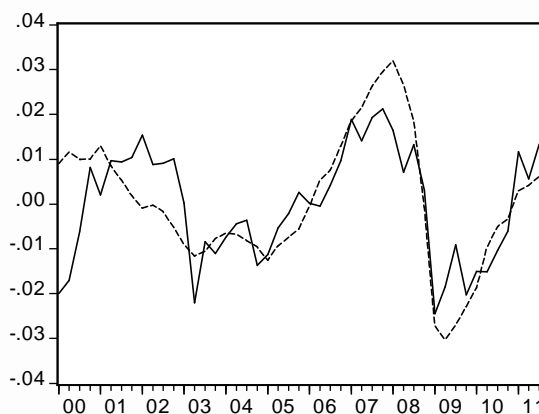
Obr. 3: Cyklické vlastnosti reálnej vládnej spotreby v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



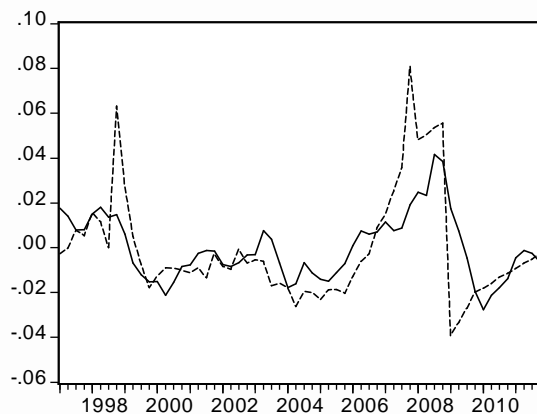
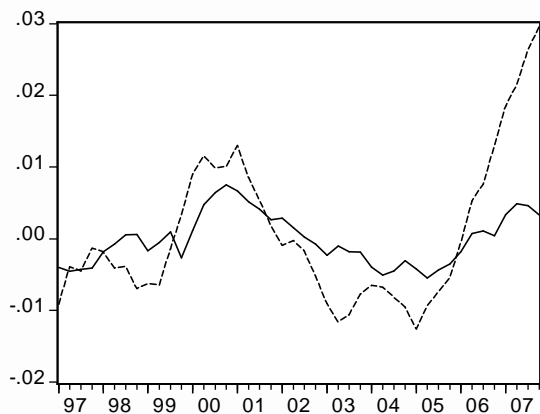
Obr. 4: Cyklické vlastnosti všeobecnej cenovej hladiny v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



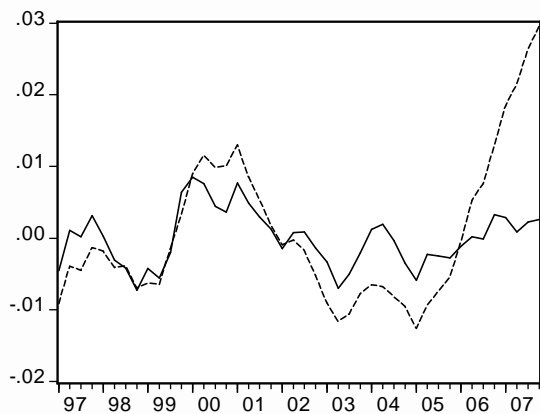
Obr. 5: Cyklické vlastnosti zásoby peňazí v Eurozóne (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



Obr. 6: Cyklické vlastnosti reálnych miezd v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



Obr. 7: Cyklické vlastnosti zamestnanosti v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)



Obr. 8: Cyklické vlastnosti priemerného produktu práce v Európe (vľavo) a na Slovensku (vpravo)