EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS

ZBORNÍK

17. medzinárodná vedecká konferencia

„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

PROCEEDINGS

17th International Scientific Conference

„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

A I E S A

Applied Informatics Econometrics Statistics Accounting

9. NOVEMBER 2017 | 9th NOVEMBER 2017 | BRATISLAVA

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS

Applied **I**nformatics **E**conometrics **S**tatistics **A**ccounting

ZBORNÍK

17. medzinárodná vedecká konferencia

„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

organizovaná Fakultou hospodárskej informatiky EU v Bratislave
a Slovenskou spoločnosťou pre hospodársku informatiku

pod záštitou

rektora Ekonomickej univerzity v Bratislave
prof. Ing. Ferdinanda Daňa, PhD.
a
dekana Fakulty hospodárskej informatiky
prof. Ing. Ivana Brezinu, CSc.

PROCEEDINGS

17th International Scientific Conference

„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

organized by Faculty of Economic Informatics
and Slovak Society for Economic Informatics

held under the umbrella

of the Rector of the University of Economics in Bratislava
Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD.
and
the Dean of the Faculty of Economic Informatics
Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

9. November 2017 * 9 November 2017
Bratislava

INTERNATIONAL SCIENTIFIC COMMITTEE

Guarantor: **Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD.**
Rector, University of Economic in Bratislava

Chairman: **Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.**
Dean, Faculty of Economic Informatics, University of Economic in Bratislava

Members: **Dr. h. c. Prof. Ing. Tatiana Čorejová, PhD.**
Rector, University of Žilina

Prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
Dean, Faculty of Economics, VŠB – Technical University in Ostrava

Assoc. Prof. Ing. Václav Janeček, CSc.
Dean, Faculty of Informatics and Management, University in Hradec Králové

Assoc. Prof. RNDr. Luboš Marek, CSc.
Dean, Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics in Prague

Assoc. Prof. Ing. Ladislav Mejzlík, PhD.
Dean, Faculty of Finance and Accounting, University of Economics in Prague

Prof. Dr. hab. Pawel Lula
Faculty of Management, Cracow University of Economics

Prof. Dr. hab. Józef Pociecha
Faculty of Management, Cracow University of Economics

RECENZENTI / REVIEWERS:
Renáta Antalová, Mária Bilíková, Miriama Blahušiaková, Ján Bolgáč, Ivan Brezina, Magdaléna Cárachová, Peter Červenka, Zuzana Čičková, Michal Fendek, Andrea Furková, Marián Goga, Ľubica Hurbánková, Michaela Chocholatá, Antónia Kovalčíková, Brian König, Petra Krišková, Miroslav Kršjak, Zuzana Kubaščíková, Martin Lukáčik, Adriana Lukáčiková, František Maděra, Ingrid Ondrejková Krčová, Lucia Ondrušová, Renáta Pakšiová, Michal Páleš, Branislav Parajka, Juraj Pekár, Marian Reiff, Katarína Sakálová, František Slaninka, Vladimír Surový, Karol Szomolányi, Kvetoslava Surmanová, Lea Škrovánková, Anna Šlosárová, Ján Užík.

ZOSTAVOVATELIA ZBORNÍKA / EDITORS:
doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD., Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD., Ing. Pavel Gežík, PhD.,
Ing. Ľubica Hurbánková, PhD., Ing. Pavol Jurík, PhD., Ing. Michal Páleš, PhD.

Rozsah: 21,05 AH

Konferenčné príspevky sú na CD, ktoré je súčasťou tohto zborníka.
Conference papers are on the CD, which is part of this printed proceedings.

Zborník neprešiel jazykovou úpravou. Za odbornú stránku príspevkov zodpovedajú autori.
The proceedings were not subject of language correction. The authors are fully responsible for their conference papers.

Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave,
Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava

Vydavateľstvo / Publisher Letra Edu, Bratislava 2017
ISBN 978-80-972866-2-0

Plenárne rokovanie

Plenary Session

Obsah

GROSHEK Gerald
Analysis of National Reputation: Marquee Government Agencies in the US……. 2

JABLONSKÝ Josef, LIDINSKÁ Lucie
AHP model pro hodnocení výkonnosti pracovníků - aplikace v mezinárodní konzultační firmě ……...…….. 3

KAMENÁROVÁ Mária, SAKÁLOVÁ Katarína
European Standard of Actuarial Practice - Actuarial Function Report under Solvency II Directive 2009/138/EC 14

KOVAĽOVÁ Jana
Analytické trendy v praxi..... 15

MIČÚCH Marek
Využitie skupiny modelov pre nowcasting HDP..... 16

ULMAN Paweł
The quality of life in Poland and Slovakia..... 17

Analysis of National Reputation: Marquee Government Agencies in the US

Gerald Groshek[1]

Abstract
Surveys of country image such as the Anholt-GfK Roper Nation Brands Index and models of its determinants (Zeugner-Roth, Diamantopoulos and Montesinos 2008) cite the importance of national reputation across a spectrum of a country's governmental and market relations with foreign partners. Given the significance of global perceptions of government competency for country image, this study explores a sample of US government agencies and the degree to which they contribute over time to the attractiveness of the US in terms of its market potential, production appeal, and institutional structure. In an extension of the literature, the motivation here is to operationalize the contributions to and consequences of country image by linking specific government actions—expressed in the commitment to a sample of marquee government agencies—with the subsequent impressions of these agencies' programs as articulated in the global media.

Keywords
National reputation, government actions, government agencies

[1] School of Business, University of Redlands, 1200 E Colton, Redlands, CA 92373, USA, Gerald_Groshek@redlands.edu

AHP model pro hodnocení výkonnosti pracovníků – aplikace v mezinárodní konzultační firmě

AHP model for performance evaluation of employees: An application in an international consulting company

Josef Jablonský[1], Lucie Lidinská[2]

Abstrakt
Článek je zaměřený na aplikaci analytického hierarchického procesu (AHP) v oblasti hodnocení výkonnosti pracovníků mezinárodní konzultační firmy. Hodnocení výkonnosti pracovníků je komplexní problém, který musí brát do úvahy různé aspekty a hodnotící kritéria. Každý pracovník firmy se účastní během sledovaného období několika projektů a jeho celková výkonnost je agregací jeho individuálních výkonností v jednotlivých projektech. Tato agregace používá váhy projektů, které vycházejí z člověkodnů daného pracovníka na jednotlivých projektech nebo z finančního přínosu projektů. AHP je nástroj pro analýzu složitých rozhodovacích úloh a pro uvedený problém se zdá být vhodným prostředkem. Navržený model kombinuje AHP s relativním a absolutním vyjádřením preferencí rozhodovatele. Umožňuje získat celkovou výkonnost jednotlivých pracovníků snadno a rychle bez nutnosti použití jakéhokoliv specializovaného software.

Klíčová slova
Analytický hierarchický proces, Řízení lidských zdrojů, Hodnocení výkonnosti

Abstract
The article is focused on an application of the analytic hierarchy process (AHP) to the performance evaluation of employees of a management consulting company. Performance evaluation of employees is a complex task that must take into account various aspects and evaluation criteria. Each employee of the company participates during the period being considered in several projects and his/her overall performance is an aggregation of individual performances in particular projects. This aggregation is based on the weights of the projects that usually depend on man-days the employees participated in the projects or their financial contributions. AHP is a tool for structuring and analysis of complex decision making problems and seems to be an ideal tool for this task. The proposed AHP model combines relative and absolute measurement and allows deriving overall performance scores of the employees easily and quickly without the necessity to use any specialized software.

Key words
Analytic hierarchy process, Human resource management, Performance evaluation

JEL classification
C60, M51

[1] Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra ekonometrie, nám. W. Churchilla 4, 13067 Praha 3, jablon@vse.cz

[2] Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, Kamýcká 129, 16500 Praha 6, llidinska@csas.cz

1. Úvod

Řízení lidských zdrojů je jedním z velmi důležitých problémů v každé firmě. Součástí této aktivity je i hodnocení výkonnosti pracovníků. Toto hodnocení lze chápat jako vícekriteriální úlohu, protože na finální hodnocení pracovníka má vliv celá řada ukazatelů či kritérií. Cílem článku je navrhnout snadno aplikovatelný model pro hodnocení výkonnosti pracovníků v mezinárodní konzultační firmě. Tato úloha je vícekriteriálním rozhodovacím problémem (MCDM) s několika specifickými rysy. Pro hodnocení pracovníků byly v minulosti použity různé MCDM modely a metody. Jedním z nejčastěji aplikovaných přístupů je analytický hierarchický proces (AHP) navrženy T. Saatym v 70. letech minulého století. AHP je v naší studii hlavním metodickým nástrojem. Druhý oddíl tohoto článku proto připomíná hlavní principy metody AHP a stručně diskutuje vybrané aplikace této metody v oblasti řízení lidských zdrojů (HRM). Následující oddíl 3 popisuje konkrétní aplikaci metody AHP v konzultační firmě působící v České republice. Závěrečná část práce diskutuje dosažené výsledky a možnosti dalšího rozvoje navrženého modelu.

2. Analytický hierarchický proces

AHP je jedním z nejpopulárnějších nástrojů pro analýzu složitých rozhodovacích problémů. I když byl navržený již v 70. letech minulého století, je stále předmětem zájmu z hlediska teorie i praktických aplikací. Podrobné informace o AHP jsou k dispozici na příklad v knize Saaty (1990). V tomto oddílu budou prezentovány pouze základy AHP v rozsahu nezbytném pro další analýzu. Zmíníme se i o některých aplikacích AHP v oblasti řízení lidských zdrojů.

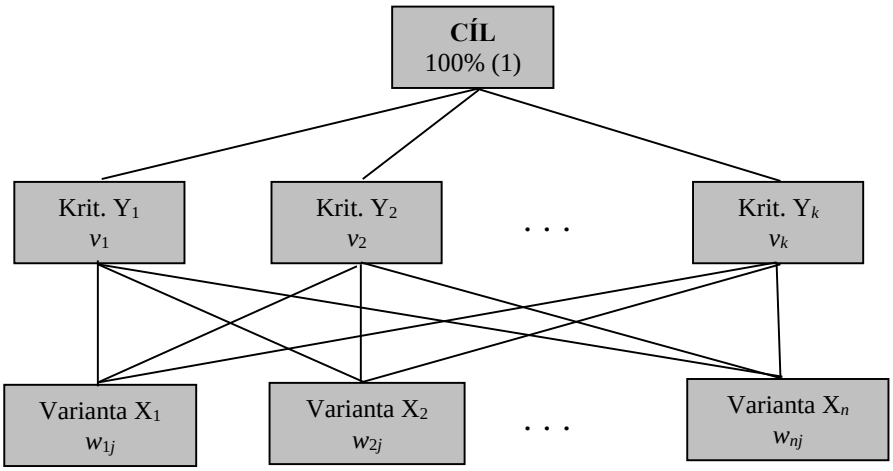
Aplikace AHP jsou velmi četné a zahrnují v podstatě všechny oblasti ekonomického života. Mezi nimi jsou samozřejmě i aplikace, které se týkají řízení a hodnocení lidských zdrojů. (Taylor et al., 1998) se věnovali hodnocení kandidátů ucházející se o jistou pozici ve firmě. (Albayrak and Ersenal, 2004) použili AHP model, který je blízký hlavnímu zaměření tohoto článku, s cílem přispět ke zvýšení výkonnosti hodnocených pracovníků. (Islam and Rasad, 2006) navrhli AHP model pro hodnocení výkonnosti téměř 300 pracovníků jisté společnosti. Jejich model používá 6 hlavních skupin kritérií a dosažené výsledky jsou porovnávány s aktuální praxí, používanou ve firmě. Velmi rozsáhlý přehled aplikací AHP v různých oblastech je obsažený v článku (Vaidya and Kumar, 2006). Jeho jedna část se věnuje AHP aplikacím v HRM. Další a novější přehled aplikací, který obsahuje kategorizaci téměř 300 článků (včetně HRM) je k dispozici v článku (Subramanian and Ramanathan, 2012). Zajímavá studie o AHP modelování v HRM byla publikována autorem AHP metodiky v (Saaty et al., 2007). Na základě různých příkladů tento článek ukazuje, jakým způsobem lze aplikovat AHP model s absolutním měřením preferencí spolu s modelem lineárního programování pro optimalizaci alokace lidských zdrojů.

AHP rozděluje rozhodovací problém na několik hierarchických úrovní, které jsou analyzovány samostatně. AHP hierarchie může obsahovat různé prvky, které ovlivňují finální výsledek, nicméně následující části jsou v AHP modelu obsaženy vždy:

- Cíl rozhodování.
- Rozhodovací kritéria (případně subkritéria).
- Varianty nebo scénáře, které jsou obvykle na poslední úrovni hierarchie.

Obr. 1 ukazuje jednoduchou tříúrovňovou hierarchii, která reprezentuje tradiční MCDM problém - hodnocení n variant $X_1, X_2, \ldots, X_n$, podle k rozhodovacích kritérií $Y_1, Y_2, \ldots, Y_k$.

Obr. 1: Trojstupňový AHP model



Zdroj: Vlastí zpracování

Základní princip AHP spočívá v dělení celkových preferencí z nejvyšší úrovně hierarchie na úrovně podřízené podle preferencí rozhodovatele. Na obr. 1 je celková preference na nejvyšší úrovni 100 %. Ta je potom rozdělena na podřízenou úroveň a tím jsou určeny váhy kritérií v_1, v_2, …, v_k. Podobně dále kritéria předávají svoje preference (váhy) variantám na další úrovni a tím jsou odvozeny preferenční indexy variant w_{ij}, $i = 1,2,\ldots, n$, $j = 1,2,\ldots, k$, které vyjadřují míru preference variant X_i ve vztahu ke kritériu Y_j. Rozhodovatel vyjadřuje své preference párovým porovnáním dvou prvků na jedné úrovní ve vztahu k prvku o úroveň výše. Tato hodnocení jsou uspořádána do matice párových porovnání, která má následující podobu:

$$\mathbf{A} = \left\{ a_{ij} \middle| a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}, a_{ij} > 0, i, j = 1,2,\ldots,k \right\}, \tag{1}$$

kde k je počet prvků (na příklad kritérií) na dané úrovni. (Saaty, 1990) navrhuje používat pro vyjádření preferencí celá čísla v rozpětí od 1 do 9, kde hodnota 1 znamená, že i-tý a j-tý prvek jsou stejně důležité a hodnota 9 znamená, že i-tý prvek je extrémně důležitější než j-tý prvek. Diagonální prvky matice párových porovnání a_{ii} jsou rovny 1. Lokální preference (váhy kritérií v_j, $j = 1,2,\ldots, k$) jsou potom odvozeny jako vlastní vektor příslušející největšímu vlastnímu číslu λ_{max} matice **A** a normalizovány na jednotkový součet, tedy:

$$\begin{aligned} &\mathbf{Av} = \lambda_{max}\mathbf{v}, \\ &\sum_{j=1}^{k} v_j = 1, \end{aligned} \tag{2}$$

Vektor **v** může být přitom odvozený takto:

$$\lim_{h\to\infty} \frac{\mathbf{A}^h\mathbf{e}}{\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^h\mathbf{e}} = c\mathbf{v}, \tag{3}$$

kde $\mathbf{e}^{\mathrm{T}} = (1,1,\ldots 1)$ a c je skalár, tzn. řádkové součty h-té mocniny matice párových porovnání dělené součtem všech prvků se limitně blíží k c**v.** Takto získané hodnoty jsou normalizovány a tím je daný vlastní vektor odvozený. Tato procedura bude dále využívána v naší studii. I když není procedura založená na výrazu (3) nijak komplikovaná, v mnoha aplikacích autoři pracují raději s přibližnými metodami, které jsou výpočetně méně náročné. Asi nejpopulárnější v tomto ohledu je metoda logaritmických nejmenších čtverců. V tomto případě jsou preference (váhy

kritérií) získány jako geometrický průměr všech prvků v jednotlivých řádcích matice **A** a následně normalizovány takto:

$$v_i' = \left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij} \right)^{\frac{1}{k}}, i = 1,2,\ldots,k,$$
$$v_i = \frac{v_i'}{\sum_{j=1}^{k} v_j'}, i = 1,2,\ldots,k. \quad (4)$$

Pro odvození lokálních preference všech variant ve vztahu k *j*-tému kritériu w_{ij}, $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,k$, musí rozhodovatel sestavit k matic párových porovnání $\mathbf{B}^q$, $q = 1,2,\ldots,k$, řádu n s prvky b^q_{ij}, které vyjadřují míru preference i-té varianty nad j-tou variantou při hodnocení podle kritéria q. Matice $\mathbf{B}^q$ mají stejné vlastnosti jako matice **A**. Lokální preference w_{ij} mohou být vypočteny podobným způsobem, jak již bylo uvedeno, tj. pomocí (2) nebo (3).

Jedním z klíčových problémů při aplikaci metody AHP je měření konzistence matic párových porovnání. Matice A je konzistentní (nebo plně konzistentní), jestliže pro všechny trojice indexů i, j, p platí:

$$a_{ij}\, a_{jp} = a_{ip},\ i, j, p = 1, 2, \ldots, k. \quad (5)$$

Je zřejmé, že matice **A** bude plně konzistentní pouze ve velmi speciálních případech. Pro získání odpovídajících výsledků však tyto matice musí splňovat alespoň nějaké minimální požadavky na konzistenci. AHP používá jako nejobvyklejší míru konzistence tzv. poměr konzistence *C.R.*, který je definován jako index konzistence *C.I.* dělený náhodným indexem *R.I.*, kde

$$C.I. = \frac{\lambda_{\max} - k}{k - 1}. \quad (6)$$

a hodnoty *R.I.* pro matice řádu k jsou k dispozici na příklad v knize (Saaty, 2009). Nižší hodnoty poměru konzistence jsou samozřejmě lepší a neměly by přesáhnout hodnotu 0,1. V případě, že není tato hranice dodržena, nepovažuje se matice za dostatečně konzistentní a rozhodovatel musí zkontrolovat a případně modifikovat některé prvky příslušné matice párových porovnání tak, aby se míra konzistence zlepšila.

Globální preferenční indexy variant X_i (7) se potom získají syntézou lokálních preferencí. Podle globálních indexů lze potom varianty uspořádat:

$$u(X_i) = \sum_{j=1}^{k} w_{ij}, \quad i = 1,2,...,n. \quad (7)$$

Výše popsaná procedura se často označuje jako AHP s relativním vyjádřením preferencí, protože všechny prvky (kritéria, varianty) jsou porovnávány navzájem vůči sobě. Tato párová porovnání jsou uspořádána do matic a jsou odvozeny lokální a nakonec i globální preference. AHP s relativním vyjádřením preferencí může být ovšem použita jen tehdy, když je počet prvků na jedné hierarchické úrovni relativně malý ($n < 10$). V případě, že je počet těchto prvků vyšší (zpravidla se jedná o počet variant), potom je prakticky nemožné vytvořit matici párových porovnání, protože počet jejich prvků je velmi velký a počet potřebných porovnání pro vytvoření matice je $n(n - 1)/2$. V takovém případě AHP nabízí jiný postup, který se označuje jako AHP s absolutním vyjádřením preferencí. Při aplikaci tohoto postupu nejsou prvky na poslední úrovni hierarchie (zpravidla varianty) porovnávány vzájemně vůči sobě ale jsou hodnoceny zařazením do některého prvku hodnotící škály. Prvkům hodnotící škály jsou

standardním AHP postupem (párové porovnání) přiřazeny relativní preference, pomocí kterých jsou potom jednotlivé varianty hodnoceny. AHP s absolutním vyjádřením preferencí je jednoduchý nástroj, který umožňuje snadno a rychle hodnotit a uspořádat i velmi vysoký počet variant.

3. Aplikace AHP modelu pro hodnocení výkonnosti pracovníků v konzultační firmě

Studie, která bude prezentována v tomto oddílu, vychází z dlouhodobých zkušeností jednoho z autorů v jedné významné mezinárodní konzultační firmě, která působí v České republice. Tato firma poskytuje konzultační a poradenské služby a zaměstnává více než 300 konzultantů. Jedná je o projektově orientovanou společnost, kde se obvykle jednotliví pracovníci (konzultanti) v průběhu hodnoceného období účastní několika projektů. Každý projekt má svého vedoucího, který po jeho skončení jistým způsobem hodnotí jednotlivé členy týmu. Současná praxe v dané společnosti je taková, že vedoucí projektu zpracovává hodnocení pracovníků ve vztahu k následujícím čtyřem okruhům (kritériím):

1. *Kritérium C1*. Vzhledem k tomu, co vím o výkonu tohoto pracovníka, a pokud by se jednalo o mé peníze, ohodnotil bych jej/ji co nejvyšším bonusem. Vedoucí projektu hodnotí pracovníky pomocí pětiprvkové škály od *absolutně souhlasím* (*strongly agree*) to *absolutně nesouhlasím* (*strongly disagree*).
2. *Kritérium C2*. Vzhledem k tomu, co vím o výkonu tohoto pracovníka, chtěl bych ho/ji mít ve svém týmu. Odpověď v tomto případě ukazuje na schopnost pracovníka pracovat s ostatními. Pracuje se zde se stejnou pětiprvkovou škálou jako v předchozím případě.
3. *Kritérium C3*. Tento pracovník je rizikový s ohledem na nízký výkon. Odpověď zde ukazuje na potenciální nespokojenost zákazníka nebo nesoulad v týmu. Jako odpověď se používá pouze *ano*/*ne*.
4. *Kritérium C4*. Tohoto pracovníka doporučuji k okamžitému povýšení. Toto kritérium měří potenciál pracovníka a odpovědi jsou zde opět pouze *ano* nebo *ne*.

Váhy kritérií jsou odvozeny na základě toho, jak rozhodovatelé vnímají jejich důležitost. Jejich přímé určení není obvykle možné vzhledem k charakteru lidského uvažování. AHP metodologie poskytuje mnohem přívětivější způsob, jak váhy kritérií určit. Matice párových porovnání a odvozené váhy včetně poměru konzistence jsou uvedeny v tab. 1. Pro potřeby této studie byla matice vytvořena jedním zkušeným senior konzultantem a dlouholetým vedoucím projektů.

Tab. 1: Matice párových porovnání – váhy kritérií

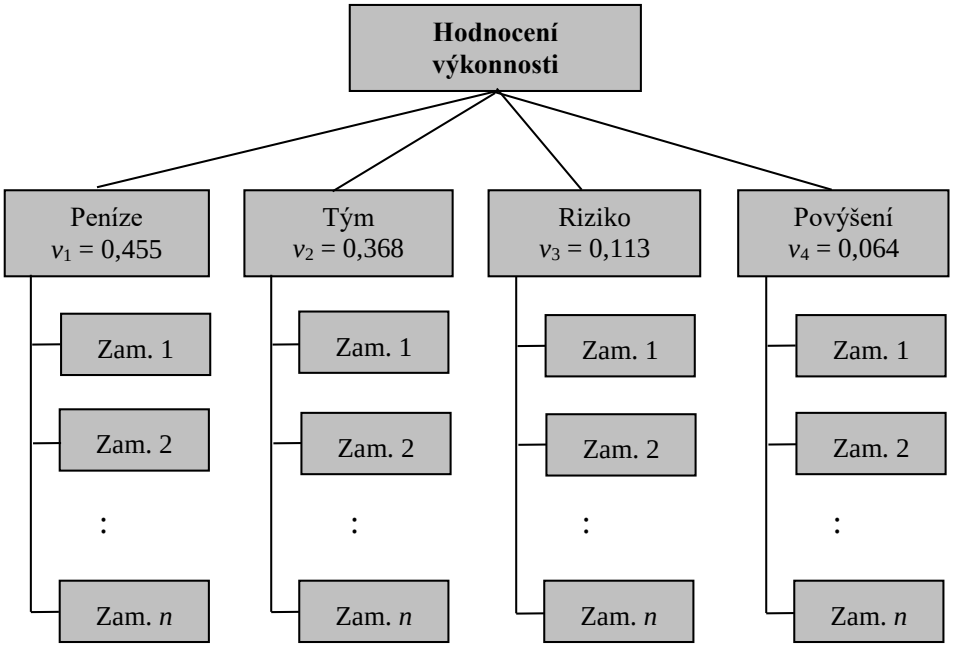
C.R. = 0.012	C1	C2	C3	C4	Váhy
C1 – Peníze	1	1	5	7	0,4554
C2 – Tým	1	1	3	5	0,3676
C3 – Riziko	1/5	1/3	1	2	0,1128
C4 – Povýšení	1/7	1/5	1/2	1	0,0643

Zdroj: Vlastí zpracování

Pro první dvě z uvedených kritérií je používána shodná pětiprvková stupnice, kde hodnocení *absolutně souhlasím* je v obou případech nejlepší. Pro druhá dvě kritéria se uvažuje pouze *ano*/*ne* volba a pro kritérium C3 znamená *ano* hodnocení negativní, kdežto pro kritérium C4 je to hodnocení pozitivní. AHP model odpovídá obecnému modelu, který je uvedený na obr. 1. Konkretizace pro náš případ je znázorněná na obr. 2 (včetně vah kritérií odvozených v tab. 1).

Vzhledem k potenciálně vysokému počtu hodnocených pracovníků není možné použít AHP model s relativním vyjádřením preferencí. Pro každé kritérium je proto třeba odvodit ohodnocení jednotlivých prvků hodnotících stupnic. Pro první dvě kritéria pracujeme se stejnou stupnicí a ohodnocení jednotlivých stupňů je odvozené párovým porovnáním tak, jak je uvedeno v tab. 2. Podobně tomu je pro poslední dvě kritéria (tab. 3). Je třeba si však uvědomit, že pro C3 je hodnocení *Ano* negativní a pro C4 je stejné hodnocení pozitivní.

Obr. 2: Hodnocení výkonnosti pracovníků



Zdroj: Vlastí zpracování

Tab. 2: Pětiprvková stupnice – odvození preferencí

C.R. = 0.011	AS	S	P	N	AN	Preference
Absolutně souhlasím (AS)	1	2	4	6	8	0,4710
Souhlasím (S)	1/2	1	2	4	6	0,2677
Průměr (P)	1/4	1/2	1	2	4	0,1425
Nesouhlasím (N)	1/6	1/4	1/2	1	2	0,0751
Absolutně nesouhlasím (AN)	1/8	1/6	1/4	1/2	1	0,0437

Zdroj: Vlastí zpracování

Tab. 3: Ano/Ne stupnice – odvození preferencí

C.R. = 0.000	Ano	Ne	Preference
Ano	1	9	0,900
Ne	1/9	1	0,100

Zdroj: Vlastí zpracování

Model prezentovaný na obr. 2 umožňuje hodnocení pracovníků pouze v rámci jednoho projektu. Pracovníci se ovšem v rámci hodnoceného období účastní více projektů. Jestliže označíme E_j^i míru výkonnosti *j*-tého pracovníka během *i*-tého projektu ($i = 1,2,\ldots,k$) a h_j^i počet hodin, po kterých se *j*-tý pracovník účastnil *i*-tého projektu, potom vyjádříme celkovou míru

výkonnosti *j*-tého pracovníka E_j jako vážený součet dílčích výkonnosti, kde váhy jsou počty dnů, po kterých se pracovník účastnil projektů:

$$E_j = \frac{\sum_{i=1}^{k} E_j^i h_j^i}{\sum_{i=1}^{k} h_j^i}, \qquad j = 1,2,...,n, \tag{8}$$

Je zřejmé, že celková míra výkonnosti $E_j \in [0, 1]$ a vyšší hodnoty indikují vyšší výkonnost. Na základě výše uvedeného lze snadno ukázat, že s uvedenými vahami kritérií je hodnota míry výkonnosti pracovníka v rámci jednoho projektu maximálně 0,5470 (pokud je pracovník hodnocený podle všech kritérií nejlépe). Naopak, minimální míra výkonnosti je 0,0537, které je dosaženo, pokud je pracovník hodnocený nejhůře podle všech kritérií. Detailní kalkulace obou hodnot je ilustrována v tab. 4. Vhledem k uvedeným maximálním a minimálním hodnotám a kvůli lepší interpretovatelnosti výsledků jsou míry výkonnosti normalizovány tak, aby nejvyššímu výkonu odpovídalo skóre 1 (100 %) a nejnižšímu výkonu skóre 0. Tab. 4 obsahuje ukázku výpočtu pro 3 pracovníky E1, E2 a E3. E1 dosahuje nejlepší hodnocení podle prvních dvou kritérií, není rizikový a je doporučený pro povýšení. Naopak E3 má nejhorší hodnocení podle prvních dvou kritérií, je rizikový a není doporučený pro povýšení. E2 je potom pracovník s průměrným hodnocením. Celková míra výkonnosti (PM skóre) je daná jako skalární součin vektoru vah a vektoru preferencí. Na příklad PM skóre pro pracovníka E2 je takto:

$$E_2^i = 0,2677(0,455) + 0,1425(0,368) + 0,900(0,113) + 0,100(0,064) = 0,2822.$$

Míry výkonnosti jsou normalizovány a jsou potom uvedeny v posledním sloupci tab. 4.

Tab. 4: Hodnocení výkonnosti – ilustrace

Kritéria	Peníze	Tým	Riziko	Povýšení	PM skóre	Normalizované
Pracovníci/Váhy	0.455	0.368	0.113	0.064		skóre
E1	AS (0,4710)	AS (0,4710)	Ne (0,900)	Ano (0,900)	0,5470	1,000
E2	S (0,2677)	P (0,1425)	Ne (0,900)	Ne (0,100)	0,2822	0,463
E3	AN (0,0437)	AN (0,0437)	Ano (0,100)	Ne (0,100)	0,0537	0,000

Zdroj: Vlastí zpracování

Procedura hodnocení výkonnosti popsaná výše je založená na hodnocení pracovníků vedoucími projektů, tzn. jeden rozhodovatel (vedoucí projektu) hodnotí podřízené pracovníky. Navržený model by však bylo poměrně jednoduché rozšířit pro případ více rozhodovatelů. V takovém případě by se AHP hierarchie (obr. 2) musela rozšířit o další úroveň, kde by byli jednotliví rozhodovatelé.

Jak již bylo uvedeno, pracovníci se během sledovaného období účastní několika projektů. Tyto projekty se vzájemně liší trváním projektu, které je vyjádřené počtem dní, a finančním přínosem projektu. V naší ilustraci budeme pracovat s časovým rozlišením mezi projekty. Tab. 5 obsahuje přehled vybraných 22 pracovníků jednoho oddělení z oblasti finančního poradenství, kteří se účastnili v průběhu roku několika projektů tak, jak je uvedené v tab. 5. Údaje v tabulce jsou počty dnů, po které se pracovník účastnil daného projektu. Vzhledem k relativně vysokém počtu pracovníků není možné pro všechny detailně ilustrovat výpočet jejich míry výkonnosti. Tab. 6 proto přináší výpočet pro první tři z nich, tj. pro pracovníky A,

B a C. Pracovník A se během roku účastnil pouze dvou projektů, B byl zapojený do čtyř projektů a C do pěti různých projektů. Je jasné, že každého z pracovníků může hodnotit více vedoucích projektů.

Tab. 5: Přehled účasti pracovníků v projektech (dny)

Pracovník /Projekt	Účast pracovníků v projektech												Celkem za hodnocené období
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	
A						132		68					200
B	33					86				25	43		187
C			24	43					38	45	21		171
D	40	25	30		37		15	22	26				195
E		172											172
F	33	18	27					34	25	19	28	15	199
G	93					86							179
H			30	80			43						153
I	88			95									183
J					98					75			173
K	54	29	33		60								176
L				66			76					45	187
M			18	39			45	49	16		21		188
N			44		52		30		25		33		184
O		28			36	35	48				25		172
P			12		30		55	20	36	28		15	196
R	28			33	55	25			30				171
S		96			88								184
T			38			82			68			11	199
U	38					28		85					151
V	24	28	16	34	25	18	26	15				12	198
W						89				88			177

Zdroj: Vlastí zpracování

Tab. 6 obsahuje pro uvedené tři pracovníky seznam projektů, kterých se účastnili včetně počtu dnů, po které se projektů účastnili. Dále je zde uvedené jejich hodnocení pro jednotlivé projekty a vypočtená PM skóre a jejich normalizované hodnoty. Vzhledem k tomu, že se každý pracovník účastní několika projektů, bude jeho celková míra výkonnosti podle (8) váženým aritmetickým průměrem jednotlivých PM skóre, kde váhy jsou počty dnů účasti v projektech. Ilustrace výpočtu pro pracovníka C je uvedena níže:

$$E_C = \frac{0,4179(24)+0,7081(43)+0,5614(38)+0,2581(45)+0,8485(21)}{24+43+38+45+21} = \frac{91,58}{171} = 0,5356.$$

Výsledky pro všechny pracovníky naší ilustrace jsou uvedeny v tab. 7. Tato tabulka obsahuje pro všechny pracovníky celkový počet dnů, po které se účastnili všech projektů za sledované období (jmenovatel výrazu (8)), vážený součet normalizovaných měr výkonnosti (čitatel výrazu (8)), celkovou míru výkonnosti pracovníka E_j za celé období v procentech a v posledním sloupci uspořádání pracovníků podle jejich celkové míry výkonnosti. Výsledky ukazují, že mezi tři nejlépe hodnocené pracovníky patří I, U a L. Na základě těchto výsledků

management firmy může přijmout rozhodnutí o personálních otázkách jako je povýšení nebo benefity včetně finančního ohodnocení.

Tab. 6: Hodnocení výkonnosti pracovníků A, B a C

Pracovník	Projekt (Délka)	Peníze 0,455	Tým 0,368	Riziko 0,113	Povýšení 0,064	PM skóre	Normalizované skóre
A	P8 (68)	**S** (0,2677)	**AS** (0,4710)	**Ne** (0,900)	**Ne** (0,100)	0,4030	0,7081
A	P6 (132)	**AS** (0,4710)	**P** (0,1425)	**Ne** (0,900)	**Ne** (0,100)	0,3748	0,6510
B	P10 (25)	**AS** (0,4710)	**P** (0,1425)	**Ne** (0,900)	**Ano** (0,900)	0,4262	0,7552
B	P6 (43)	**AS** (0,4710)	**N** (0,0751)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,2598	0,4179
B	P11 (86)	**S** (0,2677)	**P** (0,1425)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,1920	0,2804
B	P1 (33)	**P** (0,1425)	**S** (0,2677)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,1810	0,2581
C	P3 (24)	**AS** (0,4710)	**N** (0,0751)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,2598	0,4179
C	P4 (43)	**S** (0,2677)	**AS** (0,4710)	**Ne** (0,900)	**Ne** (0,100)	0,4030	0,7081
C	P9 (38)	**AS** (0,4710)	**S** (0,2677)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,3306	0,5614
C	P10 (45)	**P** (0,1425)	**S** (0,2677)	**Ano** (0,100)	**Ne** (0,100)	0,1810	0,2581
C	P11 (21)	**AS** (0,4710)	**S** (0,2677)	**Ne** (0,900)	**Ano** (0,900)	0,4722	0,8485

Zdroj: Vlastí zpracování

4. Závěr

Hlavním cílem studie bylo navrhnout jednoduchý a snadno aplikovatelný systém, který umožní rozhodovatelům (management konzultační firmy) hodnotit výkonnost pracovníků s minimum dodatečných vstupních informací a bez nutnosti aplikovat jakékoliv složité metody. Navržený postup byl verifikován na reálném datovém souboru v rámci jednoho oddělení konzultační firmy. Jako hlavní modelovací nástroj byla použita metoda AHP, přičemž byla aplikovaná kombinace AHP s relativním a absolutním vyjádřením preferencí. Výhodou celého postupu je, že celý systém lze poměrně snadno realizovat v prostředí MS Excel a že tedy není nutné používat jakýkoliv specializovaný software.

Systém má jistě své limity, což je dané částečně jeho jednoduchostí. Z hlediska interpretace výsledků je na příklad problematická skutečnost, že maximální celková míra výkonnosti je 100 %. Aby nějaký pracovník takové hodnocení získal, musel by být ve všech projektech, do kterých je zapojený, hodnocený podle všech kritérií maximálně pozitivně, což je nereálné. Ve skutečnosti tedy budou mít všichni pracovníci hodnocení nižší než 100 %. Z psychologického hlediska by však měla být hodnota 100 % přiřazená dobrým pracovníkům, kteří si řádně plní své úkoly a povinnosti a nadprůměrní by měli mít ohodnocení vyšší. Je otázkou diskuse jak současné vypočtené hodnoty transformovat.

Jinou možností, jak rozšířit navržený systém je aplikace metody ANP (Analytic Network Process). ANP je zobecněním AHP, které uvažuje vzájemné vazby mezi prvky, které tvoří

rozhodovací problém. ANP uvažuje rozhodovací problém jako síť (namísto hierarchie, kterou uvažuje AHP), což poskytuje lépe modelovat celou řadu reálných situací. Podrobnější informace o ANP lze nalézt na příklad v (Saaty, 1996). V literatuře lze nalézt celou řadu případů aplikace ANP v oblasti řízení lidských zdrojů. V naší studii jsme se rozhodli pro AHP hlavně z důvodu jeho jednoduchosti a z důvodu minimalizace požadavků na informace od vedoucích projektů.

Tab 7: Celková míra výkonnosti pro pracovníky

Pracovník	Celkem hodin	E_j	Celková výkonnost	Pořadí
A	200	134,34	67,17	4
B	187	75,64	40,45	18
C	171	91,58	53,56	11
D	195	124,86	64,03	7
E	172	114,55	66,60	5
F	199	82,58	41,50	16
G	179	57,28	32,00	20
H	153	100,33	65,57	6
I	183	151,27	82,66	1
J	173	12,46	7,20	22
K	187	68,27	36,51	19
L	176	122,60	69,66	3
M	188	106,80	56,81	10
N	184	92,99	50,54	14
O	172	104,07	60,51	9
P	196	100,48	51,26	13
R	171	90,79	53,09	12
S	199	51,61	25,94	21
T	184	74,63	40,56	17
U	151	117,44	77,77	2
V	198	120,67	60,94	8
W	177	75,03	42,39	15

Zdroj: Vlastí zpracování

Článek vznikl v rámci projektu Grantové agentury České republiky, projekt 16-01821S - *Modely pro hodnocení výkonnosti, benchmarking a alokaci zdrojů ve veřejném sektoru*

Literatura

1. Albayrak, E. and Erensal, Y.C. (2004). Using analytic hierarchy process (AHP) to improve human performance: An application of multiple criteria decision making problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 15(4): 491-503.
2. Islam, R. and Rasad, S.M. (2006). Employee performance evaluation by the AHP: A case study. *Asia Pacific Management Review*, 11(3): 163–176.
3. Saaty, T.L. (1990). *The Analytic Hierarchy Process*, RWS Publications, Pittsburgh.
4. Saaty, T.L. (1996). *Decision Making with Feedback: The Analytic Network Process*. RWS Publications, Pittsburg.

5. Saaty, T.L., Peniwati, K. and Shang, J.S. (2007), The analytic hierarchy process and human resource allocation: Half the story. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8): 1041–1053.
6. Subramanian, N. and Ramanathan, R. (2012). A review of applications of analytic hierarchy process in operations management. *International Journal of Production Economics*, 138(2): 215–241.
7. Taylor, F.A., Ketcham, A.F. and Hoffman, D. (1998). Personnel evaluation with AHP. *Management Decision*, *36* (10): 679–685.
8. Vaidya, O.S. and Kumar, S. (2006). Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*, 169(1): 1–29.

European Standard of Actuarial Practice - Actuarial Function Report under Solvency II Directive 2009/138/EC

Mária Kamenárová[1], Katarína Sakálová[2]

Abstract

The Actuarial Function Report is prepared by the Actuarial Function Holder to provide the opinion on the Underwriting Policy, the Reinsurance Arrangements that insurance company has in place. The assessment of the compliance of the implementation of the processes related to the Technical Provisions under the Solvency II regulation. The processes of Technical Provision fairly valuation includes assessment of the Sufficiency and Quality of Data, Methodologies and Models selection, end to end process evaluation and its being in compliance with the Delegated Acts for Solvency II, the Back Testing, the Movement Analyses, the Sensitivity Analyses. The Actuarial Function Holder has to provide the overall opinion and the advice for the future improvements. The content of the Actuarial Function Report is determined by the regulatory requirements under Directive 2009/138/EC but also by the professional body as the European Standard of Actuarial Practice. The standard has been adopted by the Slovak Society of Actuaries.

Key words

Insurance, Actuarial Function, European Standard of Actuarial Practice, Actuarial Function Report.

JEL classification

G22

[1] Ekonomická univerzita Bratislava, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská1/b, Bratislava 852 35, mkamenarova@gmail.com

[2] Ekonomická univerzita Bratislava, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská1/b, Bratislava 852 35, katarina.sakalova@euba.sk

Analytické trendy v praxi
Analytics Trends in practise

Jana Kovaľová[1]

Abstract

We face a reality of exploding volumes of increasingly diverse data. Every individual, every executive, every organization – and now, with the Internet of Things (IoT), every object is on a digital journey. With big data, IoT and other high-visibility data initiatives, the need for analytics is moving from a small analytics team to a more broad-based effort that transcends boundaries and analytics has become extremely important to business.

Organizations are forecasting more frequently, with an eye toward capturing different versions of the future. The increased frequency of generating forecasts has led many organization to automate forecast and planning processes.

Descriptive analysis helps organization to achieve better hindsight, which led to forecasting and other predictions, which has finally ended in today's transformative step: advanced analytics. New trends in analytics are represented by big data, machine learning, deep learning, advanced visualization and visualization of big data, pattern recognition and using unstructured data for analysis.

Key words

Advanced analytics, prediction, data visualization, unstructured data, new trends in analytics

[1] SAS Slovakia, s.r.o., **www.sas.com/slovakia**, jana.kovalova@sas.com.

Využitie skupiny modelov pre nowcasting HDP
Using Multiple Models to Nowcast GDP

Marek Mičúch[1]

Abstract
Publication delay of official estimates of GDP after reference quarter adds importance to nowcasting process. To nowcast GDP of the Slovak economy opinion survey data together with hard data are considered. Nowcasted is quarterly (q-o-q) GDP growth. Input data has monthly frequency and nowcasting frequency is also monthly. Nowcasting is to shape expectations on GDP growth when the newest monthly data are available in the meantime between official publication dates of the GDP growth. Nowcasting output is also used in the macroeconomic projection exercise as one of the inputs. Monthly frequency data are taken into account as they have shown acceptable quality in nowcasting process. Data are processed using three approaches: factor models (DFM), OLS equations, and bridge equations. Final result is weighted average of the three approaches. Nowcasted GDP growth represents pure technical estimate as no prior assumptions or posterior judgements are considered. Outcome is published on the web site of the NBS at latest on the 20th of the current month and in the Monthly Bulletin of the NBS. Now-casting neither represents official projection of the Bank nor reflects the views of the members of the Board.

Key words
GDP, factor models, OLS equations, bridge equations

[1] Národná banka Slovenska, Imricha Karvaša 1, 813 25 Bratislava, marek.micuch@nbs.sk.

The quality of life in Poland and Slovakia

Paweł Ulman[1]

Abstract
Studying the quality of life in individual societies is a demanding task both in the sphere of theoretical considerations over the concept of this problem and in its measurement. It transfers further into the possibility of analyzing the variation in quality of life in the examined population what can ultimately be relevant for the developing of appropriate social policy in this area. Quality and quantity information is used to measure the quality of life. In the first case, we can simply ask the respondents for the level of satisfaction of life or happiness, while in the second the information about the different aspects of life that are assumed to be important for the quality of life are taken into consideration.
In this context, the interesting research issue is the answer to the question of what is the quality of life in Poland and Slovakia. Statistical data from the EQLS (European Quality of Life Survey) can be used to achieve this aim. They contain information on the quality of life for various European countries. The paper presents the results of statistical comparative analysis of the quality of life of people in Poland and Slovakia using qualitative and quantitative data. The results of the analysis of the variation in quality of life assessment based on the answers to the question about the level of happiness and these obtained based on aggregate measure (considering various aspects of human life) will also be presented.

Key words
quality of life, aggregate measurement, comparative analysis

[1] Cracow University of Economics, Faculty of Management, Department of Statistics, Rakowicka 27, 31-510 Cracow, Poland, ulmanp@uek.krakow.pl.

1. sekcia

1st Section

Informačné technológie a informačné systémy

Informatics technologies and information systems

Obsah

JURÍK Pavol
Možnosti a prínosy virtualizácie v podnikovej informatike 18

SCHMIDT Peter
Integrované vyučovanie ako nástroj na skvalitnenie vzdelávacieho procesu..... 26

SOJKA Pavol
Problematická bezpečnosť nastupujúceho internetu vecí 31

SZIVÓSOVÁ Mária
Analýza vplyvu marketingu na sociálnych sieťach pomocou vybranej webovej analytiky 38

Možnosti a prínosy virtualizácie v podnikovej informatike

Options and benefits of virtualization in business informatics

Pavol Jurík[1]

Abstrakt
Virtualizácia je pojem, o ktorom sa v súčasnosti vo svete informačno-komunikačných technológií pomerne často hovorí. Nejde o žiadnu novinku, keďže sa po prvýkrát objavil už v priebehu 60. rokov 20. stor. ako označenie pre metódu, resp. spôsob na logické rozdelenie výpočtových prostriedkov sálového počítača medzi viacero aplikácií. Odvtedy sa však chápanie tohto pojmu posunulo a postupom času vzniklo viacero rôznych typov virtualizácie, vďaka čomu ide o problematiku, ktorá je stále veľmi aktuálna. Cieľom tohto článku je vytvoriť prehľad rôznych typov virtualizácie, ktoré sú použiteľné v podnikovej informatike, spolu so zrozumiteľnými a presnými vysvetleniami ich špecifík a vzájomných odlišností.

Kľúčové slová
Podniková informatika, virtualizácia, server, osobný počítač, dátové úložisko, podnikové aplikácie

Abstract
Virtualization is a term that is relatively often spoken in the world of information and communication technology. It is not a novelty as it first appeared in the 1960s as a term for a method, respectively a way for logically dividing computing resources of a mainframe computer among multiple applications. Since then, however, understanding of this term has shifted and, over time, many different types of virtualization have emerged, which is why the issue is still very up to date. The purpose of this article is to provide an overview of different types of virtualization that are applicable in business informatics together with comprehensible and precise explanations of their specifics and mutual differences.

Key words
Business informatics, virtualization, server, personal computer, data storage, business applications

JEL classification
L86

1 Úvod

Pojem virtualizácia v informatike označuje proces alebo techniku, prostredníctvom ktorej je možné nahradiť určitý softvérový alebo hardvérový prostriedok softvérovou vrstvou, ktorá je naprogramovaná tak, aby bola schopná zastúpiť jeho funkcie. Systém sa teda „domnieva“, že komunikuje priamo s určitým konkrétnym softvérovým alebo hardvérovým prostriedkom, no v skutočnosti komunikuje len s aplikáciou, ktorá sa za tento prostriedok vydáva. Na situáciu sa môžeme pozrieť aj z opačného hľadiska tak, ako to definujú Gála, Pour a Šedivá, podľa ktorých hlavnou myšlienkou virtualizácie je vytvoriť určitému objektu, či už je to používateľ,

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, pavol.jurik.euba@gmail.com

aplikácia, server alebo operačný systém, ilúziu, že má k dispozícii kompletnú výpočtovú platformu.“ (Gála, Pour, Šedivá, 2015).

Postupom času sa objavili mnohoraké spôsoby využitia tohto konceptu s cieľom umožniť efektívnejšie využívanie technických a technologických prostriedkov informačného systému. Používateľom alebo aplikáciám je napr. pomocou virtualizácie možné vytvoriť ilúziu, že na spracovanie ich požiadaviek majú k dispozícii kompletný systém spracovania dát, aj keď v skutočnosti sa o výpočtové prostriedky delia s ďalšími používateľmi a aplikáciami. Ilúziu tohto typu je možné vytvárať aj na strane serverov, osobných počítačov (desktopov), počítačovej siete, dátových úložísk a pod. Cieľom tohto článku je vytvoriť prehľad rôznych typov virtualizácie, ktoré sú použiteľné v podnikovej informatike, spolu so zrozumiteľnými a presnými vysvetleniami ich špecifík a vzájomných odlišností. Tento prehľad sa nachádza v nasledujúcich kapitolách.

2 Virtualizácia serverov

Oxford Dictionary of Computing definuje server ako „sieťový systém, ktorý poskytuje služby iným systémom pripojeným k sieti. Tento termín sa pôvodne vzťahoval len na prípady, pri ktorých sa server a tiež systémy, ktorým slúži, nachádzajú v tej istej lokálnej počítačovej sieti (LAN) a oproti ktorým server predstavuje podstatne drahšie zariadenie. V súčasnosti sa však tento pojem používa všeobecnejšie a aplikuje sa aj na prípady, kedy server a systém, ktorému poskytuje služby (klient), sú navzájom prepojení prostredníctvom metropolitnej (MAN) alebo globálnej (WAN) počítačovej siete a kde server môže byť dokonca lacnejší než klient.“ (Oxford Dictionary of Computing, 2008).

Podľa publikácie Encyclopaedic Dictionary of Information Technology and Systems je server „stanica (uzol) počítačovej siete, ktorý poskytuje služby ostatným uzlom riadením spoločného zdroja, ako napr. dátového úložiska, tlačiarní a pod.“ (A. E. Cawkell, 1993).

On-line slovník výpočtovej techniky SEVOCAB definuje server jednoducho ako „hardvérový systém alebo softvérový program, ktorý poskytuje služby klientom.“ (SEVOCAB, 2017).

V určitých prípadoch sa zo servera môže stať klient, napr. ak sa aplikačný server obráti na databázový server s požiadavkou na poskytnutie určitých dát, to už ale nie je predmetom tohto článku. Z hľadiska ďalších úvah o virtualizácii serverov budeme za server považovať výkonný počítač pracujúci v počítačovej sieti, ktorého úlohou je poskytovať špecifické funkcie používateľom alebo aplikáciám. V podnikovej sfére sa môžu objaviť rôzne typy serverov, ako napr.:

- *Súborový server* – ide o počítač zabezpečujúci spoločný prístup viacerých používateľov k vybraným súborom (najmä dokumenty, fotografie, zvukové súbory, videosúbory, dátové súbory a pod.,) prostredníctvom počítačovej siete.
- *Tlačový server* – ide o počítač, ktorý riadi tlačiarne pripojené k počítačovej sieti a tlač dokumentov na týchto tlačiarňach na základe požiadaviek pochádzajúcich od používateľov.
- *Komunikačný server* – počítač majúci na starosti komunikačné funkcie v počítačovej sieti, ako napr. e-mail, fax, vzdialený prístup, intranetová komunikácia a pod.
- *Aplikačný server* - počítač, ktorý zabezpečuje prístup klientskych zariadení k vybraným aplikáciám na diaľku prostredníctvom počítačovej siete a eliminuje tým potrebu inštalácie týchto aplikácií na každé klientske zariadenie samostatne.
- *Databázový server* – počítač, ktorý má na starosti spravovanie spoločnej databázy a zabezpečovanie prístupu k nej z klientskych zariadení v počítačovej sieti, ako aj vybavovanie požiadaviek na spracovanie dát.

- *Doménový server* – počítač, ktorý má na starosti autentizáciu a autorizáciu používateľov a aplikácií pri ich prístupe k špecifickým zdrojom v rámci určitého systému.

Z hľadiska prehľadu o informačnom systéme a ľahkosti odstraňovania chýb je výhodné, ak je každý server reprezentovaný samostatným zariadením. Takýto prístup má však aj viacero nevýhod. Jednou z nich je to, že ak sa určité fyzické zariadenie špecializuje len na poskytovanie služieb jedného typu, potom s najväčšou pravdepodobnosťou nie je jeho celková výpočtová kapacita naplno využitá. Väčšine serverov postačuje na poskytovanie ich služieb len zlomok z ich celkovej výpočtovej kapacity. Okrem toho väčší počet samostatných serverových zariadení zaberá aj väčší fyzický priestor v serverovni a generuje viac tepla, čím dochádza k zvyšovaniu nárokov a nákladov na zabezpečovanie ich adekvátnej údržby.

Vyššie uvedené problémy je možné zredukovať prostredníctvom *virtualizácie serverov*. Pomocou špeciálneho softvéru sa dá jeden fyzický server rozdeliť na niekoľko virtuálnych strojov. Vznikne tak niekoľko virtuálnych serverov, ktoré sa správajú ako samostatné fyzické zariadenia a na každom z nich sa dá prevádzkovať iný operačný systém. Teoreticky môžeme na určitom fyzickom zariadení vytvoriť toľko virtuálnych strojov, že jeho výpočtová kapacita bude v plnej miere využitá. Takéto riešenie by však mohlo spôsobiť, že podnik si nenechá „zadné vrátka“ pre náhle zvýšenie požiadaviek na výpočtový výkon niektorého z virtuálnych strojov (teda sa nepripraví na mimoriadne situácie s extrémnymi nárokmi na prevádzku), čo sa môže negatívne odraziť na výkone ostatných virtuálnych strojov prevádzkovaných na tom istom fyzickom zariadení.

Oxford Dictionary of Computing definuje pojem virtuálny stroj ako „kolekciu zdrojov, ktoré napodobňujú správanie fyzického stroja.“ (Oxford Dictionary of Computing, 2008). Virtuálny stroj sa vo vzťahu k systému, ktorý ho obklopuje, správa rovnako, ako by sa správal fyzický stroj, a tak tento systém nie je schopný rozlíšiť, či komunikuje s virtuálnym strojom alebo s fyzickým.

Existuje viacero rozumných dôvodov, prečo by podniky mali v rámci svojej IT infraštruktúry mali zaviesť virtualizáciu serverov. Niektoré z týchto dôvodov sú zamerané na úsporu financií, zatiaľ čo iné majú technický charakter (Strickland, 2017):

- *Virtualizácia serverov umožňuje efektívnejšie využívanie výpočtových zdrojov* – v praxi sa často stáva, že každý fyzický server je špecializovaný len na plnenie určitej konkrétnej funkcie, teda je jednoúčelový. Vo veľkých podnikoch, ktoré potrebujú stovky či dokonca tisíce serverov, by tak ale vznikli veľmi veľké nároky na fyzický priestor v serverovni a tiež na jej údržbu.
- *Virtualizácia serverov predstavuje pre podnik spôsob ako dosiahnuť redundantnosť bez potreby kúpy nového hardvéru* – ide napr. o redundantnú prevádzku tej istej aplikácie na viacerých serveroch za účelom zvýšenia bezpečnosti – ak niektorý zo serverov z určitého dôvodu vypadne, môže ho zastúpiť iný server, ktorý sa tiež špecializuje na prevádzku tejto aplikácie. Vďaka tomu nemusí dôjsť k výpadku jej dostupnosti a používatelia poruchu nijako nepocítia. Ak by sa na tom istom fyzickom serveri vytvorili dva virtuálne stroje, ktoré by prevádzkovali tú istú aplikáciu, potom by pri páde fyzického servera došlo aj k pádu oboch virtuálnych strojov. Preto je rozumné, aby sa každý z týchto virtuálnych strojov nachádzal na inom fyzickom zariadení.
- *Virtuálne servery predstavujú pre IT pracovníkov izolované a navzájom nezávislé systémy, na ktorých môžu testovať nové aplikácie alebo operačné systémy* – keďže virtuálne servery sú nezávislé od ostatných virtuálnych serverov, môžu na nich IT pracovníci zrealizovať testovaciu prevádzku určitej aplikácie bez obáv, že to ovplyvní alebo naruší prevádzku iných aplikácií.

- *Virtualizácia serverov predstavuje jeden z možných nástrojov na vysporiadanie sa s tzv. legacy systémami* – mnohé aplikácie bývajú tesne zviazané so svojou prevádzkovou platformou a môže nastať situácia, kedy sa podnik nechce vzdať určitej staršej aplikácie, pretože pre neho stále prináša úžitok, alebo by jej náhrada bola príliš finančne nákladná, no problémom je, že server, na ktorom táto aplikácia beží, je už zastaraný. V týchto prípadoch je možné zaobstarať si nový a výkonnejší server a prostredníctvom virtualizácie serverov na ňom vytvoriť virtuálnu verziu starého servera. Z pohľadu legacy aplikácie sa tak nič nezmení a môže byť prevádzkovaná rovnako, ako bola predtým na starom servery (alebo ešte efektívnejšie – vzhľadom na vyšší výkon nového zariadenia). Toto riešenie môže byť výhodné tiež v prípadoch, keď už zanikol výrobca legacy servera, a preto je veľmi problematické nájsť za neho adekvátnu náhradu.

Existujú tri typy virtualizácie serverov:

- *plná virtualizácia*
- *para-virtualizácia*
- *virtualizácia na úrovni operačného systému*

Fyzický server sa pri všetkých týchto troch typoch virtualizácie označuje ako *hostiteľ* (z angl. *host*) a virtuálne servery sa označujú ako hostia (z angl. *guests*). Každý z vyššie uvedených typov virtualizácie sa odlišuje rozdielnym prístupom k alokácii výpočtových zdrojov fyzického servera pre potreby jednotlivých virtuálnych strojov, ktoré sú na ňom prevádzkované.

Plná virtualizácia prebieha za použitia špeciálneho softvéru označovaného ako *hypervízor*. Ten má zabezpečený priamy prístup k procesoru a diskovému priestoru fyzického servera a slúži ako platforma pre beh operačného systému virtuálneho servera. Hypervízor teda predstavuje medzivrstvu medzi hostiteľom a operačnými systémami virtuálnych serverov s tým, že tieto operačné systémy môžu byť prevádzkované nezávisle na sebe. Na každom z virtuálnych serverov môže byť prevádzkovaný iný operačný systém, t. j. napr. na jednom z nich môže byť niektorá z verzií systému MS Windows a inom zasa konkrétna verzia Linuxu.

Hypervízor monitoruje výpočtové zdroje fyzického servera a prideľuje prístup k týmto zdrojom operačným systémom jednotlivých virtuálnych strojov. Pre svoju vlastnú prevádzku však aj on sám potrebuje výpočtové zdroje, a preto musí fyzický server časť svojej celkovej výpočtovej kapacity rezervovať pre potreby a činnosť hypervízora. To má za následok mierne zníženie výpočtovej kapacity, ktorú môže fyzický server poskytnúť jednotlivým virtuálnym serverom, a môže to viesť k spomaleniu ich činnosti.

Para-virtualizácia serverov je od plnej virtualizácie mierne odlišná, pretože jednotlivé virtuálne servery si pri jej použití uvedomujú svoju súbežnú prevádzku na tom istom fyzickom serveri. Para-virtualizačný hypervízor nepotrebuje pre svoju prevádzku tak veľa výpočtovej kapacity hostiteľa, pretože jednotlivé operačné systémy si sú vedomé požiadaviek ostatných operačných systémov umiestnených na tomto hostiteľovi. Celý systém teda pracuje ako jedna súdržná jednotka.

Pri virtualizácii na úrovni operačného systému sa vôbec nepoužíva hypervízor. Všetky činnosti súvisiace s virtualizáciou má na starosti operačný systém fyzického servera, ktorý sa môže rozdeliť do viacerých inštancií prevádzkovaných naraz. Na jednom fyzickom serveri je teda v prevádzke jadro operačného systému (kernel) a viacero inštancií tohto systému, ktoré komunikujú so spoločným jadrom. Jadro má na starosti najmä riadenie prístupu jednotlivých inštancií k disponibilným výpočtovým zdrojom (napr. k procesoru, operačnej pamäti, diskovému priestoru a pod.) tak, aby sa nestalo, že jedna inštancia zaberie v určitom okamihu príliš veľa zdrojov a ostatné inštancie nebudú schopné plniť v plnej miere svoje funkcie. Nevýhodou

tohto typu virtualizácie je to, že každý virtuálny stroj na danom hostiteľovi musí prevádzkovať ten istý operačný systém, a preto vzniká homogénne prostredie. V konečnom dôsledku teda môžeme na jednom fyzickom serveri prevádzkovať viacero operačných systémov naraz, no všetky tieto systémy musia byť rovnaké.

Virtualizácia serverov môže byť pre podnik nesporne prínosom, no má aj svoje obmedzenia. Nie je vhodné ju napr. použiť pre servery, na ktorých majú bežať aplikácie s vysokými požiadavkami na výpočtový výkon. Výpočtová kapacita virtuálneho servera by totiž pre potreby takýchto aplikácií nemusela stačiť a mohlo by sa stať, že úlohy, ktorých spracovanie by malo trvať len niekoľko minút, sa natiahnu na niekoľko hodín. Okrem toho sa fyzický server pri jeho vyťažovaní až na hranicu únosnosti môže zrútiť. Pred učinením rozhodnutia o rozdelení fyzického servera na viacero virtuálnych by sa preto mala veľká pozornosť venovať očakávanej vyťaženosti jeho procesora. Výpočtovo náročným aplikáciám je vhodné ponechať celý fyzický server.

Okrem nárokov na výkon procesora je vhodné zvážiť aj nároky na operačnú pamäť a diskový priestor. Čím väčší bude počet virtuálnych serverov na jednom fyzickom zariadení, tým väčšmi budú tieto prostriedky využívané. Je preto vhodné urobiť čo najpresnejší odhad rozsahu používania jednotlivých aplikácií a počítať pritom aj s mimoriadnymi situáciami, pri ktorých by nároky na spracovateľský výkon mohli vzrásť výrazne nad bežnú úroveň.

3 Virtualizácia osobných počítačov

Ako uvádzajú Gála, Pour a Šedivá: „pri virtualizácii osobných počítačov je možné, aby bolo kompletné prostredie PC (vrátane všetkých jeho aplikácií) umiestnené a prevádzkované na serveri a bolo dostupné z ľubovoľného používateľského zariadenia (terminálu).“ (Gála, Pour, Šedivá, 2015). Ide však len o jeden z dvoch základných spôsobov chápania tohto pojmu.

Podľa serveru Microsoft.com: „Virtualizácia stolových počítačov predstavuje nové a atraktívne možnosti, ktorými IT špecialisti môžu poskytovať a spravovať firemné stolové počítače a flexibilne reagovať na najrôznejšie potreby používateľov.“ (Microsoft.com, 2017). Virtuálne stolové počítače môžu byť pritom buď *hosťované na klientovi* prostredníctvom špecializovanej aplikácie (akou je napr. Microsoft Virtual PC) alebo môžu byť centralizované na serveroch v datacentre (toto riešenie sa zvykne označovať ako *infraštruktúra virtuálnych stolových počítačov* z angl. Virtual Desktop Infrastructure, VDI). Ide teda o dva rôzne typy virtualizácie stolových počítačov s tým, že každý z nich má iný účel.

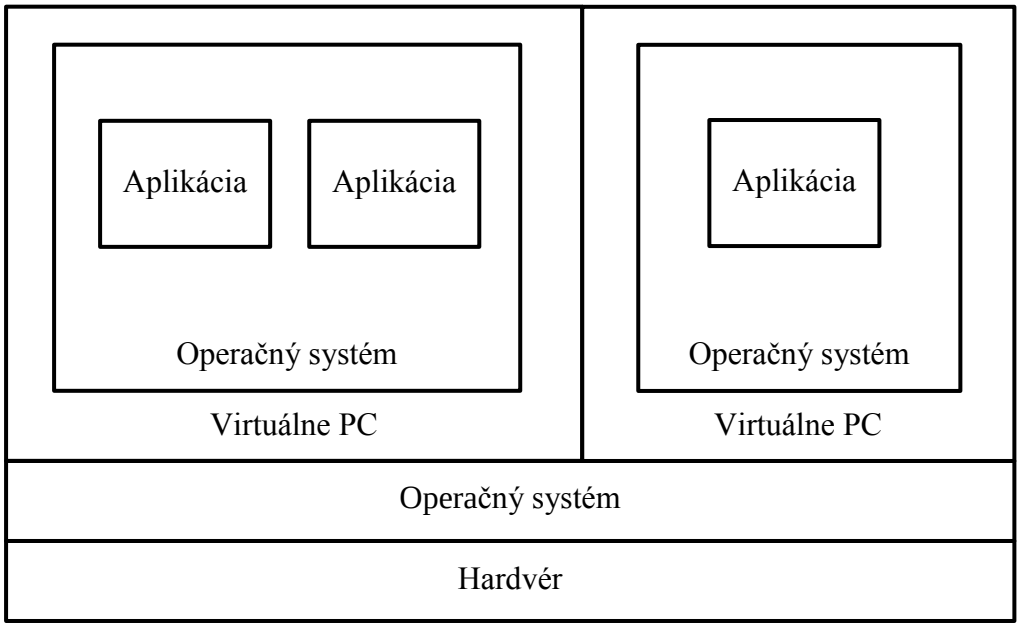
Pri virtualizácii stolových počítačov hosťovanej na klientoch je na fyzickom počítači používateľa nainštalovaný špeciálny softvér, ktorý je schopný na tomto počítači vytvoriť niekoľko virtuálnych počítačov. Na každom z týchto virtuálnych počítačov môže byť prevádzkovaný iný operačný systém, čo umožňuje prevádzku starších aplikácií alebo aplikácií so špecifickými požiadavkami na operačný systém, a to bez ohľadu na to, aký operačný systém je nainštalovaný na fyzickom počítači. Všetky aplikácie teda môžu bežať vo svojom natívnom prostredí a tieto prostredia zasa využívajú služby operačného systému nainštalovaného na fyzickom počítači. Toto riešenie je schematicky znázornené na obr. 1.

Infraštruktúra virtuálnych stolových počítačov je riešenie, pri ktorom sú operačné systémy používateľov prevádzkované vo virtuálnych počítačoch na serveri v datacentre a so stolovými počítačmi používateľov komunikujú na diaľku prostredníctvom počítačovej siete. Toto riešenie sa podobá terminálovým službám a vzdialenej ploche v tom, že umožňuje pracovníkom IT oddelenia centralizovať používateľskú pracovnú plochu, čo je možné zabezpečiť prostredníctvom hypervízora nainštalovaného na serveri.

Infraštruktúra virtuálnych stolových počítačov je vhodná pre externých spolupracovníkov a vzdialených zamestnancov určitého podniku, t. j., používateľov, ktorí potrebujú mať zabez-

pečený prístup k svojmu pracovnému prostrediu odkiaľkoľvek, teda aj z počítačov, ktoré nie sú majetkom zamestnávateľa. To podporuje flexibilné formy práce, akými sú napr. teleworking alebo homeworking. Ďalšou výhodou je to, že administrátori informačného systému môžu riešiť mnohé problémy používateľov bez toho, že by museli fyzicky prísť k ich počítačom. Na pracovnú plochu používateľov sa vedia dostať aj na diaľku a môžu tak z pohodlia svojej kancelárie vykonávať potrebné administrátorské zásahy. Umožňuje im to teda jednoduchšiu správu klientskeho operačného systému a aplikácií (Microsoft.com, 2017).

Obr. 1: Virtualizácia stolových počítačov hosťovaná na klientoch



Zdroj: vlastná tvorba

4 Virtualizácia dátových úložísk

Virtualizáciu dátových úložísk môžeme definovať ako proces zoskupenia viacerých fyzických dátových úložísk prepojených prostredníctvom počítačovej siete do jednej logickej jednotky. Server Sdxcentral.com tento pojem charakterizuje ako: „oddelenie softvéru na spravovanie dátového úložiska od hardvérovej infraštruktúry za účelom dosiahnutia väčšej flexibility a škálovateľnosti.“ (Sdxcentral.com, 2017). Táto technika sa môže použiť na integráciu viacerých dátových úložísk nachádzajúcich sa v rôznych dátových centrách, príp. počítačových sieťach do jednej logickej jednotky.

Nezisková organizácia SNIA (Storage Networking Industry Association) zameraná na tvorbu štandardov a vzdelávacích programov súvisiacich s rozvojom dátových úložísk a informačných technológií vydala v roku 2003 technický manuál, ktorý definuje virtualizáciu dátových úložísk ako (Bunn, Simpson, Peglar, Nagle, 2003):

- Akt abstrakcie, skrývania a izolácie interných funkcií úložiskového systému (resp. subsystému) alebo služieb od aplikácií, hostiteľských počítačov a sieťových zdrojov vo všeobecnosti za účelom toho, aby bolo možné spravovať dátové úložisko a dáta ako také nezávisle od aplikácií a siete.
- Aplikácia virtualizácie na úložiskové služby alebo zariadenia za účelom agregácie funkcií alebo zariadení, skrývania zložitosti alebo pridania nových schopností k nízkoúrovňovým úložiskovým zdrojom.

Zjednodušene povedané: podľa organizácie SNIA ide pri virtualizácii dátových úložísk najmä o „abstrakciu detailu“. Vďaka tomu môžu mať správcovia dátových úložísk k dispozícii jednoduché rozhrania pre prácu so zložitými funkciami (Bunn, Simpson, Peglar, Nagle, 2003).

Hlavným cieľom tohto typu virtualizácie je teda zjednodušenie spravovania dátových úložísk, ktoré sa inak pri ich veľkom počte stáva časovo náročným. Vďaka tomu, že sa k viacerým úložiskám dá pristupovať naraz, ako keby išlo iba o jedno úložisko, môžu databázoví administrátori ľahšie a rýchlejšie vykonať činnosti súvisiace so zálohovaním, obnovou, archiváciou a celkovou údržbou databáz. Ide teda o užitočnú techniku, ktorá je schopná „zakryť“ zložitosť siete dátových úložísk (z angl. Storage Area Network, SAN) a agregovať funkcie ich spravovania.

Existujú 3 základné typy virtualizácie dátových úložísk:

1. *Virtualizácia založená na databázovom serveri* – tento typ virtualizácie si vyžaduje, aby bol na serveri nainštalovaný špeciálny softvér, ktorý má na starosti riadenie spracovania vstupno-výstupných požiadaviek. Fyzickú prácu s dátami uloženými v dátovom úložisku však má na starosti ovládač (driver) úložiskového zariadenia.
2. *Virtualizácia založená na úložiskovom zariadení* – pri tomto riešení je virtualizácia zakomponovaná priamo do úložiskového zariadenia. Jednoduché úložiskové zariadenia, akými sú napr. pevné disky, nepodporujú sami o sebe žiadnu formu virtualizácie. Zložitejšie typy úložísk, ako napr. diskové polia, však umožňujú abstrakciu prostredníctvom spájania viacerých diskov do jedného poľa.
3. *Virtualizácia založená na sieti* – virtualizácia je implementovaná na sieťových zariadeniach prepájajúcich dátové úložiská v sieti SAN. Takýmto zariadením býva obvykle sieťový server alebo inteligentný switch.

5 Virtualizácia aplikácií

Virtualizácia aplikácií je technológia, ktorá umožňuje oddeliť softvér, od operačného systému, na ktorom beží. Bez virtualizácie býva aplikácia nainštalovaná priamo na pevný disk konkrétneho počítača, a preto býva v plnej miere závislá na jeho operačnom systéme. Pri použití virtualizácie aplikácií tieto aplikácie komunikujú s príslušným operačným systémom tak, ako keby boli štandardne nainštalované, no napriek tomu nie sú od neho priamo závislé. To je možné dosiahnuť prostredníctvom špeciálnej softvérovej vrstvy, ktorá sa nachádza medzi aplikáciou a operačným systémom. Vďaka tomu je možné aplikáciu v plnej miere spustiť a používať prakticky na ľubovoľnom operačnom systéme (ako napr. MS Windows 10, Mac OS X, Linux, iOS a pod.).

Virtualizačná softvérová vrstva sprostredkováva jednak inštaláciu, ako aj spúšťanie aplikácie na operačnom systéme, ktorý sa na danom počítači používa, a umožňuje tejto aplikácii využívať tento systém len do takej miery, do akej je to nevyhnutné pre jej plynulý beh (Saslow, 2015). Virtualizačná vrstva musí byť navrhnutá tak, aby bola schopná z pohľadu aplikácie v plnej miere zastúpiť prostredie operačného systému. V rámci toho musí prijímať všetky požiadavky aplikácie pre prístup k pevnému disku a k ostatným zdrojom na danom počítači, akými sú napr. operačná pamäť, procesor, tlačiarne, skener a pod., a tieto požiadavky vo vhodnom tvare preposielať operačnému systému.

Okrem samotného spustenia určitej aplikácie na operačnom systéme, pre ktorý pri štandardnej inštalácii (t. j. bez použitia virtualizácie) nie je určená, je možné prostredníctvom tejto techniky riešiť aj vzájomnú nekompatibilitu viacerých aplikácií nainštalovaných na rovnakej inštancii operačného systému. Takéto aplikácie sa totiž obvykle delia o tie isté systémové súbory, do ktorých zapisujú dáta, čo môže viesť ku vzájomným konfliktom. Popri tom môžu

mať aplikácie rozdielne požiadavky na verzie systémových knižníc, akými sú napr. DDL (jedna aplikácia môže požadovať inú verziu DDL knižnice, ako druhá). Pri inštalácii oboch aplikácií potom vznikne situácia, kedy jedna z týchto aplikácií prepíše verziu vyžadovanú druhou aplikáciou a spôsobí tak jej nesprávne fungovanie alebo haváriu. Prostredníctvom virtualizácie aplikácií je tento problém možné riešiť tak, že sa vytvorí kópia všetkých zdieľaných prostriedkov, ktorá je vyhradená iba pre danú aplikáciu. Vďaka tomu si už aplikácie nekonkurujú s ohľadom na verzie knižníc DDL a ďalšie prvky prostredia, a preto pred súčasným nasadením viacerých aplikácií na tom istom počítači nie je potrebné testovať nové aplikácie na konflikty s existujúcimi aplikáciami. Všetky virtuálne aplikácie môžu byť spustené súbežne so štandardne nainštalovanými aplikáciami a nie je teda nutné virtualizovať všetok softvér prevádzkovaný na tom istom počítači.

6 Záver

Koncepcia virtualizácie predstavuje účinný spôsob pre zvýšenie efektivity využívania výpočtových prostriedkov. Cieľom tohto článku bolo vytvoriť prehľad rôznych typov virtualizácie, ktoré sú použiteľné v podnikovej informatike, spolu so zrozumiteľnými a presnými vysvetleniami ich špecifík. Celkovo sme sa venovali štyrom typom virtualizácie, a to:

- virtualizácii serverov,
- virtualizácii osobných počítačov,
- virtualizácii dátových úložísk,
- virtualizácii aplikácií.

Ide o problematiku, ktorá je veľmi aktuálna, pretože vo svete globálnej konkurencie by sa racionálne podniky mali usilovať o dosahovanie čo najvyššej efektívnosti využívania svojich informačných systémov tak, aby im tieto systémy poskytli výhody v boji s konkurenciou a neboli iba zbytočným zdrojom nákladov. Preto môžeme očakávať, že problematika virtualizácie bude pre podniky zaujímavá aj v nadchádzajúcich rokoch.

Literatúra

1. Bunn, F., Simpson, N., Peglar, R., & Nagle, G. (2003). SNIA Technical Tutorial: Storage Virtualization. Retrieved July 9, 2017, from http://www.snia.org/sites/default/files/sniavirt.pdf.
2. Cawkell, A. E. (1993). Encyclopaedic Dictionary of Information Technology and Systems. London, Great Britain: Bowker-Saur. ISBN 1-85739-036-9.
3. Microsoft.com. (2017). Virtualizácia stolových počítačov. Retrieved July 8, 2017, from https://www.microsoft.com/slovakia/virtualizacia/produkty/virtualizacia-stolovych-pocitacov.aspx.
4. Oxford Dictionary of Computing (6.th ed.). (2008). New York, USA: Oxford University Press Inc. ISBN 978-0-19-923400-4.
5. Pour, J., Gála, L., & Šedivá, Z. (2015). Podniková informatika (3. ed.). Praha, Czech Republic: Grada Publishing, a. s. ISBN 978-80-247-5457-4.
6. Saslow, S. (2015). What is Application Virtualization, and Why do You Need It? Retrieved July 11, 2017 from https://www.itgct.com/what-is-application-virtualization-and-why-do-you-need-it/.
7. Sdxcentral.com. (2017). What is Storage Virtualization? Retrieved July 9, 2017, from https://www.sdxcentral.com/cloud/definitions/what-is-storage-virtualization/.
8. Strickland, J. (2017). How Server Virtualization Works. Retrieved July 7, 2017, from http://computer.howstuffworks.com/server-virtualization2.htm.

Integrované vyučovanie ako nástroj na skvalitnenie vzdelávacieho procesu

Integrated learning as a tool for improving the learning process

Peter Schmidt [1]

Abstrakt
Integrované vzdelávanie resp. integrované vyučovanie sú pojmy, ktoré v pedagogických kruhoch zvyknú zarezonovať. Viacerí pedagógovia sa tejto problematike venovali a v praxi sa niektoré postupy ujali iné zas nie. Všeobecne o integrovanom vzdelávaní, vyučovaní môžeme prehlásiť, že vyžaduje od vyučujúceho resp. vyučujúcich podstatne dôkladnejšiu prípravu a širší prehľad než klasická forma vzdelávania. Táto náročnosť je jedným z príčin prečo sa masívnejšie vo vzdelávaní nepresadilo.

Kľúčové slová
integrované vzdelávanie, integrované vyučovanie, integrované cvičenie, vysoko efektívne učenie

Abstract
Integrated teaching or Integrated schooling are concepts that are very frequently used in pedagogical circles. However, more teachers who deal with pedagogic paid less or more attention to integrated schooling as well, while several approaches and methods took better roots in practice and some of them failed absolutely. In general, the teachers who provide integrated teaching must invest more time and effort related to preparation of their lessons, than teachers teaching with the use of standardized or classical approaches and methods. In paper we point out the possibilities of applying integrated exercises to higher levels of education.

Key words
integrated learning, integrated teaching, integrated exercises, highly effective learning

JEL classification
A20

1 Úvod

Na úvod uvediem niekoľko pohľadov, čo pedagógovia nazývajú integrovaným vyučovaním a čo integrovaným vzdelávaním. Vyučovanie je základný pojem, ktorý predstavuje kratšiu časovú jednotku, spravidla deň či vyučovaciu hodinu. Vzdelávanie je v podstate to isté ako vyučovanie, ale zachytáva dlhšie a komplexnejšie obdobie, spravidla školský rok, alebo školskú dochádzku. Nedá mi tu nespomenúť aj pojem výchova, ktorá bola súčasťou slovníka učiteľov, avšak v súčasnosti sa slovné spojenie výchovno-vzdelávací proces nahrádza pojmom edukácia. Pojem edukácia pochádza z latinčiny (educatio), odkiaľ ho prevzala angličtina (education) a v súčasnosti sa používa aj u nás. Edukácia je výchova v širokom zmysle, ako uvádzajú výkladové slovníky zo starších i novších čias. V praxi sa však často stretávame s nepresným prekladom pojmu edukácia, keď sa zužuje iba na vzdelávanie. Pritom vzdelávanie je v latinčine erutio. Aj tento pojem poznáme a používame v kontexte erudovaný človek a pod.

[1] Ing. Mgr. Peter Schmidt, PhD.: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, peter.schmidt@euba.sk

Správne by sme mali hovoriť na vyjadrenie vzdelávania mali používať slovo erudácia miesto edukácie, keď už chceme používať slová odvodené z latinčiny.

Integrované vzdelávanie sa najčastejšie definuje ako spoločné učenie postihnutých aj intaktných (neporušených) jednotlivcov. Z tejto definície je zrejmé, že ide o pohľad špeciálno-pedagogický a integráciu chápe ako možnosť začlenenia jedinca s určitým postihnutím do riadnej komunity.

Integrované vyučovanie sa najčastejšie definuje ako Integrované tematické vyučovanie (ITV), ktoré rozpracovali Američanky Susan Kovalik a Karen Olsen vo svojej knihe z roku 1993. Pri tvorbe tejto revolučnej koncepcie vyučovania vychádzali z výskumov mozgu, ktorý sa realizoval v 60.- 80. rokoch 20. storočia. Neskôr ITV premenovali na vysoko efektívne učenie (VEU). Integrované vyučovanie oproti klasickým direktívnym metódam a memorovaniu prichádza s humanistickejším vyučovaním viac orientovaným na žiaka a informácie izolované v osnovách jednotlivých predmetov navzájom prepája. Môžeme povedať, že ide o pohľad metodický.

2 Integrované tematické vyučovanie

Vzdelávací model Integrovaného tematického vyučovania - ITV je teoretikmi označované, ako na žiaka orientované, humanistické vyučovanie, skúsenostné alebo participatívne vzdelávanie. Ide v ňom o zmenu doterajšej filozofie vzdelávania. Určuje novší pohľad na rozvíjanie psychických funkcií a procesov, inovuje metódy a stratégie vyučovania založené na objavovaní, novelizuje osnovy a obsah vyučovania, založených na tvorbe celoročných tém. Na prvý pohľad sa školy s ITV od tradičných škôl líšia organizáciou vyučovania, namiesto klasickej vyučovacej hodiny sa deti učia v dlhších časových blokoch, hodinu a pol. Rodičia sa toho niekedy obávajú, lebo si myslia, že malé dieťa nezvládne učiť sa 90 minút. Nie je to tak, keďže v rámci jedného bloku robia deti rôzne aktivity, takže nesedia len v lavici. Navyše dieťa si môže oddýchnuť, keď skončí časť svojej práce, môže sa ísť napiť alebo si čítať.

Integrácia tu nie je vo význame začleňovania hendikepovaných detí, alebo nadaných detí do výchovnovzdelávacieho procesu v klasickej triede. Integrované tematické vyučovanie znamená integráciu vyučovacích predmetov, ich spájanie medzi sebou. Dieťa sa v škole potrebuje cítiť najmä bezpečne. A to znamená, že sa nemusí ničoho a nikoho báť. K pocitu bezpečnosti patria aj dobré vzťahy v triede, spôsob riešenia konfliktov a spolupráca detí. Spoločné úlohy podporujú vzájomné vzťahy a učia deti tolerancii a empatii. Pracuje sa v malých skupinách, deti dostanú úlohy ako tím, ale prispieť by malo každé dieťa. Takýmto spôsobom sa buduje aj samotný kolektív. Aby sa dieťa naučilo čo najviac, musí sa prejaviť jeho prirodzená zvedavosť. Preto učiteľ nie je pánom, ale skôr partnerom v debate, uznáva zásadu, že je v poriadku, ak máme rozdielne názory. Učiteľ vystupuje v úlohe facilitátora, čo mu umožňuje byť v strede diania a zároveň doviesť deti k správnemu riešeniu. Nie je ani problém keď sa tím na základe zlých dedukcií vyberie zlým smerom a k cieľu nedorazí, lebo aj negatívny výsledok je výsledok z ktorého sa dá čerpať. Pri ďalšom pokuse už vedia čoho sa majú pri riešení problému vyvarovať. Čím intenzívnejšie sú žiaci zapojení do diskusie o preberanom učive, tým viac mu rozumejú a zapamätajú si ho. V škole s ITV má dieťa väčšiu voľnosť, nemusí celý čas sedieť v lavici a nemusí čakať na prestávku, aby si vydýchlo. Po triede i po škole sa môže pohybovať voľnejšie, ale podľa dohodnutých pravidiel.

Doteraz bola reč o deťoch hlavne na prvom stupni základných škôl, kde je integrácia predmetov podstatne jednoduchšia, lebo sa deti učia základné poznatky. Na druhom stupni základnej školy je integrácia predmetov podstatne náročnejšia, lebo sa prechádza do hĺbky problematiky. Učitelia sú už špecializovaní a každý predmet vyučuje iný učiteľ. Napriek tejto zdanlivej prekážke je integrácia určitých predmetov možná a aj efektívna, len si vyžaduje

podstatne viac úsilia hlavne od vyučujúcich. V jednotlivých predmetoch sa často učia veci, ktoré zasahujú už do inej oblasti. Najlepší príklad je snáď literatúra, kde sa žiaci učia o jednotlivých spisovateľoch, alebo básnikoch v chronologickom poradí od staroveku až po súčasnosť. To isté platí aj o prírodných vedách, kde je historický prehľad bádateľov tiež súčasťou učiva. Do tretice máme predmet dejepis, kde sa žiaci učia o dejinách ľudstva. Napriek tomu, že sa na problematiku v každom predmete dívajú aj z historického hľadiska, nie sú schopní tieto svoje poznatky prepojiť, skĺbiť. Ako konkrétny príklad môžem uviesť, že žiaci už mali prebrané z dejepisu staroveké Grécko, z literatúry už poznali Homérovú Iliádu a Odysseu, ale tieto dva oddelene získané poznatky nevedeli pretaviť do jedného celku, lebo nevideli súvislosti. Práve tieto súvislosti robia ITV tak silným.

Prečo je príprava ITV tak náročná u starších žiakov? Dôvod je jednoduchý. Každý predmet má inú dotáciu hodín a v rámci školského roka napredujú v rôznych predmetoch rôzne rýchlo. Preto je nesmierne náročné jednotlivé predmety, alebo aspoň tematické celky tak zosúladiť, aby sa žiakom a študentom dali ukázať tie súvislosti, ktoré oni ešte nedokázali sami postihnúť. Takéto integrované vyučovanie si neraz vyžaduje aby sa vyučovacej jednotky zúčastnili aj viacerí vyučujúci, ktorí k danej téme pripoja svoj príspevok z pohľadu svojho predmetu. Výsledkom je, že sa žiaci a študenti začnú na veci dívať v súvislostiach, podstatne ľahšie si dokážu veci zapamätať, lebo na základe znalostí súvislostí dokážu zabudnuté veci vydedukovať.

3 Príklad realizácie integrovaného vzdelávania

Keď sa pozrieme na integrované vyučovanie z pohľadu Susan Kovalik a Karen Olsen, môžeme mať pocit, že je integrované vyučovanie určené len deťom učiacich sa na základných školách. Vôbec to nemusí byť pravda. Počas môjho pôsobenia na Strednej odbornej škole policajného zboru, sme rozpracovali integrované vzdelávanie, myslím doslovne, že po pár teoretických vyučovacích hodinách sa realizovalo integrované zamestnanie, ktoré spájalo aspoň tri policajné disciplíny. Čiže nešlo len o ojedinelé integrované vyučovacie hodiny. Pre ľahšie predstavenie si uvediem príklad. Policajti sa učili zastaviť motorové vozidlo a zistiť totožnosť vodiča. Z právneho hľadiska im boli vysvetlené prislúchajúce paragrafy zákona na základe ktorého môžu konať. Samotné zastavenie vozidla, celá metodika z hľadiska bezpečnosti bola v réžii učiteľa odborníka na dopravnú políciu. Samotná komunikácia s vodičom bola kľúčová. Asertívne jednanie sa policajti učili priamo v danej situácii s využitím figuranta a pod dohľadom psychológa. Vyskúšali si rôzne formy komunikácie od pokojného vodiča až po krajne agresívneho, kde museli použiť donucovacie prostriedky. Samotné chvaty a hmaty použiteľné v danej situácii vysvetlil učiteľ telesnej a učiteľ streleckej prípravy. Samozrejme, to všetko muselo byť v súlade so zákonom, čiže k slovu sa dostal zase právnik. Dá sa povedať, že banálna záležitosť si vyžiadala súčinnosť viacerých vyučujúcich a integrovala až päť predmetov. Avšak si to vyskúšali v reálnej modelovej situácii s ktorou sa dokázali stotožniť a celú situáciu prežívať. Vďaka zvýšenej miere pozitívneho stresu čo sa prejavilo napr. zvýšením pulzu, si celú situáciu a hlavne riešenie problému podstatne ľahšie a lepšie zapamätali, v porovnaní s tými, ktorí mali ešte klasickú formu výučby.

Na konci štúdia aj samotná maturitná skúška prebiehala integrovanou formou. Samozrejme, nešlo o skúšku praktickú, ale teoretickú. Absolvent si pozrel krátke video s určitou problematickou situáciou. Na základe danej situácie charakterizoval príslušnosť k určitej policajnej službe (poriadkovej, dopravnej, kriminalistickej), charakterizoval prislúchajúce právne predpisy a správnu formu intervencie. Ak bol vo video-ukážke aj zásah policajtov charakterizoval správnosť a primeranosť ich zásahu. Skúšky prebehli v kolegiálnej atmosfére a na študentoch bolo vidieť, že ich to baví, vďaka čomu sa netrápili ani študenti a ani

komisia. Niekto by mohol namietať, že policajná škola je špeciálna ustanovizeň. Je to pravda, ale som presvedčený, že aj na iných stredných školách, dokonca na gymnáziách by sa dali realizovať integrované vyučovacie jednotky.

4 Možnosti integrovaného vzdelávania na Katedre aplikovanej informatiky

V rámci predmetov, ktoré zastrešuje Katedre aplikovanej informatiky, je evidentný priestor na realizáciu integrovaných cvičení. Potreba takýchto cvičení vychádza z poznania, že študenti, aj keď sú to inteligentní mladí ľudia, majú veľa krát problém získané vedomosti, znalosti, zručnosti, pretaviť do konkrétneho výsledku. Urobia skúšku, zvládnu štátnice a až v praxi po dvoch-troch rokoch zistia súvislosti, ktoré im mohli značne uľahčiť život, keby ich poznali už počas štúdia. Pri príprave našej novej web stránky fakulty sme oslovili našich bývalých študentov, nech napíšu svoje poznatky o štúdiu na našej škole, o uplatnení sa na trhu práce vo svojej profesii. V čom bola škola prínosom a v čom by bolo treba vykonať nejaké zmeny. Vtedy sa jasne ukázal tento problém, že majú ťažkosti preklopiť svoje vedomosti do praxe, do konkrétnych situácií. Uvediem jednoduchý príklad, aby to bolo zrejmejšie. Na predmete databázové systémy sa študenti naučia navrhovať SQL databázu, tvoriť rôzne dotazy, pracovať s databázou pomocou Oracle developera. V rámci predmetu o počítačových sieťach získajú hlbšie informácie o internete, protokoloch, službách, web-serveroch a načrú aj do skriptovacích jazykov. Majú zvládnuté všetky technológie potrebné na to, aby vedeli vytvoriť dynamickú webovú stránku. Napriek tomu má s týmto zadaním väčšina problém. Potom ako sa im konkrétne ukáže prepojenie niektorých technológií, napr. integrácia PHP do HTML kódu a následne SQL Select v PHP kóde, už im nerobí problém integrovať Javascript alebo AJAX, lebo sa u nich vytvorilo prepojenie, začali sa na veci dívať v súvislostiach. Nateraz máme integrované cvičenia, kde databázu vytvorenú na predmete Databázové systémy, preklápajú na MySQL databázu a cez webové rozhranie vytvárajú aplikačnú logiku, pomocou ktorej bude mať používateľ prístup k databáze. Integrujú tri predmety a to Databázové systémy, Programovanie a Počítačové siete.

V ďalšom kroku by sme chceli vytvoriť integrované cvičenia z predmetov Počítačové siete, Distribuované spracovanie, Programovanie a Operačné systémy. Koncepcia je v celku jednoduchá. Študenti pracujúci v tímoch vytvoria pomocou piatich počítačov a sieťového switcha malý fyzický cluster. Táto časť vyžaduje znalosti a zručnosti z počítačových sietí. Následne na to inštalujú sieťový softvér s podporou clustra. Na nakonfigurovanie budú potrebovať znalosti z operačných systémov a počítačových sietí. V ďalšom kroku je využitie tohto clustra na realizáciu paralelných výpočtov. Pomocou znalostí z paralelného programovania vytvoria jednoduchý program pomocou ktorého otestujú výkon realizovaného systému. Zdanlivo je táto úloha jednoduchá, ale v skutočnosti vyžaduje zanietenosť aj zo strany študentov, nakoľko vzniknuté problémy sa budú snažiť riešiť samostatne. Učiteľ vystupuje v roli facilitátora. Keďže toto cvičenie sa nedá zrealizovať behom jednej vyučovacej jednotky, ale sa pravdepodobne bude ťahať takmer počas celého semestra, možno by bolo správnejšie hovoriť o integrovanom projekte.

Ďalším logickým krokom rozvoja integrovaných cvičení by mohla byť medziodborová integrácia, čím by sa študijné odbory k sebe viac priblížili a študenti by začali študijný odbor vnímať ako celok a nie ako nehomogénnu zmes rôznych predmetov.

5 Záver

Integrované vyučovanie resp. integrované vzdelávanie patria medzi najstaršie metódy vzdelávania, veď kedysi iné ani nepoznali. Žiaľ v dnešnej dobe sa vďaka úzkej špecializácii zo života a zo škôl integrácia takmer úplne vytratila. Neznalosť súvislostí môže mať vážny dopad

na rôzne oblasti nášho života. Určite ste sa už stretli s prípadmi keď človek navštívil viacerých lekárov odborníkov a každý mu predpísal liek podľa svojej špecializácie, pričom nezohľadnili to čo mu predpísal už druhý lekár. V lepšom prípade pacient skončil v nemocnici, ale boli aj fatálne prípady, ktoré sa nemuseli stať, keby sa odborníci vedeli na veci pozrieť v súvislostiach. Prečo prežíva stará čínska medicína na západe „boom“ ? Odpoveď je jednoduchá lebo ide o celostnú medicínu a pozeranie sa na pacienta v súvislostiach. Presne takýto celostný pohľad by potrebovalo aj naše školstvo na všetkých úrovniach od primárneho až po vysokoškolské.

V príspevku som sa snažil ukázať na príkladoch, že priestor na integráciu tu je, učitelia, resp. celý školský systém sa musia zbaviť predsudkov, že sú predmety dôležitejšie a menej dôležité. Pre harmonický rozvoj detí, žiakov, študentov sú všetky predmety rovnako dôležité, len sa rastúcim vekom mení štruktúra týchto predmetov. Som presvedčení, že veľa učiteľov by chcelo učiť efektívne, ale žiaľ bránia im vtom vážne prekážky, ako sociálna nedocenenosť učiteľov, akútna a vážna podhodnotenosť ich práce, enormná preťaženosť a neprimeraná a zbytočná byrokratická výkaznícka činnosť. Po odstránení týchto vážnych nedostatkov, by sa na školy mohlo vrátiť efektívne vyučovanie a vzdelávanie.

Literatúra

1. KOVALIK, S. – OLSEN, K. (1996). Integrované tematické vyučovanie –Model. 1.vyd. *Bratislava : Faber. 1996.* 350 s. ISBN 80-967492-6-9
2. KULTAN, J. (2015). Vplyv IKT na zmenu didaktického procesu. *In Inovačný proces v e-learningu. Medzinárodná vedecká konferencia. Recenzovaný príspevok.* Bratislava : Ekonóm, 2015. s. 1-7. ISBN 978-80225-4076-6
3. SCHMIDT, P.- SADVAKAŠOVA A. (2017). Integrated teaching. *In Učenyje zapiski Instituta socialʹnych i gumanitarnych znanij [elektronický zdroj] : materialy [IX] Meždunarodnoj naučno-praktičeskoj konferencii Elektronnaja Kazaň 2017 (IKT v sovremennom mire: technologičeskije, organizacionnyje, metodičeskije i pedagogičeskije aspekty ich ispoľzovanija) : 25-26 aprelja 2017 g. v Kazani, [Rossija] Kazaň : Juniversum, 2017*. - ISSN 2078-6980. - S. 616-624 online.
4. SCHMIDT, P. (2006). Problémové a projektové vyučovanie. *In Inovačný proces v e-learningu : workshop Ekonomickej univerzity*: Bratislava, 22. novembra 2006 : zborník abstraktov konferenčných príspevkov. Bratislava: [Vydavateľstvo EKONÓM], 2006. - ISBN 80-225-2253-8. - S. 32.
5. KBartošovič, I. (2016). Some aspects of health status of the Gypsy population in Slovakia. *Bratislava Medical Journal - Bratislavské lekárske listy, 117*(1), 26-30. doi:10.4149/BLL__2016_006.
6. Björnberg, A. (2016, January 26). Euro Health Consumer Index 2015. Retrieved February 8, 2017, from http://www.healthpowerhouse.com/media/prerelease/EHCI_2015_media.pdf.
7. Eurostat. (2013). *European Health Interview Survey (EHIS wave 2) - Methodological manual* (Working paper No. KS-RA-13-018-EN-N). doi:10.2785/43280.

Problematická bezpečnosť nastupujúceho internetu vecí
Problematic security of the oncoming Internet of Things

Pavol Sojka[1]

Abstrakt

V posledných rokoch sa veľmi intenzívne rozvíja segment zariadení, ktoré umožňujú už teraz, a ešte vo väčšom meradle aj v budúcnosti, prepájať rôzne spotrebiče do sietí nielen vo význame lokálnych sietí, ale aj ich prepojenie a manažment na úrovni internetu. Do budúcnosti sa počíta s priamym pripojením domácich spotrebičov a celých domov priamo na internet bez sprostredkujúcich medzičlánkov. V posledných rokoch sa stále čim ďalej tým viac ukazuje, že tento spôsob by sa nemusel do budúcna vyplatiť, ak sa zachová laxný prístup k bezpečnosti ako to vidíme dnes. V ostatnej dobe bolo hlásených niekoľko incidentov, ktoré už stihli spôsobiť materiálne škody a majú aj obete na životoch (nehody autonómnych alebo poloautonómnych vozidiel). V príspevku sa chcem pozrieť detailnejšie na bezpečnostné aspekty vybraté technológie zariadení neustále pripojených, resp. pripojiteľných na internet a ich vplyv na naše okolie, ktoré už dnes majú široké využitie a do budúcna sa počíta s ich ďalším masívnym rozšírením.

Kľúčové slová

sieťové zariadenia, internet vecí, autonómne spotrebiče, bezpečnosť

Abstract

In past years there is a large boom in segment of devices, which facilitates the possibility to interconnect various devices across households and also interconnect them via the internet. Households in the near future and also entire houses will be connected to the internet directly with no need of interconnecting devices (routers). Recent years show us, that an intensive need of protecting these devices arises. Many security issues of these devices have been reported in past years a there is still negligent approach to strenghten their security, though material damages and also human casualties took place last years (autonomous or semiautonomous vehicles). In this abstract I want to have a closer look at some of the particular network devices connected or able to connect to the internet with wide variety of use and their security impact on our lives into the future.

Key words

network devices, internet of things, autonomous appliances, security

JEL classification

M15

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, pavol.sojka@euba.sk.

1 Úvod

Od nástupu nového tisícročia sme svedkami najprv pozvoľného a neskôr zrýchľujúceho sa nástupu moderných technológií, ktoré majú čoraz väčší vplyv na naše životy, či už v súkromnej sfére alebo aj v tej profesionálnej. Od príchodu lacných verzií pripojenia k internetu sa začala drať do popredia aj nutnosť pripájať čoraz väčší počet zariadení v domácnostiach k internetu, či už klasických osobných počítačov, mobilov, tabletov a podobne. Vynorila sa potreba masového rozšírenia malých jednoduchých zariadení, ktoré by problém pripojenia viacerých zariadení naraz vyriešila. Tejto úlohy sa zhostilo viacero výrobcov, ktorí za prijateľné ceny začali tieto zariadenia dodávať. V raných začiatkoch tohto segmentu trhu sa nehľadelo veľmi na bezpečnosť týchto zariadení, ale dbalo sa hlavne o jednoduchosť ovládania a funkčnosť v zmysle „zapni a hraj/požívaj“ (plug and play).

Výhodou tohto prístupu bolo a ešte stále je, že z internetu bolo viditeľné len jedno zariadenie a to konkrétne modem alebo router (smerovač), ktorý zabezpečoval pripojenie do internetu zariadeniam v domácnosti. Tento prístup sa ale mení po tom, ako sa začína viac presadzovať internetový protokol verzie 6 (IPv6), ktorý umožní prideliť samostatnú adresu pripojenia do internetu každému zariadeniu, ktoré bude mať túto možnosť zabudovanú. Tu sa dostávame momentálne na tenký ľad, nakoľko aj dnešné zariadenia umožňujúce pripojenie do internetu sa ukazujú z hľadiska bezpečnosti ako nie je práve najideálnejšie. V ďalších častiach stručne popíšeme jednotlivé technológie, ich výhody, nevýhody a možnosti riešenia stavu ich bezpečnosti do budúcna.

2 Súčasný stav technológie

V súčasnosti poskytujú sieťové zariadenia do domácností hlavne telekomunikační operátori, ktorí poskytujú pomocou týchto zariadení aj rôzne vlastné služby, či už internetovú telefóniu alebo televíziu a samozrejme samotný internet a zariadenia sú preto mnohokrát upravené pre potreby toho ktorého operátora. Preto je individuálny nákup spotrebiteľom v maloobchodnej sieti komplikovanejší, a otázka výberu zariadenia a tým pádom aj jeho bezpečnosti je väčšinou ponechaná na zákazníka.

Zariadenia zákazníka sa väčšinou pripájajú na smerovač pomocou bezdrôtových sietí, čo už v minulosti prinieslo zvýšené nároky na bezpečnosť, nakoľko zabezpečenie wi-fi sietí bolo slabé. Dnes sa už výrobcovia s týmto aspektom vyrovnali a štandardná úroveň zabezpečenia je prijateľná. Čierny trh sa preto zameral okrem klasických spôsobov útoku, ako sú vírusy, červy, malware a podobne na zariadenia, ktoré sú z hľadiska bezpečnosti akoby na okraji záujmu spotrebiteľov. Pritom zariadenia ako modemy a smerovače má doma drvivá väčšina používateľov a ich kompromitácia môže znamenať zvýšené riziko ohrozenia súkromia používateľov, zneužitia ich dát a vystavenia možnosti stíhania orgánmi verejnej moci z dôvodu vykonávania záškodníckych aktivít hackermi z internetovej adresy používateľa.

V posledných mesiacoch boli zistené útoky na tieto zariadenia v domácnostiach v masovom meradle a nástup ich zneužívania. Zneužívanie spočíva v prekonaní zabezpečenia sieťového zariadenia útočníkom z internetu, následne zmena nastavení smerovača a vytvorenie napríklad nelegálneho tzv. proxy servera pre útočníkov, ktorí môžu pod menom používateľa vykonávať ilegálne aktivity, alebo toto kompromitované zariadenie predávať ďalej na tzv. black markete rovnako pre účely nelegálnych aktivít v rámci tzv. sietí zombie počítačov.

Nezabezpečených a zraniteľných je mnoho zariadení [1], ktoré sú pripojené na internet a okrem smerovačov sa to týka aj sieťových tlačiarní, kamier a zabezpečovacích systémov, čo okrem vyššie spomenutých kriminálnych aktivít vedie aj k narušeniu súkromia legitímnych používateľov.

Je preto nevyhnutné, aby sieťové zariadenia disponovali zlepšenými metódami ochrany, aktívnou detekciou útokov, automatizované prijímanie protiopatrení a upozornenie legitímneho používateľa na podozrivú aktivitu a pravidelná aktualizácia operačného systému zariadení. Momentálny stav je neuspokojivý, ale operátori vedia tiež v prípade plošného útoku na zariadenia prijať relatívne účinné opatrenia, avšak len dočasné, čoho sme svedkami aj v najnovšom aktuálnom prípade (september 2017) v prípade operátora Orange a jeho poskytovaní DSL služby, ktorá pravdepodobne čelí útoku na ich zariadenia [2].

3 Nástup nových technológií

Nastupujúce nové technológie pre široké masy môžeme rozdeliť na tieto kategórie:

- inteligentné (smart) domácnosti
- inteligentné (smart) vozidlá
- internet vecí
- cloudové riešenia s podporou učiacej sa umelej inteligencie
- nositeľná elektronika

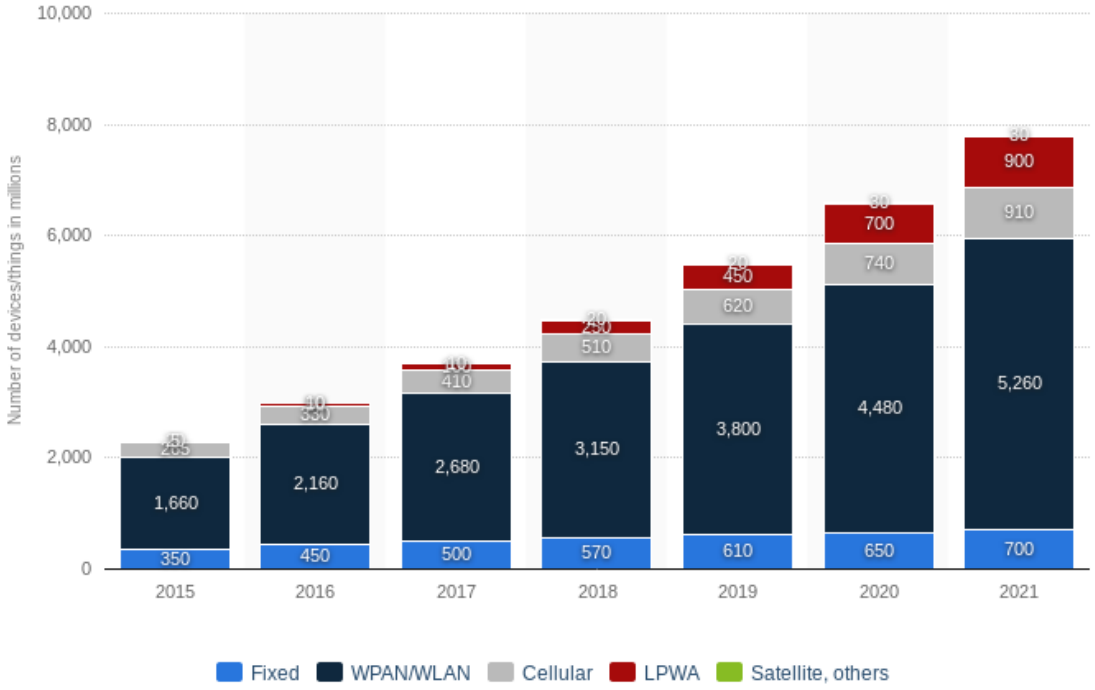
Inteligentné domácnosti sa vyznačujú vysokou mierou autonómnosti, kde sa vopred naprogramuje správanie jednotlivých častí domu, ktoré si môže majiteľ upravovať a kontrolovať spravidla pomocou webovej alebo mobilnej aplikácie. Ide o možnosť manipulovať s energetickými systémami domu, aktiváciu alebo deaktiváciu svetiel, žalúzií a podobne. Už zo samotnej povahy veci je veľmi dôležité venovať pozornosť zabezpečeniu tejto infraštruktúry, nakoľko pri jej kompromitácii hrozí, že dom môže byť poškodený alebo vykradnutý. O nedokonalosti momentálneho konceptu hovorí napríklad aj posledný prípad, kde došlo k zlyhaniu tzv. remote locku [3], ktorý by sme mohli zaradiť do sekcie inteligentné domy ale aj internet vecí.

Inteligentné vozidlá sa začínajú presadzovať takmer pri všetkých známejších značkách. Systémy vo vozidlách sa delia na systémy obslužné – teda tie, ktoré majú za úlohu kontrolovať prevádzkové parametre vozidla a upravovať ich podľa potreby. Najnovšie sa do vozidiel zavádzajú tzv. infotainmentové systémy, ktoré sú informatívno-zábavného charakteru, teda aj pre ostatné osadenstvo vozidla. Práve tieto zábavné systémy sa momentálne ukazujú ako najslabšia časť, ktorá je v mnohých modeloch jednoducho napadnuteľná. Výskumné práce ukázali aj nebezpečenstvo prevzatia kontroly nad vozidlom, čo môže byť pre posádku vozidla fatálne [4]. Rovnako je problematické zamykanie a odomykanie vozidla pomocou čipu, s ktorým sa spáruje vozidlo, keď sa majiteľ priblíži k vozidlu. Zamedziť uzamknutiu vozidla je možné napríklad zariadením, tzv. jammerom, ktoré ruší frekvenciu diaľkových ovládačov a vozidlo sa neuzamkne [5].

Internet vecí je momentálne sa rozbiehajúca nová platforma, ktorá bola ešte pred pár rokmi neznáma. Už aj dnes sa začínajú objavovať v rozšírenej miere prvé lastovičky, napríklad v podobe rôznych domácich digitálnych asistentov od firiem Google (Google home), Microsoft (Invoke), Amazon (Echo/Alexa) a podobne. Ako ukazujú posledné mesiace aj pri týchto asistentoch je ešte potrebné popracovať na bezpečnosti, nakoľko sa stali incidenty, keď sa napríklad asistenti Google home naraz aktivovali na príkaz „ok google“ cez televíznu reklamu počas finálne Super Bowlu, v ktorej propagovali práve tento zmienený produkt [6]. Rovnaký problém zaznamenalo aj inteligentné zariadenie Amazon Echo od firmy Amazon, ktoré začalo na základe príkazov z reklamy v TV bez vyžiadania majiteľa realizovať pokusy o nákupy cez internet [6].

Keďže trend v oblasti autonómnych a inteligentných zariadení má každoročne a aj do budúcna stúpajúci charakter (viď Obr. 1), je potrebné postaviť otázku bezpečnosti a ochrany súkromia používateľov na prvé miesto.

Obr. 1: Počet pripojených zariadení/vecí podľa technológie pripojenia od roku 2015-2021 (v miliónoch)



Zdroj: https://www.statista.com/statistics/626323/connected-iot-devices-things-worldwide-by-technology/
Poznámka: LPWA (low power wide area) – špeciálna licencovaná sieť určená pre internet vecí

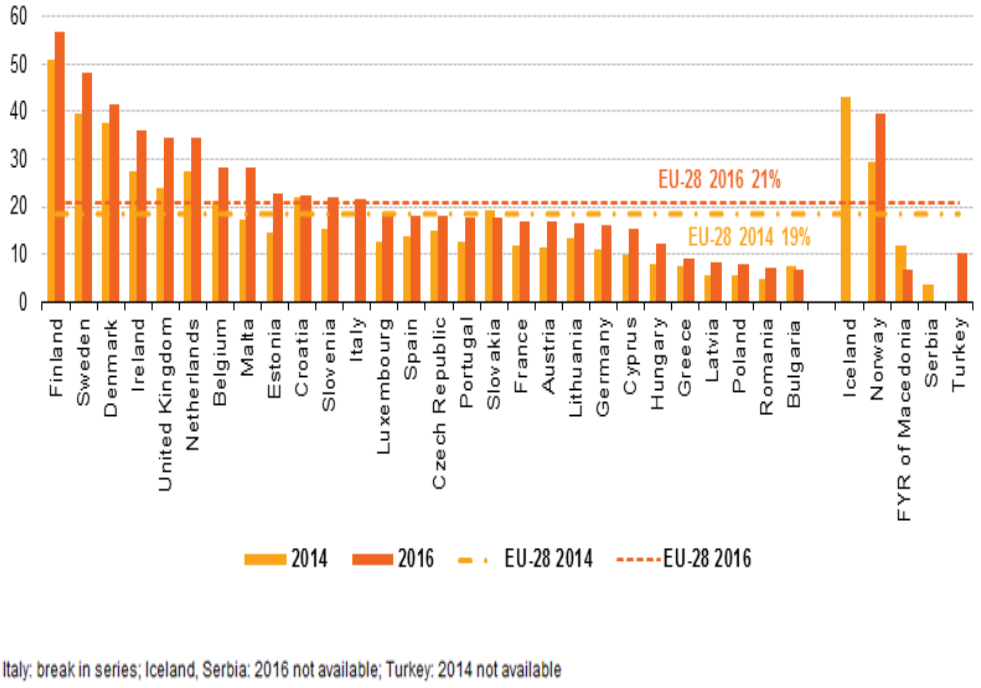
Cloudové riešenia už fungujú nejaký ten rok a sú hojne využívané širokými vrstvami používateľov. Donedávna bol tento segment hlavne doménou súkromných používateľov, ale v poslednej dobe sa začína, čím ďalej tým viac, uplatňovať princíp „softvér ako služba“, „infraštruktúra ako služba“ a podobne a preniká ráznejšie aj do podnikateľskej sféry, ktorá bola doposiaľ pomerne zdržanlivá, nakoľko podnikatelia nechceli zverovať svoje údaje a know-how do rúk tretích strán.

Avšak aj v tomto segmente dochádza k posunu [7], keď niektoré firmy presúvajú buď kompletnú infraštruktúru alebo aspoň jej nekritickú časť do cloudových riešení. Keďže ceny za tieto služby sú primeranejšie ako pred rokmi, tak z hľadiska úspory nákladov sa stávajú zaujímavé. Cloudové služby majú z tu spomenutých riešení najvyššiu úroveň zabezpečenia a ich používanie má stúpajúcu tendenciu (Obr. 2).

Do cloudových riešení presúvajú firmy napríklad e-mailové služby, vnútorné podnikové systémy pre prácu s dátami o klientoch (CRM), databázové systémy, kancelárske systémy a podobne. Na tento spôsob používania licencovaného softwaru sčasti prešla aj Ekonomická univerzita používaním cloud riešenia Office 365. Tabuľka nižšie zachytáva používanie rôznych cloudových riešení podľa krajín (Obr. 3).

Bezpečnosť cloudových riešení je v riziku hlavne pri nedostupnosti infraštruktúry poskytovateľa napríklad v dôsledku výpadku internetových služieb alebo inej technickej závady. Možnosti iných technických závad sú zvyčajne eliminované rozdistribuovaním cloudových služieb na viacero identických/záložných uzlov.

Obr. 2: Používanie cloudových riešení v r. 2014 a 2016 (v % podnikov)



Italy: break in series; Iceland, Serbia: 2016 not available; Turkey: 2014 not available

Zdroj: http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/File:V1_Use_of_cloud_computing_services,_2014_and_2016_(%25_of_enterprises).png

Obr. 3: Používanie cloudových riešení podľa služieb v r. 2016

	Use of cloud computing	E-mail	Storage of files	Hosting the enterprise's database(s)	Office software	Financial or accounting software applications	CRM software applications	Computing power for enterprise's own software
	% enterprises	% enterprises using the cloud						
EU28	21	65	62	44	41	32	27	21
Belgium	28	57	66	47	47	47	33	28
Bulgaria	7	65	58	57	44	30	20	17
Czech Republic	18	76	49	31	40	31	22	21
Denmark	42	68	70	52	49	45	33	33
Germany	16	49	63	33	31	26	18	19
Estonia	23	64	53	25	45	53	17	25
Ireland	36	70	75	46	48	35	30	21
Greece	9	68	58	45	50	18	23	27
Spain	18	69	69	59	39	27	29	29
France	17	61	69	55	36	28	29	18
Croatia	23	76	56	47	50	45	15	23
Italy	22	85	41	39	35	19	19	10
Cyprus	15	72	72	33	52	26	29	18
Latvia	8	68	53	49	33	38	23	25
Lithuania	17	74	56	53	38	45	26	36
Luxembourg	19	64	69	51	47	30	28	24
Hungary	12	69	54	37	49	34	26	22
Malta	28	73	64	38	48	20	21	19
Netherlands	35	59	64	65	48	55	40	20
Austria	17	55	61	36	36	25	26	24
Poland	8	69	57	43	37	28	26	19
Portugal	18	76	62	37	45	32	26	34
Romania	7	68	52	51	37	43	19	27
Slovenia	22	61	49	37	48	33	23	22
Slovakia	18	82	48	35	50	45	18	23
Finland	57	74	63	45	51	46	34	14
Sweden	48	66	68	45	44	44	28	24
United Kingdom	35	62	69	41	49	35	31	24
Norway	40	70	71	64	54	53	39	31
FYR of Macedonia	7	71	56	54	47	39	22	25
Turkey	10	:	:	:	:	:	:	:

Turkey: data for subquestions not available.

Zdroj: http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/File:V0_Use_of_cloud_computing_services_in_enterprises,_2016.png

Nositeľná elektronika (wearables) sa presadzuje ako doplnok k oblečeniu alebo ako forma hodiniek, okuliarov, náramkov a pod. Sú to zariadenia, ktoré sa v komerčných prezentáciách definujú ako určitá pomôcka, ktorá väčšinou spolupracuje s telefónom používateľa a je teda vnímaná ako rozšírenie mobilu. V posledných mesiacoch sme videli príchod rôznych druhov smart hodiniek, ktoré okrem času ukazovali aj iné údaje ako sú rôzne fyziologické dáta, ako napríklad tepová frekvencia srdca, prípadne tlak a podobne. Zariadenia zamerané na snímanie fyziologických dát sa neskôr vyčlenili a zamerali skôr na segment hobby športovcov, ktorí toto sledovanie svojich dát sledujú v čase a merajú nimi svoje výkony, napríklad pri rekreačnom behu, bicyklovaní a podobne.

Ďalšou kategóriou je smart oblečenie, ktoré podľa aktuálneho nastavenia pomocou aplikácie v smartfóne bude môcť meniť farby, nasvietenie pomocou diód napríklad pri náhlom zmene pohybu [8].

Osobitnou kategóriou v tomto výpočte sú prístroje, ktoré majú medicínske použitie a pacient pri nich môže použiť smartfón, tablet alebo počítač na sledovanie dát a môže pomocou špeciálnych ovládacích zariadení meniť parametre prístroja. Takéto použitie sa zavádza napríklad pri zmenách nastavení kardiostimulátorov a inzulínových púmp. Tu zanedbanie bezpečnosti smart zariadení môže, a aj to dokázali demonštrácie v praxi, viesť k poškodeniu zdravia pacienta alebo dokonca až k jeho úmrtiu (doposiaľ sa ale takéto situácie v praxi ešte nevyskytli). Za určitých podmienok môže dôjsť k ovplyvneniu fungovania diabetickej pumpy s možnosťou zvýšenia dávky aplikovaného inzulínu až tak, že pacient zomrie. Rovnaké riziká boli identifikované aj v kardiostimulátoroch, keď môžu byť ich pulzy modifikované tak, že pacient zomrie na zlyhanie srdca. Jediné, čo môže byť ako-tak ukľudňujúce je fakt, že tieto medicínske zariadenia nie sú pripojené na internet priamo a na manipuláciu s nimi sú nutné špecifické zariadenia na odpočúvanie komunikácie prístrojov. Nutnosťou je aj bližší kontakt útočníka s obeťou, pretože kardiostimulátor komunikuje so svojím ovládačom na krátke vzdialenosti (napríklad pri inzulínovej pumpe to bolo okolo sedem metrov) [9]. Je však potrebné byť obozretný, lebo aj tieto zariadenia sa do budúcna môžu do istej miery pripojiť na internet s tým s tým, že je to výhodné pre diaľkovú analýzu pacientovho zdravotného stavu jeho lekárom a podobne.

Rozšírená realita. Výpočet novonastupujúcich technológií zakončíme rozšírenou realitou (augmented reality). Tento pojem je známy posledné dva až tri roky najmä vďaka firme Google, ktorá sa pokúšala masívnejšie presadiť svoje technologické okuliare s názvom Google glass. Tieto okuliare radíme k nositeľnej elektronike a boli schopné online ich nositeľovi poskytovať údaje o krajine, kde sa pohybuje, teda ako mapové a lokalizačné dáta, tak aj dáta o službách a možnostiach v danej oblasti. Okuliare mohli robiť audiovizuálny záznam okolia a do záznamu vkladať rôzne ďalšie tzv. metadáta, ktoré popisujú napríklad lokalizáciu, čas, dátum, meteorologické dáta a iné. Po protestoch odbornej aj laickej verejnosti, ktorá protestovala proti masívnemu narušeniu súkromia sa tento projekt pozastavil. Otázne je dokedy.

Posledným masovo používaným prostriedkom používaným v rámci rozšírenej reality bola hra Pokémon Go, ktorá spojila v mobiloch zábery z reálneho prostredia, do ktorých softvér umiestňoval virtuálne postavy, ktoré museli hráči chytiť. Podobných aplikácií bude zrejme časom pribúdať a určite vyvstanú nové riziká spojené s ich používaním.

4 Záver

Na základe vyššie spomenutého popisu technológií a ich momentálnych zraniteľností je jasné, že je k nim nutné pristupovať s čo najvyššou obozretnosťou. Technologické zariadenia uľahčujú každodenný život a s ich masívnym nástupom treba na ich bezpečnostné nedostatky poukazovať. Aj napriek tomu, že niektoré zariadenia sú používané v domácnostiach už viac ako desaťročie (rôzne domáce smerovače a modemy), začínajú sa až v posledných mesiacoch stávať cieľom aktívnych útokov. Používatelia doteraz nepokladali bezpečnosť týchto zariadení za problém a preto im častokrát nevenovali patričnú pozornosť ani len v takej základnej veci ako zmena hesla prideleného výrobcom (tzv. default heslo) a zákazu manažmentu týchto zariadení z vonkajších sietí (WAN).

Väčší problém ale z hľadiska zabezpečenia prinášajú nové trendy (internet vecí, inteligentné autá, mestá a pod.), lebo ako vidno v poslednej dobe, tak zanedbanie bezpečnostných zásad sa prenáša aj do tohto segmentu. Tento segment trhu je pomerne nový a preto sa ešte v tomto smere nestihol urobiť významnejší výskum a ten sa len v podstate začína. A už sa začínajú aktívne ukazovať negatíva nonstop online zariadení v podobe napríklad záškodných opatrení hackerov aplikovaných na autá. V takomto prípade už nemôžeme hovoriť o nejakom bezvýznamnom prieniku, ale k reálnemu ohrozeniu zdravia a majetku. Výskum v tejto oblasti by sa mal zintenzívniť, aby priniesol sumár odporúčaní a bezpečnostných zásad, ktoré by mali implementovať všetci výrobcovia zariadení ako na strane softvéru tak aj na strane hardvéru.

Literatúra

1. Biel, M. (2016, July 1). Zomrel, ked šoféroval autopilot. Majiteľ Tesly je prvou obeťou samojazdiacich áut. Retrieved from https://www.etrend.sk/technologie/elektromobil-tesla-je-prvy-krat-zapojeny-do-smrtelnej-dopravnej-nehody.html
2. Finkle, J. (2016, October 4). J&J warns diabetic patients: Insulin pump vulnerable to hacking Retrieved from https://www.reuters.com/article/us-johnson-johnson-cyber-insulin-pumps-e-idUSKCN12411L
3. Giannakouris, K., Smihily, M. (2016, December). Cloud computing - statistics on the use by enterprises. Retrieved from http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Cloud_computing_-_statistics_on_the_use_by_enterprises
4. Greenberg, A. (2015, July 21). Hackers Remotely Kill a Jeep on the Highway—With Me in It. Retrieved from https://www.wired.com/2015/07/hackers-remotely-kill-jeep-highway/
5. Hackers Remotely Kill a Jeep on the Highway—With Me in It. (2016, December 8). Retrieved from http://www.bbc.com/news/uk-england-38225274
6. Incident počas Super Bowlu ukázal riziká inteligentných zariadení v domácnosti. (2017, February 6). Retrieved from http://www.dsl.sk/article.php?article=19383
7. Krasný, J. (2015, June 16). Smart oblečenie prichádza! Retrieved from https://digitalportal.sk/smart-oblecenie-prichadza/
8. Lomas, N. (2017, August 14). Update bricks smart locks preferred by Airbnb. Retrieved from https://techcrunch.com/2017/08/14/wifi-disabled/
9. Orange zákazníkov DSL obmedzuje týždeň bez riadneho zdôvodnenia, TP-Link potvrdil bezpečnostný problém. (2017, September 9). Retrieved from http://www.dsl.sk/article.php?article=20192

Analýza vplyvu marketingu na sociálnych sieťach pomocou vybranej webovej analytiky
The analyzing impact of marketing on social networks by using selected webanalytics

Mária Szivósová[1]

Abstrakt
Príspevok sa zaoberá propagáciou a marketingom firmy na sociálnej sieti. Webová analytika slúži k pochopeniu správania návštevníkov na stránkach sociálnej sieti a je základom stratégie pre internetový marketing. V konkrétnom prostredí služby Google Analytics si popíšeme jej význam, vrátane vysvetlenia jej obsluhy a možností nastavenia, čo je základom pre analýzu chovania sa jednotlivcov vystupujúcich na trhu.

Kľúčové slová
marketing, online-marketing, sociálne siete, propagácia na sociálnych sieťach, webová analytika, Google Analytics

Abstract
The paper deals with the promotion and marketing of the company on the social network. Web analytics serves to understand visitor behavior on the site and is the basis for an Internet marketing strategy. In a particular Google Analytics environment, we describe its importance, including explanation of its operation and setup options, which is the basis for analyzing the behavior of individuals on the market.

Key words
marketing, online-marketing, social networks, promotion on social networks, web analytics, Google Analytics

JEL classification
M15

1 Úvod

Ekonomická situácia v súčasnej dobe ukazuje firmám, aké je ťažké prežiť v hektickom konkurenčnom prostredí. Kladie jasné nároky najmä na rozvoj propagačných a komerčných aktivít v online prostredí. Pôsobiť na internete patrí dnes k jednej z hlavných podmienok podnikateľského úspechu. Musíme sa však sústrediť aj na to, ako na internete pôsobiť efektívne. Niektoré pokrokové organizácie využívajú sociálne siete, ako štandardnú súčasť ich marketingovej komunikácie, pretože pochopili, aké výrazné príležitosti im sociálne siete ponúkajú, najmä v oblasti budovania vzťahov so zákazníkmi. Marketing na sociálnych sieťach je ešte na začiatku svojho vývoja. Realizáciu marketingu chápeme ako vhodný nástroj komunikácie a propagácie smerom k zákazníkom a potencionálnych záujemcov o naše služby či produkty. Aby sme tieto aktivity dokázali realizovať čo najefektívnejšie, pomáha nám pri tom webová analytika.

[1] University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Applied Informatics, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: maria.szivosova@euba.sk.

Webová analytika nám poskytuje podklad pre optimalizáciu a formovanie stratégie, pomáha smerovať a podporovať dosiahnutie cieľov firmy a taktiež marketingových a komerčných aktivít v prostredí internetu. Webová analytika sa zaoberá primárne správaním užívateľov zvolených webových stránok či sledovanie fungovania webu so zameraním na vopred definovaných komerčných potrebách a cieľov. Nástroje webovej analytiky, ku ktorým patrí aj Google Analytics, sú v súčasnosti prostriedkom k dosahovaniu stanovených výsledkov a cieľov, kde však nejde len o získanie dát, ale najmä o schopnosť týmto dátam porozumieť správne a aplikovať ich do procesu návrhu optimalizačných opatrení.

2 Predpoklady úspechu marketingu na sociálnych sieťach

Organizácie využívajúce marketing na sociálnych sieťach sledujú jeho vývoj veľmi pozorne a snažia sa nájsť spôsob ako by z tohto fenoménu vedeli vyťažiť krátkodobý ale aj dlhodobý zisk. Je potrebné poznamenať, že organizácie majú snahu o penetráciu určitým efektívnym nápadom do sociálnych sietí. Niekedy však prehliadajú, že prvý krok, ktorý by mali tieto organizácie uskutočniť, je vyrovnať sa s novým trendom plynutia a šírenia informácií. Už dlhší čas nielenže veľmi záleží na každej pozitívnej skúsenosti ľudí s ich produktami a značkami, ale omnoho viac záleží na negatívnych skúsenostiach. Práve preto, že negatívne skúsenosti sú tie, s ktorými sa ľudia zverujú a posielajú ich ďalej. Nemusia to pritom byť iba vždy oprávnené alebo pravdivé informácie. (Suda, 2010).

Existuje niekoľko zásad, ktoré treba dodržiavať pri profiloch organizácií na sociálnych sieťach:

- Nie je potrebné sa brániť interakcii. Užívatelia chcú využiť možnosť komunikácie, ktoré im prinášajú sociálne siete. Preto im to treba umožniť na profile organizácie. Ak im to organizácia neumožní, stratia záujem o tento profil;
- Profil sociálnej sieti netreba využívať na zvýšenie návštevnosti firemného webu. Relevantný a zaujímavý obsah treba ponúknuť na danom profile. Ľudia sa neradi presúvajú inde;
- Netreba sa orientovať len na reklamu. Možnosti využitia profilov je nesmierne množstvo. Reklama nestačí;
- Treba sa vyhnúť zastaranému obsahu. Ak organizácia nebude aktualizovať informácie v profile, ľudia stratia záujem;
- Treba využiť potenciál virálneho marketingu aj vďaka pridávaniu nového obsahu;
- Treba sa vyhýbať vnucovaniu produktov. Ľudia nechodia na sociálne siete nakupovať, ale chodia tam za zábavou a komunikáciou. Treba sa snažiť propagovať niečo, čo už priaznivci organizácie poznajú a používajú. Priaznivcov treba nechať diskutovať. Kvalitný produkt si svojich propagátorov nájde sám. Treba ich rozpoznať a počúvať ich;
- Netreba preceniť svoje sily. Nie vždy je nutné začať svoju pôsobnosť na sociálnych sieťach vo veľkom. Občas stačí začať pomaly. Niekedy je lepšie sa obrátiť aj na odborníkov.

Pri pôsobení na sociálnych sieťach sa treba riadiť pravidlami:

- byť úprimný,
- byť transparentný,
- neuvádzať zákazníkov do omylu,
- neohovárať konkurenciu,
- všetko má byť skutočné.

3 Webová analytika

Webová analytika *(tiež známa pod analýza prevádzky webu, analýza webu, analýza webu zo štatistík návštevnosti alebo analýza návštevnosti)* je meranie, zber, sledovanie a vyhodnocovanie internetových dát za účelom porozumenia a optimalizácie webu.
Webová analytika poskytuje dva dôležité typy informácii:

- zisťuje, čo sa na webových stránkach deje
- zisťuje, aké úpravy stránok pomôžu k tomu, aby bola webová stránka efektívnejšia.

Webová analytika slúži k pochopeniu správania návštevníkov na stránkach a je základom stratégie pre internetový marketing. Využíva sa k zisťovaniu informácii o správaní návštevníkov, napríklad koľko návštevníkov a odkiaľ prichádzajú na web, z akého prichádzajú zdroja či média, z ktorej stránky na web vstupujú, kam naopak odchádzajú, aké kľúčové slová zadávajú do internetového vyhľadávača, atď.

Návštevníkov je možné odlíšiť podľa rôznych kritérií:

- podľa toho, či ide o nového zákazníka alebo vracajúceho sa znovu na stránku,
- podľa zdroja, čo znamená, z akého internetového zdroja na stránky prichádzajú návštevníci. Medzi zdroje patria vyhľadávače, blogy, e-maily, reklamy, zadanie URL adresy priamo do internetového prehliadača alebo záložky,
- podľa geografických rozvrstvení návštevníkov, podľa štátu alebo mesta, z ktorých prichádza najviac návštevníkov, koľko z nich na našej stránke nakúpi a podobne.

Pokročilé charakteristiky:

- Sledovanie kľúčových slov, ktoré zadávajú návštevníci do internetového vyhľadávača.
- Môžeme sledovať cestu webom. Uvidíme, z akého zdroja návštevník vstúpil na stránku, ako dlho na nej strávil čas, aké na nej vykonával kroky a akcie a kam pokračoval.

3.1 Vybrané analytické služby

- **SiteCatalyst** od Adobe (predtým Ommirute) je jedným z najviac prepracovaných nástrojov webovej analytiky. Obsahuje mnoho funkcií, nevýhodou je však jeho vysoká cena. Za web s návštevnosťou 1 milión zobrazených stránok mesačne si podnik zaplatí 770€. Možno práve preto tento analytický nástroj používajú len približne 2% užívateľov.
- **WebTrends** je nástroj na porovnateľnej úrovni s nástrojom GoogleAnalytics. WebTrends ponúka komplexné prehľady so segmentáciou, ktoré si môžeme nastaviť sami. Na rozdiel však od GoogleAnalytics je služba WebTrends spoplatnená.
- Medzi menej kvalitné nástroje webovej analytiky patrí **TOPlist** alebo **AWStats.** TOPlist má problémy s meraním návštevnosti z nových vyhľadávačov akým je napríklad Bing.
- **Google Analytics** je voľné dostupná analytická služba pre zber a analýzu dát o návštevnosti a prevádzke webových stránok od spoločnosti Google, ktorý sa stará o jej permanentný vývoj.

4 Charakteristika a využitie GoogleAnalytics

Pokiaľ navštívime domovskú stránku služby Google Analytics, nájdeme tu nasledujúci oficiálny popis služby. *Google Analytics je riešenie webovej analýzy pre firmy i súkromné osoby, ktoré poskytuje prehľad o prevádzke na webových stránkach a efektivite marketingu. Vďaka výkonným, prispôsobiteľným a ľahko použiteľným funkciám dovoľuje zobrazovať a analyzovať detailné údaje o prevádzke webu. Umožňuje vytvárať lepšie cielené reklamy, posilňovať marketingové aktivity a vytvárať webové stránky s vyššími mierami konverzie.*

Google Analytics je **voľne dostupná** služba, ktorá znemená v tomto prípade, že službu je možno používať zadarmo a nie je nutné platiť za zriadenie, prevádzku či aktualizácie, ako pri všetkých vyššie spomínaných nástrojoch. Služba je prevádzkovaná na serveroch spoločnosti Google. Registrovaným užívateľom umožňuje vygenerovanie meracieho kódu a následne vložením do vlastných stránok, na základe čoho získajú chránený prístup ku štatistikám svojho webu.

Jedná sa o efektívny online analytický nástroj, ktorý dovoľuje merať a vyhodnocovať webové projekty z rôznych hľadísk. Metriky je možné v niektorých prípadoch upravovať aj podľa vlastných potrieb, umožňuje krížovú segmentáciu nad získanými dátami. Služba je určená na **komplexnú analýzu** a produkciu prehľadov o webových stránkach. Pomocou nej je možné podrobne sledovať a následne analyzovať pohyb návštevníkov na webe, identifikovať najčastejšie zobrazované stránky, zdroje a miesto odkiaľ návštevníci na web prichádzajú a miesto, kde stránku opúšťajú. Štatistických prehľadov a metrík poskytuje Google Analytics omnoho viac, preto je vhodné sa orientovať vždy na tie, ktoré sú smerodajné s ohľadom na činnosť, zameranie a ciele webu a samotného podniku.

Veľkým plus Google Analytics je **jednoduché ovládanie** a predovšetkým prehľadné grafické spracovanie, v ktorom sú dáta prekladané a spracované.

Prínosom z pohľadu užívateľa, je fakt, že táto služba dáta **automaticky spracováva** formou prehľadných grafov a štatistík. Štandardne prekladá dáta v podobe výpisu informácii či tabuliek, pričom údaje je možné jednoduchšie vizuálne spracovať pomocou koláčových či stĺpcových grafov.

Služba vyniká **vysokou mierou prispôsobivosti**, čo môžeme uplatniť pri definovaná vlastných prehľadov, filtrov, segmentácii, prispôsobení dashboardu a pod. Umožňuje taktiež upravovať podľa potrieb a požiadaviek merací kód za účelom prispôsobenia (customizácia) meracieho procesu získavaných dát.

Cieľové skupiny, ktoré využívajú Google Analytics:

- *Podnikatelia, majitelia e-shopov*- požadujú celkový prehľad o prevádzke webu a plnení stanovených cieľov.
- *Manažéri a vedúci pracovníci*- potrebujú dáta o návštevníckych trendoch a efektivite internetového podnikania, ktoré využijú pri plánovaní a hodnotení online stratégii a prevádzke webu. Požadujú informácie o návratnosti investícii.
- *Marketingoví a obchodní pracovníci*- vyžadujú informácie pre realizáciu účinných inline marketingových aktivitách a to vrátane spätnej väzby. Hľadajú nové možnosti pre rozšírenie a zefektívnenie predaja a prilákanie nových návštevníkov. Potrebujú poznať správanie návštevníkov.
- *Webmasteri a tvorcovia webu (programátori)*- požadujú informácie o prevádzke webu po technickej stránke a o nárokoch návštevníkoch na jeho technické dispozície. Títo pracovníci by mali reflektovať hardwarové a softwarové vybavenie návštevníkov a nároky na funkčnosť webu.
- *Pracovníci reklamy a PR*- musia mať podklady pre efektívnu realizáciu reklamných aktivít. Potrebujú poznať rozmanitosť medzi cieľovými skupinami, geografické rozloženie návštevníkov, trendy a súčasné požiadavky na dopyt.

4.1 Spôsob fungovania Google Analytics

Služba je postavená na metóde zberu dát značkovaním stránok, funguje na základ použitia meracieho JavaScriptového kódu, ktorý je nutné vložiť do zdrojového kódu webovej stránky. Tento kód musíme najprv vygenerovať – GATC (Google Analytics Tracking Code).

Pri zobrazení webovej stránky návštevníkom v prehliadači dôjde k načítaniu kódu

JavaScriptu, ktorý odkáže na externý súbor, kde vykoná zber dát. Vďaka tomu dôjde k nazhromaždeniu dát o návštevníkovi a iných entitách (napr. URL), pričom sa vytvorí sadá súborov cookies pre identifikáciu návštevníka.

Dáta zbierané počas užívateľskej návštevy stránky sú poslané serveru ako zoznam parametrov. Deje sa tak prostredníctvom volania obrázkov typu GIF na serveri google-analytics.com, kde potom kód JavaScript odošle získané informácie serverom spoločnosti Google.

Spoločnosť Google dáta zo serverov každú hodinu spracováva a aktualizuje prehľady v účtoch služby Google Analytics.

4.2 Nastavenia webovej analytiky Google Analytics

Ako sme si vyššie spomenuli, Google Analytics je voľne dostupná služba, ktorá registrovaným užívateľom umožňuje vygenerovanie meracieho kódu a následne vložením do vlastných stránok, na základe čoho získajú chránený prístup ku štatistikám svojho webu. Jedná sa o efektívny online analytický nástroj, ktorý dovoľuje merať a vyhodnocovať webové projekty z rôznych hľadísk. (Ball, 2014)

Správna implementácia a začiatok nastavenia služby Google Analytics je hlavným predpokladom pre správne meranie a zber dát. Na základe presných dát vieme robiť konkrétne rozhodnutia, ktoré súvisia s optimalizáciou prevádzky webu a s jeho marketingovými a obchodnými aktivitami.

Podľa Google Analytics Installation Guide sú odporúčané tieto kroky inštalácie:

1. Vytvorenie účtu Google Analytics .
2. Nastaviť profil účtu.
3. Nastavenie meracieho kódu GATC vložením do zdrojového kódu stránky
4. Definovanie cieľov.
5. Vytvorenie filtrov.
6. Nadefinovať prístup k dátam pre ostatných užívateľov.
7. Aktivovať funkciu Sledovanie transakcií elektronického obchodovania.

Google Analytics môžeme aktivovať na domovskej stránke tejto služby: www.google.com/analytics/. Je to relatívne jednoduchý proces, ktorý obsahuje vyplnenie registračných údajov v rámci jednotlivých krokov registrácie. Je vhodné si najprv zriadiť Google Account- užívateľský účet od spoločnosti Google, vďaka ktorému získame prístup k využívaniu služby. Registrácia a získanie prístupu je otázkou niekoľkých pár minút a je samozrejme bezplatná. Po prihlásení do Google Analytics je nutné si vytvoriť pre konkrétny web merací účet. Výsledkom celého procesu je tzv. merací kód GATC, ktorý musí byť vygenerovaný a následne vložený do zdrojového kódu stránky. Ako už bolo spomenuté, merací kód GATC je podstatným prvkom, pretože zabezpečuje zber dát z označených stránok. Jedná sa o časť kódu jazyka JavaScript, ktorý následne nazbierané dáta odošle serverom Google Analytics. Týmto kódom je nutné označiť všetky stránky webu, tak, že ručne vložíme GATC do HTML kódu každej stránky webu. Druhou, menej prácnou variantnou, je pridanie kódu do súboru s hlavou šablónou. Tento spôsob využijeme v prípadovej štúdii v kapitole 4. Odporúčaným miestom pre vloženie kódu GATC do stránky je pozícia na konci tejto stránky pred HTML značkou </body>. Toto umiestnenie nám zabezpečí minimalizáciu problémov s načítaním stránky.

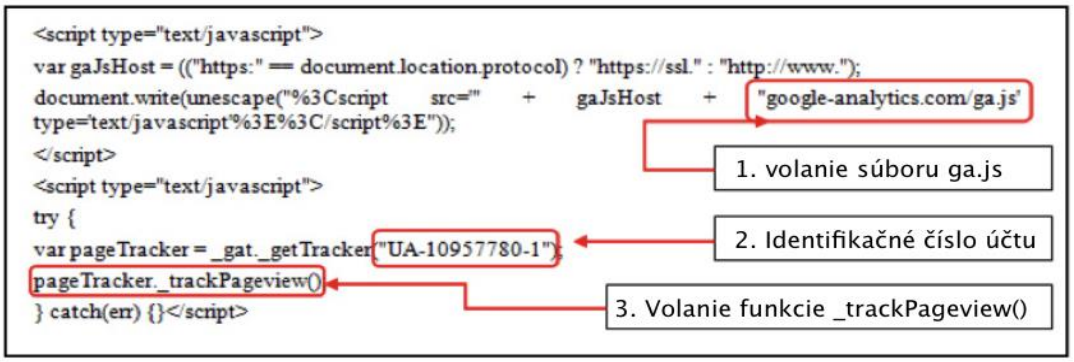
Merací kód sa skladá z troch dôležitých častí:

- **Identifikačné číslo** účtu (napr. UA-42996650-2). Prvá časť čísiel je označením užívateľského účtu, druha naopak identifikuje sledovaný profil.
- Volanie funkcie **_trackPageview().** Slúži k získavaniu údajov o návštevníkovi a URL

načítané stránky. Pracuje s cookies, ktoré posiela serverom spracovávajúcim tieto údaje.

- Volanie súboru **ga.js** zo servera spoločnosti Google. V súbore je uložený kód, ktorý je nutný na zber dát.

Obrázok č.1: Ukážka meracieho kódu GATC



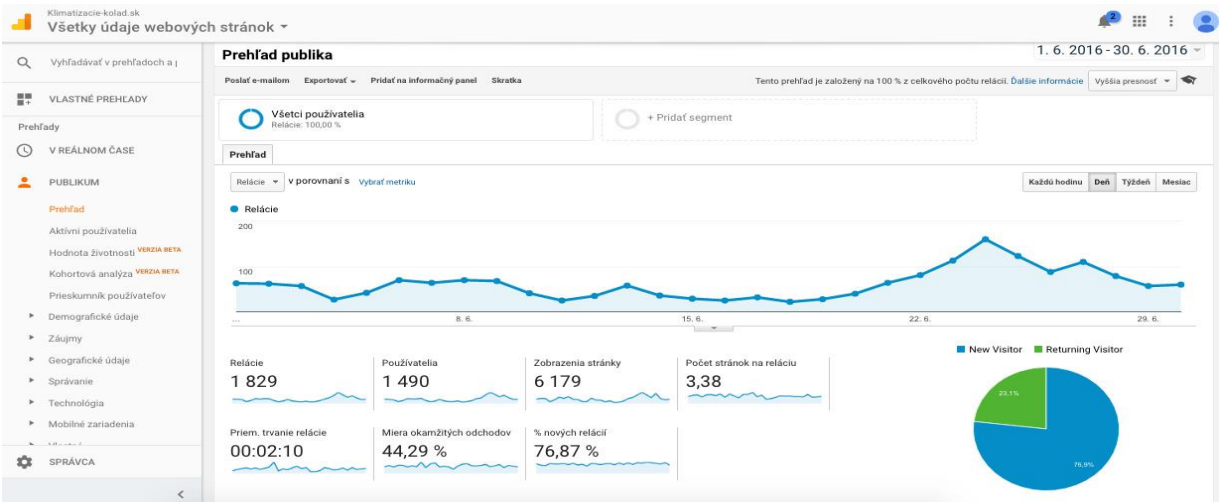
Zdroj: Vlastné spracovanie

4.3 Práca s Google Analytics

Dostávame sa ku samotnej podstate Google Analytics, a to nástroje webovej analýzy určené pre hodnotenie návštevnosti webu. Cieľom nasledujúcej časti je opísať problematiku práce s touto službou a následne uviesť prehľadné informácie, ktoré je nutné znať pri priamom využívaní služby v procese analýzy webu.

Najprv je nutné sa zoznámiť s užívateľským rozhraním. Po prihlásení do Google Analytics sa zobrazí prehľad účtov webu, ktoré sledujeme. Po zvolení účtu konkrétneho webu sa dostaneme k profilu, v ktorom sa nachádza prehľad dát pomocou odkazu *Zobraziť prehľad* a následne sa nám zobrazí tzv. *Dashboard* (riadiaci panel, ktorý zobrazuje dôležité prehľady).

Obrázok č.2: Ukážka dashboardu, riadiaceho panelu



Zdroj: Vlastné spracovanie

Popis užívateľského rozhrania:

1. *Hlavné navigačné menu*- vstup do kategórii prehľadov a pod-prehľadov.
2. Voľba E-mail a *Exportovať*- automatické zaslanie dát e-mailom alebo možnosť exportovať dáta do Excel tabuliek, CSV, TSV, tabuľky Google alebo PDF.

3. Voľba *Pridať na panel*- pridanie prehľadu na riadiaci panel.
4. Výber časového obdobia pre zobrazenie dát.
5. Zmena zobrazenia grafu- vývoj dát v čase môže byť porovnávaný podľa mesiacov, týždňov či dní.
6. Zmena hodnôt zobrazovaných v grafe a nastavenia porovnávania- umožňuje nám zobraziť jednu alebo dve metriky.

4.4 Ciele

Ciele sú prvkom, ktorý používame v Google Analyics pre získanie detailnejšieho pohľadu na úspešnosť a pútavosť nášho webu. Výhodou meraných cieľov je predovšetkým fakt, že ich zadefinujeme podľa našej potreby, ktorá odpovedá požiadavkám na vyhodnotenie javu, ktorý chceme sledovať. Ciele by preto mali byť vyjadrením požadovaných výsledkov, ktoré má web plniť, alebo by s nimi mali súvisieť. Vďaka nadefinovaným cieľom získavame merateľné entity, ktoré sa týkajú chovania návštevníkov, ktorých účelom je zaistiť informácie o miere plnenia cieľov.

Príkladom najbežnejších cieľov, ktoré sa dajú v rámci služby Google Analytics nastaviť sú napríklad:

- dokončenie objednávky;
- registrácia užívateľa;
- využitie určitej služby;
- odoslanie rezervácie;
- odoslanie e-mailu;
- prehrávanie videa;
- určitá doba strávená na webovej stránke;
- prihlásenie k odberu noviniek;
- určitý počet zobrazených stránok za 1 návštevu.

Niektoré z vyššie uvedených cieľov môžu mať pre nás natoľko veľký význam, že ich sledovanie a vyhodnocovanie nám povie viac o úspešnosti webu a pri porovnaní s ďalšími dátami nám môže ukázať silné alebo slabé stránky nášho webu a taktiež vzorce chovania u jednotlivých návštevníckych skupín.

V procese nastavenia a hodnotenia cieľov sa odporúčajú nasledovné kroky:

- Definovať cieľ a previesť ho do merateľnej podoby.
- Nastaviť cieľ v Google Analytics vrátane jeho hodnoty.
- Určiť požadovanú úspešnosť pre proces vyhodnotenia efektivity.
- Nasleduje prípadné uplatnenie opatrení pre optimalizáciu efektivity na základe vyhodnotenia dát. Vývoj je treba hodnotiť v dlhodobejších horizontoch a porovnávať zmeny dát ako aj dôvody týchto zmien.

4.5 Segmentácia a filtre

Údajov o návštevníkoch za konkrétne obdobie nám vykazujú určitý vzorec chovania, napríklad priemerná doba strávená na webovej stránke. Toto chovanie sa však nemusí vzťahovať na všetkých návštevníkov a niektoré metriky môžu byť silne ovplyvnené atypickým chovaním určitej skupiny návštevníkov. Preto sa neodporúča brať ohľad na celkové hodnoty ako na obecne platné a už vôbec nie sa riadiť aritmetickým priemerom. Z tohoto dôvodu nie je ideálne zameriavať sa na priemerné hodnoty a celkové veličiny. Lepšie je analyzovať cestu k podrobnejším dátam, resp. prepracovať sa prehľadmi ku špecifickejším údajom o chovaní návštevníkov. Ak zistíme, že skupiny návštevníkov, sú charakteristické iným vzorcom

chovania, môžeme tieto skupiny vysegmentovať a sledovať ich oddelene, prípadne z celkovej sady dát o návštevnosti odfiltrovať.

Vďaka segmentácii dokážeme získať špecifické a konkrétne informácie, ktoré využijeme pri ladení prevádzky a efektivity webovej stránky. Za pomoci týchto informácii dokážeme definovať rozhodnutia, ktoré nebudú priemerné, ale budú presnejšie odrážať zachytenú realitu. Zobrazovanie či naopak odfiltrovanie vybraných častí dát môžeme v rámci služby Google Analytics robiť prostredníctvom základnej či rozšírenej segmentácii. K segmentácii dát používame v Google Analytics tzv. krížovú segmentáciu.

Krížová segmentácia je jednoduchý spôsob segmentácie, kedy nemusíme nič zložite definovať a nastavovať. Prináša nám možnosť porovnať jednu sadu dát s druhou. Krížovú segmentáciu vykonávame v momente, kedy sa preklikávame prehľadmi ku konkrétnejším dátam.

Obrázok č.3: Ukážka krížovej segmentácie

Mesto	Akvizícia		
	Relácie ↓	% nových relácií	Noví používatelia
	1 625 % z celkovej hodnoty metriky: 88,85 % (1 829)	75,69 % Priem. na zobrazenie: 76,87 % (-1,54 %)	1 230 % z celkovej hodnoty metriky: 87,48 % (1 406)
1. Bratislava	**1 027** (63,20 %)	70,79 %	727 (59,11 %)
2. (not set)	**186** (11,45 %)	88,17 %	164 (13,33 %)
3. Kosice	**72** (4,43 %)	86,11 %	62 (5,04 %)
4. Trnava	**67** (4,12 %)	73,13 %	49 (3,98 %)

Zdroj: Vlastné spracovanie

4.6 Nastavenie filtrov

Filtre spravidla používame k odfiltrovaniu dát s cieľom získať špecifickejšiu sadu údajov, ktorá je následne využitá v rámci analýzy webu a užívateľského chovania. Umožňuje sústrediť preferované dáta do konkrétneho profilu, pre ktorý je filter nastavený. Pokiaľ teda aplikujeme filter, do profilu sa zbierajú len dáta, ktoré prešli filtrom.

Služba Google Analytics ponúka 2 druhy filtrov- preddefinované alebo vlastné. K ich aplikácii a nastaveniu sa dostaneme cez *Správcu filtrov* v účte webovej stránky alebo cez voľbu *Upraviť* v konkrétnom profile. V preddefinovaných filtroch volíme možnosť zahrnúť ci vyradiť. U vlastných filtroch je táto ponuka rozšírená o ďalšie možnosti, pričom vyberáme z ponuky pole filtrov. V prípade nastavenia vlastných filtrov sa často používajú i regulárne výrazy.

Úprava dát pomocou filtrov má nasledujúci význam:

- *Odstránenie vlastnej návštevnosti z prehľadov* - odfiltrovanie prístupov vlastných zamestnancov, analytika, webmastera, reklamnej agentúry, atď.
- *Zber dát výlučne zo sledovaného webu* - v prípade, že by konkurenciu získala kód GATC zo zdrojového kódu meranej webovej stránky, má možnosť znehodnocovať dáta tak, že kód umiestni na iný web, čím budú do nášho účtu v Google Analytics prúdiť dvoje dáta.

4.7 Prehľady dát pre analýzu webu

Prehľady dát sú vizualizované výsledky meracieho procesu, ktoré nám služby Google Analytics predkladá v podobe usporiadaných a prehľadných výstupov. Prehľady nie sú len statickým zoznamom nameraných hodnôt, naopak umožňujú ďalšiu manipuláciu s dátami podľa konkrétnych potrieb. K variabilnej práci s dátami využívame najmä krížovú segmentáciu, o ktorej fungovaní sme si už vyššie povedali. Umožňuje nám získavať konkrétne hodnoty, ktoré sú pre analytika dôležité s ohľadom na cieľ analýzy. Na základe informácii z prehľadov, resp. vďaka pochopeniu a interpretácii predložených dát, môžeme následne vytvoriť rozhodnutia pre potreby optimalizácie webovej stránky a efektívnosti plnenia cieľov.

Služba Google Analytics poskytuje veľké množstvo prehľadov, ktoré sú logicky usporiadané do 5 hlavných kategórii, ktoré nájdeme v ľavom hlavnom rozklikávacom menu. Sú to: *V reálom čase, Publikum, Akvizícia, Správanie, Konverzie* .

5 Umenie využitia dát z Google Analytics

Umenie nastaviť a upraviť merania, filtrovať, segmentovať, poznať rozhranie Google Analytics ako jeho prehľad a práce s dátami je odrazovým mostíkom do reálneho sveta webovej analýzy. Vďaka tejto služby máme k dispozícii dáta a prehľad o návštevnosti našej webovej stránky. Týmto informáciám však musíme byť aj schopní porozumieť a vedieť ich pretransformovať do podoby konkrétnych znalostí cieľov a zámerov webovej stránky.

Výsledkom analýzy dát sú:

1. Interpretované informácie spoločne s návrhom čo presne treba robiť lepšie, kde je treba čo zmeniť a za akým účelom to zmeniť.
2. Odhad očakávaného výsledku navrhovaných zmien.

5.1 Kľúčové ukazovatele výkonnosti

Kľúčové ukazovatele výkonnosti (Key Performance Indicators) sú jednou z hlavných ciest, ktorá nás má doviesť k cieľu cez rozsiahle nazbierané dáta. Kľúčové ukazovatele výkonnosti (ďalej len KPI) sú prostriedkom, ako redukovať množstvo dát do konkrétnych ukazovateľov. Vďaka nim môžeme riadiť vývoj webovej stránky a reagovať na zmeny v dôležitých oblastiach. Základom pre zostavenie KPI je znalosť obecných cieľov webovej stránky, toho, čo má web plniť a za akých podmienok. KPI je nutné vždy vyhodnocovať a porovnávať v čase. Čo sa týka konkrétnych príkladov KPI, môžeme si základné ukazovatele bez ohľadu na konkrétny ciel, ktorý majú vyjadrovať:

- celkový počet návštevníkov;
- priemerný počet zobrazení stránok za 1 návštevu;
- priemerná miera konverzie;
- priemerná návratnosť investícii;
- percento nových zákazníkov.

6 Záver

Schopnosť detailne analyzovať web a zo získaných poznatkov odvodiť opatrenia, ktoré majú pomôcť k posilneniu návštevnosti, k zvýšeniu komerčného výsledku a k optimalizácii internetového marketingu, je dôležité najmä preto, lebo významnou mierou napomáha pri plánovaní a realizácii efektívneho pôsobenia v prostredí internetu. Môžeme konštatovať, že služba Google Analytics ako prepracovaný nástroj webovej analýzy je zásadným pomocníkom pre komerčné spoločnosti. Poznatky získané z nameraných dát pomáhajú nielen pri hodnotení komerčného výkonu webu, ale poskytujú predovšetkým detailné informácie o správaní návštevníkov na webovej stránke, ich potrebách a preferenciách, taktiež informujú o

obľúbenosti poskytovaných služieb, produktov ale aj samotného obsahu na webovej stránke. S pomocou Google Analytics sme dokázali detailne porovnať úspešnosť marketingu a propagačných aktivít.

S pomocou Google Analytics vieme efektívne optimalizovať web a získať detailné pochopenie návštevníkov webovej stránky. Službu je možné prepojiť s rôznymi druhými propagácie, ako sú Google AdWords alebo propagácia na sociálnej sieti Facebook.

Využitie tejto problematiky vyžaduje znalosť súvislostí a význam konkrétnych dát, pretože nesprávna interpretácia môže znamenať chybné rozhodnutia a prípadný negatívny vplyv na zisk firmy. Je nutné zlepšovať a prehlbovať spracovanie teórie ako aj ukážok praktických príkladov využitia týchto služieb s ohľadom na uplatnenie nástrojov pre potreby širšej verejnosti. Aj napriek tomuto by však organizácie mali prekonať vstupné obavy z ich použitia, pretože časom zistia, že sa jedná o významného pomocníka, ktoré služby vedia využiť v širokom zábere efektívnych možností. Pokiaľ chceme, aby naša firma bola úspešná, mala by vyhodnocovať efektivitu webový aktivít, pretože prispôsobiť sa marketingu na internete patrí dnes k jednej z hlavných podmienok podnikateľského úspechu.

Literatúra

1. Ball, S. (2014). *Web analytics 45 success secrets: 45 most asked questions on web analytics: what you need to know*. Brisbane, Australia: Emereo Publishing
2. Google Analytics- Google Code c2017 from www:<https://code.google.com/>.
3. Shih, C. C. (2010). *Vydělávejte na Facebooku: jak využít sociální sítě k oslovení nových zákazníků, vytvoření lepších produktů a zvýšení prodejů*. Brno: Computer Press.
4. Suda, J. (2010, November 22). Uživatelé sociálních sítí jsou dnes vybíravější. Retrieved September 12, 2017, from http://mam.ihned.cz/c4-10000011-48244560-100000_detail-uzivatele-socialnichsiti-jsou
5. Webová analytika c2017 [cit 2017-03-25].From *http://robertnemec.com/umime/digitalni-analytika/webova-analytika/>*.

2. sekcia

2nd Section

Aktuálne trendy vývoja teórie a praxe účtovníctva a audítorstva

Current trends of development of accounting and auditing theory and practise

Obsah

ANTALOVÁ Renáta
Rozlišovanie fixnej a variabilnej zložky nákladov v hotelierstve s využitím v precese ekonomického riadenia a rozhodovania..... 48

BLAHUŠIAKOVÁ Miriama
Vplyv finančnej základne na finančnú situáciu účtovnej jednotky.....57

KŇAŽKOVÁ Veronika, PARAJKA Branislav
Materialita a jej úloha v audite účtovnej závierky..... 65

KOŠTUŘÍKOVÁ Ivana
Changes in unrealized production accounting in the Czech Republic and their consequences..... 74

KOVALČÍKOVÁ Antónia
Výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií 85

KRIŠKOVÁ Petra, UŽÍK Ján
Nezávislosť audítora a jej vplyv na prijatie zákazky na audit účtovnej závierky 98

KUBAŠČÍKOVÁ Zuzana
Zdieľané informácie v oblasti účtovníctva..... 106

LOVCIOVÁ Kornélia, PAKŠIOVÁ Renáta
Vykazovanie finančných informácií ako súčasti informácií o spoločenskej zodpovednosti podnikov v Slovenskej republike..... 114

MADĚRA František
Audit účtovných závierok (poznámky k rozsahu vzorky, jej výberu a vyhodnoteniu)..126

ONDRUŠOVÁ Lucia
Predchádzanie a riešenie vstupu spoločnosti do krízy..... 135

ORISKÓOVÁ Denisa, PAKŠIOVÁ Renáta
Vplyv inflácie na vykazovanie stavu a zmeny stavu majetkovej podstaty..... 143

ŠIMÍKOVÁ Iris
Rozsah účetnictví municipálních příspěvkových organizací.....154

ŠLOSÁROVÁ Anna
Významnosť ako atribút užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov..... 165

SUROVÝ Vladimír, PAVLOVIĆ Vladan, KNEŽEVIĆ Goranka
Stručný názor na aktuálnu účtovnú závierku v Srbskej republike..... 173

Rozlišovanie fixnej a variabilnej zložky nákladov v hotelierstve s využitím v precese ekonomického riadenia a rozhodovania
Differentiation of fixed and variable cost components in hotel management using in the process of economic management and decision making

Renáta Antalová[1]

Abstrakt
Manažérske účtovníctvo je osobitou oblasťou účtovného informačného systému podniku. Má k dispozícii nástroje na analýzu a spracovanie údajov o hospodárskych javoch do formy vhodnej pre potreby riadenia a rozhodovania. Špecifickou oblasťou podnikania je poskytovanie ubytovacích služieb. Vyznačuje sa vysokým podielom fixných nákladov, čo predstavuje pre účtovné jednotky podnikajúce v danej oblasti rozsiahly potenciál ale aj riziká. Prostriedkom na detekciu možných rizík i možností pozitívneho vývoja v danej oblasti môže byť manažérske účtovníctvo. Znalosť štruktúry nákladov z hľadiska ich reakcie na zmenu objemu určitej vzťahovej veličiny môže byť podkladom pre riešenie viacerých rozhodovacích úloh, ktoré musí manažment v hotelierstve riešiť.

Kľúčové slová
hotelierstvo, rozhodovanie, fixné a variabilné náklady, bod zvratu, prevádzkové riziko

Abstract
Managerial accounting is a special area in companys' accounting information system. It has tools to analyze and process data on economic processes in the company to the form appropriate to management and decision-making needs. Provision of accommodation services is a specific area of business. It is characterized by high share of fixed costs, which represents either large potential and risks for entities operating in this area. Management accounting can be one of the tools to detect possible risk risk and the possibility of positive development in this area. Identification of the cost structure in terms of their reaction to the change in the volume of a certain referential valuecan serve as a basis for solving a number of decision-making tasks that management in the hotel industry has to deal with.

Key words
hotel sector, decision-making, fixed and variable costs, break even point, operating leverage

JEL classification
M40, M41

1 Úvod

Cieľom každého subjektu, ktorý vstupuje do procesu podnikania je dosahovanie zisku. To, či sa daný cieľ podarí dosiahnuť, závisí od mnohých faktorov. V etape rozhodovania o podnikaní je to voľba druhu podniku, formy podnikania, lokality a množstva potrebných zdrojov. V etape prevádzky podniku je úspech závislý vo veľkej miere aj od profesionality manažmentu a kvality dostupných informácií. Je tomu tak aj v hotelierstve - špecifickej oblasti

[1] Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: renata.antalova@euba.sk.

podnikania v poskytovaní ubytovacích služieb. Cieľom predkladaného príspevku je identifikovať základné rozhodovacíe úlohy, ktoré môže manažment ubytovacieho zariadenia riešiť na základe informácií poskytovaných manažérskym účtovníctvom a uviesť možné prístupy k ich riešeniu. Dôraz bude kladený na obdobie prevádzky ubytovacieho zariadenia, na úlohy riešené pri existujúcej kapacite podniku. Ubytovacím zariadením sa chápe hotel, botel, penzión, apartmánový dom, turistická ubytovňa, chatová osada, kemping, táborisko alebo ubytovanie v súkromí. Manažérskym účtovníctvom sa rozumie tá časť účtovného informačného systému podniku, ktorá sa zaoberá zhromažďovaním a analýzou údajov o hospodárskych javoch, ich spracovávaním do takej podoby, aby mohli byť využité manažmentom v ekonomickom riadení.

2 Rozhodovacie úlohy riešené pri existujúcej kapacite

Pre oblasť ekonomického riadenia podniku má podstatný význam chápanie pojmu náklad. Kým nákladmi vo finančnom účtovníctve sú vynaložené explicitné hmotné a nehmotné zdroje s ekonomickým potenciálom, pre oblasť operatívneho, taktického a strategického riadenia sa rozširuje dané chápanie o väzbu vynaložených ekonomických zdrojov k určitému ekonomickému účelu a implicitné zdroje so sociálnym a intelektuálnym charakterom. Ďalším špecifikom, ktorým sa odlišujú jednotlivé zložky účtovného informačného systému podniku, sú kritériá členenia nákladov. Kým pre finančné účtovníctvo je typickým členenie nákladov z hľadiska druhov vynaložených ekonomických zdrojov, pre potreby riadenia a rozhodovania je takéto členenie nákladov nepostačujúce a spravidla sa dopĺňa o ďalšie kritériá. Pre riešenie rozhodovacích úloh pri existujúcej kapacite má veľký význam sledovanie vzťahu nákladov k dynamike vzťahovej veličiny, ktorou môže byť akýkoľvek faktor, ktorý môže ovplyvňovať vznik, priebeh a výšku nákladov. Pre potreby rozhodovania je potrebné poznať nielen to, že sa náklady so zmenou vzťahovej veličiny menia, ale aj to, ako sa menia. Podľa toho rozlišujeme fixné a variabilné náklady. Z údajov poskytovaných finančným účtovníctvom ubytovacích zariadení spravidla nie je okamžite zrejmý podiel variabilných a fixných nákladov. Fixnú a variabilnú časť nákladov je možné rozlíšiť viacerými metódami. Empirické metódy sú založené na vecnej analýze nákladov na jednotlivých nákladových účtoch vedených v rámci finančného účtovníctva.

Pre zariadenia poskytujúce ubytovacie služby sú charakteristické nákladové druhy:

- spotreba materiálu (suroviny, sklo, porcelán, keramika, kancelárske potreby, kvety a výzdoba, materiál pre kuchyňu, údržbársky materiál, súčiastky, propagačný materiál, noviny a časopisy, tlačivá, bielizeň, pohonné hmoty, pracovné oblečenie a ochranné odevy, čistiace prostriedky, lekárenské vybavenie)
- spotreba energie (elektrická energia, voda, plyn)
- náklady na prijaté služby
- náklady na predaný tovar
- mzdové náklady a sociálne poistenie (garantovaná mzda, náhrady a príplatky, odmeny, zákonné sociálne poistenie)
- odpisy
- dane a poplatky
- finančné náklady (úroky, kurzové straty, bankové poplatky, poistenie majetku).

Zisťovanie fixných a variabilných nákladov podľa položiek je náročné, preto ak má zariadenie k dispozícii mesačné tržby a náklady za čo najdlhšie sledované obdobie, môže aplikovať na rozlíšenie variabilnej a fixnej zložky nákladov matematicko-štatistické metódy. K presným metódam patrí regresná analýza. Pri párovej lineárnej regresii sa hľadá rovnica

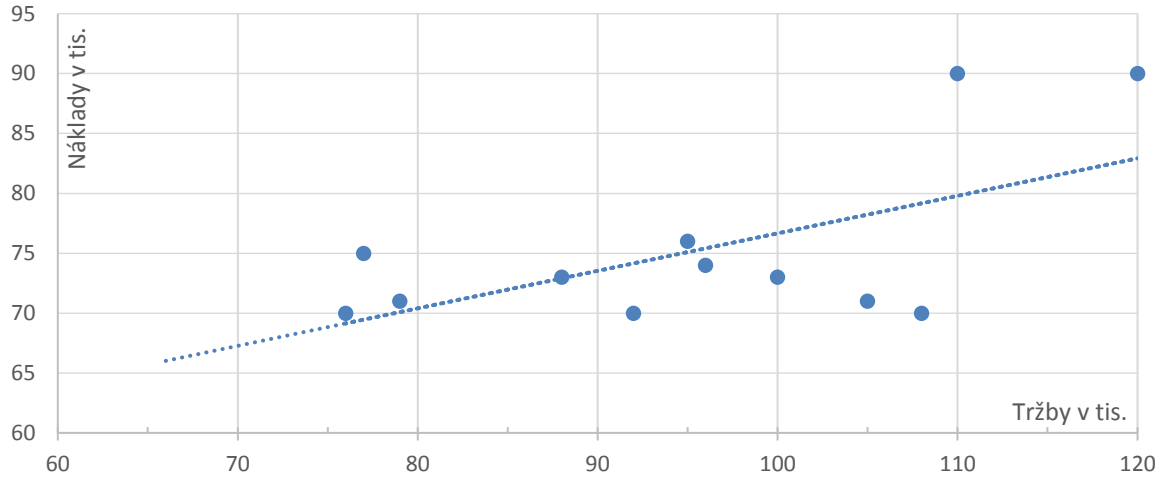
priamky zobrazujúca lineárnu závislosť medzi závisle premennou Y a nezávisle premmennou X. Hľadaná rovnica priamky má tvar $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$, pričom $\hat{y}_i$ nazývame vyrovnanou (očakávanou) hodnotou premennej Y pre i- te pozorovanie. Koeficienty b_0 a b_1 sa vypočítajú z údajov výberového súboru metódou najmenších štvorcov s cieľom, aby boli pre hľadanú priamku rozdiely medzi skutočnými hodnotami výberového súboru a vyrovnanými hodnotami minimálne. Koeficient b_0 predstavuje hodnotu premennej Y ak X = 0. Ak premenná Y predstavuje celkové náklady a X tržby, tak b_0 budú fixné náklady. Koeficient b_1 je smernicou priamky, teda jednotkovými variabilnými nákladmi. Koeficienty b_0 a b_1 sa vypočítajú zo sústavy rovníc (Chajdiak, Rublíková , & Gudába, 1994):

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n \,.\, b_0 + \, b_1 \,.\, \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \,.\, y_i = \, b_0 \,.\, \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \,.\, \sum_{i=1}^{n} x^2$$

V grafe 1 je pre ilustráciu znázornených 12 skutočných hodnôt výberového súboru (celkových nákladov za jednotlivé mesiace účtovného obdobia) a hľadaná regresná priamka predstavujúca vyrovnané hodnoty.

Graf 1: Párová lineárna regresia



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Skúmanie nákladov podľa ich závislosti od vzťahovej veličiny umožňuje (Farkaš, 1990):

- získavať predstavu o ich priebehu a pôsobiť na ich znižovanie
- uskutočniť analýzu bodu zvratu, keď sa zisťuje aký objem predaja alebo tržieb musí podnik dosiahnuť, aby sa dostal aspoň na nulovú alebo inú cieľovú úroveň zisku, na určitú cieľovú rentability tržieb, resp. aký bude mať zmena jednotlivých parametrov ovplyvňujúcich výsledok hospodárenia na výsledok hospodárenia vplyv (analýza bodu zvratu a analýza citlivosti)
- ovplyvňovať mieru prevádzkového rizika (prevádzková páka)
- zvyšovať účinnosť a úspornosť spotreby ekonomických zdrojov

- odstraňovať nedostatky tradičných kalkulácií úplných nákladov a na základe hodnotenia rentability jednotlivých výkonov umožňuje optimalizovať výrobný sortiment, stanovovať dolnú cenovú hranicu poskytovaných výkonov a hornú cenovú hranicu prijímaných výkonov
- objektivizovať rozbor nákladov, zostavovať alternatívne rozpočty, objektivizovať kontrolu nákladov a hospodárskej činnosti stredísk.

V nasledujúcich častiach príspevku sa budeme venovať vybraným rozhodovacím úlohám a možnostiam ich riešenia.

3 Analýza bodu zvratu v ubytovacích zariadeniach

Základom všetkých typov rozhodovacích úloh sú úvahy o tom, ako zmena objemu a sortimentu výkonov ovplyvní výšku nákladov, výnosov a zisku. Mnohé závery a rozhodnutia sú výsledkom vyčíslenia a analýzy tzv. bodu zvratu, ktorý sa v hotelierstve využíva v prvom rade pri stanovení ceny izby. Cieľom výpočtu bodu zvratu v naturálnom vyjadrení je zistenie počtu predaných izieb resp. v peňažnom vyjadrení objemu tržieb, ktoré ubytovacie zariadenie musí dosiahnuť, aby sa dostalo aspoň na nulovú úroveň zisku.

Napríklad v hoteli s 50 izbami, so 60 %-nou obsadenosťou izieb, ročnými fixnými nákladmi N_f = 72 000 €, variabilnými nákladmi N_v = 273 750 € a priemernou cenou izby c_j = 100 € na izbu a deň sa bod zvratu počíta ako podiel fixných nákladov a jednotkovej marže. Jednotková marža (príspevok na úhradu fixných nákladov) sa chápe ako rozdiel jednotkovej ceny (c_j) a jednotkových variabilných nákladov (N_{vj}).

$$X = 50 \,.\, 365 .\, 0{,}6$$

$$X = 10\,950 \; izbodní$$

Pri 60 % využití ubytovacích kapacít hotela sa počíta s 10 950 izbodňami z celkového počtu 18 250 izbodní za rok.

$$N_{vj} = \frac{N_v}{X}$$

$$N_{vj} = \frac{273\,750}{10\,950}$$

$$N_{vj} = 25 \; €/izbodeň$$

Jednotkové variabilné náklady na jeden izbodeň sú vo výške 25 €.

$$X_{BZ} = \frac{N_f}{c_j - N_{vj}}$$

$$X_{BZ} = \frac{72\,000}{100 - 25}$$

$$X_{BZ} = 960 \; izbodní$$

Bod zvratu 960 izbodní znamená, že pri 5% obsadenosti izieb (0,05 = 960:(50.365)) bude úroveň zisku nulová.

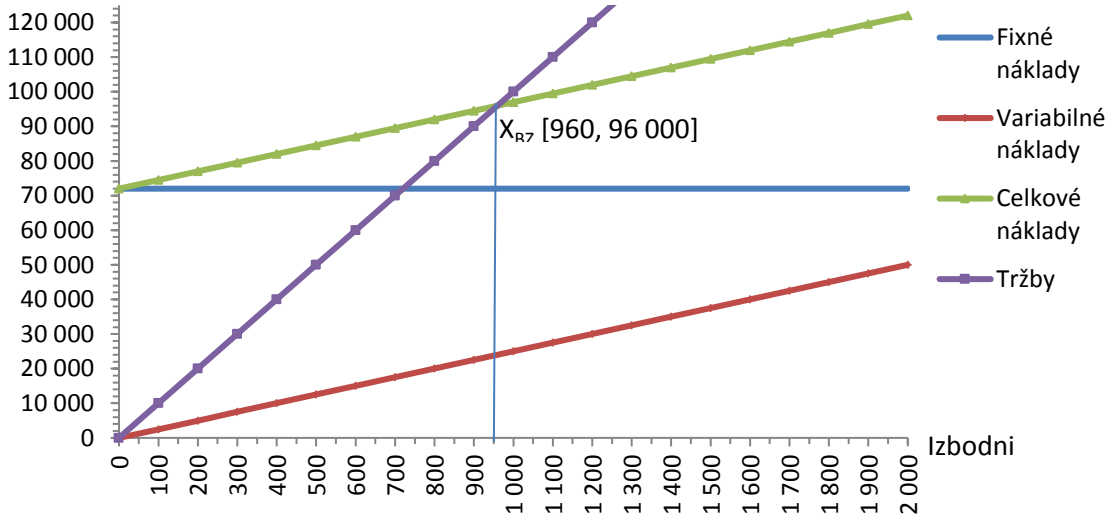
$$T_{BZ} = \frac{N_f}{\frac{c_j - N_{vj}}{c_j}}$$

$$T_{BZ} = \frac{72\,000}{\frac{100 - 25}{100}}$$

$$T_{BZ} = 96\,000\ €$$

Výsledkom peňažného vyjadrenia bodu zvratu sú tržby vo výške 96 000 €. Znamená to, že z uvedených tržieb sú uhradené všetky variabilné náklady a od tohto bodu počnúc sú z tržieb uhrádzané fixné náklady a tvorený je zisk. Menovateľ z predchádzajúceho vzťahu sa označuje ako percento marže a určuje, akú časť z ceny možno použiť na úhradu fixných nákladov a tvorbu zisku. V uvedenom prípade možno použiť až 75 % z ceny na úhradu fixných nákladov a tvorbu zisku. Vzťah medzi izbodňami, nákladmi a tržbami je znázornený v grafe 2.

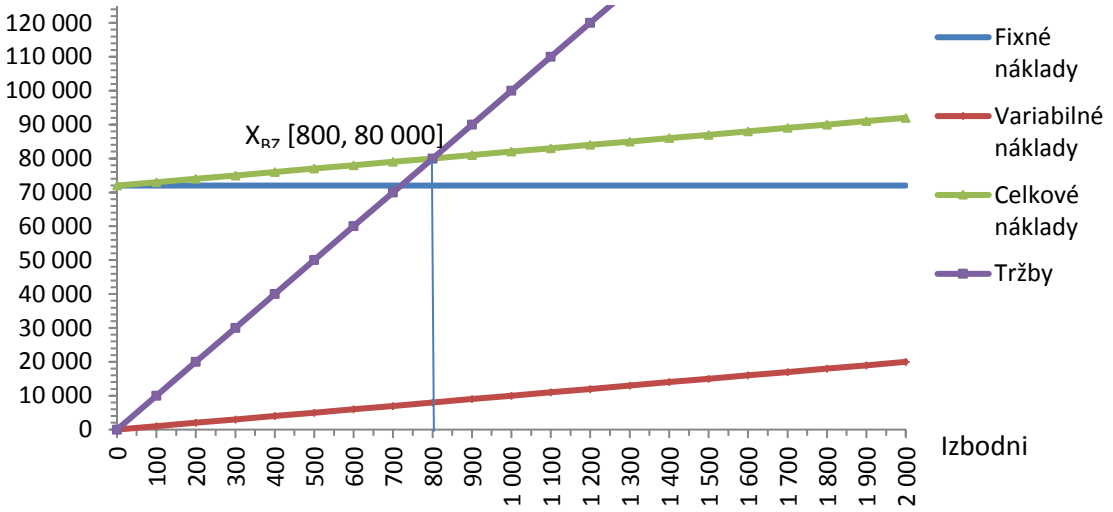
Graf 2: Vzťah medzi izbodňami, celkovými nákladmi a tržbami



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Pri úvahách o budúcom vývoji je potrebné počítať aj s alternatívou, že predpoklady manažmentu nemusia byť naplnené. V rámci analýzy citlivosti možno počítať s pozitívnym i negatívnym vývojom. Vyčísliť možno vplyv zmeny jednotlivých parametrov (N_v, c_j, N_f) na výsledok hospodárenia. V grafe 3 je znázornený pozitívny vplyv zníženia variabilných nákladov (N_{vj} = 10 €/izbodeň), na výsledok hospodárenia. Bod zvratu dosahuje hotel už pri 800 izbodňoch a tržbách 80 000 €. Podobne pokles bodu zvratu by mohol byť spôsobený poklesom fixných nákladov alebo nárastom predajnej ceny. Naopak nárast fixných nákladov, nárast variabilných nákladov alebo pokles ceny môžu zapríčiniť, že zariadenie poskytujúce ubytovacie služby dosiahne pokrytie fixných nákladov pri vyššej obsadenosti izieb ako 5 %.

Graf 3: Vzťah medzi izbodňami, celkovými nákladmi a tržbami pri poklese variabilných nákladov



Zdroj: Vlastné spracovanie.

V súvislosti s analýzou bodu zvratu sa uvádza aj ukazovateľ bezpečnostný koeficient. Vyjadruje o koľko percent môže objem predaja poskytovaného výkonu klesnúť bez toho, aby sa podnik dostal do straty. Bezpečnostný koeficient možno vyjadriť napríklad na základe tržieb, kde T sú aktuálne tržby a T_{BZ} sú tržby v bode zvratu.

$$bezpečnostný\ koeficient = \frac{T - T_{BZ}}{T}$$

4 Štruktúra nákladov v ubytovacích zariadeniach a s tým spojené prevádzkové riziko

Vo všeobecnosti platí, že pre ubytovacie zariadenia je typický vysoký podiel fixných nákladov oproti variabilným nákladom. Fixné náklady sú tie náklady, ktoré sa v absolútnej výške nemenia so zmenou tržieb alebo počtom predaja izieb a v relatívnom pomere klesajú k dosiahnutým tržbám. Naopak variabilné náklady vznikajú pri predaji jedál a nápojov a pri obsadení izieb. Vzájomný pomer fixných a variabilných nákladov môže ovplyvňovať aj mieru prevádzkového rizika, ktoré sa dá matematicky vyjadriť ako podiel celkovej marže a ukazovateľa EBIT, resp. podielu percentuálnej zmeny ukazovateľa EBIT a percentuálnej zmeny tržieb (Tumpach, 2008).

$$stupeň\ prevádzkovej\ páky = \frac{celková\ marža}{EBIT}$$

$$stupeň\ prevádzkovej\ páky = \frac{\frac{EBIT_2 - EBIT_1}{EBIT_1}}{\frac{Tržby_2 - Tržby_1}{Tržby_1}}$$

V tabuľke 1 je znázornená vzájomná súvislosť štruktúry nákladov a stupňa prevádzkovej páky v dvoch identických ubytovacích zariadeniach s rovnakými tržbami aj celkovými nákladmi. V prvom zariadení je vyšší podiel fixných nákladov k variabilným nákladom, a teda aj stupeň prevádzkovej páky. V tabuľke 2 je znázornené ako sa v oboch ubytovacích zariadeniach výsledok hospodárenia zmení v prípade nárastu stupňa využitia kapacity ubytovacích zariadení a v prípade poklesu obsadenosti izieb v oboch ubytovacích zariadeniach.

Tab. 1: Súvislosť vzájomného pomeru fixných a variabilných nákladov a stupňa prevádzkovej páky

Ubytovacie zariadenie	Obsadenosť izieb v izbodňoch	Tržby v tis. €	Variab. náklady v tis. €	Fixné náklady v tis. €	Celkové náklady v tis. €	Pomer fix. a var. nákladov	Marža v tis. €	EBIT v tis. €	Stupeň prev. páky
A	1 000	100	20	50	70	250 %	80	30	2,67
B	1 000	100	40	30	70	75 %	60	30	2

Zdroj: Spracované podľa: Tumpach, 2008, s. 187

Tab. 2: Stupeň prevádzkovej páky a miera prevádzkového rizika

Ubytovacie zariadenie	Obsadenosť izieb v izbodňoch	Tržby v tis. €	Variab. náklady v tis. €	Fixné náklady v tis. €	Celkové náklady v tis. €	EBIT v tis. €	Vplyv zmeny obsadenosti izieb na výsledok hospodárenia
A	900	90	18	50	68	22	- 0,1 . 2,67 . 30 = - 8
A	1 000	100	20	50	70	30	
A	1 100	110	22	50	72	38	+ 0,1 . 2,67 . 30 = + 8
B	900	90	36	30	66	24	- 0,1 . 2 . 30 = - 6
B	1 000	100	40	30	70	30	
B	1 100	110	44	30	74	36	+ 0,1 . 2. 30 = + 6

Zdroj: Spracované podľa: Tumpach, 2008, s. 188

Vyšší stupeň prevádzkovej páky je spojený s vyššou mierou zisku pri náraste obsadenosti izieb, ale aj s vyšším prevádzkovým rizikom pri poklese obsadenosti izieb. Nižší stupeň prevádzkovej páky je spojený s nižšou mierou prevádzkového rizika, avšak v prípade nárastu obsadenosti izieb prináša nižší zisk.

5 Kalkulácia neúplných nákladov a jej využitie v ubytovacích zariadeniach

Historicky najstarším nástrojom hodnotového riadenia je kalkulácia. Vo všeobecnosti sa kalkuláciou rozumie prepočet nákladov, marže, ceny alebo inej hodnotovej veličiny na výrobok alebo službu vyjadrenú v naturálnych jednotkách ale aj ako výsledok daného prepočtu. Vznikla ako nástroj ocenenia nedokončenej výroby, výrobkov, polotovarov vlastnej výroby a aktivovaných výkonov, ktorý mal poskytnúť informácie o viazanosti ekonomických zdrojov vo výkonoch podnikovej činnosti. Na základe prepočtu nákladov vynaložených v súvislosti s výkonmi mala byť zodpovedaná otázka: „Aké náklady bude (bolo) potrebné vynaložiť na jednotlivé výkony v konkrétnych podmienkach?“ Ak sa na výkon vyčísľujú tak fixné, ako aj variabilné náklady, označujú sa takéto kalkulácie ako absorbčné kalkulácie, resp. kalkulácie neúplných nákladov.

Nedostatkom klasických kalkulácií úplných nákladov je to, že rozvrhujú náklady vyvolané kokrétnym druhom výkonu, nie však jeho jednotkou. Ďalším problémom je to, že sa náklady priraďujú na jednoznačne stanovený objem a sortiment. Ak dôjde k situácii, že predpoklady manžmentu sa nenaplnia, t.z. skutočný objem a štruktúra výkonov sa nebudú zhodovať s vopred stanoveným objemom a štruktúrou, vzniknú rozdiely medzi skutočnými a predpokladanými nákladmi na výkon. Tie sú v takomto prípade spôsobené vplyvom fixných nákladov, ktoré sú výkonom priraďované na základe predpokladaného objemu a štruktúry ale uhrádzané sú skutočne predanými výkonmi. To, že sú rozdiely ktoré vzniknú na základe zmien v objeme a štruktúre výkonov vykazované spoločne s reálnymi úsporami, resp. prekročeniami nákladov, komplikuje identifikáciu odchýlok pre potreby vyjadrenia zodpovednosti za ich vznik (Král, 2002).

Oddelené sledovanie, riadenie a kalkulovanie fixných a variabilných nákladov umožňuje eliminovať viaceré nedostatky absorbčných kalkulácií. Podstatou kalkulácií neúplných (variabilných) nákladov je to, že jednotke výkonu sa priraďuje iba proporcionálna zložka nákladov. Kladný rozdiel medzi predajnou cenou a proporcionálnymi nákladmi slúži na úhradu fixných nákladov. Výsledok hospodárenia vzniká z marže n- vyprodukovaných a predaných výkonov a fixných nákladov sledovaného obdobia.

$$VH = \sum_{i=1}^{n} \left[x_i \, . \, \left(c_{j_i} - N_{vj_i} \right) \right] - N_f$$

Vzhľadom na problémy, ktoré v riadení podnikov predstavujú fixné náklady a ich vysoký podiel v hotelierstve, javí sa kalkulácia neúplných nákladov ako vhodný nástroj hodnotového riadenia v hoteloch.

6 Záver

Pri identifikácii základných rozhodovacích úloh riešených pri existujúcej kapacite sme vychádzali zo skutočnosti, že rozhodnutia o vytvorení danej kapacity uskutočnené v minulosti boli príčinou vzniku dvoch skupín fixných nákladov. Umŕtvených nákladov, ktoré nie je možné ovplyvniť, iba rozhodnutím o zrušení vytvorenej kapacity a skupiny nákladov, ktorých výška bude nemenná v určitých intervaloch využitia tejto kapacity. Vzhľadom na skutočnosť, že v rámci procesu ekonomického riadenia a rozhodovania je potrebné riešiť rôznorodé

rozhodovacie úlohy, možno skonštatovať, že neexistuje jedna jediná metóda alebo prístup k riešeniu všetkých úloh. Preto je vhodné využívať paralelne viaceré metódy. Metóda oddeleného riadenia fixných a variabilných nákladov a najmä kalkulácia variabilných nákladov môžu byť základným zdrojom informácií na riešenie rozhodovacích úloh pri existujúcej kapacite. V tabuľke 3 uvádzame pozitíva i negatíva vyplývajúce z oddeleného kalkulovania fixných a variabilných nákladov:

Tab. 3: Pozitíva a obmedzenia súvisiace s kalkuláciou variabilných nákladov

Pozitíva vyplývajúce z aplikácie kalkulácie variabilných nákladov	Obmedzenia spojené s oddeleným sledovaním a kalkulovaním nákladov
prínos pri riešení úloh pri existujúcej kapacite (úvahy o cene, rozhodovanie medzi výrobou alebo kúpou, stanovenie sortimentu)	problémy s vymedzením fixných a variabilných nákladov
lepšie výsledky v riadení hospodárnosti	problémy s kvantifikáciou variabilnej časti réžie
tlak na rýchly predaj výrobkov	môže viesť k preferovaniu krátkodobých zákaziek pred snahou o zrušenie prebytočných kapacít
motivačný nástroj pri finalizácii výrobkov spracovávaných pri vzájomnej kooperácii stredísk	právne normy spravidla povoľujú oceňovanie zásob vlastnej výroby na účely zostavenia účtovnej závierky na úrovni úplných nákladov

Zdroj: Vlastné spracovanie

Literatúra

1. Farkaš, R. (1990). *Náklady a hospodárnosť*. Bratislava: VŠE. FR.
2. Chajdiak, J., Rublíková, E., & Gudába, M. (1994). *Štatistické metódy v praxi*. Bratislava: STATIS.
3. Král, B. (2002). *Manažerské účetnictví*. Praha: Management Press.
4. Tumpach, M. (2008). *Manažérske a nákladové účtovníctvo*. Bratislava: Iura Edition.
5. Sládek, G. (2007). Manažment v pohostinstve a hoteliérstve. Bratislava. EPOS.

Vplyv finančnej základne na finančnú situáciu účtovnej jednotky
The influence of the Financial Base on the Accounting Entity's Financial Position

Miriama Blahušiaková[1]

Abstrakt
Účtovná jednotka obstaráva majetok, ktorý potrebuje k uskutočňovaniu svojej činnosti, z rôznych zdrojov. Tieto zdroje môžeme z hľadiska vlastníctva, t. j. z hľadiska prostredia, z ktorého do účtovnej jednotky prichádzajú, rozdeliť na vlastné zdroje a cudzie zdroje. Vlastné zdroje vložili do účtovnej jednotky jej vlastníci, majitelia (základné imanie, kapitálové fondy a pod.), príp. ich účtovná jednotka vyprodukovala vlastnou činnosťou (zisk, fondy tvorené zo zisku a pod.). Cudzie zdroje pochádzajú z externého prostredia účtovnej jednotky a predstavujú rôznu formu záväzkov. Majetok a zdroje majetku tvoria finančnú základňu účtovnej jednotky. Z hľadiska pomeru, v akom sa jednotlivé zdroje majetku podieľajú na financovaní majetku a z hľadiska pomeru medzi vlastnými a cudzími zdrojmi majetku, môžeme analyzovať zadlženosť a finančnú situáciu účtovnej jednotky. Cieľom príspevku je uskutočniť podrobnú analýzu zadlženosti vybraných účtovných jednotiek a analyzovať, ako vplýva štruktúra finančnej základne na finančnú situáciu účtovnej jednotky z hľadiska miery zadlženosti.

Kľúčové slová
majetok, vlastné zdroje majetku, cudzie zdroje majetku, zadlženosť

Abstract
The accounting entity obtains assets needed to providing its activity from various sources. These sources can be divided into equity and debts from the owners 'point of view. Equity is represented by sources that accounting entity´s owners put into the accounting entity or the accounting entity produced by its activities. Debts are coming from the external environment and are represented by various forms of liabilities. Assets and sources of assets create the financial basis of the accounting entity. In terms of proportion the sources participate on assets financing and in terms of proportion between internal and external sources of assets we can analyse the indebtedness and financial position of the accounting entity. The aim of the paper is to provide detailed indebtedness analysis of selected accounting entities and to analyse how the financial basis structure influence the accounting entity financial position from the rate of indebtedness point of view.

Key words
Assets, equity, liabilities, indebtedness

JEL classification
M40, M41

1 Úvod

Každá účtovná jednotka potrebuje k vykonávaniu svojej činnosti majetok, ktorý obstaráva z rôznych zdrojov. Na začiatku svojho podnikania a potom aj na začiatku každého

[1] Ing. Miriama Blahušiaková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, miriama.blahusiakova@euba.sk.

účtovného obdobia má účtovná jednotka určitý stav majetku a zdrojov majetku, ktoré v priebehu účtovného obdobia v dôsledku vykonávania podnikateľskej činnosti účtovnej jednotky menia svoju formu, štruktúru a zloženie. Na konci účtovného obdobia má účtovná jednotka opäť určitý stav majetku a zdrojov majetku, ktorý sa líši od stavu na začiatku účtovného obdobia práve v dôsledku rôznych transakcií, ktoré počas účtovného obdobia nastali a ktoré sú zaúčtované v účtovníctve ako účtovné prípady.

Kvalitatívny a kvantitatívny rozsah majetku a zdrojov majetku, ktoré účtovná jednotka má, vytvára a používa pri uskutočňovaní svojej podnikateľskej činnosti tvoria finančnú základňu účtovnej jednotky. Kvalitatívna stránka je daná jednotlivými druhmi majetku a zdrojov majetku, kvantitatívnu stránku tvorí objem majetku a zdrojov majetku v peňažnom vyjadrení. Finančná základňa má svoju štruktúru, a to jednak štruktúru majetku a štruktúru zdrojov majetku. Od štruktúry majetku a štruktúry zdrojov majetku závisí likvidita účtovnej jednotky, ktorou rozumieme zloženie majetku a zdrojov majetku umožňujúce účtovnej jednotke plynule uskutočňovať úhrady splatných záväzkov (Šlosárová & Blahušiaková, 2017, s. 284).

Majetok účtovná jednotka obstaráva z rôznych zdrojov, ktoré môžeme rozdeliť z hľadiska vlastníctva na vlastné a cudzie. Vzájomný pomer vlastných a cudzích zdrojov majetku tvorí potom finančnú štruktúru účtovnej jednotky. Vzťah medzi vlastnými a cudzími zdrojmi majetku a vzťah medzi majetkom a zdrojmi, z ktorých bol obstaraný, tvorí základ pre vyčíslenie ukazovateľov zadlženosti.

Cieľom príspevku je uskutočniť analýzu zadlženosti vybraných účtovných jednotiek a posúdiť vplyv štruktúry finančnej základne na hodnoty ukazovateľov zadlženosti a v nadväznosti na to na finančnú situáciu účtovnej jednotky. Vychádzame pritom z hypotézy založenej na zlatom pravidle financovania, podľa ktorého má byť pomer vlastných a cudzích zdrojov financovania cca 1:1, resp. môže existovať mierna prevaha cudzích zdrojov financovania, ktoré sú v porovnaní s vlastnými zdrojmi považované za lacnejšie.

2 Finančná štruktúra účtovnej jednotky

Jedným zo základných cieľov finančného riadenia účtovnej jednotky je stanovenie optimálnej finančnej štruktúry a stanovenie celkovej výšky potrebných zdrojov financovania. Ako už bolo uvedené, finančnou štruktúrou rozumieme pomer medzi vlastnými a cudzími zdrojmi financovania.

V súvislosti so stanovením optimálnej finančnej štruktúry sa vyčísľujú ukazovatele zadlženosti, ktoré charakterizujú finančnú stabilitu účtovnej jednotky. Zadlženosť znamená, že účtovná jednotka využíva na financovanie svojej činnosti nielen vlastné zdroje, ale aj cudzie zdroje (dlhy), pričom nemusí ísť v súvislosti so zadlženosťou vždy iba o negatívny jav. Primeraná úroveň zadlženosti je jav dokonca pozitívny. Avšak vysoká miera zadlženosti, t. j. situácia, keď účtovná jednotka využíva na financovanie svojej činnosti najmä cudzie zdroje, môže viesť ku komplikáciám pri získavaní ďalších cudzích zdrojov financovania a tým k ohrozeniu finančnej stability účtovnej jednotky.

Zdroje financovania účtovnej jednotky by sme mohli rozdeliť do dvoch skupín (Šlosárová & Blahušiaková, 2017, s. 354):

a) vlastné imanie, t. j. vlastné zdroje financovania, ktoré účtovná jednotka získava napríklad emisiou akcií, z fondov tvorených zo zisku, navyšovaním vlastného imania a pod.,
b) záväzky (dlhy), t. j. cudzie zdroje financovania, ktoré sú v našich podmienkach reprezentované najmä bankovými úvermi alebo pôžičkami od iných subjektov.

Zabezpečenie optimálneho pomeru medzi vlastnými a cudzími zdrojmi financovania sa rieši pomocou rôznych teoretických pravidiel finančného riadenia alebo metódami optimalizácie finančnej štruktúry. Z literatúry je známe zlaté pravidlo financovania, podľa ktorého by mal byť pomer medzi vlastnými a cudzími zdrojmi 1:1. Iné názory uprednostňujú vyšší podiel vlastných zdrojov než cudzích zdrojov. A existujú aj názory, ktoré presadzujú presný opak, a síce, že pre účtovnú jednotku je výhodnejšie, ak má vyšší podiel cudzích zdrojov než vlastných zdrojov na celkových zdrojoch majetku. Hlavným argumentom v tejto súvislosti je skutočnosť, že cudzie zdroje sú spravidla lacnejšie než vlastné, a to najmä vďaka tomu, že úroky z úveru sú daňovo uznaný náklad a väčšina záväzkov (napr. voči dodávateľom, zamestnancom, štátnym inštitúciám) je bezúročná.

Analýza finančnej štruktúry, a teda ukazovateľov zadlženosti, vychádza primárne z údajov vykazovaných v súvahe účtovnej jednotky, pričom sa vyčísľujú pomerové ukazovatele, ktoré vyjadrujú vzťah medzi vlastnými a cudzími zdrojmi majetku a ukazovatele, ktoré vyjadrujú vzťah vlastných a cudzích zdrojov k celkovým zdrojom účtovnej jednotky.

K najčastejším ukazovateľom charakterizujúcim mieru zadlženosti účtovnej jednotky patria najmä ukazovateľ zadlženosti, ukazovateľ samofinancovania, ukazovateľ finančnej páky, koeficient zadlženosti, koeficient finančnej samostatnosti, ukazovateľ úrokového krytia, ukazovateľ úrokového zaťaženia, ukazovateľ úverovej zadlženosti.

3 Charakteristika ukazovateľov zadlženosti

Ukazovateľ zadlženosti vyjadruje, v akej výške je majetok krytý cudzími zdrojmi financovania. Je charakteristický tým, že v percentách vyjadruje mieru zadlženosti účtovnej jednotky a zobrazuje vzťah cudzích zdrojov k celkovej sume majetku. Ak by sme rešpektovali zlaté pravidlo financovania, hodnota toho ukazovateľa by mala byť na úrovni 50 % (Šlosárová, 2014, s. 442). Ak je hodnota tohto ukazovateľa vyššia ako 70 %, zadlženosť sa považuje za rizikovú. Hodnota ukazovateľa na úrovni 50 % až 70 % je znakom primeranej zadlženosti. Hodnota ukazovateľa pod 50 % je znakom nízkej až priemernej zadlženosti. Ukazovateľ zadlženosti sa vyčísľuje ako podiel cudzích zdrojov a celkovej sumy majetku.

$$ukazovateľ\ zadlženosti = \frac{cudzie\ zdroje}{majetok\ spolu} \times 100 \quad (1)$$

Ukazovateľ samofinancovania , označovaný aj ako ukazovateľ finančnej samostatnosti, je doplnkovým ukazovateľom k ukazovateľu zadlženosti, ich celkový súčet musí byť rovný 100 %. Tento ukazovateľ vyjadruje, v akej miere je majetok krytý vlastnými zdrojmi, v akej výške je majetok účtovnej jednotky financovaný zdrojmi, ktoré pochádzajú od vlastníkov účtovnej jednotky, resp. ich vytvorila účtovná jednotka vlastnou činnosťou.

$$ukazovateľ\ samofinancovania = \frac{vlastné\ imanie}{majetok\ spolu} \times 100 \quad (2)$$

Ukazovateľ finančnej páky je obrátenou hodnotou ukazovateľa samofinancovania. Čím väčší je podiel cudzích zdrojov na celkovom financovaní majetku účtovnej jednotky, tým je hodnota ukazovateľa finančnej páky väčšia.

$$ukazovateľ\ finančnej\ páky = \frac{majetok\ spolu}{vlastné\ imanie} \quad (3)$$

Ukazovateľ finančnej páky má súvis s rentabilitou vlastného imania. Pomocou matematických úprav sa dá vyčísliť ukazovateľ označovaný ako ziskový účinok finančnej páky (4), ktorý charakterizuje vplyv zadlženosti na rentabilitu vlastného imania (podrobnejšie pozri Šlosárová & Blahušiaková, 2017). Ak je ziskový účinok finančnej páky väčší ako 1, použitie cudzích zdrojov zvyšuje hodnotu rentability vlastného imania. V opačnom prípade, ak je ziskový účinok finančnej páky menší ako 1, rentabilita vlastného imania sa znižuje (Mrkvička & Kolář, 2006, s. 92).

$$ziskový\ účinok\ finančnej\ páky = \frac{rentabilita\ vlastného\ imania}{rentabilita\ celkových\ zdrojov\ majetku} \quad (4)$$

Z uvedeného vzťahu vyplýva, že pre akcionárov je zadlžovanie účtovnej jednotky výhodné iba v tom prípade, ak je rentabilita vlastného imania vyššia ako rentabilita celkových zdrojov majetku.

Koeficient zadlženosti vyjadruje mieru zadlženia účtovnej jednotky. Vyčísľuje sa ako pomer cudzích a vlastných zdrojov financovania.

$$koeficient\ zadlženosti = \frac{cudzie\ zdroje}{vlastné\ imanie} \quad (5)$$

Obrátenou hodnotou koeficienta zadlženosti je koeficient finančnej samostatnosti, ktorý vyjadruje mieru samofinancovania účtovnej jednotky.

$$koeficient\ finančnej\ samostatnosti = \frac{vlastné\ imanie}{cudzie\ zdroje} \quad (6)$$

Stanoviť optimálne hodnoty ukazovateľov zadlženosti je náročné. Pri analýze zadlženosti nie je ani tak dôležité, ako je účtovná jednotka zadlžená, ale skôr to, ako je schopná sa so svojimi dlhmi vyrovnať. I pri nízkej hodnote ukazovateľa zadlženosti môže mať účtovná jednotka problém z dôvodu nedostatočnej tvorby zisku alebo nedostatočnej tvorby peňažných tokov hradiť úroky z úveru, alebo splácať samotnú istinu z úveru. Pokiaľ však účtovná jednotka dosahuje stabilne vysokú úroveň tržieb a zisku, môže si dovoliť vyššiu mieru zadlženosti, pretože nebude mať problém splácať svoje záväzky (Šlosárová & Blahušiaková, 2017, s. 356).

Pre komplexnejšie posúdenie zadlženosti účtovnej jednotky je potrebné vyčísliť ďalšie ukazovatele, pri konštrukcii ktorých sa využívajú nielen údaje zo súvahy, ale aj z výkazu ziskov a strát. Na ich základe účtovná jednotka zistí, do akej miery kryje náklady spojené s cudzími zdrojmi financovania ziskom, ktorý dosiahla svojou činnosťou. Takýmito ukazovateľmi sú napr. ukazovateľ úrokového krytia, ukazovateľ úrokového zaťaženia a ukazovateľ úverovej zadlženosti.

Ukazovateľ úrokového krytia vyjadruje, do akej miery sú úroky kryté celkovým vyprodukovaným ziskom. Tento ukazovateľ poskytuje informáciu o tom, ako je účtovná jednotka schopná splácať záväzky z úrokov a ako sú zaistené nároky veriteľov v prípade likvidácie účtovnej jednotky. Americkí analytici považujú za kritickú úroveň ukazovateľa hodnotu 3, nižšie hodnoty podľa nich signalizujú problémy; za bezproblémovú úroveň považujú hodnotu 8 (Mrkvička & Kolář, 2006, s. 90).

$$ukazovateľ\ úrokového\ krytia = \frac{zisk\ pred\ zdanením + nákladové\ úroky}{nákladové\ úroky} \quad (7)$$

$$ukazovateľ\ úrokového\ zaťaženia = \frac{nákladové\ úroky}{zisk\ pred\ zdanením + nákladové\ úroky} \quad (8)$$

Ukazovateľ úverovej zadlženosti vyjadruje v percentách podiel úverov na financovaní majetku účtovnej jednotky.

$$ukazovateľ\ úverovej\ zadlženosti = \frac{úvery}{majetok} \times 100 \quad (9)$$

4 Výpočet ukazovateľov zadlženosti

Pri kalkulácii ukazovateľov zadlženosti charakterizujúcich finančnú situáciu účtovnej jednotky sme z portálu Finstat (http://www.finstat.sk/) vybrali šesť účtovných jednotiek pôsobiacich v automobilovom priemysle a šesť účtovných jednotiek z veľkoobchodu, pričom v rámci každého odvetvia boli tri účtovné jednotky s objemom tržieb nad 150 000 000 € a tri účtovné jednotky s objemom tržieb do 500 000 €. Následne sme z portálu registra účtovných závierok (http://www.registeruz.sk/) získali účtovné závierky týchto účtovných jednotiek za rok 2016, ktoré sme podrobili analýze. Účtovné jednotky s tržbami nad 150 000 000 € sú označené ako účtovné jednotky 1 až 6. Účtovné jednotky s tržbami do 500 000 € sú označené ako účtovné jednotky 7 až 12. Východiskové údaje, z ktorých sme vychádzali, sú uvedené v tabuľke 1.

Tab. 1: Východiskové údaje

Ukazovateľ	**ÚJ 1**	**ÚJ 2**	**ÚJ 3**	**ÚJ 4**	**ÚJ 5**	**ÚJ 6**
spolu majetok	163 565 986	35 470 181	77 454 457	96 715 269	41 222 962	71 558 516
vlastné imanie	11 539 826	6 364 763	12 890 128	32 917 288	22 417 244	5 934 368
cudzie zdroje	152 026 160	29 105 418	64 564 329	63 797 981	18 805 718	65 624 148
nákladové úroky	358 671	0	3 003	534 246	3 507	565 356
zisk pred zdanením	3 390 859	7 110 214	13 871 677	2 259 614	19 729 297	510 004
úvery	354	0	0	49 767 060	0	12 487 013
Ukazovateľ	**ÚJ 7**	**ÚJ 8**	**ÚJ 9**	**ÚJ 10**	**ÚJ 11**	**ÚJ 12**
spolu majetok	12 447	42 704	47 000	191 182	161 948	6 969
vlastné imanie	-93 523	11 053	35 089	15 958	134 265	5 568
cudzie zdroje	105 970	31 651	11 911	175 224	27 683	1 401
nákladové úroky	1 879	0	0	756	0	0
zisk pred zdanením	15 001	1 209	21 002	8 173	15 814	1 970
úvery	9 436	0	0	0	0	0

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov z registra účtovných závierok

Na základe údajov z účtovnej závierky vybraných účtovných jednotiek sme vyčíslili ukazovatele zadlženosti, ktoré sú uvedené v tabuľke 2.

Tab. 1: Ukazovatele zadlženosti

Ukazovateľ	ÚJ 1	ÚJ 2	ÚJ 3	ÚJ 4	ÚJ 5	ÚJ 6
Ukazovateľ zadlženosti	92,94%	82,06%	83,36%	65,96%	45,62%	91,71%
Ukazovateľ samofinancovania	7,06%	17,94%	16,64%	34,04%	54,38%	8,29%
Koeficient zadlženosti	13,17	4,57	5,01	1,94	0,84	11,06
Koeficient finančnej samostatnosti	0,076	0,219	0,200	0,516	1,192	0,090
Ukazovateľ úrokového krytia	10,45	X	4620,27	5,23	5626,69	1,90
Ukazovateľ úrokového zaťaženia	0,096	X	0,00022	0,191	0,00018	0,526
Ukazovateľ úverovej zadlženosti	0,00022%	X	X	51,45729%	X	17,45007%
Ukazovateľ	**ÚJ 7**	**ÚJ 8**	**ÚJ 9**	**ÚJ 10**	**ÚJ 11**	**ÚJ 12**
Ukazovateľ zadlženosti	851,37%	74,12%	25,34%	91,65%	17,09%	20,10%
Ukazovateľ samofinancovania	-751,37%	25,88%	74,66%	8,35%	82,91%	79,90%
Koeficient zadlženosti	-1,13	2,86	0,34	10,98	0,21	0,25
Koeficient finančnej samostatnosti	-0,883	0,349	2,946	0,091	4,850	3,974
Ukazovateľ úrokového krytia	8,98	X	X	11,81	X	X
Ukazovateľ úrokového zaťaženia	0,111	X	X	0,085	X	X
Ukazovateľ úverovej zadlženosti	75,81%	X	X	X	X	X

Zdroj: vlastné spracovanie

Z uskutočnenej analýzy vyplýva, že v siedmich z dvanástich účtovných jednotiek (štyri zo skupiny „väčších“ účtovných jednotiek, tri zo skupiny „menších“ účtovných jednotiek) ukazovateľ zadlženosti prekračuje hranicu 70 %, čo je znakom príliš vysokej miery zadlženosti, dokonca štyri účtovné jednotky majú zadlženosť vyššiu ako 90 %, čo môže byť v budúcnosti, keď dôjde k splácaniu týchto dlhov, pre tieto účtovné jednotky veľmi rizikové. Tieto výsledky sú znakom toho, že účtovná jednotka kryje svoj majetok až vo výške viac ako 70 % z cudzích

zdrojov. Účtovná jednotka 7 dosahuje dokonca zadlženosť na úrovni viac ako 851 %. Táto účtovná jednotka má záporné vlastné imanie a túto skutočnosť rieši dodatočnými pôžičkami od spoločníkov, čo pôsobí negatívne na ukazovatele zadlženosti.

Účtovná jednotka 4 sa vyznačuje vyššou mierou zadlženosti (65,96 %), ale berúc do úvahy názory niektorých autorov, ktorí za primeranú úroveň zadlženosti považujú hranicu okolo 60 %, nie je zadlženosť tejto účtovnej jednotky až taká kritická.

Zvyšné štyri účtovné jednotky, z ktorých tri pochádzajú zo skupiny malých a mikro účtovných jednotiek, majú zadlženosť nízku (do 50 %), čo svedčí aj o skutočnosti, že menšie účtovné jednotky sú opatrnejšie v súvislosti s nadmerným zadlžovaním a tiež, že menšie účtovné jednotky majú problém získať dodatočné zdroje financovania v podobe napr. bankových úverov.

Odvíjajúc sa od ukazovateľa zadlženosti, ukazovateľ samofinancovania práve v tých štyroch účtovných jednotkách, ktoré sa vyznačujú nízkou mierou zadlženosti, dosahuje ideálne hodnoty, keďže uvedené účtovné jednotky kryjú majetok prevažne vlastnými zdrojmi financovania.

V troch účtovných jednotkách sú cudzie zdroje viac ako 10-krát vyššie ako vlastné zdroje, čo je tiež pre účtovné jednotky veľmi rizikové.

Koeficient finančnej samostatnosti práve v tých štyroch účtovných jednotkách, ktoré sa vyznačujú nízkou mierou zadlženosti, dosahuje hodnoty vyššie ako 1, čo znamená, že vlastné zdroje financovania sú v týchto účtovných jednotkách vyššie ako cudzie zdroje.

Z analyzovaných účtovných jednotiek ani jedna účtovná jednotka nedosahuje ideálne hodnoty vo vzťahu k zlatému pravidlu financovania. Účtovná jednotka 5 sa k týmto ideálnym hodnotám približuje, jej pomer cudzích a vlastných zdrojov financovania (vyjadrený vo forme ukazovateľov koeficienta zadlženosti a koeficienta finančnej samostatnosti) sa blíži k hodnote 1. Ukazovateľ zadlženosti a ukazovateľ finančnej samostatnosti sú približne na úrovni 50 % v prospech vlastných zdrojov, ktoré prevládajú vo financovaní činnosti tejto účtovnej jednotky.

Ukazovateľ úrokového krytia vypovedá o tom, koľkokrát prevyšuje vytvorený zisk (pred odpočítaním daní a úrokov) úrokové platby, ktoré sú cenou úveru. Z analýzy vyplynulo, že päť účtovných jednotiek nevykazuje žiadne nákladové úroky, preto je bezpredmetné u nich tento ukazovateľ počítať (štyri z týchto piatich účtovných jednotiek patria k menším účtovným jednotkám). Šesť účtovných jednotiek dosahuje hodnotu ukazovateľa vyššiu ako 8, čo je považované za pozitívny jav, nakoľko dosiahnutý zisk výrazne prekračuje platené úroky a teda účtovná jednotka vie týmto ziskom pokryť a splácať svoje záväzky z úrokov. Iba jedna účtovná jednotka, a to účtovná jednotka 6 dosahuje hodnotu tohto ukazovateľa rovnú 1,9, čo môže signalizovať vážnejšie problémy.

Ukazovateľ úrokového zaťaženia je obrátenou hodnotou ukazovateľa úrokového krytia, preto by mal dosahovať čo najnižšie hodnoty.

Vzhľadom na to, že analyzované účtovné jednotky veľmi nevyužívajú úvery ako externý zdroj financovania, môžeme tento ukazovateľ analyzovať iba v štyroch účtovných jednotkách, z ktorých tri pochádzajú zo skupiny veľkých účtovných jednotiek a iba jedna účtovná jednotka z menších účtovných jednotiek financuje svoje potreby z bankového úveru. Táto menšia účtovná jednotka vykazuje veľmi vysoký podiel úverov na krytí majetku, je to viac ako 75%, čo môže byť do budúcnosti pre účtovnú jednotku veľmi rizikové v súvislosti so splácaním istiny a úrokov z úveru. Splácanie úveru v budúcnosti môže ohroziť jej likviditu. V účtovnej jednotke 4 je podiel úverov na financovaní majetku približne vo výške 51 %, v účtovnej jednotke 6 sa úvery podieľajú na financovaní majetku vo výške cca 17 %, v účtovnej jednotke 1 je tento podiel veľmi nepatrný.

5 Záver

Z uskutočnenej analýzy vyplýva, že optimálna štruktúra finančnej základne nie je ani v jednej z analyzovaných účtovných jednotiek. Väčšina skúmaných účtovných jednotiek sa vyznačuje vysokou mierou zadlženosti. Zadlženosť, t. j. financovanie činnosti účtovnej jednotky prevažne z cudzích zdrojov prevažuje najmä vo veľkých účtovných jednotkách, kde ukazovatele zadlženosti dosahujú dokonca kritické a finančnú situáciu ohrozujúce hodnoty (nad 80 %). Tri účtovné jednotky z kategórie menších účtovných jednotiek uprednostňujú financovanie svojich aktivít z vlastných zdrojov, v troch účtovných jednotkách prevláda financovanie z cudzích zdrojov. Hoci väčšina autorov zastáva názor, že vo financovaní majetku účtovnej jednotky má byť mierna prevaha cudzích zdrojov najmä z dôvodu, že sú lacnejšie, z celkového počtu dvanásť účtovných jednotiek dosahuje zadlženosť kritické hodnoty, t. j. nad 60 %, v ôsmich účtovných jednotkách. Táto situácia môže spôsobiť jednotlivým účtovným jednotkám v budúcnosti, keď dôjde k termínu splatnosti týchto záväzkov, problémy s likviditou. Iba štyri účtovné jednotky (tri zo skupiny menších účtovných jednotiek) dosahujú nízku, resp. primeranú zadlženosť.

Zaujímavo vyznieva fakt, že účtovné jednotky v minimálnej miere využívajú na financovanie svojej činnosti bankové úvery (iba štyri účtovné jednotky, z nich iba jedna účtovná jednotka je zo skupiny menších účtovných jednotiek). Zo štyroch účtovných jednotiek, ktoré využívajú úvery, je úverová zadlženosť kritická iba v dvoch účtovných jednotkách, v ktorých dosahuje podiel úverov na financovaní majetku hodnoty nad 50 %. V týchto účtovných jednotkách môže dôjsť v budúcnosti v súvislosti so splácaním týchto úverov k ohrozeniu finančnej situácie účtovnej jednotky. Financovanie činnosti účtovnej jednotky prostredníctvom bankových úverov je účtovnými jednotkami využívané v malej miere najmä preto, že menšie účtovné jednotky majú na jednej strane komplikovanejší prístup k úverom z dôvodu nespĺňania úverových kritérií a na druhej strane sú viac opatrnejšie pri získavaní dodatočných zdrojov financovania z externých zdrojov, konkrétne z bankových inštitúcií.

Štruktúra finančnej základne, v ktorej je mierna prevaha cudzích zdrojov financovania v porovnaní s vlastnými zdrojmi, je akceptovateľná. Neúmerné zvyšovanie podielu cudzích zdrojov na finančnej základni však vedie k ohrozeniu stability a finančnej situácie účtovnej jednotky.

Dravé podnikateľské prostredie a snaha účtovných jednotiek udržať sa za každú cenu na trhu, vedú často k rizikovému riadeniu štruktúry finančnej základne, k zvyšovaniu financovania aktivít z cudzích zdrojov, k nárastu zadlžovania až predlžovania účtovných jednotiek nad rámec ich možností. Je vysoko pravdepodobné, že vzhľadom na úroveň štruktúry finančnej základne a prevahe cudzích zdrojov na financovaní majetku väčšina analyzovaných účtovných jednotiek bude vykazovať skôr či neskôr problémy s likviditou, ktoré môžu ohroziť budúcu existenciu a fungovanie týchto účtovných jednotiek.

Literatúra

1. Mrkvička, J., & Kolář, P. (2006). *Finanční analýza*. (2. přepracované vydání). Praha: ASPI, a.s.
2. Šlosárová, A. (2014). *Analýza účtovnej závierky* (1.st ed.). Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
3. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky* (1.st ed.). Bratislava, SR: Wolters Kluwer.
4. Hospodárske výsledky firiem, účtovné závierky, obchodný vestník, konkurzné a reštrukturalizačné konania. Retrieved August 22, 2017, from http://www.finstat.sk/ Retrieved August 22, 2017, from http://www.registeruz.sk/

Materialita a jej úloha v audite účtovnej závierky
Materiality and Its Role in Audit of Financial Statements

Veronika Kňažková[1], Branislav Parajka[2]

Abstrakt
Predkladaný článok sa zaoberá problematikou významnosti (materiality), ako významnej súčasti auditu účtovnej závierky. Významnosť sa považuje za základný koncept v audite účtovnej závierky. Koncepciu významnosti uplatňuje štatutárny audítor pri plánovaní a vykonávaní auditu účtovnej závierky. Požiadavky významnosti v kontexte auditu účtovnej závierky sú deklarované v medzinárodných audítorských štandardov, konkrétne v ISA 320 Významnosť pri plánovaní a vykonávaní auditu finančných výkazov, pričom ich uplatňovanie v kontexte predmetného štandardu môže byť značne náročné. Na základe skúseností z praxe sa možno domnievať, že významnosť pri audite účtovnej závierky predstavuje oblasť, v ktorej sa vytvára priestor na možné zlepšenia. Domnievame sa, že uplatnenie koncepcie významnosti, môže v konečnom dôsledku zvýšiť mieru dôvery používateľov informácií prezentovaných v účtovnej závierky, že je účtovná závierka zostavená v súlade s platným rámcom finančného vykazovania a neobsahuje nesprávnosti, ktoré by mohli byť významné.

Kľúčové slová
Významnosť, audit finančných výkazov, riziko

Abstract
This article deals with the issue of the materiality as an important part of the audit of financial statements. Materiality is considered to be the basic concept in the audit of financial statements. The Statutory Auditor applies the concept of materiality when planning and performing an audit of financial statements. Requirements of materiality are stated in International Standards on Auditing, specifically ISA 320 Materiality in planning and performing an audit of financial statements, and their application in the context of the standard in question may be very challenging. On the basis of experience, it can be assumed that the materiality of auditing financial statements is an area where improvements are possible. We think that materiality ultimately increases the trustworthiness of users of financial statements, they are compiled in accordance with the applicable financial reporting framework and do not contain significant incomprehensibility.

Key words
Materiality, Audit of financial statements, risk

JEL classification
M42, M48

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 825 35 Bratislava, veronika.knazkova@euba.sk.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 825 35 Bratislava, branislav.parajka@euba.sk

1 Úvod

Cieľom účtovnej závierky je poskytovať verný a pravdivý obraz, niekedy uvádzané aj ako zásada verného a pravdivého zobrazenia, ktorá je považovaná za hlavnú účtovnú zásadu typickú pre trhové ekonomiky, s čím sa stotožňujú mnohí autori, napríklad: Šlosárová, A. (2014), Tumpach, M. (2006), Mackenzie, B., et al. (2014), Ondrušová, L. (2016), Parajka, B. (2016). Práve významnosť by mala byť určujúcim faktorom pre uvádzanie/neuvádzanie informácií už pri zostavovaní účtovnej závierky a následne je významnosť základným konceptom v audite účtovnej závierky. Významnosť predstavuje možnú odchýlku, ktorú štatutárny audítor považuje za pravdepodobnú, s cieľom ovplyvniť používateľov finančných informácií prezentovaných v účtovnej závierke. Za významné možno považovať položku alebo skupinu položiek z dôvodu sumy, povahy (inherentnými vlastnosťami) alebo súvislostí, v akých odchýlka nastane. Ako sa dozvedáme zo štúdie Blokdijk-a, H. et al (2003) audítorské spoločnosti pristupujú k stanoveniu významnosti (materiality) rozdielne. Podľa Kareša, L. (2010) je cieľom auditu finančných výkazov umožniť audítorovi formulovať názor na účtovnú závierku, či je zostavená vo všetkých významných súvislostiach v súlade s platným rámcom finančného vykazovania.

Povinnosťou audítora je pri plánovaní a vykonávaní auditu náležite uplatňovať koncepciu významnosti. ICAEW (2017) Uplatňovanie požiadaviek významnosti deklarovaných v medzinárodných audítorských štandardoch (angl. International Standards on Auditing - ďalej len „ISA“), môže byť značne náročné. Primárne sa problematikou významnosti zaoberá Medzinárodný audítorský štandard ISA 320 Významnosť pri plánovaní a vykonaní auditu (ďalej len „ISA 320“), v kontexte ktorého je podľa Kareša, L. (2010) zodpovednosťou audítora uplatňovanie koncepcie významnosti pri plánovaní a vykonávaní auditu. Domnievame sa, že významnosť pri audite účtovnej závierky predstavuje v audítorskej praxi oblasť, kde by mohli nastať možné zlepšenia.

Vzhľadom na mierne odlišnú terminológiu v SR oproti zaužívaným a všeobecne známym pojmom akceptovaným v zahraničí považujeme pojem aktíva rovnocenným s definíciou majetku v zmysle právnej úpravy účtovníctva v SR. Pre účely auditu sa za aktíva považujú „netto“ hodnoty, resp. hodnoty po odpočítaní korekčných položiek, t. j. oprávok a opravných položiek. Z praktického hľadiska je vhodné brať hodnoty netto aktív priamo z účtovnej závierky účtovnej jednotky.

2 Významnosť a dôvody jej stanovenia

Položka alebo skupina položiek je významná, ak by odchýlka v rámci nej pravdepodobne spôsobila, že prijímatelia informácií by sa rozhodli inak. Preto je potrebné, aby audítor posúdil významnosť s ohľadom na pochopenie očakávaní používateľov účtovnej závierky. Za predpokladu, že používatelia nedokážu alebo nemôžu poskytnúť informácie o tom, čo je pre nich významné, audítor určí významnosť v čo najskoršom štádiu už vo fáze plánovania auditu, pričom uplatňuje svoj odborný úsudok. Z uvedeného vyplýva, že fenomén významnosti zohráva kľúčovú úlohu nielen pri audite účtovnej závierky, ale aj vo fáze úprav ekonomických informácií do vhodnej formy prezentácie používateľom, t. j. vo fáze zostavenia účtovnej závierky.

Stanovenie hladiny významnosti pomáha audítorovi naplánovať audit tak, aby zabezpečil, že sa prostredníctvom audítorských testov zistia významné odchýlky. Vykonávanie auditu na nižšom prahu významnosti si vyžaduje viac audítorského testovania; audítor sa však musí vyhnúť tomu, aby vykonával príliš veľa auditov v oblastiach, v ktorých nie je opodstatnená dôkladná audítorská práca. Európsky dvor audítorov (2012).

Ako znázorňuje schéma č. 1, štatutárny audítor by mal zohľadniť významnosť v oblastiach:

- plánovanie,
- preskúmanie,
- prekladanie správ audítora.

Schéma č. 1: Oblasti zohľadnenia významnosti

Zdroj: vlastné spracovanie

V kontexte Medzinárodného rámca pre uisťovacie služby je významnosť relevantná, ak audítor poskytujúci služby (účtovný odborník poskytujúci služby - audit, uisťovacie a súvisiace služby) určuje charakter, časové rozvrhnutie a rozsah postupov na zber dôkazov a hodnotí, či informácie o predmete neobsahujú významné nesprávnosti. Pri posudzovaní významnosti audítor poskytujúci služby zhodnotí, aké faktory môžu ovplyvniť rozhodnutia používateľov účtovnej závierky. Napríklad, ak identifikované kritériá umožňujú rozdiely v prezentácii informácií o predmete, audítor poskytujúci služby posúdi, ako by mohla prijatá prezentácia ovplyvniť rozhodnutia predpokladaných používateľov. (International Auditing and Assurance Standards Board, 2015)

Významnosť sa posudzuje v kontexte kvantitatívnych a kvalitatívnych faktorov vrátane vplyvu týchto faktorov na zhodnotenie alebo ocenenie predmetu a záujmy predpokladaných používateľov účtovnej závierky. Kvantitatívnymi faktormi možno rozumieť napr. percento z celkového zisku, percento z celkových aktív a kvalitatívnymi faktormi sú napr. úprava pracovného kapitálu, výsledkom čoho je porušenie dlžníckej zmluvy, ak je táto úprava zaznamenaná v účtovných dokladoch, ďalej zmena vývoja výnosov a taktiež nezávažné nezákonné platby Posúdenie významnosti a relatívnej dôležitosti kvantitatívnych a kvalitatívnych faktorov na konkrétnej zákazke je predmetom posúdenia audítora poskytujúceho služby.

3 Materialita v kontexte auditu

Rámce finančného vykazovania mnohokrát hovoria o koncepcii významnosti v súlade so zostavením a prezentovaním účtovnej závierky. Uvedené rámce vysvetľujú, že:

- nesprávnosti vrátane vynechania súm sú významné za predpokladu, že možno odôvodnene očakávať, že nesprávnosti jednotlivo alebo súhrnne ovplyvnia ekonomické rozhodnutia používateľov, ktoré prijali na základe účtovnej závierky tvoriacej celok,

- úsudky v oblasti významnosti sa robia vzhľadom na okolnosti a faktory ako sú veľkosť a charakter nesprávnosti,
- úsudky o skutočnostiach významných pre používateľov účtovnej závierky vychádzajú z potrieb bežných finančných informácií používateľov ako skupiny, pričom nezohľadňujú vplyv nesprávností na špecifických individuálnych používateľov, ktorých potreby môžu byť značne odlišne. Príkladom je účtovná jednotka orientovaná na zisk. V takejto účtovnej jednotke vyžadujú investori ako poskytovatelia rizikového kapitálu prezentovať v účtovnej závierke informácie vyhovujúce ich potrebám, a zároveň tieto informácie prezentované v účtovej závierke vyhovujú aj potrebám ostatných používateľov. Z uvedeného vyplýva nesporná dôležitosť významnosti informačných potrieb všetkých skupín používateľov účtovnej závierky, aj napriek skutočnosti, že sú primárne uprednostnené informačné potreby investorov. Preto máme za názor, že koncepcia významnosti musí byť aplikovaná vhodne, aby nedošlo k prezradeniu príliš veľa informácií alebo naopak príliš malo. Zároveň sme presvedčení, že pri uplatňovaní koncepcie významnosti je nevyhnutná spolupráca účtovných jednotiek, audítorov a neposlednom rade aj regulátorov.

Významnosť a riziko auditu

Cieľom audítora je posúdiť, či predmetná účtovná závierka neobsahuje významné nesprávnosti. Otázka, čo je významné, nebola nikdy s plnou platnosťou vyriešená, aj keď z pojmového hľadiska existuje zhoda v tom, čo znamená pojem významnosť. Existuje niekoľko definícií významnosti, ktoré poskytujú praktický návod k tomu, ako sa v audítorskej praxi rozhodovať o tom, čo je významné.

V zmysle ISA 320 je významnosťou na vykonávanie:

- hodnota alebo hodnoty stanovené audítorom, ktoré sú nižšie ako je významnosť z hľadiska účtovnej závierky ako celku, aby sa primerane znížila pravdepodobnosť, že súhrn neopravených alebo neodhalených nesprávností prevýši významnosť určenú pre účtovnej závierky ako celok;
- hodnota alebo hodnoty, ktoré audítor stanoví pod úrovňou významnosti alebo pod úrovňami pre konkrétne triedy transakcií, zostatky účtov alebo zverejnenia.

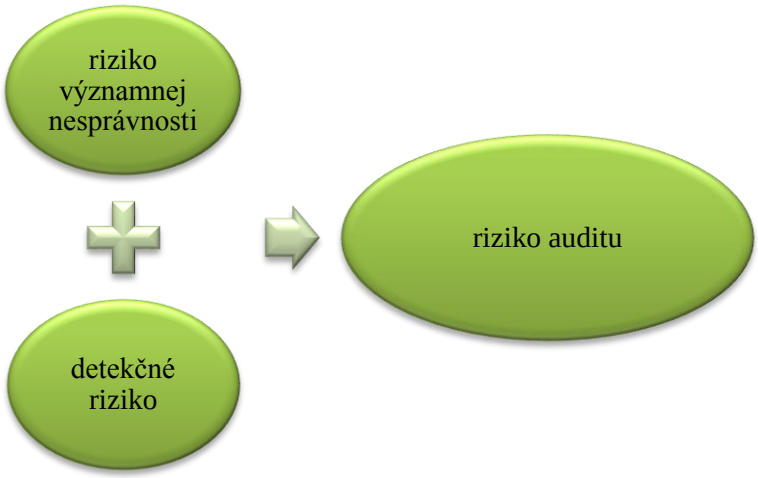
Stanovenie významnosti je vecou odborného úsudku audítora, pričom audítor zohľadňuje požiadavky používateľov účtovnej závierky kladené na finančné informácie. V tejto súvislosti by mali používatelia dostatočne poznať podnikateľskú činnosť, ekonomické aktivity a účtovníctvo príslušnej účtovnej jednotky, vedieť, že je účtovná závierka zostavená, prezentovaná a auditovaná v kontexte významnosti, rozpoznať neistoty prirodzené pri používaní odhadov, úsudkov a zohľadňovania budúcich udalosti pri zisťovaní súm, prijímať relevantné a adekvátne rozhodnutia na základe informácií prezentovaných v účtovnej závierke.

Zodpovednosťou audítora je uplatňovať koncepciu významnosti pri plánovaní a vykonávaní auditu účtovnej závierky, pri hodnotení účinku odhalených nesprávnosti na audit a účinku neopravených nesprávnosti na účtovnú závierku a v konečnom dôsledku aj pri formulovaní názoru prezentovaného v správe audítora.

Cieľom audítora pri audite účtovnej závierky je získanie primeraného uistenia, že účtovnej závierky ako celok neobsahujú významné nesprávnosti, ktoré môžu byť dôsledkom podvodu alebo chyby, aby audítor vyjadril názor, že sú účtovnej závierky vo všetkých významných súvislostiach zostavené v súlade s platným rámcom finančného vykazovania Blokdijk, H., Drieenhuizen, F., Simunic, D. A., & Stein, M. T. (2003), Kareš, L. (2010). V súlade s ISA 200 Celkové ciele nezávislého audítora a vykonanie auditu v súlade s medzinárodnými audítorskými štandardmi (ďalej len „ISA 200“), ods. 17 primerané uistenie

získa audítor získaním dostatočných a vhodných audítorských dôkazov za účelom zníženia rizika auditu na prijateľne nízku úroveň. Rizikom auditu v kontexte ISA 200, ods. 13, c. sa rozumie riziko, že audítor vyjadrí nesprávny názor, že účtovná závierka neobsahuje významné nesprávnosti. Riziko auditu znázornené v schéme č. 2 je kombináciou rizika významnej nesprávnosti a detekčného rizika.

Schéma č. 2: Zložky rizika auditu



Zdroj: vlastné spracovanie

Významnosť a riziko posudzuje audítor počas celého auditu. Primárne však pri identifikácií a posudzovaní rizík významných nesprávnosti, pri určovaní charakteru, časového rozvrhnutia a rozsahu dodatočných audítorských postupov, pri hodnotení vplyvu neopravených nesprávností na účtovnú závierku a v neposlednom rade pri formulovaní názoru prezentovaného v správe audítora.

Uplatnením odborného úsudku audítor určí, aké veľké nesprávnosti bude považovať za významné, pričom úsudok predstavuje východisko pre:

- určenie charakteru, časového rozvrhnutia a rozsahu postupov na posúdenie rizík,
- identifikáciu a posúdenie rizík významných nesprávností,
- určenie charakteru, časového rozvrhnutia a rozsahu ďalších audítorských postupov.

V kontexte ISA 320 nemusí významnosť stanovená vo fáze plánovania auditu predstavovať hodnotu, v porovnaní s ktorou sa budú neopravené nesprávnosti menšie než táto hodnota vždy, či už samostatne alebo súhrnne považovať za nevýznamné. Nesprávnosti môžu súvisieť s okolnosťami, ktoré audítor vyhodnotí ako významné aj napriek skutočnosti, že sú pod hladinou významnosti. Z uvedeného vyplýva, že nie je reálne možné navrhnúť a vykonať postupy na odhalenie všetkých nesprávností, ktoré by mohli byť významné z dôvodu ich charakteru. Úvahy o charaktere potenciálnych nesprávností v zverejneniach sú relevantné pre navrhnutie audítorských postupov na riešenie rizík významnej nesprávnosti. V súlade s ISA 315 Identifikácia a posúdenie rizika významnej nesprávnosti poznaním účtovnej jednotky a jej prostredia (ďalej len „ISA 315“), odsek A128b zahŕňajú úvahy audítora o zverejneniach vo finančných výkazoch pri identifikácií rizík kvantitatívne a kvalitatívne zverejnenia, ktorých nesprávnosť by mohla byť významná. Príkladmi zverejnení s kvalitatívnymi aspektmi relevantnými pri posudzovaní rizík významnej nesprávnosti sú podľa ISA 315, odsek 128b. zverejnenia o:

- likvidite a dlhových záväzkoch účtovnej jednotky vo finančnej tiesni,

- udalostiach alebo okolnostiach vedúcich k účtovaniu straty zo zníženia hodnoty,
- kľúčových zdrojoch neistoty odhadu vrátane predpokladov o budúcnosti,
- charaktere zmeny v účtovných pravidlách a ďalších relevantných zverejneniach požadovaných príslušným rámcom finančného vykazovania, pokiaľ sa napríklad očakáva, že nové požiadavky na finančné vykazovanie budú mať významný vplyv na finančnú pozíciu a finančné výsledky účtovnej jednotky,
- dohodách o platbách viazaných na akcie vrátane informácií o spôsobe určenia všetkých súm a ďalších relevantných informácií, spriaznených osobách a transakciách so spriaznenými osobami,
- analýze citlivosti vrátane účinkov zmien v predpokladoch používaných v rámci oceňovacích techník účtovnej jednotky, ktoré majú používateľom umožniť pochopiť príslušnú neistotu vyplývajúcu z ocenenia týkajúcu sa zaúčtovanej alebo zverejnenej sumy. (International Auditing and Assurance Standards Board, 2015)

Významnosť a jej vplyv na vykonávanie pri plánovaní auditu

Audítor určuje významnosť pre účtovnú závierku už pri určovaní celkovej stratégie auditu. Ak existujú transakcie, zostatky účtov alebo zverejnenia, pri ktorých možno očakávať, že nesprávnosti nedosahujúce úroveň významnosti stanovenú pre účtovnú závierku ako celok budú mať vplyv na ekonomické rozhodnutia používateľov finančných výkazov, audítor určí aj úroveň významnosti. Pri určení významnosti pre účtovnú závierku ako celok sa ako východisko uplatňuje percentuálna časť zvoleného kritéria, ktoré ovplyvňujú nasledujúce faktory:

prvky finančných výkazov

- aktíva, záväzky, vlastné imanie, náklady , výnosy,

položky, na ktoré používatelia finančných výkazov primárne upriamujú pozornosť

- sklon zameriavať sa na zisk, výnosy, čisté aktíva,

charakter účtovnej jednotky, odvetvie, ekonomické prostredie, v ktorom účtovná jednotka pôsobí

štruktúra vlastníctva účtovnej jednotky a spôsob jej financovania

- financovanie z cudzích nie z vlastných zdrojov.

Za vhodné kritéria pre stanovenie významnosti možno považovať:

- zisk pred zdanením z pokračujúcej činnosti,
- celkové tržby,
- hrubá marža a celkové náklady,
- celková hodnota vlastného imania alebo čistých aktív.

V závislosti od zvoleného kritéria možno za relevantné finančné údaje považovať finančné výsledky a finančnú situáciu za predchádzajúce obdobie, finančné výsledky a finančná situácia za bežné obdobie, rozpočty a prognózy pre bežné obdobie upravené o závažné zmeny:

- v situácií účtovnej jednotky, ako napríklad akvizícia veľkého podniku,
- podmienok v odvetví alebo ekonomickom prostredí, v ktorom pôsobí účtovná jednotka.

Vo všeobecnosti sa odporúča použiť pri určení hladiny významnosti percento z obratu, zisku, či celkových aktív znázornené v tabuľke 1.

Tab. 1: Stanovenie hladiny významnosti

Kritéria pre stanovenie významnosti	***Percentuálna časť pre stanovenie významnosti***
zisk pred zdanením	5,0 % - 10 %
výnosy	0,5 % - 1,5 %
celkové aktíva	0,5 % - 1,5 %

Zdroj: spracované na základe Blokdijk, H., Drieenhuizen, F., Simunic, D. A., & Stein, M. T. (2003) a Krišková, P., & Užík, J. (2016)

Ak sa pre účtovnú jednotku stanoví významnosť na základe percentuálnej časti zisku pred zdanením z pokračujúcej činnosti môže audítor rozhodnúť o stanovení významnosti pre účtovnej závierky ako celok pomocou normalizovaného zisku pred zdanením z pokračujúcej činnosti na základe minulých údajov. Pri stanovení percentuálnej hodnoty vo väzbe na zvolené kritérium uplatňuje audítor odborný úsudok. Platí, že percentuálna hodnota významnosti stanovená za základe zisku pred zdanením z pokračujúcej činnosti je vyššia než hodnota významnosti stanovená na základe celkových tržieb. V prípade výrobnej účtovnej jednotky orientovanej na zisk je vhodné stanoviť významnosť vo výške päť percent zo zisku pred zdanením z pokračujúcej činnosti, ale v prípade neziskovej účtovnej jednotky môže audítor stanoviť významnosť vo výške jedného percenta z celkových výnosov alebo celkových nákladov. Uvedené predpoklady sú v súlade s Blokdijk, H., Drieenhuizen, F., Simunic, D. A., & Stein, M. T. (2003) a Krišková, P., & Užík, J. (2016).

Podľa nášho názoru je najvhodnejším faktorom pri stanovení hladiny významnosti ukazovateľ celkových aktív, z dôvodu, že v dvoch po sebe idúcich účtovných obdobiach je možné tento ukazovateľ považovať za relatívne najstabilnejší, zatiaľ čo v prípade výnosov a zisku môže dôjsť k značným výkyvom.

Faktory naznačujúce existenciu transakcií, zostatkov účtov alebo zverejnení, pri ktorých možno očakávať, že nesprávnosti s hodnotou nižšou než je hodnota významnosti pre účtovnú závierku ako celok, budú vplývať na ekonomické rozhodnutia používateľov informácií prezentovaných vo finančných výkazoch, zahŕňajú:

- skutočnosť, či zákon, predpis alebo platný rámec finančného vykazovania majú vplyv na očakávania používateľov v oblasti oceňovania alebo zverejňovania položiek ako napríklad transakcií so spriaznenými osobami alebo analýzy citlivosti účtovných odhadov reálnej hodnoty,
- zverejnenia vo vzťahu na odvetvie, v ktorom účtovná jednotka pôsobí, napr. náklady na výskum a vývoj farmaceutickej spoločnosti,
- pozornosť na konkrétny aspekt samostatne zverejnený vo finančných výkazoch, napr. zverejnenia o významnej podnikovej kombinácií.

Revízia a dokumentácia materiality

Audítor reviduje významnosť v prípade, že v priebehu auditu získa informácie, ktoré by ho viedli k stanoveniu inej hodnoty významnosti, ako bola hodnota významnosti stanovená už vo fáze plánovania auditu. Audítor reviduje významnosť v dôsledku:

- významných zmien, ktoré nastali v priebehu auditu, napr. rozhodnutie o predaji veľkej časti účtovnej jednotky,
- nových informácií o účtovnej jednotke a jej činnosti,
- vykonania ďalších audítorských postupov.

Audítor môže revidovať významnosť aj vtedy, ak sa skutočné finančné výsledky líšia od predpokladaných finančných výsledkoch, ktoré boli použité pri stanovení hladiny významnosti pre účtovnú závierku. Revidovať významnosť musí audítor aj v prípade, že dospeje k záveru, že pre účtovnú závierku je vhodná nižšia hladina významnosti, než akú pôvodne považoval za

vhodnú. V tejto súvislosti audítor prehodnotí, či je nevyhnutné vykonať ďalšie audítorské postupy za účelom získania dostatočných a vhodných audítorských dôkazov.

Dokumentácia

Audítorská dokumentácia slúži ako základňa pomáhajúca vyjadriť audítorovi názor na účtovnú závierku. V kontexte ISA 230 Audítorská dokumentácia (ďalej len „ISA 230“) je audítorská dokumentácia dôkazom nielen o zdôvodnení záveru, ku ktorému audítor dospel pri audite účtovnej závierky, ale aj o naplánovaní a vykonaní auditu v súlade s ISA a platnými právnymi a regulačnými predpismi. Ako uvádza Kareš, L. (2014), k základným komponentom významnosti audítorskej dokumentácie nepochybne patrí aj jej zodpovednostný aspekt. V kontexte významnosti zahrnie audítor do audítorskej dokumentácie nasledujúce hodnoty a faktory:

- významnosť pre účtovnej závierky tvoriacich jeden celok,
- keď je to vhodné, úroveň alebo úrovne významnosti pre konkrétne druhy transakcií, zostatky účtov alebo zverejnenia,
- významnosť pre vykonávanie,
- všetky revízie urobené počas auditu.

Možno konštatovať, že absencia audítorskej dokumentácie je varovným signálom nezodpovednosti audítora voči klientovi. Sme presvedčení, že vypracovanie dostatočnej a vhodnej audítorskej dokumentácie pomáha zvýšiť kvalitu auditu, uľahčuje efektívnu kontrolu a posúdenie audítorských dôkazov a záverov pred vydaním audítorskej správy a v konečnom dôsledku pomáha porozumieť koncepcii významnosti uplatňovanej pri plánovaní a vykonaní auditu účtovnej závierky.

4 Záver

Nevyhnutnou súčasťou auditu účtovnej závierky je významnosť (materialita), ktorá sa v súčasnosti považuje za základný koncept v audite účtovnej závierky. Koncepciu významnosti uplatňuje štatutárny audítor pri plánovaní a vykonávaní auditu účtovnej závierky v kontexte Medzinárodného audítorského štandardu ISA 320 Významnosť pri plánovaní a vykonávaní auditu finančných výkazov, ktorý podľa nášho názoru predstavuje pre audítora možný návod, ako sa rozhodnúť o tom, čo je významné. Uplatňovanie požiadaviek významnosti deklarovaných v kontexte ISA 320 je podľa nášho názoru značne náročné. Preto máme za názor, že stanovenie významnosti v súlade s ISA 320 vytvára priestor na možné zlepšenia.

Uplatňovanie koncepcie zohráva dôležitú úlohu nielen v audite účtovnej závierky, ale jej dôležitosť nachádza opodstatnenie už vo fáze prípravy účtovnej závierky. Z uvedeného vyplýva vzájomná interakcia medzi účtovnými jednotkami, audítormi a sme presvedčení, že aj regulátormi. Pri skúmaní významnosti sme dospeli k názoru, že významnosť predstavuje komplexný problém, ktorý je riešiteľný v konkrétnych súvislostiach účtovnej jednotky, ktorej účtovná závierka je predmetom auditu. Významnosť treba chápať ako hodnotu, ktorú musí mať informácia, aby bola užitočná pre používateľov účtovnej závierky.

Na záver doplníme, že si myslíme, že by mali príslušní regulátori pristúpiť k revízii ISA 320 s cieľom zvýšiť zrozumiteľnosť a dosiahnuť jednotnosť a jednoduchosť aplikácie požiadaviek uplatňovania významnosti s akcentom na informačné potreby používateľov ekonomických informácií prezentovaných v účtovnej závierke.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu APVV č. APVV-16-0602 ***Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR - od nákladov k hodnote.***

Literatúra

1. Blokdijk, H., Drieenhuizen, F., Simunic, D. A., & Stein, M. T. (2003). Factors Affecting Auditors Assessments of Planning Materiality. *AUDITING: A Journal of Practice & Theory*, 22(2), 297-307. doi:10.2308/aud.2003.22.2.297
2. Európsky dvor audítorov. (2012). *Príručka na vykonávanie finančného auditu a auditu zhody*. Retrieved September 11, 2017, from: http://www.eca.europa.eu/Lists/ECADocuments/FCAM_2012/FCAM_2012_SK.pdf
3. ICAEW (2017). *Materiality in the audit of financial statements*. Retrieved September 10, 2017, from http://www.icaew.com/-/media/corporate/files/technical/iaa/materiality-in-the-audit-of-financial-statements.ashx
4. International Auditing and Assurance Standards Board (2015). *Príručka medzinárodných usmernení na kontrolu kvality, audit, preverenie, iné uisťovacie a súvisiace služby.* Retrieved September 10, 2017, from https://www.skau.sk/page.php?id=44
5. Kareš, L. (2010). *Audítorstvo* (1.st ed.). Bratislava: IURA EDITION
6. Kareš, L. (2014). *Audítorské postupy*. Bratislava: Wolters Kluwer
7. Krišková, P., & Užík, J. (2016). Management of audit risk and its impact on the audit of financial statements. *Managing and Modelling of Financial Risks 2016: 8th International Scientific Conference Proceedings*, 460-466.
8. Mackenzie, B., Coetsee, D., Njikizana, T., Selbst, E., Chamboko, R., Colyvas, B., Hanekom, B. (2014). *Wiley IFRS 2014: Interpretation and Application of International Financial Reporting Standards* (Wiley Regulatory Reporting) 11th ed. Somerset: John Wiley & Sons
9. Ondrušová, L. (2016). Management decisions in transfer pricing. *Strategic Management: international Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management*, 21(1), 3-7.
10. Parajka, B. (2016). Micro accounting entities in the Slovak Republic - a year after an introduction. *Strategic Management: international Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management*, 21(3), 43-48.
11. Šlosárová, A. (2014). *Analýza účtovnej závierky.* 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM
12. Tumpach, M. (2006). *Medzinárodné štandardy na zostavenie účtovnej závierky IFRS/IAS*. Bratislava: IURA EDITION

Changes in unrealized production accounting in the Czech Republic and their consequences

Ivana Koštuříková[1]

Abstract
The entry of the Czech Republic into the European Union resulted in many changes of law rules and regulations. These changes also affected a legislative amendment of the Accounting. The process of accounting reform is very closely related to the provision of reliable, comparable and comprehensible accounting information. The application of international accounting standards to national legislation and the creation of national accounting standards has become the basic trend in accounting. Changes were made by amendments to the Act on Accounting, which were followed by the issue of implementing regulations to the Act on Accounting and the Czech Accounting Standards in the past. Other changes to accounting legislation occurred in 2016, where the major changes included the valuation adjustment of inventory created by its own activities, making entries of transactions be connected with changes in inventories and their reporting. The aim of the paper is to evaluate the effect of changes in accounting of the unrealized production on the performance of companies in the manufacturing sector. Using the comparison of past and present methods of accounting for unrealized production will be an evaluation of observed changes and their impact on the profit and loss account and the selected financial indicators.

Key words
inventories, unrealized production, costs, revenues, profit and loss, profitability

JEL classification
M41, M48

1 Introduction

Accounting and tax issues is the focus of much attention from both entrepreneurs and public administrative institutions but also the state. Accounting and tax legislation has a significant impact on the business and social environment in the Czech Republic. The importance of accounting professionals in the context of the obligation of accounting entities to prepare financial statements and annual reports, which are the basic tools for determining the position of the entity and its credibility, are becoming increasingly important. The knowledge of financial management in the context of law and accounting is absolutely essential for companies operating in an international environment where the requirements of international accounting standards are a relatively crucial issue.

The amendment of tax and accounting legislation has become a topical issue in recent years. Changes that requires implementation and transposition of European legislation into the Czech legal system, are associated with a wide range of treatments for specific legislative accounting and tax regulations of the Czech Republic. The individual directives and regulations of the European Union are gradually implemented in the Accounting Act, Implementation Regulations, which are abided by both business entities and non-profit sector entities. Frequent changes and modifications leading to confusion and complexity of accounting and tax

[1] Silesian University in Opava, School of Business Administration in Karvina, Department of Finance and Accounting, Univerzitní nám. 1934/3, Karviná 733 40, kosturikova@opf.slu.cz

legislation (Blechová, 2012) may cause inaccurate and incorrect processing of current accounts resulting in misleading information of financial reporting outputs.

The aim of the paper is to evaluate the effect of changes in the accounting for unrealized production on the performance of enterprises in the manufacturing sector. A critical analysis of accounting legislation and a description of changes in the financial accounting of business entities as a result of the implementation and transposition of the European Directive 2013/34/EU will be made. In view of the stated objective, attention will be given to valuation methods, accounting for unrealized production and subsequent presentation in the financial statements. Using the comparison of past and present methods of accounting for unrealized production will be an evaluation of impact of any changes on revenues, expenses and profit, as well as on selected indicators of profitability.

2 Implementation of European law into Czech accounting legislation

The financial position of the company and its individual activities are directly related to the choice of optimal financial and property structure, investment, as well as the amount and distribution of disposable income. This requires the relevant information provided by financial accounting. According to Ryneš (2016) this must be done in such a way that the financial statements drawn up on that basis provide a clear and fair image of not only the accounting subject but also of the financial situation of the entity by comprehensible manner. Users of such financial statements will be able to assess not only the past period but also forecast future results (Paseková, 2012). In order for accounting information to achieve the required information ability, accounting must be managed or regulated (Kovanicová, 2005). Currently, accounting regulation at national level is implemented by a combination of legal norms and accounting standards (Kovanicová, 2004). As reported by Bohušová (2008), data acquisition from financial statements drawn up on the basis of national accounting systems is very demanding and costly for the purpose of comparison. The legislative regulation of Czech accounting gradually absorbs elements, which are contained in international accounting standards (Dvořáková, 2011). International accounting harmonization and its development is dealt with in detail by Nobes (2004). Baker & Barbu (2007), Liu (2011) and Peng & Bewley (2010) have also devoted to this issue.

Since the beginning of 2016, the amended Accounting Act (Act No. 563/1991 Coll., as amended) came into force, followed by the Implementation Regulation for entrepreneurs (Regulation No. 500/2002 Coll., which implements certain provisions of the Accounting Act for accounting entities keeping double-entry accounting, as amended) and by the new Czech Accounting Standards for these entities. The reason for this adjustment of accounting legislation was the implementation and transposition of Directive 2013/34/EU (Directive 2013/34/EU of the European Parliament and of the Council of 26 June 2013 on the annual financial statements, consolidated financial statements and related reports of certain types of undertakings, amending Directive 2006/43/EC of the European Parliament and of the Council and repealing Council Directives 78/660/EEC and 83/349/EEC;) in order to improve regulation while respecting the principle of subsidiarity and proportionality. This directive repealed the so-called Fourth Directive (78/660/EEC) and the Seventh Directive (83/349/EEC) and in principle merged the provisions of these standards into one (Ready Ratios, 2013). In the past the Czech Republic has implemented a number of provisions of both the Fourth and Seventh Directives in the Accounting Act and in the implementing regulations to this act. The current transposition of Czech accounting legislation concerns exclusively the new provisions of Directive 2013/34/EU. Even though this directive also included terminological changes, which should harmonize the terminology of this regulation with modern accounting terminology without change of its content, the Czech accounting legislation did not reflect these adjustments. Terminological

changes would have to be done in many other legislation to maintain legal certainty (Pilátová, 2015), which would be very costly. Thus, the objective changes introduced by the Directive have also been incorporated into Czech accounting regulations. The main substantive amendments to the Accounting Act include (Bartůšková, 2016):

- introduction of categorization of accounting entities - the accounting entity will be classified into the relevant category (micro, small, medium, large) if it exceeds two of the three boundary criteria,
- definition of the terms for the classification of the entity (total assets, annual total net turnover, average number of employees),
- introduction of categorization of consolidation groups (small, medium, large),
- determination of "public interest entity",
- introduction of the obligation to prepare and publish a report on payments to governments.

In connection with the implementation of the European Directive, adjustments to the preparation of financial statements and the marking of balance sheet items and profit and loss statements may be considered as one of the most important changes. The following table shows the selected elements of the European Directive that have been implemented in Czech accounting legislation.

Table 1: Selected transposition changes of Czech accounting legislation

Czech accounting legislation	Provision	European Directive 2013/34/EU
Accounting Act, § 1b	category of accounting entities	Chapter 1, Article 3
Accounting Act, § 1c	category of consolidation groups	Chapter 1, Article 3
Accounting Act, § 1d	definitions of some terms	Chapter 1, Article 2, Article 3
Accounting Act, § 25	methods of valuation of individual components of assets and liabilities	Chapter 2, Article 6
Implementation Regulation, § 3-38	balance sheet and profit and loss statement	Chapter 3, Article 9, Article 12, Article 13
Implementation Regulation, Annex no. 1	arrangement and marking of items in the balance sheet	Annex III
Implementation Regulation, Annex no. 2	arrangement and marking of items in the profit and loss statement	Annex V

Source: own processing according to CACR (2014) and Ryneš (2016)

Amendment to the Implementation Regulation for entrepreneurs no. 250/2015 Coll. brought about substantive changes in the accounting and accounting methods. It includes e.g. the change in the valuation of inventories of their own production, the abolition of the separate reporting of extraordinary costs and revenues, the change in accounting for received gifts, the capitalisation of long-term assets created by own business and many others.

3 Unrealized production

According to Synek et al. (2017) "production" means any activity which constitutes value and which covers all economic activities connected with the provision of goods and services. In a narrower sense, he understands production as processing of raw materials and materials

into final products. In the factory there is also unrealized production (UP), which is the inventory created by its own activities, including primarily work in progress, but also semi-finished products and products. Lazar (2012) considers this production as an internal output representing the results of the working processes whose utilization or consumption takes place intra-plant without resulting impact on the overall management of the enterprise.

Valuation of UP

In addition to the previously mentioned changes in Czech accounting legislation another innovation is the change in the definition of own costs for the valuation of inventories produced internally (Deloitte, 2017). According to the amended Accounting Act the cost of inventories created by own business means the direct costs of production or other activities and attributable indirect costs related to production or other activities. Direct costs include the cost of material, absorbed power and other costs incurred in a direct connection with the production or other activities. Before the amendment the valuation of inventories of their own production was rather more complicated as it depended on the factors of production. Table no. 2 summarizes the method of valuation of work in progress, semi-finished products and products in various types of production accounting entities.

Table 2: Valuation of UP before amendment

Accounting entities according to types of production	Work in progress	Semi-finished products and products
Production with a short-term continuous cycle	direct material costs	direct material and labour costs
Mass and large-scale production	direct costs (costs of direct material, semi-finished products, direct wages and other direct costs)	
Small and single-piece or custom-made production	direct costs, factory overhead	
Long-cycle production	direct costs, factory overhead and exceptionally administrative expenses	

Source: own processing according to Deloitte (2017)

Unrealized production is valued either in the actual amount or on the basis of a production calculation to be determined by the accounting entity in its internal directive. The valuation method will be chosen by the entity with regard to the statutory obligations, in particular respecting the principle of significance and true and fair view of assets (Truhlářová, 2016). Valuation based on the calculation of production according to the amended Implementation Regulation must respect the rules, which are shown in the following table.

Table 3: Valuation of UP after amendment

Own costs included in total amount	Own costs included in proportional amount	Excluded own costs
direct costs of materials and services that are related to production	variable and fixed indirect costs causally attributable to given action or relating to the period of activity (proportion of administrative overheads)	cost of sales (packaging, shipping, storage)
direct wages for production		

Source: own processing according to Truhlářová (2016)

The new amendment improves the compatibility with International Accounting Standard IAS 2 - Inventory, according to which it is necessary to assign everything, not just what the entity determines (Klimšová, 2016). For some accounting entities the valuation process in the above mentioned way will result in a reassessment of the production calculation methodology. The change in the valuation is considered the change in the accounting method, which entity will account for in the case of significant differences in the "Other profit/loss of the past years" in account group 42 and in the case of insignificant differences these changes will be reflected in the profit or loss for the current accounting period.

Accounting and reporting of UP

Before the implementation of the European Directive into Czech accounting legislation the change in the unrealized production was accounted for as revenue on the accounts in the accounting group 61 - Changes in inventories of their own activities. The amendment to the Implementation Regulation cancelled this group of accounts and transferred accounts for the view of the balance and flow of unrealized production to the accounting group 58 - Change in inventory of their own activities and capitalisation. Increases and decreases of own production, or the change in inventory resulting from stocktaking as the difference between the amount of inventories of work in progress, semi-finished products at the end and beginning of the accounting period or the month, quarter or half-year are accounted for continuously or periodically. It depends on the accounting method of inventories (A or B Method), which is chosen by the accounting entity.

During the accounting period, the increases of own production valued by own cost are accounted for in accounts of the accounting group 12 - Inventory of own production on the Debit side (D) and correlatively in accounts of the group 58 - Change in inventory of their own activities and capitalisation on the Credit side (C). The taking those inventories out of storage is accounted by inversion, i. e. on (debit) of relevant accounts in the group 58 and in favour of (credit) of relevant accounts of the group 12. The following table shows the method A of accounting for inventories of own production.

Table 4: Accounting of UP inventory by method A

Description of the accounting operation	Accounting before amendment		Accounting after amendment	
	D	C	D	C
Increase of UP inventory	12x	61x	12x	58x
Decrease of UP inventory	61x	12x	58x	12x
Damage of UP inventory	549	12x	549	12x
Stocktaking of UP inventory:				
Losses within the standard of natural decreases	61x	12x	58x	12x
Shortfall above the standard of natural decreases	549	12x	549	12x
Surplus	12x	61x	12x	58x

Source: own processing according to Jindrová (2016)

If the accounting entity chooses periodic method (B) of inventory accounting, there have to be done an inventory properly to determine the correct balance of inventory and checked inventory difference from the change in inventories at the beginning and end of the period. The accounting entity has to also keep stock records properly on the analytical accounts in order to provide and prove the balance of inventories during the accounting period and components of the acquisition cost (Jindrová, 2016). The method B of inventory recording should be chosen mainly a company with well-organized storage management and internal accounting. In regards

of inventories of own production, no accounting records are done in accounts of the group 12 during the accounting period and expended costs of production are normally accounted for on relevant accounts of the fifth accounting group. Upon closing accounting books, the opening balances of relevant assets accounts of internal inventories (accounting group 12) are firstly transferred on to (Debit) of relevant accounts of the accounting group 58, then the final balances determined according to stocktaking are accounted for in favour of relevant assets accounts correlatively with the relevant account of the accounting group 58. Table 5 shows the periodic accounting of inventories of own production.

Table 5: Accounting of UP inventory by method B

Description of the accounting operation	Accounting before amendment		Accounting after amendment	
	D	C	D	C
Transfer of the opening balance of unrealized production at the end of the accounting period	12x	61x	12x	58x
Transfer of the closing balance of unrealized production at the end of the accounting period	61x	12x	58x	12x
Shortfall of unrealized production above the standard of natural decreases	549	12x	549	12x

Source: own processing according to Jindrová (2016)

In this way, the final change in inventories of own production for the relevant accounting period is recorded in the accounts of the accounting group 58. This final change also takes account of the nature technological decreases to the standard and potential surpluses.

As Truhlářová (2016) claims, the change of accounting from income accounts of accounting group 61 to cost accounts of accounting group 58 is reflected by the change in the profit and loss statement (PLS).

Table 6: Unrealized production in the profit and loss statement structure

PLS before amendment		PLS after amendment	
Line	Text	Line	Text
I.	Revenues from sold goods	I.	Revenues from the sale of own products and services
A.	Expenses on sold goods	II.	Revenues from sold goods
+	Sale margin (I. - A.)		
II.	Production	A.	Production consumption
II.1.	Revenues from own products and services	A.1.	Expenses on sold goods
II.2.	Changes in inventories of own products	A.2.	Consumption of material and energy
II.3.	Capitalisation	A.3.	Services
B.	Production consumption	B.	Changes in inventories of own products (+/-)
B.1.	Consumption of material and energy	C.	Capitalisation (-)
B.2.	Services		
+	Added value (I. - A. + II. - B.)		

Source: own processing according to Jindrová (2016)

In the new structure of this statement, the change in inventory of own production will be shown on line B - Changes in inventories of own products (+/-), where increases and decreases of the unrealized production will become evident. The "added value" line is no longer reported in the statement and the content definition of the power consumption is changed. Before the amendment it included only material consumption, energy consumption and services, since 2016 the cost of the sold goods has been also part of the one.

As we ca see in the table 6, there is no longer any sale margin in the profit and loss statement. In connection with the new structure of the profit and loss statement it is necessary to realize that the change in inventories of own products has an effect on turnover according to the Accounting Act. It included work in progress by 2015, which is now reflected in cost accounts.

4 Impact of changes in accounting for unrealized production

The following model case will illustrate the impact of changes in accounting for unrealized production on revenue, cost, profit or loss and selected financial indicators.

At the beginning of the production period, the manufacturing company had work in progress, semi-finished products and products. It captured the accounting cases related to unrealized production as well as the sale of finished products in the accounting books through the continuous method (method A). At the end of the accounting period, it performed stocktaking of inventories and accounted for the stocktaking differences.

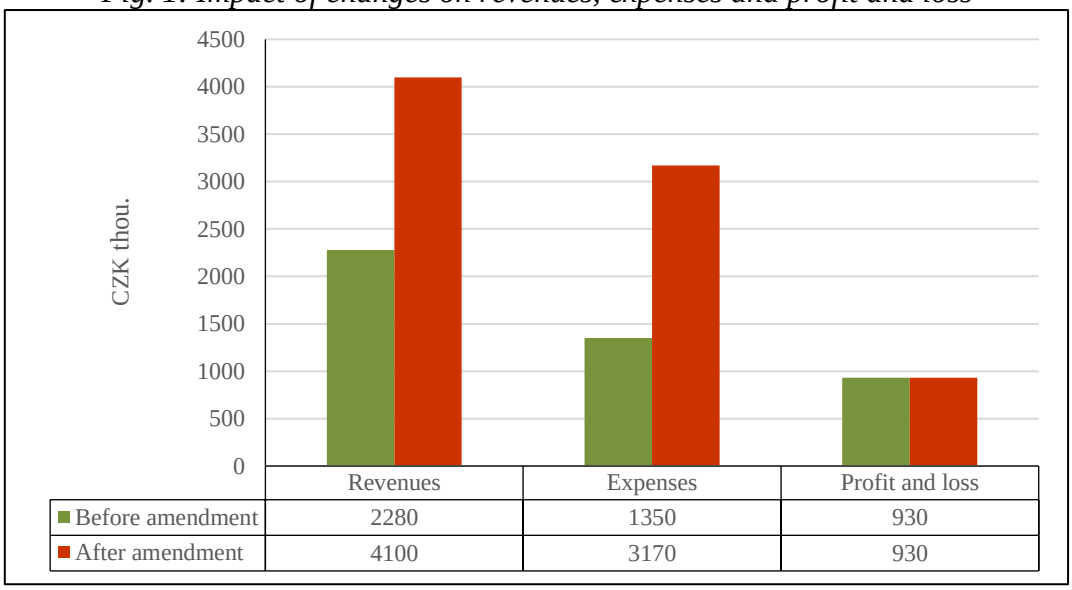
Table 7: Accounting of UP inventory in the manufacturing company

Description of the accounting operation	**CZK thou.**	**Accounting before amendment**		**Accounting after amendment**	
		D	**C**	**D**	**C**
Expenses on production	1 350	5xx	different accounts	5xx	different accounts
Increase of work in progress	700	121	611	121	581
Production of semi-finished products:					
a) decrease of work in progress	600	611	121	582	122
b) increase of semi-finished products	850	122	622	122	582
Production of finished products:					
a) decrease of semi-finished products	1 100	612	122	582	122
b) increase of finished products	1 600	123	613	123	583
Sale of finished products:					
a) decrease of finished products	3 300	613	123	583	123
b) revenues from sales of products	4 100	311	601	311	601
Stocktaking of inventory:					
a) natural decrease of work in progress	10	611	121	581	121
b) surplus of semi-finished products	40	122	612	122	582

Source: own processing

Based on the different methods of accounting for the change in inventories of their own production, the following graph shows the effect of these changes on the amount of revenues and expenses of the production company and their impact on profit and loss as a primary element of business performance measurement.

Fig. 1: Impact of changes on revenues, expenses and profit and loss

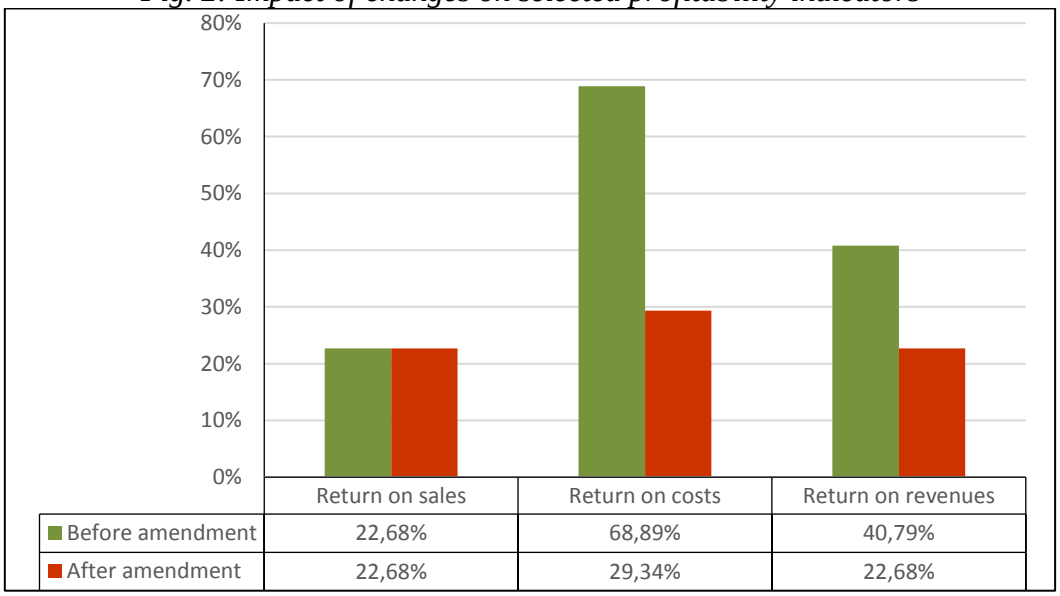


	Revenues	Expenses	Profit and loss
Before amendment	2280	1350	930
After amendment	4100	3170	930

Source: own processing

As the graph above shows, the change of the accounting method of unrealized production has no effect on profit and loss, but there is a change of values of revenues and expenses. If we abstract from other expenses and revenues, we can be considered the ascertained profit for simplification as EBIT (earnings before interest and tax), which is used to calculate profitability indicators. The most commonly used profitability indicators include return on assets (ROA), return on equity (ROE), return on costs (ROC), return on sales (ROS) and alternatively return on revenues (ROR). Since the change in the accounting for unrealized production does not impact on the balance sheet items (the value of the asset and the capital does not change by the method change), the effect of the changes in the returns of sales, costs and revenues will be presented in the following graph.

Fig. 2: Impact of changes on selected profitability indicators



	Return on sales	Return on costs	Return on revenues
Before amendment	22,68%	68,89%	40,79%
After amendment	22,68%	29,34%	22,68%

Source: own processing

There is no change in the value of the return on sales ratio by changing the reporting of unrealized production in the profit and loss statement, because the profit remains static and the sales continue to represent the realized performance of the company. However, there was a change in the value of return on cost, which decreased by about 39.5 % due to changes in accounting. There was the same effect of changes in accounting method on the return on revenues, which also declined by almost half from 40.79 % to 22.68 %.

5 Conclusion

The amendment to the Accounting Act transposed into this legislation the European Directive no. 2013/34/EU on the annual financial statements, consolidated financial statements and related reports of certain types of undertakings, amending Directive 2006/43/EC of the European Parliament and of the Council and repealing Council Directives 78/660/EEC and 83/349/EEC. The main changes included dividing the accounting entities into categories according to defined criteria and the grouping of groups of accounting entities according to specified criteria as well as changes in the scope and content of the financial statements and the abolition of separate reporting of extraordinary expenses and revenues.

As part of the transposition of European law into Czech accounting legislation, there was also a change in the valuation of inventories of own production, which means that unrealized production cannot be valued only by material inputs any more, but it is also necessary to include direct personnel costs related to employees of production, direct energy and the like. It is possible to include indirect costs on a voluntary basis, i.e. allocated production and administrative overheads.

In the context of the new definition of the content, layout and designation of the profit and loss statement under the EU Directive, the Implementation Regulation also amended, where the method of accounting for increases and decreases in inventories created by its own activities was changed. Changes in unrealized production are not accounted for as revenues any more but by the appropriate cost accounts. The value of revenues and expenses has changed in the production enterprises as a result of these changes. Before the amendment, the production of unrealized production increased revenues and after the amendment, it reduced operating costs. Inversely loss of work in progress, semi-finished products before the amendment decreased revenues and after the amendment increased operating costs. Manufacturing companies do not report revenues from unsold production within their turnovers and thus do not violate the fundamental duty to give a true and fair view of the subject matter of the accounting and financial position of the accounting entity.

These facts had no impact on the company's elementary performance in the form of profit or loss, but were reflected in the measurement of indicators of returns on revenues and costs. Additionally, we can add to the important profitability indicators the value added margin representing the share of value added in revenues for goods, products and services. In view of the fact that value added as a difference between production and production consumption included the change in inventory of their own activities before the amendment, there is a change of indicator of value added margin compared to the situation before the transposition of European directives into Czech accounting laws.

Acknowledgements

This paper was supported by the Ministry of Education, Youth and Sports Czech Republic within the Institutional Support for Long-term Development of a Research Organization in 2017.

References

1. Baker, C. R., & Barbu, E. M. (2007). Trends in research on international accounting harmonization. *The International Journal of Accounting, 42*(2007), 272-304. doi:10.1016/j.intacc.2007.06.003.
2. Bartůšková, Z. (2016, July 30). Changes in accounting from January 1, 2016. Retrieved August 3, 2017, from http://www.ucetnictvibezstarosti.eu/zmeny-v-ucetnictvi-od-1-1-2016/.
3. Blechová, B. (2012). Progressive or "equal" tax - economic and political dilemma. *Political Economy, 60*(5), 649-667. doi: https://doi.org/10.18267/j.polek.868.
4. Bohušová, H. (2008). *Harmonization of accounting and IAS/IFRS applications: Selected IAS/IFRS in terms of Czech companies*. Prague: ASPI.
5. Deloitte. (2017). Accounting news - January 2017. Retrieved August 3, 2017, from https://edu.deloitte.cz/cs/Content/Newsletters/accounting-news.
6. Dvořáková, D. (2011). *Financial Accounting and Reporting in Accordance with International Standards IFRS*. 3rd. ed. Brno: Computer Press.
7. Jindrová, B. (2016, September 27). Account group 58 - Change in inventory of their own activities and capitalisation. Retrieved August 3, 2017, from https://www.du.cz/33/uctova-skupina-58-zmena-stavu-zasob-vlastni-cinnosti-a-aktivace-uniqueidmRRWSbk196FNf8-jVUh4EjT8MKQBv2G4vAe4ySc28ZACD-vMUnwPlw/.
8. CACR. (2014). EU Directives. Retrieved July 27, 2017, from https://www.kacr.cz/eu-smernice.
9. Klimšová, B. (2016, January 19). Inventory of own production and their valuation in 2016. Retrieved August 3, 2017, from http://www.pravniprostor.cz/clanky/financni-pravo/zasoby-vlastni-vyroby-a-jejich-oceneni-v-roce-2016.
10. Kovanicová, D. (2004). *How to understand world, European, Czech financial statements*. Prague: Polygon.
11. Kovanicová, D. (2005). *Financial accounting: Worldwide IFRS/IAS*. 5th. ed. Prague: Polygon.
12. Lazar, J. (2012). *Managerial accounting and controlling*. Prague: GRADA Publishing.
13. Liu, C. (2011). IFRS and US- GAAP comparability before release No. 33- 8879. *International Journal of Accounting & Information Management, 19*(1), 24-33. doi: 10.1108/18347641111105917.
14. Nobes, C. W. (2004). *Developments in the International Harmonization of Accounting*. Cheltenham: Edward Elgar Publishing.
15. Paseková, M. (2012). *Implementation of IFRS into small and medium enterprises*. Prague: Wolters Kluwer.
16. Peng, S., & Bewley, K. (2010). Adaptability to fair value accounting in an emerging economy. *Accounting, Auditing & Accountability Journal, 23*(8), 982-1011. doi: 10.1108/09513571011092529.
17. Pilátová, J. (2015). *Accounting Act with commentary: with effect from January 1, 2016*. Prague: GRADA Publishing.
18. Ready ratios. (2013, July 5). New Accounting Directive Approved and Published by European Parliament. Retrieved July 27, 2017, from https://www.readyratios.com/news/other/2418.html.
19. Ryneš, P. (2016). *Double - entry bookkeeping and financial statements 2016*. Prague: ANAG.
20. Synek, M., Kislingerová, E., Dvořáček, J., Dvořák, J., Dvořák, P., Dvořáková, Z., Eisler, J., Hoffmann, V., Janhuba, M., Jindra, J., Klečka, J., Kleibl, J., Neumaierová, I., Novotný,

J., Sedláčková, H., Svobodová, I., Tomek, G. & J. Veber. (2017). *Business economics*. 6th. ed. Prague: C. H. Beck.

21. Truhlářová, M. (2016, April 27). Change in inventory of their own activities and capitalisation. Retrieved August 3, 2017, from https://portal.pohoda.cz/dane-ucetnictvi-mzdy/ucetnictvi/zmena-stavu-zasob-vlastni-cinnosti-a-aktivace-od-r/.

Výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií
Profit or loss of the accounting entity in the accounting of budgetary organizations and allowance organizations

Antónia Kovalčíková[1]

Abstrakt
Výsledok hospodárenia patrí k tradičným ale stále aktuálnym oblastiam skúmania v rámci vedeckovýskumnej a odbornej činnosti z rôznych hľadísk. Príspevok je zameraný na účtovný výsledok hospodárenia dvoch tradičných subjektov verejnej správy v Slovenskej republike – rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií. V tomto príspevku sú prezentované výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia uvedených subjektov verejnej správy v kontexte právnej úpravy účtovníctva vrátane účtovnej závierky platnej v Slovenskej republike od roku 2003 doteraz. Účtovníctvo rozpočtových a príspevkových organizácií v skúmanom období sa vyvíjalo aj v oblasti účtovného výsledku hospodárenia. Pri analýze účtovného výsledku hospodárenia sme sa zamerali na jeho zisťovanie, ekonomickú podstatu, účtovanie a vykazovanie v individuálnej účtovnej závierke. V závere sú formulované spoločné znaky a rozdiely účtovného výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií.

Kľúčové slová
výsledok hospodárenia, akruálny princíp, účtovníctvo, rozpočtová organizácia, príspevková organizácia

Abstract
Profit or loss of the accounting entity belongs to traditional but still relevant areas of research from various aspects within the scientific research and expert activities. The article will focus on the profit or loss of two traditional public sector subjects in Slovakia – budgetary organizations and allowance organizations. The article presents results of the analysis of profit or loss of these specific entities of public sector in accordance with accounting regulation and financial statements regulation in the Slovak republic valid from the year 2003 into present. Accounting of budgetary organizations and allowance organizations has developed as well in the area of profit or loss of the accounting entity during the analysed period. The analysis was focused on determination of the profit or loss of the accounting entity, its economic substance, accounting and presentation in the individual financial statements. Common characters and differences of the profit or loss of budgetary organizations and allowance organizations are described at the end on the scientific article.

Key words
Profit or loss of the accounting entity, Accrual basis, Accounting, Budgetary organization, Allowance organization

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: antonia.kovalcikova@euba.sk

JEL classification
M41

1 Úvod

Rozpočtové organizácie a príspevkové organizácie patria k tradičným subjektom verejnej správy v Slovenskej republike. Majú špecifický spôsob a účel zriadenia a rozdielny, pre ne špecifický spôsob financovania a hospodárenia.

Rozpočtová organizácia je v súčasnosti definovaná ako právnická osoba štátu, obce alebo vyššieho územného celku, ktorá je svojimi príjmami a výdavkami zapojená na štátny rozpočet, rozpočet obce alebo vyššieho územného celku. Hospodári samostatne podľa schváleného rozpočtu s prostriedkami, ktoré jej určí zriaďovateľ v rámci svojho rozpočtu. (Zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Podstata financovania rozpočtových organizácií spočíva v tom, že na jednej strane rozpočtové organizácie hradia rozpočtové výdavky z prostriedkov príslušného rozpočtu a na druhej strane rozpočtové príjmy odvádzajú do príslušného rozpočtu. Základom hospodárenia rozpočtovej organizácie je tradične i v súčasnosti rozpočet príjmov a výdavkov. (Kovalčíková, 2010) Zostavovanie rozpočtu príjmov a výdavkov v súčasnosti vyplýva priamo zo zákona o rozpočtových pravidlách verejnej správy platného do konca roku 2017, ako aj od roku 2018. (Zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Rozpočtová organizácia nemôže tvoriť osobitné fondy, iba ak tak ustanoví osobitný predpis – zákon č. 152/1994 Z. z. o sociálnom fonde. (Kovalčíková, Kordošová & Kršeková, 2015)

Príspevková organizácia je v súčasnosti definovaná ako právnická osoba štátu, obce alebo vyššieho územného celku, ktorej menej ako 50% výrobných nákladov je pokrytých tržbami a ktorá je na štátny rozpočet, rozpočet obce alebo rozpočet vyššieho územného celku zapojená príspevkom. (Zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Podstata financovania príspevko- vých organizácií spočíva v tom, že svoje príjmy používa na financovanie vlastnej činnosti. Doplnenie zdrojov sa zabezpečuje príspevkom z príslušného rozpočtu: zo štátneho rozpočtu, z rozpočtu obce, rozpočtu vyššieho územného celku. Príspevková organizácia hospodári tradične i v súčasnosti podľa rozpočtu nákladov, výnosov a výsledku hospodárenia. (Kovalčíková, Kordošová & Kršeková, 2015) Zostavovanie rozpočtu nákladov, výnosov a výsledku hospodárenia v súčasnosti vyplýva priamo zo zákona o rozpočtových pravidlách verejnej správy platného do konca roku 2017. (Zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Uvedený zákon o rozpočtových pravidlách verejnej správy s účinnosťou od 1. 1. 2018 prinesie zmenu základne na zostavovanie rozpočtu v príspevkových organizáciách, nakoľko podľa tohto zákona príspevková organizácia hospodári podľa svojho rozpočtu príjmov a výdavkov. (Zákon č. 523/2004 Z. z., 2018) Príspevková organizácia okrem sociálneho fondu, ktorý tvorí podľa osobitného predpisu – zákona č. 152/1994 Z. z., tradične aj v súčasnosti v súlade so zákonom o rozpočtových pravidlách tvorí rezervný fond. (Kovalčíková, Kordošová & Kršeková, 2015) Rezervný fond príspevkovej organizácie sa tvorí z výsledku hospodárenia príspevkovej organizácie. Rezervný fond príspevkovej organizácie možno použiť na vysporiadanie záporného výsledku hospodárenia príspevkovej organizácie. (Zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.)

Rozpočtové a príspevkové organizácie ako právnické osoby spĺňajú definíciu účtovnej jednotky podľa zákona o účtovníctve a sú v kontexte s ním samostatnými účtovnými jednotkami.

Súčasťou predmetu účtovníctva, ktorý je všeobecne ustanovený vo vzťahu ku všetkým účtovným jednotkám v zákone o účtovníctve, je účtovanie a vykazovanie skutočností o výsledku hospodárenia účtovnej jednotky. Výsledkom hospodárenia sa v zákone o účtovníctve rozumie ocenený výsledný efekt činnosti účtovnej jednotky dosiahnutý v účtovnom období. (Kordošová, 2015)

Pre rozpočtovú organizáciu a príspevkovú organizáciu je predmet účtovníctva rovnako stanovený ako pre každú inú účtovnú jednotku, v zákone o účtovníctve nie je uvedená výnimka ani špeciálna konkretizácia vo vzťahu k týmto účtovným jednotkám. Zvláštnosti rozpočtových a príspevkových organizácií ako špecifických subjektov verejnej správy a súčasne osobitosti ich účtovníctva v jeho vývoji na Slovensku majú za následok, že účtovníctvo týchto účtovných jednotiek v svojom vývoji aj v období platnosti uvedeného zákona o účtovníctve napĺňa predmet účtovníctva s osobitosťami v závislosti od uplatnenia základných účtovných zásad a účtovných metód. (Kovalčíková, 2015)

V období platnosti zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve, od roku 2003 doteraz, sú rozdiely aj v zisťovaní výsledku hospodárenia v účtovníctve skúmaných druhov účtovných jednotiek, v jeho účtovaní a vykazovaní v účtovnej závierke rozpočtových a príspevkových organizácií. V príspevku stručne zhrnieme základné poznatky o výsledku hospodárenia uvedených účtovných jednotiek v období rokov 2003 až 2007 – v prvom období platnosti zákona o účtovníctve z hľadiska vývoja účtovníctva skúmaných účtovných jednotiek a ďalej prezentujeme výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií v zameraní na jeho zisťovanie, ekonomickú podstatu, účtovanie a vykazovanie v účtovnej závierke v období od roku 2008 – v súčasnom období z hľadiska vývoja účtovníctva skúmaných účtovných jednotiek.

2 Výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových a príspevkových organizácií v období rokov 2003 – 2007

V období rokov 2003 – 2007 sa v účtovníctve rozpočtových organizácií v činnosti financovanej v rámci rozpočtového hospodárenia – v hlavnej činnosti nezisťoval výsledok hospodárenia. V prípade, že rozpočtové organizácie vykonávali podnikateľskú činnosť, v období rokov 2003 – 2007 zisťovali v účtovníctve výsledok hospodárenia z podnikateľskej činnosti. Zisťovali ho ako rozdiel výnosov z podnikateľskej činnosti a nákladov na podnikateľskú činnosť a vykazovali ho v účtovnej závierke – v súvahe a v samostatnej časti A výkazu ziskov a strát. Časť A výkazu zostavovali rozpočtové organizácie, ktoré vykonávali podnikateľskú činnosť.

Príspevkové organizácie, ktoré účtovali v sústave podvojného účtovníctva, v tomto období, teda v rokoch 2003 – 2007, v účtovníctve zisťovali výsledok hospodárenia účtovným spôsobom za príspevkovú organizáciu ako rozdiel výnosov a nákladov a vykazovali ho v účtovnej závierke – v súvahe a v samostatnej časti A výkazu ziskov a strát. Príspevkové organizácie zostavovali časť A za bežné účtovné obdobie v rozdelení na hlavnú činnosť, podnikateľskú činnosť a spolu – v troch stĺpcoch a za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie v jednom stĺpci spolu. (Kovalčíková, 2015)

3 Výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových a príspevkových organizácií v období od roku 2008

V súčasnosti od roku 2008 rozpočtové a príspevkové organizácie zisťujú v účtovníctve výsledok hospodárenia za účtovnú jednotku a vykazujú ho v súvahe a vo výkaze ziskov a strát v požadovanom členení. Zisťovanie výsledku hospodárenia z hlavnej činnosti rozpočtových organizácií patrí k základným zmenám v ich účtovníctve prijatím nových postupov účtovania v Slovenskej republike od roku 2008. V príspevkových organizáciách nastala významná zmena v zisťovaní výsledku hospodárenia od roku 2008 v tých účtovných jednotkách, ktoré do konca roku 2007 účtovali v sústave jednoduchého účtovníctva. (Kovalčíková, Kordošová & Kršeková, 2015)

3.1 Zisťovanie výsledku hospodárenia za účtovné obdobie

Účtovný výsledok hospodárenia sa v súčasnosti v rozpočtových a príspevkových organizáciách zisťuje metódou založenou na uplatnení akruálneho princípu. Výsledok hospodárenia sa vypočíta ako rozdiel výnosov a nákladov.

Výnosom sa rozumie zvýšenie ekonomických úžitkov účtovnej jednotky v účtovnom období, ktoré sa dá spoľahlivo oceniť. Nákladom sa rozumie zníženie ekonomických úžitkov účtovnej jednotky v účtovnom období, ktoré sa dá spoľahlivo oceniť. Ekonomickým úžitkom sa rozumie možnosť priamo alebo nepriamo prispieť k toku peňažných prostriedkov a ekvivalentov peňažných prostriedkov. (Šlosárová & Blahušiaková, 2017)

Ak sa výnosy rovnajú nákladom, účtovný výsledok hospodárenia je rovný nule.

Ak sa výnosy nerovnajú nákladom, účtovný výsledok hospodárenia má v skúmaných druhoch účtovných jednotiek špecifické označenie, a to:

- ak sú výnosy vyššie ako náklady, ide o účtovný kladný výsledok hospodárenia,
- ak sú výnosy nižšie ako náklady, ide o účtovný záporný výsledok hospodárenia.

Účtovný výsledok hospodárenia sa zistí ako rozdiel výnosov účtovaných na účtoch účtovej triedy 6 – Výnosy a nákladov účtovaných na účtoch účtovej triedy 5 – Náklady. Ekonomický obsah uvedených účtových tried je definovaný v opatrení MF SR takto:

- v účtovej triede 6 sa účtujú výnosy narastajúcim spôsobom od začiatku účtovného obdobia; prvotné výnosy sa v tejto účtovej triede účtujú časovo rozlíšené;
- v účtovej triede 5 sa účtujú prvotné náklady alebo druhotné náklady; na jednotlivé účty tejto účtovej triedy sa účtujú účtovné prípady narastajúcim spôsobom od začiatku účtovného obdobia časovo rozlíšené.

(Opatrenie MF SR č. MF/16786/2007-31, v z. n. p.)

Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie sa v účtovníctve zisťuje ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, na účte 710 – Účet výsledku hospodárenia. Účet 710 – Účet výsledku hospodárenia je uzávierkový účet aj v účtovníctve rozpočtových a príspevkových organizácií, na ktorý sa uzavierajú účty nákladov účtovej triedy 5 – Náklady a účty výnosov účtovej triedy 6 – Výnosy. Účtovný výsledok hospodárenia, kladný alebo záporný, sa zaúčtuje na príslušné strany, Má dať alebo Dal, uzávierkových účtov 710 – Účet výsledku hospodárenia a 702 – Konečný účet súvahový.

Postup účtovania na účte 710 – Účet výsledku hospodárenia pri uzavretí účtovných kníh je zobrazený v tabuľke 1.

Tab. 1: Účtovanie na účte 710 – Účet výsledku hospodárenia

Účtovanie konečných stavov účtov účtovej triedy 5 – Náklady na uzávierkový účet 710
Účtovanie konečných stavov účtov účtovej triedy 6 – Výnosy na uzávierkový účet 710
Ak sú výnosy vyššie ako náklady účtovanie účtovného kladného výsledku hospodárenia za účtovné obdobie na účtoch 710 (strana Má dať) a 702 (strana Dal)
Ak sú výnosy nižšie ako náklady účtovanie účtovného záporného výsledku hospodárenia za účtovné obdobie na účtoch 710 (strana Dal) a 702 (strana Má dať)

Zdroj: Opatrenie MF SR č. MF/16786/2007-31, v z. n. p.

3.2 Podstata účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových organizáciách

Vzhľadom na špecifickú podstatu finančného hospodárenia rozpočtových organizácií aj ich účtovný výsledok hospodárenia v svojej podstate má osobitosti. Skúmame ho v týchto základných súvislostiach:

- vo vzťahu výnosy z činnosti rozpočtovej organizácie a náklady z odvodu príjmov,

- vo vzťahu výnosy z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie,
- vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie.

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z činnosti rozpočtovej organizácie a náklady z odvodu príjmov

Z podstaty účtovania výnosov z činnosti rozpočtovej organizácie a nákladov z odvodu príjmov v súčasnosti vyplýva ich vplyv na účtovný výsledok hospodárenia. Účtovný výsledok hospodárenia v rozpočtových organizáciách nevzniká pri výnosoch z činnosti rozpočtovej organizácie. Vo vzťahu k nim pri účtovaní rozpočtových príjmov sa účtuje do nákladov, ako náklady z odvodu príjmov, predpis odvodu príjmov do rozpočtu zriaďovateľa vo výške zinkasovaných príjmov účtovaných v danom účtovnom období do výnosov bežného účtovného obdobia a ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, sa účtuje do nákladov, ako náklady z budúceho odvodu príjmov, predpis odvodu príjmov do rozpočtu zriaďovateľa vo výške nezinkasovaných príjmov, ktoré sú výnosom daného účtovného obdobia.

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie

Z podstaty účtovania výnosov z transferov od zriaďovateľa – sú stanovené zásady ich účtovania podľa druhu transferu – a nákladov na činnosť rozpočtovej organizácie v súčasnosti vyplýva ich dvojaký vplyv na účtovný výsledok hospodárenia:

- vzniká/môže vzniknúť účtovný výsledok hospodárenia,
- nevzniká účtovný výsledok hospodárenia.

Účtovný výsledok hospodárenia v rozpočtovej organizácii vzniká/môže vzniknúť ako rozdiel výnosov z bežných transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúcich nákladov hradených z týchto transferov. Pri účtovaní výnosov z bežných transferov od zriaďovateľa je uplatnená zásada: zúčtovanie bežného transferu do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s výdavkami rozpočtovej organizácie.

Účtovný výsledok hospodárenia nevzniká pri kapitálových transferoch od zriaďovateľa. Pri účtovaní výnosov z kapitálových transferov od zriaďovateľa je uplatnená táto zásada: zúčtovanie kapitálového transferu do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s odpismi dlhodobého nehmotného a dlhodobého hmotného majetku, opravnými položkami k dlhodobému nehmotnému a dlhodobému hmotnému majetku a so zostatkovými cenami vyradeného dlhodobého nehmotného a dlhodobého hmotného majetku.

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie

Účtovný výsledok hospodárenia nevzniká pri transferoch bežných ani kapitálových od ostatných subjektov verejnej správy, Európskej únie a ostatných subjektov mimo verejnej správy. Pri účtovaní výnosov z týchto transferov je uplatnená zásada: zúčtovanie transferov do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s nákladmi.

3.3 Podstata účtovného výsledku hospodárenia v príspevkových organizáciách

Vzhľadom na špecifickú podstatu finančného hospodárenia príspevkových organizácií aj ich účtovný výsledok hospodárenia v svojej podstate má osobitosti. Skúmame ho v týchto základných súvislostiach:

- vo vzťahu výnosy z činnosti príspevkovej organizácie a zodpovedajúce náklady na jej činnosť,
- vo vzťahu výnosy z prijatých príspevkov – z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na činnosť príspevkovej organizácie,
- vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na činnosť príspevkovej organizácie.

(Kovalčíková, Kordošová & Kršeková, 2015)

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z činnosti príspevkovej organizácie a zodpovedajúce náklady na jej činnosť

Účtovný výsledok hospodárenia vzniká/môže vzniknúť ako rozdiel výnosov z činnosti príspevkovej organizácie a zodpovedajúcich nákladov hradených z príjmov z činnosti príspevkovej organizácie.

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z prijatých príspevkov – z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na činnosť príspevkovej organizácie

Z podstaty účtovania výnosov z prijatých príspevkov – výnosov z transferov od zriaďovateľa v rozlíšení podľa druhu príspevku a nákladov na činnosť príspevkovej organizácie v súčasnosti vyplýva ich dvojaký vplyv na účtovný výsledok hospodárenia:

- vzniká/môže vzniknúť účtovný výsledok hospodárenia,
- nevzniká účtovný výsledok hospodárenia.

Účtovný výsledok hospodárenia v príspevkovej organizácii vzniká/môže vzniknúť ako rozdiel výnosov z príspevkov na prevádzku – z bežných transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúcich nákladov hradených z peňažných prostriedkov z prijatých príspevkov na prevádzku. Pri účtovaní výnosov z príspevkov na prevádzku od zriaďovateľa je uplatnená zásada: zúčtovanie príspevkov na prevádzku od zriaďovateľa do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s výdavkami príspevkovej organizácie.

Účtovný výsledok hospodárenia v príspevkovej organizácii nevzniká v dôsledku príspevkov od zriaďovateľa na obstaranie konkrétneho hmotného majetku a nehmotného majetku určeného zriaďovateľom – kapitálových transferov. Pri účtovaní výnosov z týchto príspevkov od zriaďovateľa je uplatnená zásada: zúčtovanie príspevkov na obstaranie dlhodobého majetku do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s odpismi, so zostatkovými cenami, s opravnými položkami k dlhodobému nehmotnému a dlhodobému hmotnému majetku obstaraného z peňažných prostriedkov z prijatých príspevkov na obstaranie dlhodobého majetku.

Účtovný výsledok hospodárenia vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na činnosť príspevkovej organizácie

Účtovný výsledok hospodárenia nevzniká pri transferoch bežných ani kapitálových od iných subjektov verejnej správy a od subjektov mimo verejnej správy. Pri účtovaní výnosov z týchto transferov je uplatnená zásada: zúčtovanie transferov do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s nákladmi.

3.4 Porovnanie podstaty účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových a príspevkových organizáciách

Porovnanie podstaty účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových organizáciách a príspevkových organizáciách je zobrazené v tabuľke 2.

Tab. 2: Podstata účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových a príspevkových organizáciách

Účtovný výsledok hospodárenia	v rozpočtových organizáciách	v príspevkových organizáciách
vzniká/môže vzniknúť	---	ako rozdiel výnosov z činnosti príspevkovej organizácie a zodpovedajúcich nákladov
	ako rozdiel výnosov z bežných transferov od zriaďovateľa (účtujú sa vo vecnej a v časovej súvislosti s výdavkami) a zodpovedajúcich nákladov	ako rozdiel výnosov z príspevku na prevádzku – z bežných transferov od zriaďovateľa (účtujú sa vo vecnej a v časovej súvislosti s výdavkami) a zodpovedajúcich nákladov
nevzniká	pri výnosoch z činnosti rozpočtovej organizácie (účtujú sa náklady z odvodu príjmov vo výške výnosov)	---
	pri kapitálových transferoch od zriaďovateľa*	pri kapitálových transferoch od zriaďovateľa*
	pri transferoch bežných ani kapitálových od iných subjektov verejnej správy a od subjektov mimo verejnej správy*	pri transferoch bežných ani kapitálových od iných subjektov verejnej správy a od subjektov mimo verejnej správy*
*– výnosy z transferov sa účtujú vo vecnej a v časovej súvislosti s nákladmi		

Zdroj: vlastné spracovanie na základe analýzy podstaty účtovného výsledku hospodárenia

3.5 Podstata účtovania výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie v rozpočtových a príspevkových organizáciách

Výsledok hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia sa pri otvorení účtovných kníh zaúčtuje na účet 431 – Výsledok hospodárenia so súvzťažným zápisom na účte 701 – Začiatočný účet súvahový.

Ekonomický obsah účtu 431 je definovaný v opatrení MF SR takto:

- na účte 431 – Výsledok hospodárenia sa účtuje rozdelenie účtovného kladného výsledku hospodárenia alebo usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia;
- tento účet nemá ku dňu uzatvorenia účtovných kníh zostatok; v prípade, že účtovný výsledok hospodárenia nie je usporiadaný, zaúčtuje sa na účet 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov.

(Opatrenie MF SR č. MF/16786/2007-31, v z. n. p.)

3.6 Účtovanie na účte 431 – Výsledok hospodárenia v rozpočtových organizáciách

Pri otvorení účtovných kníh sa výsledok hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia zaúčtuje podľa podstaty na stranu Má dať alebo Dal účtu 431 – Výsledok hospodárenia. V priebehu účtovného obdobia sa v kontexte ekonomického obsahu účtu účtuje na účte 431:

- o rozdelení účtovného kladného výsledku hospodárenia; v rozpočtových organizáciách sa účtovný kladný výsledok hospodárenia použije na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov; alebo
- o usporiadaní účtovného záporného výsledku hospodárenia; v rozpočtových organizáciách sa účtovný záporný výsledok hospodárenia usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov.

Postup účtovania na účte 431 – Výsledok hospodárenia, ak účtovný kladný výsledok hospodárenia sa v rozpočtových organizáciách použije na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov za predpokladu, že sú v rovnakej hodnote, je zobrazený v tabuľke 3.

Tab. 3: Účtovanie na účte 431 v rozpočtovej organizácii, ak účtovný kladný VH sa použije na usporiadanie účtovného záporného VH minulých rokov

Účtovanie účtovného kladného výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na účte 431 (strana Dal) súvzťažne s účtom 701
Účtovanie začiatočného stavu účtu 428 (strana Má dať) súvzťažne s účtom 701
Použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov – účtovanie na účtoch 431 (strana Má dať) a 428 (strana Dal)

Zdroj: vlastné spracovanie

Postup účtovania na účte 431 – Výsledok hospodárenia, ak účtovný kladný výsledok hospodárenia sa v rozpočtových organizáciách použije na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov môže mať aj ďalšie dva varianty, a to v závislosti od ich hodnoty:

- účtovný kladný výsledok hospodárenia je menší ako neusporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov; v tomto prípade účtovný kladný výsledok hospodárenia rozpočtovej organizácie sa použije na usporiadanie časti účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov a zostávajúca časť účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov prechádza do nasledujúceho účtovného obdobia;
- účtovný kladný výsledok hospodárenia je väčší ako neusporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov; v tomto prípade sa časť účtovného kladného výsledku hospodárenia rozpočtovej organizácie použije na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov a zostávajúca časť účtovného kladného výsledku hospodárenia sa zaúčtuje zo strany Má dať účtu 431 na stranu Dal účtu 428 a prechádza ako účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov do nasledujúceho účtovného obdobia.

Postup účtovania na účte 431 – Výsledok hospodárenia, ak účtovný záporný výsledok hospodárenia sa v rozpočtových organizáciách usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov za predpokladu, že sú v rovnakej hodnote, je zobrazený v tabuľke 4.

Tab. 4: Účtovanie na účte 431 v rozpočtovej organizácii, ak účtovný záporný VH sa usporiada z účtovného kladného VH minulých rokov

Účtovanie účtovného záporného výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na účte 431 (strana Má dať) súvzťažne s účtom 701
Účtovanie začiatočného stavu účtu 428 (strana Dal) súvzťažne s účtom 701
Usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia v rozpočtovej organizácii z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov – účtovanie na účtoch 431 (strana Dal) a 428 (strana Má dať)

Zdroj: vlastné spracovanie

Postup účtovania na účte 431 – Výsledok hospodárenia, ak účtovný záporný výsledok hospodárenia sa v rozpočtových organizáciách usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov môže mať tiež ďalšie dva varianty v závislosti od ich hodnoty:

- účtovný záporný výsledok hospodárenia je menší ako neusporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov; v tomto prípade účtovný záporný výsledok hospodárenia rozpočtovej organizácie sa usporiada z časti účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov a zostávajúca časť účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov prechádza do nasledujúceho účtovného obdobia;
- účtovný záporný výsledok hospodárenia je väčší ako neusporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov; v tomto prípade časť účtovného záporného výsledku hospodárenia rozpočtovej organizácie sa usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov a zostávajúca časť účtovného záporného výsledku hospodárenia sa zaúčtuje zo strany Dal účtu 431na stranu Má dať účtu 428 a prechádza ako účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov do nasledujúceho obdobia.

Okrem uvedených variantov rozdelenia účtovného kladného výsledku hospodárenia a usporiadania účtovného záporného výsledku hospodárenia dopĺňame ďalšie z krátkodobého hľadiska možné varianty:

- účtovný kladný výsledok hospodárenia zvyšuje neusporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov;
- účtovný kladný výsledok hospodárenia vytvára neusporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov; na začiatku účtovného obdobia mal účet 428 začiatočný stav v hodnote nula;
- účtovný záporný výsledok hospodárenia zvyšuje neusporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov;
- účtovný záporný výsledok hospodárenia vytvára neusporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov; na začiatku účtovného obdobia mal účet 428 začiatočný stav v hodnote nula.

3.7 Účtovanie na účte 431 – Výsledok hospodárenia v príspevkových organizáciách

Pri otvorení účtovných kníh sa výsledok hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia zaúčtuje podľa podstaty na stranu Má dať alebo Dal účtu 431 – Výsledok hospodárenia. V priebehu účtovného obdobia sa v kontexte ekonomického obsahu účtu účtuje na účte 431:

- o rozdelení účtovného kladného výsledku hospodárenia; v príspevkových organizáciách sa účtuje použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na tvorbu rezervného fondu v súlade s pravidlami financovania a hospodárenia; alebo

- o usporiadaní účtovného záporného výsledku hospodárenia; v príspevkových organizáciách sa účtovný záporný výsledok hospodárenia usporiada z rezervného fondu – v prípade, že príspevková organizácia má vytvorený rezervný fond.

Postup účtovania na účte 431 – Výsledok hospodárenia, ak sa v príspevkových organizáciách účtovný kladný výsledok hospodárenia použije na tvorbu rezervného fondu, je zobrazený v tabuľke 5 a, ak účtovný záporný výsledok hospodárenia sa usporiada z rezervného fondu, je zobrazený v tabuľke 6.

Tab. 5: Účtovanie na účte 431 v príspevkovej organizácii, ak účtovný kladný VH sa použije na tvorbu rezervného fondu

Účtovanie účtovného kladného výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na účte 431 (strana Dal) súvzťažne s účtom 701
Použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na tvorbu rezervného fondu – účtovanie na účtoch 431 (strana Má dať) a 421 – Rezervný fond (strana Dal)

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 6: Účtovanie na účte 431 v príspevkovej organizácii, ak účtovný záporný VH sa usporiada z rezervného fondu

Účtovanie účtovného záporného výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na účte 431 (strana Má dať) súvzťažne s účtom 701
Účtovanie začiatočného stavu účtu 421 – Zákonný rezervný fond (strana Dal) súvzťažne s účtom 701
Usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia z rezervného fondu – účtovanie na účtoch 431 (strana Dal) a 421 (strana Má dať)

Zdroj: vlastné spracovanie

Okrem uvedených prípadov dopĺňame ďalšie možné varianty, a to:

- účtovný kladný výsledok hospodárenia sa použije na zvýšenie vytvoreného rezervného fondu; na začiatku účtovného obdobia mal účet 421 začiatočný stav v hodnote vytvoreného rezervného fondu;
- účtovný záporný výsledok hospodárenia z krátkodobého hľadiska vytvára účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov; na začiatku účtovného obdobia mal účet 421 začiatočný stav v hodnote nula; v tomto prípade sa účtovný záporný výsledok hospodárenia príspevkovej organizácie zúčtuje ako neusporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov – účtovanie na strane Dal účtu 431 a na strane Má dať účtu 428;
- účtovný záporný výsledok hospodárenia z krátkodobého hľadiska zvyšuje účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov; na začiatku účtovného obdobia mal účet 421 začiatočný stav v hodnote nula a účet 428 začiatočný stav na strane Má dať v príslušnej hodnote; v tomto prípade sa účtovný záporný výsledok hospodárenia príspevkovej organizácie zúčtuje ako zvýšenie neusporiadaného účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov – účtovanie na strane Dal účtu 431 a na strane Má dať účtu 428.

3.8 Prezentácia informácií o výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií v individuálnej účtovnej závierke

Účtovný výsledok hospodárenia za bežné účtovné obdobie sa vykazuje vo výkazoch účtovnej závierky – v súvahe a vo výkaze ziskov a strát. Výkazy účtovnej závierky – súvaha aj výkaz ziskov a strát zostavované v rozpočtových a príspevkových organizáciách majú rovnakú štruktúru. V súvahe sa vykazuje jedna súvahová položka – Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie na strane pasív v časti Výsledok hospodárenia ako súčasť vlastného imania. Kladný výsledok hospodárenia sa vykazuje so znamienkom (+), záporný výsledok hospodá-renia so znamienkom (–). Vo výkaze ziskov a strát sa v časti Výnosy, daň z príjmov a výsle-dok hospodárenia vykazuje v označení Výsledok hospodárenia po zdanení s príslušným znamienkom (+/–). Okrem toho sa vo výkaze ziskov a strát vykazuje Výsledok hospodárenia pred zdanením.

Neusporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov (+/–) sa vykazuje ako samostatná položka v súvahe. Vykazuje sa ako prvá súvahová položka v časti Výsledok hospodárenia.

V súvahe sú informácie o výsledku hospodárenia ako položky na strane pasív vykazované za bežné a bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie. Vo výkaze ziskov a strát sú informácie o výsledku hospodárenia vykazované za bežné obdobie v členení na hlavnú činnosť, podnikateľskú činnosť a spolu – v troch stĺpcoch a za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie spolu v jednom stĺpci.

Informácie, ktoré vysvetľujú a dopĺňajú údaje vo výkazoch účtovnej závierky, sa uvádzajú v poznámkach. Aj tie majú rovnakú štruktúru v obidvoch druhoch skúmaných účtovných jednotiek. V poznámkach v článku IV. Informácie o údajoch na strane pasív súvahy v časti Vlastné imanie sa uvedie prehľad o pohybe vlastného imania v členení podľa jednotlivých položiek v súvahe podľa predpísaného obsahu a štruktúry v opatrení Ministerstva financií SR.

4 Záver

V príspevku analyzujeme výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových a príspevkových organizácií v kontexte s jeho vymedzením zákonom o účtovníctve. Výsledkom hospodárenia sa v zákone rozumie ocenený výsledný efekt činnosti účtovnej jednotky dosiahnutý v účtovnom období. V období platnosti zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve, od roku 2003 doteraz, sú rozdiely v zisťovaní, účtovaní i vykazovaní v účtovnej závierke účtovného výsledku hospodárenia v skúmaných druhoch účtovných jednotiek vzhľadom na vývoj ich účtovníctva. V období rokov 2003 – 2007 sa účtovný výsledok hospodárenia zisťoval v rozpočtových organizáciách len za podnikateľskú činnosť na rozdiel od príspevkových organizácií účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva, v ktorých sa zisťoval účtovným spôsobom výsledok hospodárenia za príspevkovú organizáciu. Zisťovali sa ako rozdiel výnosov a nákladov. Od roku 2008 doteraz rozpočtové a príspevkové organizácie zisťujú v účtovníctve výsledok hospodárenia za účtovnú jednotku. Účtovný výsledok hospodárenia sa v súčasnosti v rozpočtových a príspevkových organizáciách zisťuje metódou založenou na uplatnení akruálneho princípu. Ak sú výnosy vyššie ako náklady, ide o účtovný kladný výsledok hospodárenia. Ak sú výnosy nižšie ako náklady, ide o účtovný záporný výsledok hospodárenia. Účtovný výsledok hospodárenia sa zistí ako rozdiel výnosov účtovaných na účtoch účtovej triedy 6 – Výnosy a nákladov účtovaných na účtoch účtovej triedy 5 – Náklady. Účtovným spôsobom sa výsledok hospodárenia za účtovné obdobie zisťuje ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, na uzávierkovom účte 710 – Účet výsledku hospodárenia.

Vzhľadom na rozdielnu špecifickú podstatu finančného hospodárenia rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií je rozdielna aj podstata ich účtovného výsledku hospodárenia. V rozpočtových organizáciách účtovný výsledok hospodárenia skúmame v týchto základných súvislostiach: vo vzťahu výnosy z činnosti rozpočtovej organizácie a náklady z odvodu príjmov, vo vzťahu výnosy z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na jej činnosť, vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na jej činnosť. V príspevkových organizáciách účtovný výsledok hospodárenia skúmame v týchto základných súvislostiach: vo vzťahu výnosy z činnosti príspevkovej organizácie a zodpovedajúce náklady na jej činnosť, vo vzťahu výnosy z prijatých príspevkov – z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na jej činnosť, vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na jej činnosť. Základný rozdiel v podstate účtovného výsledku hospodárenia je pri výnosoch z činnosti organizácie, pretože účtovný výsledok hospodárenia v rozpočtových organizáciách nevzniká pri výnosoch z jej činnosti, nakoľko sa účtujú náklady z odvodu príjmov vo výške výnosov, a v príspevkových organizáciách vzniká/môže vzniknúť účtovný výsledok hospodárenia ako rozdiel výnosov z jej činnosti a zodpovedajúcich nákladov.

Výsledok hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia sa pri otvorení účtovných kníh rovnako zaúčtuje v rozpočtových a príspevkových organizáciách na účet 431 – Výsledok hospodárenia. Rozdiel je v účtovaní rozdelenia alebo usporiadania účtovného výsledku hospodárenia. Na účte 431 – Výsledok hospodárenia sa v prípade rozdelenia účtovného kladného výsledku hospodárenia v rozpočtových organizáciách účtuje použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov, v príspevkových organizáciách sa účtuje tvorba rezervného fondu z účtovného kladného výsledku hospodárenia v súlade so zákonom o rozpočtových pravidlách verejnej správy. V prípade usporiadania účtovného záporného výsledku hospodárenia sa v rozpočtových organizáciách účtovný záporný výsledok hospodárenia vyrovnáva z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov, v príspevkových organizáciách sa účtovný záporný výsledok hospodárenia usporiada z rezervného fondu.

Účtovný výsledok hospodárenia sa v účtovnej závierke rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií prezentuje rovnakých spôsobom.

Literatúra

1. Kordošová, A. (2015). *Osobitosti účtovníctva neziskových účtovných jednotiek*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
2. Kovalčíková, A. (2010). *Účtovníctvo rozpočtových organizácií*. Bratislava: Iura Edition.
3. Kovalčíková, A., Kordošová, A., & Kršeková, M. (2015). *Účtovníctvo rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
4. Kovalčíková, A. (2015). Účtovníctvo rozpočtových organizácií, príspevkových organizácií a obcí v procese jeho harmonizácie na Slovensku: Accounting of budgetary organizations, allowance organizations and municipalities in process of its harmonization in Slovakia. *Aiesa – Budovanie Spoločnosti Založenej Na Vedomostiach : Zborník : 16. Medzinárodná Vedecká Konferencia : Bratislava, 5. - 6. November 2015*, 219-228.
5. *Opatrenie Ministerstva financií SR č. MF/16786/2007-31, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre rozpočtové organizácie, príspevkové organizácie, štátne fondy, obce a vyššie územné celky v znení neskorších predpisov.*

6. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer.
7. *Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.*
8. *Zákon č. 523/2004 Z. z. o rozpočtových pravidlách verejnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.*
9. *Zákon č. 523/2004 Z. z. o rozpočtových pravidlách verejnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení účinnom od 1. 1. 2018.*
10. *https://www.slov-lex.sk/domov*

Nezávislosť audítora a jej vplyv na prijatie zákazky na audit účtovnej závierky
Independence of the auditor and its impact on acceptance of audit engagement

Petra Krišková[1], Ján Užík[2]

Abstrakt
Nezávislosť audítora predstavuje kľúčovú požiadavku profesie audítora pri audite účtovnej závierky. Uplatňovanie a dodržiavanie je dôležité nielen v priebehu samotného auditu účtovnej závierky, ale najmä pri prijímaní zákazky na audit. Audítor je povinný zvážiť všetky okolnosti, ktoré by mohli ohroziť jeho nezávislosť voči účtovnej jednotke, manažmentu a účtovnej závierke, ktorá bude predmetom auditu.

Kľúčové slová
Audítor, audit, nezávislosť, účtovná závierka, zákazka na audit

Abstract
Independence of the auditor is a key requirement of the auditor's profession in the auditing of financial statements. Applying and adherence is important not only during the audit of the financial statements, but also during the acceptation of audit engagement. An auditor is required to consider any circumstances that might compromise his / her independence from the entity, management and financial statements that will be the subject of the audit.

Key words
Auditor, Audit, Independence, financial statements, audit engagement

JEL classification
M42

1 Úvod

Cieľom auditu účtovnej závierky je vyjadriť názor audítora na účtovnú závierku. Tento názor by mal byť čo najobjektívnejší, bez akéhokoľvek ovplyvňovania jednej zo zúčastnených strán. V tomto kontexte je významná jedna z najzásadnejších požiadaviek na profesiu audítora, a to nezávislosť. Nezávislosť znamená, že audítor je schopný vykonávať svoju činnosť (profesiu) spôsobom, ktorý zaručuje objektívnosť. Nezávislosť je svojim spôsobom previazaná so všetkými etickými predpokladmi audítorskej profesie. Vo všeobecnej polohe je treba túto požiadavku chápať ako:

- nezávislosť vo vzťahu k skúmaným a overovaným skutočnostiam (účtovnej závierke),
- nezávislosť k tým, ktorí tieto informácie pripravujú (Müllerová, L., 2007).

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave / Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1 /B, Bratislava, petra.kriskova@euba.sk.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave / Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1 /B, Bratislava, jan.uzik@euba.sk.

Audit účtovnej závierky predstavuje „službu“ s vplyvom na verejný záujem, a preto je potrebné, aby si zachovávala dôveryhodnosť. Práve nezávislosť je zabezpečovacím prvkom dôveryhodnosti. Ak sa zaoberáme nezávislosťou, je potrebné brať do úvahy:

- nezávislosť myslenia – stav mysle, pri ktorom sa berú do úvahy všetky záležitosti relevantné k danému problému a k žiadnym ostatným sa neprihliada;
- nezávislosť prejavu – vyhnutie sa faktorom a okolnostiam, ktoré sú tak významné, že informovaná tretia strana by mohla spochybniť nezávislosť auditu (Nagy, J. a kol., 1999).

Ak uvažujeme o nezávislosti v rovine zákonov a profesijných pravidiel, tak ide iba o nezávislosť prejavu.

Audítor je pri svojej službe verejnosti vyzývaný k tomu, aby bol nezávislý voči manažmentu a vykonával audit objektívne a čestne (Ricchiute, D.N., 1994)

2 Nezávislosť v zmysle právnych predpisov a profesijných pravidiel

Ako je uvedené vyššie, nezávislosť je základnou požiadavkou kladenou na audítorskú profesiu. Aj z tohto dôvodu je zakotvená, resp. riešená na úrovni zákona aj na úrovni profesijných pravidiel. Audítorská profesia je v podmienkach Slovenskej republiky upravená zákonom č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o audite“). Nezávislosťou sa zaoberá § 21 zákona o audite. V zmysle tohto zákona musí byť audítor (resp. audítorská spoločnosť) pri výkone svojej profesie nestranný a nezávislý od auditovaného subjektu. Dodržiavanie nezávislosti sa vyžaduje v priebehu obdobia, na ktoré sa vzťahuje overovaná účtovná závierka a počas obdobia, v ktorom sa vykonáva audit. Zákon o audite taxatívne uvádza prekážky, resp. situácie, ktoré sú v zmysle dodržania nezávislosti neprípustné, ide o:

a) vlastnícky, spoluvlastnícky alebo členský vzťah k auditovanému subjektu,
b) pracovnoprávny vzťah audítora k auditovanému subjektu,
c) členstvo v štatutárnych orgánoch, riadiacich orgánoch alebo dozorných orgánoch auditovaného subjektu,
d) ak je audítor blízkou osobou k osobám, ktoré majú k auditovanému subjektu vzťah uvedený v písm. a)-c),
e) výkon funkcie správcu konkurznej podstaty, likvidátora alebo núteného správcu v auditovanom subjekte,
f) ak auditovaný subjekt nezaplatil za vykonaný audit za predchádzajúce obdobie dlhšie ako jeden rok,
g) vzťah v zmysle písm. a)-f) medzi sieťou, fyzickou osobou, ktorá môže ovplyvniť výsledok auditu, a auditovaným subjektom vrátane poskytovania neaudítorských služieb (napr. vedenie účtovníctva, oceňovanie majetku a pod.), z ktorého by tretia strana mohla dôjsť k záveru, že nezávislosť audítora alebo audítorskej spoločnosti je spochybnená,
h) vedenie účtovníctva a zostavenie účtovnej závierky v auditovanom subjekte,
i) všetky ďalšie prekážky, ktoré uvádza Etický kódex audítora SKAU.

Zákon o audite ďalej uvádza požiadavky na audítorov, audítorské spoločnosti, ich kľúčových partnerov a zamestnancov, týkajúce sa prepojenia s auditovaným subjektom. Ďalej je dôležité neopomenúť ods. 8 uvedeného paragrafu, ktorý ustanovuje požiadavku pre audítora, príp. kľúčového audítorského partnera, že nesmie prijať kľúčovú manažérsku pozíciu, stať sa členom výboru pre audit alebo iného orgánu, ktorý plní rovnaké funkcie, stať sa nevýkonným členom správneho orgánu alebo členom dozornej rady v auditovanom subjekte, pred uplynutím jedného roka, alebo ak ide o štatutárny audit v subjekte verejného záujmu, pred uplynutím dvoch rokov odkedy prestal konať ako štatutárny audítor alebo kľúčový audítorský partner. Rovnaké

obmedzenie sa vzťahuje na toho, kto bol schválený ako štatutárny audítor, pričom ide o zamestnanca, iného partnera, ako je kľúčový audítorský partner, fyzickú osobu, ktorá poskytovala služby pri výkone štatutárneho auditu alebo bola pod kontrolou štatutárneho audítora, a to na obdobie jedného roka, odkedy boli priamo zapojení do výkonu štatutárneho auditu.

Vo výraznej miere sa nezávislosti venuje aj Etický kódex audítora SKAU. Etický kódex audítora SKAU predstavuje vnútorný predpis Slovenskej komory audítorov, ktorý ustanovuje etické princípy a zásady pre audítorskú profesiu. V zmysle zákona o audite je tento vnútorný predpis pre všetkých audítorov a audítorské spoločnosti záväzný. V kontexte nami riešenej problematiky je dôležitý najmä oddiel 290. Nezávislosť rieši vo veľmi širokom spektre s cieľom podchytiť čo najširšiu škálu aspektov, ktoré môžu ohrozovať nezávislosť audítora, resp. audítorskej spoločnosti. Etický kódex ustanovuje, že audítori musia uplatňovať koncepčný rámcový prístup, aby:

(a) identifikovali prípady ohrozenia nezávislosti,

(b) vyhodnotili významnosť zisteného ohrozenia,

(c) v prípade potreby uplatnili opatrenia na odstránenie ohrozenia, alebo jeho zníženie na prijateľnú úroveň.

Etický kódex audítora SKAU v súvislosti s nezávislosťou pri zákazkách na audit účtovnej závierky obsahuje podmienky, ale i návod na riešenie možných situácií napr. v oblastiach:

- finančná zainteresovanosť,
- úvery a záruky,
- podnikateľské vzťahy,
- rodinné a osobné vzťahy,
- zamestnávanie u klienta,
- dočasné pridelenie pracovníkov,
- pozícia riaditeľa alebo funkcionára vo firme klienta auditu,
- dlhodobé prepojenie vyššieho manažmentu klienta s audítorom,
- honoráre,
- zásady odmeňovania a hodnotenia,
- pohostinnosť a dary,
- prebiehajúce alebo hroziace súdne procesy,
- správy obsahujúce obmedzenie ich použitia alebo distribúcie a ďalšie (SKAU, 2017).

Na to, aby existoval hodnoverný dôkaz o dodržaní nezávislosti je potrebná dokumentácia. Dokumentácia poskytuje dôkaz o úsudkoch audítora pri formulácii záverov o súlade s požiadavkami na nezávislosť. Absencia dokumentácie nie je faktorom, na základe ktorého možno určiť, či firma posúdila konkrétnu skutočnosť alebo či je nezávislá. Audítor musí zdokumentovať závery týkajúce sa dodržiavania požiadaviek na nezávislosť a podstatu všetkých relevantných rokovaní, na základe ktorých k uvedenému záveru dospel. Etický kódex audítora SKAU preto ustanovuje:

(a) keď sa vyžadujú opatrenia na zníženie ohrozenia na prijateľnú úroveň, audítor zdokumentuje povahu tohto ohrozenia a opatrenia, ktoré sú zavedené, alebo ktoré sa uplatňujú na jeho zníženie na prijateľnú úroveň,

(b) keď si ohrozenie vyžiadalo významnú analýzu na určenie toho, či sú potrebné opatrenia, a audítor dospel k záveru, že nie sú, pretože ohrozenie nezávislosti už bolo na prijateľnej úrovni, audítor musí zdokumentovať povahu tohto ohrozenia a uvedený záver zdôvodniť (SKAU, 2017).

Ďalšou súčasťou právnej úpravy auditu a v tomto zmysle i úpravy nezávislosti sú Medzinárodné audítorské štandardy (International Standards on Auditing). V zmysle zákona o audite sa audit účtovnej závierky v podmienkach Slovenskej republiky vykonáva podľa medzinárodných audítorských štandardov (ďalej len „ISA“). Je možné konštatovať, že ISA, podobne ako Etický kódex audítora SKAU, obsahujú problematiku nezávislosti v širokom spektre. To znamená, že nezávislosť nie je iba definovaná ako základná požiadavka profesie, ale jej aspekt sa prelína viacerými štandardami. Významným faktorom pre posudzovanie a dokumentovanie nezávislosti je čas. To znamená, že dodržanie nezávislosti treba zvažovať už pri prijímaní zákazky (pred podpisom zmluvy na audit), resp. aj pri pokračovaní v zákazke na audit. Audítor sa v tomto kontexte riadi ISA 210 – Dohodnutie podmienok zákaziek na audit.

3 Prijatie zákazky na audit (pokračovanie v zákazke na audit) s prihliadnutím na požiadavku nezávislosti

Audítor môže akceptovať zákazku na audit, resp. pokračovať v takejto zákazke iba vtedy, ak boli splnené relevantné etické požiadavky, ako nezávislosť a odborná spôsobilosť (IFAC, 2015). V tejto súvislosti už pri prijímaní zákazky na audit je audítor povinný vylúčiť všetky prekážky nezávislosti, ktoré uvádza zákon o audite a ďalšie súvisiace predpisy. Okrem rodinných, osobných a podnikateľských vzťahov je významný i faktor finančnej nezávislosti. Možno povedať, že tento faktor nerieši priamo zákon o audite, ale je obsahom Etického kódexu audítora SKAU.

Finančná nezávislosť znamená, že cena za audit v subjekte, v ktorom sa vykonáva audit predstavuje max. 10 – 20 % obratu audítora za poskytovanie audítorských služieb. Uvedené percentuálne rozpätie nie je striktne uvedené v žiadnom predpise, je skôr zaužívaným, resp. odporúčaným. Etický kódex audítora SKAU k tejto problematike uvádza, že ak celkový honorár od subjektu, v ktorom sa vykonáva audit predstavuje veľkú časť zo sumy všetkých honorárov audítora (resp. audítorskej spoločnosti) vyjadrujúcej názor, závislosť od tohto klienta a obava z možnosti straty klienta môže vytvárať ohrozenie v dôsledku súkromného záujmu alebo zastrašovania (SKAU, 2017) . Významnosť ohrozenia bude závisieť od faktorov, ako sú:

- prevádzková štruktúra firmy,
- či ide o dlhodobo pôsobiacu firmu alebo novo založenú firmu,
- významnosť klienta pre firmu z kvalitatívneho, resp. kvantitatívneho hľadiska.

V takomto prípade sa musí posúdiť významnosť ohrozenia a v prípade potreby uplatniť opatrenia na jeho odstránenie alebo zníženie na prijateľnú úroveň. Medzi takéto opatrenia môže patriť:

- zníženie závislosti od klienta,
- externé previerky kontroly kvality, alebo
- konzultácie s tretími stranami, ako je profesijný regulačný orgán alebo iný audítor.

Osobitne sa Etický kódex audítora SKAU zameriava na auditované spoločnosti, ktoré predstavujú subjekty verejného záujmu. V prípade, že auditovaná spoločnosť je subjektom verejného záujmu a dva roky po sebe celkové honoráre od tohto klienta a jeho spriaznených osôb predstavujú viac ako 15 % celkových honorárov prijatých audítorskou spoločnosťou vyjadrujúcou názor na účtovnú závierku klienta, audítorská spoločnosť musí oznámiť osobám povereným spravovaním klienta auditu skutočnosť, že celková výška týchto honorárov predstavuje viac ako 15 % z celkových honorárov prijatých firmou, a prerokuje s nimi, ktoré z nižšie uvedených opatrení sa uplatní, aby sa ohrozenie znížilo na prijateľnú úroveň a zavedie vybrané opatrenie:

- pred vydaním názoru audítora na účtovnú závierku v druhom roku audítor, ktorý nie je členom firmy vyjadrujúcej názor na účtovnú závierku, vykoná previerku kontroly kvality zákazky alebo profesijný regulačný orgán vykoná previerku tejto zákazky, ktorá je

rovnaká ako previerka kontroly kvality zákazky (tzv. „previerka pred vydaním názoru“), alebo

- po vydaní názoru audítora na účtovnú závierku v druhom roku a pred vydaním názoru audítora na účtovnú závierku v treťom roku, audítor, ktorý nie je členom firmy vyjadrujúcej názor audítora na účtovnú závierku, alebo profesijný regulačný orgán, vykoná previerku auditu vykonaného v druhom roku, ktorá je rovnaká ako previerka kontroly kvality zákazky, tzv. „previerka po vydaní názoru“ (SKAU, 2017).

Pre lepšiu ilustráciu problematiky uvádzame pár príkladov objasňujúcich vyššie uvedené:

Príklad č. 1

Audítorská spoločnosť ABC, s.r.o. má ročný obrat vo výške 60 000 eur. Obdržala ponuku na zákazku na audit, pričom honorár v tomto prípade predstavuje 25 000 eur. Môže danú zákazku prijať?

V zmysle požiadaviek právnej úpravy takúto zákazku audítorská spoločnosť ABC, s.r.o. nemôže prijať, pretože honorár predstavuje až takmer 42 % jej ročného obratu, a preto ide o ohrozenie finančnej závislosti od tohto klienta.

Príklad č. 2

Audítorská spoločnosť DEF, s.r.o. má ročný obrat vo výške 60 000 eur. Obdržala ponuku na zákazku na audit, pričom honorár v tomto prípade predstavuje 5 000 eur. Môže danú zákazku prijať?

V zmysle požiadaviek právnej úpravy takúto zákazku audítorská spoločnosť DEF, s.r.o. môže prijať, pretože honorár predstavuje cca 8 % jej ročného obratu a nevzniká riziko finančnej závislosti od jedného klienta.

Príklad č. 3

Klient – účtovná jednotka ACCO, a. s. poskytla audítorovi pôžičku na obdobie 5 rokov. Môže audítor v tomto subjekte vykonávať audit účtovnej závierky?

Nie, v zmysle právnej úpravy ide o prekážku nezávislosti, a preto nie je možné, aby audítor prijal zákazku na audit v uvedenom subjekte.

Príklad č. 4

Audítor má s klientom podpísanú zmluvu na audit na obdobie 3 rokov (2015-2017). Vykonal overenie účtovnej závierky zostavenej k 31. 12. 2015 a vyfakturoval sumu 3 800 eur so splatnosťou 15. 2. 2016. Klient faktúru neuhradil z dôvodu finančných ťažkostí. V súlade s podpísanou zmluvou na audit požaduje od audítora vykonanie auditu účtovnej závierky zostavenej k 31. 12. 2016. Je v tomto prípade ohrozená nezávislosť?

Áno, v zmysle zákona o audite ide o prekážku nezávislosti z dôvodu neuhradenia honoráru za audit viac ako jeden rok. Audítor by v tomto prípade nemal v zákazke na audit pokračovať.

Príklad č. 5

Audítor vykonal v apríli 2017 audit účtovnej závierky zostavenej k 31.12.2016 v spoločnosti DOGI, a. s., ktorá je podľa zákona o audite subjektom verejného záujmu. Dňa 11. 3. 2018 mu bolo ponúknuté, aby vykonával funkciu člena výboru pre audit v spoločnosti DOGI, a. s. Môže audítor prijať túto funkciu?

Nie, audítor nemôže pred uplynutím 2 rokov odkedy prestal pôsobiť ako audítor (platí pre subjekt verejného záujmu) a uplynutím 1 roka (ostatné spoločnosti) prijať kľúčovú manažérsku pozíciu, funkciu člena výboru pre audit, príp. obdobného orgánu v spoločnosti, v ktorej vykonával audit účtovnej závierky. V opačnom prípade ide o porušenie nezávislosti.

4 Dokumentácia nezávislosti

Dokumentácia patrí k významnej časti audítorskej práce. Audítor je povinný v zmysle zákona o audite vypracovať dokumentáciu každej zákazky na audit. Vypracovaním dôslednej dokumentácie je zabezpečený dôkaz o tom, že sa audit účtovnej závierky riadne vykonal a zároveň slúži aj ako podklad v prípade možných budúcich sporov. Dokumentáciu možno definovať ako záznamy o vykonaných audítorských postupoch, získané relevantné audítorské dôkazy a závery, ku ktorým audítor dospel (IFAC, 2015). Audítorská dokumentácia je predmetom previerky kontroly kvality zo strany regulačných orgánov - Slovenskej komory audítorov alebo Úradu pre dohľad nad výkonom auditu.

Požiadavky na obsah audítorskej dokumentácia obsahuje ako zákon o audite, tak aj Medzinárodné audítorské štandardy. Obsahom audítorskej dokumentácie je široké spektrum problematiky, ktoré zahŕňa priebeh celej zákazky na audit. Jednou zo súčastí audítorskej dokumentácie je i zdokumentovanie nezávislosti, t. j. posudzovanie možnosti dodržania nezávislosti pri novej, ale aj pokračujúcej zákazke na audit.

V nasledujúcej časti uvádzame výňatok z audítorskej dokumentácie, ktorý ilustruje samotné dokumentovanie nezávislosti.

Tabuľka 1 – Dokumentácia nezávislosti

Popis preverovanej oblasti – otázka	**Odkaz na zákon, ISA alebo iný predpis**	**Doplňujúce poznámky k odkazom**	**Vyjadrenie AS (ÁNO, NIE: N/A)**	**Vyhodnotenie procedúry previerkovou skupinou (ÁNO, NIE: N/A, Poznámka)**
XV.1. Má AS upravený spôsob dodržiavania nezávislosti vo svojich zásadách podľa ISQC 1?	**§ 21 zákona č. 423/2015 Z. z.**		ÁNO	
XV.2. Testuje AS svoju nezávislosť, resp. nezávislosť iných osôb zúčastnených na audite tým, že vyžaduje od nich minimálne 1x ročne vyhlásenie o dodržiavaní zásady nezávislosti?			ÁNO	
XV.3. Dodržala AS (vrátane svojich zamestnancov) nezávislosť tým, že nevykonala audit v účtovnej jednotke, v ktorej má najmä:			ÁNO	
a) vlastnícky, spoluvlastnícky alebo členský vzťah k účtovnej jednotke alebo iný osobný záujem,		*výnimku tvorí len audit ÚZ UDVA alebo SKAU*		
b) pracovnoprávny vzťah audítora k ÚJ,				
c) členstvo v štatutárnych orgánoch, riadiacich orgánoch alebo dozorných orgánoch ÚJ,				
d) ak audítor je blízkou osobou osobám, ktoré majú k ÚJ vzťah uvedený v predchádzajúcich odsekoch,				

e) výkon funkcie správcu konkurznej podstaty, likvidátora alebo núteného správcu v ÚJ,				
f) ak ÚJ nezaplatila za vykonaný audit dlhšie ako jeden rok,				
g) ak boli poskytnuté znalecké služby ÚJ,				
h) ak je vzťah podľa písmen a) až g), i) a j) medzi sieťou a ÚJ vrátane poskytovania neauditovaných služieb podľa§ 21 ods. 4, z ktorého by tretia strana mohla dôjsť k záveru, že nezávislosť je spochybnená,		*Neaudítorské služby: vedenie účtovníctva, analýzy účtovných systémov, ekonomické a finančné poradenstvo, oceňovanie majetku, vypracovanie odporúčaní, poskytovanie konzultácií na overenie a posúdenie podnikateľského zámeru*		
i) ak vypracovala podklady a informácie potrebné na rozhodnutie o uzavretí zmluvy súvisiacej s predajom, zlúčením alebo splynutím účtovnej jednotky podľa osobitného predpisu v predchádzajúcich dvoch účtovných obdobiach.				
XV.4. Nevykonáva AS audit v sieti v účtovnej jednotke, v ktorej vedie účtovníctvo a zostavuje účtovnú závierku?			ÁNO	
XV.5. Vykonala AS opatrenia na zníženie ohrozenia ovplyvňujúceho ich nezávislosť?			ÁNO	
XV.6. Zdokumentovala AS v audítorskej dokumentácii všetky významné skutočnosti ohrozujúce ich nezávislosť?		*AS je povinná uviesť v spise všetky významné ohrozenia nezávislosti*	ÁNO	

Použité skratky:
AS – audítorská spoločnosť, ÚJ – účtovná jednotka, ÚZ – účtovná závierka

Zdroj: vlastné spracovanie

5 Záver

Nezávislosť audítora pri zákazkách na audit je jednou z najvýznamnejších požiadaviek kladených na audítorskú profesiu. Dôsledným dodržiavaním tejto požiadavky sa dosahuje dôveryhodnosť audítora a ním vyjadreného názoru na účtovnú závierku. Nezávislosť predpokladá symbiózu nezávislosti vystupovania a nezávislosti mysle audítora. Na to, aby audítor vyjadril nezávislý názor na účtovnú závierku, je žiaduce, aby bol nezávislý od subjektu, v ktorom sa vykonáva audit, ale aj od účtovnej závierky a osôb, ktoré účtovnú závierku

zostavovali. Prvotným momentom hodnotenia nezávislosti je prijímanie zákazky. Vzhľadom na nezávislosť ide o kľúčový moment, pretože je jedným z faktorom rozhodnutia o prijatí, resp. neprijatí zákazky na audit. Následne v priebehu zákazky na audit sú potrebné ďalšie úkony, aby bola nezávislosť dodržaná a nebola narušená nežiaducimi okolnosťami.
Nezávislosť je úzko previazaná s ostatnými etickými pravidlami profesie. O najužšom vzťahu môžeme hovoriť práve pri objektivite. Objektivita spočíva predovšetkým v dodržiavaní nezávislosti, právnych predpisov a profesijných smerníc. Vyjadrenie objektívneho a nezávislého názoru audítora na účtovnú závierku je práve cieľ auditu, aby bolo zabezpečené, že používatelia účtovnej závierky sa na informácie v nej uvedené môžu spoľahnúť a na ich základe prijímať svoje rozhodnutia.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu APVV č. APVV-16-0602 „Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR - od nákladov k hodnote“.

Literatúra

1. Müllerová, L. (2007). *Auditing pro manažery aneb proč a jak se ověřuje účetní závěrka, 25-29*. Praha: Wolter Kluwer.
2. Nagy, J. a kol. (1999). *Audítorské postupy*. Bratislava: Súvaha.
3. Ricchiute, D. N. (1994). *Audit*. Praha: Victoria Publ.
4. SKAU (2017). *Etický kódex audítora SKAU*. https://skau.sk/page.php?id=35
5. IFAC (2015). *Príručka medzinárodných usmernení na kontrolu kvality, audit, preverenie, iné uisťovacie a súvisiace služby. Vydanie IFAC*. 2015. https://skau.sk/page.php?id=44
6. Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.

Zdieľané informácie v oblasti účtovníctva
Internet of Things in Accounting

Zuzana Kubaščíková[1]

Abstrakt
Internet je najväčším technologickým objavom minulého storočia. V súčasnom svete technológií sa objavuje nový fenomén doby – zdieľaná ekonomika (Internet of Things). Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) je systém vzájomne prepojených zariadení, strojov, zariadení, ktoré navzájom komunikujú a vymieňajú si dáta prostredníctvom internetu bez akéhokoľvek ľudského zásahu alebo interakcie. Podniky môžu využívať zdieľanú ekonomiku (Internet of Things) pre zlepšenie svojich produktov prostredníctvom lepšieho pochopenia prianí svojich zákazníkov. Ale ako môžu byť využívané informácie v reálnom čase účtovníkmi?

Kľúčové slová
Účtovníctvo, audítorstvo, zdieľaná ekonomika, technológia blockchain

Abstract
The internet is regularly the most transformational technological development of the last century. In the hyper-connected world of technology another new frontier is emerging – the internet of things (IoT). Internet of things is basically a system of interconnected devices, machines, appliances which communicate with each other and exchange data using the internet, without any human intervention or interaction. It is clear that businesses can leverage the IoT to improve its products through a better understanding of its customers. But how can real-time information be used by accountants?

Key words
Accounting, Auditing, Internet of Things, Technology Blockchain

JEL classification
M40

1 Úvod

Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) zahŕňa všetko, čo je pripojené k internetu a je schopné komunikovať a zdieľať informácie s inými "inteligentnými" zariadeniami. Podľa prognózy Gartner Forecast zdieľaná ekonomika (Internet of Things) bude zahŕňať 26 miliárd pripojených zariadení do roku 2020 vrátane odhadovaných 7,3 miliardy smartfónov, tabletov a počítačov. Dodávatelia produktov a služieb, ktoré sa týkajú zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) budú podľa odhadov generovať výnosy presahujúce 300 miliárd dolárov, väčšinou vo forme služieb.

Bezdrôtová technológia umožňuje prepájať zariadenia ako mobilné telefóny, tablety, počítače (aplikácie, sociálne siete, digitálne dokumenty, portály na zdieľanie informácii, nástroje na spoluprácu v oblasti komunikácie, softvéry a úložiska založené na cloudovom

[1] Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD.: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, zuzana.kubascikova@euba.sk.

riešení) a komunikovať prostredníctvom internetu prakticky kdekoľvek. Tieto zariadenia zhromažďujú veľké množstvo údajov, ktoré zdieľajú prostredníctvom internetu.

2 Metodológia a údaje

Veľký potenciál uplatnenia zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) je v účtovníctve, pretože údaje v reálnom čase zvyšujú presnosť rozpočtovania a zlepšujú plánovanie a prognózovanie. Zariadenia, ktoré získajú schopnosť komunikovať, plánovať a rozmiestňovať zdroje sú lacnejšie a efektívnejšie ako ľudské zdroje a riziko zlyhania je nižšie, je ho jednoduchšie predvídať a spravovať. Zdieľaná ekonomika taktiež umožňuje podnikom zhromažďovať údaje o správaní zákazníkov a klientov s cieľom prispôsobovať a vylepšovať svoje obchodné operácie.

Využitie zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) je i v audite a forenznom účtovníctve. Minimalizácia strát z podvodu sa dosahuje prostredníctvom skoršej identifikácie potenciálneho problému a skoršími a vhodnejšími reakciami sa zjednoduší vykonávanie nápravných opatrení. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) prináša podnikom mnoho nových príležitostí pre lepšie plánovanie a prideľovanie zdrojov a pomôže tiež optimalizovať prevádzkové procesy, minimalizovať výdavky a zmierňovať nepriaznivý vývoj.

Na základe použitia metód analýzy a syntézy boli identifikované oblasti účtovníctva a audítorstva, kde je možné použiť a ďalej rozvíjať zdieľanú ekonomiku (Internet of Things).

3 Výsledky

Od účtovníkov sa očakáva, aby identifikovali aké údaje sú pre nich užitočné a v akej forme je ich potrebné zhromažďovať. Pre účely napojenia účtovných systémov na zdieľanú ekonomiku je potrebné zmeniť súčasné systémy účtovníctva a výkazníctva, aby bolo možné naplno využívať potenciál veľkých dát. Účtovník budúcnosti bude musieť byť technicky zdatný a efektívny a dobre zorientovaný v oblasti zdieľanej ekonomiky (Internet of Things).

Základné využitie zdieľanej ekonomicky je v oblasti skladovej evidencie. Zariadenia na skladovanie môžu obsahovať snímače, ktoré môžu automaticky odosielať objednávky dodávateľom v prípade nízkeho množstva zásob. Napríklad je možné riadiť skladové zásoby tak, že regály v sklade sa vybavia snímačmi hmotnosti, ktoré zistia, kedy sa zásoby dostanú ma príliš nízku úroveň a automaticky vytvoria elektronické objednávky, ktoré odosielajú dodávateľom,

Zdieľaná ekonomika sa v súčasnosti využíva aj pri monitoringu áut. GPS zariadenia nainštalované v autách generujú knihy jázd, ktoré sú podkladom pre účtovné operácie. Prostredníctvom týchto systémov sa automaticky prepočítava spotreba jednotlivých áut a je možné riadiť hospodárne využitie pohonných látok. Okrem informácií využiteľných v účtovníctve poskytujú zariadenia aj ďalšie údaje napr. o dodržiavaní povolenej rýchlosti o povinných prestávkach, resp. naopak informácie o plytvaní pracovného času zamestnancom.

Účtovník s účtovníctvom prepojeným so zdieľanou ekonomikou (Internet of Things) môže automaticky získavať všetky potrebné údaje o klientoch prostredníctvom digitálneho systému. Účtovníci tým získajú prístup aj k informáciám o transakciách a vykonaných operáciách v reálnom čase, čo umožní širšie a zrozumiteľnejšie hodnotenie rizík, pomôže urýchliť ich analýzu, hodnotenie a stanovenie odporúčaní. Tieto informácie umožňujú firmám a účtovníkom okamžite reagovať na vyskytnuté problémy. Umožnenie väčšieho získania relevantných informácií v oblasti obchodného plánovania a rozdeľovania zdrojov v reálnom čase umožňuje podnikom zlepšiť procesy, znížiť náklady a zvládnuť vzniknuté riziká.

Audit nie je jediným aspektom účtovníctva, ktorý je ovplyvňovaný internetom. Podniky musia tiež spolupracovať so svojimi klientmi na tom, ako správne vytvoriť podnikovú štruktúru založenú na internetových službách. Účtovný priemysel sa nedávno vyrovnal s

predchádzajúcim technologickým pokrokom a implementáciami, ako sú účtovnícke riešenia a služby v oblasti cloud hosting. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) mení spôsob vykonávania auditov, umožňuje zviditeľnenie rizík, rýchlejšie posúdenie a nápravu v reálnom čase. Audítor musí zabezpečiť, aby boli transakcie riadne monitorované a kontrolované. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) umožňuje transparentnosť transakcií a kontrolu v spracovateľských systémoch v reálnom čase. Zdieľaná ekonomika (Interntet of Things) taktiež zvýši potrebu nepretržitého auditu, tým že zariadenia môžu vysielať varovnú alebo chybovú správu v reálnom čase.

Prínos zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) vo výrobných a obchodných podnikoch je v tom, že predané zariadenia majú možnosť poskytovať výrobcom aktualizácie o ich používaní. Informácie o tom, ako často je produkt používaný zákazníkom, ako dlho sa používa, kým sa znehodnotí, koľko ďalších zariadení zákazník vlastní a pod. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) umožňuje spoločnostiam zhromažďovať behaviorálne informácie o používaní produktov zákazníkmi a informácie o nákupných preferenciách zákazníkov na zvýšenie príjmov. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) zmení zdroje údajov plynúcich do fakturácie, plánovania podnikových zdrojov a účtovných systémov.

Jednou z nových technológii, ktorú využíva zdieľaná ekonomika (Internet of Things) je i technológia blockchain. Technológia blockchain sa doteraz využívala v tých systémoch a oblastiach hospodárstva, ktoré zahŕňajú rôzne úrovne verejnej angažovanosti. Technológia blockchain je i základom fungovania kryptomeny bitcoin.

Keďže kapitálové trhy a investori neustále požadujú viac informácií o podnikoch, začala sa vyvíjať technológia blockchain práve pre účely obchodovania s kryptomenami. Táto technológia prináša revolúciu v dodávateľských reťazcoch, platbách a tokoch príjmov spôsobom, ktorý dokumentuje a zosúlaďuje zložité a rozdielne informácie z viacerých zdrojov.

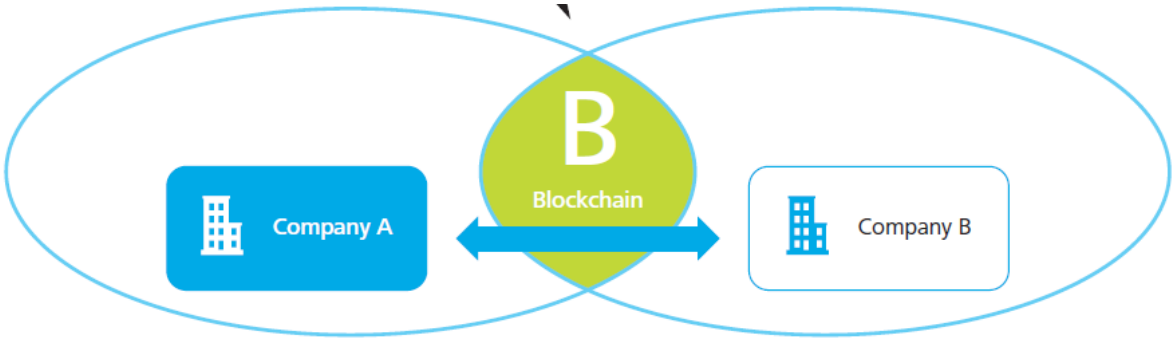
Potenciál technológie blockchain spočíva v jej schopnosti zhromažďovať a zaznamenávať transakcie z ktorých všetci účastníci majú identickú kópiu, ktorú je možné získať a zobraziť v reálnom čase. Technológia blockchain je decentralizovaná databázová technológia, ktorá zhromažďuje transakcie a prostredníctvom šifrovania zabezpečuje ich trvalosť.

To znamená, že každá transakcia je zdieľaná medzi dôveryhodnými stranami a overovaná, čo poskytuje väčšiu transparentnosť, dôveru a súčasne zvyšuje efektivitu. Technológia nepretržite v reálnom čase podáva správy manažmentu a poskytuje prístup ku kvalitným údajom, ktoré súčasné systémy nedokážu poskytnúť.

Účtovné knihy klienta - zdieľané účtovné knihy - sa vytvoria automaticky vtedy, keď dôjde k transakciám. Účtovnícka profesia týmto nezanikne, práve naopak bude na účtovnícku profesiu nižšia záťaž v oblasti stereotypnej práce a manuálnej činnosti a aktivity účtovníka budú smerované na sofistikovanejšie úlohy. Klient už nebude musieť poskytovať informácie a podklady účtovníkovi v papierovej podobe. Účtovníci budú sledovať finančné výsledky klientov on-line, v reálnom čase. Podniky tiež môžu vidieť výsledky svojho podnikania online, bez čakania na spracovanie údajov účtovníkom. Podniky už nebudú musieť platiť poplatky za spracovanie svojich údajov v účtovnom softvéri, ale budú platiť účtovníkov, ktorých úloha bude analyzovať a interpretovať dané údaje.

Z dôvodu jednoduchosti prenosu informácií a automatizovaného spracovania každej transakcie môže technológia blockchain zjednodušiť a automatizovať prvky účtovníctva a uľahčiť obchodovanie s novými globálnymi zákazníkmi a umožniť automatizovať audit. Technológia blockchain môže v reálnom čase preskúmať anomálie a nezvyčajné transakcie ihneď ako sa objavia.

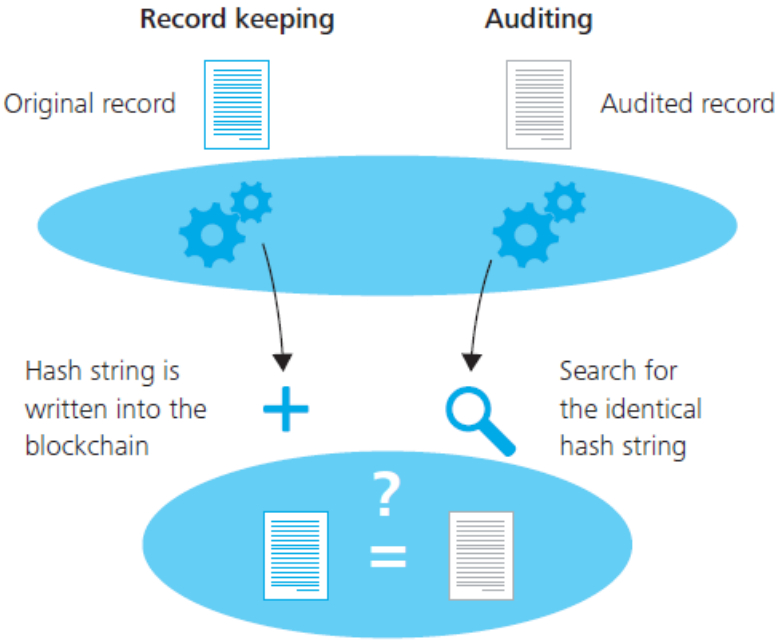
Schéma č. 1: Spracovanie spoločných transakcií dvoch spoločností využitím technológie blockchain



Zdroj: Deloitte. Blockchain technology – a game changer in accounting. https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/de/Documents/Innovation/Blockchain_A%20game-changer%20in%20accounting.pdf

Audítori tiež budú musieť zmeniť bežný spôsob fungovania audítorských procesov. Audit sa pri použití systému blockchain stane časovo efektívnejší a s prístupom k údajom spracovaným technológiou blockchain bude i vysoko nákladovo efektívny. Technológia blockchain je cestou k zvyšovaniu automatizácie auditu.

Schéma č. 2: Vykonanie auditu záznamov spracovaných technológiou blockchain



Zdroj: Deloitte. Blockchain technology – a game changer in accounting. https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/de/Documents/Innovation/Blockchain_A%20game-changer%20in%20accounting.pdf

Technológia Blockchain spoločnostiam umožňuje potvrdiť pravosť a legitímnosť dokumentov. Pri spracovaní údajov technológiou blockchain sa vytvorí reťazec, ktorý vytvorí jedinečný identifikátor pre daný súbor, a potom je tento časovo označený. Táto zaznamenaná transakcia sa nedá zmeniť, takže ak sa tento reťazec znovu vyhľadá, môžu mať všetci úplnú

istotu, že dokument zostal nezmenený a časová pečiatka je presná. Transakcie, ktoré sú zaznamenané v reálnom čase nemôžu byť zmenené, môžu byť denne kontrolované, čím sa zvyšuje dôvera v účtovníctvo a zvyšuje sa transparentnosť.

Technológia blockchain uľahčí aj kontrolné funkcie štátu. Štátne orgány budú mať k dispozícii informácie o transakciách medzi podnikmi a bude vedieť efektívnejšie skontrolovať podané daňové priznania, či už k dani z príjmov, ale hlavne daňové priznania k dani z pridanej hodnoty. Podniky sa nebudú môcť vyhnúť plateniu daní, alebo žiadať neoprávnené nadmerné odpočty súvisiace s daňou z pridanej hodnoty. Podniky budú musieť úzko spolupracovať s regulačnými orgánmi na vývoji nových riešení, ktoré budú využiteľné oboma stranami.

Z pohľadu veriteľov a bánk môže byť komunikácia s klientami tiež efektívnejšia. V súčasnosti klienti banky dokladujú svoje finančné výsledky, ktoré si banky musia dodatočne overovať. Sprístupnením údajov, resp. časti údajov cez technológiu blockchain sa takáto administratívna záťaž eliminuje.

Technológia blockchain klientom umožní i robiť analýzy svojich klientov a zistiť, kto sú ich "dobrí" a ktorí zákazníci „zlí“, resp. ktoré zákazky sú stratové alebo málo ziskové, aj keď príjmy z nich rastú alebo naopak ktoré zákazky sú ziskové. Takže v technológii blockchain môžu byť zapracované i niektoré funkcie nákladového alebo manažérskeho účtovníctva.

Samozrejme jednotlivé transakcie podnikov budú dostupné iba daným podnikom, štátnym inštitúciám a osobám, ktorým dajú k týmto údajom prístup. Všetky transakcie sa však môžu v rámci systému spracovať a poskytovať výsledky iba súhrnne za jednotlivé odvetvia alebo skupiny podnikov. Ostatné podniky môžu na základe týchto analýz porovnávať s priemernými výsledkami daného odvetvia a predikovať vývoj v budúcnosti. Podniky budú môcť sledovať on-line v reálnom čase, či sa ich podnikaniu darí alebo nie.

Eliminácia manuálnych zásahov do účtovných transakcií má mnohé výhody v oblasti odstránenia chýb a aj podvodov. Takto zaznamenané transakcie s časovou značkou môžu slúžiť i ako dôkaz v prípade súdnych sporov.

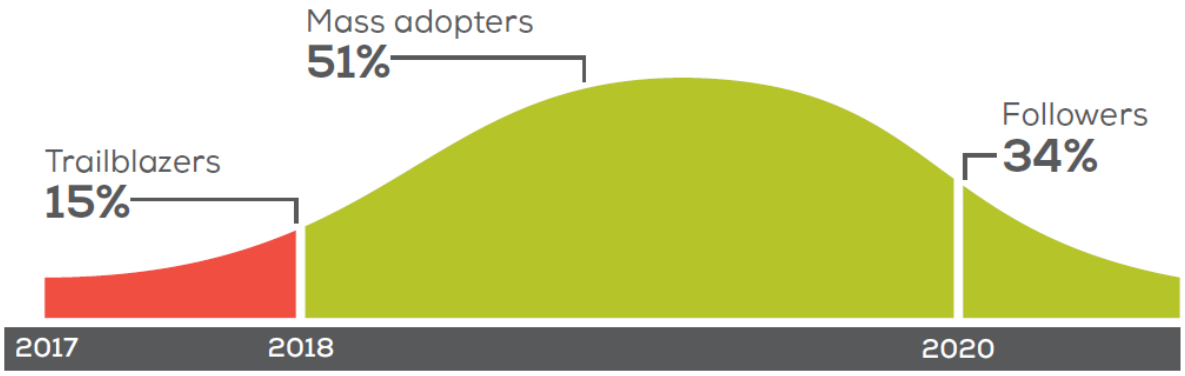
Tabuľka č. 1: Spracovanie údajov rôznymi typmi systémov

	Decentralizované spracovanie záznamov	**Technológia blockchain**
Rýchlosť spracovania	nízka	veľmi vysoká, v reálnom čase
Náklady na spracovanie	vysoké	očakáva sa, že budú nižšie
Transparentnosť	nízka	veľmi vysoká
Bezpečnosť	relatívne vysoká	náchylnosť na hackerské útoky

Zdroj: Vlastné spracovanie

Technológia blockchain má nesporné výhody pre rôznych jej používateľov, ostáva iba vyriešiť otázky ako - kto bude pracovať na ďalšom vývoji a implementácii tejto technológie, či bude súkromná alebo verejná, ako bude vytvorená a ako bude spravovaná. Spoločnoť IBM v roku 2016 zverejnila odhad vývoja počtu používateľov technológie blockchain.

Schéma č. 3: Odhad vývoja používateľov technológie blockchain



Zdroj: IBM (2016) Leading the pack in blockchain banking – trailblazers set the place. https://www-01.ibm.com/common/ssi/cgi-bin/ssialias?htmlfid=GBP03467USENS

Využitie technológie blockchain pre účely účtovníctva je iba v začiatkoch vývoja, v iných oblastiach hospodárstva v najrozvinutejších krajinách sa táto technológia aktívne využíva. Ako už bolo spomenuté, obchodovanie s kryptomenami je vykonávané za podpory technológie blockchain. V oblasti poľnohospodárstva sa využíva technológia blockchain pre účely sledovania pohybu potravín (napr. obilia) v zásobovacom reťazci. Energetické spoločnosti využívajú technológiu na umožnenie priameho obchodovania medzi výrobcami a konzumentami. Austrálska pošta vyvíja systém elektronického volebného systému založeného na digitálnom overovaní identity. Letecké spoločnosti a rezervačné systémy využívajú technológiu blockchain na zabezpečenie spracovania zmien v rezerváciách v reálnom čase a sprístupnenie týchto údajov a zmien všetkým používateľom v záujme urýchlenia a znižovania nákladov na spracovanie údajov. Súčasný stav využitia technológie blockchain v účtovníctve je stále v počiatočnom štádiu v porovnaní s inými odvetviami.

Zavedenie technológie blockchain vyžaduje významné investície do systémov a procesov, aby sa splnil jej cieľ vytvoriť bezpečnejší, transparentnejší a efektívnejší systém, čím sa však odstráni potreba časovo náročných finančných kontrol v súčasnosti.

S využívaním výhod zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) sú však spojené aj mnohé riziká. V súčasnosti má mnoho hlavne väčších podnikov zavedené ERP systémy, ktoré fungujú a zároveň obsahujú vnútorné kontroly na riadenie rizík. Podniky sa spoliehajú na to, že tieto účtovné a reportovacie funkcie produkujú absolútne správne čísla z malého počtu známych zdrojov údajov. Avšak v budúcnosti rozšírením zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) budú údaje pochádzať z mnohých zdrojov. Treba brať do úvahy risk, že niektoré z tisícov alebo miliónov zariadení s ktorými budú naše účtovné alebo audítorské systémy pripojené, začnú odosielať poškodené údaje alebo uskutočňovať zlé automatizované rozhodnutia.

Blockchain je decentralizovaný systém spravovaný sieťou používateľov. Každý používateľ je identifikovaný jedinečným digitálnym podpisom a všetky transakcie musia byť schválené. To je jeden z dôvodov, prečo sú údaje bezpečné a spoľahlivé. Jednou zo slabých stránok sú však samotné digitálne podpisy, kvôli možnosti, že by mohli byť ohrozené, stratené alebo ukradnuté. Na prekonanie tejto slabej stránky je potrebné vyvinúť spoľahlivé prostriedky na kontrolu digitálnych podpisov.

Žiadna technológia nie je úplne bezpečná a blockchain technológia má aj svoje slabé stránky. Dôraz sa musí klásť na fakt, že transakcie musia byť chránené a musí byť zabezpečená

vysoká úroveň bezpečnosti a širfrovania. Rovnako by sa mala overiť integrita systémov, aplikácií a kontrol informačných systémov prostredníctvom riadenia a hodnotenia rizík.

Technológia blockchain má potenciál zmeniť dnešné účtovníctvo. Môže predstavovať spôsob ako značne automatizovať účtovné procesy v súlade s regulačnými požiadavkami. Existuje množstvo spôsobov využitia blockchain technológie, dá sa očakávať, že zvýšenie miery využívania technológie bude viesť k vytváraniu nových doplnkových aplikácii, čo bude zvyšovať mieru využitia a funkcií.

4 Záver

V blízkej budúcnosti môžeme očakávať veľa zmien v účtovnom priemysle, najmä v audítorských aspektoch účtovníctva. Správnou implementáciou zdieľanej ekonomiky (Internet of Things) sa zmení tok údajov od fakturácie, plánovania zdrojov a základných účtovných transakcií. Týmto sa zmení aj spôsob vykonávania auditov pre každý z týchto aspektov podnikania. Systémy interných kontrol musia naďalej monitorovať a spravovať všetky údaje a finančné transakcie. Pre účtovníkov a audítorov sa vytvárajú nové príležitosti, ktoré im prináša zdieľaná ekonomika (Internet of Things), aby sa s novými technológiami vyrovnali so všeobecnými výzvami. Zdieľaná ekonomika (Internet of Things) má potenciál pretvárať spôsob akým podniky zhromažďujú údaje. Účtovníci a audítori by sa mali prispôsobiť zmenám, ktoré prináša zdieľaná ekonomika (Internet of Things) prostredníctvom internetu, vrátane nových príležitostí, ktoré sa otvárajú pre poradenské služby pri zbere veľkého množstva údajov a ich analýze. Podniky môžu zapisovať svoje transakcie priamo do spoločného registra namiesto toho, aby viedli oddelené záznamy. Tým sa vytvára vzájomne prepojený systém hodnoverných a trvalých účtovných záznamov. Všetky záznamy sú elektronicky distribuované a kryptograficky zapečatené - falšovanie alebo ich zničenie je značne obmedzené. Audítori by mohli overiť veľkú časť údajov súvisiacich s účtovnou závierkou automaticky a znížiť náklady a čas potrebný na dokončenie auditu.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu grantovej agentúry Vedecká grantová agentúra MŠ SR a Slovenskej akadémie vied (VEGA) č. 1/0935/16 ***Využitie elektronického finančného vykazovania na báze jazyka XBRL***

Literatúra

1. Deloitte (2017). *Blockchain technology – a game changer in accounting.* Retrieved September 15th, 2017 from https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/de/Documents/Innovation/Blockchain_A%20game-changer%20in%20accounting.pdf
2. IBM (2016). *Leading the pack in blockchain banking – trailblazers set the place*. Retrieved September 15th, 2015, from https://www-01.ibm.com/common/ssi/cgi-bin/ssialias?htmlfid=GBP03467USENS
3. Juhászová, Z., & Užík, J. (2015). *Účtovníctvo ako súčasť ekonomických vied.* In: Ekonomické rozhľady: vedecký časopis Ekonomickej univerzity v Bratislave. - Bratislava: Ekonomická univerzita v Bratislave, pp. 382-387.
4. Meluchová, J. - Mateášová, M. (2017). *Trends in the outsourcing of financial services*. In Ekonomické rozhľady: vedecký časopis Ekonomickej univerzity v Bratislave. Bratislava: Ekonomická univerzita v Bratislave. 46(1), pp. 45-59.

5. Ondrušová, L. (2011). *Management decisions leading to ownership transactions.* In: Strategic management: international journal of strategic management and decision support systems in strategic management. - Subotica: University of Novi Sad, Faculty of Economics Subotica. 16(3), pp. 18-22.
6. Pakšiová, R. (2014). *Majetková podstata podniku*. Bratislava: Ekonóm, pp. 142.
7. Parajka, B. (2015). *Are information needs of financial entities served by financial statements in the Slovak Republic?* In Financial management of firms and financial institutions. International scientific conference., Ostrava: VŠB - Technical university of Ostrava, pp. 950-957.
8. Tumpach, M., & Stanková, A. (2016). *The Usage of selected models predicting the financial conditions of firms: case from Slovakia.* In DOKBAT 2016 – Drive your knowledge be a scientist: 12th annual international Bata conference for Ph.D. students and young researchers. Zlín: Tomas Bata University in Zlín, 2016. pp. 379-385.

Vykazovanie finančných informácií ako súčasti informácií o spoločenskej zodpovednosti podnikov v Slovenskej republike

Reporting of financial information as part of information on corporate social responsibility in the Slovak Republic

Kornélia Lovciová[1], Renáta Pakšiová[2]

Abstrakt

Spoločenská zodpovednosť podniku je jedným zo základných cieľov stratégie Európa 2020 a prispieva k splneniu cieľov zmluvy o Európskej únii, ktoré sa týkajú trvalo udržateľného rozvoja. V intenciách smerovania stratégie Európa 2020 postupuje aj Slovenská republika, ktorá upravuje aj legislatívne prostredie spoločenskej zodpovednosti podnikov. Prostredníctvom spoločenskej zodpovednosti sú podniky napojené na dianie okolitého prostredia a môžu „myšlienku" spoločenskej zodpovednosti využiť vo svoj prospech. Pre svoje rozhodnutia a stratégiu, usilujúc sa o naplnenie ekonomických, sociálnych a environmentálnych aspektov činností, v rámci ktorých sa podnik správa zodpovedne, jednotlivé podniky využívajú informácie z oblastí spoločenskej zodpovednosti podnikov zverejnené aj vo výročných správach. Cieľom príspevku je analýza finančných informácií ako súčasti informácií o spoločenskej zodpovednosti podnikov z výročných správ najväčších podnikov v Slovenskej republike za rok 2015.

Kľúčové slová

Finančné informácie, spoločenská zodpovednosť podniku, trvalo udržateľný rozvoj, výročná správa

Abstract

Corporate social responsibility is one of the fundamental targets of the Europe 2020 strategy, and it contributes to meeting the objectives of the Treaty on the European Union concerning sustainable development. The Slovak Republic is also moving in the direction of the Europe 2020 strategy and regulates the legislative environment for corporate social responsibility. Through corporate social responsibility, enterprises are connected to the environment and can use the „idea" of the corporate social responsibility to their advantage. Enterprises use the corporate social responsibility information published in annual reports in their decision – making and strategies with a view to fulfilling the economic, social, and environmental aspects that are part of their corporate social responsibility agenda. The objective of this paper is an analysis of the financial information that forms a part of the corporate social responsibility information reported in the 2015 annual reports of the largest enterprises in the Slovak Republic.

Key words

Financial information, Corporate Social Responsibility, Sustainable Development, Annual report

[1] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: lovciova@gmail.com.

[2] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: renata.paksiova@euba.sk.

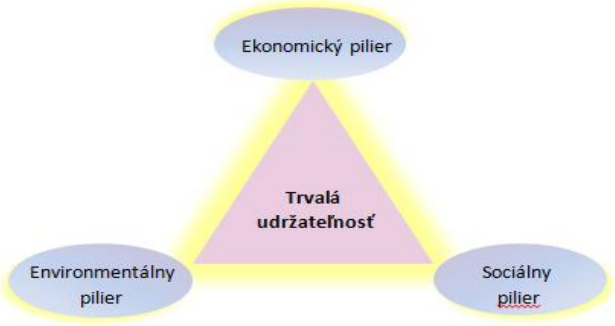
JEL classification
F60, M40, M41

1 Úvod

Každý manažér, bez ohľadu na oblasť svojho pôsobenia a hierarchiu v riadiacej pyramíde musí pri výkone svojich manažérskych funkcií prijímať a realizovať rozličné druhy rozhodnutí. Rozhodovanie je jednou z najvýznamnejších aktivít, ktoré vykonávajú manažéri podnikov (Majtán a kol., 2016).

Základným faktorom efektívneho fungovania podniku je manažment. Bez neho by nebol podnik schopný dosiahnuť stanovené ciele. Zvyšujúca sa akcelerácia zmien v podnikateľskom prostredí kladie nové požiadavky na manažment podniku. Aby podnik bol schopný ustáť prudké zmeny v podnikateľskom prostredí a získal aj určité výhody pred konkurenciou, mal by manažment do strategických plánov podniku zahrnúť koncept spoločenskej zodpovednosti (Corporate Social Responsibility, ďalej CSR) a svojimi rozhodnutiami riešiť situácie práve tak, aby bola naplnená „myšlienka“ spoločenskej zodpovednosti podniku ako jedného z cieľov stratégie Európa 2020 a prispieť tým k trvalo udržateľnému rozvoju nielen podniku, ale aj spoločnosti, v ktorej pôsobí. Prijatie CSR je založené na troch základných pilieroch, tzv. triple-bottom-line (viď. obr. 1):

Obr. 1: Triple-bottom-line



Zdroj: Kunz, 2012

Podstata „myšlienky“ CSR by mala byť navrhnutá tak, aby vytvárala obchodnú hodnotu a pozitívnu spoločenskú zmenu a bola súčasťou každodennej obchodnej kultúry a podnikových aktivít (McElhaney, K. A., 2008). Z rozhodovacích procesov manažmentu by mal vyplynúť výsledok činnosti podniku nie len v prospech nie len podniku, ale aj v prospech okolia.

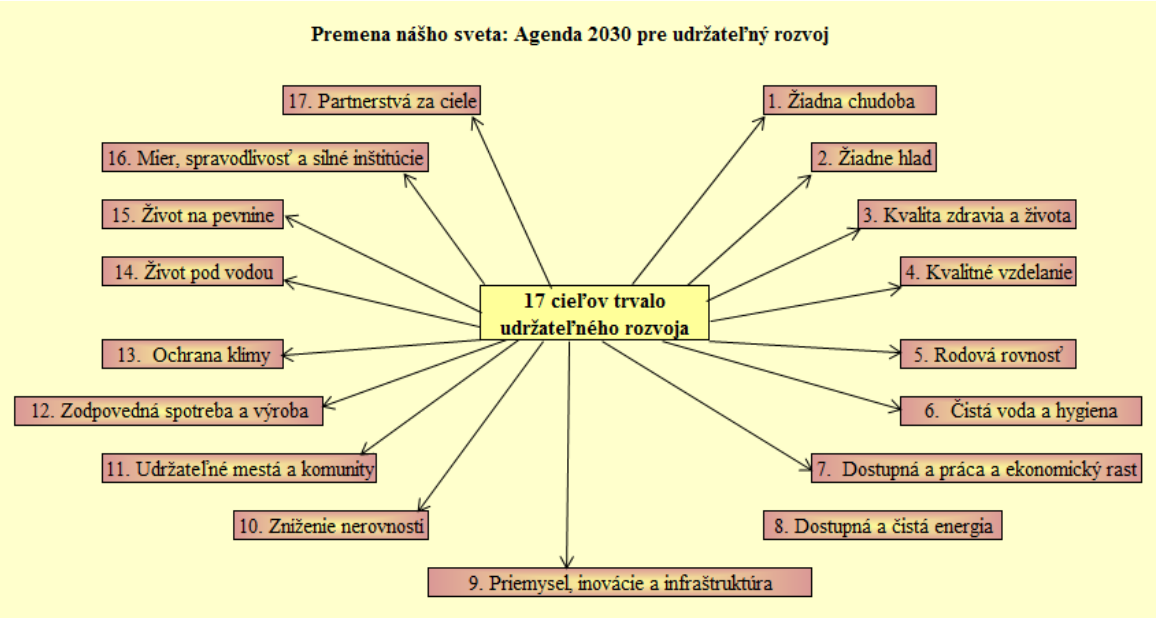
Do vnútroštátnych cieľov Slovenska je implementovaných týchto päť oblastí záujmu, ktoré sú stanovené v stratégii Európa 2020, a ktoré by mal aj manažment podniku vo svojich plánoch brať do úvahy:

- zamestnanosť,
- výskum a vývoj,
- zmeny klímy a energetickej udržateľnosti,
- vzdelávanie
- boj proti chudobe a sociálnemu vylúčeniu.

V nadväznosti na ciele stratégie Európa 2020 bol v roku 2015 na mimoriadnom samite Organizácie spojených národov v New Yorku schválený dokument Premena nášho sveta: Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj. Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj obsahuje 17 cieľov

v oblasti udržateľného rozvoja, ktoré sú zobrazené na obr. 2 a 169 súvisiacich čiastkových cieľov na obdobie rokov 2015 – 2030.

Obr. 2 Ciele trvalo udržateľného rozvoja – dokument Premena nášho sveta: Agenda 2030 pre udržateľný rozvoj



Zdroj: UNISVIENNA, 2015

Vzhľadom na to, že dynamické podnikateľské prostredie je vystavené fluktuáciám okolitého prostredia, jedným zo spôsobov ako môže manažment podniku ustáť meniace sa prostredie je prijať také rozhodnutia, ktoré zabezpečia rovnováhu troch pilierov stratégie CSR. K rozhodovaniu v podniku dochádza hlavne vtedy, ak sa skutočný vývoj situácie odchyľuje nežiaducim smerom od vývoja požadovaného, predpokladaného, resp. plánovaného (Majtán a kol., 2016). Podnik, aby sa vyhol situácií, ktorá nevedie k požadovanému vývoju alebo cieľu, musí prijať také manažérske rozhodnutia a stratégiu, ktorou dosiahne stanovený vývoj alebo cieľ.

Na vyhodnotenie finančnej situácie slúžia používateľom informácie z účtovníctva, predovšetkým z účtovnej závierky (ďalej ÚZ) a práve súčasti ÚZ v sústave podvojného účtovníctva (súvaha, výkaz ziskov a strát, poznámky) poskytujú finančné informácie aj o vynaložených nákladoch viažucich sa na aktivity podniku v jednotlivých oblastiach CSR, a to sociálnej, environmentálnej a ekonomickej oblasti CSR. Z tohto dôvodu je cieľom príspevku analýza finančných informácií ako súčasti informácií o spoločenskej zodpovednosti podnikov z výročných správ najväčších podnikov v Slovenskej republike za rok 2015.

2 Výročné správy a vykazovanie spoločenskej zodpovednosti podnikov

V súčasnosti existuje množstvo zdrojov, ktoré sumarizujú činnosti podniku v ekonomickej, sociálnej a environmentálnej oblasti CSR. Jedným zdrojom, na základe ktorého používatelia informácií môžu prijať vhodné rozhodnutia, aby sa vyhol nepriaznivému vývoju a dosiahol stanovený cieľ, je výročná správa.

Podľa zámerov smerovania stratégie Európa 2020 postupuje aj Slovenská republika, čoho dôsledkom je schválenie zákona č. 130/2015 Z. z. Národnou Radou Slovenskej republiky, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej zákon o účtovníctve). Zmeny v ustanoveniach zákona o účtovníctve zaoberajúcich sa obsahovou náplňou výročnej správy v súvislosti s CSR vyplynuli z transpozície:

- Smernice Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/EÚ a zrušujú sa smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS (ďalej smernica 2013/34/EÚ) a
- Smernice Európskeho parlamentu a Rady 2014/95/EÚ, ktorou sa mení smernica 2013/34/EÚ, pokiaľ ide o zverejňovanie nefinančných informácií a informácií týkajúcich sa rozmanitosti niektorými veľkými podnikmi a skupinami (ďalej smernica 2014/95/EÚ).

Zákon o účtovníctve vymedzuje, ktoré finančné informácie by mala výročná správa obsahovať v súvislosti s CSR, ale podniky nie vždy kvantifikujú náklady súvisiace s konkrétnymi oblasťami CSR. Ide o tieto finančné informácie zo sociálnej, environmentálnej a ekonomickej oblasti CSR:

- informácie týkajúce sa predpokladaného budúceho vývoja činnosti podniku,
- informácie týkajúce sa nákladov na činnosť v oblasti výskumu a vývoja,
- informácie týkajúce sa udalostí osobitného významu, ktoré nastali po skončení účtovného obdobia, za ktoré sa vyhotovuje výročná správa,
- informácie týkajúce sa návrhu na rozdelenie zisku alebo vyrovnanie straty,
- informácie týkajúce sa vývoja účtovnej jednotky. Podnik uvedie vo svojej výročnej správe informáciu o stave, v ktorom sa nachádza, a o jeho významných rizikách a neistotách, ktorým je vystavený. Informácia vo výročnej správe by mala byť vo forme obsiahlej analýzy stavu a prognózy vývoja. Zároveň by mala obsahovať dôležité finančné a nefinančné ukazovatele vrátane informácie o vplyve činnosti podniku na životné prostredie a na zamestnanosť. Všetky tieto finančné, ale i nefinančné informácie by mali poukazovať na príslušné údaje uvedené v účtovnej závierke.

Na vykazovanie nefinančných informácií sa viažu finančné informácie uvedené vo výročnej správe. Finančné informácie verne odrážajú minulosť a pomerne presne sú schopné predpovedať krátkodobý vývoj podniku, ale manažéri si uvedomujú, že niektoré finančné informácie nemajú dostatočnú vypovedaciu schopnosť o podniku, pretože potrebujú mať dostatok informácií o budúcnosti, plánoch, predpokladaných rizikách podniku pre lepšie porozumenie riadenia a správania sa podniku. Tieto informácie im môžu poskytnúť nefinančné informácie, a preto pre efektívne rozhodovanie používateľov informácií z výročnej správy je dôležité, aby výročná správa obsahovala okrem finančných informácií aj nefinančné informácie.

V súčasnosti je vykazovanie nefinančných informácií považované za nedostatočné, neporovnateľné medzi podnikmi a nekorešpondujúce s finančnými informáciami. (Mokošová, 2013) Z tohto dôvodu je cieľom smernice 2014/95/EÚ zlepšiť súlad a porovnateľnosť nefinančných informácií v celej Európskej Únii, a to zahrnutím nefinančného výkazu do výročných správ. V súčasnosti nefinančný výkaz ešte nebol prevzatý do slovenskej právnej úpravy, ale podľa smernice 2014/95/EÚ by mal obsahovať informácie týkajúce sa:

- environmentálnych, sociálnych a zamestnaneckých záležitostí,
- dodržiavania ľudských práv a boja proti korupcii a úplatkárstvu,
- opisu politík, ich výsledkov a rizík,
- dodávateľských a subdodávateľských reťazcov s cieľom identifikovať súčasný i potenciálny negatívny vplyv.

S účinnosťou od 1. januára 2017 je v Slovenskej republike podnik verejného záujmu podľa zákona o účtovníctve povinný uvádzať vo výročnej správe nefinančné informácie o vývoji, konaní, pozícii a o vplyve činnosti podniku na environmentálnu, sociálnu a zamestnaneckú oblasť, informáciu o dodržiavaní ľudských práv a informáciu o boji proti

korupcii a úplatkárstvu (ďalej oblasť spoločenskej zodpovednosti), pričom uvedie najmä tieto informácie:

- stručný opis obchodného modelu,
- opis hlavných rizík vplyvu podniku na oblasť spoločenskej zodpovednosti vyplývajúceho z činnosti podniku,
- opis a výsledky používania politiky, ktorú podnik uplatňuje v oblasti spoločenskej zodpovednosti,
- odkaz na informácie o sumách vykázaných v účtovnej závierke a vysvetlenie týchto súm z hľadiska vplyvov na oblasť spoločenskej zodpovednosti, ak je to vhodné.
- významné nefinančné informácie o činnosti podniku podľa jednotlivých činností.

Výročná správa poskytuje priestor prezentovať výsledky podniku nielen smerom k interným používateľom informácií, ale aj smerom k externým používateľom. Z toho vyplýva, že predstavuje významný nástroj slúžiaci na komunikáciu s okolím. Podnik v nej hodnotí minulé obdobie, ale poskytuje aj predikcie do budúcnosti. Možno povedať, že vykazovanie informácií o spoločensky zodpovedných činnostiach podniku vo výročnej správe plní dve základné funkcie zobrazené v tab. 1.

Tab. 1: Výročná správa spoločensky zodpovedných podnikov ako nástroj

Výročná správa spoločensky zodpovedných podnikov	
komunikačný nástroj	**manažérsky nástroj**
Komunikácia: *interná komunikácia* - prebieha medzi podnikom a zamestnancami a spolupracovníkmi, *externá komunikácia* - nástroj ako poskytnúť informáciu verejnosti, že je podnik spoločensky zodpovedný	*Manažérskym nástrojom* sa podnik hlási k spoločensky zodpovednému podnikaniu, stanovujú vývoj, stratégie a ciele v oblasti CSR.

Zdroj: Majtán a kol., 2016

Pri vykazovaní informácií z environmentálnej, sociálnej a ekonomickej oblasti CSR by mali podniky vychádzať z noriem a princípov pre CSR, medzi ktoré zaraďujeme (Majtán a kol., 2016):

- všeobecné princípy a kódex správania sa,
- systémy manažmentu a certifikáty,
- indexy hodnotenia spoločenskej zodpovednosti.

Pri vykazovaní finančných informácií vo výročných správach môžu podniky okrem národnej a nadnárodnej úpravy výročných správ postupovať aj podľa rámca vydávaného medzinárodnou inštitúciou Global Reporting Initiative (ďalej GRI). Táto inštitúcia podporuje vykazovanie CSR vo všetkých jej oblastiach a zároveň jej prístup je založený na spájaní viacerých strán z rôznych záujmových oblastí s cieľom vytvárať GRI Sustainability Reporting Standards a reagovať vhodne na potreby všetkých manažérov, tvorcov a používateľov informácií.

Inštitúcia GRI definuje výročné správy ako „verejne publikované správy, ktoré firmy sprístupňujú všetkým partnerom, s cieľom poskytnúť detailný prehľad o pozícii firmy a jej aktivitách v širších ekonomických, environmentálnych a sociálnych dimenziách“ (Global Reporting Iniciative, 2017), a preto v nasledovnej kapitole sa budeme zaoberať analýzou finančných informácií ako súčasti informácií CSR z výročných správ najväčších podnikov v Slovenskej republike za rok 2015.

3 Analýza finančných informácií ako súčasti informácií CSR vo výročných správach

V nasledujúcej analýze budeme sledovať finančné informácie z pohľadu CSR postavenej na sociálnom, environmentálnom a ekonomickom pilieri vo výročných správach vybraných podnikov.

Objektom skúmania sú podniky v SR, ktoré majú povinnosť prezentovať informácie z oblasti spoločenskej zodpovednosti vo svojej výročnej správe. Na vyfiltrovanie podnikov pre následnú analýzu ako aj na získanie výročných správ sme použili databázu webového portálu FinStat (www.finstat.sk). Do vzorky analyzovaných podnikov bolo vybratých prvých 30 podnikov usporiadaných podľa bilančnej sumy ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka za rok 2015 po súčasnom splnení týchto dvoch podmienok:

1. sú to podniky povinne podliehajúce auditu účtovnej závierky a výročnej správy, pretože auditované podniky majú povinnosť zostavenia výročnej správy,
2. sú to podniky s predmetom činnosti akejkoľvek výroby.

Analyzovali sme:

a) koľko podnikov vo svojej výročnej správe sa hlásilo k CSR tým, že príslušne informácie zverejňovali,

b) vo výročných správach sme sledovali, v ktorých oblastiach sa hlásili k CSR a

c) v akom rozsahu zverejňovali podniky informácie vo výročných správach z jednotlivých oblastí CSR: sociálnej, environmentálnej a ekonomickej.

Na meranie rozsahu vykazovania informácií sme použili počet strán vo výročných správach. Za relevantnú stranu bola považovaná strana, ktorá obsahovala viac ako 50% informácií sociálneho, ekonomického alebo environmentálneho charakteru. Strany s nižším percentom informácií sme eliminovali.

Za obdobie 2015 nezverejnili výročnú správu 3 podniky z vybraných 30 podnikov. Tieto 3 podniky neboli zahrnuté do analýzy a analýza finančných informácií ako súčasti informácií CSR bola uskutočnená na výročných správach zvyšných 27 podnikov.

Z vybranej vzorky zverejnilo informácie 27 podnikov (100%) z ekonomickej oblasti, 19 podnikov (70 %) zo sociálnej oblasti a 17 podnikov (63 %) z environmentálnej oblasti. Z toho môžeme usúdiť, že ku každej oblasti sa nevyjadril každý podnik. (viď. tab. 2)

Tab. 2 Zverejnenie finančných informácií podľa oblasti CSR vo výročnej správe

Oblasť CSR	Sociálna oblasť	Environmentálna oblasť	Ekonomická oblasť
Počet podnikov	19	17	27
Percentuálny podiel podnikov (%)	70	63	100

Zdroj: vlastné spracovanie

Rozsah výročných správ vybraných podnikov, s ktorými sme pri výskume pracovali sa pohyboval v rozsahu minimálne 6 strán, maximálne 188 strán, medián bol 54 strán a aritmetický priemer rozsahu bol 58 strán.

Zistili sme, že maximálny rozsah informácií v sociálnej oblasti je 21 % z celkového rozsahu výročnej správy. Vzhľadom k tomu, že k sociálnej oblasti niektoré podniky nezverejnili informácie počet strán je 0 a aj percentuálny podiel z celkového rozsahu informácií v sociálnej oblasti vo výročnej správe v dôsledku toho je 0 %. Medián, čiže stredná hodnota rozsahu sú 2 % a z hľadiska počtu strán je to 1 strana. Priemerný počet rozsahu informácií v danej oblasti CSR vo výročnej správe sú 3 %, čo v premietnutí na počet strán predstavuje v priemere 1 stranu. (viď. tab. 3)

V environmentálnej oblasti CSR je minimálny počet strán 0, čo je spôsobené tým, že k tejto oblasti CSR vybrané podniky, rovnako ako v sociálnej oblasti, nezverejnili žiadne informácie, a teda aj minimálny rozsah strán v percentuálnom vyjadrení je 0 %. Naopak maximálny počet strán zverejnených informácií v tejto oblasti bol 26 strán a maximálny rozsah informácií z environmentálnej oblasti prestavuje 45 % z rozsahu výročnej správy. Medián v environmentálnej oblasti je rovnaký ako v sociálnej oblasti CSR, čiže 2 % z rozsahu výročnej správy a počet strán je 1. Z analýzy vykazovania environmentálnych informácií vo výročnej správe priemer rozsahu vykazovaných informácií je 6 % a priemerný počet strán zverejnených environmentálnych informácií sú 3 strany (viď. tab. 3)

Analýza poukazuje, že rozsah informácií v ekonomickej oblasti je značne rozsiahly oproti informáciám v sociálnej a environmentálnej oblasti CSR vo výročných správach. Už minimálny rozsah je 17 % a maximálny je 100 %. Stredná hodnota je 60. Priemerný rozsah informácií vo výročnej správe predstavuje až 58 %, čiže informácie z ekonomickej oblasti značne prevažujú nad informáciami zo sociálnej a ekonomickej oblasti. V prípade vyjadrenia rozsahu informácií vo výročných správach na počet strán je minimálny rozsah strán informácií vo výročnej správe 2 strany a maximálny rozsah strán je 120 strán. Stredná hodnota je 26 strán a priemerný počet strán zverejnených informácií v ekonomickej oblasti CSR predstavuje 36 strán. (viď. tab. 3)

Tab. 3 Analýza finančných informácií zverejnených v oblastiach CSR vo výročnej správe

Oblasť CSR		Sociálna oblasť	Environmentálna oblasť	Ekonomická oblasť
Minimálny rozsah informácií vo výročných správach	**Počet strán**	0	0	2
	Percentuálny podiel podnikov (%)	0	0	17
Maximálny rozsah informácií vo výročných správach	**Počet strán**	10	26	120
	Percentuálny podiel podnikov (%)	21	45	100
Medián	**Počet strán**	1	1	26
	Percentuálny podiel podnikov (%)	2	2	60
Aritmetický priemer	**Počet strán**	1	3	36
	Percentuálny podiel podnikov (%)	3	6	58

Zdroj: vlastné spracovanie

Sociálna oblasť

Sociálny pilier súvisí hlavne so starostlivosťou podniku o zamestnancov a s vytváraním vhodných podmienok pre nich. Ak podniky pristupujú k svojim zamestnancom zodpovedne prostredníctvom vytvárania vhodného pracovného prostredia, poskytovania výhod alebo kariérneho rastu, tým vplývajú na zvyšovanie spokojnosti svojich zamestnancov a zároveň aj na zvyšovanie produktivity práce.

Vo výročných správach vybraných podnikov bolo sledované, či podnik v rámci svojej CSR podporujú vzdelávanie zamestnancov. Z analýzy vyplýva, že viac ako polovica podnikov

(52 %) podporuje vzdelávanie svojich zamestnancov. Vzhľadom na to, že predmetom činnosti vybraných podnikov bola výroba, mnohé vzdelávacie programy zamestnancov sa týkali predovšetkým zvyšovania odbornosti pri špecifických rizikových prácach, a to 14 podnikov (52 %). Avšak vzhľadom na CSR sa 3 podniky správajú zodpovedne. (viď. tab. 6) Od kvality prístupu manažérov k správe a riadeniu podniku, efektivity a hospodárnosti využívania zdrojov, dodržiavania právnych, ale aj etických princípov správy a riadenia podniku závisí, ako sa bude podnik správať v trhovom prostredí, ako bude daný podnik efektívny, a aj to, ako bude vnímaný a hodnotený okolím (Záležáková, 2016).

Tab. 6 Zverejňovanie finančných informácií v sociálnej oblasti CSR

Sociálna oblasť CSR	Počet podnikov, ktoré zverejnili informáciu	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov, ktoré nezverej-nili informáciu	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov spolu	Podiel podnikov spolu (%)
Podnik poskytuje vzdelávacie programy	**14**	**52**	**13**	**48**	**27**	**100**
z toho poskytuje vzdelávacie programy - nad rámec právnych noriem	3	21	11	79	14	100

Zdroj: vlastné spracovanie

V sociálnej oblasti CSR podniky upozorňujú vo výročných správach na Etický kódex. Napriek tomu len 8 podnikov z 27 podnikov uviedlo vo výročnej správe informáciu o Etickom kódexe, čo predstavuje len 30 % (viď. tab. 6). Etickým kódexom sa podniky zaväzujú vytvárať a udržiavať pracovné prostredie vzájomnej dôvery, v ktorom sa s každým, kto pracuje pre podnik, zaobchádza s úctou a dôstojnosťou. Prioritou je uplatňovanie princípu spravodlivého odmeňovania a zabraňovanie a predchádzanie diskriminácii. Všetky tieto záväzky obsahuje Etický kódex, ktorý v nadväznosti na CSR podniky upravujú podľa vlastných potrieb.

Súčasťou výročných správ bola v niektorých podnikoch, t. j. v 5-tich podnikoch (19 %) z vybranej vzorky, aj Správa o riadení podniku, pretože podniky si uvedomujú, že jasne definované vzťahy a komunikácia medzi vlastníkmi, manažmentom podniku a zamestnancami sú predpokladom kvalitného riadenia podniku (viď. tab. 6).

Tab. 7 Zverejňovanie Etického kódexu a Správy o riadení podniku vo výročnej správe

Ekonomická oblasť CSR	Počet podnikov, ktoré zverejnili	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov, ktoré nezverejnili	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov spolu	Podiel podnikov spolu (%)
Etický kódex	8	30	19	70	27	100
Správa o riadení podniku	5	19	22	81	27	100

Zdroj: vlastné spracovanie

Environmentálna oblasť

Úspešný podnik v súčasnosti neponúka len kvalitné výrobky, jeho podstata úspechu spočíva v prísnych požiadavkách na elimináciu negatívnych vplyvov pôsobiacich na životné prostredie. Niektoré výrobné podniky vo svojich výročných správach prezentovali zameranie svojej činnosti v súlade s medzinárodným štandardom ISO 14001 Systémy environmentálneho manažmentu (ďalej ISO 14001) a EMAS Schéma spoločenstva pre environmentálne manažérstvo a audit (ďalej EMAS).

ISO 14001 je súčasťou ISO 14000, medzinárodných štandardov vydaných Medzinárodnou organizáciou pre štandardizáciu ISO. Vyžaduje, aby podnik identifikoval všetky environmentálne dopady svojho podnikania. Štandard definuje ciele v oblasti životného prostredia a zavádza opatrenia na zlepšenie výkonnosti formou procesov v oblastiach s významnou prioritou. (ISO 14001, 2016)

Úlohou EMAS je podporovať sústavné zlepšovanie environmentálneho správania sa organizácií na základe systematického a objektívneho sledovania a hodnotenia účinnosti environmentálneho manažérstva. EMAS umožňuje hodnotiť a porovnávať úroveň environmentálneho správania organizácií v rámci celého ekonomického priestoru Európskej únie a tých, ktorí v plnom rozsahu dodržiavajú pravidlá schémy odmeňovať prestížnou značkou EMAS. (EMAS, 2017) Registráciou v EMAS podniky preukazujú používateľom (investori, zákazníci, verejnosť), že vyhodnocujú, usmerňujú a redukujú environmentálne vplyvy svojich činností na životné prostredie (Kubaščíková, 2017)

Podľa analýzy sa 17 podnikov (63 %) z 27 zameriava na ochranu životného prostredia, z čoho vyplýva, že väčšine podnikov záleží na životnom prostredí. Zo 17-tich podnikov vykázalo 6 podnikov informáciu o vynaložení nákladov na výskum a vývoj, čo v relatívnom vyjadrení predstavuje 35 %. V opačnom prípade nevynaložilo náklady na výskum a vývoj 11 podnikov, teda 65 %. K uplatňovaniu noriem EMAS alebo ISO 14001 sa vo svojej výročnej správe vyjadrilo 6 podnikov zo 17-tich podnikov a nevyjadrilo 11 podnikov. (viď. tab. 5)

Tab. 5 Zverejňovanie finančných informácií v environmentálnej oblasti CSR

Environmentálna oblasť CSR	Počet podnikov, ktoré zverejnili informáciu	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov, ktoré nezverej-nili informáciu	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov spolu	Podiel podnikov spolu (%)
Ochrana životného prostredia	**17**	**63**	**10**	**37**	**27**	**100**
z toho náklady na výskum a vývoj	6	35	11	65	17	100
z toho uplatňovanie noriem EMAS, ISO 14001	6	35	11	65	17	100

Zdroj: vlastné spracovanie

Ekonomická oblasť

Analýzou sme zisťovali, či súčasťou výročných správ bol aj Etický kódex a Správa o riadení podniku. Podľa analýzy v tab. 4 uviedli všetky podniky informáciu z ekonomickej oblasti CSR. Z 27-mych podnikov 2 podniky (7 %) zverejnilo účtovnú závierku samostatne

a 25 podnikov (93 %) zverejnilo ÚZ ako súčasť výročnej správy. Ak podnik zverejnil ÚZ samostatne, to znamená, že ÚZ nie je súčasťou výročnej správy, ale je samostatne zverejnená. Dodatočné informácie z ÚZ vo výročných správach vybrané podniky nezverejnili. (viď. tab. 4).

Tab. 4 Zverejňovanie finančných informácií v ekonomickej oblasti CSR

Ekonomická oblasť CSR	Počet podnikov, ktoré zverejnili	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov, ktoré nezverej-nili	Podiel podnikov (%)	Počet podnikov spolu	Podiel podnikov spolu (%)
Zverejnenie účtovnej závierky ako súčasti výročnej správy	25	93	0	0	25	100
Zverejnenie účtovnej závierky samostatne	2	7	0	0	2	100
Zverejňovanie informácií v ekonomickej oblasti CSR	**27**	**100**	**0**	**0**	**27**	**100**

Zdroj: vlastné spracovanie

4 Záver

Zvyšujúca sa akcelerácia zmien v podnikateľskom prostredí vyžaduje vyššie nároky na manažment podniku. Aby podnik bol schopný ustáť zmeny v podnikateľskom prostredí a získal aj určité výhody pred konkurenciou, mal by manažment do strategických plánov podniku zahrnúť koncept CSR a prijať také manažérske rozhodnutia, ktoré zabezpečia rovnováhu troch pilieroch stratégie CSR a budú viesť k stanovenému cieľu.

Podľa zámerov smerovania stratégie Európa 2020 postupuje aj Slovenská republika, pretože aj v SR sa podstata CSR stáva súčasťou aktivít podnikov a vo svojich výročných správach zverejňujú popri nefinančných informáciách aj finančné informácie z pohľadu CSR. Finančné informácie verne odrážajú minulosť a pomerne presne sú schopné predpovedať krátkodobý vývoj podniku, ale manažéri si uvedomujú, že niektoré finančné informácie nemajú dostatočnú vypovedaciu schopnosť o podniku, pretože potrebujú mať dostatok informácií o budúcnosti, plánoch, predpokladaných rizikách podniku ako aj pre lepšie porozumenie riadenia a správania podniku. Tieto informácie im môžu poskytnúť nefinančné informácie, a preto pre efektívne rozhodovania používateľov informácií z výročnej správy je dôležité, aby výročná správa obsahovala popri finančných informáciách aj nefinančné informácie.

Výročná správa poskytuje možnosti ako prezentovať výsledky podniku nielen smerom k interným používateľom informácií, ale aj smerom k externým používateľom. Z toho vyplýva, že predstavuje významný nástroj slúžiaci na komunikáciu s okolím. Podnik v nej hodnotí minulé obdobie, ale poskytuje aj predikcie do budúcnosti.

Pri vykazovaní finančných informácií vo výročných správach môžu podniky okrem národnej a nadnárodnej úpravy výročných správ postupovať aj podľa rámca vydávaného medzinárodnou inštitúciou Global Reporting Initiative. Global Reporting Initiative definuje výročné správy ako „verejne publikované správy, ktoré firmy sprístupňujú všetkým partnerom, s cieľom poskytnúť detailný prehľad o pozícii firmy a jej aktivitách v širších ekonomických, environmentálnych a sociálnych dimenziách“.

Analýzou sociálnej oblasti CSR vo výročných správach reflektovala predovšetkým informácia o vzdelávaní a podpore detí a mládeže. Naša analýza však bola zameraná na

vzdelávanie zamestnancov. Viac ako polovica podnikov (52 %) podporuje vzdelávanie svojich zamestnancov, ale iba 3 podniky sa správajú zodpovedne nad rámec právnych noriem a poskytujú svojim zamestnancom vzdelávanie nad rámec právnych noriem.

Podľa analýzy vybraným podnikom nie je životné prostredie ľahostajné, pretože ochranou životného prostredia sa zaoberá 17 podnikov z 27, čo predstavuje približne 63 % z vybranej vzorky. K zlepšovaniu environmentálneho správania prostredníctvom environmentálneho manažérstva sa hlási 6 podnikov zo 17, čo je malé percento z vybranej vzorky (35 %). Informáciu o nákladoch na výskum a vývoj uviedol rovnaký počet podnikov, t. j. 6 zo 17 podnikov (35 %).

V analýze z hľadiska ekonomickej oblasti CSR sme sledovali, či boli súčasťou výročných správ aj Etický kódex a Správa o riadení podniku. Z vybranej vzorky podnikov zverejnilo 8 podnikov (30 %) z 27 informáciu o uplatňovaní Etického kódexu a Správu o riadení podniku zverejnilo iba 5 (19 %) z 27 podnikov. Vzhľadom k tomu, že zverejnením informácie o uplatňovaní Etického kódexu, ktorý prezentuje, že ku všetkým v podniku a k iným zainteresovaným stranám sa správa dôstojne a úctivo a Správy o riadení podniku, ktorá je dôkazom kvalitného riadenia, iba malý počet podnikov zverejnilo túto informáciu.

Na základe uvedenej analýzy možno usúdiť, že potreba zohľadnenia CSR je nevyhnutnou požiadavkou v dosahovaní cieľov podniku CSR. Obsah výročnej správy by mal odzrkadľovať finančné informácie týkajúce sa CSR v takom rozsahu zverejnenia informácií v jednotlivých oblastiach CSR v akom sú pre daný podnik podstatné. Podľa rozsahu zverejnených informácií v jednotlivých oblastiach CSR vieme usúdiť, ktorá oblasť je pre podnik dôležitá.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu grantovej agentúry Vedecká grantová agentúra MŠ SR a Slovenskej akadémie vied (VEGA) č. 1/0512/16 (2016-2018) „Zachovanie a rast majetkovej podstaty ako relevantný nástroj trvalo udržateľného rozvoja podniku.“.

Literatúra

1. EMAS (2017). EMAS – nástroj excelentnosti v oblasti environmentálneho manažérstva. Retrieved July 2, 2017 from http://www.astraia.sk/uploads/media/Clanok%20do%20Kvality%20-%20EMAS.doc.
2. GLOBAL REPORTING INICIATIVE (2017). About GRI. Retrieved July 1, 2017 from https://www.globalreporting.org/information/about-gri/Pages/default.aspx.
3. ISO 14001 (2016). ISO 14001 Systémy environmentálneho manažmentu. Retrieved April 29, 2016 from https://managementmania.com/sk/iso-14001.
4. KUBAŠČÍKOVÁ, Z. Vplyv vykazovania trvalo udržateľného rozvoja na majetkovú podstatu podniku. *Indikátory zmeny majetkovej podstaty a ich analýza : zborník vedeckých statí*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2017, 61-68.
5. KUNZ, V. *Společenská odpovědnost firem.* Praha: Grada Publishing, 2012, 201 s. ISBN 978-80-247-3983-0.
6. MAJTÁN, M., M. GRZNÁR, M. MATULČÍKOVÁ, E. PAPULOVÁ, Š. SLÁVIK, Ľ. SZABO, M. SZARKOVÁ a E. THOMASOVÁ. *Manažment*. 6. preprac. vyd. Bratislava: Sprint 2, 2016, 408 s. [24,60 AH]. Economics. ISBN 978-80-89710-27-0.
7. MCELHANEY, K. A.. *Dobrý biznis: strategická príručka ako zladiť program spoločenskej zodpovednosti so značkou firmy*. Preložil Hana STRAŇÁKOVÁ. Bratislava: Eastone Books, 2011, xii, 200 s. Knižná edícia Nadácie Tatra banky. ISBN 978-80-8109-193-3.
8. MOKOŠOVÁ, D. Vykazovanie nefinančných vs. finančných informácií na úrovni EÚ. *Účtovníctvo a audítorstvo v procese svetovej harmonizácie : zborník z*

medzinárodnej vedeckej konferencie : Bratislava - hotel West - Kamzík , 3. - 5. septembra 2013. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2014, 95-97.

9. UNISVIENNA (2015, September 25). Ciele udržateľného rozvoja. Retrieved Juny 28, 2017 from http://www.unis.unvienna.org/unis/sk/topics/sustainable_development_goals.html.
10. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2016/43/EÚ a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS.
11. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2014/95/EÚ, ktorou sa mení smernica 2013/34/EÚ, pokiaľ ide o zverejňovanie nefinančných informácií a informácií týkajúcich sa rozmanitosti niektorými veľkými podnikmi a skupinami.
12. Zákon č. 130/2015 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov a ktorým sa menia a dopĺňajú niektoré zákony.
13. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
14. ZÁLEŽÁKOVÁ, E. *Správa podniku*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2016, 164 s. [9,42 AH]. ISBN 978-80-225-4246-3.

Audit účtovných závierok (poznámky k rozsahu vzorky, jej výberu a vyhodnoteniu) Audit of financial statements: (Notes to the sample size, the selection and evaluation)

František Maděra[1]

Abstrakt
V tomto príspevku sa zameriame na praktické aspekty práce audítora so vzorkami pri testoch vecnej správnosti. Opíšeme vybrané metodické problémy pri testovaní vzoriek transakcií, zostatkov a zverejnení v účtovnej závierke, pri dvoch metódach výberu vzorky a to metóde systematického výberu vzorky a metóde výberu vzorky pomocou peňažnej jednotky (MUS). Prezentovať budeme praktické problémy metodiky neštatistického výberu, ktorým môžeme dosiahnuť porovnateľné výsledky ako pri štatistickom výbere. Pritom sa sústredíme na otázky súvisiace s prípravou audítora na výber vzorky, s rozsahom vzorky, s výberom vzorky a s vyhodnotením testovania vzorky.

Kľúčové slová
detailné testy vecnej správnosti, vzorka, metóda MUS, metóda systematického výberu

Abstract
In this paper, we will focus on the practical aspects of the auditor´s work with samples in substantive tests. We will describe selected methodological problems in testing sample of classes of transactions, account balances and disclosures in the financial statement, at two sampling methods, namely the systematic selection method and the monetary unit sampling method (MUS). We will present the practical problems of the non-statistical sampling method, which can achieve comparable results as in the statistical selection. We will focus on issues related to the preparation of the technique sample selection, sample size, audit sampling, and sample test evaluation.

Key words
detailed tests of substantive accuracy, sample, monetary unit sampling method, systematic selection method

JEL classification
M42

1 Úvod

Pri overovaní položiek účtovnej závierky štatutárnym audítorom sa často aplikuje metodika testovania vzoriek, pretože v podmienkach overovania veľkých súborov skupín transakcií, zostatkov účtov a zverejnení nie je racionálne nie je efektívne skúmať prezentované skutočnosti o finančnej situácii, výkonnosti a peňažných tokoch účtovnej jednotky vyčerpávajúcim spôsobom.

Výber vzoriek sa aplikuje pri testoch vecnej správnosti (substantívnych testoch detailov) aj pri testoch spoľahlivosti (testoch kontrol) na menej ako 100% položiek, ktoré generujú

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: frantisek.madera@euba.sk

vykazované skutočnosti (konečné stavy a zostatky účtov, ale i obraty jednotlivých strán účtov) a príslušné zverejnenia.

Vzhľadom na aplikáciu zásady primeranosti nákladov na audit k efektom, ktoré sa z auditu získajú vo väzbe na skutočnosť, že audit neposkytuje istotu o stave skúmanej veci, ale iba primerané uistenie, môže byť testovanie vzoriek základným metodickým nástrojom overovania tvrdení obsiahnutých v účtovnej závierke. Pri tomto spôsobe získavania dôkazov o správnosti vykazovaných položiek účtovnej závierky poukážeme na niekoľko problémov, s ktorými sa bude musieť audítor pri práci so vzorkami vysporiadať. Pritom sa zameriame na neštatistický výber metódou systematického výberu a metódou výberu peňažných jednotiek (MUS – Monetary Unit Sampling).[2]

2 Príprava na výber vzorky

Pri overovaní tvrdení manažmentu o existencii, úplnosti, ocenení a správnosti[3] prezentovaných skutočností v účtovnej závierke je potrebné (vhodné) získať excelovský súbor položiek, ktoré generujú v účtovnej závierke prezentovaný (vykázaný alebo zverejnený) údaj. Z tohto súboru vytvoríme kópiu, s ktorou budeme ďalej pracovať. Za nevyhnutné považujeme skontrolovať podľa podkladov účtovnej jednotky napr. rozsah tohto súboru – počet jeho položiek a ich súčet.

Predtým, ako začneme s prípravou na výber vzorky, odseparujeme zo súboru veľké a kľúčové položky, ktoré budeme testovať osobitne (výsledok tohto testovania ovplyvní výšku celkovej nesprávnosti overovanej položky – skupiny transakcií, zostatku účtu, zverejnenia) a pripočíta sa k extrapolovanej chybe zistenej na základe testovania vzorky.[4] Z uvedeného vyplýva, že výber vzorky zrealizujeme až na zostatkovom súbore, ktorý už neobsahuje spomenuté položky.

V excelovskej tabuľke zostatkového súboru pridáme:

- zľava stĺpce, v ktorých priradíme každej položke súboru poradové (referenčné) číslo (vzostupne od 1) a pre potreby metódy systematického výberu stĺpec, v ktorom cyklicky očíslujeme všetky položky súboru, pričom rozsah tohto číslovania bude podriadený veľkosti výberového kroku. Napr., ak audítor určí, že do vzorky vyberie každú 21. položku, potom očísluje položky zostatkového výberového súboru opakovane - cyklicky od 1 do 21. Posledná perióda tohto číslovania bude spravidla končiť číslom menším ako je 21. Je teda logické, že i počet vybraných položiek môže byť v dôsledku zaokrúhľovania pri aplikácii metódy systematického výberu o jednu položku nižší, ako sa vypočíta podľa metodiky uvedenej v časti *3 Rozsah vzorky*. Podobne to platí i pre vzorky realizované metódou výberu peňažných jednotiek.
- sprava stĺpce, ktoré poslúžia pre zaznamenanie vybraných položiek a výšky chýb, resp. nesprávností. Pri aplikácii metódy výberu MUS vložíme (najlepšie hneď za kolónku s vykazovanou hodnotou) stĺpec pre kumulované hodnoty overovaných údajov.

3 Rozsah vzorky

Dôležité je pri každom teste detailov určiť primeraný rozsah testu (v tejto otázke platí, že by mal byť rovnaký pri štatistickom i neštatistickom výbere). Pri neštatistickom výbere záleží najmä na skúsenostiach, znalostiach a odbornom úsudku audítora. Prijíma sa všeobecná téza,

[2] Praktická ukážka neštatistického výberu vzorky týmito metódami bude obsahom iného odborného príspevku. V ňom komplexnejšie ozrejmíme prácu audítora pri testovaní vzorky.

[3] vrátane priradenia do správneho účtovného obdobia

[4] Metodický príklad na extrapoláciu zistenej nesprávnosti vo vzorke na výberový súbor – pozri časť *5 Vyhodnotenie testovania vzorky*.

že čím je vyššie detekčné riziko[5], tým menšia býva výberová vzorka potrebná na testovanie, resp. čím vyššie je vnútorné riziko auditu (kombinácia prirodzeného a kontrolného rizika), tým vyššia bude audítorská vzorka.[6]

Pri určovaní veľkosti vzorky pre neštatistický výber odporúčame do istej miery využiť metodiku pre štatistický výber. Veľkosť výberovej vzorky pre substantívne testovanie býva založená na úrovni požadovaného uistenia. Bude ovplyvňovaná rôznymi faktormi, ako sú (IFAC, 2007):

- dôkazy získané z iných zdrojov vrátane analytických postupov a uistení, ktoré sú výsledkom testovania funkčnosti a účinností súvisiacich interných kontrol,
- veľkosť súboru,
- významnosť, resp. významnosť pre vykonávanie (veľkosť chyby, ktorú sme ochotní pri testovaní akceptovať).

Úrovni požadovaného uistenia, ktorú chce audítor pri testovaní vzorky dosiahnuť zodpovedá tzv. faktor uistenia, ktorý pôsobí pri výpočte veľkosti vzorky so zvyšujúcou sa úrovňou uistenia na jej primerané zvyšovanie. Podľa dostupnej literatúry je priradený nízkej úrovni uistenia faktor uistenia 1 – 1,4, strednej úrovní uistenia 1,5 – 2,2 a vysokej úrovni uistenia 2,3 – 3 (IFAC, 2007). Faktor uistenia, odvodený od požadovanej úrovne uistenia prezentuje tabuľka 1.

Tab. 1: Vybrané úrovne uistenia a tomu zodpovedajúce faktory uistenia

Úroveň uistenia	50%	55%	60%	65%	70%	75%	80%	85%	90%	95%	98%	99%
Faktor uistenia	0,7	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4	1,6	1,9	2,3	3,0	3,7	4,6

Zdroj: Podľa IFAC, (2007). Príručka na používanie medzinárodných audítorských štandardov pri výkone auditu v malých a stredných podnikoch. Prvé vydanie, (slovenský preklad). Bratislava : IFAC – UDVA, 2009, str. 256, upravil FM

Pri výpočte veľkosti vzorky je otázka zaokrúhľovania jej veľkosti irelevantná. Napr., ak výpočtom určíme vzorku veľkosti 25,2, potom uskutočníme výber 26 položiek. Býva teda zvykom zaokrúhľovať veľkosť vzorky [počítanú napr. podľa vzťahov (3a) alebo (3b)], ale napr. i veľkosť kroku výberu [počítanú napr. podľa vzťahu (1)] smerom nahor.

Ako sme naznačili vyššie, v takýchto podmienkach môže nastať situácia, že systematickým výberom ani výberom metódou MUS nebude možné mechanicky vybrať požadovaný počet položiek. Naviac pri metóde MUS môže dochádzať k situácii, že niektoré položky výberového súboru vstúpia vzhľadom na svoju veľkosť do výberu viackrát, čím by mohlo dôjsť opäť k zníženiu veľkosti vybranej vzorky. S týmito problémami sa bude musieť audítor metodicky vysporiadať.

Pri metóde systematického výberu sa primárne vychádza z veľkosti výberového kroku (určený počtom položiek, ktoré vynecháme pri identifikácii nasledujúcej položky vzorky) a pri metóde MUS z veľkosti intervalu vzorkovania (hodnota určená v €):

$$Krok\ výberu\ =\ počet\ položiek\ súboru\ na\ testovanie\ /\ veľkosť\ vzorky \qquad (1)$$

$$Interval\ vzorkovania\ =\ významnosť\ na\ vykonávanie\ /\ faktor\ uistenia \qquad (2)$$

[5] Audítorské riziko generujú tri zložky – prirodzené a kontrolné riziko, ktoré sú nezávislé od výkonu auditu a audítor ich musí posúdiť pri každej zákazke – tzv. vnútorné riziko, že účtovná závierka obsahuje významné nesprávnosti. Od úrovne tohto rizika sa odvodzuje úroveň prijateľného zisťovacieho (detekčného) rizika, t.j. rizika, že audítor svojimi postupmi neodhalí nesprávnosti v tvrdeniach účtovnej jednotky, ktoré by mohli byť významné.

[6] Vidíme, že medzi vnútorným rizikom a detekčným rizikom existuje inverzný vzťah.

Ak poznáme interval vzorkovania, možno jednoducho vypočítať počet položiek vzorky tak, že súbor na testovanie (teda tzv. zostatkový súbor, ktorým je súbor po odseparovaní osobitne overovaných položiek) vyjadrený jeho agregovanou finančnou hodnotou vydelíme vypočítaným intervalom vzorkovania. Na druhej strane, ak poznáme veľkosť vzorky, interval vzorkovania možno jednoducho určiť ako podiel hodnoty súboru na testovanie a známeho počtu položiek vzorky.

Na výpočet veľkosti vzorky možno použiť jeden zo vzťahov:

$$Veľkosť\ vzorky\ = \frac{súbor\ na\ testovanie}{významnosť\ pre\ vykonávanie2a}\ x\ faktor\ uistenia \quad (3a)$$

$$Veľkosť\ vzorky\ =\ súbor\ na\ testovanie\ /\ interval\ vzorkovania \quad (3b)$$

V audítorskej praxi často vychádzajú pri detailnom testovaní transakcií (resp. obratov účtov) priveľké vzorky. Preto sa odporúča v záujme získania dostatočných a vhodných audítorských dôkazov znížiť prácnosť výkonu auditu vykonávaním testov vnútorných kontrol alebo iných typov audítorských postupov.

Ako bolo už naznačené, pri metóde MUS sa bude stávať, v prípade, ak bude faktor uistenia vyšší ako 1 (napr., ak pozrieme do tabuľky 1, pri 95% úrovni uistenia je rovný 3), že tie položky súboru, ktoré sú väčšie ako interval vzorkovania a súčasne menšie ako významnosť pre vykonávanie, môžu vstúpiť do výberu vzorky viacnásobne. Preto by sme odporučili, aby si audítor vytvoril metodiku výberu ďalšej – náhradnej položky, príp. ďalších položiek do vzorky tak, aby rozsah výberu vzorky zodpovedal jej vypočítanej veľkosti.[7]

4 Výber vzorky

Vzorka by mala byť vybraná tak, aby sa závery vyvodené z jej testovania dali aplikovať na celý výberový súbor (množinu, populáciu). Pri práci so vzorkami bude preto potrebné vybrať a testovať reprezentatívnu vzorku. Podľa nášho názoru predpokladom jej vygenerovania pri neštatistickom výbere je to, aby výberový súbor bol usporiadaný neutrálne (náhodne). Inšpiráciu na takéto usporiadanie súboru údajov môžeme čerpať i bez znalosti programovania, napr. použitím online nástroja, ktorý bez toho, aby sme pracovali na internete s údajmi klienta, umožní v prepojení s Excelom dáta výberového súboru náhodne usporiadať (RANDOM, 2017)[8]. V podmienkach vygenerovania reprezentatívnej vzorky predpokladáme, že bude audítorom ľahko obhájiteľný prepočet výsledku výberového testovania na súbor, z ktorého bol výber uskutočnený (o tom pozri nižšie v časti *5 Vyhodnotenie testovania vzorky).*

Do neštatistického výberu vnáša audítor ďalší prvok náhodnosti a to tak, aby bola dosiahnutá v zásade rovnaká pravdepodobnosť, že každá položka výberového súboru (pri metóde systematického výberu) alebo každá peňažná jednotka výberového súboru (pri metóde MUS[9]) môže byť vybraná do vzorky. Tento stav docielime náhodným výberom prvej položky vzorky (napr. losovaním, alebo použitím generátora náhodných čísiel[10]):

[7] Podľa nášho názoru v tejto otázke je na kvalifikovanom rozhodnutí audítora, akú metodiku prijme. Napr. je možné do vzorky vybrať položku, (položky), ktorá (ktoré) hneď nasledujú za položkou, ktorá by mala byť vybratá viackrát. Samozrejme musí ísť o položku (položky), ktoré ešte neboli vybrané do vzorky.

[8] Túto metodiku vytvorenia náhodne usporiadaného súboru účtovných dát budeme prezentovať v inom príspevku. Tento nástroj (jeho nespoplatnená verzia) má ale jedno obmedzenie. Pracuje maximálne s 10 000 položkami.

[9] Tak sa docieli, že napr. overované doklady s vyššou hodnotou budú mať väčšiu pravdepodobnosť, že budú vybrané do vzorky.

[10] Možno použiť excelovskú funkciu RANDBETWEEN. Funkcia sa zadáva v tomto tvare: =RANDBETWEEN(začiatok intervalu;koniec intervalu). Napríklad =RANDBETWEEN(1;9) bude generovať

- pri systematickom výbere pôjde o náhodný výber prvej položky vzorky, od ktorej sa bude odvíjať voľba ďalších a to tak, že z položiek súboru vyberieme každú k-tú položku, pričom krok výberu k vypočítame podľa vzťahu (1). Z uvedeného vyplýva, že prvá položka výberu bude náhodne zvolená z intervalu od 1 po k. Ďalšie položky vzorky sa identifikujú tak, že sa k referenčnému číslu už vybranej položky vzorky pripočíta suma rovnajúca sa výberovému kroku k. Takto sa postupuje, kým sa neidentifikuje posledná položka vzorky. Pre zefektívnenie výberu položiek takejto vzorky sme v tabuľke položiek výberového súboru (pozri časť *2 Príprava na výber vzorky*) navrhli pridať zľava stĺpec, v ktorom sme priradili všetkým položkám výberového súboru cyklicky číslo od 1 po k. Následne, vzostupným zoradením súboru podľa tohto stĺpca získame výstup obsahujúci prehľad položiek vzorky, ktorá je odvodená od akejkoľvek náhodne vybranej prvej položky vzorky.

- pri metóde MUS sa náhodne vyberie začiatočný bod, pomocou ktorého sa identifikuje prvá položka vzorky. Tento bod sa vyberá z intervalu vzorkovania vypočítaného podľa vzťahu (2). V pripravenom stĺpci kumulatívnych hodnôt položiek zostatkového súboru nájdeme hodnotu, ktorá sa rovná alebo je väčšia[11] ako vypočítaný začiatočný bod. Položka nachádzajúca sa v tomto riadku súboru vstúpi do výberu ako prvá. Pomocou hodnoty začiatočného bodu sa budú odvodzovať ďalšie položky vzorky, a to tak, že sa hľadá v stĺpci kumulatívnych hodnôt položka súboru, ktorá sa v priebežnom súčte rovná alebo je vyššia[12] ako súčet hodnoty začiatočného bodu a intervalu vzorkovania. Táto položka zostatkového súboru vstúpi do výberu ako druhá. Pripočítaním k začiatočnému bodu dvojnásobku intervalu vzorkovania sa určí tretia položka do výberu. Takto sa postupuje, kým sa nevyberie posledná položka vzorky.[13]

5 Vyhodnotenie testovania vzorky

Audítor musí vždy vyhodnotiť výsledky svojho testovania a analyzovať zistené chyby a vyvodiť závery na preverovaný súbor (súbor na testovanie).

Cieľom audítora je dosiahnuť stav, aby sa pri testovaní skupín transakcií, zostatkov účtov, príp. i zverejnení overil čím väčší podiel z hodnoty preverovaného súboru. Prevenciou proti neprimeranému názoru je docieliť, aby súčet neotestovaných položiek bol pod stanovenou hladinou významnosti pre vykonávanie. To je v niektorých prípadoch pre audítora nereálna požiadavka, lebo náklady na takéto detailné preskúmanie zostatku, transakcie alebo zverejnenia bývajú spravidla neúmerne vysoké. Z tohto dôvodu sa spolieha na testovanie reprezentatívnej vzorky.

Preto sa odporúča (ako sme už i naznačili) odseparovať zo základného výberového súboru a samostatne overiť všetky významné položky presahujúce významnosť pre vykonávanie. Riziko auditu sa zníži i samostatným overením rizikových položiek, ktoré sa viažu napr. k spriazneným osobám alebo ide o staré položky (tzv. kľúčové položky). Z takto vytvoreného zostatkového výberového súboru sa vyberie reprezentatívna vzorka, ktorej výsledky testovania sa na tento súbor prepočítajú.

Ako sme už uviedli, napr. v časti *2 Príprava audítora na výber vzorky*, k výsledku tejto extrapolácie sa pre účely posúdenia celkovej nesprávnosti overovanej transakcie, zostatku alebo zverejnenia pripočíta chyba týchto samostatne overených položiek.

---

náhodné číslo iba medzi najnižším a najvyšším číslom zadaného intervalu, teda medzi jednotkou a deviatkou (v žiadnom prípade nebude vybraná nula alebo číslo väčšie ako deväť).

[11] Hľadáme v poradí prvú hodnotu, ktorá prevyšuje hodnotu začiatočného bodu.

[12] Hľadáme v poradí prvú hodnotu, ktorá prevyšuje súčet hodnoty začiatočného bodu a intervalu vzorkovania.

[13] Upozorňujeme v tejto súvislosti na situáciu opísanú vyššie, kedy môže vstúpiť jedna položka do výberu vzorky viackrát.

Všetky nesprávnosti zistené (nielen testami detailov) sa zrekapitulujú[14] napr. v excelovskej tabuľke, ktorá obsahuje opis chýb s uvedením ich typu, ako je napr. faktická (konkrétne zistená) nesprávnosť, nesprávnosť v úsudku, odhadovaná nesprávnosť (chyba z extrapolácie vzorky alebo výsledok analytického testu) s uvedením účtov a ich strán, ktorých sa chyba týka, finančného dopadu chyby na základné prvky účtovnej závierky (na majetok, vlastné imanie, záväzky, náklady, výnosy, výsledok hospodárenia[15]), kvalitatívnych aspektov nesprávností, ako sú napr. potenciálne indikácie výskytu podvodu, možnosť výskytu ďalších nesprávností, existencia neidentifikovaného rizika alebo indikácia nefunkčných kontrol. V tejto tabuľke audítor zaznamená, čo bolo účtovnou jednotkou opravené a doplní informácie o výške nesprávností, ktoré boli opravené vedením a o sumách neopravených nesprávností. (KAČR – Deloitte, 2012) a (KAČR – Deloitte, 2006) Takto si audítor vytvorí vhodný podklad pre formulovanie svojho názoru na účtovnú závierku.

Ako bolo uvedené, nástrojom určenia výšky nesprávnosti detailného vecného testu je extrapolácia vo vzorke zistenej nesprávnosti na súbor, z ktorého vzorka bola vybraná. Audítori často používajú metódu lineárneho prepočtu tejto chyby na výberový (preverovaný) súbor. Využívajú sa tu dve alternatívy, a to prepočet zistenej chyby k pomeru počtu položiek výberového súboru a počtu položiek vo vzorke – pozri vzťah (4a) alebo prepočet zistenej chyby k pomeru hodnoty preverovaného súboru a hodnoty vzorky – pozri vzťah (4b) alebo i metóda, kedy sa zistí priemerné percento nesprávností vo vzorke a to sa prepočíta na výberový súbor (IFAC, 2012) – pozri vzťah (5):

$$Celková\ chyba\ v\ preverovanom\ súbore = Identifikovaná\ chyba\ x\ \frac{Počet\ položiek\ v\ preverovanom\ súbore}{Počet\ položiek\ vo\ vzorke} \quad (4a)$$

$$Celková\ chyba\ v\ preverovanom\ súbore = Identifikovaná\ chyba\ x\ \frac{Hodnota\ preverovaného\ súboru}{Hodnota\ vzorky} \quad (4b)$$

$$Celková\ chyba\ v\ preverovanom\ súbore = \frac{\sum Nesprávností\ položiek\ vzorky\ v\ \%}{Počet\ položiek\ vo\ vzorke}\ x\ \frac{Hodnota\ preverovaného\ súboru}{100} \quad (5)$$

Napríklad vzorka s 20-timi položkami (hodnota vzorky je 2300 €) vybraná zo súboru, ktorý obsahuje po odseparovaní veľkých a kľúčových položiek 1000 položiek (hodnota tohto zostatkového preverovaného súboru je 100000 €) 4 nesprávnosti (identifikovaná chyba vyplývajúca zo 4 chybne prezentovaných položiek vzorky je 104 €[16]) – pozri tabuľku 2. Významnosť pre účtovnú závierku ako celok je 30000 € [2,5% z kritického komponentu (napr. výnosy), ktorého vykázaná výška je 1200000 €] a pre vykonávanie je 15000 € (určené na úrovni 50 % z významnosti pre účtovnú závierku ako celok). Významnosť na úrovni minimálnej chyby je 1500 € (5% z významnosti pre účtovnú závierku ako celok). Zvolili sme požadovanú úroveň uistenia 95%, čomu zodpovedá faktor uistenia vo výške 3 – pozri tabuľka 1. Z týchto dispozícií vyplýva, že vzorka by mala obsahovať náhodne vybraných 20 položiek [pri tomto výpočte vychádzame zo vzťahov (3a) – 100000/15000x3 alebo (3b) – 100000/(15000/3)].

Ďalej prepočítame zistenú chybu tejto vzorky (104 €) na výberový súbor vyššie uvedenými spôsobmi.

V tabuľke 2 na nasledujúcej strane demonštrujeme postup extrapolácie nesprávnosti podľa vzťahu (5).

[14] V audítorskej praxi sa takýmto spôsobom rekapitulujú zistené nesprávnosti zostatkov účtov a transakcií. Nemožno ale vylúčiť i potrebu analogického zhrnutia nesprávností rôznych zverejnení v poznámkach účtovnej závierky.

[15] Audítor skúma i dopad do daňovej povinnosti k dani z príjmov.

[16] Ako vidíme v tabuľke 2, chybné boli položky vzorky 2, 11, 17 a 20.

Tab. 2: Extrapolácia zistených nesprávnosti vo vzorke priemerným percentom nesprávností[17]

Položka vzorky	Auditovaná hodnota	Správna hodnota	Nesprávnosť	Nesprávnosť v %
1	....	....	0	0
2	500	583	83	14,237
atď.	...	...	0	0
11	260	282	22	7,801
atď.	...	...	0	0
17	450	393	-57	-14,504
atď.	...	...	0	0
20	180	236	56	23,729
Spolu	**2300**	**2404**	**104**	**31,263**
Priemerná percentuálna nesprávnosť (31,263/20)	x	x	x	**1,563**

Extrapolovaná nesprávnosť (1,563 x 100000/100)	x	x	x	**1 563,00 €**

Zdroj: Spracovanie vlastné

Pre porovnanie prepočítame identifikovanú chybu (104 €) v testovanej vzorke i podľa vzťahov (4a) a (4b). Tieto výpočty obsahujú tabuľky 3 a 4.

Tab. 3: Extrapolácia zistených nesprávnosti vo vzorke prepočtom k pomeru počtu položiek výberového súboru a počtu položiek vzorky

Výpočet podľa vzťahu	Identifikovaná chyba (nesprávnosť)	Počet položiek v preverovanom súbore	Počet položiek vo vzorke	Celková chyba v preverovanom súbore
(4a) (104 x 1000/20)	104	1000	20	**5200,00**

Zdroj: Spracovanie vlastné

Tab. 4: Extrapolácia zistených nesprávnosti vo vzorke k pomeru hodnoty preverovaného súboru a hodnoty vzorky

Výpočet podľa vzťahu	Identifikovaná chyba (nesprávnosť)	Hodnota preverovaného súboru	Hodnota vzorky	Celková chyba v preverovanom súbore
(4b) (104 x 100000/2300)	104	100000	2300	**4521,74**

Zdroj: Spracovanie vlastné

Vidíme, že výsledky prezentovaných troch postupov prepočtu chyby na súbor, z ktorého boli položky do vzorky vybrané sa líšia. Tento problém uzatvoríme tézou, že voľba metodiky extrapolácie bude závisieť od kvalifikovaného rozhodnutia audítora (majme na mysli, že jeho cieľom je eliminovať riziko vydania nesprávneho názoru).

[17] Ide o výber z excelovskej tabuľky, ktorá obsahovala toľko riadkov, koľko je v súbore položiek na výber (v našom príklade 1000). Pre prácu so vzorkou sú ale relevantné iba tie riadky, ktoré obsahujú položky vybrané do vzorky (tých je podľa dispozície 20).

Ak pri vykonaní testovania vzorky položiek overovanej skupiny transakcií, zostatku účtu alebo zverejnenia informácie v účtovnej závierke sa zistia významné nesprávnosti, má audítor niekoľko možností:

1. Navrhnúť auditnú úpravu (zmeniť plánovanie auditu);
2. Vykonať dodatočné audítorské postupy (substantívne testy);
3. Požadovať, aby klient preveril dôvody a rozsah pravdepodobných nesprávností (prehodnotiť celý auditný súbor).

Bez jasného cieľa si nemôžeme byť istí, či získavame to správne ubezpečenie. Bez ohľadu na to, aká metóda výberu vzorky sa použila, chyby sa musia starostlivo posúdiť, s cieľom vyvodiť závery na výberový súbor. Majme jasno v tom, čo sa bude považovať za chybu. Zistený nedostatok nemusí byť považovaný za chybu v spojení s jedným tvrdením, avšak v spojení s iným áno. (Napr. nesprávna identifikácia odberateľa v knihe vystavených faktúr by vzhľadom na posudzovanie konečného zostatku pohľadávok nebola závažná, ale môže to byť nebezpečné pri posudzovaní opravných položiek – ocenenia.) Neponechávajme v pracovnom liste chyby bez uvedenia ďalšej poznámky. Prerokujme ich s klientom a zvážme, či by neboli potrebné ďalšie testy, či tieto chyby nenaznačujú ďalšie konsekvencie a či je pravdepodobné, že budú významné z hľadiska účtovnej závierky jednotlivo alebo v spojení s ostatnými nesprávnosťami.

Pokiaľ sa audítorovi nepodarí dodatočnými postupmi získať ubezpečenie o tom, že pravdepodobné nesprávnosti nie sú reálne tak vysoké, ako audítor pôvodne očakával, bude audítor modifikovať (primerane) svoje stanovisko k účtovnej závierke, pokiaľ súhrn neopravených nesprávností v účtovnej závierke prevýši (príp. i dosiahne) hladinu významnosti pre účtovnú závierku ako celok.

6 Záver

V príspevku sme sa zamerali na praktické otázky neštatistického výberu realizovaného metódou systematického výberu a metódou MUS (konkrétne na metodické problémy prípravy audítora na výber vzorky, výpočtu veľkosti vzorky, výberu vzorky a vyhodnotenia výsledkov testovania vzorky). Predstavili sme čitateľovi metodiku práce so vzorkami, ktorá nie je závislá na komplikovaných matematicko-štatistických metódach, pričom cieľom audítora bude vniesť do procesu výberu vzorky prvky náhodnosti, aby sa naplnil predpoklad získania relevantných výsledkov testovania.

Slovenský trh je audítormi presýtený. Aby bola i v takýchto podmienkach audítorská činnosť zisková, nemôžu si mnohí štatutárni audítori dovoliť pri výkone audítorských zákaziek pracovať s drahou softvérovou podporou ani implementovať do metodiky výberu "príliš" prepracované a časovo náročné metódy štatistického výberu. Náš príspevok je určený najmä týmto audítorom. Poskytuje im alternatívnu metodickú pomoc pri realizácii substantívnych testov vecnej správnosti tak, aby bez použitia zložitých matematicko-štatistických výpočtov a pridrahých audítorských softvérov sa mohli spoliehať na výsledky svojich vecných testov detailov. Očakávame, že výsledky takýchto testov by mohli byť porovnateľné napr. i s výsledkami testov, ktoré by boli vykonané za podpory špecializovaného audítorského softvéru.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov výskumného projektu *Realizácia zákazky štatutárneho auditu (modelový spis audítora vytvorený na účely odbornej prípravy na výkon povolania štatutárneho audítora);* Kultúrna a edukačná grantová agentúra (KEGA) Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky (MŠVVaŠ); registračné číslo: 013EU-4/2018; projektové obdobie: 2018 – 2020. V čase písania príspevku nebolo ešte rozhodnuté, či grantová agentúra uvedený projekt finančne podporí.

Literatúra

1. IFAC, (2007). *Príručka na používanie medzinárodných audítorských štandardov pri výkone auditu v malých a stredných podnikoch.* Prvé vydanie, (slovenský preklad). Bratislava : IFAC – UDVA, 2009. 355 s. ISBN 978-80-970174-0-8.
2. IFAC, (2012). *Príručka na používanie medzinárodných audítorských štandardov pri výkone auditu v malých a stredných podnikoch. Zväzok 2 – Praktická príručka.* Bratislava : IFAC – UDVA, 2012. 323 s. ISBN 978-80-970174-3-9. from http://www.udva.sk/index.php?option=com_content&view=article&id=58&Itemid=53.
3. KAČR – Deloitte (2006). *Příručka pro provádění auditu podnikatelů*. Praha : KAČR – Deloitte, 2006, 609 s. ISBN 80-86679-07-1.
4. KAČR – Deloitte (2012). *Příručka pro provádění auditu*. Praha : KAČR – Deloitte. 2012. 227 s. ISBN 978-80-86679-18-1, from http://www.kacr.cz/prirucka-pro-provadeni-auditu.
5. RANDOM, (2017). Nástroj na náhodné usporiadaní databázy čísiel od 1 po n., from https://www.random.org/lists/.

Predchádzanie a riešenie vstupu spoločnosti do krízy
Preventing and resolving the company´s entry into the crisis

Lucia Ondrušová[1]

Abstrakt
Kapitálové obchodné spoločnosti v Slovenskej republike musia od roku 2016 zisťovať, či sa nachádzajú alebo nenachádzajú v kríze. Zavedenie inštitútu spoločnosť v kríze bolo reakciou na problémy súvisiace s procesom konkurzu a reštrukturalizácie a to z dôvodu zamedzenia poškodzovania veriteľov v konkurznom a reštrukturalizačnom konaní a posilnenie zodpovednosti podnikania jednotlivých spoločníkov spoločnosti. Riešením predchádzaniu vstupu spoločnosti do krízy je zabezpečiť od spoločníkov spoločnosti dostatočné zdroje predovšetkým formou zvyšovania základného imania, vkladu do iných zložiek vlastného imania ako aj tvorbu rôznych fondov, ktoré budú použité na krytie záväzkov voči veriteľom. Spoločníci by mali uprednostňovať vklady do jednotlivých zložiek vlastného imania pred poskytovaním úverov, pôžičiek a obdobných plnení, aby tak samotnú spoločnosť nedostali do krízy a následne si nevytvárali lepšie postavenie v prípade likvidácie a konkurzu spoločnosti.

Kľúčové slová
kríza, vlastné imanie, pôžička, spoločník

Abstract
In 2016, capital companies in the Slovak Republic have to find out whether they are or are not in crisis. The establishment of the crisis-management institute was a response to bankruptcy and restructuring problems in order to avoid bankruptcy and restructuring of creditors and to strengthen the corporate responsibility of individual venturers. A solution to prevent the company from entering the crisis is to provide additional resources to the company's shareholders, in particular by increasing equity, investing in other part of equity and creating different funds to cover liabilities to creditors. Partners should prefer deposits into individual equity before lending, borrowing, and similar payments so that the company does not get into the crisis and consequently do not create a better position in the event of liquidation and bankruptcy.

Key words
crisis, equity, loan, partner

JEL classification
M40, M41

1 Úvod

Zavedenie inštitútu spoločnosť v kríze v Slovenskej republike bolo reakciou na problémy súvisiace s procesom konkurzu a reštrukturalizácie. Hlavným dôvodom bolo zamedzenie poškodzovania veriteľov v rámci konkurzného a reštrukturalizačného konania a posilnenie zodpovednosti za podnikanie jednotlivých spoločníkov spoločností. Spoločníci majú riešiť problém s nedostatkom finančných prostriedkov spoločnosti zvyšovaním základného imania spoločnosti resp. iných zložiek vlastného imania a nie poskytovaním

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, Slovenská republika, luciaondrusova@gmail.com

reálnych alebo fiktívnych pôžičiek, prostredníctvom ktorých si môžu pripraviť pozíciu na ovládanie procesu konkurzu alebo reštrukturalizácie a to na úkor skutočných veriteľov, ktorí spoločnosti reálne poskytli služby resp. predali tovar, materiál. Zároveň je potrebné riešiť problémy s nedostatkom finančných prostriedkov aj s prihliadnutím na požiadavky podnikateľskej etiky, ktorá posudzuje ekonomické aktivity podniku na základe morálnych hodnôt, kde primárnym cieľom nie je maximalizácia zisku, ale zameranie sa na dlhodobý rozvoj a prosperitu (Mateášová a Meluchová, 2015).

2 Spoločnosť v kríze

V Slovenskej republike musia niektoré kapitálové spoločností zisťovať od roku 2016, či sa ich spoločnosť nachádza v kríze alebo sa nenachádza v kríze. Ide o obchodné spoločnosti, ktorými sú spoločnosť s ručením obmedzeným, akciová spoločnosť, jednoduchá spoločnosť na akcie a komanditná spoločnosť, ktorej komplementárom nie je žiadna fyzická osoba. Banka, inštitúcia elektronických peňazí, poisťovňa, zaisťovňa, zdravotná poisťovňa, správcovská spoločnosť, obchodník s cennými papiermi, burza cenných papierov a centrálny depozitár cenných papierov, aj keď sú považované za kapitálové obchodné spoločnosti, nemôžu byť definované ako spoločnosť v kríze a to z dôvodu ich dopadu na verejné záujmy štátu.

Spoločnosť v kríze je definovaná v zákone č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov (ďalej len Obchodný zákonník). Podľa § 67a Obchodného zákonníka je spoločnosťou v kríze spoločnosť, ktorá je v úpadku alebo jej úpadok hrozí.

Úpadok je upravený v zákone č. 7/2005 Z. z. o konkurze a reštrukturalizácii a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a predstavuje platobnú neschopnosť dlžníka alebo jeho predlženie. Obchodná spoločnosť je platobne neschopná, ak nie je schopná plniť 30 dní po lehote splatnosti aspoň dva peňažné záväzky viac ako jednému veriteľovi. Obchodná spoločnosť sa považuje za predlženú, ak má viac ako jedného veriteľa a hodnota jeho záväzkov presahuje hodnotu jeho majetku. Hodnotu záväzkov ako aj hodnota majetku sa zisťuje z účtovníctva obchodnej spoločnosti resp. podľa znaleckého posudku, ktorý má pred účtovníctvom prednosť.

Hroziaci úpadok je chápaný ako nízky pomer vlastných zdrojov (vlastného imania) a cudzích zdrojov (záväzkov). Pomer vlastného imania a záväzkov stanovuje Obchodný zákonník a to samostatne pre roky 2016, 2017 a 2018 vo výške ako je uvedená v schéme 1. Výška vlastného imania a záväzkov sa zisťuje z účtovníctva danej obchodnej spoločnosti. Ak nebolo účtovníctvo vedené správne, vychádza sa z predpokladaného stavu, ktorý by bol, ak by účtovníctvo bolo vedené správne.

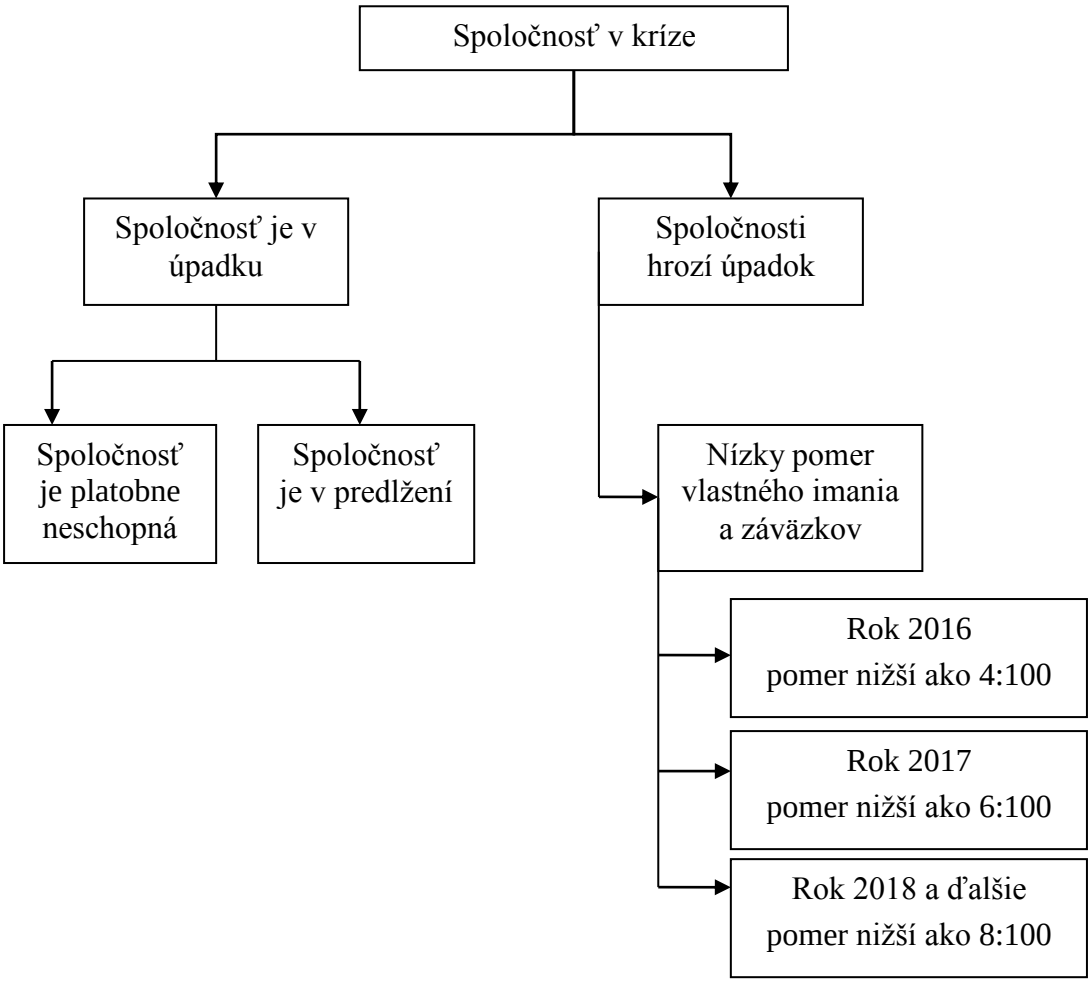
Dôvod prečo musí spoločnosť zisťovať pomer vlastného imania a záväzkov je kľúčové pre posúdenie charakteru plnení poskytnutých spoločnosti. Zámerom je, aby sa určité plnenia, ktoré sú poskytnuté spoločnosti v kríze považovali z pohľadu spoločnosti za plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje a slúžili predovšetkým na uspokojenie nárokov iných veriteľov.

Rôzne úvery, pôžičky alebo obdobné plnenia, ktoré sú poskytnuté spoločnosti v kríze alebo jej boli poskytnuté pred krízou a splatnosť takéhoto plnenia bude počas krízy odložená alebo predĺžená sa budú považovať za plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje jej financovania. Za plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje sa považujú plnenia, ktoré poskytne:

- člen štatutárneho orgánu, zamestnanec v priamej riadiacej pôsobnosti štatutárneho orgánu, prokurista, vedúci organizačnej zložky podniku, člen dozornej rady,
- ten, kto má priamy alebo nepriamy podiel predstavujúci aspoň 5 % na základnom imaní spoločnosti alebo hlasovacích právach v spoločnosti alebo má možnosť uplatňovať

vplyv na riadenie spoločnosti, ktorý je porovnateľný s vplyvom zodpovedajúcim tomuto podielu,
- tichý spoločník,
- osoba blízka osobám uvedeným v predchádzajúcich odrážkach,
- osoba konajúca na účet osôb v predchádzajúcich odrážkach.

Schéma 1: Spoločnosť v kríze podľa Obchodného zákonníka



Zdroj: vlastné spracovanie na základe Obchodného zákonníka

Pri plneniach nahrádzajúcich vlastné zdroje sa nezohľadňujú podiely podľa osobitných predpisoch o kolektívnom investovaní, o neinvestičných fondoch, o starobnom dôchodkovom sporení, o doplnkovom dôchodkovom sporení a o dlhopisoch.

Za plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje sa nepovažujú:
- plnenia alebo zábezpeka poskytnutá spoločnosti počas krízy za účelom jej prekonania podľa reštrukturalizačného plánu,
- poskytnutie peňažných prostriedkov spoločnosti na dobu nepresahujúcu 60 dní, to neplatí, ak sú tieto plnenia poskytnuté opakovane,
- odklad splatnosti záväzku z dodania tovaru alebo poskytnutia služby na dobu nepresahujúcu šesť mesiacov, to neplatí, ak je odklad poskytnutý spoločnosti opakovane,
- bezodplatné poskytnutie veci, práva alebo inej majetkovej hodnoty spoločnosti.

Plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje spolu s príslušenstvom a zmluvnou pokutou nie je možné vrátiť, ak je spoločnosť stále v kríze alebo ak by sa úhradou tohto plnenia dostala opätovne do krízy.

3 Predchádzanie hroziacemu úpadku spoločnosti

Keďže posúdenie, či sa spoločnosť nachádza v kríze alebo nie vychádza z účtovníctva resp. účtovnej závierky obchodnej spoločnosti, je dôležité, aby bolo účtovníctvo vedené správne a aby poskytovalo verný a pravdivý obraz o skutočnostiach, ktoré sú predmetom účtovníctva. Úpadok vie obchodná spoločnosť zistiť len z podrobných výkazov účtovníctva ako napr. z knihy záväzkov, inventarizácie záväzkov. Hroziaci úpadok vie obchodná spoločnosť zistiť okrem účtovníctva aj z účtovnej závierky. Účtovná závierka je podľa § 17 zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len zákon o účtovníctve) štruktúrovaná prezentácia skutočností, ktoré sú predmetom účtovníctva, poskytovaná osobám, ktoré tieto informácie využívajú - používatelia. Cieľom účtovnej závierky je poskytovanie informácií o finančnej situácií, výkonnosti a zmenách vo finančnej situácií účtovnej jednotky (Parajka, 2016). Účtovná závierka poskytuje prehľad o výške vlastného imania a záväzkov, čím sa dá zistiť ich vzájomný pomer a posúdiť, či obchodnej spoločnosti hrozí úpadok. Tento pomer je možné zistiť z účtovnej závierky, ktorú musia obchodné spoločnosti zverejňovať v registri účtovných závierok.

Vlastným imaním sa rozumie rozdiel majetku a záväzkov, resp. inak povedané vlastné imanie je tvorené základným imaním, kapitálovými fondmi, fondmi tvorenými zo zisku, oceňovacími rozdielmi, prevedenými výsledkami hospodárenia z minulých rokov a výsledkom hospodárenia v schvaľovaní. Záväzok je podľa zákona o účtovníctve existujúca povinnosť obchodnej spoločnosti, ktorá vznikla z minulých udalostí, je pravdepodobné, že v budúcnosti zníži ekonomické úžitky (priamo alebo nepriamo zníži peňažné prostriedky obchodnej spoločnosti) a obchodná spoločnosť vie spoľahlivo oceniť tento záväzok (Pakšiová a Janhuba, 2012).

Riešenie hroziaceho úpadku je dodržanie stanoveného pomeru vlastného imania a záväzkov. V prípade, že tento pomer je nižší ako pomer stanovený Obchodným zákonníkom, má obchodná spoločnosť viacero možností na riešenie uvedeného stavu a to v závislosti od samotnej štruktúry vlastného imania a záväzkov.

Z pohľadu spoločnosti, ktorej hrozí úpadok, je dôležité sledovať štruktúru vlastného imania. Základnou zložkou kapitálových spoločností je základné imanie, ktoré musí byť minimálne vo výške, ktorú stanovuje pre ten ktorý typ obchodnej spoločnosti obchodný zákonník. V prípade spoločnosti s ručením obmedzeným je minimálna výška základného imania 5.000 eur, v prípade akciovej spoločnosti je to 25.000 eur, v jednoduchej spoločnosti na akcie je výška základného imania aspoň 1 eur a v komanditnej spoločnosti musí komanditista vložiť vklad minimálne vo výške 250 eur (Máziková, 2010).

Ako je vidieť z minimálnej výšky základného imania kapitálových obchodných spoločností, pri jednoduchej spoločnosti na akciu a komanditnej spoločnosti je výška veľmi nízka, čo môže spôsobovať problém práve pri výpočte podielu vlastného imania a záväzkov, ktorý je indikátorom hroziaceho úpadku obchodnej spoločnosti. V týchto obchodných spoločnostiach pri predchádzaní hroziaceho úpadku je možné považovať nad vyššou výškou základného imania ako je minimálna výška stanovená obchodným zákonníkom.

Ďalšou zložkou vlastného imania, ktorá by mohla pomôcť udržať pomer vlastného imania a záväzkov vo výške stanovenej obchodným zákonníkom sú kapitálové fondy. V obchodných spoločnostiach súčasťou kapitálových fondov sú zákonný rezervný fond z kapitálových vkladov, ktorý má povinnosť tvoriť iba akciová spoločnosť a jednoduchá spoločnosť na akciu a to pri svojom vzniku vo výške minimálne 10 % základného imania.

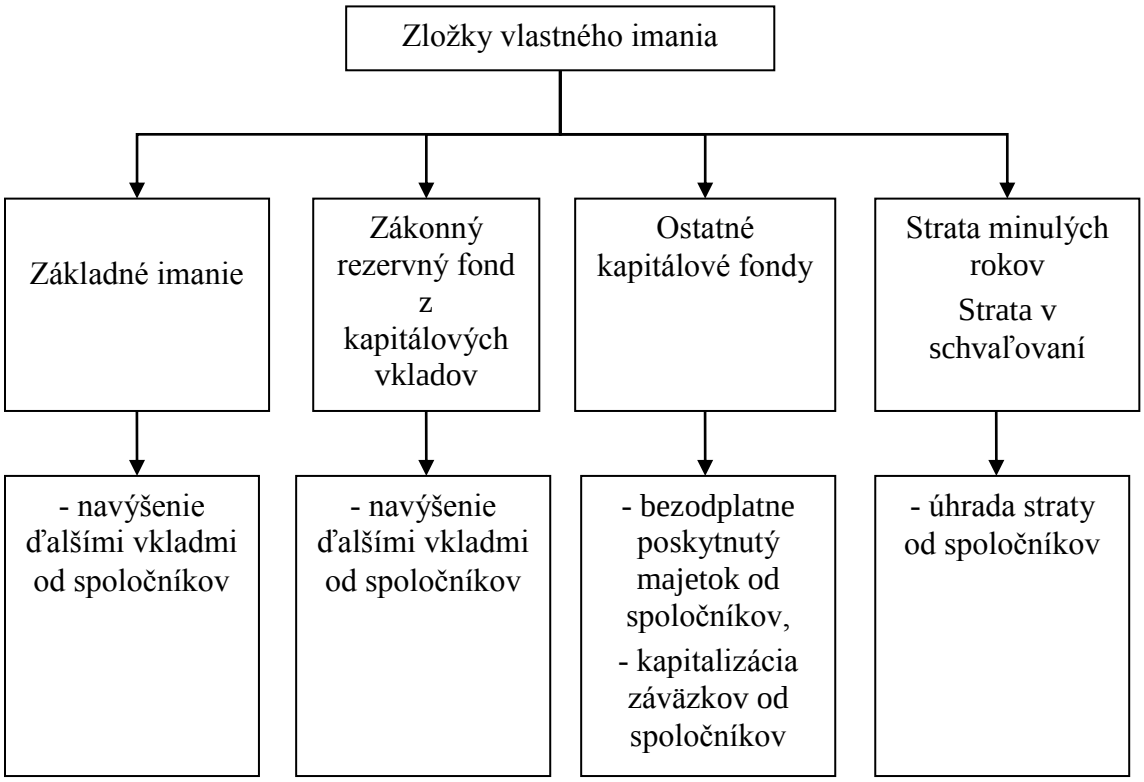
Ostatné spoločnosti nemajú povinnosť jeho tvorby. Významným účtom z kapitálových fondov je účet Ostatné kapitálové fondy, na ktorom účtovné jednotky účtujú bezodplatne prijatý majetok od spoločníka spoločnosti a to bez ohľadu na to, či sa jedná o peňažný alebo nepeňažný majetok. Tento účet nemá presne stanovené použitie v Opatrení MF SR zo 16. decembra 2002, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva, v znení neskorších predpisov, a v prípade jeho tvorby je možné navýšiť výšku vlastného imania a zároveň po pominutí hroziaceho úpadku môže spoločnosť spätne vrátiť bezodplatne prijatý majetok spoločníkovi. Zároveň takéto plnenie nie je predmetom dane z príjmov právnických osôb (Vašeková, 2016).

Fondy tvorené zo zisku predstavujú ďalšiu súčasť vlastného imania, ktorej časť majú niektoré obchodné spoločnosti povinnosť tvoriť v súlade s obchodným zákonníkom a časť si môžu tvoriť dobrovoľne na základe vlastného rozhodnutia. Súčasťou fondov tvorených zo zisku je zákonný rezervný fond, ktorý povinne tvorí spoločnosť s ručením obmedzeným vo výške minimálne 5 % základného imania, akciová spoločnosť a jednoduchá spoločnosť na akciu vo výške min. 20 % základného imania. Komanditná spoločnosť nemá povinnosť tvorby zákonného rezervného fondu. Ostatné fondy tvorené zo zisku si tvoria kapitálové spoločnosti dobrovoľne na základe stanov resp. svojho vlastného rozhodnutia a to z čistého zisku spoločnosti. Pri fondoch tvorených zo zisku nie je možné, aby ich spoločníci vedeli navyšovať z externých zdrojov, predstavujú len presun účtovného zisku spoločnosti na jednotlivé účty fondov tvorených zo zisku a to na základe rozhodnutia valného zhromaždenia.

Prevedené výsledky hospodárenia z minulých rokov a výsledok hospodárenia v schvaľovaní môže byť buď zisk alebo strata obchodnej spoločnosti. V prípade, ak spoločnosť dosiahne zisk, ten zvyšuje výšku vlastného imania a má dobrý dopad na výpočet hroziaceho úpadku spoločnosti. V prípade straty je dôležitá jej samotná výška, aby nemala vplyv na celkovú výšku vlastného imania, čím by hodnota vlastného imania mohla byť dokonca záporná. Usporiadanie straty môže spoločnosť riešiť viacerými možnosťami, ako napr. usporiadaním zo zákonného rezervného fondu, zo zisku minulých rokov alebo úhradou straty od spoločníkov. Pri usporiadaní straty zo zákonného rezervného fondu alebo zo zisku minulých rokov dochádza iba k preklápaniu medzi jednotlivými položkami vlastného imania, čím sa vlastné imanie nemení. Pre zvýšenie výšky vlastného imania je vhodné uhradiť stratu spoločníkmi, čím sa zvýši hodnota vlastného imania.

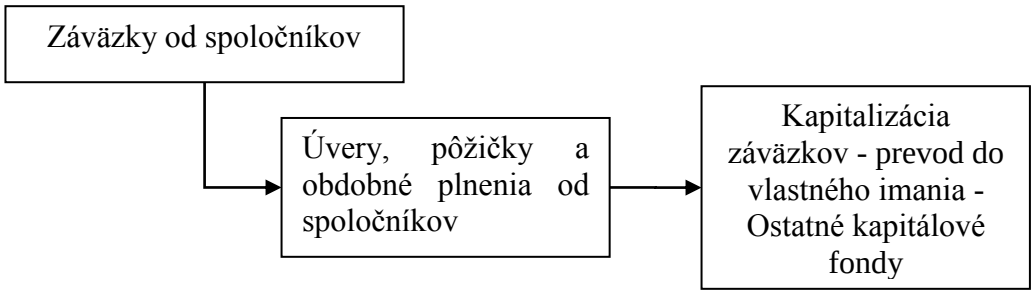
Okrem skúmania a zvyšovania výšky vlastného imania musia obchodné spoločnosti sledovať aj výšku a štruktúru záväzkov. Ideálny stav je taký, že hodnota záväzkov je nižšia ako hodnota majetku obchodnej spoločnosti. V prípade, ak má spoločnosť záväzky, je dôležitá nie len ich výška, ale aj štruktúra. Je dôležité poznať, či záväzky sú voči veriteľom, ktorí nie sú prepojení s obchodnou spoločnosťou alebo naopak sú vo vzťahu k obchodnej spoločnosti (napr. spoločník, akcionár spoločnosti, člen štatutárneho orgánu spoločnosti, tichý spoločník alebo osoba im blízka (ďalej súhrnne označovaní ako spoločníci spoločnosti)). Záväzky voči týmto osobám typu úvery, pôžičky a obdobné plnenia sa v prípade hroziaceho úpadku považujú za plnenia nahrádzajúce vlastné zdroje jej financovania. Obchodné spoločnosti môžu pristúpiť aj ku kapitalizácii takýchto záväzkov. To znamená, že spoločníci spoločnosti odpustia obchodnej spoločnosti záväzky z titulu úverov, pôžičiek alebo obdobných plnení a obchodná spoločnosť ich preúčtuje zo záväzkov do vlastného imania, konkrétne do položky Ostatné kapitálové fondy. Touto kapitalizáciou záväzkov sa zníži výška záväzkov spoločnosti a zvýši sa výška vlastného imania, čím sa môže zabezpečiť zlepšenie pomeru vlastného imania a záväzkov.

Schéma 2: Zložky vlastného imania, ktorých navýšenie ovplyvní pomer vlastného imania a záväzkov



Zdroj: vlastné spracovanie na základe Obchodného zákonníka

Schéma 3: Kapitalizácia záväzkov od spoločníkov



Zdroj: vlastné spracovanie

Zhodnotenie, ktorá z uvedených možností je pre obchodnú spoločnosť najlepšia pri zvyšovaní výšky vlastného imania a tým zlepšenia pomeru vlastného imania a záväzkov, je v závislosti od konkrétnej obchodnej spoločnosti a jej spôsobu fungovania. Pre zabezpečenie trvalého zvýšenia vlastného imania je dobré navýšenie základného imania, čo je časovo náročnejšie. Zvýšenie vlastného imania prostredníctvom bezodplatného poskytnutia majetku spoločnosti je najjednoduchšou možnosťou spolu s kapitalizáciou záväzkov, nakoľko je možné tento majetok vrátiť spoločníkovi po zlepšení finančnej situácie spoločnosti a odvrátenia hroziaceho úpadku spoločnosti, keďže účet Ostatné kapitálové fondy nemá presne stanovené možnosti jeho použitia a je len na rozhodnutí obchodnej spoločnosti ako ho

použije. V prípade, že spoločnosť dosahuje stratu, môže sa rozhodnúť ju usporiadať úhradou od spoločníkov, čím si taktiež zabezpečí zvýšenie vlastného imania.

4 Záver

Kapitálové obchodné spoločnosti v Slovenskej republike musia od roku 2016 zisťovať, či sa nachádzajú alebo nenachádzajú v kríze. Zavedenie inštitútu spoločnosť v kríze bolo reakciou na problémy súvisiace s procesom konkurzu a reštrukturalizácie a to z dôvodu zamedzenia poškodzovania veriteľov v konkurznom a reštrukturalizačnom konaní a posilnenie zodpovednosti podnikania jednotlivých spoločníkov spoločnosti. Riešením predchádzaniu vstupu spoločnosti do krízy je zabezpečiť od spoločníkov spoločnosti dostatočné zdroje predovšetkým formou zvyšovania základného imania, vkladu do iných zložiek vlastného imania ako aj tvorbu rôznych fondov, ktoré budú použité na krytie záväzkov voči veriteľom. Spoločníci by mali uprednostňovať vklady do jednotlivých zložiek vlastného imania pred poskytovaním úverov, pôžičiek a obdobných plnení, aby tak samotnú spoločnosť nedostali do krízy a následne si nevytvárali lepšie postavenie v prípade likvidácie a konkurzu spoločnosti.

V prípade, že sa spoločníci rozhodnú poskytnúť spoločnosti úver, pôžičku alebo iné obdobné plnenie, môžu sa rozhodnúť takýto úver, pôžičku kapitalizovať a presunúť do vlastného imania vo forme ostatných kapitálových fondov. Pre spoločníkov je to výhodné z dôvodu, že sa im navýši vlastné imanie, znížia sa im záväzky, čím sa zlepší pomer vlastného imania a záväzkov a zároveň po určitom čase, keď pominie hroziace riziko úpadku, môžu si vyplatiť poskytnutú sumu do spoločnosti, nakoľko žiadna právna norma neupravuje použitie ostatných kapitálových fondov. Ak však spoločník chce poskytnúť spoločnosti aj napriek nevýhodám úver, pôžičku alebo iné obdobné plnenie, musí brať na vedomie fakt, že takéto plnenie sa podľa Obchodného zákonníka bude považovať za plnenie nahrádzajúce vlastné zdroje a aj tak si ho spoločník nebude môcť vyplatiť pokiaľ bude v spoločnosti naďalej hroziť úpadok.

Z pohľadu obchodnej spoločnosti predchádzanie vstupu spoločnosti do krízy je len na jej samotnom fungovaní, uhrádzaní svojich záväzkov voči veriteľom, realizáciou podnikateľskej činnosti s dosahovaním zisku a rozhodnutiami spoločníkov, ktoré nebudú ovplyvňovať spoločnosť tak, že sa spoločnosť dostane do likvidácie alebo konkurzu. Spoločníci majú na výber z viacero možností, ako zabrániť hroziacemu úpadku spoločnosti a tak dostať spoločnosti do krízy. Výber najvhodnejšej možnosti závisí od fungovania obchodnej spoločnosti a od prístupu samotných spoločníkov. Podľa nášho názoru je najlepšou voľbou poskytnutie peňažných prostriedkov bezodplatne do Ostatných kapitálových fondov a v prípade, že spoločník už poskytol spoločnosti úver, pôžičku alebo iné obdobné plnenie, riešiť to kapitalizáciou takýchto záväzkov. Čím sa zlepší pomer vlastného imania a záväzkov spoločnosti a zároveň po pominutí hroziace úpadku si môže spoločník spätne vyplatiť poskytnuté peňažné prostriedky.

Literatúra

1. Mateášová, M., & Meluchová, J. (2015). The ethical aspect of the business in insurance in the conditions of a globalized financial market. In Financial management of firms and financial institutions [elektronický zdroj] : proceedings : 10th international scientific conference : 7th - 8th september 2015, Ostrava, Czech Republic: VŠB - Technical university of Ostrava, 2015. pp 783 - 790.
2. Máziková, K. (2010). Zmeny vlastníckych transakcií v obchodných spoločnostiach z pohľadu účtovníctva. Bratislava: Iura Edition.

3. Parajka, B. (2016). Micro accounting entities in The Slovak Republic - a year after an introduction. Strategic Management: international Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management, 21(3), 43-48.
4. Pakšiová, R., & Janhuba, M. (2012). Teória účtovníctva v kontexte svetového vývoja. Bratislava: Iura Edition.
5. Vašeková, M. (2016). Contributions to capital and loans from shareholders in terms of commercial law, accounting and tax legislation in Slovakia. In Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace : sborník z 16. mezinárodní vědecké konference : Vranov nad Dyjí, Česko, 13. - 15. září 2016, Praha : Vysoká škola ekonomická v Praze, pp 195-199.
6. Zákon č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov.
7. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
8. Zákon č. 7/2005 Z. z. o konkurze a reštrukturalizácii a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov
9. Opatrenie MF SR zo 16. decembra 2002, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva, v znení neskorších predpisov.

Vplyv inflácie na vykazovanie stavu a zmeny stavu majetkovej podstaty

Impact of inflation to reporting of business property position and changes in position

Denisa Oriskóová[1], Renáta Pakšiová[2]

Abstrakt
Majetková podstata ako ukazovateľ podnikovej výkonnosti informuje podnikateľa o tom, ako hospodári so zdrojmi investovanými do podnikania. Pri vykonávaní podnikateľskej činnosti podnikateľ podstupuje určité riziko s cieľom dosiahnuť zisk. Informácie o výsledku hospodárenia sú zachytené v účtovníctve a prezentované v účtovnej závierke podniku. Účtovná závierka je zdroj na zistenie majetkovej podstaty, ale sám o sebe neposkytuje ucelený obraz. Na zachovanie majetkovej podstaty vplývajú faktory nielen z vnútorného prostredia podniku, ale aj z vonkajšieho, ktorým je napríklad zmena cenovej hladiny v ekonomike konkrétnej krajiny. Inflácia má predovšetkým vplyv na vykazovanú hodnotu majetku, záväzkov, vlastného imania a v neposlednom rade na výšku výsledku hospodárenia určeného na rozdelenie vlastníkom podniku. Cieľom príspevku je zostavenie vzorca na výpočet výsledku hospodárenia po zdanení zohľadňujúci vplyv inflácie. Stanovenie výšky výsledku hospodárenia po zdanení zohľadňujúci vplyv inflácie je kľúčové pre určenie výšky rozdeliteľného zisku s cieľom zachovať majetkovú podstatu.

Kľúčové slová
majetková podstata, inflácia, výsledok hospodárenia, súvaha, výkaz ziskov a strát

Abstract
The business property as an indicator of business performance inform the entrepreneur about how the resources invested into entrepreneurship are managed. During doing business entrepreneur is taking certain risk for purpose of earning profit. Information about profit or loss are recorded by accounting and presented in financial statements. Financial statements are resources for investigation of business property, but itself do not provide comprehensive view. Business property preserve is influenced by factors from internal environment such as from external environment for example by inflation. Above all inflation has impact on reported value of assets, equity, liabilities and height of distributable profit. The aim of the paper is to create a formula for calculation of profit after tax taking into account inflation. For business property preserve is key the determination of profit or loss amount after taxes taking into account inflation for setting the amount of distributable profit.

Key words
Business Property, Inflation, Profit or Loss, Balance Sheet, Profit and Loss Statement

JEL classification
M41

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, denisaorisko@gmail.com.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, renata.paksiova@euba.sk.

1 Úvod

Stav a zmeny stavu majetkovej podstaty informujú vlastníkov a manažérov podniku o perspektívach podnikania. Pomocou ukazovateľa majetkovej podstaty je možné posúdiť, či je zachovaný kapitál pri finančnom chápaní majetkovej podstaty a súčasne produkčná schopnosť podniku podľa fyzického chápania zachovania kapitálu. Za účelom zachovania majetkovej podstaty hrá dôležitú rolu stanovenie výšky rozdeliteľného zisku vlastníkom. Pri rozdeľovaní zisku sa vychádza z účtovnej závierky spoločnosti, kde je vykázaný účtovný zisk po zdanení. Pri rozdelení zisku sa odporúča určitú časť zisku nerozdeliť vlastníkom, ale použiť na financovanie dlhodobého majetku, rozšírenia výroby, investícií a podobné. Pri rozhodovaní o ďalšom vývoji podniku je potrebné zohľadniť vplyvy z externého prostredia na činnosť podniku. Jedným z vonkajších faktorov s vplyvom na podnik sú zmeny cenovej hladiny. Menšie zmeny cenovej hladiny nie sú zohľadnené vo vykazovaných informáciách v účtovnej závierke, ale pre potreby interných používateľov informácií by nemali byť prehliadnuté.

2 Metodológia a zdrojové údaje

Zmeny cenovej hladiny, inflácia alebo deflácia, majú vplyv na vykazovaný majetok, zdroje majetku, náklady, výnosy a výsledok hospodárenia. Cieľom príspevku je zostavenie vzorca na výpočet výsledku hospodárenia po zdanení zohľadňujúci vplyv inflácie. Zdrojové údaje na výpočet pomocou vzorca sú obsiahnuté v účtovnej závierke. Vzorec môže slúžiť aj na stanovenie výšky výsledku hospodárenia rozdeliteľného vlastníkom. Použitie upraveného výsledku hospodárenia zohľadňujúci vplyv inflácie napomáha pri rozhodnutiach týkajúcich sa investovania a kapitálovej štruktúry, majetkovej podstaty a štruktúry majetku.

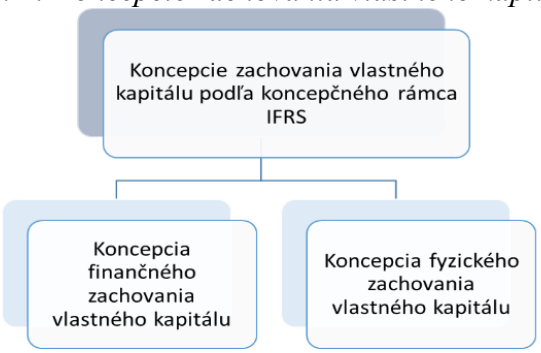
Za účelom dosiahnutia cieľov sú v príspevku využité viaceré metódy skúmania ako analýza, syntéza, dedukcia a indukcia. Pri spracovaní príspevku sme vychádzali zo zhromaždených poznatkov, ktoré sme získali z právnej úpravy, odbornej literatúry, z knižných publikácií a publikácií v odborných časopisoch a zborníkoch zameraných na skúmanú problematiku vplyvu inflácie a deflácie na vykazovanie informácií v účtovníctve v širšom kontexte. Pomocou selekcie sme vybrali relevantné informácie, ktoré sú potrebné pre pochopenie problematiky inflácie a jej vplyvu na majetok, záväzky a vlastné imanie vykazované v účtovnej závierke. Následne sme metódou indukcie objasnili vzťahy a súvislosti medzi položkami účtovných výkazov a vplyvom inflácie. Na základe zistených zákonitostí sme vytvorili vzorec metódou dedukcie. Naše zistenia sme pomocou syntézy zosumarizovali v závere.

3 Výsledky a diskusia

3.1. Majetková podstata

Majetkovú podstatu chápeme v užšom zmysle ako rozdiel majetku a záväzkov, čo je kvantitatívne zhodné s vlastným imaním. Pre používateľov informácií nie je dôležité len vyčíslenie majetkovej podstaty, ale aj jej zachovanie, rast a za nepriaznivých okolností jej erózia. Zachovanie majetkovej podstaty sa skúma v dvoch koncepciách kapitálu: v koncepcii finančného zachovania vlastného kapitálu a v koncepcii fyzického zachovania vlastného kapitálu.

Obr. 1: Koncepcie zachovania vlastného kapitálu



Zdroj: vlastné spracovanie na základe Koncepčného rámca IFRS

Koncepcia finančného zachovania vlastného kapitálu považuje za zisk kladný rozdiel hodnoty čistých aktív na konci účtovného obdobia oproti hodnote čistých aktív na začiatku účtovného obdobia. Pri stanovení zisku sú eliminované vplyvy vkladov vlastníkov do vlastného imania a rozdelenia zisku počas účtovného obdobia.

Koncepcia fyzického zachovania vlastného kapitálu posudzuje vytvorenie zisku na základe toho, že skúma či fyzická produkčná schopnosť účtovnej jednotky na konci účtovného obdobia prevyšuje fyzickú produkčnú schopnosť na začiatku tohto obdobia. Taktiež vklady vlastníkov do vlastného imania a rozdelenia zisku počas účtovného obdobia sú vyňaté. (The Conceptual Framework for Financial Reporting, 2010)

Pred skúmaním zachovania, prípadne erózie majetkovej podstaty je potrebné ju najprv kvantifikovať. Vyčíslenie majetkovej podstaty je možné viacerými spôsobmi, ktoré spočívajú v rozličných pohľadoch na účtovnú závierku. Majetková podstata predstavuje:

- rozdiel celkovej sumy majetku a záväzkov, t. j. vlastné imanie,
- suma čistých aktív, ktorá sa rovná hodnote vlastného imania,
- prepočítaná suma podstatného majetku koeficientom dôležitosti majetku,
- absolútnu sumu majetku (prepočítanú alebo neprepočítanú koeficientmi dôležitosti). (Pakšiová, 2014)

Čisté aktíva podniku sú jedným zo základných ukazovateľov na stanovenie majetkovej podstaty podniku chápanej ako produkčná schopnosť podniku. V takomto prípade prezentujú rozdiel medzi trhovou hodnotou majetku a záväzkami podniku. (Pakšiová & Kubaščíková, 2015) Majetková podstata vyčíslená ako rozdiel celkovej sumy majetku a záväzkov sa uplatňuje pri finančnom chápaní majetkovej podstaty.

Pri skúmaní zachovania majetkovej podstaty je potrebné uskutočniť výpočty minimálne za dve po sebe nasledujúce obdobia. Porovnaním vypočítaných hodnôt v čase je možné konštatovať, či sa zachovala majetková podstata alebo došlo k erózii kapitálu. (Pakšiová, 2014) Prevažná väčšina podnikov v súvislosti so zachovaním, resp. zvyšovaním majetkovej podstaty podniku uplatňuje finančné chápanie kapitálu a vlastný kapitál chápe ako synonymum vlastného imania, resp. čistých aktív. (Šlosárová & Blahušiaková, 2017) V prípade vyjadrenia zachovania vlastného kapitálu podľa finančnej koncepcie v stálej kúpnej sile je pri stanovení zisku potrebné zohľadniť zvýšenie všeobecnej cenovej hladiny. Za zisk sa vtedy považuje prebytok finančnej hodnoty čistých aktív na konci obdobia oproti finančnej hodnoty čistých aktív na začiatku obdobia, ktorý presahuje vplyv zmeny cenovej hladiny. Úprava o vplyv inflácie je súčasťou vlastného imania a je jedným z dôležitých ukazovateľov pre posúdenie zachovania vlastného kapitálu ako aj majetkovej podstaty.

3.2. Inflácia a jej vplyv

Inflácia, ako prvotne makroekonomický ukazovateľ, má významný vplyv na správanie sa subjektov na mikroúrovni. Vplyv inflácie na podnikateľské subjekty a spotrebiteľov priamo úmerne narastá s mierou inflácie. Inflácia predstavuje pretrvávajúci rast cenových hladín tovaru a služieb v danom časovom období. (Wasseja et al., (2015) Infláciu je možné kvantifikovať prostredníctvom cenových indexov, ktoré sú meradlom priemernej úrovne cien a zachytávajú vývoj cenovej hladiny. Cenový index zachytáva a porovnáva zmeny v cenách tovarov a služieb v dvoch sledovaných obdobiach. Cenový index je vážený aritmetický priemer individuálnych cien koša reprezentatívnych tovarov a služieb. Medzi najviac používané cenové indexy patria index spotrebiteľských cien, index cien výrobcov, deflátor HDP. Index spotrebiteľských cien (Consumer price index - CPI) zachytáva zmeny v cenovej hladine tovarov a služieb na úrovni maloobchodu. CPI meria a vyjadruje cenovú hladinu ako priemernú úroveň cien spotrebného koša tovarov a služieb, spotrebovaných priemernou domácnosťou. PPI meria priemernú zmenu v čase v predajných cenách, ktoré dostali domáci výrobcovia za svoju produkciu. (Kowal et al., 2017) Index cien výrobcov (Producer Price Index - PPI) sa využíva na meranie zmien v cenovej hladine vo veľkoobchodoch. Špecifikuje sa pre rôzne odvetvia a odbory, ako napríklad index cien priemyselných výrobcov. Čisté tržby sa používajú ako fixné váhy v jednotlivých oblastiach obchodu. Prevláda názor, že nadchádzajúce zmeny v indexe spotrebiteľských cien sú signalizované vývojovými zmenami v indexe cien výrobcov. Deflátor HDP (Implicit Price Deflator - IPD) je najkomplexnejší cenový index, ktorým sa meria miera inflácie v ekonomike. Deflátor HDP vyjadruje mieru inflačného znehodnotenia hrubého domáceho produktu v danom roku. Rozdiely medzi indexom spotrebiteľských cien a deflátorom HDP sú markantné. Deflátor HDP meria ceny všetkých finálnych tovarov a služieb vyprodukovaných v ekonomike. Index spotrebiteľských cien meria ceny len reprezentatívneho koša tovarov a služieb, ale nezohľadňuje tovary a služby nakupované vládou a firmami ako deflátor HDP. Deflátor HDP neobsahuje importované tovary a služby. Index spotrebiteľských cien vychádza zo zafixovaných váh zložiek spotrebného koša, ale deflátor HDP používa variabilné váhy. Variabilné váhy sa podieľajú na tvorbe celkového HDP a môžu sa zmeniť. (Lisý et al., 2016)

Z kvantitatívneho hľadiska členíme infláciu na miernu, cválajúcu a hyperinfláciu. Mierna inflácia predstavuje mierne tempo rastu cenovej hladiny. Charakterizuje ju pomalý a predvídateľný rast cien v národnom hospodárstve. Mierna inflácie sa vyjadruje jednociferným číslom. Cválajúca inflácia sa vyjadruje dvojciferným až trojciferným tempom rastu cenovej hladiny. V takomto prípade verejnosť nedôveruje peniazom, prejavuje sa vysoká volatilita cien tovarov a služieb. Rast cien je rýchlejší ako rast výkonnosti ekonomiky. Hyperinflácia je štvorciferné až viacciferné tempo rastu cenovej hladiny. Je pre ňu charakteristický rozpad peňažného systému. Peniaze prestávajú plniť funkciu výmenného prostriedku, ceny tovarov a služieb sú vysoko nestabilné. (Lisý et al., 2016)

Mierna inflácia má aj svoje výhody aj nevýhody. Nevýhodu inflácie predstavujú nasledujúce sociálne náklady:

- vysoká inflácia spôsobuje navýšenie logistických nákladov, pretože podnikateľské subjekty často menia ceny svojich výrobkov a poskytnutých služieb,
- vysoká inflácia deformuje relatívne ceny, čo v praxi znamená, že zmeny cien rovnakých produktov nie sú synchronizované,
- inflácia občas vedie ku kontraproduktívnym politikám ako sú napríklad regulované ceny. (Acemoglu, Laibson & List, 2016)

Ďalšou nevýhodou inflácie je náhodná redistribúcia bohatstva a dôchodkov v dôsledku zmien relatívnych cien produktov a výrobných faktorov.

Avšak inflácia má aj svoje výhody, napríklad príjmy štátneho rozpočtu sa navýšia, keďže vláda zvyšuje množstvo peňazí v obehu. Tlačenie peňazí vo veľkej miere môže spôsobiť

hyperinfláciu, ale v menšom množstve môže podporiť rast ekonomiky danej krajiny tým, že ľahšia dostupnosť finančných prostriedkov podporuje investície, ale aj spotrebu. Inflácia v niektorých prípadoch stimuluje ekonomické aktivity aj tým, že krátkodobo sa mzdy nenavýšia a rastie ochota zamestnávateľov prijať viac zamestnancov a tým sa znižuje miera nezamestnanosti v krajine.

Z pohľadu účtovníctva a vykazovania má inflácia vplyv na verný a pravdivý obraz, ktorý poskytuje účtovná závierka. Verný a pravdivý obraz o podniku ako aj jeho správne pochopenie je pre prijímanie finančných rozhodnutí veľmi dôležité. (Juhászová, Markovič & Mokošová, 2014) Vyššia miera inflácie má významný vplyv na vykazovanie jednotlivých položiek účtovnej závierky, čo je potrebné zohľadniť pri zostavení účtovnej závierky a informovať o tom používateľov informácií z účtovnej závierky. Vykazovanie relevantných informácií o podniku je potrebné posudzovať nielen z pohľadu významnosti informácií, ale aj z pohľadu nákladov vynaložených na jej získanie vo vzťahu k prínosom, ktoré jej zverejnenie prinesie. (Tumpach & Baštincová, 2014)

Podnikateľský subjekt podľa vlastného úsudku si môže stanoviť, aká miera inflácie má pre neho významný vplyv na vykazované informácie a môže uplatniť postupy na zohľadnenie vplyvu inflácie aj keď iba pre interné potreby manažmentu. Takto získané doplnkové informácie vplývajú na rozhodovanie manažmentu v rôznych oblastiach, ako napríklad ovplyvňujú stanovenie predajných cien, spôsob financovania, kapitálovú štruktúru, rozdelenie výsledku hospodárenia.

3.3. Metóda celkovej kúpnej sily

Vplyv inflácie na majetok, záväzky a vlastné imanie je možné vypočítať metódou celkovej kúpnej sily. Metóda celkovej kúpnej sily je založená na prepočítaní niektorých položiek o zmenu hodnoty v dôsledku inflácie, respektíve deflácie. V prípade inflácie sa kúpna sila peňazí zníži, v dôsledku čoho je možné obstarať menšie množstvo tovaru alebo služieb ako v predchádzajúcich obdobiach. Pri prepočtoch na pevnú kúpnu silu metódou celkovej kúpnej sily sa prepočítava majetok v nepeňažnej podobe a vlastné imanie. Neprepočítavajú sa záväzky ocenené menovitou hodnotu a majetok v peňažnej podobe, t. j. pohľadávky a krátkodobý finančný majetok. Odpočítaním peňažných pasív (záväzkov) od peňažného majetku vypočítame rozdiel, ktorý predstavuje základ pre výpočet zisku alebo straty zo zmeny kúpnej sily peňazí. Zisk alebo stratu zo zmeny kúpnej sily peňazí vypočítame tak, že tento rozdiel vynásobíme koeficientom inflácie. (Soukupová et al., 2008)

Pre potreby použitia metódy celkovej kúpnej sily je kľúčové správne identifikovať peňažné a nepeňažné zložky majetku a zdrojov majetku. Majetok zahŕňa neobežný majetok, obežný majetok a položky časového rozlíšenia. Zdroje majetku sú členené na vlastné imania, záväzky a položky časového rozlíšenia. (Šlosárová et al., 2016)

Neobežný majetok sa ďalej člení na dlhodobý nehmotný majetok, dlhodobý hmotný majetok a dlhodobý finančný majetok. Z pohľadu zatriedenia do peňažného alebo nepeňažného majetku v prípade dlhodobého nehmotné majetku a dlhodobého hmotného majetku vieme jednoznačne stanoviť, že pre obe kategórie je charakteristická nepeňažná forma majetku. Avšak v účtovnej závierke poskytnuté preddavky na dlhodobý nehmotný majetok a dlhodobý hmotný majetok sú vykazované v rámci dlhodobého nehmotné majetku a dlhodobého hmotného majetku, hoci majú charakter pohľadávok. Je dôležité, aby poskytnuté preddavky na dlhodobý nehmotný majetok a dlhodobý hmotný majetok boli správne identifikované ako peňažný majetok. V prípade dlhodobého finančného majetku je potrebné individuálne pristupovať k jednotlivým zložkám majetku vykazovaným v tejto kategórii, najmä ostatnému dlhodobému finančnému majetku nepeňažného charakteru. Ostatný dlhodobý finančný majetok predstavuje majetok obstaraný za účelom uloženia voľných peňažných prostriedkov najmä umelecké diela,

predmety z drahých kovov, zbierky, a pozemky. (Šlosárová et al., 2016) Do kategórie dlhodobého finančného majetku peňažného charakteru zaraďujeme cenné papiere a podiely, dlhové cenné papiere a dlhodobé pôžičky, ktorých hodnotu neupravujeme o vplyv inflácie.

Obežný majetok tvoria zásoby, dlhodobé a krátkodobé pohľadávky, krátkodobý finančný majetok a finančné účty. Za nepeňažný majetok sú považované zásoby, konkrétne materiál, nedokončená výroba, polotovary vlastnej výroby, výrobky, zvieratá a tovar. Ostatné súčasti obežného majetku majú charakter peňažného majetku, čo má vplyv na stanovenie výšky zisku alebo straty zo zmeny kúpnej sily.

Položky časového rozlíšenia, náklady budúcich období a príjmy budúcich období, považujeme za peňažný majetok.

Zdroje majetku za účelom zohľadnenia vplyvu inflácie tiež zatriedime podľa peňažného a nepeňažného charakteru. Peňažného charakteru sú záväzky, medzi ktoré patria dlhodobé záväzky, rezervy, bankové úvery a krátkodobé záväzky, rezervy, bežné bankové úvery a krátkodobé finančné výpomoci. Položky časového rozlíšenie v zdrojoch majetku majú podobne peňažný charakter ako položky časového rozlíšenia v majetku. Nepeňažný charakter majú položky vlastného imania: základné imanie, emisné ážio, ostatné kapitálové fondy, zákonný rezervný fond, ostatné fondy zo zisku, oceňovacie rozdiely z precenenia, výsledok hospodárenia minulých rokov a výsledok hospodárenia za účtovné obdobie po zdanení. (Šlosárová et al., 2016)

Prvý krok pri uplatnení metódy celkovej kúpnej sily je zatriedenie majetku a zdrojov majetku podľa charakteru na peňažný alebo nepeňažný. V druhom kroku vypočítame zisk alebo stratu zo zmeny kúpnej sily peňažného majetku a úpravu o vplyv inflácie vzťahujúci sa na nepeňažné položky. Zdrojom údajov na prvotné prepočty je súvaha k poslednému dňu predchádzajúceho účtovného obdobia, ktoré podľa zásady kontinuity predstavujú začiatočné stavy položiek súvahy k prvému dňu bežného účtovného obdobia. (Šlosárová et al., 2016)

$$(+)Zisk/(-)\ strata\ \ zo\ zmeny\ kúpnej\ sily = (PZ_{ZS}\ -\ PM_{ZS}) * \frac{i}{100} \qquad (1)$$

PZ_{ZS} – peňažný záväzok (začiatočný stav)
PM_{ZS} – peňažný majetok (začiatočný stav)
i – inflácia (%)

Záporný výsledok vzorca predstavuje stratu zo zmeny kúpnej sily, avšak kladná hodnota vypovedá o zisku zo zmeny kúpnej sily. Zisk zo zmeny kúpnej sily môže podnik dosiahnuť, keď suma peňažného záväzku je vyššia ako suma peňažného majetku. Avšak takáto situácia je negatívnym javom a môže reflektovať neprimeranú zadlženosť podniku návratnými zdrojmi

Úpravu o vplyv inflácie je potrebné vypočítať aj pre nepeňažný majetok aj pre nepeňažné zdroje majetku. Úprava o vplyv inflácie zdrojov majetku sa vypočíta, buď z hodnoty čistých aktív alebo vlastného imania, ktorých hodnota je rovnaká. V nasledujúcich výpočtoch budeme používať na výpočet úpravy o vplyv inflácie vlastné imanie (2).

$$Úprava\ o\ vplyv\ inflácie\ vlastného\ imania\ (ÚoVIVI_{PZS}) = VI_{ZS}\ * \frac{i}{100} \qquad (2)$$

VI_{ZS} – vlastné imanie (začiatočný stav)
i – inflácia (%)

Na strane aktív je potrebné prepočítať nepeňažný majetok, konkrétne dlhodobý nehmotný majetok, dlhodobý hmotný majetok, nepeňažné zložky dlhodobého finančného majetku

a zásob. Poskytnuté preddavky na dlhodobý nehmotný majetok a dlhodobý hmotný majetok je potrebné z výpočtu vylúčiť. Výpočet úpravy o vplyv inflácie majetku vyjadruje o koľko sa zvýši suma majetku podniku v dôsledku inflácie (3).

$$Úprava\ o\ vplyv\ inflácie\ majetku = \left(DNM_{NZS} + DHM_{NZS} + DFM_{NPM_{NZS}} + ZÁS_{NZS}\right) * \frac{i}{100} \quad (3)$$

DNM_{NZS} – netto dlhodobý nehmotný majetok (začiatočný stav)
DHM_{NZS} – netto dlhodobý hmotný majetok (začiatočný stav)
$DFM_{NPM_{NZS}}$ – netto dlhodobý finančný majetok - nepeňažný majetok (začiatočný stav)
$ZÁS_{NZS}$ – netto zásoby (začiatočný stav)
i – inflácia (%)

Východiskom na úpravu hodnoty stavu majetku o vplyv inflácie je netto hodnota príslušného majetku. V účtovnej závierke vo výkaze súvaha sa položky strany aktív za bežné účtovné obdobie vykazujú v dvoch stĺpcoch, kde prvý stĺpec je rozdelený na dve časti. V stĺpci 1 časti 1 sa vykazuje brutto hodnota majetku, ktorá predstavuje obstarávaciu cenu nezohľadňujúcu oprávky k majetku a opravné položky k majetku. V stĺpci 1 časti 2 sa vykazuje hodnota korekcie, ktorá je súčtom oprávok k majetku a opravných položiek. V stĺpci 2 je uvedená účtovná hodnota majetku, čo sa vypočíta ako rozdiel hodnoty brutto a korekcie. (Šlosárová & Blahušiaková, 2017)

Základom konštrukcie súvahy je bilančný princíp, ktorý vychádza z dvojakého pohľadu na majetok. Na majetok sa pozerá z hľadiska jeho konkrétnej formy a z hľadiska zdrojov, z ktorých sa majetok financoval. Na základe bilančného princípu platí bilančná rovnica (4). (Šlosárová et al., 2016)

$$Majetok = Vlastné\ imanie + Záväzky \quad (4)$$

Na základe bilančnej rovnice platí rovnica (5), že úprava o vplyv inflácie majetku sa rovná súčtu úpravy o vplyv inflácie vlastného imania a zisku (straty) zo zmeny kúpnej sily.

$$\left[\left(DNM_{NZS} + DHM_{NZS} + DFM_{NPM_{NZS}} + ZÁS_{NZS}\right) * \frac{i}{100}\right] = \left\{\left[\left(PZ_{ZS} - PM_{ZS}\right) * \frac{i}{100}\right] + \left(VI_{ZS} * \frac{i}{100}\right)\right\} \quad (5)$$

DNM_{NZS} – netto dlhodobý nehmotný majetok (začiatočný stav)
DHM_{NZS} – netto dlhodobý hmotný majetok (začiatočný stav)
$DFM_{NPM_{NZS}}$ – netto dlhodobý finančný majetok - nepeňažný majetok (začiatočný stav)
$ZÁS_{NZS}$ – netto zásoby (začiatočný stav)
i – inflácia (%)
PZ_{ZS} – peňažný záväzok (začiatočný stav)
PM_{ZS} – peňažný majetok (začiatočný stav)
VI_{ZS} – vlastné imanie (začiatočný stav)

Po úprave zostatkov z predchádzajúceho účtovného obdobia je potrebné pokračovať úpravou vykázaných výnosov a nákladov vo výkaze ziskov a strát, ktorého dôsledkom je aj prepočítaný výsledok hospodárenia o vplyv inflácie (6). Vykázané výnosy sa upravujú vo väzbe na nepeňažný majetok, ktorý sme prepočítali v predošlom kroku. Zmeny sa týkajú odpisov, predaných zásob obstaraných v predchádzajúcich obdobiach, predaného dlhodobého nehmotného majetku a dlhodobého hmotného majetku obstaraného v predchádzajúcich

obdobiach, zmeny stavu zásob vlastnej výroby (ak kalkulačné vzorce nezohľadňujú vplyv inflácie). Výnosy a náklady viažuce sa na peňažný majetok nie sú predmetom úprav o vplyv inflácie. Pri položkách tržby za predaj vlastných výrobkov, služieb, mzdové náklady, operatívny prenájom predpokladáme, že inflácia bola zohľadnená pri cenotvorbe. Pri prepočte abstrahujeme od položiek výnosov a nákladov súvisiacich s problémovými oblasťami, medzi ktoré zaraďujeme kurzové rozdiely, náklady a výnosy z precenenia cenných papierov a derivátových operácií.

$$VH_{\,po\ zdanení\ prepočítaný} = VH_{po\ zdanení} + \left[\left(\sum V_{\,P} - \sum N_P\right) * \frac{\mathrm{i}}{100}\right] \qquad (6)$$

$VH_{\,po\ zdanení\ prepočítaný}$ – výsledok hospodárenia po zdanení prepočítaný o vplyv inflácie
$VH_{po\ zdanení}$ – výsledok hospodárenia po zdanení
$\sum V_{\,P}$ – suma výnosov, ktoré je potrebné upraviť o vplyv inflácie
$\sum N_P$ – suma nákladov, ktoré je potrebné upraviť o vplyv inflácie
i – inflácia (%)

Posledným krokom je úprava konečných zostatkov v súvahe ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka. Postupujem podobne ako pri úprave začiatočných stavov nepeňažného majetku o vplyv inflácie. V rámci zdrojov majetku v prepočítanej súvahe ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka uvádzame nasledovné položky z prepočítanej súvahy k prvému dňu účtovného obdobia: úpravu o vplyv inflácie vlastného imania a (+) zisk/ (-) stratu zo zmeny kúpnej sily. V prípade zdrojov majetku úprava sa týka len výsledku hospodárenia po zdanení, ktorý sme vyčíslili po prepočítaní jednotlivých položiek vo výkaze ziskov a strát. Na základe bilančnej rovnice je možné zostaviť nasledujúci vzorec (7) na prepočet súvahy ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka.

$$\left\{\sum M_{KZ+}\left[\left(DNM_{NKZ1} + DHM_{NKZ1} + DFM_{NPM_{NKZ}} + ZÁS_{KZ1}\right) * \frac{i}{100}\right]\right\} = \left(VI_{KZ2} + PZ_{KZ} + VH_{PVZaS} + ÚoVIVI_{PZS} + SzZKS_{PZS}\right) \qquad (7)$$

$\sum$ M_{KZ} – suma majetku (konečný zostatok v súvahe)
DNM_{NKZ1} – dlhodobý nehmotný majetok (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
DHM_{NKZ1}- dlhodobý hmotný majetok (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
$DFM_{NPM_{KZ}}$ - dlhodobý finančný majetok - nepeňažný majetok (netto konečný zostatok v súvahe)
$ZÁS_{KZ1}$ – zásoby (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
i – inflácia (%)
VI_{KZ2} – konečný zostatok vlastného imania v súvahe bez výsledku hospodárenia
PZ_{KZ} – peňažné záväzky (konečný zostatok v súvahe)
VH_{PVZaS} – výsledok hospodárenia z prepočítaného výkazu ziskov a strát
$ÚoVIVI_{PZS}$ – úprava o vplyv inflácie vlastného imania z prepočítanej súvahy k prvému dňu účtovného obdobia
$SzZKS_{PZS}$ – strata zo zmeny kúpnej sily z prepočítanej súvahy k prvému dňu účtovného obdobia

Vytvorenie vzorca na výpočet výsledku hospodárenia po zdanení zohľadňujúci vplyv inflácie (8) je možné na základe vzťahov vychádzajúcich z bilančnej rovnice a zjednotením vyššie uvedených krokov. Na dosiahnutie správneho výsledku je potrebné vylúčiť z úprav o infláciu obstaraný dlhodobý nehmotný majetok a dlhodobý hmotný majetok počas účtovného obdobia a súvisiace odpisy. Z úprav o vplyv inflácie je tiež potrebné vylúčiť hodnotu nadobudnutých zásob počas účtovného obdobia.

$$VH_{po\ zdanení\ prepočítaný} = \left\{\sum M_{KZ} + \left[\left(DNM_{NKZ1} + DHM_{NKZ1} + DFM_{NPM_{NKZ1}} + ZÁS_{NKZ1}\right) * \frac{i}{100}\right]\right\} - \left\{PZ_{KZ} + VI_{KZ2} + \left[(PZ_{ZS} - PM_{ZS}) * \frac{i}{100}\right] + \left(VI_{ZS} * \frac{i}{100}\right)\right\} \quad (8)$$

$VH_{po\ zdanení\ prepočítaný}$ – maximálny limit na rozdelenie vlastníkom upravený o vplyv inflácie
$\sum M_{KZ}$ – suma majetku (konečný zostatok v súvahe)
DNM_{NKZ1} – dlhodobý nehmotný majetok (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
DHM_{NKZ1}- dlhodobý hmotný majetok (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
$DFM_{NPM_{NKZ}}$ – dlhodobý finančný majetok - nepeňažný majetok (netto konečný zostatok v súvahe)
$ZÁS_{NKZ1}$ – zásoby (netto konečný zostatok očistený o prírastky v bežnom účtovnom období)
i – inflácia (%)
PZ_{KZ} – peňažné záväzky (konečný zostatok v súvahe)
VI_{KZ2} – konečný zostatok vlastného imania v súvahe bez výsledku hospodárenia
PZ_{KZ} – peňažné záväzky (konečný zostatok v súvahe)
PZ_{ZS} – peňažné záväzky (začiatočný stav)
PM_{ZS} – peňažný majetok (začiatočný stav)
VI_{ZS} – vlastné imanie (začiatočný stav)

4 Záver

V príspevku je pozornosť venovaná zachovaniu majetkovej podstaty podľa finančnej koncepcie kapitálu s elimináciou zmeny všeobecnej cenovej hladiny. Zachovanie majetkovej podstaty je možné posudzovať podľa výsledku hospodárenia po zdanení určeného na rozdelenie vlastníkom podniku. Rozdelenie celého účtovného výsledku hospodárenia, ako aj dosiahnutie účtovnej straty vedie k erózii kapitálu, čo v dlhodobom horizonte ohrozuje prežitie podniku. Je vhodné časť účtovného zisku po zdanení nerozdeliť a použiť ho na financovanie podniku v budúcnosti. Pri rozdelení zisku s cieľom zachovať majetkovú podstatu je potrebné zohľadniť vplyv inflácie na vykazovanie hodnoty majetku, zdrojov majetku, výnosov a nákladov. V dôsledku zmeny všeobecnej cenovej hladiny reálny výsledok hospodárenia po zdanení upravený o vplyv inflácie je nižší než výsledok hospodárenia po zdanení prezentovaný v účtovnej závierke.

V súčasnosti je potrebné na zohľadnenie vplyvov inflácie uskutočniť niekoľko výpočtov, ktorými sa upravujú jednotlivé položky súvahy z bezprostredne predchádzajúceho a súčasného účtovného obdobia, a tiež výkaz ziskov a strát súčasného účtovného obdobia. Výsledkom príspevku je vzorec umožňujúci jednoduchý výpočet vplyvu inflácie na výsledok hospodárenia po zdanení, v ktorom je zakomponovaná celá postupnosť rôznych výpočtov. Použitie vzorca je viazané na niekoľko podmienok, ktoré je potrebné pri stanovení zdrojových údajov preveriť. Kľúčovým momentom je identifikácia peňažného a nepeňažného charakteru majetku a zdrojov majetku. V oblasti dlhodobého nehmotného majetku a dlhodobého

hmotného majetku je dôležité, aby sme preddavky na dlhodobý majetok zaradili do majetku s peňažným charakterom. Pri posudzovaní dlhodobého finančného majetku je nutné preveriť položky patriace do ostatného dlhodobého finančného majetku, či je tam evidovaný majetok nepeňažného charakteru ako pozemky, umelecké diela a zbierky drahých kovov. Pracovali sme s predpokladom, že majetok, zásoby a iné druhy majetku nepeňažného charakteru obstarané v súčasnom účtovnom období majú zohľadnenú infláciu v obstarávacej cene. Druhy majetku peňažného charakteru nie je potrebné prepočítať o vplyv inflácie. Pohľadávky a iné druhy majetku peňažného charakteru pri inflácií stratia na svojej hodnote, kým dlžníci na záväzkoch získajú, lebo pri úhrade záväzku kúpna sila toho istého množstva peňazí je nižšia. Zmeny vo vlastnom imaní vyplývajúce z inflácie reflektujú zmeny v položkách peňažného a nepeňažného charakteru. Výsledok hospodárenia po zdanení zohľadňujúci vplyv inflácie je možné vypočítať tak, že od prepočítanej sumy majetku odpočítame sumu záväzkov, vlastného imania bez výsledku hospodárenia bežného účtovného obdobia, úpravu o vplyv inflácie vlastného imania a zisk (stratu) zo zmeny kúpnej sily. V prvom kroku k sume majetku vykazovanej k poslednému dňu účtovného obdobia pripočítame vplyv inflácie na konečný zostatok majetku nepeňažného charakteru z predchádzajúcich období . Hlavne ide o zásoby, dlhodobý nehmotný majetok a dlhodobý hmotný majetok ako aj prislúchajúce oprávky a opravné položky k tomuto majetku. Pre potreby výpočtu je možné použiť netto hodnotu majetku vykazovanú v účtovnej závierke, ktorá predstavuje účtovnú hodnotu majetku, keďže je rozdielom obstarávacej ceny (brutto ocenenie) a súčtu oprávok k majetku a opravných položiek k majetku (korekcia). Od upraveného majetku odpočítame sumu peňažných záväzkov, vlastného imania bez výsledku hospodárenia bežného účtovného obdobia, úpravu o vplyv inflácie vlastného imania a zisk (stratu) zo zmeny kúpnej sily. Hodnota konečného zostatku peňažných záväzkov a vlastného imania je vykazovaná v súvahe k poslednému dňu účtovného obdobia. Úprava o vplyv inflácie vlastného imania a zisk (strata) zo zmeny kúpnej sily sú stanovené na základe stavov v účtovnej závierke bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia. Ťažiskom výpočtu je stanovenie výšky obstaraného dlhodobého majetku počas účtovného obdobia a súvisiacich odpisov. Výšku obstaraného dlhodobého nehmotného majetku a dlhodobého hmotného majetku počas účtovného obdobia je možné zistiť z poznámok ako súčasti účtovnej závierky. Ďalšou problémovou oblasťou je stanovenie výšky zásob obstaraných v predchádzajúcich obdobiach a v bežnom účtovnom období. Predpokladáme, že interní používatelia účtovnej závierky majú prístup k takýmto informáciám. Vzorec vo veľkej miere zjednodušuje výpočet vplyvu inflácie na údaje vykazované v účtovnej závierke a napomáha k rozhodnutiam o rozdelení výsledku hospodárenia po zdanení.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu grantovej agentúry Vedecká grantová agentúra MŠ SR a Slovenskej akadémie vied (VEGA) č. 1/0512/16 (2016-2018) *„Zachovanie a rast majetkovej podstaty ako relevantný nástroj trvalo udržateľného rozvoja podniku“*.

Literatúra

1. Acemoglu, D., Laibson, D., & List, J. A. (2016). *Macroeconomics* (global ed.). Harlow: Pearson.
2. IASB (2010) *The Conceptual Framework for Financial Reporting.* Retrieved September 08, 2017, from http://www.ifrs.org/issued-standards/list-of-standards/conceptual-framework/
3. Juhászová, Z., Markovič, P., & Mokošová, D. (2014). Fair value and its importance for financial decision-making. *IFRS: global rules & local use: proceedings of the 2Nd International scientific conference, Prague, October 10, 2014*, 64-69.

4. Kowal, J., Conforti, L., Hergt, B. & Marquardt, C. (2017). Producer prices, 2016: goods inflation returns and price increases for services move higher. *MONTHLY LABOR REVIEW.* U.S. Bureau of Labor Statistics, March 2017, https://doi.org/10.21916/mlr.2017.8.
5. Lisý, J., Čaplánová, A., Dziurová, V., Gonda, V., Hontyová, K., Matoušková, E., a kol. (2016). *Ekonómia* (1st ed). Praha: Wolters Kluwer.
6. Pakšiová, R. (2014). *Majetková podstata podniku.* Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.
7. Pakšiová, R., & Kubaščíková, Z. (2015). Business Property of Company and Investments. *Procedia Economics and Finance, 25*, 70-78. doi:10.1016/s2212-5671(15)00714-5.
8. Soukupová, B., Šlosárová, A., Šlosár, R., Juhászová, Z., Krišková, P., Szász, M., & Mateášová, M. (2008). *Účtovníctvo vo finančnom riadení* (1st ed). Bratislava: SÚVAHA.
9. Šlosárová, A., Kadlečíková, O., Kovalčíková, A., & Máziková, K. (2016). *Účtovníctvo* (2. preprac. a dopl. vyd.). Bratislava: Wolters Kluwer.
10. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer.
11. Tumpach, M., & Baštincová, A. (2014). Cost and Benefit of Accounting Information in Slovakia: Do We Need to Redefine Relevance? *European Financial Systems 2014: Proceedings Of The 11Th International Scientific Conference: June 12-13, 2014 Lednice, Czech Republic*, 655-676.
12. Wasseja, M. M., Njoroge, E. & Mwenda, S. N. (2015) Investigation of the Granger Causal Relationship Between Macroeconomic Variables and Stock Prices in Kenya. *International Journal of Business and Economics Research,* 4 (3), 98-108.

Rozsah účetnictví municipálních příspěvkových organizací
The Extent of Accounting Municipal-Semi Budgetary Organizations

Iris Šimíková[1]

Abstrakt

Cílem příspěvku je ověřit vliv reformy účetnictví státu na rozsah vedení účetnictví municipálních příspěvkových organizací jejichž zřizovatelem je kraj. Tyto organizace hospodaří s prostředky veřejného rozpočtu a současně s prostředky vytvořenými svou hlavní a doplňkovou činností. Deklarovanou snahou reformy účetnictví státu bylo zajištění, správných, úplných a včasných informací o hospodaření organizací propojených s veřejnými rozpočty na akruálním principu. Od roku 2004 mohou příspěvkové organizace se souhlasem zřizovatele vést účetnictví ve zjednodušeném rozsahu. Účetnictví v plném rozsahu je právem považováno za optimální průkazný prostředek o hospodářské situaci účetní jednotky. Příspěvek se zaměřuje na rozsah účetnictví organizací, jejichž zřizovatelem je Moravskoslezský kraj. Zkoumá rozsah jejich účetnictví v roce zahájení reformy a rozsah v současném účetním období.

Kľúčové slová

Municipální příspěvková organizace, účetnictví v plném rozsahu, účetnictví ve zjednodušeném rozsahu,

Abstract

The aim of the contribution is to consider the impact of a state accounting reform on the extent of accounting record keeping of municipal semi-budgetary organizations founded by a region. These organizations manage funds from the public budget and also funds created by their main and supplementary activity. The declared goal of the state accounting reform was obtaining correct, complete and timely information about the economic activities of organizations connected to public budgets on the accrual principle. Since 2004, semi-budgetary organizations have been allowed to keep simplified-extent accounting records with the founder's permission. Full-extent accounting is rightfully regarded as an optimal, conclusive indicator of the economic situation of an accounting entity. The contribution focuses on the extent of accounting of organizations which are founded by the Moravian-Silesian Region. It examines the extent of their accounting in the year when the reform began and the extent in the current accounting period.

Key words

Municipal Semi-budgetary Organization, Full-extent Accounting, Simplified-extent Accounting,

JEL classification

M41, M48

1 Úvod

Příspěvek se zaměřuje na problematiku jedné ze dvou částí veřejného sektoru – územní samosprávu. Jak uvádí Kraftová (2002), municipální problematika je nedílnou součástí

[1] Slezská univerzita v Opavě, Obchodně podnikatelská fakulta v Karviné, katedra financí a účetnictví, Karviná, Univerzitní náměstí 1934/3, simikova@opf.slu.cz

veřejného sektoru. Nejčetnějším představitelem poskytovatele služeb municipálního sektoru České republiky jsou příspěvkové organizace. V zahraničí neexistují analogické organizace. V některých zemích Evropské unie fungují veřejné instituce s vazbou na financování ze strany státu – veřejné instituce a ústavy (Francie), veřejné podniky (Německo), veřejnoprávní instituce (Rakousko). Jedinou výjimkou v existenci příspěvkových organizací mimo Českou republiku je Slovenská republika a tento případ považují Lovětínský a Mylková (2011) za logický důsledek dlouhodobého společného vývoje a koncepce veřejného sektoru v obou státech. Příspěvkové organizace se člení z různých aspektů, jedním z nich je hledisko zřizovatele, kterým může být stát (státní příspěvkové organizace) nebo územní samosprávný celek (municipální příspěvkové organizace). Municipální příspěvkové organizace hospodaří se svěřeným majetkem a poskytují široké spektrum služeb ve vymezeném regionu.

Na rozdíl od účetnictví podnikatelských subjektů, bylo a je hospodaření příspěvkových organizací zásadním způsobem napojeno na rozpočet (státní a zřizovatelský). Účtování příjmů a výdajů dříve odpovídalo principu peněžních toků. Jak konstatuje Vodáková (2012), tímto způsobem vedené účetnictví nebylo schopno zachytit veškeré výnosy a náklady. Celý veřejný sektor v minulých letech prošel reformami – jak organizačními, tak účetními. Tyto reformy se odrazily i ve vedení účetnictví.

V rámci projektu „Nové trendy a specifika účetnictví v kontextu legislativních změn v ČR“ se primární výzkum zaměřil na účetnictví municipálních příspěvkových organizací, jejichž zřizovatelem je Moravskoslezský kraj. Cílem příspěvku je ověřit vliv reformy účetnictví státu na rozsah vedení účetnictví municipálních příspěvkových organizací jejichž zřizovatelem je kraj. Zformulovaná výzkumná otázka – zda ovlivnila reforma účetnictví státu rozsah vedení účetnictví vybraných municipálních příspěvkových organizací – by měla potvrdit nebo vyvrátit hypotézu zásadního vlivu reformy účetnictví na některé vybrané účetní jednotky. Úvodní část příspěvku teoreticky identifikuje municipální příspěvkové organizace a analyzuje principy jejich fungování. Následující část se věnuje účetnictví municipálních příspěvkových organizací v kontextu reformy účetnictví státu. V příspěvku jsou využity metody deskripce, analýzy a komparace.

2 Municipální příspěvkové organizace

Vyspělé státy prezentují strukturou neziskového sektoru míru odpovědnosti státního útvaru vůči občanům. Služby poskytované všemi typy organizací neziskového sektoru jsou širokého spektra a fungují na principu neziskovosti. Neziskový sektor se člení na veřejný a soukromý. Existence a rozvoj veřejného sektoru je zdůvodňována povinností státu zabezpečit služby občanům v co největším rozsahu (Salamon, 1995).

Historie příspěvkových organizací na území České republiky začíná v padesátých letech minulého století. Organizace, které měly plnit veřejné úkoly, byly finančně propojeny s organizacemi státní správy a územní správy. Byly příjemci příspěvků z rozpočtů těchto organizací a jejich pojmenování vyšlo z pozice příjemce příspěvků bez vlastních hospodářských aktivit. Zpočátku byly nazývány rozpočtovými organizacemi, později se ustálil název příspěvkové organizace. Většinou jejich zřizovatelem byl stát, případně národní výbory dle tehdejšího regionálního uspořádání. Příspěvkové organizace ve své podstatě fungují do dnešní doby, i když proběhlo množství diskusí a snah o transformaci do jiného útvaru splňujícího požadavky moderní společnosti (Škarabelová, 2014).

V devadesátých letech minulého století proběhly významné změny v rámci České republiky. Transformace socialistického národního hospodářství na tržní principy následně přinesla úpravu i do veřejné správy. Peková, Pilný a Jetmar (2012) považují za hlavní problém tehdejší veřejné správy vysokou míru centralizace rozhodování. Od tohoto principu bylo ustoupeno a od roku 2001 byly pravomoci upraveny s tím, že vztahy mezi státem a územní

samosprávou budou založeny na principu spolupráce. Od roku 2001 úlohu vyšší územní samosprávy převzalo 13 krajů a hlavní město Praha. Souběžně na nižší úrovni decentralizace byly vybrané pravomoci přeneseny na obce. Kroky v oblasti reformy veřejné správy vyvolaly nutnost reformy účetnictví státu. Otrusinová a Kubíčková (2011) připomínají základní principy nakládání s veřejnými prostředky - hospodárnost, efektivnost a účelnost. Z tohoto pohledu je vysvětlitelný dopad reformy veřejné správy na všechny příspěvkové organizace. Vlivem změn legislativních předpisů byly státní rozpočtové organizace transformovány na organizační složky státu, státní příspěvkové organizace byly delimitovány na kraje nebo obce. Analogickým způsobem v rámci platné legislativy došlo k přerozdělování majetku státu na majetek územní samosprávy. Od roku 2002 fungují organizační složky státu jako osoby bez právní subjektivity se stanoveným rozsahem aktivit. Příspěvkové organizace na rozdíl od organizačních složek státu právní subjektivitu získaly a jsou právnickou osobou, což v souladu se zaměřením příspěvku má význam z hlediska vedení účetnictví. Příspěvkové organizace se od roku 2002 člení dle zřizovatele, kterým může být organizační složka státu (stát), nebo územní samosprávný celek (kraj, obec). Zřizovatel má povinnost zaregistrovat příspěvkovou organizaci do obchodního rejstříku. V případě již existujících příspěvkových organizací, byla tato povinnost ohraničena datem 15.07.2001, do kterého nejpozději musel zřizovatel tehdy existujících příspěvkových organizací provést jejich registraci. Současně jsou ze zákona upraveny i podmínky rozdělení, splynutí, sloučení a zrušení příspěvkové organizace.

Zřizování a hospodaření municipálních příspěvkových organizací

Podle Telece (1998) vykazují příspěvkové organizace, v upravené formě, znaky tradičních veřejných ústavů veřejného práva. Do 31.12.2002 vykonávaly funkci jejich zřizovatele okresní úřady. Jelikož ze zákona byla jejich činnost ukončena, došlo k přechodu majetku na kraje a obce. Na základě příspěvků a dotací realizují svou činnost s majetkem dodnes. V souvislosti s reformou veřejné správy nabyly účinnosti od ledna 2001 legislativní předpisy, upravující postavení a úkoly územní samosprávy.

Za základní jednotku územní samosprávy je považována obec v souladu se zákonem č. 128/2000 Sb., o obcích, ve znění pozdějších předpisů. Za vyšší jednotku územní samosprávy je, dle zákona č. 129/2000 Sb., o krajích, ve znění pozdějších předpisů, určen kraj. V souladu s přerozdělováním státního majetku, převzaly obce a kraje majetek, který se stal jejich vlastnictvím, hospodaří s ním, je zdrojem jejich příjmů a mohou jej svěřovat příspěvkovým organizacím v rámci ustanovení zákona č. 250/2000 Sb., o rozpočtových pravidlech územních rozpočtů, ve znění pozdějších předpisů. Kraj je veřejnoprávní korporací, která vlastní majetek s vlastními příjmy a výdaji a hospodaří dle vlastního rozpočtu. Kraj zabezpečuje pro občany vymezeného regionu činnosti v souladu s jejich potřebami a současně kontroluje duplicitu těchto činností ve vztahu k organizacím, jejichž zřizovatelem je organizační složka státu. Obcí a krajem zřizované příspěvkové organizace jsou souhrnně nazývány municipálními příspěvkovými organizacemi. Maderová Voltnerová a Tégl (2011) zdůrazňují rozsáhlost právních předpisů pro územní samosprávu. Některé z nich jsou obecně platné např. z oblasti pracovního, občanského, daňového a účetního práva, vedle nich existuje řada specifických předpisů zaměřených na příspěvkové organizace v souladu s jejich účelem.

Municipální příspěvkovou organizaci má povinnost zaregistrovat její zřizovatel. V souladu se zněním § 23 zákona č. 250/2000 Sb., o rozpočtových pravidlech územních rozpočtů, ve znění pozdějších předpisů, může územní samosprávný celek zřizovat příspěvkové organizace jako právnické osoby, které zpravidla ve své činnosti nevytvářejí zisk. Zřizovatel registraci provádí zápisem do obchodního rejstříku. I když obchodní rejstřík je registrem především podnikatelských subjektů, přesto zůstává současně i registrem příspěvkových organizací. V tomto veřejně dostupném registru jsou uloženy ve Sbírce listin dokumenty

poskytující informace o příspěvkové organizaci od zřízení. Do obchodního rejstříku je založena zřizovací listina, která obsahuje povinné náležitosti, vyplývající z právní subjektivity:

- úplný název zřizovatele
- název, sídlo a identifikační číslo příspěvkové organizace, kdy název nesmí být totožný s názvem jiné příspěvkové organizace
- vymezení hlavního účelu činnosti a tomu odpovídající předmět činnosti
- označení statutárních orgánů a způsob jejich vystupování jménem organizace
- vymezení majetku zřizovatele, který se příspěvkové organizaci předává k hospodaření (svěřený majetek)
- vymezení práv, které organizaci umožní plnit se svěřeným majetkem hlavní účel k němuž byla zřízena
- okruhy doplňkové činnosti navazující na hlavní účel příspěvkové organizace
- vymezení doby, na kterou je organizace zřízena.

Povinnost sestavení zřizovací listiny vyplývá z ustanovení § 27 zákona č. 250/2000 Sb. a zřizovatel mé povinnost provést tento úkon. Ve zřizovací listině musí být uveden úplný název zřizovatele včetně identifikačního čísla. Pokud by byla zřizovatelem obec, je nezbytné uvést i zařazení do okresu (přes jejich anulaci) z důvodů existence obcí totožných názvů. Identifikace příspěvkové organizace musí být provedena jednoznačně a musí být připojeno označení právní formy – příspěvková organizace. Vymezení hlavního účelu odpovídá rámci působnosti územní samosprávy, jeho aktuální kodifikace vychází z klasifikací Českého statistického úřadu. Klasifikace byly upravovány v souladu s mezinárodními předpisy. V současnosti je aktuální klasifikace funkcí vládních institucí CZ-COFOG (Classification of the Functions of Government), která je národní verzí mezinárodního standardu a je součástí systému národních účtů. Tato klasifikace se vztahuje na sektor vládních institucí jehož součástí jsou vlivem napojení na státní rozpočet všechny příspěvkové organizace. Statutární osobou zastupující příspěvkovou organizaci bývá zpravidla jedna osoba (ředitel/ředitelka), tato osoba je oprávněna činit právní úkony v rámci stanovených kompetencí (Pospíšil, 2016). Důležitou součástí zřizovací listiny je vymezení majetku. V průběhu činnosti příspěvkové organizace zřizovatel svěřuje další majetek, případně souhlasí s vyřazováním majetku nepotřebného (Pospíšil a Šimíková, 2017). Proto je nezbytný každoroční inventurní soupis svěřeného majetku. Hlavní účel činnosti příspěvkové organizace má charakter neziskové činnosti, ale neznamená to, že by nemohl být v hlavní činnosti vytvořen zisk. Tento vytvořený kladný přebytek v hospodaření musí být použit v rámci hlavní činnosti. Opět rozhodnutím zřizovatele může, ale nemusí příspěvková organizace, vedle hlavní činnosti, provozovat i činnost doplňkovou (hospodářskou). V této činnosti musí být dosahován kladný výsledek a ten je použit na „doplnění“ financování hlavní činnosti. Doplňkovými činnostmi bývá zejména: pronájem (u všech typů příspěvkových organizací), kopírovací služby, vazby (knihovny), pořádání kurzů, seminářů, kulturních akcí (školy, muzea, divadla), odborné semináře (zdravotnická zařízení, sociální zařízení). Z aspektu poskytování spektra služeb pro občany jsou příspěvkové organizace zpravidla zřizovány na dobu neurčitou a nedochází k jejich rušení. Může ale docházet vlivem úbytku občanů k jejich slučování, příkladem jsou školská zařízení.

Stejně jako zřizování a fungování příspěvkových organizace je stejným zákonem upravena oblast jejich hospodaření. Příspěvková organizace hospodaří s finančními prostředky:

- získanými vlastní činností
- přijatými z rozpočtu svého zřizovatele
- přijatými prostřednictvím rozpočtu svého zřizovatele ze státního rozpočtu
- svých fondů

- z bezúplatných převodů (darů) od fyzických nebo právnických osob
- z Národního fondu a ze zahraničí.

Veškeré takto nabyté prostředky se označují terminologickým pojmem „transfery“ a jsou specifikem veřejného sektoru. Příspěvkové organizace jsou zřizovány za účelem zpravidla nerentabilních služeb, stojících mimo zájem podnikatelského sektoru. Jelikož hospodaří se svěřeným majetkem a finančními prostředky, jejich hospodaření je upraveno nejen zákonem, ale dalšími konkrétními pravidly, které pro ně vydává jejich zřizovatel (pokyny, směrnice). V případě hospodaření příspěvkových organizací je převážná část úkonů vázána na souhlas zřizovatele (nákup majetku, jeho využívání apod.) což spolu s odborným zaměřením statutární osoby může někdy vést k demotivujícímu přístupu. Právě oblast pravomocí bývá často příčinou diskusí o oprávněnosti postavení a kompetencí příspěvkových organizací (Mitwallyová, 2014). Zřizovatel vymezuje práva a povinnosti, stanovuje finanční plán a další závazné ukazatele. Pokud je činnost doplňková, navazuje na činnost hlavní s cílem hospodárně využívat svěřený majetek a dispoziční lidské zdroje. Hospodaření příspěvkové organizace vychází ze zákona o rozpočtových pravidlech územních rozpočtů. Rozpočet vždy schvaluje zřizovatel, je vyrovnaný. Na hospodaření mají vliv v zásadě prvky, které samotná příspěvková organizace nemůže ovlivnit a které ovlivnit sama může. Hlavní účel činnosti finančně zabezpečuje zřizovatel. Příjmy z doplňkové činnosti, příjmy z projektů a grantů a dary, však závisí na manažerské schopnosti statutární osoby. Strzelecká (2015) poukazuje na další možnosti v oblasti příjmů a současně potvrzuje podceňování problematiky příjmů v oblasti daní a využívání možných prostředků ze strany příspěvkových organizací. Komplexní kontrolu hospodaření příspěvkové organizace provádí zřizovatel, který má povinnost kontrolovat hospodaření s veřejnými prostředky. Veškeré oblasti hospodaření příspěvkové organizace jako celku zaměřeného na více činností kompletně zobrazuje účetnictví.

Municipální příspěvkové organizace Moravskoslezského kraje

Moravskoslezský kraj byl pod názvem Ostravský kraj vytvořen ze zákona k prvnímu lednu 2000. K prvnímu květnu 2001 byl jeho název změněn na Moravskoslezský kraj (dále jen MSK). Zaujímá rozlohu 5 427 km^2 s počtem obyvatel přes jeden milion. Skládá se z 300 obcí, z toho je 5 statutárních měst, 35 měst a 3 městysů. Jde o kraj s hustou mírou osídlení, se silným zastoupením průmyslu se všemi pozitivními i negativními důsledky. MSK je zřizovatelem příspěvkových organizací, které zřizují jednotlivé odbory dle organizační struktury MSK (např. odbor školství, mládeže a sportu, odbor sociálních věcí, odbor kultury a památkové péče a další). V rámci reformy státní správy převzal kraj původní státní příspěvkové organizace, vytvořil vlastní. V Tabulce č. 1. je celkový přehled o počtech těchto organizací ve sledovaných obdobích.

Tab. 1: Počet municipálních příspěvkových organizací zřizovaných MSK

Rok (k 31.12.)	2002	2003	2010	2016
Počet PO	299	332	256	222

Zdroj: http://wwwinfo.mfcr.cz/cgi-bin/raris/vyberSestavy.pl; vlastní zpracování

Z tabulky jsou patrné klíčové etapy v počtech příspěvkových organizací. V roce 2002 figurovaly v seznamu příspěvkové organizace, jejichž zřizovatelem byl, dle minulého uspořádání regionální správy, Severomoravský kraj. V roce 2003 proběhly delimitace státních příspěvkových organizací na MSK a jejich počet vzrostl skokově. Rok 2010 je uveden v tabulce pro potřebu pohledu na počet příspěvkových organizací z aspektu započetí reformy účetnictví státu. V letech 2003-2016 dochází k pozvolnému snižování počtu příspěvkových organizací.

Toto snižování není zapříčiněno jejich rušením, ale slučováním. Typickým příkladem slučování jsou příspěvkové organizace v oblasti vzdělávání. Dochází ke slučování základních škol s mateřskými školami, dochází ke slučování středních škol.

Ve zkoumaném vzorku 222 příspěvkových organizací jsou zastoupeny oblasti sociálních, zdravotních, vzdělávacích, kulturních a ostatních služeb jak je patrno z následující tabulky.

Tab. 2: Struktura municipálních příspěvkových organizací zřizovaných MSK

Kód CZ-COFOG	**Název klasifikace funkce**	**Počet PO MSK**
04.2.1	Zemědělství	1
04.3.5	Elektrická energie	1
04.5.1	Silniční doprava	1
07.2.4	Ambulantní zdravotní péče ostatní	2
07.3.1	Ústavní zdravotní péče všeobecná	5
07.3.2	Ústatní zdravotní péče specializovaná	1
07.3.4	Služby sanatorií, kojenecké ústavy, zotavovny, LDN	1
07.4.0	Veřejné zdravotnické služby	1
08.2.0	Kulturní služby	7
09.1.1	Preprimární vzdělávání	5
09.2.1	Nižší sekundární vzdělávání	27
09.2.2	Vyšší sekundární vzdělávání	88
09.5.0	Vzdělávání nedefinované dle úrovně	37
09.6.0	Vedlejší služby ve vzdělávání	3
10.1.2	Invalidita	9
10.2.0	Stáří	11
10.4.0	Rodina a děti	16
10.7.0	Sociální pomoc jinde neuvedená	6

Zdroj: http://monitor.statnipokladna.cz/2017/kraje/krajsky-urad/70890692#prispevkove-organizace; vlastní zpracování

Při bližším pohledu na strukturu je vidět jejich seřazení dle hlavní činnosti. Nejčetnější zastoupení mají tradičně služby ve vzdělávání. Vyšší sekundární vzdělávání představují střední školy, vzdělávání nedefinované úrovně základní umělecké školy a na třetím místě v počtu je nižší sekundární vzdělávání představované základními školami. Po vzdělávání následují sociální věci se svými dětskými domovy, seniorskými domovy a poradnami. Kulturní služby představují muzea a divadla. Ve zdravotnictví je kraj zřizovatelem pěti nemocnic a dalších zdravotnických zařízení. Kraj zajišťuje pro své obyvatele služby záchranné služby, správy silnic. V této oblasti služeb se jedná již jen o jednotlivé příspěvkové organizace. Příspěvková organizace vlivem svého právního postavení je dle zákona o účetnictví považována za účetní jednotku s povinností vést účetnictví od svého zřízení – tedy zápisem do obchodního rejstříku. Jak vysvětluje Nováková (2013), jedním z důsledků reformy účetnictví státu je vznik terminologického pojmu vybrané účetní jednotky, do kterých od ledna 2010 patří organizační složky státu, státní fondy dle rozpočtových pravidel, Pozemkový fond České republiky, územní

samosprávné celky, dobrovolné svazky obcí, Regionální rady regionů soudržnosti, příspěvkové organizace a zdravotní pojišťovny.

3 Účetnictví municipálních příspěvkových organizací

Jedním z důsledků převratných změn v minulém století, které ovlivnily celé národní hospodářství, bylo vydání zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví. Zákon nabyl účinnosti prvním lednem 1992. Jednalo se o první zákon, který komplexně upravoval oblast účetnictví. Prokůpková a Svoboda (2014) podtrhují celosvětově uznávanou a nezastupitelnou úlohu účetnictví spočívající v poskytování informací svým uživatelům. Pokud je subjekt uznán za účetní jednotku, vztahuje se na něj povinnost vést účetnictví. Příspěvkové organizace byly ze zákona uznány za účetní jednotky a mohly vést účetnictví jednoduché, pokud jejich objem ročního výdajového rozpočtu nepřesáhl 500 000 Kčs. Pokud tuto hranici překročily, musely vést účetnictví podvojné. Z aspektu vedení účetnictví se jedná o první etapu této povinnosti pro příspěvkové organizace. Tato etapa je charakteristická evidováním výdajů a příjmů v závislosti na roční rozpočet. Povinnosti spojené s vedením jednoduchého účetnictví byly upraveny v zákonu o účetnictví. Primární povinností bylo vedení účetních knih, kterými pro příspěvkové organizace byly:

- peněžní deník
- kniha pohledávek a závazků
- pomocné knihy o ostatních složkách majetku a závazcích z pracovněprávních vztahů, pokud pro ně mají použití.

Tato situace trvala u příspěvkových organizací do konce roku 2003 a prošla etapami reforem veřejné správy bez změny povinnosti ve vedení účetnictví.

S účinností od ledna 2004 (tedy od roku vstupu ČR do EU) vyšla novela zákona o účetnictví, která ukončila možnost vést jednoduché účetnictví příspěvkovými organizacemi a převedla je pod povinnost vedení účetnictví. Prokůpková a Svoboda (2014) vyzdvihují informace poskytované účetnictvím a považují je za základ moderního pojetí účetnictví veřejné správy. Z aspektu vedení účetnictví se jedná o druhou etapu této povinnosti pro příspěvkové organizace. Od ledna 2004 současně vznikla ze zákona možnost výběru ze dvou způsobu vedení účetnictví. Klasické účetnictví podvojné bylo zákonem nazváno účetnictví v plném rozsahu a vybraným účetním jednotkám, které splňovaly stanovené podmínky, bylo povoleno vést účetnictví ve zjednodušeném rozsahu. Od roku 2004 tak mohly i územní samosprávné celky a dobrovolné svazky obcí účtovat ve zjednodušeném rozsahu, v případě příspěvkové organizace byla stanovena podmínka, kterou byl souhlas zřizovatele. Účetnictví veřejného sektoru v tuto dobu tedy používalo oba způsoby v rámci legislativních předpisů. Účetním jednotkám vedoucím zjednodušený rozsah byly zákonem stanoveny výjimky, jejichž používání nebylo považováno za porušení věrného zobrazení skutečnosti. Oba způsoby byly postaveny na stejnou úroveň, i když výstupy ze zjednodušeného rozsahu byly méně podrobné a rozsáhlé než výstupy z plného rozsahu. Účetní jednotky vedoucí účetnictví ve zjednodušeném rozsahu:

- sestavovaly účtový rozvrh v členění pouze na účtové skupiny
- mohly spojit účtování v deníku s účtováním v hlavní knize
- nemusely používat metody vyjadřující rizika a možné ztráty, např. opravné položky a rezervy, ale účetní odpisy musely používat
- nemusely vést analytické účty a knihu podrozvahových účtů.

Na rozdíl od zjednodušeného rozsahu bylo účetnictví v plném rozsahu bráno jako nástupce účetnictví podvojného a název podvojné účetnictví přetrval v účetní terminologii do dalších let. Vedení účetnictví ve zjednodušeném rozsahu bylo zaměňováno s účetnictvím jednoduchým, které od roku 2004 bylo legislativně zrušeno, ale vlivem výjimek přetrvalo v úzkém okruhu nestátních neziskových organizací až do svého znovuobnovení od roku 2016.

Hruška (2011) polemizuje o potřebnosti literatury pro vedení účetnictví ve zjednodušeném rozsahu s tím, že se jedná o marginální záležitost pro autory publikující ve spektru účetní problematiky.

V souvislosti s narůstajícími povinnostmi kladenými na účetnictví veřejného sektoru bylo přikročeno k realizaci reformy účetnictví státu. Přechod od účetnictví na principu peněžních toků k účetnictví akruálnímu znamená víceletý proces, jednotlivé kroky reformy byly rozfázovány na několik let a musela se uskutečnit řada legislativních změn v příslušných předpisech. Chan (2006) rozlišuje stupně akruálního účetnictví, srovnáním tohoto členění se skutečností vybrala Česká republika úplné (radikální) akruální účetnictví. Reforma byla nastartována usnesením vlády České republiky z roku 2007 k vytvoření účetnictví státu. Změnou zákona o účetnictví byly účetní jednotky státního sektoru pojmenovány vybranými účetními jednotkami s používanou zkratkou VÚJ, která se v následujících letech stala synonymem pro stanovený okruh účetních jednotek provázaných se státním rozpočtem. Status vybrané účetní jednotky získaly i příspěvkové organizace. Prvním krokem reformy byla změna směrné účtové osnovy a tvorba převodových můstků stávajících rozvahových účtů na účty nové. Směrná účtová osnova pro vybrané účetní jednotky je členěna až na úroveň syntetických účtů a toto členění je povinné. Každá účetní jednotka má povinnost sestavit svůj účtový rozvrh, ve kterém vede potřebné členění na analytické účty, nezbytné pro věrné a poctivé zobrazení předmětu účetnictví. Toto musely provést i příspěvkové organizace vedoucí zjednodušený rozsah účetnictví.

Od roku 2010 kontinuálně probíhá rozfázovaná reforma účetnictví státu. Pro skupinu pojmenovanou vybrané účetní jednotky začala vycházet řada legislativních předpisů. Zákon o účetnictví byl novelizován (s účinností od 01.01.2011), původní vyhláška upravující vedení účetnictví byla zrušena a nahrazena novou a postupně vycházely České účetní standardy. Paralelně s upravovanými účetními předpisy začaly vycházet naprosto nové – do té doby nepoužívané ve veřejné správě. Požadavek na vytvoření centrálního systému účetních informací (CSÚIS) přinesl úpravy v oblasti nových částí a nových vzorů účetní závěrky. Novými částmi se staly přehled o peněžních tocích a přehled o změnách vlastního kapitálu. Zde je nezbytné připomenout, že pokud příspěvková organizace vede účetnictví ve zjednodušeném rozsahu, tyto části účetní závěrky nemusí sestavovat. Návazně se měnily metody a postupy účtování. Přitom, jak podotýkají Juráňová a Juhászová (2017), jsou rozdíly v účtování municipálních příspěvkových organizací a příspěvkových organizací zřizovaných organizační složkou státu. Náročnost činností a přiznaná malá připravenost tvůrců reformy způsobila značné časové posuny v reformě. Poslední fází měla být konsolidace a sestavení účetních výkazů ze Českou republiku jako konsolidační celek, ale docházelo k posunům termínů a dalším problémům.

Přesto i tyto práce spojené s přestupem na akruálním účetnictví musely a musí uplatňovat municipální příspěvkové organizace. Rozdíl mezi požadavky na vedení jejich účetnictví je markantní. Bylo možno předpokládat, že z důvodů rostoucích nároků na vypovídací schopnost účetnictví budou tyto organizace přecházet na plný rozsah, minimálně ty, u kterých došlo ke slučování do větších celků, nebo ty, které jsou příjemci velkých finančních prostředů a svěřených majetků. Morávek a Prokůpková (2016) uvádí k rozsahu vedení účetnictví příspěvkových organizací, že dle jejich názoru většina vede účetnictví v plném rozsahu a příspěvkové organizace vedoucí účetnictví ve zjednodušeném rozsahu se přestanou vyskytovat.

4 Výsledky práce a diskuse

Účetnictví ve zjednodušeném rozsahu je přetrvávajícím specifikem účetního systému České republiky. Od roku 2004 je postaveno variantně na rovnocennou úroveň účetnictví pro účetní jednotky, u nichž lze předpokládat současně malou hodnotu majetku a malý obrat. V dalších letech taxativně určený okruh účetních jednotek nebyl rozšířen (v oblasti veřejné správy). Naopak - v souvislosti se započetím reformy účetnictví státu, byla zrušena možnost vést zjednodušený rozsah pro územní samosprávné celky a dobrovolné svazky obcí (od ledna 2010). Příspěvkovým organizacím však tato možnost byla ponechána, nebyla změněna ani dikce podmínky – vedení zjednodušeného rozsahu je vázáno na souhlas (rozhodnutí) zřizovatele. Zde jde o markantní rozdíl v přístupu k vedení reformou procházejícího účetnictví. Od té doby lze pozorovat diskuse na téma zrušení právní formy příspěvkové organizace (možná že tato verze byla chystána).

Municipální organizace ze aspektu reformy státní správy prošly reformou svého organizačního uspořádání, které jim přineslo postavení právnické osoby a dle registrace v obchodním rejstříku by se dalo usuzovat, že jde o právnickou osobu, v níž rozhoduje statutární osoba. Vlivem rozporu mezi kompetencí zřizovatele rozhodovat o fungování a hospodaření příspěvkové organizace a záměrem statutární osoby optimálně řídit příspěvkovou organizaci, dochází někdy nesouladu dvou koncepcí. Avšak dle právního postavení příspěvkové organizace je realizován vždy záměr zřizovatele. Municipální příspěvkové organizace jsou příjemci veřejných prostředků, v případě zdravotnických zařízení, vysokých hodnot. Přesto jim zůstala možnost účtovat v rozsahu, který je sice dle zákona o účetnictví postaven na rovnocennou úroveň s plným rozsahem, ale v důsledku výjimek, má nižší vypovídací schopnost. Očekávané změny v omezení používání rozsahu vedení účetnictví ale nenastaly.

Situace, kdy příspěvkové organizace nezměnily rozsah vedení účetnictví je patrná i z pohledu municipálních příspěvkových organizací, jejichž zřizovatelem je MSK. Sledovaný vzorek všech 222 příspěvkových organizací dle oficiálních údajů vede zjednodušený rozsah. Byla provedena analýza dostupných centrálně shromažďovaných informací. Ani u jedné z 222 příspěvkových orgnaizací není uveden plný rozsah účetnictví. Na dotaz – zda údaje jsou věrohodné - správce oficiálního portálu Ministerstva financí Monitor odpověděl, že ano. Odpověď byla doplněna o informaci, že na četných seminářích je opakovaně doporučováno příspěvkových organizacím přejít na plný rozsah účetnictví. Realita je však jiná – reforma účetnictví státu dosud neměla vliv na změny v rozsahu vedení účetnictví municipálních příspěvkových organizací. Příčiny tohoto jednání budou zkoumány v dalších letech realizace projektu „Nové trendy a specifika účetnictví v kontextu legislativních změn v ČR“.

V účetnictví municipálních účetních jednotek jsou zachyceny transakce se svěřeným majetkem, transfery, hospodářský výsledek a další množství informací, které účetnictví poskytuje svým uživatelům. Účetnictví v postavení reprezentanta provázané a komplexní informační soustavy by mělo být používáno ve verzi plného rozsahu. Požadavek na navrácení osvědčeného terminologického pojmu podvojné účetnictví vychází z historických kořenů, v důsledku kterých má pojem účetnictví svou váhu. Účetnictví je právem považováno za historicky zformovanou ekonomickou bázi, bez níž si nejde představit jakoukoliv ekonomickou činnost. Účetnictví jednoduché by následně vhodně doplnilo komplet národního účetního systému, který již zde byl a osvědčil se. Tento návrh je podložen faktem, že od roku 2004 bylo účetnictví jednoduché v České republice zrušeno a po letech stagnace a přežívání bylo od roku 2016 znovuobnoveno. Pro argumenty funkčnosti národního účetního systému tvořeného účetnictvím podvojným a jednoduchým lze využít poznatků z účetního systému Slovenské republiky, kontinuálně budovaného od roku 1993.

5 Závěr

Municipální příspěvkové organizace měly v minulosti, a udržely do současnosti, úlohu významného poskytovatele služeb regionálního významu. Ve své pozici producenta neziskových služeb formovaných územní samosprávou, prošly vývojem a reorganizací, přesto nadále zůstávají synonymem pro garantované služby, požívající důvěry občanů. Úzkou vazbou na rozpočet svého zřizovatele, a tedy i na státní rozpočet, představují organizace typické pro municipální sektor.

Na účetnictví municipálních příspěvkových organizací, formované vstupem České republiky do Evropské unie, jsou kladeny nároky nesrovnatelné s předchozí podobou jejich účetnictví. V počátcích jednoduchá evidence rozpočtových příjmů a výdajů se postupně změnila v obrovský komplex povinných úkonů a výstupů pro uživatele. Metodicky nezvládnuté úpravy vedly k časovým posunům rozfázované reformy. V rozporu s množstvím povinností spojených s novou podobou účetnictví státu, však nebyla zrušena pro příspěvkové organizace možnost vést účetnictví ve zjednodušeném rozsahu. Jak ukázal průzkum, příspěvkové organizace setrvávají na volbě této možnosti.

V dlouhodobém časovém horizontu se ukazuje nevhodnost změn v účetnictví od roku 2004. Mělo být ponecháno účetnictví jednoduché pro účetní jednotky, jejichž hodnota majetku a současně výše příjmů je z hlediska národního hospodářství nevýznamná. Pro ostatní účetní jednotky měla být stanovena povinnost vést účetnictví podvojné se všemi historií ověřenými atributy. Národní účetní systém - tvořený soustavou jednoduchého a podvojného účetnictví – by nebyl přerušen ve vývoji a mohl se kontinuálně rozvíjet až do současnosti.

Tento příspěvek vznikl za podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci Institucionální podpory na dlouhodobý koncepční rozvoj výzkumné organizace v roce 2017.

Literatura

1. Chan, J. L. (2006). *IPSAS and Government Accounting Reform in Developing Countries.* Available from http://blog-pfm.imf.org/files/chan2006ipsasgafdc.pdf.
2. Hruška, V. (2011). *Účetnictví ve zjednodušeném rozsahu pro podnikatele.* Praha: 1.VOX.
3. Juráňová, H. & K. Juhászová. (2017). *Účetnictví pro veřejnou správu.* Olomouc: ANAG.
4. Kraftová, I. (2002). *Finanční analýza municipální firmy.* Praha: C.H. Beck.
5. Lovětínský, V. & P. Mylková. (2011). Fungování příspěvkových organizací v České republice a vybraných zemích Evropy. Parlament ČR: *Parlamentní institut,* duben 2011. Available from http://www.avpo.cz/sdata/prispevkove_organizace_v_CR_a_EU_78.pdf.
6. Maderová Voltnerová, K. & P. Tégl. (2011). *Vztahy mezi zřizovatelem a příspěvkovou organizací ÚSC.* Olomouc: ANAG.
7. Mitwallyová, H. (2014). Mají příspěvkové organizace v dnešní době své opodstatnění? *Právník, 153* (9), 772-792.
8. Morávek, Z. & D. Prokůpková. (2016). *Příspěvkové organizace 2016-2017.* Praha: Wolters Kluwer ČR.
9. Nováková, Š. (2013). *Reforma účetnictví ve vybraných účetních jednotkách – účetnictví příspěvkových organizací.* Praha: Oeconomica.
10. Otrusinová, M. & D. Kubíčková. (2011). *Finanční hospodaření municipálních účetních jednotek.* Praha: C.H.Beck.
11. Peková, J., J. Pilný. & M. Jetmar. (2012). *Veřejný sektor – řízení a financování.* Praha: Wolters Kluwer ČR.
12. Pospíšil, P. (2016). Odpovědnost za hospodaření příspěvkové organizace obce – II. Za co odpovídá ředitel a co kontroluje zřizovatel. *UNES - účetnictví a daně pro územní*

samosprávné celky, příspěvkové organizace, organizační složky státu a nevýdělečné organizace, *Wolters Kluwer ČR, (2016)* 5, 14 - 16.
13. Pospíšil, P. & I. Šimíková. (2017). Disproportion in application of book and tax depreciation of municipal semi-budgetary organizations. *Proceedings of the 21st International Conference Curent trends in Public Sector Research*. Brno: Masaryk University.
14. Prokůpková, D. & M. Svoboda. (2014). *Jak číst účetní výkazy vybraných účetních jednotek.* Praha: Wolters Kluwer ČR.
15. Salamon, L.M. (1995). *Partners in Public Service.* London: John Hopkins University.
16. Strzelecká, M. (2015). Významné vlivy formující hospodaření příspěvkové organizace. *Acta Academica Karviniensia, 2015* (4), 89-103.
17. Škarabelová, S. (2014). Příspěvkové organizace jako konkurent nestátním neziskovým organizacím. Vláda České republiky: Available from: /www.vlada.cz/assets/ppov/rnno/dokumenty/studie_skarabelova_prispevkove_organizace_pro_web.pdf.
18. Telec, I. (1998). Adaptace a transformace nadací. *Právní praxe v podnikání. 7* (6), 1.
19. Vodáková, J. (2012). *Akruální účetnictví ve veřejném sektoru.* Praha: Wolters Kluwer ČR.
20. Ministerstvo financí ČR. (2017). *ARISweb. Available from: http://wwwinfo.mfcr.cz/aris/.*
21. Ministerstvo financí ČR. (2017). Monitor. (2017). Available from: *http://monitor.statnipokladna.cz/2017/kraje/krajsky-urad/70890692#prispevkove-organizace.*
22. Moravskoslezský kraj. (2017). Available from: https://www.msk.cz/verejna_sprava/urad.html.
23. Český statistický úřad. (2017). Available from: *https://www.czso.cz/csu/czso/instituce_ktere_klasifikace_pokryva_cz_cofog.*
24. Zákon č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů.
25. Zákon č. 250/2000 Sb., o rozpočtových pravidlech územních rozpočtů, ve znění pozdějších předpisů.
26. Zákon č. 128/2000 Sb., o obcích, ve znění pozdějších předpisů.
27. Zákon č. 129/2000 Sb., o krajích, ve znění pozdějších předpisů.
28. Zákon č. 304/2013 Sb., o veřejných rejstřících právnických a fyzických osob, ve znění pozdějších předpisů.
29. Vyhláška č. 410/2009 Sb., kterou se provádějí některá ustanovení zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, pro některé vybrané účetní jednotky.
30. České účetní standardy pro některé vybrané účetní jednotky, které vedou účetnictví podle vyhlášky č. 410/2009 Sb.

Významnosť ako atribút užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov
Materiality as the attribute of useful accounting information for users

Anna Šlosárová[1]

Abstrakt
Informácie prezentované v účtovnej závierke by mali byť pre používateľa užitočné. Užitočnosť informácií z účtovníctva sa posudzuje aj z hľadiska ich významnosti. Informácia sa považuje za významnú, ak by jej neuvedenie v účtovnej závierke alebo jej chybné uvedenie v účtovnej závierke mohlo ovplyvniť úsudok alebo rozhodovanie používateľa. V tomto poňatí sa prelína významnosť ako kvalitatívna charakteristika informácií z účtovnej závierky a ako účtovná zásada. V príspevku analyzujeme významnosť ako atribút užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov z hľadiska požiadaviek používateľa. Následne analyzujeme významnosť ako atribút užitočných informácií pre používateľa z hľadiska zostavovateľa účtovnej závierky (t. j. ako účtovnú zásadu). Komparáciou identifikujeme prienik v poňatí významnosti ako kvalitatívnej charakteristiky a ako účtovnej zásady. V závere konštatujeme aj to, že nedôslednosť terminológie a jej praktickej aplikácie vplýva na možnosť rôznej interpretácie významnosti ako atribútu užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov.

Kľúčové slová
významnosť informácií z účtovníctva, užitočnosť informácií z účtovníctva, kvalitatívne charakteristiky informácií z účtovníctva, účtovné zásady

Abstract
Information presented in the financial statements should be useful for the user. The usefulness of accounting information is considered from the materiality point of view. Information is considered material if the failure to present it in the financial statements or its misrepresentation in the financial statements may influence the user´s judgment or decision. In this context the materiality as qualitative characteristics of financial statements information overlaps with materiality as the accounting principle. In the paper we analyse the materiality as the attribute of useful accounting information for users from the users´ requirements point of view. Then we analyse materiality as the attribute of useful information for users from the preparer of financial statements point of view (as the accounting principle). By comparison we identify the concept intersection of materiality as the qualitative characteristic and as the accounting principle. In the conclusion we state that the inconsistency of terminology and its practical application influences the different interpretation of materiality as attribute of useful accounting information for users.

Key words
materiality of accounting information, usefulness of accounting information, qualitative characteristics of accounting information, accounting principles

JEL classification
M40, M41

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: anna.slosarova@euba.sk.

1 Úvod

Na informáciách prezentovaných v účtovnej závierke sú zainteresované dve hlavné skupiny subjektov, a to:

- zostavovatelia účtovnej závierky, ktorí sú zodpovední za vedenie účtovníctva, zostavenie účtovnej závierky a jej zverejnenie; sú v podstate internými používateľmi informácií z účtovníctva,

a

- externí používatelia informácií z účtovnej závierky, ktorí na základe informácií získaných zo zverejnených údajov účtovníctva prostredníctvom účtovnej závierky prijímajú rozhodnutia vo vzťahu ku konkrétnej účtovnej jednotke.

Používatelia informácií z účtovníctva vyžadujú, aby informácie, ktoré konkrétna účtovná jednotka prezentuje v účtovnej závierke, boli pre ich rozhodovanie užitočné. Užitočnosť informácií z účtovníctva sa posudzuje aj z hľadiska ich významnosti. Informácia sa považuje za významnú, ak by jej neuvedenie v účtovnej závierke alebo jej chybné uvedenie v účtovnej závierke mohlo ovplyvniť úsudok alebo rozhodovanie používateľa. V tomto poňatí sa prelína významnosť ako kvalitatívna charakteristika informácií z účtovnej závierky a ako účtovná zásada.

Príspevok je zameraný na významnosť ako atribút užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov s cieľom poukázať na rôzne prístupy k jej vymedzeniu v národnej a nadnárodnej úprave účtovníctva. Na tento účel najskôr analyzujeme významnosť ako atribút užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov z hľadiska požiadaviek používateľa, t. j. ako kvalitatívnu charakteristiku informácií z účtovníctva. Potom analyzujeme významnosť ako atribút užitočných informácií pre používateľa z hľadiska zostavovateľa účtovnej závierky, t. j. ako účtovnú zásadu. Obidve analýzy vychádzajú zo štyroch úprav účtovníctva, a to: US GAAP, IFRS, Smernice o účtovných závierkach a slovenskej právnej úpravy účtovníctva podnikateľov. Komparáciou identifikujeme prienik v poňatí významnosti ako kvalitatívnej charakteristiky a ako účtovnej zásady, ktorý uvádzame v závere príspevku. Konštatujeme tu aj to, že nedôslednosť terminológie a jej praktickej aplikácie vplýva na možnosť rôznej interpretácie významnosti ako atribútu užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov.

2 Významnosť ako kvalitatívna charakteristika informácií z účtovníctva

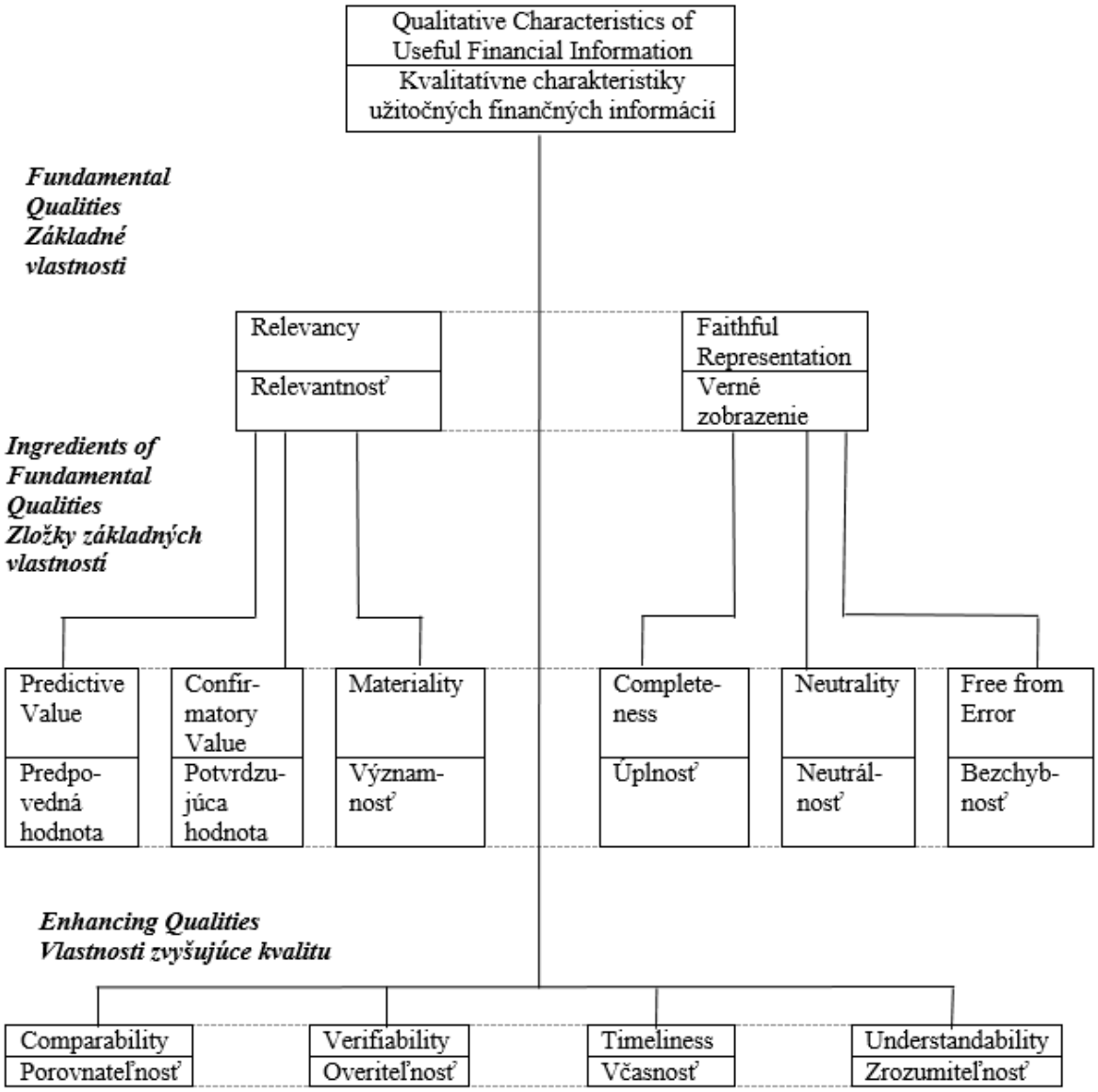
Užitočnosť informácií z účtovníctva charakterizujú ich vlastnosti, ktoré sa označujú ako kvalitatívne charakteristiky.

Základné vlastnosti užitočných finančných informácií prezentovaných v účtovnej závierke podľa **US GAAP** sú relevantnosť a verné zobrazenie. Každá z týchto vlastností sa zabezpečuje tak, že spĺňa ďalšie požadované vlastnosti, ktoré sa v US GAAP označujú ako zložky základných vlastností. Kvalita relevantných a verne zobrazených informácií sa zvyšuje, ak spĺňajú ďalšie vlastnosti, označené ako vlastnosti zvyšujúce kvalitu informácií z účtovníctva. Kvalitatívne charakteristiky užitočnej finančnej informácie podliehajú obmedzeniu, ktorým je vzťah medzi nákladom a prínosom tejto informácie.

Hierarchia kvalitatívnych charakteristík užitočných finančných informácií podľa US GAAP je uvedená v schéme 1. Zo schémy 1 je zrejmé, že *významnosť* je zložka základnej vlastnosti užitočných finančných informácií, a to relevantnosti. Informácia je pre rozhodovanie používateľa relevantná, ak má rozhodujúci vplyv na jeho schopnosť rozhodovať sa o budúcich udalostiach alebo na potvrdenie toho, čo očakával, prípadne na opravu, resp. úpravu jeho očakávaní. Relevantnosť informácie znižuje hodnotenie rozhodovania o neistote výsledku rozhodnutia, aj keď nemôže zmeniť samotné rozhodnutie. Informácie sú relevantné, ak poskytujú poznatky týkajúce sa (Flood, 2014):

- minulých udalostí – potvrdzujúca hodnota. Zverejnené informácie sú relevantné, pretože poskytujú informácie o minulých udalostiach;
- budúcich udalostí – predpovedná, prediktívna hodnota, a ak sú včasné. Prediktívna hodnota finančných informácií neznamená, že takéto informácie sú predpoveďou, ale je nástrojom na vytvorenie prediktívneho modelu, t. j. vstupnou informáciou pre vytvorenie modelu do budúcnosti.

Schéma 1: Kvalitatívne charakteristiky užitočných finančných informácií podľa US GAAP



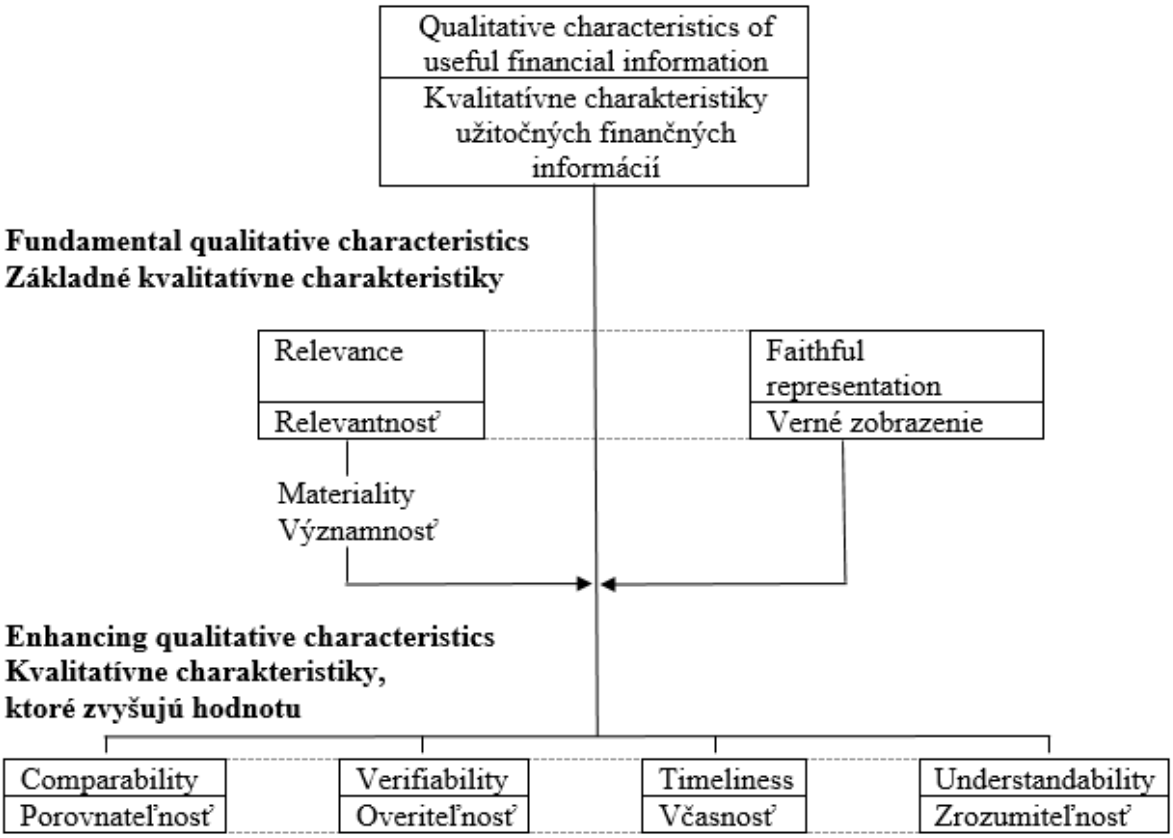
Zdroj: Flood, 2014, s. 19. Preklad: autorka.

V **IFRS** sú kvalitatívne charakteristiky užitočných finančných informácií riešené v koncepčnom rámci finančného vykazovania. Členia sa na dve skupiny:

- základné kvalitatívne charakteristiky,
- kvalitatívne charakteristiky, ktoré zvyšujú hodnotu informácií.

Hierarchia kvalitatívnych charakteristík užitočných finančných informácií podľa IFRS je uvedená v schéme 2.

Schéma 2: Kvalitatívne charakteristiky užitočných finančných informácií podľa IFRS



Zdroj: Spracované podľa: *International Financial Reporting Standards IFRS*, 2015, s. A31 – A36.
Preklad: autorka.

Zo schémy 2 vyplýva, že základné kvalitatívne charakteristiky užitočných finančných informácií podľa IFRS sú relevantnosť a verné zobrazenie. Relevantnosť informácií je ovplyvnená ich charakterom a významnosťou. Informácia je významná (International Financial Reporting Standards IFRS, 2015), ak by jej vynechanie alebo nesprávne uvedenie mohlo ovplyvniť ekonomické rozhodnutia používateľov, prijímané na základe účtovnej závierky o konkrétnom vykazujúcom subjekte. Významnosť závisí od veľkosti a charakteru položky alebo chyby posudzovanej podľa konkrétnych podmienok jej vynechania alebo nesprávneho vykázania. Významnosť podľa koncepčného rámca finančného vykazovania (International Financial Reporting Standards IFRS, 2015) teda skôr poskytuje hranicu alebo medzný bod, než akoby predstavovala kvalitatívnu charakteristiku, ktorú by musela mať informácia, aby bola užitočná.

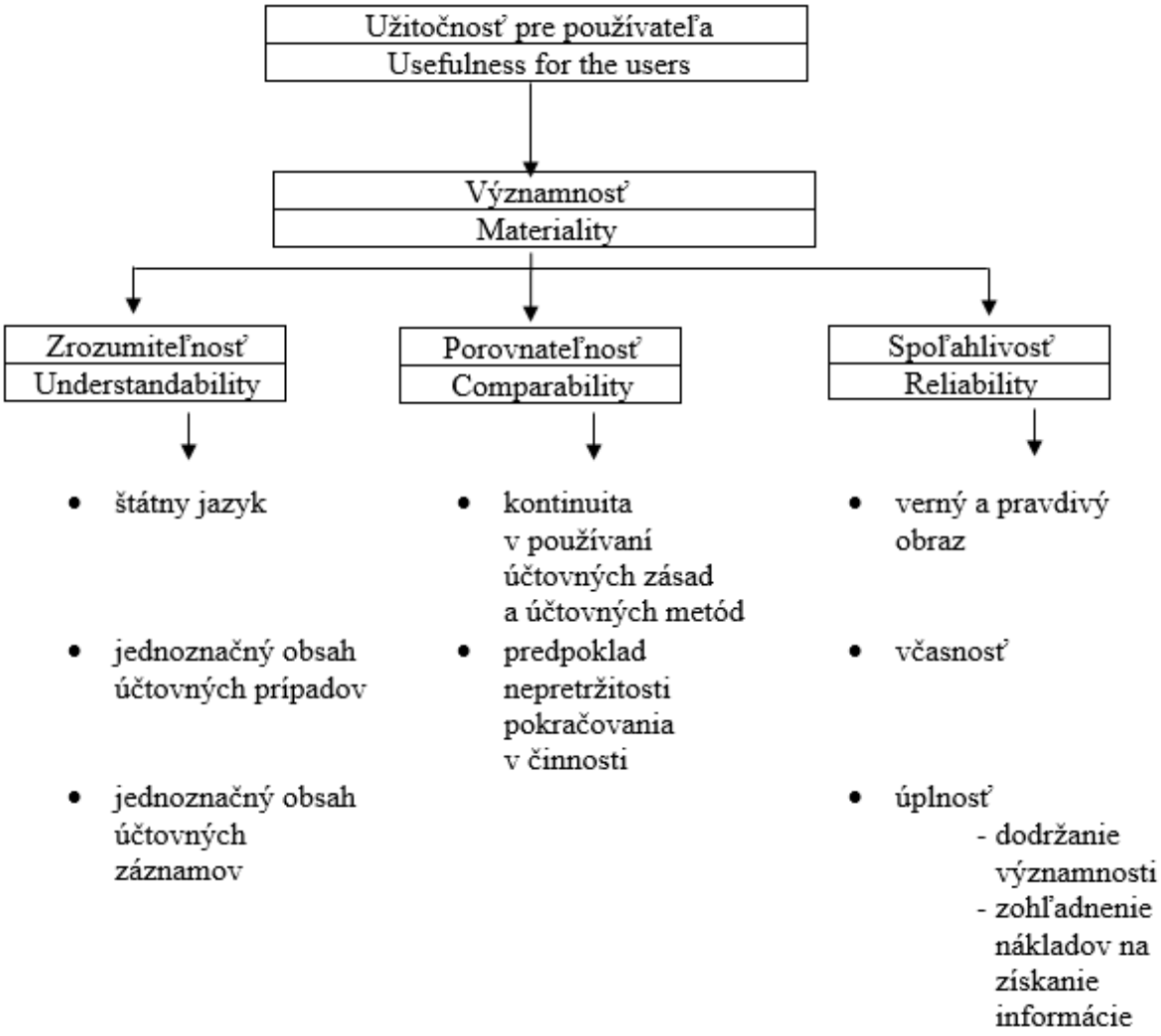
Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS v znení neskorších úprav – v príspevku označovanej aj „Smernica o účtovných závierkach" – neobsahuje ustanovenia o kvalitatívnych charakteristikách užitočných finančných informácií, ale z jej textu je zrejmé, že ich predpokladá. Smernica, ako základný právny akt EÚ pre oblasť účtovníctva, ukladá povinnosti

zostavovateľom účtovnej závierky, ktoré musia členské štáty prevziať do svojej právnej úpravy. Je však evidentné, že je to s úmyslom poskytovania informácií z účtovníctva používateľom.

V právnej úprave účtovníctva ***v Slovenskej republike*** sa pojem kvalitatívne charakteristiky informácií z účtovníctva nevyskytuje. Sú však stručne vymedzené v § 17 ods. 9 zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov – v príspevku označovanom aj „zákon o účtovníctve".

Hierarchia kvalitatívnych charakteristík informácií z účtovníctva podľa ***zákona o účtovníctve*** je uvedená v schéme 3.

Schéma 3: Hierarchia kvalitatívnych charakteristík informácií z účtovníctva podľa zákona o účtovníctve



Zdroj: Spracované podľa *zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov*.
Preklad: autorka.

3 Významnosť ako účtovná zásada

Pri vedení účtovníctva a zostavovaní účtovnej závierky musia účtovné jednotky dodržiavať všeobecne uznávané účtovné zásady a účtovné metódy. Účtovnými zásadami sa najčastejšie rozumie súbor pravidiel, komplex uznaných praktických poznatkov a zákonitostí, ktoré platia pre vedenie účtovníctva a zostavovanie účtovnej závierky. Účtovné metódy sú

spôsoby a postupy, ktoré účtovné jednotky využívajú na zabezpečenie dodržania účtovných zásad.

Z uvedenej charakteristiky účtovných zásad a účtovných metód je zrejmé, že na rozdiel od kvalitatívnych charakteristík informácií z účtovnej závierky, ktoré vyjadrujú požiadavky používateľov, účtovné zásady a účtovné metódy sú povinní aplikovať tí, ktorí sú zodpovední za zostavenie účtovnej závierky a jej zverejnenie pre používateľov. Vzťahujú sa teda na účtovnú jednotku, predovšetkým na účtovníkov a manažérov zodpovedných za účtovníctvo účtovnej jednotky. Zostavovateľom účtovných závierok ukladá povinnosť dodržiavať účtovné zásady a účtovné metódy príslušná úprava účtovníctva.

Vo všeobecnosti možno povedať, že významnosť ako účtovnú zásadu v podstate neuvádza žiadna úprava účtovníctva. To však neznamená, že sa s ňou nestretneme.

V ***US GAAP*** nie sú účtovné zásady samostatne vymedzenou oblasťou, ktorej by sa venoval osobitný štandard. Ich dodržiavanie je však nevyhnutné na zabezpečenie vernej prezentácie v účtovnej závierke predovšetkým z pohľadu potrieb používateľov. Problematika účtovných zásad je riešená v koncepčnom rámci FASB v príslušných konceptoch, ktoré uvádzajú a vysvetľujú všeobecne uznávané účtovné zásady aj predpoklady účtovníctva v poňatí US GAAP.

Koncepcia významnosti je v US GAAP poňatá ako kvalitatívna charakteristika informácií prezentovaných v účtovnej závierke. Poukazuje sa na to, že je to charakteristika, ktorá je veľmi individuálne poňatá vo vzťahu ku konkrétnemu vykazujúcemu subjektu. Významnosť ako kritérium rozhodovania v tom, či vykázať alebo nevykázať informáciu v účtovnej závierke, má kvantitatívne a kvalitatívne aspekty a položka sa nemôže považovať za nevýznamnú, ak sa nezvážia všetky potenciálne uplatniteľné kvantitatívne i kvalitatívne aspekty, ktoré by mohli byť pre používateľa relevantné. Z tohto pohľadu už kvalitatívna charakteristika významnosť prechádza do účtovnej zásady, za dodržanie ktorej je zodpovedná účtovná jednotka.

V ***IFRS*** sa významnosť ako kvalitatívna charakteristika užitočných finančných informácií tiež rieši v koncepčnom rámci finančného vykazovania. V *IAS 1 Prezentácia účtovnej závierky* (International Financial Reporting Standards IFRS, 2015) sa medzi všeobecnými zásadami zostavovania a prezentácie účtovnej závierky uvádza aj významnosť a zoskupovanie, pričom sa to vzťahuje na prezentovanie významných položiek vo výkazoch účtovnej závierky, resp. ak položka nie je dostatočne významná na prezentovanie vo výkaze, môže sa samostatne prezentovať v poznámkach. Ak informácia nie je významná, môže sa zlúčiť, t. j. agregovať s inou, podobnou informáciou.

Podľa *IAS 8 Účtovná politika, zmeny v účtovných odhadoch a chyby* (International Financial Reporting Standards IFRS, 2015): „Vynechania alebo chybné uvedenia položiek sa považujú za významné, ak môžu, či už jednotlivo alebo vo vzájomnej súvislosti, ovplyvniť ekonomické rozhodnutia, ktoré používatelia robia na základe účtovnej závierky. Významnosť závisí od veľkosti a charakteru vynechania alebo chybného uvedenia v konkrétnych podmienkach. Rozhodujúcim faktorom môže byť veľkosť alebo charakter položky, prípadne kombinácia oboch.“ Tento IAS má, okrem iného, za cieľ zvýšiť relevantnosť a spoľahlivosť účtovnej závierky účtovnej jednotky. Vzťahuje sa na výber a uplatňovanie účtovnej politiky, ako aj na účtovanie zmien účtovnej politiky, zmien v účtovných odhadoch a opráv chýb predchádzajúcich účtovných období. Je teda evidentné, že je určený osobám zodpovedným za vedenie účtovníctva, zostavenie a zverejnenie účtovnej závierky. Významnosť, v spojení so zoskupovaním, je teda podľa IFRS považovaná aj za účtovnú zásadu.

Podľa ***Smernice o účtovných závierkach*** by sa oceňovanie, vykazovanie a zverejňovanie mali riadiť zásadou významnosti (Smernica o účtovných závierkach, 2013), podľa ktorej sa informácie, ktoré sa nepovažujú za významné, môžu v účtovnej závierke zoskupovať. Členské štáty EÚ môžu uplatňovanie významnosti obmedziť len na zverejňovanie, čo znamená, že

členský štát nemusí od účtovných jednotiek vyžadovať uplatňovanie významnosti na oceňovanie a vykazovanie.

V právnej úprave ***účtovníctva v SR*** z pohľadu zákona o účtovníctve významnosť ako účtovná zásada nie je riešená; vyskytuje sa len pri koncipovaní kvalitatívnych charakteristík informácií z účtovníctva.

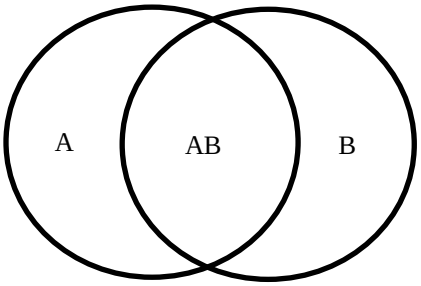
Požiadavka posudzovania významnosti sa však v SR vyskytuje v opatrení Ministerstva financií SR č. 23 054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov – ďalej len „postupy účtovania pre podnikateľov“ – vo vzťahu k oprave chýb minulých účtovných období. Opravy nevýznamných nákladov a nevýznamných výnosov minulých účtovných období sa účtujú ako účtovné prípady bežného účtovného obdobia na príslušných účtoch nákladov alebo výnosov z hospodárskej činnosti účtovnej jednotky (Postupy účtovania pre podnikateľov, 2002, v znení neskorších predpisov). Významné opravy chýb minulých účtovných období sa účtujú s vplyvom na výsledok hospodárenia minulých rokov. Znamená to, že vplyv opravy nevýznamných nákladov a nevýznamných výnosov minulých účtovných období sa vykáže vo výkaze ziskov a strát a vplyv významných opráv chýb minulých účtovných období sa vykáže len v súvahe.

Zlučovanie nevýznamných položiek vo výkazoch účtovnej závierky v SR nie je možné, pretože je predpísaný formát na zostavenie účtovnej závierky a na zverejnenie účtovnej závierky v registri účtovných závierok.

4 Záver

Z predchádzajúcej analýzy významnosti ako atribútu užitočných informácií z účtovníctva, v ktorej sme vychádzali zo štyroch úprav účtovníctva – US GAAP, IFRS, Smernica o účtovných závierkach, slovenská právna úprava účtovníctva podnikateľov – vyplynulo, že v súčasnosti nie je jednotný názor na to, či významnosť je len kvalitatívna charakteristika informácií z účtovníctva alebo len účtovná zásada, alebo aj kvalitatívna charakteristika aj účtovná zásada. Podľa nášho názoru sa tieto dve poňatia významnosti navzájom prelínajú, čo znázorňuje obrázok 1. Spájajúcim prvom významnosti ako kvalitatívnej charakteristiky užitočných informácií a ako účtovnej zásady sú požiadavky používateľov, ktoré musí zabezpečiť manažment účtovnej jednotky, napr. prostredníctvom účtovníka.

Obr. 1: Dve poňatia významnosti v účtovníctve



kde: A = významnosť ako kvalitatívna charakteristika,
B = významnosť ako účtovná zásada,
AB = spoločné prvky významnosti ako kvalitatívnej charakteristiky a ako účtovnej zásady.

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Ak vychádzame z charakteristiky významnosti, ktorá sa nachádza v US GAAP, v IFRS aj v zákone o účtovníctve v podstate v rovnakej podobe, tak významnosť sa síce viaže na vykazovanie v účtovnej závierke, ale vo výkazoch účtovnej závierky nesmie byť vykázané nič, o čom sa neúčtovalo, aj keď je to napr. zlúčené s inou položkou.

Významnosť má dva aspekty. Kvantitatívny aspekt nie je v podstate definovaný v žiadnej z úprav účtovníctva; aj keď niektoré návody v nadnárodnej úprave účtovníctva možno nájsť. Kvalitatívny aspekt je individuálny v každej účtovnej jednotke. Znamená to, že charakter a sumu pre významnosť si musí stanoviť každá účtovná jednotka. Musí pritom uplatňovať len danou úpravou účtovníctva akceptovateľné účtovné metódy.

V príspevku sme dospeli k záveru, že nedôslednosť terminológie a jej praktickej aplikácie vplýva na možnosť rôznej interpretácie významnosti ako atribútu užitočných informácií z účtovníctva pre používateľov v konkrétnej účtovnej jednotke.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu APVV č. APVV-16-0602 „Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR – od nákladov k hodnote“.

Literatúra

1. Bednárová, B., & Šlosárová, A. (2015). *Oceňovanie ako metodický prostriedok účtovníctva: monografia.* Bratislava: Wolters Kluwer.
2. Blahušiaková, M. (2010). *Súvaha ako súčasť účtovnej závierky.* Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
3. Flood, J. M. (2014). *Wiley GAAP 2014: interpretation and application of generally accepted accounting principles.* Hoboken: Wiley.
4. *International financial reporting standards IFRS: as issued at 1 january 2015 : this edition is issued in two parts. Part A.* (2015). London: International Accounting Standards Board.
5. *Opatrenie Ministerstva financií SR č. 23 054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov.*
6. *Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS v znení neskorších úprav.*
7. Tumpach, M. (2006). *Medzinárodné štandardy na zostavenie účtovnej závierky IFRS/IAS.* Bratislava: IURA EDITION.
8. Tumpach, M. (2009). Nová štruktúra amerických účtovných predpisov tvoriacich US GAAP. *Enoviny : Medzinárodné Účtovné Štandardy. Účtovníctvo Vo Svete*, (6), 1.
9. Tumpach, M., & Juhászová, Z. (2014). Adoption of the International Financial Reporting Standards in the SR. *Enterprise And Competitive Environment : Conference Abstract Proceedings : [17Th Annual International Conference, March 6-7, 2014, Brno, Czech Republic],* 210.
10. Tumpach, M., Manová, E., & Meluchová, J. (2014). Relevantnosť národného podnikového finančného výkazníctva v Slovenskej republike z pohľadu veriteľov ako neprivilegovaných používateľov. *Ekonomický Časopis : Časopis Pre Ekonomickú Teóriu, Hospodársku Politiku, Spoločensko-Ekonomické Prognózovanie = Journal For Economic Theory, Economic Policy, Social And Economic Forecasting,* 62(5), 495-507.
11. *Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.*
12. *http://www.slov-lex.sk*

Stručný názor na aktuálnu účtovnú závierku v Srbskej republike

A brief overview of current financial statements in the Republic of Serbia

Vladimír Surový[1], Pavlović Vladan[2], Goranka Knežević[3]

Abstrakt
Článok sa vzťahuje na popis formy a obsahu súčastí účtovnej závierky v Srbskej republike, t. j. Súvahy, Výkazu ziskov a strát, Správy o ostatných výsledkoch, Prehľadu peňažných tokov, Prehľadu o pohybe vlastného imania a Poznámok k finančným výkazom. Z uvedených súčastí Účtovnej závierky v článku sa osobitne venujeme hlavným výkazom, Súvahe, Výkazu ziskov a strát a Poznámkam. Zároveň sa aktuálna forma a obsah porovnáva s formou a obsahom predpísanej účtovnej závierky z roku 2006, ktorá bola v platnosti do roku 2013. Okrem toho v článku je zmienka v akej miere je aktuálna účtovná závierka v Srbskej republike v súlade s Medzinárodnými štandardami finančného vykazovania a Novou smernicou Európskej únie o účtovníctve.

Kľúčové slová
účtovná závierka, Srbská republika, Medzinárodné štandardy finančného vykazovania, Nová smernica Európskej únie o účtovníctve

Abstract
The article deals with describe of form and contents of components of Financial statements: Balance sheet, Income statement, Report of the others results, Cash flow and Notes of Financial statements. Current form and contents will be compare along with form and contents prescribed Financial statements from 2006 year, which was in force until 2013 year. In addition to in the article is comment to what extent is current Financial statements in Republic of Serbia in according with International Financial Reporting Statements and the New Decree of European Union of accounting.

Key words
Financial statements, Republic of Serbia, International Financial Reporting Statements, New Decree of European Union of accounting

JEL classification
M41

1 Súčasný stav – úvod do problematiky

Účtovná závierka je významným zdrojom pre posúdenie finančnej situácie a výkonnosti podnikateľských subjektov. Okrem toho, že umožňuje posúdenie a finančnú analýzu aktuálneho stavu podnikateľských subjektov je zdrojom aj pre komparáciu medzi jednotlivými účtovnými obdobiami – časová komparácia a komparáciu medzi jednotlivými podnikateľskými subjektmi – priestorová komparácia. Komparácia (časová a priestorová) by bola oveľa jednoduchšia, keby účtovná závierka mala trvalú formu a obsah. Skutočnosť je ale taká, že

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, Slovenská republika, e-mail: vladimir.surovy@euba.sk
[2] Univesity of Pristina, Faculty of Economics (temporarily dislocated in Kosovska Mitorovic), Serbia. vladan.pavlović@pr.ac.rs
[3] Singidunum University, Belgrade, Serbia. gknezevic@singidunum.ac.rs

v hospodárskej praxi prichádza k zmenám v dôsledku ktorých sú nevyhnutné aj zmeny formy a obsahu účtovnej závierky v súlade so zmenami hospodárskej praxe. Komparácia je možná len v prípade, že forma ale najmä obsahová stránka účtovnej závierky je porovnateľná. Jeden zo zámerov zostavovania účtovnej závierky v súlade s medzinárodnými štandardami finančného vykazovania a Smernicami Európskej únie pre oblasť účtovníctva je zharmonizovať a teda dosiahnuť aj porovnateľnosť účtovných závierok v priestore a čase. Zároveň si kladieme otázku v akej miere sa tento cieľ dosahuje s ohľadom na relatívne flexibilný a variantný prístup medzinárodných štandardov a smerníc Európskej únie, ako aj počet podnikateľských subjektov, ktoré medzinárodnú úpravu a teda aj zostavovanie účtovnej závierky podľa nej uplatňujú.

Téma, ktorou sa článok zaoberá je prevažne teoretická. V článku sa neuvádzajú kvantitatívne veličiny, t.j. konkrétne príklady z podnikateľských subjektov a z tohto dôvodu nie sú uplatňované matematicko-štatistické metódy. S ohľadom na stanovený cieľ, zhodnotenie formy a obsahu účtovnej závierky sme uplatnili prednostne metódu opisu a komparácie (hlavne pri porovnávaní predpísanej účtovnej závierky v Srbskej republike, ktorá bola v platnosti od roku 2006 do roku 2013). Limitovaný rozsah článku si vyžadoval uplatnenie metódy abstrakcie, t.j. pri znázorňovaní a opise položiek súčastí účtovnej závierky sme sa orientovali na sumárne položky. Výklad elementárnych položiek by bol príliš rozsiahly a umožnil by len ich menovanie bez detailného rozboru. Prehľadné schémy súčastí účtovnej závierky, ktoré sa v článku uvádzajú a následne sú k nim uvedené komentáre, sú čerpané z predpisov, v ktorých sa tieto schémy uvádzajú v prílohe týchto predpisov. Komentáre a konštatovania k problematike účtovnej závierky v Srbskej republike si vyžadovali štúdium Zákona o účtovníctve Srbskej republiky a príslušné opatrenia, ktoré túto problematiku právne upravujú. V článku je aj zmienka v akej miere je účtovná závierka v Srbskej republike v súlade s Medzinárodnými štandardami finančného vykazovania a Smernicami Európskej únie v oblasti účtovníctva. Z tohto dôvodu sme sa v štúdiu orientovali najmä na Medzinárodný štandard 1 – Prezentácia účtovnej závierky a Smernicu Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov.

2 Právna úprava účtovníctva v Srbskej republike

Obsah a rozsah účtovnej závierky v Srbskej republike ja stanovený predpisom. Na základe článku 26, odsek 1 Zákona o účtovníctve (zverejnený v „Službeni glasnik RS“, broj 62/13), minister financií schválil Opatrenie o obsahu a forme účtovnej závierky pre obchodné spoločnosti, družstvá a podnikateľov (zverejnené v „Službeni glasnik RS“, broj 95/14 i 144/14), ktorým sa v článku 2, odsek 1, predpisujú tlačivá, ktoré sú povinné pri zostavovaní finančných výkazov (účtovnej závierky) od roku 2014.

Súvaha a výkaz ziskov a strát spolu tvoria základné účtovné výkazy. Tieto dva výkazy sú súčasťou účtovnej závierky obchodnej spoločnosti (podniku) a na základe nich je možné posúdiť finančnú situáciu a efektivitu obchodnej činnosti podniku počas účtovného obdobia. Poskytujú informačnú podporu pri hodnotení obchodnej činnosti podniku primárne externým používateľom (investori, veritelia, dodávatelia, štátne orgány, daňové úrady, štatistika a pod.) ale zároveň aj interným používateľom (vlastníkom podniku a vrcholovému manažmentu). Vo väčšine krajín s vyvinutou trhovou ekonomikou je súčasťou finančných výkazov (účtovnej závierky) podniku aj Prehľad peňažných tokov, Prehľad o zmenách vlastného kapitálu, Štatistické prehľady a Poznámky k finančným výkazom.

3 Obsah a rozsah súvahy v Srbskej republike

V časti dva bolo už povedané, že obsah a rozsah účtovnej závierky v Srbskej republike je stanovený predpisom. Znamená to, že aj obsah a rozsah súvahy ako súčasti účtovnej závierky sa zostavuje na predpísanom tlačive, ktoré je súčasťou príslušného hore uvedeného opatrenia.

Aktuálne tlačivo Súvahy obsahuje hlavičku a schému súvahy. V hlavičke sa uvádzajú základné údaje o účtovnej jednotke ako sú: názov účtovnej jednotky, sídlo, evidenčné číslo, šifra predmetu činnosti účtovnej jednotky a daňové identifikačné číslo. Schéma Súvahy obsahuje sedem stĺpcov, ako je to znázornené v tabuľke č. 1.

Tab. 1: Súvaha ku dňu _____ 20__ roku *v tisícoch dinárov**

Skupina účtov, účet	Položka	AOP	Poznámka číslo	Suma		
				Bežné účtovné obdobie	Predchádzajúce účt. obd.	
					Konečný stav ____20__.	Začiatočný stav 01.01.20__.
1	2	3	4	5	6	7

Zdroj: „Službeni glasnik RS“, broj 95/14 i 144/14

Jednotlivé stĺpce majú nasledovný obsah:

- v stĺpci č. 1 sa uvádza účtová skupina alebo syntetický účet hlavnej knihy na základe ktorej bola zostavená súvaha,
- v stĺpci č. 2 sa uvádza názov alebo opis súvahovej položky,
- v stĺpci č. 3 sa uvádza číslo položky pre potreby automatického spracovania údajov (AOP),
- v stĺpci č. 4 sa uvádza číslo poznámky za účelom ľahšej orientácie pri dávaní do súvislosti s položkou v Poznámkach,
- v stĺpci č. 5 sa uvádza suma položky k súvahovému dňu bežného účtovného obdobia (napr. k 31.12.2014),
- v stĺpci č. 6 sa uvádza suma položky k súvahovému dňu predchádzajúceho účtovného obdobia (napr. k 31.12.2013),
- v stĺpci č. 7 sa uvádzajú údaje v súlade s aktuálnym Medzinárodným štandardom finančného vykazovania a národným predpisom, len v prípade ak údaje z minulého účtovného obdobia boli upravované. Ak údaje upravované neboli, tento stĺpec sa nevypĺňa.

Základná štruktúra predpísanej schémy Súvahy má časti aktív a pasív, ako je to znázornené v tabuľke č. 2

Tab. 2: Súvaha

Aktíva	Pasíva
A) Pohľadávky za upísané vlastné imanie B) Neobežný majetok V) Odložené daňové pohľadávky G) Obežný majetok	A) Vlastné imanie B) Dlhodobé rezervy a dlhodobé záväzky V) Odložené daňové záväzky G) Krátkodobé záväzky D) Strata nad výšku vlastného imania
D) Celkové aktíva (prevádzkové aktíva)	Đ) Celkové pasíva (prevádzkové pasíva)
Đ) Aktíva, ktoré neslúžia priamo na prevádzkovú činnosť (napr. podnikové byty, rekreačné zariadenia)	E) Pasíva, ktoré neslúžia priamo na prevádzkovú činnosť

Zdroj: „Službeni glasnik RS“, broj 95/14 i 144/14

* Oficiálna mena v Srbskej republike je srbský dinar (RSD).
Aktuálny kurz k 18.09.2017: 1€ = 118,845

Predpísaná forma súvahy v Srbskej republike je tzv. horizontálna alebo účtovná forma.

Aktíva sú rozčlenené do nasledovných skupín: pohľadávky za upísané vlastné imanie, neobežný majetok, odložené daňové pohľadávky a obežný majetok. Spôsob členenia aktív a poradie jednotlivých skupín aktív nie je v súlade s platným Medzinárodným štandardom 1 – Prezentácia účtovnej závierky, na ktorý sa napriek tomu zákonodarca odvoláva. Taktiež nie je ani v súlade so Smernicou Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov.

Pasíva sú rozčlenené do nasledovných skupín: vlastné imanie, dlhodobé rezervy a dlhodobé záväzky, odložené daňové pohľadávky, krátkodobé záväzky a strata nad výšku vlastného imania. Rovnako ako pri aktívach, možno konštatovať, že predpísané členenie a poradie položiek nie je v súlade s platným Medzinárodným štandardom 1 – Prezentácia účtovnej závierky, na ktorý sa napriek tomu zákonodarca odvoláva. Taktiež nie je ani v súlade so Smernicou Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov.

Prichádzame k záveru, že predpísanú štruktúru aktív a pasív, napriek jej originalite nemožno hodnotiť ako vhodnú. Takýto záver vyplýva z toho, že pri tvorbe a následnom schvaľovaní Zákona o účtovníctve bolo stanoveným cieľom zosúladenie s Medzinárodnými štandardami finančného vykazovania pre podniky určitej právnej formy a veľkosti a taktiež aj so smernicami Európskej únie v oblasti upravujúcej účtovníctvo. Preto možno tvrdiť, že aktuálna predpísaná štruktúra súvahy je krok dozadu v porovnaní s dosiahnutými harmonizačnými procesmi s predpismi Európskej únie v období od 1989 do roku 2002, ako aj dosiahnutou úrovňou harmonizácie s Medzinárodným štandardami finančného vykazovania v období od 2002 do roku 2013.

Aktuálna predpísaná štruktúra súvahy obsahuje 72 elementárnych položiek aktív a 65 elementárnych položiek pasív, celkovo 137 položiek. Predpísaná štruktúra súvahy z roku 2006, mala celkovo 50 elementárnych položiek, z čoho bolo 25 položiek aktív a 25 položiek pasív. Takáto zmena v počte elementárnych položiek, t. j. podrobnejšie členenie v súčasnosti oproti roku 2006 si vyžaduje pre potreby finančnej analýzy, zlučovanie niektorých položiek za účelom dosiahnutia úplných a homogénnych informácií.

4 Obsah a rozsah výkazu ziskov a strát v Srbskej republike

Podobne ako v prípade formy a obsahu prepísanej súvahy, aj predpísaná forma výkazu ziskov a strát mala splniť dva ciele. Obidva tieto ciele boli uvedené v návrhu s odvodnením k novému Zákonu o účtovníctve z roku 2013. Prvým proklamovaným cieľom bolo umožnenie priamej aplikácie Medzinárodných štandardov finančného vykazovania a najmä medzinárodných štandardov pre malé a stredné podniky. Druhý proklamovaný cieľ bol zosúladiť národné predpisy so smernicami Európskej únie v oblasti upravujúcej účtovníctvo. Tieto ciele vychádzali z globalizačných procesov, ktoré požadujú aplikáciu Medzinárodných štandardov finančného vykazovania pre podniky určitej formy a veľkosti. Zároveň prístupové procesy k Európskej únii vyžadujú harmonizáciu finančného vykazovania transponovaním účtovných smerníc do národnej legislatívy pre podniky ktoré nemajú povinnosť uplatňovať Medzinárodné štandardy finančného vykazovania.

Schéma Výkazu ziskov a strát je predpísaná Opatrením o obsahu a forme tlačív finančných výkazov pre obchodné spoločnosti, družstvá a podnikateľov (zverejnené v „Službeni glasnik RS“, broj 95/14). Tlačivo obsahuje hlavičku a schému Výkazu ziskov a strát. V hlavičke sa uvádzajú nasledovné základné údaje o účtovnej jednotke: názov účtovnej

jednotky, sídlo, evidenčné číslo, šifra predmetu činnosti účtovnej jednotky a daňové identifikačné číslo. Schéma Výkazu ziskov a strát obsahuje šesť stĺpcov ako je to znázornené v tabuľke č. 3.

*Tab. 3: Výkaz ziskov a strát Obdobie od _____ do 20__ roku v tisícoch dinárov**

Skupina účtov, účet	Položka	AOP	Poznámka číslo	Suma	
				Bežné účtovné obdobie	Predchádzajúce účtovné obdobie
1	2	3	4	5	6

Zdroj: „Službeni glasnik RS“, broj 95/14 i 144/14

Jednotlivé stĺpce majú nasledovný obsah:

- v stĺpci č. 1 sa uvádza účtová skupina alebo syntetický účet hlavnej knihy na základe ktorej bol Výkaz ziskov a strát zostavený,
- v stĺpci č. 2 sa uvádza názov alebo opis položky Výkazu ziskov a strát,
- v stĺpci č. 3 sa uvádza číslo položky pre potreby automatického spracovania údajov (AOP)
- v stĺpci č. 4 sa uvádza číslo poznámky za účelom ľahšej orientácie pri hľadaní súvislosti s položkou v Poznámkach,
- v stĺpcoch č. 5 a 6 sa uvádzajú sumy položiek Výkazu ziskov a strát, za bežné a predchádzajúce účtovné obdobie.

Základná štruktúra predpísanej schémy Výkazu ziskov a strát je znázornená v tabuľke č. 4.

Tab. 4: Štruktúra Výkaz ziskov a strát

A) Výnosy z hospodárskej činnosti
B) Náklady z hospodárskej činnosti
V) Zisk z hospodárskej činnosti
G) Strata z hospodárskej činnosti
D) Výnosy z finančnej činnosti
Đ) Náklady z finančnej činnosti
E) Zisk z finančnej činnosti
Ž) Strata z finančnej činnosti
Z) Výnosy z precenenia ostatného majetku, ktorý sa vykazuje vo „fair value“ prostredníctvom Výkazu ziskov a strát
I) Náklady z precenenia ostatného majetku, ktorý sa vykazuje vo „fair value“ prostredníctvom Výkazu ziskov a strát
J) Ostatné výnosy
K) Ostatné náklady
L) Zisk z bežnej činnosti pred zdanením
Ľ) Strata z bežnej činnosti pred zdanením
M) Netto zisk z celkovej činnosti, efekty zmien účtovej politiky, korekcie chýb z predchádzajúcich období
N) Netto strata z celkovej činnosti, efekty zmien účtovej politiky, korekcie chýb z predchádzajúcich období
Ň) Zisk pred zdanením

* Oficiálna mena v Srbskej republike je srbský dinar (RSD).
Aktuálny kurz k 18.09.2017: 1€ = 118,845

O) Strata pred zdanením P) Daň zo zisku R) Vyplatené osobné príjmy zamestnávateľom S) Netto zisk T) Netto strata

Zdroj: „Službeni glasnik RS“, broj 95/14 i 144/14

Predpísaná forma Výkazu ziskov a strát v Srbskej republike je finančná alebo účtovná forma. Osobitnou výhodou tejto formy je, že umožňuje zisťovanie výsledku hospodárenia na viacerých úrovniach a to nasledovne: výsledok hospodárenia z hospodárskej činnosti, z finančnej činnosti, výsledok hospodárenia pred zdanením, netto výsledok hospodárenia. Chýbajú niektoré medzivýsledky, napr. výsledok hospodárenia z rozdielu ostatných výnosov a nákladov.

K podrobnosti v akej sa zostavuje Výkaz ziskov a strát, môžeme povedať, že je relatívne podrobný, čo ilustruje počet elementárnych položiek. Celkový počet elementárnych položiek Výkazu ziskov a strát je 69. V porovnaní z Výkazom ziskov a strát z roku 2006 ide o nárast elementárnych položiek. Schéma z roku 2006 obsahovala 34 elementárnych položiek zoskupených do 10 sumarizujúcich položiek. V súčasnosti je 21 sumarizujúcich položiek označené písmenami azbuky od A po T.

5 Funkcia a obsah Poznámok k finančným výkazom (účtovnej závierke)

Poznámky k finančným výkazom sú kvalitatívny výkaz, ktorého úlohou je doplniť kvantitatívne údaje finančných výkazov doplňujúcimi údajmi, vysvetleniami a podrobnejším rozčleňovaním jednotlivých položiek kvantitatívnych výkazov s odvodnením, ktoré môže korigovať ich informačnú schopnosť.

Medzi základné funkcie Poznámok k finančným výkazom patria nasledovné:

a) interpretačná funkcia, pod ktorou sa rozumie interpretácia finančných výkazov s cieľom predísť ich nesprávnemu chápaniu. Predovšetkým sa to vzťahuje na informácie o použitých metódach bilancovania, t.j. oceňovania;
b) odbremeňujúca funkcia, pod ktorou sa rozumie dávanie dôrazu na prehľadnosť a jasnosť finančných výkazov, čím sa neznižuje ich vypovedacia hodnota, informácie sa nevypúšťajú ale ich preberajú Poznámky k finančným výkazom;
c) korekčná funkcia, ktorá je podmienená zmenami v spôsobe oceňovania, ktoré sa vyskytnú a spôsobia zmeny vo vykazovaní výsledkov a finančnej štruktúry vo vzťahu k predchádzajúcim účtovným obdobiam. Poznámky k finančným výkazom majú v tomto zmysle kvantifikovať a vykázať rozdiely, ku ktorým prišlo v dôsledku zmien v metódach oceňovania, pri čom dochádza ku korekcii informácií vykazovaných v Súvahe a vo Výkaze ziskov a strát.

Zákon o účtovníctve z roku 2013 a Opatrenie o obsahu a forme finančných výkazov z roku 2014 Poznámky k finančným výkazom obsahujú nasledovné dva typy informácií:

1. všeobecné informácie a
2. doplnkové informácie.

Všeobecné informácie sa vzťahujú na opis a podrobnejšie členenie kvantitatívnych položiek vykazovaných v Súvahe, Výkaze ziskov a strát, Správe o ostatných výsledkoch, Prehľade peňažných tokov a Prehľade o zmenách vlastného kapitálu. Ide najmä o nasledovné všeobecné informácie:

1. všeobecné informácie o účtovnej jednotke (sídlo, právna forma, opis typu podnikania a hlavných činností, názov právnickej osoby a majiteľa právnickej osoby, údaj o priemernom počte zamestnancov počas roka),

2. informácia o súlade s národnými predpismi a Medzinárodnými štandardami finančného vykazovania,
3. informácie o korekcii začiatočného stavu z dôvodu chýb a zmien v bilančnej politike,
4. informácie o všeobecnej bilančnej politike, t.j. uplatnených východiskách pri oceňovaní položiek finančných výkazov,
5. informácie o špecifických bilančných politikách, ktoré boli zvolené a uplatnené pri hospodárskych zmenách a procesoch,
6. informácie o položkách, ktoré neboli osobitne vykazované alebo neboli vôbec vykazované v Súvahe a Výkaze ziskov a strát a sú významné pre hodnotenie finančnej situácie a efektivity hospodárenia právnej osoby.

Doplnkové informácie vykazovania a zverejňovania v Poznámkach k finančným výkazom obsahujú nasledovné:

1. doplnkové informácie v nadväznosti na položky, ktoré sú vykazované vo finančných výkazoch, podľa poradia a príslušnej položky tlačiva,
2. dodatočné informácie, ktorých zverejňovanie sa požaduje podľa Medzinárodných účtovných štandardov.

4 Záver

V závere možno konštatovať, že napriek originálnemu prístupu v predpísanej forme a obsahu Súvahy a Výkazu ziskov a strát v Srbskej republike, ktorá je v platnosti od roku 2014 nebol dosiahnutý cieľ, v ktorom zákonodarca pri schvaľovaní nového Zákona o účtovníctve proklamoval potrebu tieto výkazy zostavovať v súlade s medzinárodnou úpravou. Počet položiek v aktuálne platnej štruktúre Súvahy a Výkazu ziskov a strát oproti štruktúre z roku 2016 s platnosťou do roku 2013 sa zdvojnásobil. Väčší počet položiek poskytuje detailnejší prehľad a viacej informácií ale zároveň z pohľadu potrieb finančnej analýzy a komparácie v čase nemusí byť výhodou. Skôr naopak, najmä keď ide o komparáciu v čase, si zmena v počte a tým aj rozsahu a obsahu položiek vyžaduje ich sumarizovanie a to znamená aj dodatočné administratívne postupy, ktoré zvyšujú náklady na proces analýzy a komparácie.

Literatúra

1. Aleksić, B. (2004). *Kvalitet fiansijskog izveštavanja prema Medjunarodnoj profesionalnoj regulativi, SRRS, Računovodstvo, specijalno izdanje*. Beograd.
2. International financial reporting standards. IFRS. Official pronouncements ussued at 1 january 2015. IFRS Foundation,
3. Pavlović, V. (2007). *Računovodstvo*. Beograd: Megatrend Univerzitet.
4. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice rady 78/660/EHS a 83/349/EHS v znení neskorších úprav.
5. „Službeni galsnik RS“, broj 62/13, Republika Srbija, Ministarstvo financija (2017): Retrieved from: http://www.mfin.gov.rs/pages/issue.php?&id=6541&change_lang=ls
6. „Službeni galsnik RS“, broj 95/14 a 144/14, Republika Srbija, Ministarstvo financija (2017):
Retrieved from:http://www.mfin.gov.rs/pages/issue.php?&id=6541&change_lang=ls

3. sekcia

3rd Section

Aplikácia štatistických a aktuárskych vied v sociálno-ekonomickej oblasti

Application of statistical and actuarial sciences in social-economic area

Obsah

FECENKO Jozef
Maticové funkcie a niektoré ich aplikácie v stochastických procesoch s podporou open source programu wxMaxima.....180

HURBÁNKOVÁ Ľubica
Analýza počtu vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014..... 189

KAMENÁROVÁ Mária, SAKÁLOVÁ Katarína
Medzinárodné štandardy aktuárskej praxe 199

SIVAŠOVÁ Daniela, BOLGÁČ Ján
Súčasný vývoj rómskej menšiny na Slovensku.....208

SMAŽÁKOVÁ Lenka, PINDA Ľudovít
Morálny hazard, bázické riziko a zaistenie v sekuritizácii..... 223

STREŠŇÁKOVÁ Anna, BILÍKOVÁ Mária
Vplyv trhu na určovanie cien poistného produktu 231

ŠKROVÁNKOVÁ Lea, SIMONKA Zsolt
Modely zdravotného poistenia.....236

ŠOLTÉSOVÁ Tatiana
Oceňovanie nového obchodu životnej poisťovne podľa MCEV princípov 242

Maticové funkcie a niektoré ich aplikácie v stochastických procesoch s podporou open source programu wxMaxima

Matrix functions and some of their applications in stochastic processes with support of the wxMaxima open source programe

Jozef Fecenko[1]

Abstrakt
Príspevok opisuje základnú teóriu maticových funkcií, ktorá je prezentovaná pomocou diagonalizovateľných matíc, resp. pomocou Jordanovho rozkladu matíc. Ukazuje možnosti realizovania týchto výpočtov v open source programa wxMaxima. V závere príspevku sú prezentované možnosti využitia maticových funkcií pri riešení niektorých úloh zo stachastických procesov a Markovových reťazcov.

Kľúčové slová
maticové rady, maticové funkcie, exponenciála matice, stochastické procesy, Markovove reťazce

Abstract
The paper describes the basic theory of matrix functions, which is presented by diagonalizing matrices, respectively using Jordan matrix decomposition. It shows the possibilities of realizing these calculations in the open source program wxMaxima. At the end of the paper are presented the possibilities of using matrix functions in solving some problems from stochastic processes and Markov chains.

Key words
matrix series, matrix functions, matrix exponential, stochastic processes, Markov strings

JEL classification
B16

1 Úvod

V príspevku sú uvedené základné vlastnosti konvergencie maticových radov, definícia tzv. dobre definovanej funkcie, pojem maticovej funkcie ako napr. exponenciála matice a niektoré možnosti aplikácie maticových funkcii v stochastických procesoch a Markovových reťazcov.

2 Maticové rady

Maticová funkcia je zobrazenie, ktoré zobrazuje maticu na maticu. Obmedzíme sa iba na matice, ktorých prvky sú reálne čísla.

Definícia 1. Hovoríme, že postupnosť matíc $(\mathbf{A}_k)_{k=0}^{\infty}$, kde $\mathbf{A}_k = \left[a_{k_{i,j}}\right]_{m\times n}$ ***konverguje po zložkách k matici*** $\mathbf{A} = \left[a_{i,j}\right]_{m\times n}$ práve vtedy, ak $\lim_{k\to\infty} a_{k_{i,j}} = a_{i,j}$. Píšeme

$$\lim_{k\to\infty} \mathbf{A}_k = \mathbf{A}. \tag{1}$$

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, jozef.fecenko@euba.sk,

Pre konvergenciu súčtu a rozdielu dvoch matíc platia podobné vlastnosti ako pre postupnosti reálnych čísel.

Definícia 2. Hovoríme, že ***maticový nekonečný rad***

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}_k \tag{2}$$

konverguje k matici **A,** ak konverguje k matici **A** postupnosť čiastočných súčtov matíc $\mathbf{S}_k$, kde $\mathbf{S}_k = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 + \cdots + \mathbf{A}_k$. Píšeme

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}_k = \mathbf{A} \tag{3}$$

Veta 1. Nech funkcia f má Taylorov rozvoj v bode nula

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \tag{4}$$

ktorý konverguje pre $|x| < R$ a nech matica **A** je štvorcová a jej spektrálny polomer $\rho(\mathbf{A}) < R$ potom maticový nekonečný rad $\sum_{k=0}^{\infty} a_k \mathbf{A}^k$ konverguje. V takomto prípade je $f(\mathbf{A})$ definovaná takto:

$$f(\mathbf{A}) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \mathbf{A}^k \tag{5}$$

(pri konvencii $\mathbf{A}^0 = \mathbf{E}$, ktorú budeme používať aj v nasledujúcich zápisoch) a funkcia f sa nazýva *dobre definovaná funkcia* (Voevodin, V. V. - Kuznecov. Ju. A., 1984).

Ak

$$f(x) = \mathrm{e}^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \tag{6}$$

a **A** je štvorcová matica, tak

$$\mathrm{e}^{\mathbf{A}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k}{k!} \tag{7}$$

sa nazýva **exponenciála matice A.**

Zostáva ešte analyzovať problém, ako vyjadriť všeobecne mocninu matice $\mathbf{A}^k$, $k \in N$. V práci (Huťka, 2002) je popísaný algoritmus ako je možné (v špeciálnych prípadoch) úpravami, využitím vytvárajúcich funkcií vyjadriť explicitne vektor absolútnych pravdepodobnosti v Markovovom reťazci, resp. mocninu matice pravdepodobnosti prechodu. V práci (Fecenko, J. - Frisová, S., 2016) je ukázaná všeobecná metóda takýchto vyjadrení s využitím teórie diferenčných rovníc, s výpočtovou podporou open source systému wxMaxima. V práci (Fecenko J. , 2017) je podrobne popísaná metóda výpočtu $f(\mathbf{A})$, ak funkcia f je dobré definovaná. Načrtneme teraz myšlienku výpočtu $f(\mathbf{A})$ pre spomínané dobre definované funkcie.

Definícia 3. Dve štvorcové matice **A, B** rovnakého stupňa sa nazývajú ***podobné*** práve vtedy, ak existuje regulárna matica **V**, pre ktorú platí

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathbf{B}\,\mathbf{V^{-1}}, \text{ resp. } \mathbf{B} = \mathbf{V^{-1}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{V}. \tag{8}$$

O tom ako sa určí matica **V**, pozri bližšie (Fecenko J. , 2017), resp. ukážku v nasledujúcom príklade.

Poznámka 1. Nech matice $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ sú podobné, n je prirodzené číslo, potom

$$\mathbf{A}^n = \mathbf{V}\,\mathbf{B}^n\,\mathbf{V^{-1}} \quad \text{resp.} \quad \mathbf{B}^n = \mathbf{V}^{-1}\,\mathbf{A}^n\,\mathbf{V} \tag{9}$$

$$f(\mathbf{A}) = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} a_k\,\mathbf{B}^k\right)\mathbf{V}^{-1} \tag{10}$$

Definícia 4. Matica **A** sa nazýva ***diagonalizovateľná***, ak je podobná diagonálnej matici. Matica stupňa n sa nazýva maticou ***jednoduchej štruktúry***, ak má n lineárne nezávislých vlastných vektorov.

Veta 2. Každá matica jednoduchej štruktúry je diagonalizovateľná a je ju možno vyjadriť v tvare

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathbf{D}\,\mathbf{V^{-1}} = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n 0)\,\mathbf{V^{-1}}. \tag{11}$$

Potom

$$\mathbf{A}^k = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}\left(\lambda_1^k, \lambda_2^k, \cdots, \lambda_n^k\right)\mathbf{V^{-1}}. \tag{12}$$

Nech matica **A** vo vzťahu (10) je diagonalizovateľná, potom vzťah (10) možno vyjadriť v tvare

$$f(\mathbf{A}) = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} a_k\mathbf{D}^k\right)\mathbf{V^{-1}} = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} a_k\mathrm{diag}\left(\lambda_1^k, \lambda_2^k, \cdots, \lambda_n^k\right)\right)\mathbf{V^{-1}}. \tag{13}$$

Veľká zátvorka vo vzťahu (13) je diagonálna matica, obsahujúca na diagonále zhora nadol Taylorové rady (4) pre $x = \lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$, t. j. práve hodnoty $f(\lambda_p),\ p = 1,2, \ldots, n$. Dostávame tak vzťah určujúci maticovú funkciu f diagonalizovateľnej matice **A,** t. j.

$$f(\mathbf{A}) = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{diag}\left(f(\lambda_1), f(\lambda_2) \cdots, f(\lambda_n)\right)\right)\mathbf{V^{-1}}. \tag{14}$$

Príklad 1. Daná je matica

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Vypočítajte vypočítajme $e^{\mathbf{A}}$.

Riešenie. Vlastné čísla matice sú: 1, 2, 3. Teda matica **A** je jednoduchej štruktúry a je diagonalizovateľná. Odpovedajúce vlastné vektory k vlastným číslam sú v poradí:

$\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Z týchto stĺpcových vektorov vytvoríme maticu $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Určíme k nej inverznú maticu $\mathbf{V^{-1}} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$. Matica **D** bude diagonálna s vlastnými číslami matice **A.** Teda

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Presvedčte sa, že platí

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathbf{D}\,\mathbf{V^{-1}}.$$

Potom

$$e^{\mathbf{A}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k}{k!} = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{D}^k}{k!}\right)\mathbf{V^{-1}} = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty} \begin{pmatrix} \frac{1^k}{k!} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2^k}{k!} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3^k}{k!} \end{pmatrix}\right)\mathbf{V^{-1}} = \mathbf{V}\begin{pmatrix} e^1 & 0 & 0 \\ 0 & e^2 & 0 \\ 0 & 0 & e^3 \end{pmatrix}\mathbf{V^{-1}} =$$

$$= \begin{pmatrix} e^2 & \frac{3e^3+2e^2-5e}{2} & 3e^3 - 3e^2 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & \frac{e^3-e}{2} & e^3 \end{pmatrix}.$$

Ak matica **A** nie je diagonalizovateľná, môžeme použiť Jordanov rozklad. V takomto prípade platí, že existuje regulárna matica **V** taká, že

$$\mathbf{VAV^{-1}} = \mathbf{J},$$

kde matica

$$\mathbf{J} = \mathrm{diag}(\mathbf{J}_1, \ldots, \mathbf{J}_m), \qquad \mathbf{J}_p = \begin{pmatrix} \lambda_p & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_p & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & 0 & \lambda_p & 1 \\ 0 & \ldots & 0 & 0 & \lambda_p \end{pmatrix}, \quad p = 1,2,\ldots,m,$$

Je blokovo diagonálna matica s Jordanovými blokmi.

Analogicky ako v predchádzajúcom príklade dostaneme vzťah pre výpočet maticovej funkcie

$$f(\mathbf{A}) = \mathbf{V}\,\mathrm{diag}\big(f(\mathbf{J}_1), f(\mathbf{J}_2), \cdots, f(\mathbf{J}_m)\big)\mathbf{V^{-1}},$$

kde

$$f(\mathbf{J}_p) = \begin{pmatrix} f(\lambda_p) & f'(\lambda_p) & \frac{f''(\lambda_p)}{2!} & \ldots & \frac{f^{(n_p-1)}(\lambda_p)}{(n_p-1)!} \\ 0 & f(\lambda_p) & f'(\lambda_p) & \ldots & \frac{f^{(n_p-2)}(\lambda_p)}{(n_p-2)!} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & f(\lambda_p) & f'(\lambda_p) \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & f(\lambda_p) \end{pmatrix}.$$

Príklad 2. Nech

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vypočítajte $\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}}$.

Riešenie. Vlastnému číslu 2 matice **A**, ktoré má algebrickú násobnosť 2 odpovedajú zovšeobecnené vlastné vektory

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Potom

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\,\mathbf{J}\,\mathbf{V}^{-1},$$

kde

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \ \mathbf{V}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Výpočtom by sme dostali (pozri bližšie napr.: (Fecenko J. , 2017))

$$\mathbf{J}^k = \begin{pmatrix} 2^k & k \cdot 2^{k-1} & 0 \\ 0 & 2^k & 0 \\ 0 & 0 & 2^k \end{pmatrix}.$$

Potom

$$\mathrm{e}^{\boldsymbol{A}} = \mathbf{V}\mathrm{e}^{\mathbf{J}}\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}\left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\mathbf{J}^k}{k!}\right)\mathbf{V}^{-1} =$$

$$\mathbf{V}\begin{pmatrix} \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{k!} & \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{k!} & 0 \\ 0 & \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{k!} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^k}{k!} \end{pmatrix}\mathbf{V}^{-1} =$$

$$= \mathbf{V}\begin{pmatrix} \mathrm{e}^2 & \mathrm{e}^2 & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^2 \end{pmatrix}\mathbf{V}^{-1} = \begin{pmatrix} 2\mathrm{e}^2 & 0 & -\mathrm{e}^2 \\ \mathrm{e}^2 & \mathrm{e}^2 & -\mathrm{e}^2 \\ \mathrm{e}^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3 Aplikácia maticových funkcií v stochastických procesoch a Markovových reťazcoch s podporou wxMaxima

Vieme, že všeobecným riešením diferenciálnej rovnice $y' = ay$ je $y(x) = C\mathrm{e}^{ax}$, ak je daná začiatočná podmienka $y(0)$ tak $C = y(0)$. Analogicky by mohlo platiť, že riešením systému diferenciálnych rovníc, ktorý môžeme zapísať v maticovom tvare

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{A}\mathbf{Y} \tag{15}$$

bude

$$\mathbf{Y}(x) = \mathrm{e}^{\mathbf{A}x}\mathbf{C}$$

kde **A** je štvorcová matica stupňa *n*, **Y** je neznáma *n*-zložková funkcia a **C** je vektor začiatočných podmienok. Skutočne pri takejto definícii získame riešenie systému diferenciálnych rovníc (15). V nasledujúcom príklade ukážeme možnosti použitia riešenia

systémov diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientami pomocou exponenciály matice s podporou open source systému wxMaxima.

Príklad 3. Homogénny Markovov proces pre systém o dvoch stavoch S_1, S_2 je určený maticou intenzít

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Za predpokladu, že vektor začiatočných pravdepodobností $\boldsymbol{p}(0) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ nájdime vektor absolútnych a stacionárnych pravdepodobností, pravdepodobnosť s akou sa bude systém nachádzať v jednotlivých stavoch v čase t =5.

Riešenie. Označme $\boldsymbol{p}(t) = (p_1(t), p_2(t))$ vektor absolútnych pravdepodobnosti. Máme riešiť systém diferenciálnych rovníc $\boldsymbol{p}'(t) = \boldsymbol{p}(t)\mathbf{A}$, ktorý môžeme napísať v tvare

$$p_1' = -\frac{3}{5}p_1(t) + \frac{2}{5}p_2(t)$$
$$p_2' = \frac{3}{5}p_1(t) - \frac{2}{5}p_2(t).$$

Prepíšeme tento systém do maticového tvaru

$$\begin{pmatrix} p_1' \\ p_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

Potom riešením tohto systému pomocou maticovej exponenciály je

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \exp\left(t\mathbf{A}^T\right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix},$$

kde $\mathbf{A}^T$ je transponovaná matica k matici $\mathbf{A}$. Transponovať maticu $\mathbf{A}$ musíme preto lebo systém diferenciálnych rovníc je zadaný v tvare $\boldsymbol{p}'(t) = \boldsymbol{p}(t)\mathbf{A}$. Ak zohľadníme začiatočné podmienky, tak z poslednej rovnice dostaneme

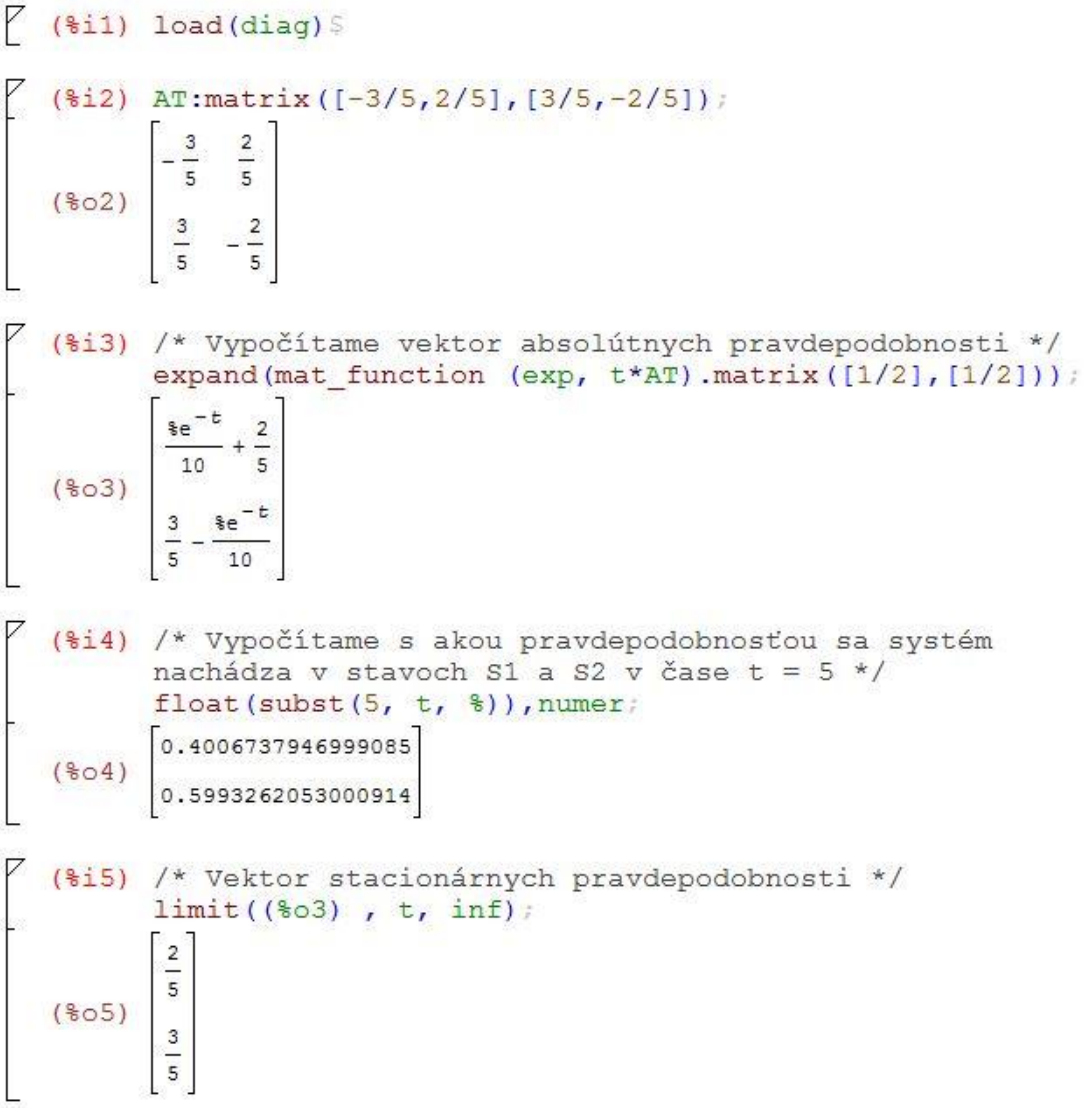
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}.$$

Výpočtom v Maxime dostaneme vektor absolútnych pravdepodobnosti

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{e^t}{10} + \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} - \frac{e^t}{10} \end{pmatrix}.$$

Z obr.1 môžeme ďalej vyčítať výsledky riešenia ďalších parciálnych úloh.

Obr. 1: Riešenie príkladu 3 s podporou open source programu wxMaxima



V riadku (%i1) sme privolali podprogram „diag“ na riešenie maticových funkcií. V riadku (%i3) príkaz „math_function(exp, t*AT)“ vypočíta maticovú exponenciálu matice AT. V riadku (%i4) je počítaná hodnota výrazu z predchádzajúceho riadku po substitúcií t = 5. Vypočítali sme, že v čase t = 5 sa bude systém nachádzať v stave S_1 s pravdepodobnosťou 0,4 a v stave S_2 s pravdepodobnosťou 0,6 (po zaokrúhlení). Posledný riadok určuje vektor stacionárných pravdepodobnosti, t. j. ak $t \to \infty$.

Maticové funkcie možno vhodne využiť aj pri riešení úloh z Markovových reťazcov. Markovov reťazec opisuje spravidla diskrétny stochastický proces, pre ktorý platí, že pravdepodobnosť prechodu do nasledujúceho stavu závisí iba na súčasnom stave a nie na predchádzajúcich stavoch. Z teórie homogénnych Markovových reťazcov vieme, že vektor absolútnych pravdepodobnosti $\boldsymbol{p}(n)$ pre začiatočný vektor pravdepodobnosti $\boldsymbol{p}(0)$ a maticu prechodu **P** možno vyjadriť v tvare

$$\boldsymbol{p}(n) = \boldsymbol{p}(n-1)\mathbf{P},$$

resp.

$$\boldsymbol{p}(n) = \boldsymbol{p}(0)\mathbf{P}^{\boldsymbol{n}}.$$

Pomocou Markovových reťazcov je možne modelovať nepreberné množstvo úloh každodennej reality, medzi ne patrí aj systém bonus-malus.

Príklad 4. Nech

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 & 0 \\ 0{,}8 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}8 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

je matica pravdepodobností prechodu v bonus-malus systéme (Fecenko, Neživotné poistenie, 2012). Nech poistenec sa nachádza v druhej bonus-malus triede. Určme vektor absolútnych pravdepodobností a vypočítajme vektor stacionárnych pravdepodobností a zistime s akou pravdepodobnosťou sa bude poistenec nachádzať v jednotlivých bonus-malus triedach po piatich rokoch

Riešenie. Postup riešenia úlohy je prezentovaný v nasledujúcom skripte.

Obr.2: Riešenie príkladu 4 s podporou open source programu wxMaxima

```
(%i2) load("diag")$; ratprint: false$

(%i3) /* Zadanie matice prechodu */
      P: matrix(
       [0.8,0.2,0],
       [0.8,0,0.2],
       [0,0.8,0.2]
      );
```

$$(\%o3)\quad \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$$

```
(%i4) /* Definovanie používateIskej funkcie */
      celocis_moc(x) := block ([n], declare(n, integer),x^n)$

(%i5) /* Výpočet n-tej mocniny matice prechodu */
      mat_function(celocis_moc,P);
```

$$(\%o5)\quad \begin{bmatrix} \frac{2^{n-1}}{3\,5^n} - \frac{(-2)^{n-1}}{7\,5^n} + \frac{16}{21} & -\frac{2^{n-2}}{3\,5^n} - \frac{3\,(-2)^{n-2}}{7\,5^n} + \frac{4}{21} & -\frac{2^{n-2}}{3\,5^n} + \frac{(-2)^{n-2}}{7\,5^n} + \frac{1}{21} \\ -\frac{2^n}{3\,5^n} - \frac{3\,(-2)^n}{7\,5^n} + \frac{16}{21} & \frac{2^{n-1}}{3\,5^n} - \frac{9\,(-2)^{n-1}}{7\,5^n} + \frac{4}{21} & \frac{2^{n-1}}{3\,5^n} + \frac{3\,(-2)^{n-1}}{7\,5^n} + \frac{1}{21} \\ -\frac{2^{2+n}}{3\,5^n} + \frac{(-2)^{2+n}}{7\,5^n} + \frac{16}{21} & \frac{2^{1+n}}{3\,5^n} + \frac{3\,(-2)^{1+n}}{7\,5^n} + \frac{4}{21} & \frac{2^{1+n}}{3\,5^n} - \frac{(-2)^{1+n}}{7\,5^n} + \frac{1}{21} \end{bmatrix}$$

```
(%i6) /* Výpočet vektora absolútnych pravdepodobnosti */
      matrix([0,1,0]).mat_function(celocis_moc,P);
```

$$(\%o6)\quad \left[-\frac{2^n}{3\,5^n}-\frac{3\,(-2)^n}{7\,5^n}+\frac{16}{21}\quad \frac{2^{n-1}}{3\,5^n}-\frac{9\,(-2)^{n-1}}{7\,5^n}+\frac{4}{21}\quad \frac{2^{n-1}}{3\,5^n}+\frac{3\,(-2)^{n-1}}{7\,5^n}+\frac{1}{21}\right]$$

```
(%i7) /* Výpočet vektora stacionárnych pravdepodobnosti */
      limit(%, n, inf);
```

$$(\%o7)\quad \left[\frac{16}{21}\quad \frac{4}{21}\quad \frac{1}{21}\right]$$

```
(%i8) /* Výpočet pravdepodobnosti s akou sa bude poistenec
         nachádzať v jednotlivých bonus-malus triedach
         po piatich rokoch. */
      float(subst(5, n, %o6)),numer;
(%o8) [0.7628799999999999  0.1856  0.05152]
```

V riadku (%i5) sme vypočítali *n*-tú mocninu matice prechodu, v ktorej prvok nachádzajúci sa v *i*-tom riadku a *j*-tom stĺpci vyjadruje s akou pravdepodobnosťou sa bude nachádzať poistenec, ktorý je v súčasnosti v *i*-tej bonus-malus triede v *j*-tej bonus-malus triede po *n* rokoch. V riadku (%i6) vektor absolútnych pravdepodobností určuje pravdepodobnosť s akou sa bude poistenec, ktorý je na začiatku v druhej bonus-malus triede nachádzať v jednotlivých bonus-malus triedach po *n*-rokoch. Ďalšie hodnoty sú v obrázku komentované.

4 Záver

Pripomeňme, že existuje viacej prístupov, okrem uvedeného, ako zovšeobecniť výpočet $f(\mathbf{A})$, napríklad pomocou Cauchyho integrálu, resp. pomocou polynomialnej interpolácie, použitím Hermiteovho polynómu.

Literatúra

1. Fecenko, J. - Frisová, S. (2016). Použitie vytvárajúcich funkcií pri analýze Markovových reťazcov. *Ekonomika a informatika, č.2*.
2. Fecenko, J. (2012). *Neživotné poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
3. Fecenko, J. (2017). Nekonečné rady (číselné, funkcionálne, maticové). Bratislava: Ekonóm.
4. Horáková, G. - Huťka, V. (2012). *Teória pravdepodobnosti 1.* Bratislava: Ekonóm.
5. Huťka, V. (2002). *Teória pravdepodobnosti 2.* Bratislava: Ekonóm.
6. Janková, K. - Kilianová, S. - Brunovský, P. - Bokes, P. (2015). *Markovové reťazce a ich aplikácie.* Bratislava: Epos.
7. Leydold, J. - Petry, M. (2008). *Introduction to Maxima for Economics.* Wien: WU http://statmath.wu.ac.at/~leydold/maxima/.
8. Peller, F. - Pinda, Ľ. - Fecenko, J. (2001). *Matematika 3.* Bratislava: Iura Edition.
9. Pfeiffer, P. E. (1990). *Probability for Applications.* New-York: Springer.
10. Skřivánková, V. (2004). *Náhodné procesy a ich aplikácie.* Košice: UPJŠ.
11. Voevodin, V. V. - Kuznecov. Ju. A. (1984). *Matrici i vyčislenia.* Moskva: Nauka.

Analýza počtu vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014
Analysis of the number of birth enterprises in Slovakia in years 2008 – 2014

Ľubica Hurbánková[1]

Abstrakt
Analyzujeme vybraný ukazovateľ demografie podnikov – počet vzniknutých podnikov. Cieľom príspevku je analyzovať vývoj a štruktúru počtu vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014. Analyzovaný je vývoj a štruktúra ukazovateľa podľa krajov. Na analýzu vývoja sú použité vybrané charakteristiky časových radov. Príspevkovú metódu používame, aby sme zistili, ktorý kraj najviac prispel k nárastu celkového počtu vzniknutých podnikov na Slovensku. Zmeny v štruktúre sú analyzované pomocou mier podobnosti štruktúr – Suslovovho koeficienta, Gallagherovho indexu, Moroeovho indexu, Gatevovho indexu, Ryabtesovho indexu a Szalaiovho indexu. Tieto miery používame, aby sme zistili, či sa menila štruktúra počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v sledovanom období.

Kľúčové slová
počet vzniknutých podnikov, príspevková metóda, podobnosť štruktúr

Abstract
We analyze selected indicator of business demography – the number of birth enterprises. The aim of the paper is to analyze the trend and structure of the number of birth enterprises in Slovakia in years 2008 – 2014. Analyzed is the trend and structure of indicator by region. For the trend analysis are used selected characteristics of time series. We use the contribution method to find out which region the most contributed to the increase in the total number of birth enterprises in Slovakia. Changes in structure are analyzed by rates of structural similarity - Suslov coefficient, Gallagher index, Monroe index, Gatev index, Ryabtes index and Szalai index. We use these rates to find out whether the structure of the number of birth enterprises in individual regions of Slovakia has changed in observed period.

Keywords
the number of birth enterprises, contribution method, similarity of structures

JEL classification
C10

1 Úvod

Národné štatistické úrady a takisto aj Štatistický úrad Slovenskej republiky (ďalej ŠÚ SR) vytvárajú súbor tzv. štatistických podnikov, teda ekonomických subjektov, ktoré sú ekonomicky aktívne a ktoré sú ďalej predmetom štatistického výkazníctva a základom pre tvorbu a prezentáciu štatistických údajov o vývoji ekonomiky. Tento súbor štatistických

[1] Ľubica Hurbánková: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: lubica.hurbankova@euba.sk.

údajov sleduje tzv. demografické udalosti o podnikoch súvisiace so vznikom, zánikom, prežívaním a zamestnanosťou podnikov v jednotlivých rokoch. Databáza údajov, ktorá je výsledkom zberu základných ukazovateľov o podnikoch, sa označuje pojmom **demografia podnikov.**

Východiskom pre vznik databázy ukazovateľov demografia podnikov je vytvorenie populácie aktívnych podnikov. Tvorbou tejto databázy sa na Slovensku zaoberá ŠÚ SR od roku 2000 v závislosti od požiadaviek, ktoré naň kladie Eurostat. Následne v súlade s metodikou Eurostat-u zaznamenáva ukazovatele charakterizujúce vznik, zánik a prežívanie podnikov v jednotlivých rokoch. Z databáz Demografia podnikov 2008 až 2014, ktoré nám poskytol ŠÚ SR, vznikli aj analýzy prezentované v tomto príspevku.

Demografia podnikov sleduje štatistiky o počte aktívnych podnikov, počte vzniknutých podnikov, počte prežívajúcich podnikov a počte zaniknutých podnikov. Osobitná pozornosť je venovaná dopadu týchto demografických udalostí na zamestnanosť. Demografia podnikov poskytuje kľúčové informácie pre politické rozhodovanie a pre ukazovatele na podporu stratégie Európa 2020. Miera vzniku podnikov, miera zániku podnikov a miera 2-ročného prežitia podnikov tvoria súčasť štrukturálnych ukazovateľov používaných na sledovanie pokroku revidovanej lisabonskej agendy.

Spôsob zisťovania novovzniknutých, prežívajúcich a zaniknutých podnikateľských subjektov vychádza z metodiky Eurostat-u pre Demografiu podnikov (Bolgáč, Sivašová, 2015). Podľa tejto metodiky sú **novovzniknuté subjekty** definované ako právnické a fyzické osoby – podnikatelia, ktoré mali v danom roku tržby alebo zamestnancov a v dvoch predchádzajúcich rokoch nemali ani tržby ani zamestnancov. **Zaniknuté subjekty** sú definované ako právnické a fyzické osoby – podnikatelia, ktoré boli v danom roku aktívne, ale v dvoch nasledujúcich rokoch nemali tržby ani zamestnancov. Právnické osoby okrem podnikov zahrňujú aj neziskové inštitúcie.

V oblasti demografie podnikov je cieľom Eurostatu získať porovnateľné dáta o demografii podnikov v jednotlivých členských krajinách EÚ celkovo ako aj v členení podľa kategórie ekonomickej činnosti (SK NACE), právnej formy a regionálneho členenia (NUTS2 prípadne NUTS3).

2 Metodické nástroje

Na analýzu počtu vzniknutých podnikov použijeme charakteristiky rozboru časových radov, príspevkovú metódu a miery podobnosti štruktúr.

2.1 Príspevková metóda

Hindls et al. (1997) definuje podmienku použitia príspevkovej (prírastkovej) metódy na analýzu aditívnych (súčtových) veličín Y, ktoré vzniknú súčtom jednotlivých zložiek:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1}$$

kde: Y je aditívna veličina,

y_i sú jednotlivé zložky.

Postup tejto metódy je nasledovný:

1. Vypočítame *relatívny prírastok agregovanej veličiny*, ktorý nám vyjadruje, aký relatívny prírastok mal daný agregát oproti predchádzajúcemu obdobiu:

$$k_{dt} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{d(Y)}{Y_{t-1}} = (k_Y - 1) \tag{2}$$

2. Vypočítame *relatívne prírastky jednotlivých zložiek,* ktoré vyjadrujú, aký relatívny prírastok mali jednotlivé zložky:

$$k_{dt} = \frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i} = \frac{d(y)}{y_{t-1}^i} = (k_y^i - 1) \tag{3}$$

3. Určíme *štruktúrne čísla,* ktoré vyjadrujú podiel jednotlivých zložiek na danej agregátnej veličine. Štruktúrne čísla počítame v období *t-1*, pričom predpokladáme, že sa zachová analogický podiel zložky na agregáte pri plynulom vývoji agregátu:

$$s_{t-1}^i = \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} \tag{4}$$

4. Vypočítame príspevok, ktorým *i*-ta zložka prispela na relatívnom prírastku agregovanej veličiny:

$$\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = (k_y^i - 1) * s_{t-1}^i \tag{5}$$

Príspevok každej aditívnej zložky je rovný súčinu jej relatívneho prírastku (porovnávajúceho hodnotu v danom roku oproti predchádzajúcemu roku) a podielu tejto zložky na agregáte v predchádzajúcom období:

$$\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \frac{d\left(y^i\right)}{Y_{t-1}} = \left(k_t^i - 1\right) * \left(s_t^i - 1\right) \tag{6}$$

Relatívny prírastok aditívnej veličiny je rovný súčtu relatívnych príspevkov jednotlivých zložiek:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \frac{1}{Y_{t-1}}\sum_{i=1}^{n}\left(y_t^i - y_{t-1}^i\right) = \frac{1}{Y_{t-1}}\left(\sum_{i=1}^{n} y_t^i - \sum_{i=1}^{n} y_{t-1}^i\right) = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \tag{7}$$

2.2 Podobnosť štruktúr

Zmeny štruktúry aditívnych veličín, ktoré vzniknú ako úhrn *n* zložiek, možno posudzovať pomocou rôznych mier podobnosti porovnávaných štruktúr. Použijeme nasledovné miery podobnosti štruktúr: Suslovov koeficient, Gallagherov index, Monroeov index, Gatevov index, Ryabtesov index a Szalaiov index.

Spoločným znakom všetkých mier je, že pomocou nich porovnávame štruktúry s rovnakým počtom zložiek *n*, pričom štruktúru aditívnej veličiny posudzujeme pomocou štruktúrnych čísiel, ktorých súčet sa rovná 1. Cieľom porovnávania je ukázať, nakoľko sú štruktúry aditívnych veličín v porovnávaných situáciách (rokoch) podobné, resp. odlišné.

Podmienky analýzy

Kahounová (1994) vo svojej práci vymedzuje podmienku analýzy *n*-zložkových štruktúr, ktorou je zadefinovanie štruktúrnych (pomerných) čísiel x_ia y_i, ktoré sú podielom *i*-tej časti (zložky *z*) na celkovej hodnote aditívnej veličiny (ukazovateľa) v období *k* a v období *j*:

$$x_i = \frac{z_k}{\sum_{i=1}^{n} z_k} \tag{8}$$

$$y_i = \frac{z_j}{\sum_{i=1}^{n} z_j} \tag{9}$$

kde: z_k je hodnota zložky v *k*-tom období,

y_j je hodnota zložky v *j*-tom období,

$\sum_{i=1}^{n} z_{k,j}$ je aditívna veličina v období *k*, resp. *j*,

pričom

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1 \tag{11}$$

Miery podobnosti štruktúr

Karpov (2007) uvádza nasledovné miery na analýzu zmien štruktúry:

- Suslovov koeficient,
- Gallagherov index,
- Monroeov index,
- Gatevov index,
- Ryabtesov index,
- Szalaiov index.

Suslovov koeficient

Suslovov koeficient je analógiou priemernej absolútnej odchýlky. Definuje sa na základe vzťahu:

$$d_{sus} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i| \tag{12}$$

kde: x_i a y_i sú štruktúrne čísla,

n je počet zložiek štruktúry.

Hodnoty Suslovovho koeficienta sa nachádzajú v intervale ⟨0;2/n⟩. Čím je hodnota koeficienta bližšia k 0, tým je podobnosť štruktúr väčšia a naopak, čím je bližšia k 2/n, tým je podobnosť menšia, resp. odlišnosť štruktúr je väčšia. Po vynásobení d_{sus} * 100 kvantifikujeme, o koľko percentuálnych bodov sa v priemere líši podiel každej zložky na danej aditívnej veličine v porovnávaných situáciách.

Výhodou použitia Suslovovho koeficienta je možnosť vzájomného porovnania jednotlivých štruktúrnych čísiel a zistenia, pri ktorej zložke bola zaznamenaná najväčšia odlišnosť a následne možno podrobiť túto zložku ďalšej analýze.

Gallagherov index

Gallagherov index vypočítame podľa vzorca:

$$I_{GALLAGHER} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2} \tag{13}$$

Gallagherov index môže nadobúdať hodnoty z intervalu ⟨0;1⟩. Ak sa hodnota blíži k 0, štruktúry sú veľmi podobné. Ak sa hodnota blíži k 1, porovnávané štruktúry sú rozdielne.

Rovnaký definičný obor a interpretáciu majú aj ďalšie štyri miery podobnosti štruktúr: Monreov, Gatevov, Ryabtesov a Szalaiov index. Nevýhodou týchto mier je, že nemajú logickú interpretáciu čiastkových výsledkov, pretože výsledná hodnota nemá mernú jednotku, čiže poskytujú len celkové zhodnotenie miery podobnosti porovnávaných štruktúr.

Monroeov index

Monroeov index kvantifikujeme na základe vzťahu:

$$I_{MONROE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}{1 + \sum_{i=1}^{n} y_i^{\,2}}} \tag{14}$$

Monroeov index nadobúda hodnoty z intervalu ⟨0;1⟩. Čím je hodnota bližšia k 0, tým sú štruktúry podobnejšie, čím je hodnota bližšia k 1, tým sú porovnávané štruktúry odlišnejšie.

Gatevov index

Gatevov index vypočítame na základe nasledovného vzorca:

$$I_{GATEV} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\,2} + y_i^{\,2}\right)}} \tag{15}$$

Hodnoty Gatevovho indexu sa môžu nachádzať v intervale ⟨0;1⟩. Ak sa hodnota blíži 0, štruktúry sú si podobné, ak sa hodnota blíži k 1, značí to odlišnosť porovnávaných štruktúr.

Ryabtesov index

Ryabtesov index definujeme na základe vzťahu:

$$I_{RYABTES} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i)^2}} \tag{16}$$

Ryabtesov index nadobúda hodnoty z intervalu ⟨0;1⟩. Čím je hodnota bližšia k 0, štruktúry sú podobné, čím je hodnota bližšia k 1, tým je väčšia odlišnosť porovnávaných štruktúr.

Szalaiov index

Na výpočet Szalaiovho indexu používame nasledovný vzorec:

$$I_{SZALAI} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - y_i}{x_i + y_i}\right)^2}{n}} \tag{17}$$

Hodnoty Szalaiovho indexu sú z intervalu ⟨0;1⟩. Ak je hodnota blízka 0, štruktúry sú podobné, ak je blízka 1, porovnávané štruktúry sú odlišné.

3 Analýza počtu vzniknutých podnikov na Slovensku

V tejto časti príspevku budeme analyzovať počet vzniknutých podnikov na Slovensku. Najskôr pozornosť upriamime na analýzu celkového počtu vzniknutých podnikov a potom budeme analyzovať počet a štruktúru vzniknutých podnikov podľa krajov Slovenska.

3.1 Analýza celkového počtu vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014

V tabuľke 1 sú uvedené počty vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014 a absolútna a relatívna zmena vypočítaná na základe Kotlebovej (2017).

Tab. 1: Počet aktívnych podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014, absolútna a relatívna zmena

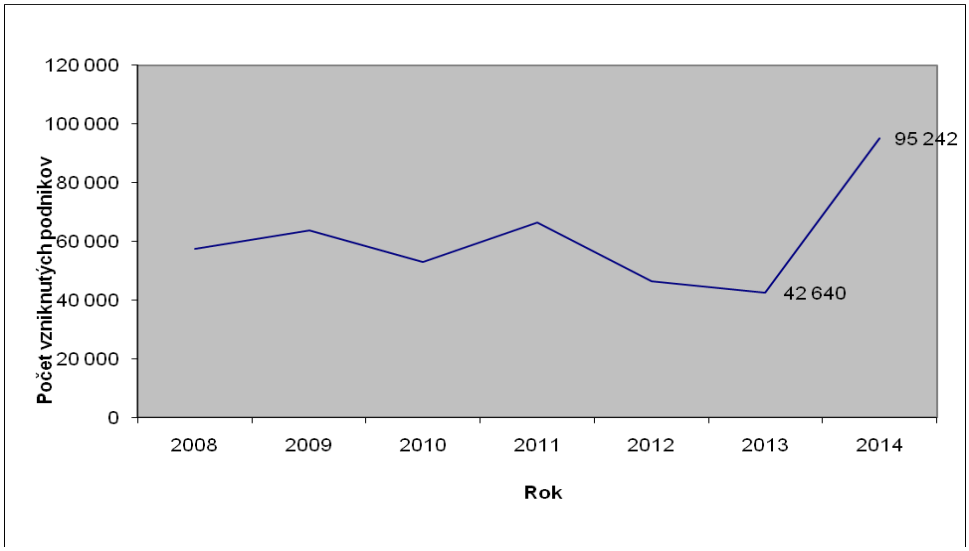
Rok	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Počet vzniknutých podnikov	57 574	63 743	53 077	66 420	46 389	**42 640**	**95 242**
Absolútny prírastok	-	6 169	-10 666	13 343	**-20 031**	-3 749	**52 602**
Koeficient rastu	-	1,1071	0,8327	1,2514	**0,6984**	0,9192	**2,2336**
Bázický index	1,0000	1,1071	0,9219	1,1536	0,8057	0,7406	1,6543

Zdroj: Demografia podnikov 2008 – 2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

Na základe údajov v tabuľke 1 môžeme konštatovať, že najviac vzniknutých podnikov bolo počas sledovaného obdobia v roku 2014 (95 242), naopak najmenej v roku 2013 (42 640). Na základe charakteristík časových radov sme zistili, že najväčší nárast počtu vzniknutých podnikov bol v roku 2014 v porovnaní s rokom 2013, kedy bol zaznamenaný nárast o 123,36 %, čo je absolútne o 52 602 vzniknutých podnikov viac. Najvyšší pokles bol zaznamenaný v roku 2012 oproti roku 2011, pokles o 30,16 % (o 20 031 vzniknutých podnikov menej). Pomocou bázického indexu sme zistili, že v roku 2014 v porovnaní s rokom 2008 vzrástol počet vzniknutých podnikov o 65,43 %.

Vývoj počtu vzniknutých podnikov na Slovensku je znázornený na obrázku 1, kde môžeme vidieť, že sa striedali obdobia rastu s obdobiami poklesu.

Obr. 1: Vývoj počtu vzniknutých podnikov na Slovensku v rokoch 2008 – 2014

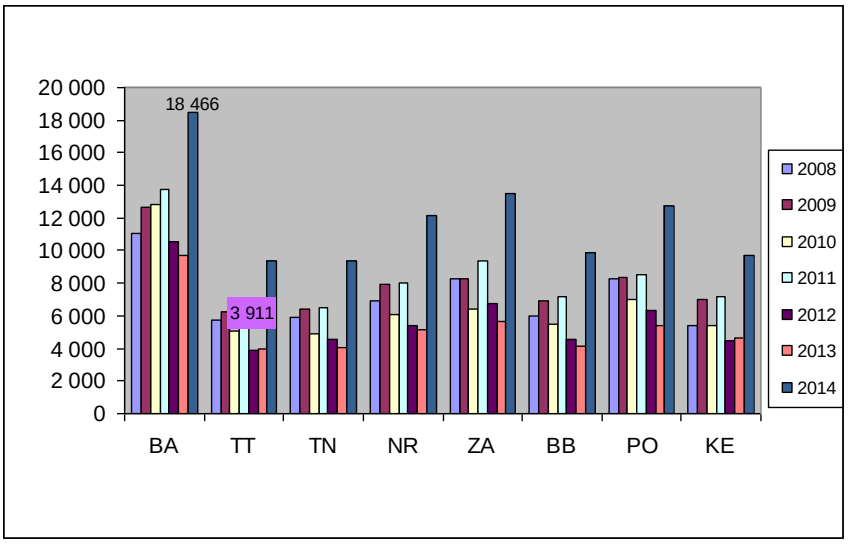


Zdroj: Demografia podnikov 2008 – 2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

3.2 Analýza štruktúry počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska

Obrázok 2 zobrazuje počet vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2008 – 2014.

Obr. 2: Počet vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch SR v rokoch 2008 – 2014



Zdroj: Demografia podnikov 2008 – 2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

Môžeme sledovať, že najviac podnikov vzniklo počas celého sledovaného obdobia v Bratislavskom kraji (najvyšší počet 18 466 vzniknutých podnikov bol zaznamenaný v roku 2014), najmenej v Trnavskom (3 911vzniknutých podnikov bolo v roku 2012).

V tabuľke 2 je uvedený výpočet príspevkovej metódy počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2008 a 2014.

Tab. 2: Výpočet príspevkovej metódy počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2008 a 2014

Počet vzniknutých podnikov	Relatívny prírastok	Štruktúrne číslo	Príspevok
BA	**0,6642**	**0,1927**	**0,1280**
TT	0,6446	0,0990	0,0638
TN	0,5926	0,1026	0,0608
NR	0,7481	0,1209	0,0904
ZA	0,6288	0,1436	0,0903
BB	0,6500	0,1037	0,0674
PO	0,5456	0,1436	0,0784
KE	0,8007	0,0938	0,0751
Spolu	**0,6543**	**1,0000**	**0,6543**

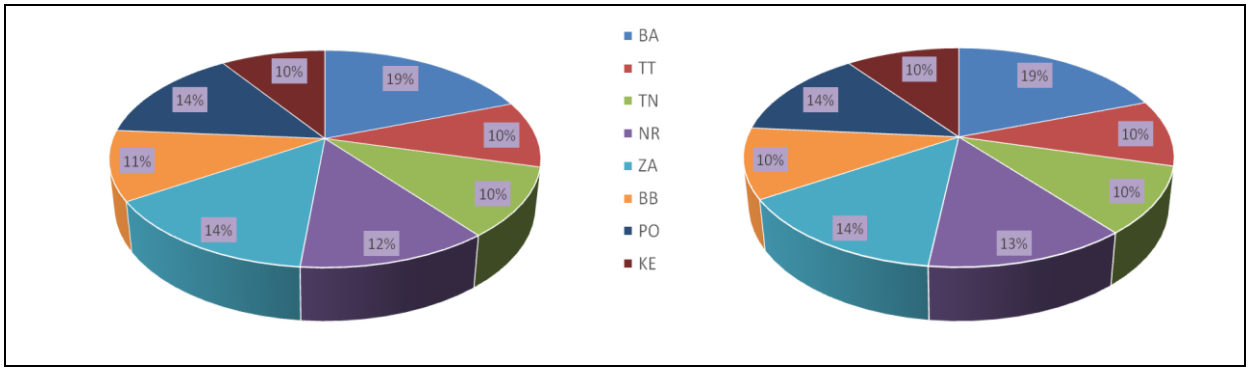
Zdroj: Demografia podnikov 2008 – 2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

Zistili sme, že najviac vzrástol počet vzniknutých podnikov v roku 2014 oproti roku 2008 v Košickom kraji (nárast o 80,07 %), najmenej v Prešovskom kraji (nárast o 54,56 %). Najvyšší podiel na celkovom počte vzniknutých podnikov mal v roku 2008 Bratislavský kraj (19,27 %). Na náraste počtu vzniknutých podnikov v roku 2014 v porovnaní s rokom 2008 o 65,43 % najviac prispel Bratislavský kraj 12,80 %, pričom v roku 2014 vzrástol počet vzniknutých podnikov v tomto kraji o 66,42 %.

Budeme sledovať, či sa menila štruktúra počtu vzniknutých podnikov v roku 2008 a 2014.

Na obrázku 3 je znázornená štruktúra počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2008 a 2014. Vidíme, že najvyšší podiel na celkovom počte vzniknutých podnikov mal Bratislavský kraj (19 %), Žilinský kraj (14 %), Prešovský kraj (14 %). Najmenší (10 %) podiel sme zistili v Trnavskom, Trenčianskom a Košickom kraji.

Obr. 3: Štruktúra počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2008 a 2014



Zdroj: Demografia podnikov 2008 –2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

Vidíme, že nastávali zmeny v štruktúre počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska. Preto sme sa rozhodli pomocou mier podobnosti štruktúr zistiť, či sú

štruktúry počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch v rokoch 2008 a 2014 podobné, resp. odlišné.

Na základe výpočtu v tabuľke 3 ako aj na základe grafického zobrazenia (obrázok 3) sme zistili, že najvyšší podiel na celkovom počte vzniknutých podnikov mal v obidvoch sledovaných rokoch Bratislavský kraj (19,27 %-ný podiel v roku 2008 a 19,39 %-ný podiel v roku 2014). Najnižší podiel mal v roku 2008 Košický kraj (9,38 %) a v roku 2014 Trnavský kraj (9,84 %). Najväčšia absolútna odchýlka bola zistená v Prešovskom kraji (0,94 p.b.), najmenšia v Banskobystrickom kraji (0,03 p.b.). Suslovov koeficient môže nadobúdať hodnoty z intervalu ⟨0;0,25⟩. V našom prípade dosiahol hodnotu 0,0082. Z porovnania zmien štruktúry počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska na základe Suslovovho koeficienta podobnosti štruktúr sme dospeli k záveru, že jeho hodnota sa blíži k 0, čo znamená, že zmeny v štruktúre neboli veľmi výrazné, štruktúra počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch sa v rokoch 2008 a 2014 odlišovala len mierne. Aj pomocou ostatných mier podobnosti štruktúr sme zistili nevýrazné zmeny v štruktúrach analyzovaného indikátora demografie podnikov.

Tab. 3: Výpočet mier podobnosti štruktúr počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch na Slovensku v rokoch 2008 a 2014

Počet vzniknutých podnikov	x_i	y_i	$\lvert x_i - y_i \rvert$	$(x_i-y_i)^2$	$(y_i)^2$	$x_i^2+y_i^2$	$(x_i+y_i)^2$	$\left(\frac{x_i - y_i}{x_i + y_i}\right)^2$
BA	**0,1927**	**0,1939**	0,0012	0,0000	0,0376	0,0747	0,1495	0,0000
TT	0,0990	0,0984	0,0006	0,0000	0,0097	0,0195	0,0390	0,0000
TN	0,1026	0,0988	0,0038	0,0000	0,0098	0,0203	0,0406	0,0004
NR	0,1209	0,1277	0,0069	0,0000	0,0163	0,0309	0,0618	0,0008
ZA	0,1436	0,1414	0,0022	0,0000	0,0200	0,0406	0,0813	0,0000
BB	0,1037	0,1035	0,0003	0,0000	0,0107	0,0215	0,0429	0,0000
PO	0,1436	0,1342	0,0094	0,0001	0,0180	0,0386	0,0772	0,0012
KE	0,0938	0,1021	0,0083	0,0001	0,0104	0,0192	0,0384	0,0018
Spolu	1,0000	1,0000	0,0326	0,0002	0,1325	0,2654	0,5306	0,0041
dsus	x	x	x	x	x	x	x	**0,0082**
$I_{GALLAGHER}$	x	x	x	x	x	x	x	**0,0106**
I_{MONROE}	x	x	x	x	x	x	x	**0,0141**
I_{GATEV}	x	x	x	x	x	x	x	**0,0292**
$I_{RYABTES}$	x	x	x	x	x	x	x	**0,0292**
I_{SZALAY}	x	x	x	x	x	x	x	**0,0226**

Zdroj: Demografia podnikov 2008 – 2014, ŠÚ SR, vlastné spracovanie

4 Záver

Z uskutočnených analýz môžeme vyvodiť nasledovné závery:

- najviac vzniknutých podnikov bolo počas sledovaného obdobia (2008 – 2014) v roku 2014 (95 242), naopak najmenej v roku 2013 (42 640), najväčší nárast počtu vzniknutých podnikov bol v roku 2014 v porovnaní s rokom 2013, a to o 123,36 %, čo je absolútne o 52 602 vzniknutých podnikov viac, najvyšší pokles bol zaznamenaný

v roku 2012 oproti roku 2011, pokles o 30,16 % (o 20 031 vzniknutých podnikov menej),

- najviac podnikov vzniklo počas celého sledovaného obdobia v Bratislavskom kraji (18 466 v roku 2014), najmenej v Trnavskom (3 911 v roku 2012),
- najvyšší podiel na celkovom počte vzniknutých podnikov mal Bratislavský kraj (19 %), Žilinský kraj (14 %), Prešovský kraj (14 %), Najmenší (10 %) podiel sme zistili v Trnavskom, Trenčianskom a Košickom kraji,
- na náraste počtu vzniknutých podnikov v roku 2014 v porovnaní s rokom 2008 o 65,43 % najviac prispel Bratislavský kraj 12,80 %, najmenej Trenčiansky kraj 6,08 %,
- z porovnania zmien štruktúry počtu vzniknutých podnikov v jednotlivých krajoch Slovenska na základe mier podobnosti štruktúr sme zistili, že ich hodnoty sa blížia k 0, čo znamená, že zmeny v štruktúre neboli veľmi výrazné, štruktúra počtu aktívnych podnikov v jednotlivých krajoch sa v rokoch 2008 a 2014 odlišovala len mierne.

Literatúra

1. Bolgáč, J. – Sivašová, D. (2015). Demografia podnikov Slovenska z pohľadu právnej formy vlastníctva podnikov. In *Zborník vedeckých statí projektu VEGA 1/0501/14 Teoretické a praktické aspekty podniku z pohľadu demografie – nástroj hodnotenia zmien v ekonomickom raste a zamestnanosti. 1. časť*. Bratislava: Ekonóm. 2015. s. 6 – 20.
2. Hindls, R. – Kaňoková, J. – Novák, I. (1997). *Metody statistické analýzy pro ekonomy*. Praha: MANAGEMENT Press, 1997.
3. Kahounová, J. (1994). *Měření podobnosti struktur*. Praha: VŠE PRAHA, 1994.
4. Karpov, A. (2007). *Measurement of Disproportionality in PR System*. Moscow: State University - Higher School of Economics, 2007.
5. Kotlebová, E. a kol. (2017). *Štatistika pre bakalárov v praxi*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2017.
6. Sodomová, E. (2013) *Štatistika pre bakalárov*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm, 2013.
7. Šoltés, E. (2015). Miera vzniku podnikov v SR v rokoch 2007 – 2012. In *Zborník vedeckých statí projektu VEGA 1/0501/14 Teoretické a praktické aspekty podniku z pohľadu demografie – nástroj hodnotenia zmien v ekonomickom raste a zamestnanosti. 1. časť*. Bratislava: Ekonóm. 2015. s. 46 – 57.
8. Štatistický úrad Slovenskej republiky. Demografia podnikov. 2008 – 2014. Bratislava: ŠÚ SR.
9. Vojtková, M. a kol. (2016). *Demografia podnikov. Teoretické aspekty a empíria*. Univerzita Pardubice, 2016.
10. Vojtková, M. (2015). Zamestnanosť z pohľadu vzniku a zániku podnikov na Slovensku In *Zborník vedeckých statí projektu VEGA 1/0501/14 Teoretické a praktické aspekty podniku z pohľadu demografie – nástroj hodnotenia zmien v ekonomickom raste a zamestnanosti. 1. časť*. Bratislava: Ekonóm. 2015. s. 87 – 99.

Medzinárodné štandardy aktuárskej praxe

International Standards of the Actuarial Practice

Mária Kamenárová[1], Katarína Sakálová[2]

Abstrakt

Cieľom vytvorenia medzinárodných štandardov aktuárskej praxe je poskytnúť aktuárskym organizáciám modelové štandardy a zjednocovať prístupy v praxi z globálneho hľadiska. Výsledkom tohto mechanizmu je zvyšovanie profesionality a kvality práce aktuárov, a stanovenie štandardov pre finálne reporty, ktoré vytvárajú kvalifikovaní aktuári ako súčasť svojich odborných služieb. Na Slovensku sú zatiaľ prijaté štyri medzinárodné štandardy aktuárskej praxe ku koncu roka 2016. Najvýznamnejšie z nich sú aktuárske štandardy previazané na aktuálny zákon o poisťovníctve a požiadavky profesijnej aktuárskej praxe: ISAP1 Všeobecné aktuárske postupy a ESAP 2 Správa aktuárskej funkcie podľa smernice 2009/138 ES. V príspevku je popísaný obsah týchto štandardov.

Kľúčové slová

Poisťovne, aktuárske štúdie, Medzinárodný štandard aktuárskej praxe, Správa aktuárskej funkcie, Všeobecné aktuárske postupy.

Abstract

The goal of the International Standards of Actuarial Practice is to provide the model standards and thus provides the unification of the methods and implementation in practice from the global perspective. The result of this mechanism achieves the profesionalism and the quality of the outcome and defines the level playing field for the final reports, that are produced by the qualified actuaries during providing the actuarial services. In Slovakia till end of 2016 there are adopted four International Standards of the Actuarial Practice. The most important ones are actuarial standards linked to the current Insurance Act including the requirements of professional actuarial practice: ISAP1 General Actuarial Practice and ESAP2 Actuarial Function Report under Directive 2009/138/EC. In the article is described the content of these standards.

Key words

Insurance, Actuarial Studies, International Standard of Actuarial Practice, Actuarial Function Report, General Actuarial Practice.

JEL classification

G22

[1] Ekonomická univerzita Bratislava, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská1/b, Bratislava 852 35, mkamenarova@gmail.com

[2] Ekonomická univerzita Bratislava, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská1/b, Bratislava 852 35, katarina.sakalova@euba.sk

1 Úvod

Štandardy aktuárskej praxe vychádzajú z platných právnych noriem a všeobecne uznávaných aktuárskych pravidiel. Hoci stanovujú aktuárom obmedzenia pri použití prostriedkov v jeho aktivitách, ponechávajú mu dostatočný priestor a vyjadrenie odborného úsudku, použitia zjednodušení a posúdenia primeranosti jednotlivých aktuárskych postupov a metód, takže aktuár môže konať nezávisle.

Medzinárodné štandardy aktuárskej praxe sú vytvárané dvomi vedúcimi medzinárodnými organizáciami: Medzinárodnou aktuársku asociáciou, a sú označované ako ISAP a Európskou aktuárskou asociáciou, a sú označované ako ESAP. Cieľom tvorby medzinárodných štandardov je poskytnúť členským aktuárskym organizáciám modelové štandardy aktuárskej praxe a zjednocovať prístupy v praxi z globálneho hľadiska. Výsledkom tohto mechanizmu je zvyšovanie profesionality práce a finálnych reportov, ktoré vytvárajú kvalifikovaní aktuári ako súčasť svojich odborných služieb.

Na Slovensku prijíma a schvaľuje štandardy aktuárskej praxe [5] Slovenská spoločnosť aktuárov ako jediné združenie profesionálov a odborníkov v oblasti aktuárstva, riadenia rizík a finančného modelovania v poisťovniach.

Štandardy aktuárskej práce sa delia na:

- povinné štandardy,
- odborné smernice,
- odporúčania.

Slovenská spoločnosť aktuárov združuje špecialistov v oblasti aktuárstva na Slovensku od roku 1996. Medzi jej hlavné ciele patrí okrem iného participácia na tvorbe medzinárodných štandardov aktuárskej praxe, ako aj ich schválenie a následná implementácia medzi pravidlá určujúce štandardy atuárskej práce na Slovensku.

2 Prevzaté medzinárodné aktuárske štandardy na Slovensku

Ku koncu roka 2016 boli prevzaté, spracované a schválené Slovenskou spoločnosťou aktuárov štyri medzinárodné štandardy aktuárskej praxe ako povinné štandardy:

- Povinný štandard č. 1 Všeobecné aktuárske postupy,
- Povinný štandard č. 2 Finančná analýza schém dôchodkového zabezpečenia,
- Povinný štandard č. 3 Aktuárska prax vo vzťahu k IAS 19 Zamestnanecké požitky,
- Povinný štandard č. 4 Správa aktuárskej funkcie podľa smernice 2009/138 ES.

V súčasnosti sa pripravujú na prezatie ďalšie dva štandardy:

- Povinný štandard pre Vlastné posúdenie rizíka solventnosti ORSA (ESAP3),
- Povinný štandard pre Insurer Enterprise Risk Models (ISAP 5).

Štandard pre Vlastné posúdenie rizíka solventnosti tzv. ORSA [3], je taktiež štandard, ktorý pokrýva oblasť požadovanú legislatívou pre Solventnosť II v poisťovniach. V súčasnosti je pripravovaný pracovnou skupinou pod názvom: Aktuárska prax vo vzťahu k procesu ORSA podľa smernice 2009/138/ES a jeho schválenie sa očakáva koncom roka 2017.

3 Požiadavky štandardu Všeobecné aktuárske postupy (ISAP1), (ESAP1)

Cieľom Medzinárodných štandardov Všeobecných aktuárskych postupov [1], [4], [5] je usmerniť aktuárov pri vykonávaní aktuárskych služieb tak, aby určení užívatelia mali istotu, že:

- aktuárske služby sú vykonávané profesionálne a s patričnou pozornosťou,
- výsledky zodpovedajú ich potrebám, sú prezentované jasne a zrozumiteľne a sú úplné,

- a použité predpoklady a metodika (vrátane, ale nielen, modelov a modelovacích techník) sú primerane popísané.

Slovenská spoločnosť aktuárov prijala Povinný štandard č. 1 Všeobecné aktuárske postupy [7] dňa 22. marca 2016.

V súčasnosti nie je implementovaný dodatok ISAP 1A [5], ktorý pokrýva všetky aktuárske modely, ktoré sú používané v poisťovniach v procesoch tvorby rozhodnutí manažmentu. Tento štandard obashuje správu a riadenie oblasti tvorby modelov a poskytuje aktuárom návod ako riadiť riziká spojené s výberom správneho matematického alebo štatistického modelu, s vývojom nového modelu, jeho modifikácie a jeho používania.

3.1 Vhodné postupy

V štandardoch sú bližšie definované podmienky a pravidlá, ktoré musí dodžiavať člen aktuárskej spoločnosti počas poskytovania odborných služieb.

Aktuár pri prijímaní zadania na aktuárske služby, má byť:

- kompetentný a primerane skúsený na vykonanie služieb,
- presvedčený, že zadanie môže byť vykonané v súlade s príslušným etickým kódexom aktuára,
- ubezpečený, že má primeranú záruku, ohľadom času, zdrojov, prístupu k relevantným zamestnancom a iným relevantným stranám, prístup k dokumentácii a informáciám a že má právo komunikovať informácie, ak je to potrebné pre jeho prácu.

Aktuár má mať alebo získať dostatočné vedomosti a pochopenie dostupných údajov a informácií, vrátane príslušnej histórie, procesov, povahy obchodných operácií, legislatívy, a podnikateľského prostredia subjektu, aby bol náležite pripravený vykonávať aktuárske služby podľa zadania.

Aktuár môže smie použiť informácie vypracované inou stranou, ako sú údaje, relevantné zmluvy, ustanovenia poistnej zmluvy alebo penzijného plánu napr. poistné podmienky, názory ďalších odborníkov, projekcie, a podporné analýzy. Aktuár si smie vybrať druhú stranu a informácie, na ktoré sa bude spoliehať, alebo ich môže získať od zadávateľa. Štandard navrhuje možnosti, ako sa aktuár má vysporiadat so situáciou, keď nie sú splnené tieto podmienky kvality údajov.

Aktuár posudzuje, či má k dispozícii dostatočné a spoľahlivé údaje na vykonanie aktuárskych služieb. Údaje sú dostatočné, ak obsahujú informáciu primeranú pre zadanie. Údaje sú spoľahlivé, ak je informácia vecne presná. Údaje musia prejsť kontrolou konzistentnosti, úplnosti a presnosti, o čom sa aktuár musí dostatočne ubezpečiť.

Predpoklady a metodika môžu byť stanovené aktuárom, predpísané zadávateľom alebo inou stranou, alebo stanovené zákonom. Pokiaľ report neuvádza, kto určil predpoklady alebo metodiku, predpokladá sa, že za predpoklady alebo metodiku zodpovedá aktuár, ktorý report vypracoval.

Aktuár zváži, či a v akom rozsahu je vhodné, aby bol report nezávisle skontrolovaný, vcelku alebo po častiach, pred doručením finálnej verzie reportu zadávateľovi, alebo pred jeho distribúciou určeným užívateľom. Účelom nezávislého odborného hodnotenia je zabezpečiť kvalitu výstupu, tak aby boli všetky procesy plne prispôsobené zložitosti zadania a špecifickému prostrediu, v ktorom aktuár pracuje.

Dokumentácia je dostatočná, ak obsahuje dostatok detailov na to, aby iný aktuár, odborne spôsobilý v rovnakom odbore, mohol pochopiť zadanie a zhodnotiť vykonané úsudky.

3.2 Komunikácia

Akákoľvek komunikácia má primeraná konkrétnym okolnostiam a vziať do úvahy zručnosti, chápanie, úroveň relevantných technických znalostí a potreby určeného užívateľa tak, aby mal možnosť pochopiť dôsledky vyplývajúce z komunikácie aktuára.

Komunikácia prebieha ústnou, ale najmä písomnou formou, a musí spĺňať náležitosti formy a obsahu, zrozumiteľnosti a vyhovovať časovému harmonogramu plnenia úloh dohodnutého so zadávateľom.

V štandarde je definovaný obsah písomnej správy, kde je potrebné uviesť:

- rozsah a zamýšľané použitie reportu,
- výsledky aktuárskych služieb, vrátane možnej odchýlky týchto výsledkov,
- použitú metodiku, predpoklady a údaje,
- akékoľvek obmedzenia týkajúce sa distribúcie reportu,
- dátum vytvorenia reportu,
- a informácie o autorstve reportu.

Počas komunikácie je potrebné jasne identifikovať vydávajúceho aktuára. Ak dvaja alebo viacerí aktuári vydávajú spoločnú komunikáciu, ktorá má aspoň čiastočne aktuársky obsah, musí komunikácia jasne identifikovať všetkých prispievajúcich aktuárov.

4 Požiadavky štandardu aktuárskej funkcie podľa smernice 2009/138 ES (ESAP2)

Tento povinný štandard aktuárskej praxe sa vzťahuje na aktuárov, ktorí zastávajú kľúčovú funkciu tzv. aktuársku funkciu ako aj na aktuárov, ktorí poskytujú aktuárske služby pri vypracovaní Správy aktuárskej funkcie (ďalej len „Správa“) v súvislosti so splnením predpisov, ktoré spoločnosti ukladá článok 48 (1) Smernice Solventnosť II a odsek 8 článku 272 Delegovaného nariadenia Komisie (EÚ) 2015/35. Štandard zabezpečuje aplikáciu konzistentných a účinných postupov pre prípravu Správy aktuárskej funkcie v poisťovniach v rámci Európskej únie, a tým prispieva k dôslednému uplatňovaniu harmonizovanej legislatívy EÚ.

Slovenská spoločnosť aktuárov prijala tento štandard ako povinný štandard [8], kde sa súčasne predpokladá, že aktuári postupujú v súlade s ustanoveniami Povinného štandardu č.1 Všeobecné aktuárske postupy [7], ktorý Slovenská spoločnosť aktuárov schválila dňa 22. marca 2016.

4.1 Základné princípy

Tento medzinárodný štandard aktuárskej praxe [2] vychádza zo štyroch princípov, ktoré by mali byť zohľadnené pri každom vyhodnocovaní súladu s týmto štandardom:

- **Princíp 1**
  Aktuárske služby súvisiace so Správou musia byť *dôsledne vykonávané v súlade s predpismi a Smernicami* Solventnosť II,
- **Princíp 2**
  Aktuárske služby súvisiace so Správou sú vykonávané *spôsobom primeraným povahe, rozsahu a náročnosti základných rizík spoločnosti* (princíp proporcionality),
- **Princíp 3**
  Aktuárske služby súvisiace so Správou sú *v zhode s kódexom profesionálnej etiky aktuárskej profesie a ostatnými všeobecnými aktuárskymi štandardmi*,
- **Princíp 4**

Správa aktuárskej funkcie je *štruktúrovaná podľa potrieb určených užívateľov*, najmä pre administratívny, riadiaci a dozorný orgán (AMSB).

4.2. Obsah správy aktuárskej funkcie

Obsah správy aktuárskej funkcie je definovaný po obsahovej stránke v Delegovanom nariadení Komisie (EÚ) 2015/35 v článku 272, kde sú vymenované povinnosti aktuárskej funkcie v odsekoch 1 až 7. Tieto sú dôsledne rozpracované v povinnom štandarde Slovenskej spoločnosti aktuárov [8], ktorého hlavné body su spracované v tomto príspevku.

4.2.1 Závery k primeranosti a spoľahlivosti technických rezerv

V Správe sa jasne uvedú závery analýzy primeranosti a spoľahlivosti technických rezerv. Závery správy obsahujú všetky pochybnosti, ktoré má aktuárska funkcia vo vzťahu k výške technických rezerv, a identifikujú sa významné chyby alebo nedostatky. Definujú sa odporúčania na nápravu týchto nedostatkov.

Správa obsahuje výsledky posúdenia, či sú technické rezervy vypočítané v súlade s článkami 75 až 86 Smernice Solventnosť II[3], a ak je potrebné, navrhuje opatrenia pre dosiahnutie súladu so smernicou. Uvedú sa zdroje a miera neistoty stanovené aktuárskou funkciou pri stanovení hodnoty technických rezerv. Možné zdroje neistoty sa vhodne ilustrujú pomocou scenárov. V Správe sa jasne uvedú okolnosti, ktoré majú významný vplyv na výšku technických rezerv vrátane rizikových faktorov a predpokladov.

4.2.1.1 Uvedenie počiatočného a konečného stavu technických rezerv

V Správe sa uvádza počiatočný a konečný stav technických rezerv vypočítaný podľa požiadaviek zákona o poisťovníctve a podľa Direktívy Solventnosť II, rozdelený na najlepší odhad a rizikovú maržu ako aj na skupiny činností. Obsahuje komentár vplyvu analýzy zmien (movement analyses) hlavných prvkov technických rezerv na vlastné zdroje spoločnosti.

4.2.1.2 Koordinácia procesu

Správa obsahuje prehľad celkových procesov použitých v súvislosti s výpočtom technických rezerv. Tieto procesy pomáhajú pochopiť informačné toky dát, zapojenosť rôznch IT systémov a použitie rôznych aktuárskych modelov poisťovne.

4.2.1.3 Dostatočnosť a kvalita údajov

Správa musí obsahovať prehľad kontrol vzťahujúcich sa na údaje používané pri výpočte technických rezerv a vysvetlenie, prečo sú tieto údaje považované za primerané, presné, spoľahlivé a úplné.

V Správe sa musia identifikovať všetky významné oblasti neistoty alebo obmedzenia v údajoch a načrtnúť zvolený prístup k nim. Príklady obmedzenia kvality dát sú: nevhodné údaje na daný účel, ich časová nekonzistentnosť, použitie nevhodných alebo zastaraných a neefektívnych technických informačných systémov, neskorá dostupnosti údajov jednotlivých poistných zmlúv a chýbajúce historické údaje.

Správa obsahuje prehľad o skupinách činností poisťovne podľa ich klasifikácie podľa zákona o poisťovníctve, na ktoré sa vzťahujú technické rezervy. Informácie z poistných zmlúv sú rozdelené do homogénnych skupín rizík. V Správe je poskytnuté vysvetlenie, ako bola posúdená primeranosť tohto rozhodnutia vo vzťahu k základným rizikám poisťovne.

[3] § 36 až § 44 zákona č. 39/2015 Z. z.

4.2.1.4 Metódy a modely

Správa musí obsahovať:

- prehľad o posúdení primeranosti metód a modelov použitých pri výpočte technických rezerv vo vzťahu k hlavným faktorom rizika, skupinám činností spoločnosti, a spôsobu riadenia činnosti,
- upozornenie na všetky nezvyčajné alebo neštandardné metódy, ktoré sa líšia od bežných trhových postupov, a ktoré boli použité na vypočítanie technických rezerv, vrátane zdôvodnenia výberu danej metódy,
- prehľad použitých metód na výpočet technických rezerv vo vzťahu k poistným zmluvám, kde nedostatočná kvalita údajov neumožnila použitie spoľahlivej aktuárskej metódy, najmä v prípadoch, na ktoré sa odkazuje článok 82 Smernice Solventnosť II[4]. Správa obsahuje posúdenie primeranosti aproximácií použitých pri výpočte technických rezerv pre takéto poistné zmluvy,
- posúdenie vhodnosti metód a modelov použitých pri výpočte opcií a garancií, ktoré sú súčasťou poistných alebo zaistných zmlúv.

Ak aktuárska funkcia zhodnotí, že technické informačné systémy použité pri výpočte technických rezerv neposkytujú dostatočnú podporu pre aktuárske a štatistické procesy, v Správe sa uvedie upozornenie o tejto skutočnosti.

V prípade, že výpočet technických rezerv závisí na viacerých metódach alebo modeloch, v Správe sa poukáže na všetky významné rozdiely medzi ich výsledkami, a aká tolerancia chyby bola pre rozdiely stanovená. Správa obsahuje zdôvodnenia a všetky významné zmeny metód v porovnaní s metódami, použitými v predošlej Správe a vyčísľuje ich dopad na technické rezervy.

4.2.1.5 Aktuárske predpoklady

Správa musí obsahovať popis posúdenia vhodnosti údajov a metód použitých na určenie predpokladov, ktoré sú použité pri stanovení hodnoty technických rezerv.

V Správe sa uvádzajú:

- kľúčové predpoklady, ktoré sú použité pri stanovení hodnoty technických rezerv a vysvetľuje ich vhodnosť v súvislosti s hlavnými rizikovými faktormi, ktoré by mohli mať dopad na poistné alebo zaistné záväzky spoločnosti,
- všetky významné zmeny použitých predpokladov v porovnaní s predpokladmi v predošlej Správe,
- posúdenia vhodnosti významných úsudkov vykonaných pri určení predpokladov. Môžu sa týkať samotných predpokladov, ale aj ich interpretácie vykonanej vo vzťahu k:
  - zmluvným opciám a garanciám,
  - správaniu sa poistníka,
  - budúcim rozhodnutiam manažmentu,
  - hodnotám vymožiteľných pohľadávok od protistrán,
  - budúcim možným rozhodnutiam spoločnosti, ktoré by mohli mať dopad na jej poistné alebo zaistné záväzky, a
  - záväzkom, ktoré by mohli existovať mimo zmluvných záväzkov.
  -

[4] § 44 ods. 1 a 2 zákona č. 39/2015 Z. z.

4.2.1.6 Porovnanie najlepšieho odhadu so skúsenosťou

Správa obsahuje prehľad procesov použitých na porovnanie najlepších odhadov so skúsenosťou tzv back-testing a musí upozorniť na všetky nedostatky a pochybnosti, ktoré aktuárska funkcia má v súvislosti s efektívnosťou tohto procesu.

Uvedú sa zistenia a závery z posúdenia kvality minulých najlepších odhadov vzhľadom na vhodnosť údajov, metód, alebo predpokladov použitých pri výpočte technických rezerv. Pri posúdení kvality minulých odhadov je potrebné upozorniť na oblasti, kde sa reálna skúsenosť významným spôsobom odchyľuje od predpokladov a je potrebné vyjadriť sa k tejto odchýlke. Pre lepšie pochopenie, by toto vyjadrenie k odchýlke malo rozlišovať medzi odchýlkami, o ktorých sa usudzuje, že vznikli z dôvodu volatility a odchýlkami, ktoré sú spôsobené použitím nevhodných údajov, metód, alebo predpokladov.

4.2.1.7 Analýza citlivosti

V Správe sa musia uviesť výsledky analýzy citlivosti technických rezerv voči každému hlavnému rizikovému faktoru, z ktorého vychádzajú záväzky kryté technickými rezervami.

4.2.2 Názor na koncepciu upisovania

Aktuárska funkcia musí vyjadriť názor na celkovú koncepciu upisovania spoločnosti, ako aj výsledok, ako aktuár dospel k názoru na celkovú koncepciu upisovania spoločnosti.

Správa obsahuje vysvetlenie všetkých pochybností, ktoré by aktuárska funkcia mohla mať v oblasti vhodnosti celkovej koncepcie upisovania. Uvedú sa odporúčania na nápravu všetkých nedostatkov, ktoré boli identifikované v súvislosti s celkovou koncepciou upisovania spoločnosti vzhľadom na významnosť a proporcionalitu.

Posúdenie vhodnosti celkovej koncepcie upisovania spoločnosti obsahuje aspoň oblasti ohľadom dostatočnosti poistného, faktory externého prostredia, zmeny poistného (bonus-malus) a antiselekcie.

V Správe sa musí uviesť stanovisko, či sa očakáva, že poistné bude dostatočné vzhľadom na uplatňovanie celkovej koncepcie upisovania spoločnosti. Posúdenie musí vziať do úvahy vplyv základných rizík (vrátane upisovacích rizík), ktorým je podnikateľská činnosť poisťovne vystavená. Ako aj tie ktoré majú dopad na dostatočnosť poistného vzhľadom na opcie a garancie, ktoré sú súčasťou poistných a zaistných zmlúv.

V Správe sa popíšu faktory externého prostredia, ktoré by mohli ovplyvniť ziskovosť nového obchodu vrátane predĺžených poistných zmlúv. Takýmito faktormi môžu byť napr. inflácia, právne riziko a zmeny na trhu, na ktorom spoločnosť pôsobí, a ktoré majú vplyv na objemy obchodu a štruktúru obchodov (business mix).

V prípade produktov, pri ktorých sa poistné môže upraviť podľa skúsenosti, sa aktuárska funkcia musí vyjadriť k účinnosti systémov, ktoré poistníkom zvyšujú alebo znižujú poistné na základe ich škodovej histórie (systémy bonus-malus), alebo podobných systémov zavedených v špecifických homogénnych skupinách.

Správa musí obsahovať závery aktuárskej funkcie o rizikách antiselekcie v rámci portfólia zmlúv spoločnosti, ak by takéto riziká mohli mať negatívny dopad na technické rezervy alebo dostatočnosti poistného. V Správe sa poskytnú odporúčania na zlepšenie koncepcie upisovania poisťovne, ktoré by mohli tieto riziká zmierniť.

V Správe sa zhodnotí, v akom rozsahu nie je celková koncepcia upisovania spoločnosti konzistentná s ostatnými relevantnými koncepciami spoločnosti. Ďalej sa uvádza posúdenie konzistentnosti minimálne s rizikovým apetítom, zaisťovacími programami a technickými rezervami poisťovne.

4.2.3 Názor na primeranosť zaistných programov

V Správe sa musí vyjadriť názor na primeranosť zaistných programov, obsahuje všetky pochybnosti, ktoré by aktuárska funkcia mohla mať k vhodnosti zaistných programov. Ak sú identifikované nedostatky, uvedú sa odporúčania na zlepšenie zaistných programov vrátane činností, ktoré:

- eliminujú nesúlad v zaistnom krytí,
- znižujú riziko neplnenia zaistnou protistranou a
- rozširujú krytie významných rizík.

V Správe sa uvedie vyhodnotenie, v akom rozsahu nie je zaistný program poisťovne konzistentný s jej rizikovým apetítom, koncepciou upisovania a technickými rezervami. Aktuárska funkcia uvedie odporúčania na nápravu nezrovnalostí. Ďalej sa uvádza posúdenie o kreditnej kvalite zaistných protistrán.

Správa obsahuje posúdenie účinnosti zaistných programov, vrátane všetkých účelovo vytvorených subjektov v rôznych stresových scenároch, alebo uvádza odkaz na časť ORSA, ktorá sa touto oblasťou zaoberá. Scenáre môžu obsahovať:

- skúsenosť s katastrofickými poistnými udalosťami,
- agregáciu rizika,
- nesplnenie záväzkov zaistenia,
- a vyčerpanie zaistnej kapacity.

Posúdenie obsahuje indikácie o hodnote spätne vymožiteľnej zo zaistných zmlúv a účelovo vytvorených subjektov, a dopade na vlastné zdroje spoločnosti. Ak je to vhodné, tak posúdenie berie do úvahy vplyv dopadu obnovenia alebo predĺženia zaistného krytia a možnú nedostupnosť zaistného krytia.

Správa môže obsahovať posúdenie účinnosti zaistných zmlúv/dojednaní na znižovanie volatility vlastných zdrojov spoločnosti.

4.2.4 Podiel na systéme riadenia rizika

V Správe sa popíšu oblasti, v ktorých má aktuárska funkcia významný podiel na implementácii systému riadenia rizika a vykonanú prácu. Uvádza sa najmä podiel aktuárskej funckie na modelovaní rizika, z ktorého vychádza výpočet kapitálových požiadaviek pre účely Solventnosti II. Môžu sa zahŕňať úlohy aktuárskej funckie a jej podiel vo vzťahu k tvorbe internému kapitálového modelu, identifikácie závažných odchýlok v rizikovom profile spoločnosti od predpokladov uvedených v zákone, z ktorých vychádza štandardný vzorec a podiel aktuárskej funkcie na procese vlastného posúdenia rizík a kapitálu poisťovne tzv. ORSA, vrátane stanoviska vo vzťahu k stresovým testom a testovaniu scenárov.

Osoba zastávajúca kľúčovú aktuársku funkciu v poisťovni pri finalizácii Správy diskutuje o záveroch a odporúčaniach s manažmentom spoločnosti. Po predložení Správy aktuárskej funkcie administratívnemu, riadiacemu a dozornému orgánu (AMSB) požiada o spätnú väzbu na správu a zohľadní ju pri vypracovaní budúcich správ.

V Správe sa jasne identifikujú všetky nedostatky a uvedú sa odporúčania na ich nápravu s ohľadom na významnosť a proporcionalitu. Správa zhŕňa kľúčové údaje použité na dosiahnutie vyjadrených stanovísk a upozorňuje na všetky významné oblasti neistôt a ich zdrojov, ako aj na všetky významné odborné úsudky, ktoré aktuárska funkcia v hodnoteniach vykonala. Budúca správa obsahuje podrobnosti o tom, či odporúčania boli akceptované alebo nie. Ak boli akceptované obsahuje informáciu o pokroku v ich implementácii.

5 Záver

Implementácia medzinárodných štandardov aktuárskej praxe na Slovensku prispieva k zvyšovaniu úrovne profesionality kvalifikovaných aktuárov. Formalizácia a jasné definovanie obsahu Správy aktuárskej funkcie podľa Zákona o poisťovníctve č. 39/2015 Z.z. pomáha obhájiť držiteľom aktuárskej funkcie ich rolu v poisťovni ako aj rozsah ich kompetencií.

Je potrebné si uvedomiť, že nároky na prácnosť po obsahovej stranke na vypracovanie tejto Správy sú oveľa vyššie ako boli nároky na vypracovanie Správy zodpovedného aktuára podľa predchádzajúceho Zákona o poisťovníctve č. 8/2008 Z.z..

Medzinárodná aktuárska asociácia pripravuje povinný aktuársky štandard spojený s implementáciou účtovného štandardu na oceňovanie rezerv poistných zmlúv IFRS 17, ktorého súčasťou sú aj Medzinárodné aktuárske poznámky (International Actuarial Notes tzv. IAN). Tieto poskytujú bližší technický pohľad na implementovanie potrebnej aktuárskej metodiky.

Tvorba štandardov je dlhodobý a náročný proces, nemenej dôležité je najmä pochopenie požiadaviek štandardu, ich interpretácia a následné uvedenie do praxe.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0618/17 ***Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.***

Literatúra

1. European Actuarial Association. (2014). *European standard of actuarial practice (ESAP1) General Actuarial Practice,* 3rd October 2014. http://actuary.eu/documents/AAE_ESAP1_031014.pdf
2. European Actuarial Association. (2016). *European standard of actuarial practice (ESAP2) Actuarial Function Report under Directive 2009/138/EC,* 21st January 2016. http://actuary.eu/documents/2016_01_31_ESAP2_final_GA-approved.pdf
3. European Actuarial Association. (2017). *European standard of actuarial practice (ESAP3) Actuarial practice in relation to the ORSA process under Solvency II,* 2nd August 2017. http://actuary.eu/documents/ESAP3ORSA_Adopted-_2017-08-02-FINAL.pdf
4. International Actuarial Association. (2012), update (2017). *International Standard of Acuarial Practice 1 General Actuarial Practice*, 23rd April 2017 http://www.actuaries.org/CTTEES_ASC/isaps/Final_ISAPs_posted/Conformance_Changes_Final_ISAPs_posted/ISAP1_Conformance_April2017.pdf
5. International Actuarial Association. (2016). *International Standard of Actuarial Practice 1A Governance of Models,* 21st November 2016 http://www.actuaries.org/CTTEES_ASC/isaps/Final_ISAPs_posted/ISAP_1A_Final_November2016_Web.pdf
6. Slovak Society of Actuaries. (2005). *Procedures for creation of standards of practice for SSA members* 17th February 2005. *Procedúry na tvorbu štandardov práce člena SSA.* http://aktuar.sk/sk/dokumenty/procedury-na-tvorbu-standardov-prace-clena-ssa
7. Slovak Society of Actuaries. (2016). *Mandatory standard SSA No 1: General actuarial Practice*, 22th March 2016. *Povinný štandard SSA č.1 Všeobecné aktuárske postupy* http://www.aktuar.sk/userfiles/Standardy/povinny_standard_SSA_1.pdf
8. Slovak Society of Actuaries. (2016). *Mandatory standard SSA No 4: Actuarial Function report under Directive 209/138,* 14th December 2016. *Povinný štandard SSA č.4 Správa aktuárskej funkcie podľa smernice 2009/138/ES* http://www.aktuar.sk/userfiles/Standardy/povinny_standard_SSA_4.pdf

Súčasný vývoj rómskej menšiny na Slovensku

The current development of the Roma minority in Slovakia

Daniela Sivašová[1], Ján Bolgáč[2]

Abstrakt

Slovensko odhadom patrí medzi krajiny Európy, kde je podiel rómskej populácie na celkovom počte obyvateľstva jeden z najvyšších. Preto je dôležité tomuto problému venovať systematickú pozornosť a riešenie. Predložený príspevok sa zaoberá iba časťou tejto obšírnej problematiky. Najväčším problémom rómskeho výskumu je problém získavania komplexných údajov o rómskej populácii. Sčítanie obyvateľov poskytuje informácie len o dobrovoľne identifikovaných osobách. Menšie výskumy sa zameriavajú iba na určité rómske oblasti. Rozsiahle výskumy (Atlas rómskych komunít) mapujú väčšinu rómskej komunity, ale zase neuvažujú o úplne všetkých integrovaných Rómoch. Práve z tohto dôvodu bolo nutné kooperovať so všetkými dostupnými dátami a kvalifikovanými odhadmi. Príspevok poukazuje na demografický vývoj vybraných ukazovateľov. Neskreslené a plnohodnotné údaje môžu výrazne pomôcť k integrácii Rómov na Slovensku.

Kľúčové slová

migrácia, etnikum, rómska populácia, životná úroveň, segregácia

Abstract

Slovakia ranks among the countries of Europe where the proportion of the Roma population is one of the highest in the total population. Therefore, it is important to address this issue with systematic attention and solution. The submitted contribution deals only with a part of this wide-ranging issue. The biggest issue of Roma research is the problem of obtaining complex data on the Roma population. Population census provides information only on voluntarily identified persons. Smaller research focuses only on certain Roma areas. Extensive research (the Atlas of Roma Communities) maps most of the Roma community, but they do not think of fully integrated Roma. It was for this reason that it was necessary to cooperate with all the available data and qualified estimates. The contribution points to the demographic evolution of selected indicators. Unshared and full-fledged data can greatly help Roma population to integrate in Slovakia.

Key words

Migration, Ethnicity, Roma population, Standard of living, Segregation

JEL classification

J11

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská 1/a, daniela.sivasova@euba.sk

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská 1/a, jan.bolgac@euba.sk

1 Úvod

Jednou z najčastejšie diskutovanou spoločenskou témou v odborných aj laických kruhoch na Slovensku je problém spojený s charakterom a intenzitou reprodukčného správania sa rómskej populácie. „Rómska otázka“ patrí nielen na Slovensku, ale v celej Európskej únii, k špecifickému celospoločenskému problému.

Špecifickosť tohto problému súvisí s niekoľko storočnou históriou, dlhodobým stále sa stupňujúcim negatívnym postojom u majoritnej časti obyvateľstva, jej predsudkami a to nielen na Slovensku ale v celej Európe. V súlade s týmito faktami je potrebné venovať sa rómskej otázke osobitne, to znamená skúmať riešenie tohto dôležitého problému oddelene od problémov ostatných etník a národností. Pre efektívne a dôkladne riešenie tohto závažného problému je potrebné zhromaždiť a analyzovať čo najviac dostatočne kvalitných informácii. V tomto prípade ide o veľmi zložitú a neľahkú úlohu postavenú pred celú spoločnosť. Začlenenie Rómov do spoločnosti je prioritným cieľom každého štátu, a teda aj Slovenskej republiky, aby sa tým zamedzilo prehlbovaniu chudoby, zanedbávaniu zdravotnej starostlivosti, nezamestnanosti, vyčleňovaniu z procesu vzdelávania a mnohým iným problémom spojených s touto tematikou.

2 História príchodu Rómov na Slovensko

S najväčšou pravdepodobnosťou sú Rómovia etnickou skupinou pochádzajúcou z Indie, čomu nasvedčuje genetika, jazyková i antropologická evidencia. Takmer s istotou sa podarilo zistiť, že v indickej spoločnosti patrili k najnižšej spoločenskej vrstve. Tou boli považovaní ľudia „nečistých profesii“, ktorí vykonávali podradné práce, zametali, odstraňovali rôzne nečistoty, ale často boli spájaní aj s krádežami. Už v tej dobe mnohí vynikali spevom, tancom a náklonnosťou k hudbe. Z dôvodu svojho degradujúceho postavenia v spoločnosti začali opúšťať Indickú oblasť a to vo viacerých vlnách.

Rómovia sú súčasťou európskej civilizácie viac ako tisíc rokov. Svojou demografmi odhadovanou početnosťou približne 8 miliónov tvoria v súčasnosti najväčšiu etnickú menšinu v Európskej únii. (Vaňo, 2001). Žijú vo všetkých členských štátoch Európskej únie. Podľa neoficiálnych štatistík najviac Rómov žije v bývalých socialistických krajinách EU, a to v krajinách strednej a východnej Európy, kde približne 1,2 – 2,8 mil. žije v Rumunsku[3]. Celkovo vo svete ich je približne 12 miliónov. Ide však o hrubý odhad, ktorý sa neustále spresňuje. Veľkým problémom pri určovaní presného počtu rómskeho obyvateľstva je fakt, že pri pravidelnom Sčítaní obyvateľov, domov a bytov sa sami z rôznych dôvodov hlásia k iným národnostiam. Pri poslednom štatistickom sčítaní obyvateľov z roku 2011 sa k rómskej populácii na Slovensku prihlásilo 105 738 obyvateľov. Odborníci predpokladajú, že skutočný počet Rómov na Slovensku tvorí 350 – 450 tisíc obyvateľov. Ide o jednu z najväčších rómskych menšín v Európe (Vaňo, 2001).

Prvé skupiny prichádzali na európske územie v 11. storočí z Ázie. Prechádzali balkánskym územím, cez dunajskú kotlinu, cez Čechy do západnej a juhovýchodnej Európy. V období 14. a 15. storočia, podľa niektorých zachovalých správ, prichádzali do Európy niektoré skupiny, ktorí sa predstavovali ako pútnici z malého Egypta. Podľa tejto udalosti ich na Balkáne pomenovali Cigáni.[4] Príslušníci tohto etnika pomenovanie Cigán väčšinou neprijali a stále viac používali názov Rómovia. Toto pomenovanie neskôr uzákonila vrcholná rómska organizácia International Romani Union, založená v roku 1971 v Londýne.

[3] Oficiálne štatistiky uvádzajú 2,3 až 2,6 milióna.....

[4] Išlo o pomenovanie vychádzajúce z domnelého egyptského pôvodu Egyptyanos – Gypsies, Gitanos.

Prví Rómovia sa na území dnešného Slovenska usadili začiatkom 13. storočia a ich počet sa zvyšoval vplyvom ďalších migračných vĺn. Najstaršia zachovaná zmienka o ich výskyte na území Slovenska je z roku 1322 z okolia Spišskej Novej Vsi a z roku 1377 z okolia Zemplína. Vysokú početnosť ich usídlenia na našom území, teda juhovýchodnej a strednej časti Európy možno vysvetliť rôzne. Predpokladá sa, že týmto územím prechádzal hlavný migračný prúd Rómov na ceste z Indie. Smer kočovania si vytyčovali hlavne v súlade s požiadavkami na svoju obživu. Preto je pravdepodobné, že pre nich bola táto oblasť výhodná možnosťou prevažne poľnohospodárskej obživy.

Obr. 1: Migračné trasy Rómov na ceste z Indie do Európy

Zdroj: http:/www.romaholocaust.sk/grph/p1p1.jpg

Na Slovensku sa prevažne usídlili skupiny usadených Rómov, kočujúce skupiny boli síce početné, ale pre túto oblasť málo významné. Rómovia boli v Európe zo začiatku prijímaní ako bezproblémové obyvateľstvo a často získavali od panovníkov ochranné listy a boli považovaní za pútnikov. Avšak ich spôsob života bol natoľko odlišný oproti životu usadeného obyvateľstva, že postupne dochádzalo k veľkým sporom a nespokojnosťou s pôvodným obyvateľstvom. Rómovia boli preto v Európe stále viacej svojim spôsobom života považovaní za neprispôsobivých, nebezpečných a stále boli považovaní za cudzincov. Toto spôsobilo, že do istej miery boli hlavne neprispôsobiví Rómovia vytláčaní na okraj spoločnosti. Tým vznikala negatívna selekcia v tom zmysle, že schopnejší, hlavne muzikálne nadanejší Rómovia sa postupne začali asimilovať s majoritným obyvateľstvom.

3 Problematika rómskej populácie na Slovensku

V slovenskej demografickej resp. geografickej literatúre sa problematike rómskej populácie príliš veľa pozornosti nevenovalo. Súviselo to hlavne s problematickou výpovednou hodnotou existujúcich aktuálnych údajov. Išlo tiež o určitú opatrnosť v prístupe k danému problému už aj pred rokom 1989. Komplexné riešenie daného problému si vyžaduje poznať reprodukčného správania sa rómskeho obyvateľstva. Akékoľvek výskumy o rómskej populácii sú v praxi ťažko realizovateľné, pretože údaje zo sčítania ľudu nedisponujú presným počtom rómskeho obyvateľstva a zisťovanie údajov o rómskom etniku bolo a aj je považované za istú formu diskriminácie. Údaje získané po roku 1989 aj napriek

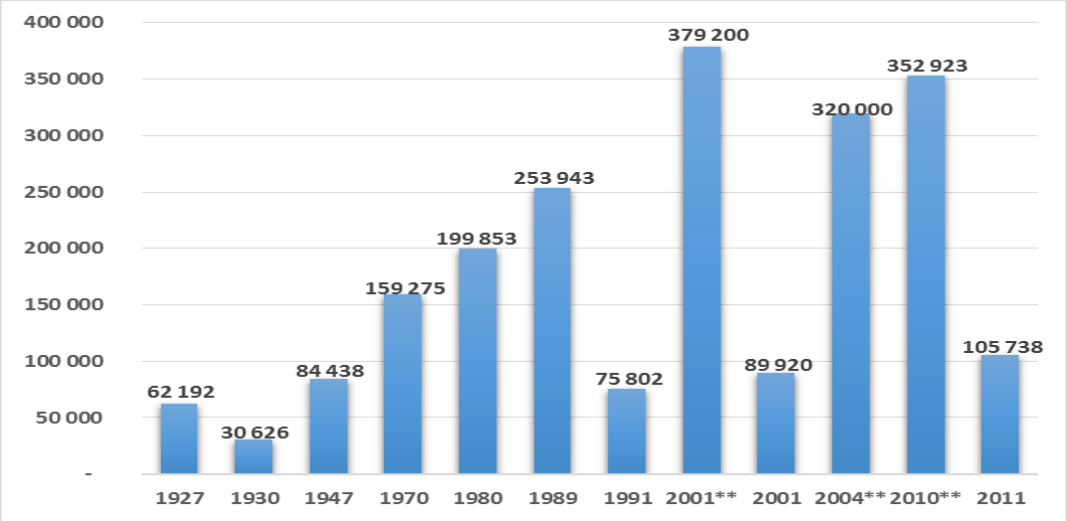
tomu, že sú najspoľahlivejšími, nevypovedajú o presnom stave rómskej populácie v súčasnosti na Slovensku. Absentujú hlavne údaje o Rómoch, ktorí sa úplne integrovali a pri sčítaní obyvateľov sa nehlásia po roku 1992 medzi rómsku národnosť. Problém s týmito údajmi je spôsobený vývojom rómskeho obyvateľstva v našej krajne. V nasledujúcej tabuľke 1 a obrázku 2 je zreteľná rozdielnosť v získaných a odhadovaných údajoch. Podľa odhadovaných počtov je zrejmé, že Rómovia sú zahrnutí v evidencii iných národnosti na Slovensku a to hlavne slovenskej a maďarskej.

Tab. 1: Vývoj počtu obyvateľov Rómskej populácie na Slovensku 1921 – 2011

Rok	Počet obyvateľov Rómskej populácie	Percentuálny podiel Rómov na celkovom obyvateľstve
1921	7 284	0,23
1930	26 956	0,78
1947	84 438	2,15
1966	165 006	3,74
1967	164 526	3,69
1968	165 382	3,69
1970	159 275	3,52
1980	199 853	4,01
1989	253 943	4,81
1991	75 802	1,44
1997	87 779	1,63
2001	89 920	1,70
2011	105 738	2,00

Zdroj: Vlastné spracovanie, údaje: súpisy štátnej správy, Sčítanie obyvateľov

Obr. 2: Komparácia údajov o počte Rómskej populácie zo sčítania obyvateľov, domov, bytov a kvalifikovaných odhadov na Slovensku v rokoch 1927 – 2011



Zdroj: Vlastné spracovanie

Roky na obrázku označené hviezdičkami reprezentujú kvalifikované odhady a naproti tomu ostatné roky sú údaje získané z cenzov alebo zo súpisov štátnej správy. Zreteľne vidieť markantný rozdiel medzi týmito zisťovanými údajmi. Pri uvedených analýzach sme využili

údaje o národnej príslušnosti, ktoré sú síce ľahko dostupné, avšak veľmi nepresné. Ide o údaje založené na základe dobrovoľného prihlásenia sa k danej národnosti. Doplnili sme ich údajmi z pohybu obyvateľstva (údaje z matrík a pod.) a údajmi z terénneho zisťovania Atlasu rómskych komunít 2013.

Z demografického hľadiska sa zásadná odlišnosť rómskej populácie prejavuje vo vekovej štruktúre. Veková štruktúra obyvateľstva je výsledkom prirodzenej reprodukcie a migrácie. Poskytuje celkový obraz histórie vývoja každej populácie.

Po vzniku ČSR v roku 1918 bol Cigánom priznaný štatút národnosti, ktorý im však ich postavenie v spoločnosti nezmenil. V období druhej svetovej vojny nastala v celej Európe, voči tejto menšine, ešte väčšia diskriminácia a nastúpilo kruté fašistické vyvražďovanie. Po roku 1945, po obnovení ČSR, už neboli uznaní za vlastné etnikum, ale iba za zaostalú, neprispôsobivú, problematickú sociálnu skupinu. Snahou komunistického režimu bolo túto skupinu asimilovať a integrovať do majoritnej spoločnosti. Po novembri 1989 a zmene politického systému vzniklo nové obdobie aj pre túto skupinu obyvateľstva. Vytvorili sa Rómske hnutia, ktoré začali bojovať za svoju samostatnú etnickú integráciu a za všestranné vyrovnanie sa s ostatným obyvateľstvom. Podarilo sa im to 9. apríla 1991, kedy vláda SR prijala tzv. Zásady k Rómom. Tým ich vlastne zrovnoprávnila s ostatnými etnickými minoritami v SR a uznala ich za samostatnú Rómsku menšinu na Slovensku.

Pri sčítaní ľudu na Slovensku v roku 1991 sa Rómovia mohli už prihlásiť ku svojej etnickej príslušnosti, ale paradoxne túto možnosť využilo iba 75 802 (1,44 %) osôb. Bolo to spôsobené zrejme tým, že za tak krátky čas si ešte Rómovia nestihli uvedomiť vlastné etnické vedomie. Kríza identity bola spôsobená dlhými rokmi asimilácie, ale aj pocitom menejcennosti voči asimilovaným skupinám. Výsledky sčítania obyvateľov z roku 2001 opäť potvrdzujú, že k rómskej národnosti sa prihlásilo iba 89 920 (1,70 %) osôb. Reálne sa predpokladá, že na Slovensku žije okolo 350 - 450 tisíc Rómov. Bude to zrejme spôsobené aj tým, že rómska komunita nie je jednotná. Je silne diferencovaná na subetnické podskupiny.[5] Možno ich rozdeliť na najpočetnejšiu skupinu (asi 90-95%), ktorú tvoria *starousadlí Rómovia* (Rumungri), ďalšou sú *olašskí Rómovia* (Vlachike Roma) a samostatnú skupinu tvoria zvyšky *nemeckých Sintov.*

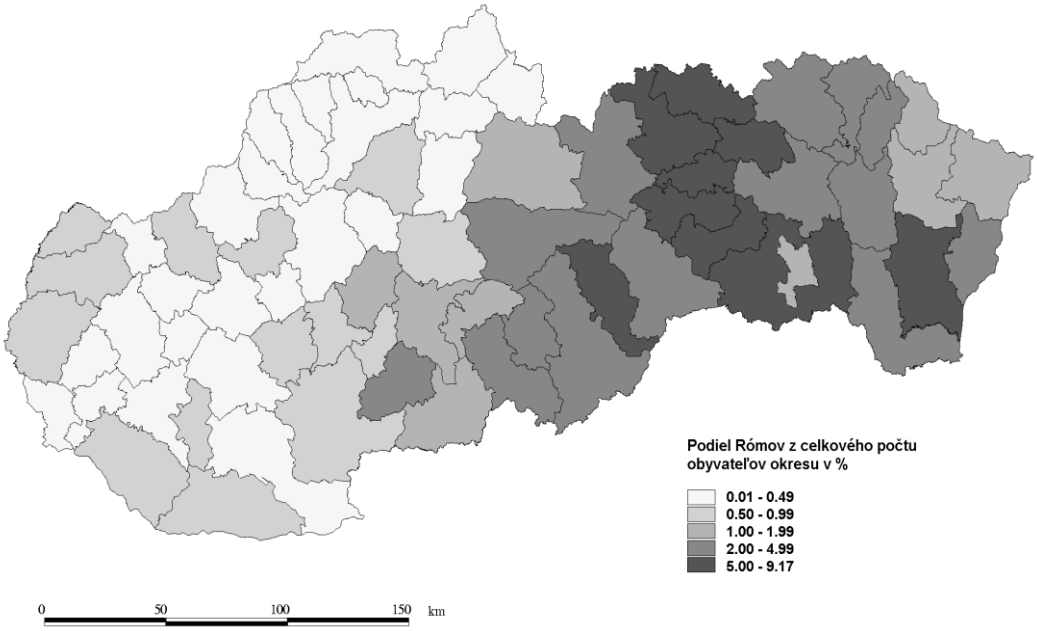
Zaujímavý je pohľad aj na priestorové rozmiestnenie rómskeho obyvateľstva na Slovensku. Obrázok 3 ukazuje na skutočnosť, že najhustejšie osídlenie Rómov je na východe Slovenska, smerom na západ sa ich hustota znižuje a najmenej osídlenými sú oblasti severného Slovenska, Orava, Kysuce. Podľa kvalifikovaného odhadu je na Slovensku približne 1 455 obcí, v ktorých sa vyskytujú Rómovia, čo predstavuje približne polovicu všetkých obcí Slovenskej republiky. „Najvyššie podiely rómskeho obyvateľstva (nad 20%) boli zaznamenané v okresoch Rimavská Sobota (25,9% z celkového počtu obyvateľov), Kežmarok (24,81%), Revúca (24,18%), Rožňava (20,99%) a Gelnica (20,32 %). Pomerne významné zastúpenie (15-20 %) majú Rómovia v okresoch Košice - okolie (19,71%), Spišská Nová Ves (19,47%), Sabinov (18,57 %), Vranov nad Topľou (18,44 %), Trebišov (16,636%), Michalovce (16,12 %), Levoča (15,83%), Lučenec (15,81 %), Medzilaborce (15,08 %) a Stará Ľubovňa (13,78%).“[6] Dôležité je podotknúť rastúci trend v podiele Rómov žijúcich

[5] Gabriela Kozmová, Rómsky problém na Slovensku, Slovenská politologická revue 4/2004

[6] MATLOVIČOVÁ K. – MATLOVIČ R. – MUŠINKA A. – ŽIDOVÁ A. 2012. *Rómovia na Slovensku. Základné charakteristiky Rómskej populácie na Slovensku s dôrazom na priestorové aspekty ich diferenciácie*. In Penczes, J., Radics, Z. (Eds.): Roma popuation on the peripheries of the Visegrad countries. Spatial trends and social challenges. [online]. Debrecen 2012. s. 9. ISBN 978-615-5212-07-9. Dostupné na internete: <*http://www.unipo.sk/public/media/16282/R%C3%B3movia_na_Slovensku_(2012)_Z%C3%A1kladn%C3%A9_charakteristiky_R%C3%B3mskej_popul%C3%A1cie_na_Slovensku_s_d%C3%B4razom_na%20priestorov%C3%A9_aspekty_ich_diferenci%C3%A1cie.pdf*>.

v segregovaných oblastiach. Kým v roku 1988 žilo segregovane v osadách len približne 15 000 obyvateľov, v súčasnosti ide už približne o 200 000 obyvateľov.

Obr. 3: Priestorové rozmiestnenie rómskej národnosti v okresoch Slovenska

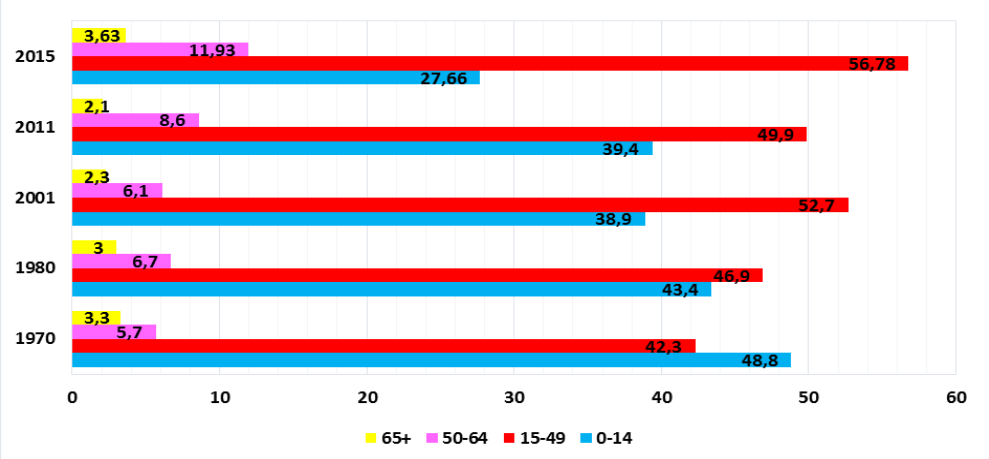


Zdroj: http://www.minv.sk/?atlas_2013

Veková štruktúra rómskej populácie

Na reprodukciu rómskej populácie výrazne pôsobí plodnosť, keďže Rómovia sa vyznačujú práve vysokou plodnosťou. Tento jav sa v konečnom dôsledku premieta do ich vekovej štruktúry, ktorá je špecifická a odlišná vzhľadom k majoritnému obyvateľstvu. Na základe vekovej štruktúry je možné stanoviť okrem iného aj predpokladaný budúci vývoj rómskej populácie.

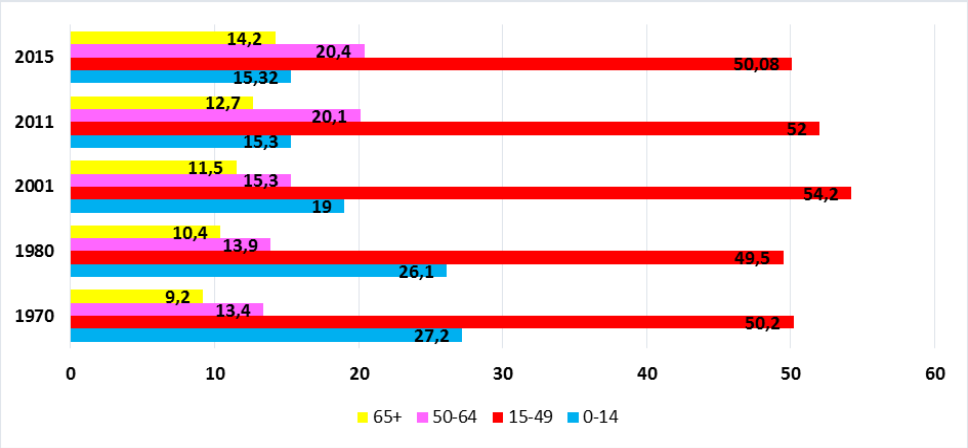
Obr. 4: Percentuálne podiely vekových skupín Rómov za vybrané roky



Zdroj: Vlastné spracovanie

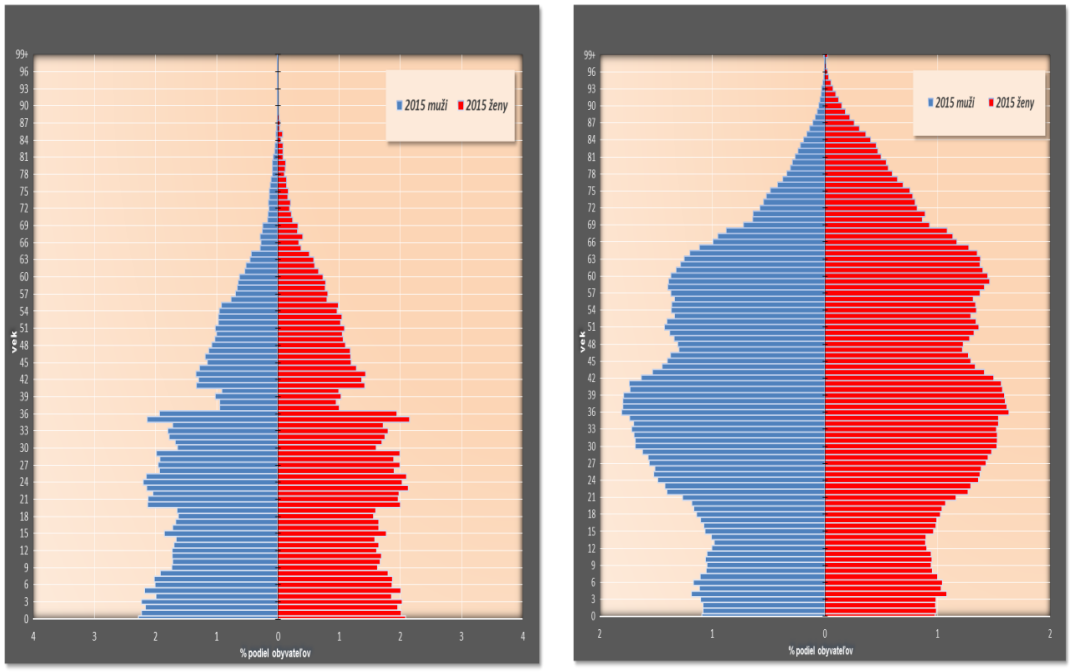
Vekovo pohlavná štruktúra zaznamenáva aj ďalšie dôležité a prelomové udalosti, ktoré sa udiali v podmienkach danej populácie. Napríklad, ak sa zavedie určité radikálne populačné opatrenie súvisiace s plodením detí, vo vekovej štruktúre sa prejaví zavedenie tohto opatrenia veľmi výrazne. Vzniká výrazný rozdiel v počte narodených detí pred a po zavedení opatrenia. Naproti tomu veková štruktúra obyvateľstva sa za bežných okolností mení v čase len mierne a pomaly, v dôsledku zotrvačnosti reprodukcie. Všetky tieto tvrdenia podčiarkujú nevyhnutnosť skúmania vývoja štruktúry rómskeho obyvateľstva.

Obr. 5: Percentuálne podiely vekových skupín obyvateľov Slovenska za vybrané roky



Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 6: Vekovo pohlavná pyramída rómskej populácie (vľavo) a obyvateľov Slovenskej republiky (vpravo) za rok 2015 (relatívne početnosti)



Zdroj: Vlastné spracovanie, údaje z: https://slovak.statistics.sk/

V rómskej populácii prevažuje detská zložka nad poreprodukčnou, v slovenskej populácii je situácia opačná a dominuje tu poreprodukčná zložka nad detskou. Rómska populácia

reprezentuje progresívny typ a slovenská populácia regresívny typ vekovej pyramídy. To, že ide práve o tieto typy populácii dokazujú aj indexy vitality. V rómskej komunite dosahuje index vitality v roku 2015 hodnotu až 7, čo predstavuje veľmi progresívny typ populácie. Na Slovensku dosahuje hraničnú hodnotu 1,06. Medzi regresívnym typom a stacionárnym, prikláňame sa k regresívnemu, pretože stacionárny je len prechodným typom. Regresívnym typom Sundbärgových populácii sa v súčasnosti vyznačujú rozvinuté krajiny, predovšetkým európske krajiny, ktoré sú charakteristické starnutím populácie. Je zrejmé, že rómska populácia sa doposiaľ neadaptovala na zmeny, ktorými prešlo celé Slovensko za niekoľko desaťročí. Vytvorili a udržiavajú si svoju mikropopuláciu, v ktorej rozhodujúcim demografickým procesom je pôrodnosť a zároveň rýchle vymieranie.

Tab. 2: Ukazovatele štruktúry rómskeho obyvateľstva podľa veku za vybrané roky (v %)

Rok	Index staroby	Index ekonomického zaťaženia	Index ekonomickej závislosti starých	Index ekonomickej závislosti mladých
2005	7,68	54,24	3,87	50,37
2010	10,43	45,34	4,28	41,06
2015	13,59	44,12	5,28	38,84

Zdroj: Vlastné spracovanie

Tabuľka 2 nám opätovne potvrdzuje deklarované výsledky v predchádzajúcom tvrdení. Ak index staroby nepresiahne hodnotu približne 30 %, uvažujeme o progresívnom type rómskej populácie. Hodnota indexu staroby sa od roku 2015 dvojnásobne zvýšila oproti roku 2005 zo 7,68 % na takmer 13,59 %. V roku 2015 pripadá na 100 Rómov z detskej zložky približne 14 starších Rómov v poproduktívnom veku. Toto zvýšenie znamená mierne starnutie rómskej populácie, no nemožno to považovať za extrémnu zmenu, nakoľko index staroby je citlivejší aj na menšie zmeny (odliv mladších čiastočne podmieňuje príliv starších). Je preto vhodnejšie skúmať indexy ekonomickej závislosti. Mierne starnutie rómskeho obyvateľstva naznačuje aj index ekonomického zaťaženia. Od roku 2005 sa znižuje až na hodnotu 44,12 % v roku 2015, čo predstavuje nárast podielu Rómov v produktívnom veku. Hodnota v roku 2015 predstavuje 44 Rómov neproduktívnej zložky pripadajúcich na 100 Rómov v produktívnom veku. Nadväzuje naň aj index ekonomickej závislosti starých, ktorý zaznamenáva v danom období nárast, pričom index ekonomickej závislosti mladých sa znižuje. Môžeme teda skonštatovať, že aj napriek progresívnemu typu populácie a silnému zastúpeniu detskej zložky, začína rómska populácia postupne prechádzať do procesu starnutia (rovnako ako slovenské obyvateľstvo, len s určitým časovým oneskorením). Súvisí to s rozdielnym nástupom a ukončením demografickej revolúcie v oboch populáciách. U rómskeho obyvateľstva určitú zmenu reprodukčného správania môžeme hľadať približne v 70. rokoch minulého storočia (Srb 1984, 1988). V populácii Slovenska sa táto zmena prejavila už na konci 19. storočia. Ukončenie demografickej revolúcie na Slovensku sa predpokladá v 50. rokoch minulého storočia, zatiaľ čo v rómskej populácii ukončená ešte nebola a stále prebieha.

Pohlavná štruktúra rómskej populácie

Dôležité informácie vieme dedukovať aj z pohlavnej štruktúry obyvateľstva. Uvedieme príklad. V ekonomicky vyspelých krajinách prevažuje počet žien nad počtom mužov. Ak je situácia opačná, prípadne vyrovnaná, jedným z možných dôvodov, prečo takýto jav nastáva, je mierne zaostalý postoj voči ženám, pretože sú považované za menej hodnotné ako muži. Tak je to aj v rómskej komunite, mužom sa tu dostáva vo všetkých smeroch lepšia starostlivosť a lepší prístup. Muž zastáva typickú úlohu hlavy rodiny. Ako sme uviedli, je všeobecne dané, že medzi obyvateľmi vyspelých krajín dominujú v počte osôb ženy nad mužmi. Rovnaká situácia vzniká aj pri obyvateľoch Slovenskej republiky. Tabuľka 3, v prípade rómskeho obyvateľstva, deklaruje práve opačnú situáciu.

Tab. 3: Pohlavná štruktúra rómskeho obyvateľstva (koeficienty, indexy) feminity a maskulinity za vybrané roky

Rok	Koeficient		Index	
	maskulinty	feminity	maskulinty	feminity
2005	50,60%	50,17%	1008,64 ‰	991,43 ‰
2010	50,62%	50,16%	1009,10 ‰	990,99 ‰
2015	50,56%	50,15%	1008,26 ‰	991,81 ‰

Zdroj: Vlastné spracovanie

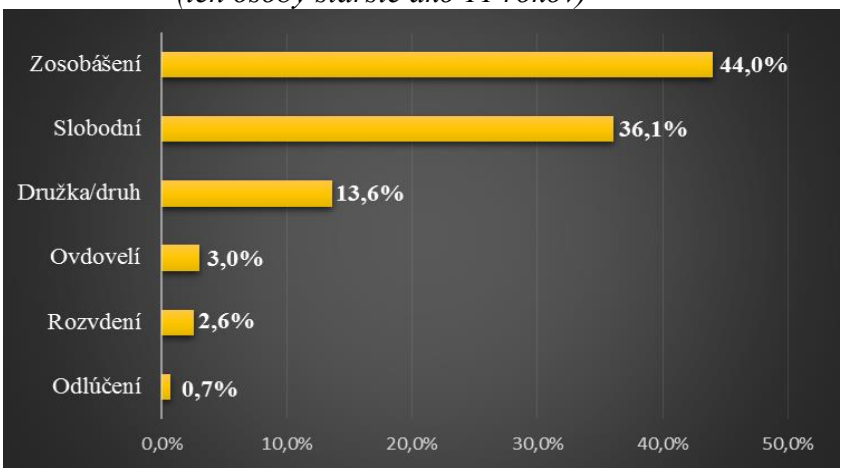
Koeficient maskulinity počas desiatich rokov nadobúda veľmi identické hodnoty, a to približne 50,60 % a rovnako tak aj koeficient feminity 50,16 %. Dokazuje to aj index maskulinity, ktorý sa medzi rokmi 2005 a 2015 pohyboval v intervale od 1 008,6‰ do 1 009,1‰. V roku 2015 je percentuálne zastúpenie mužov v rómskom obyvateľstve na úrovni 50,56 %. Znamená to teda, že na 100 rómskych obyvateľov pripadá približne 50 mužov. Naopak, na 100 rómskych obyvateľov pripadá približne 50 žien. Index maskulinity zas hovorí, že na 1 000 rómskych žien pripadá približne 1 008 mužov. Takáto situácia môže byť spôsobená aj tým, že v rómskej komunite je želanejším potomkom chlapec než dievča. Dostáva sa im vyššej starostlivosti, pokladajú ich za hlavy rodiny a vnímanie postavenia muž – žena nie je tak celkom rovnocenné. Preto predpokladáme, že ak by integrácia Rómov do majoritnej spoločnosti prebiehala úspešne, tento pomer by sa mohol otočiť v prospech žien. Sekundárny dôvod je zakorenený vo všeobecnej biologickej zákonitosti, že chlapcov sa rodí viac ako dievčat. Ako sme videli v predchádzajúcej analýze, rómske obyvateľstvo má silnú detskú zložku. Preto tu predpokladáme vyššie zastúpenie chlapcov ako dievčat. Keďže ženy sa zvyčajne dožívajú vyššieho veku, čo v konečnom dôsledku vytvára všeobecnú dominanciu počtu žien nad počtom mužov. U Rómov to tak neplatí, keďže intenzita úmrtnosti, je u žien aj u mužov na podobnej úrovni a nedožívajú sa zvyčajne vysokého veku. Nedochádza tu k tak výraznej dominancii žien nad mužmi vo vyššom veku ako na Slovensku.

Štruktúra rómskej populácie podľa rodinného stavu

Výskum rodinného stavu obyvateľstva poskytuje významné informácie v demografickej oblasti. Vzhľadom k tomu, že rodinný status výrazne interferuje s reprodukciou obyvateľstva, môžu nám tieto informácie indikovať možné zmeny v reprodukcii obyvateľstva a jej demografickom vývoji. Na obrázku 7 si bližšie priblížime percentuálne rozloženie rómskeho obyvateľstva podľa rodinného stavu. Do súboru skúmaných osôb boli zaradené osoby staršie ako 11 rokov a to z dôvodu vyššej vypovedacej schopnosti zobrazených hodnôt, čiže dôjde k menšiemu skresleniu výsledkov. Manželstvo je najčastejšie sa vyskytujúcim statusom

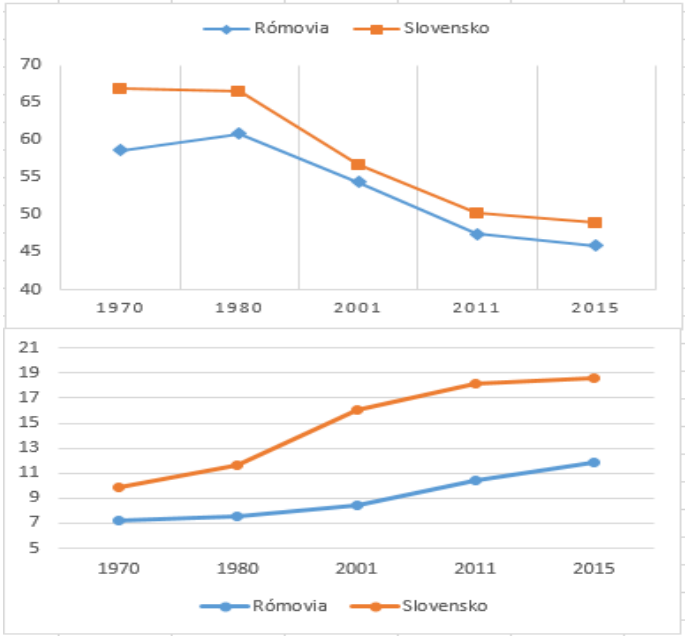
Rómov v takmer polovičnom zastúpení na úrovni 44 %. Na obrázku 7 je teda zrejmé, že prevažná časť Rómov žije v manželskom alebo v partnerskom spolužití, pretože spolu dokopy tvoria 57,6 %-nú časť z celkového počtu Rómov. Najmenej deklarovaným statusom Rómov je odlúčenie, a to v pomere 0,7 %. Veľmi zaujímavou štatistikou je aj nízke percento rozvodovosti, na úrovni 2,6 %. V rámci majoritného obyvateľstva dosahuje značne vyššie hodnoty. Druhou najčastejšie sa vyskytujúcou skupinou pri obyvateľoch vo veku 11+ sú slobodní Rómovia s 36,1 %-ným podielom. Je to logické, nakoľko náš výskum v predchádzajúcej podkapitole ukázal, že rómska komunita má najpočetnejšie zastúpené najmladšie vekové skupiny. Je teda prirodzené, že ak posunieme sledovanú vekovú hranicu Rómov až na úroveň 18 rokov, výsledky budú dosahovať značne odlišné hodnoty. Zredukuje sa tak mladá veková štruktúra a zvýši sa predovšetkým podiel Rómov žijúcich v manželskom zväzku na 59,1 %, ako aj v partnerskom spolužití na úroveň 17 %. Ak by sme danú vekovú hranicu posúvali stále vyššie, dostávali by sme vyššie percento Rómov v partnerskom spolužití a naopak nižšie percento slobodných osôb. Pre porovnanie, pri Rómoch, ktorí majú viac ako 24 rokov je podiel slobodných osôb už len 9,5 % a podiel osôb vo vzťahu 80,7 %. Percentuálne zastúpenie ostatných zložiek, ako napríklad ovdovelí, rozvedení a odlúčení, sa so zvyšovaním vekovej hranice výrazne nemení.

Obr. 7: Percentuálny podiel Rómov podľa rodinného stavu na celkovej populácii (len osoby staršie ako 11 rokov)



Zdroj: Vlastné spracovanie, údaje z: UNDP, Report on the living conditions of Roma households in Slovakia

Obr. 8: Porovnanie vývoja zosobášených (hore) a rozvedených obyvateľov (dole) medzi rómskym a slovenským obyvateľstvom vo veku 16+ za vybrané roky (na 100 osôb)



Zdroj: Vlastné spracovanie

Tab. 4: Porovnanie hrubej miery pôrodnosti, všeobecnej miery plodnosti medzi rómskou populáciou a obyvateľmi Slovenska

ROK	Stredný stav (Ženy 15-49)	Živonarodení	Hrubá miera pôrodnosti (‰)	Všeobcená (čistá) miera plodnosti (%)
	RÓMOVIA			
2005	113 506	8 357	20,75	7,36
2010	126 001	8 886	20,46	7,05
2015	131 562	8 760	18,79	6,66
ROK	SLOVENSKO			
2005	1 433 746	54 430	10,10	3,80
2010	1 405 837	60 410	11,13	4,30
2015	1 326 490	55 602	10,26	4,19

Zdroj: Vlastné spracovanie, údaje: http://datacube.statistics.sk/

Plodnosť a pôrodnosť v rómskej populácii

Rómske obyvateľstvo disponuje mnohými špecifickými črtami a odlišnosťami od nerómskej časti obyvateľstva. Na rozdielnosť medzi nimi sme poukázali už pri porovnávaní ich vekových štruktúr. Táto diferencia sa predovšetkým zakladá na špecifickom reprodukčnom správaní Rómov, ktoré sa najvýraznejšie prejavuje v segregovaných rómskych osadách. Kľúčový rozdiel v reprodukčnom správaní medzi týmito skúmanými populáciami spočíva v miere, ktorá vyjadruje, ako často sa ženy opakovane stávajú matkami. K prehlbovaniu tohto rozdielu prispieva aj fakt, že slovenské ženy čím ďalej tým viac odkladajú tehotenstvo do vyššieho veku. Odkladom tehotenstva sa významne znižuje pravdepodobnosť, že žena porodí tri a viac detí. Dokazujú to štatistiky počtu porodených detí pripadajúcich na jednu ženu. V slovenskej populácií predstavuje jedno porodené dieťa

na ženu približne 50 % z počtu všetkých narodených detí, pričom u rómskych žien je to len 30 %. Dve deti na jednu rómsku ženu predstavujú 20 %-né zastúpenie, čo znamená že tri a viac detí na jednu ženu tvorí až 50 % z celkového počtu narodených rómskych detí. Intenzita plodnosti je teda zreteľne vyššia u rómskych žien. Porovnanie plodnosti a pôrodnosti na Slovensku a v rómskej populácii si priblížime prostredníctvom Tabuľky 4.

Hrubá miera celkovej pôrodnosti Rómov počas celého skúmaného obdobia prevažuje nad mierou pôrodnosti na Slovensku. V roku 2015 pripadá na 1 000 obyvateľov rómskej národnosti približne 19 narodených detí, pričom na Slovensku je to len približne 11 narodených detí na 1 000 obyvateľov stredného stavu. Najväčšiu diferenciu medzi danými skúmanými skupinami sledujeme v roku 2005. Pôrodnosť u Rómov je v tomto roku až na úrovni 21 detí na 1 000 obyvateľov stredného stavu, pričom na Slovensku je to len približne 10 detí. Hrubá miera pôrodnosti je však ovplyvnená mnohými faktormi, nakoľko operuje s údajmi o strednom stave celkovej populácie. Pre hlbšiu analýzu plodnosti je vhodnejšie skúmať ukazovateľ všeobecnej miery plodnosti, ktorý operuje priamo so ženami vo fertilnom veku. Vidíme, že v oboch populáciách je trend vývoja všeobecnej miery plodnosti obdobný ako pri hrubej miere pôrodnosti. U Rómov dochádza k postupnému znižovaniu plodnosti a pôrodnosti, no napriek tomu sú tieto miery stále výrazne vyššie, než na Slovensku. Aj takáto analýza nám poukazuje na stálu silnú základňu vekovej pyramídy Rómov. Plodnosť rómskych žien poklesla zo 7,36 % v roku 2005 na hodnotu 6,66 % v roku 2015. Znamená to, že v roku 2015 pripadá na 100 rómskych žien vo fertilnom veku približne 7 živonarodených detí, čo je jeden zo znakov postupného starnutia obyvateľstva. Na Slovensku je plodnosť nižšia a na 100 žien vo fertilnom veku pripadajú len 4 deti. Pokles plodnosti rómskych žien tak indikuje, že časť Rómov sa postupne integruje do majoritnej spoločnosti, čím sa snaží prispôsobiť aj ich životnému štýlu. V období pred 90. rokmi minulého storočia patrilo Slovensko v rámci Európy ku krajinám s najvyššou plodnosťou. Začiatok 90. rokov minulého storočia a transformácia politického systému odštartovala výrazný pokles plodnosti slovenských žien. V dôsledku tohto úpadku, fertilita dosiahla svoje minimum 1,2 dieťaťa na jednu ženu v roku 2002. V súčasnosti úhrnná plodnosť na Slovensku predstavuje približne 1,5 dieťaťa na ženu. Spoločenské zmeny sa odrazili aj na úhrnnej plodnosti rómskych žien, avšak ani zďaleka nie tak výrazne. Plodnosť tu poklesla približne zo 4,5 dieťaťa na jednu ženu (začiatok 90. rokov) na úroveň 3-och detí (rok 2002), ktorá podľa odhadov pretrváva dodnes. Takto vnímaná úhrnná plodnosť Rómov podhodnocuje a súčasne aj nadhodnocuje jej skutočné hodnoty v rómskych skupinách rozdelených podľa stupňa segregácie. Špecifické reprodukčné správanie výrazne koreluje so stupňom segregácie rómskej komunity. Izolácia segregovaných Rómov nie len priestorovo, ale aj z pohľadu kultúrnej, sociálnej či ekonomickej izolácie, dokázala túto skupinu separovať aj od zmien v plodnosti.

V segregovaných oblastiach sa úhrnná plodnosť pohybuje okolo 4-och a viac detí na jednu rómsku ženu. Pre porovnanie, vo vyspelých krajinách sa fertilita pohybuje v rozpätí 1,2 – 1,8 detí na ženu za celé plodivé obdobie. Vypovedá to o viditeľnej diferencii životného štýlu segregovaných Rómov, sociálnej zaostalosti, taktiež aj o postavení žien v populácii a v neposlednom rade aj o rozdielnych zvyklostiach a morálnych hodnotách. Odlišnosť reprodukčného správania segregovaných Rómov zaznamenávame už aj v porovnaní so separovanými Rómami. U nich sa už začal mierne prejavovať proces transformácie plodnosti, ktorý nastúpil neskôr než u integrovaných Rómov. Separovaní Rómovia, v súlade s ich čiastočnou integráciou, sa reprodukčným správaním viac približujú k nerómskej zložke než segregovaní. Plodnosť tu dosahuje úroveň približne 3 deti na jednu rómsku ženu. No najväčšiu odchýlku v reprodukčnom správaní Rómov pozorujeme pri skupine integrovaných Rómov. Je to výsledok zrieknutia sa sociálne separovanej komunity, nadobudnutia dostatočného vzdelania a samotnej snahy o prispôsobenie sa životnému štýlu nerómskej

zložky. Zlepšenie životných podmienok a celkového životného štýlu prispelo k približnému zjednoteniu úhrnnej plodnosti integrovaných Rómov a obyvateľov Slovenska na rovnakú úroveň.

Úmrtnosť a zdravotná situácia rómskej populácie

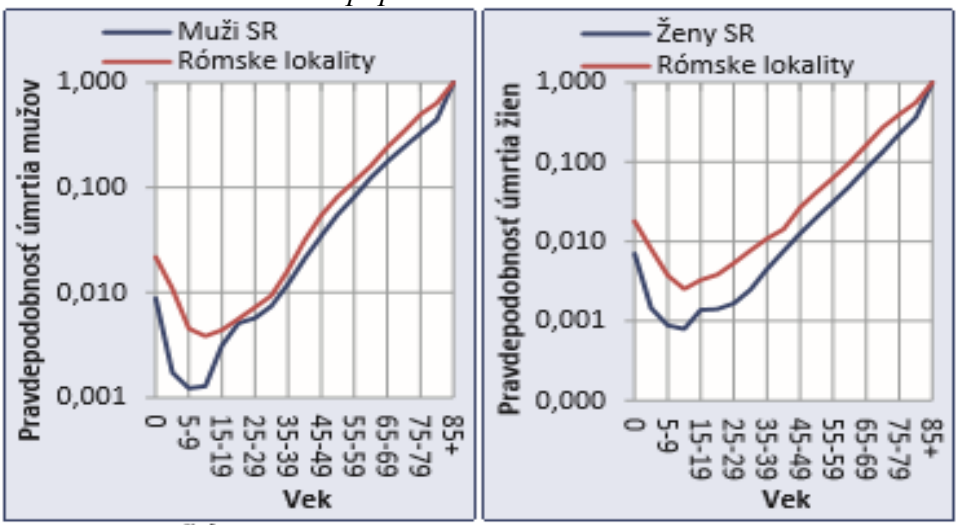
Rómska komunita sa vyznačuje horším zdravotným stavom než majoritná populácia, čo v konečnom dôsledku pramení do vyššej intenzity úmrtnosti. Vyplýva to z nízkeho povedomia Rómov o svojom zdraví, respektíve z nezáujmu o ich vlastné zdravie. Z toho plynie veľké množstvo zanedbaných a nezistených chorôb. Rómska komunita trpí častejšie na chronické ochorenia, než majoritná populácia. Vyplýva to z toho, že Rómovia navštevujú lekárov až v čase, keď je ich stav naozaj vážny. Nevedia rozpoznať symptómy sprevádzajúce tú - ktorú chorobu. Za ochorenie pokladajú len to, čo sa prejaví s vážnejšími príznakmi. Iba približne 50 % Rómov rieši každý svoj zdravotný problém s lekárom. Zvyšná polovica buď očakáva samovoľné zlepšenie alebo predpokladá, že tento stav si nevyžaduje lekársku pomoc. Táto situácia vychádza v niektorých prípadoch z nevedomosti o možnostiach, ktoré ponúka štát svojim obyvateľom v oblasti zdravotníctva, celkovej nevedomosti o svojom zdraví, ale aj z určitej nedôvery k zdravotníckym inštitúciám a ich zamestnancom. Nezáujem liečiť sa v neposlednom rade vychádza aj z cien liekov, ktoré by museli pacienti zaplatiť. Samozrejme, táto situácia sa nemusí týkať všetkých Rómov. Najčastejšie sa dotýka segregovaných Rómov, z časti aj separovaných Rómov. Paradoxne, samotní Rómovia nevnímajú svoj zdravotný stav tak negatívne. Vyplýva to však zo spomínanej nevedomosti, respektíve porovnávajú sa so svojím okolím a rôzne symptómy tak prehliadajú alebo považujú za normálne a bežné.

Tab. 5: Podiel osôb v rómskej populácii trpiacich chronických ochorení (%)

Typ ochorenia	Rómovia	Rómky	Spolu
Srdcovo cievne choroby	26,4	32,9	29,7
Ochorenia dýchacích ciest	14,6	13,9	14,3
Ochorenia kĺbov	15,4	9,8	12,5
Ochorenie nervových a zmyslových orgánov	12,5	11,2	11,8
Psychické poruchy	12,9	8,1	10,4
Endokrinálne poruchy	4,3	7,5	5,9
Choroby tráviacej sústavy	6,4	4,1	5,2
Choroby močových ciest a genitálii	1,4	6,1	3,8
Onkologické ochorenia	2,5	2	2,3
Iné	3,6	4,4	4,1

Zdroj: Vlastné spracovanie, údaje: UNDP, Report on the living conditions of Roma households in Slovakia

Obr. 9: Porovnanie pravdepodobnosti úmrtia mužov a žien medzi rómskymi lokalitami a populáciou Slovenska



Zdroj: ŠPROCHA, Reprodukcia rómskeho obyvateľstva na Slovensku a prognóza jeho populačného vývoja, 2014, s. 113

Pravdepodobnosť úmrtia v rómskych lokalitách na obrázku 9 je na celej jeho ploche vyššia než u populácie Slovenska. Najväčšiu diferenciu medzi týmito pravdepodobnosťami oboch populácii sledujeme v období medzi 5 – 14 rokom u mužov. Vzniká tu až štvornásobne vyššie riziko úmrtia rómskych chlapcov než u chlapcov v majoritnej populácii. U žien taktiež sledujeme najväčšiu odchýlku v úmrtnosti v tomto vekovom intervale, no nejde o tak výrazný rozdiel ako pri mužskom pohlaví. V tomto prípade ide približne o dvojnásobne vyššiu pravdepodobnosť úmrtia rómskych dievčat medzi 5 – 14 rokom. K zjednoteniu kriviek rizika úmrtia medzi rómskou a slovenskou populáciou dochádza približne v 20 roku života. Súčasne od 20 do 35 roku života vznikajú najmenšie odchýlky v riziku úmrtia medzi muži na Slovensku a Rómami. U žien je najmenšia odchýlka okolo 40. roku. Výrazné rozdiely sledujeme aj v rámci dojčenskej úmrtnosti oboch pohlaví. Tento typ úmrtnosti predurčuje vyspelosť populácie v sociálno-ekonomickej oblasti. Má dôležitú vypovedaciu schopnosť o vyspelosti populácie. Úmrtnosť detí do jedného roka súvisí či už s neopatrným správaním sa počas gravidity (mnoho rómskych žien počas tehotenstva požíva alkohol alebo fajčí), nevhodnými podmienkami na pôrod, dostupnosť lekárskej starostlivosti, ale aj z nedostatočnej informovanosti o starostlivosti o batoľa. Rómske osady sa vo všeobecnosti vyznačujú najhoršími výsledkami dojčenskej úmrtnosti. Zatiaľ čo v populácii Slovenska sa dojčenská úmrtnosť pohybuje v okolo 8 zomretých dojčiat na 1 000 obyvateľov, v rómskych osadách sa počet úmrtí dojčiat na 1 000 obyvateľov pohybuje okolo 20 detí. Je to dvojnásobne vyššia pravdepodobnosť oproti Slovensku, že rómske batoľa umrie. Smrť u detí do jedného roka, je vo vyspelých krajinách sústredená do prvých dní od narodenia. Sú to úmrtia, ktoré sú ovplyvňované nezvrátiteľnými genetickými poruchami, komplikáciami pri pôrode a po pôrode. S pribúdajúcimi týždňami a rokmi života, sa dojčenská a detská úmrtnosť vo všeobecnosti znižuje. V rómskych osadách nastáva opačný jav, detská úmrtnosť prevažuje nad dojčenskou. Tu už pôsobia vonkajšie faktory, ako napríklad prísun lekárskej starostlivosti, nedostatočná informovanosť, nevhodný životný štýl matky pred pôrodom a po pôrode a iné.

4 Záver

Slovensko odhadom patrí medzi krajiny Európy, kde je podiel rómskeho obyvateľstva na celkovom počte obyvateľov jeden z najvyšších. Napriek tomu sme počas celého nášho

výskumu narážali na problém získania komplexných údajov o rómskej populácii. Aj z tohto dôvodu sme osobne navštívili jednu z výskumníčok Centra pre výskum etnicity a kultúry (CVEK), ktorá nám poskytla viacero publikácii o rómskej komunite z niektorých významných zdrojov. Náš príspevok poukazuje práve na nesmiernu dôležitosť výskumnej činnosti v oblasti rómskej problematiky. Neskreslené a plnohodnotné údaje môžu výrazne dopomôcť k integrácii Rómov, nakoľko identifikujú a kvantifikujú rozhodujúce rozdiely zabraňujúce ich asimilácii. Práve začlenenie Rómov do spoločnosti je prioritným cieľom každého štátu, aby sa tým zamedzilo prehlbovaniu chudoby, zanedbávaniu zdravotnej starostlivosti, nezamestnanosti, vyčleňovaniu z procesu vzdelávania a mnohým iným problémom spojených s touto tematikou. Táto úloha je však veľmi náročná, pretože majoritná časť populácie vníma túto menšinu negatívne a v mnohopočetných prípadoch samotní Rómovia absolútne odmietajú spolupracovať. Uspokojujú sa so svojim prostým postavením v spoločnosti.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0092/15: *Moderné prístupy k navrhovaniu komplexných štatistických prieskumov.*

Literatúra

1. Matlovičová, K., Matlovič, R., Mušinka, A., Židová, A. (2012). *Rómovia na Slovensku. Základné charakteristiky Rómskej populácie na Slovensku s dôrazom na priestorové aspekty ich diferenciácie*. In Penczes, J., Radics, Z. (Eds.): Roma popuation on the peripheries of the Visegrad countries. Spatial trends and social challenges. [online]. Debrecen 2012. s. 9. ISBN 978-615-5212-07-9. Dostupné na internete: <*http://www.unipo.sk/public/media/16282/R%C3%B3movia_na_Slovensku_(2012)_Z%C3%A1kladn%C3%A9_charakteristiky_R%C3%B3mskej_popul%C3%A1cie_na_Slovensku_s_d%C3%B4razom_na%20priestorov%C3%A9_aspekty_ich_diferenci%C3%A1cie.pdf*>.
2. Sivašová, D. (2015). *Demografický pohľad na rómsku problematiku*. In *Aktuální problémy současného světa: politika, ekonomika, společnost*: *monografie*. Kolín : Nezávislé centrum pro studium politiky a Academia Rerum Civilium, 2015. ISBN 978-80-86879-44-4. s. 249-267.
3. Srb, V. (1988) Změny v reprodukci československých Romů 1970–1980. Demografie, 30: 305–309.
4. Šprocha, B. (2014). *Reprodukcia rómskeho obyvateľstva na Slovensku a prognóza jeho populačného vývoja*. Bratislava: OF PRINT JH, 2014. 177 s. ISBN 978-80-89037-38-4.
5. Rozvojový program OSN (UNDP). 2014. *Atlas rómskych komunít 2013*. [online]. Regionálne centrum rozvojového programu OSN pre Európu a Spoločenstvo nezávislých štátov v Bratislave, 2014. 120 s. ISBN: 978-80-89263-18-9. Dostupné na internete: <www.minv.sk/?atlas_2013&subor=203148>.
6. United Nations Development Programme (UNDP). 2012. *Report on the Living Conditions of Roma households in Slovakia 2010*. [online]. UNDP Europe and the CIS Bratislava Regiona Centre, 2012. 233 s. ISBN: 978-80-89263-11-0. Dostupné na internete: <http://www.eurasia.undp.org/content/dam/rbec/docs/Report-on-the-living-conditions-of-Roma-households-in-Slovakia-2010.pdf>.
7. Vaňo, B. (2001). *Demografická charakteristika rómskej populácie v SR*. [online]. Bratislava: INFOSTAT – Inštitút informatiky a štatistiky, 2001. 15 s. Dostupné na internete: <http://www.infostat.sk/vdc/pdf/rom.pdf>.

Morálny hazard, bázické riziko a zaistenie v sekuritizácii

Moral hazard, basis risk and reinsurance in securitization

Lenka Smažáková [1], Ľudovít Pinda[2]

Abstrakt

Oblasťou, v ktorej boli inovácie riadenia rizík zvlášť dramatické, je zaistenie a sekuritizácia prírodných katastrofických rizík. Poistenie katastrofického rizika bolo vždy problematické, pretože poisťovne nemôžu ľahko toto prebrané riziko od poistencov diverzifikovať. Ako ochranu proti tomuto nekonkurenčnému riziku, poisťovatelia tradične používajú trh zaistenia, pri ktorom prichádzajú do styku s morálnym hazardom, kreditným a bázickým rizikom. Príspevok práve rozoberá ich vzájomnú závislosť vo vzťahu so zaistením. Morálny hazard je reprezentovaný koeficientom zmiernenia, ktorý predstavuje pre poisťovateľa nepriame náklady. Miera bázického rizika je vyjadrená koreláciou medzi vzniknutou stratou a poistným plnením. Graficky je zdôvodnená poloha zaistenia v závislosti od bázického a kreditného rizika za prítomnosti morálneho hazardu. Taktiež je zdôvodnená závislosť ostatných katastrofických nástrojov a to: katastrofických opcií, CAT dlhopisov a indexovaných CAT dlhopisov od bázického, kreditného rizika a morálneho hazardu.

Kľúčové slová

morálny hazard, bázické riziko, kreditné riziko

Abstract

An area where risk management innovations have been particularly dramatic is the reinsurance and securitization of natural catastrophe risks. Insurance of catastrophe risk has always been problematic because insurance companies can not easily diversify this risk transferred from insurers. As protection against this non-competitive risk, insurers traditionally use the market of reinsurance, in which they come into contact with moral hazard, credit and basis risks. This paper specifically analyses their interdependence in relation to reinsurance. Moral hazard is represented by a mitigation factor, which constitutes indirect costs for the insurer. Basis risk rate is expressed by the correlation between the loss incurred and the indemnification. The position of reinsurance depending on basis and credit risks in the presence of moral hazard is demonstrated in the form of a graph.There is also a substantiation for the dependence of other catastrophic instruments such as: CAT options, CAT bonds and indexed CAT bonds from basis risk, credit risk and moral hazard.

Keywords

Moral hazard, Credit risk, Basis risk

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, lenka.smazakova@gmail.com

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, ludovit.pinda@euba.sk

JEL classification
G22

1 Úvod

Oblasť, v ktorej prebieha obzvlášť dramatická inovácia riadenia rizík je zaistenie a sekuritizácia katastrofického rizika. Poistenie katastrofického rizika je vždy problematické, pretože prevzaté riziko od poistencov poisťovňou je ťažko diverzifikovateľné. Poisťovateľ môže realizovať poisťovací proces dlhé roky bez obzvlášť vysokých nárokov na poistné plnenia pokiaľ málo pravdepodobná poistná udalosť s poistnými plneniami nepresiahne kapacity poisťovne. Ochranu proti tomuto riziku formou zaistenia hľadajú poisťovne na kapitálovom trhu. Zaisťovatelia zvyčajne pôsobia v širšom geografickom meradle. Zaisťovateliamôžu rozšíriť svoju účasť na mnohých poisťovateľoch v mnohých regiónoch a tým dosiahnuť diverzifikáciu, ktorá nie je k dispozícii koncentrovanejšiemu primárnemu poisťovateľovi. Do konca osemdesiatych a začiatku deväťdesiatych rokov zaistenie pomerne dobre fungovalo. Séria prírodných katastrof veľkých rozmerov, keď zaistný trh nestačil svojimi rezervami kryť vzniknuté straty, spustila sériu otázok týkajúcich sa kapacity zaistného trhu. Straty tiež ovplyvnili schopnosť zaisťovateľa a zaistenie sa stalo drahé. Preto katastrofické modely vykazovali poistenie a zaistenie neprimerane veľké, čo sa odzrkadlilo v ich dopyte. Preto poisťovatelia hľadali inovatívne formy z dôvodu rozšírenia svojej ponuky o efektívne produkty. Tieto inovácie boli stimulované nedostatkom tradičného zaistenia a obmedzenou zaisťovacou kapacitou. Kapitálový trh ukazoval schopnosť rozšírenia zaistnej kapacity a tiež možnosť diverzifikácie katastrofického rizika poisťovateľa prostredníctvom rôznych nástrojov riadenia katastrofického rizika. Vďaka nim poisťovateľ vie odvodiť stratégie riadenia rizík, ktoré sú vhodné pre jeho poisťovňu. Konkrétne potreby a nové nástroje môžu byť navrhnuté tak, aby riešili konkrétne náklady na riadenie rizika. Tu však vystupuje do popredia morálny hazard. Akonáhle je poistenec chránený, poisťovatelia môžu mať tendenciu byť menej opatrný pri poistení poistenia. Prvopoisťovatelia vo vysokorizikových expozíciách môžu byť príliš veľkodušní pri vybavovaní pohľadávok poistencov z dôvodu vyhýbania sa nákladným sporom. Tento problém môže byť dostatočne závažný pri zaistení katastrofickými nástrojmi, pretože poistné plnenia prekročia zdroje poisťovateľa. Zaisťovatelia sa spoliehajú na monitorovanie povesti primárnych poisťovateľov a na dlhodobé vzťahy na zabránenie takéhoto zneužívania. Problém morálneho hazardu vo vzťahu k zaisteniu budeme riešiť v tretej časti.

2 Kreditné riziko

Katastrofické zaisťovacie nástroje svojou konštrukciou čelia obchodným neefektívnostiam, ktoré sa vzájomne vylučujú, prípadne korigujú a na ilustráciu týchto kompromisov možno použiť zaistenie. Naviac tu vystupuje kreditné riziko: riziko, že zaisťovateľ nebude schopný zaplatiť svoj záväzok primárnej firme. Nesprávne platby by mohli byť v odvetví zaistenia neúmerne veľké. Bežný postup je ten, že poisťovateľ môže zaistiť riziko u zaisťovateľa na „zastavenie straty" (to znamená, že zmluva obsahuje odpočítateľnú sumu so zaisťovateľom, ktorý platí len prebytok nad odpočítateľnou sumou). Výplaty z takýchto plánov sa vyskytujú len vtedy, keď straty preniknú do pravého konca straty. Pri takýchto výnosoch je variačný koeficient veľmi vysoký a následkom toho by veľké katastrofy pravdepodobne spôsobili rozsiahle insolventnosti. Počiatočné odhady potenciálnych platieb priemyslu pre veľké katastrofy podporujú túto skutočnosť, pričom počet platobnej neschopnosti neúmerne stúpa s veľkosťou katastrofickej straty.

3 Morálny hazard a zaistenie

V tejto časti popíšme akým spôsobom morálne riziko ovplyvňuje koncepciu zaistných zmlúv a štruktúru trhov zaistenia. Z dôvodu zjednodušenia uvažujme oceňovací model poisťovateľa na jeden rok. Označme

E – vlastný kapitál poisťovateľa,
P – poistné / po odpočítaní výdavkov /,
L – poistné plnenia, vyplácané na konci roka,
r_i – úroková sadzba,
T – hodnota vlastného imania poisťovateľa.

Potom vlastné imanie poisťovateľa na konci roka je

$$T = (E + P)(1 + r_i) - L. \tag{1}$$

Teraz pridajme zaistenie. Na začiatku roka poisťovateľ vypláca sumu R zaisťovateľovi. Zaistná zmluva zabezpečí náhradu prípadnej straty nad rámec poisťovateľa, ktorú označíme S. Hodnotu poistného portfólia označme I. Potom výplatu zo zaistenia môžeme reprezentovať európskou call opciou v dlhej pozícii poisťovateľa, kde realizačná cena je S a hodnota aktíva je reprezentovaná hodnotou poistného portfólia I, ktorej cenu označme $C(I;S)$. Zaisťovací pomer h môžeme interpretovať ako časť portfólia Ivzhľadom k S, ktorá je zaistená. Taktiež zaistenie R závisí na I a S, teda $R = R(I;S)$. V bežných dohodách sa krytie zaistenia zakladá na portfóliu poisťovateľa alebo na niektorých konkrétnych líniách. Neexistuje žiadne iné inherentné bázické riziko ako riziko, ktoré by cedujúca spoločnosť zahrnula do odpočítateľnej zložky. Pre zaistenie teda môžeme považovať Ia L za identické. Poisťovateľ je schopný znížiť výšku očakávaných poistných plnení tým, že vynaloží úsilie na zmiernenie t. j. dá dôraz na lepšie upisovanie, kontrolu strát, úpravu straty atď. Zatiaľ čo zmierňovanie predstavuje pre poisťovateľa nepriame náklady a, straty sa znížia, keďže sa viac vynakladá na zmierňovanie. Označenie $L(a)$predstavuje, že straty závisia od úrovne zmierňovania a pričom ich vzájomný vzťah je nepriamo úmerný. Potom očakávanú hodnotu vlastného imania poisťovateľa podľa (3, str. 600) môžeme vyjadriť v tvare

$$E(T) = \big(E - P - R(I;S)\big)\big(1 + E(r_i)\big) - E\big(L(a)\big) + hC(I;S) - a. \tag{2}$$

Z (2) odvoďme vzťah pre optimálny výber zmierňovania$a$ pre primárneho poisťovateľa. Použijeme prostriedky matematickej analýzy - nutnú podmienku existencie lokálneho extrému, kedy parciálna derivácia očakávanej hodnoty vlastného imania poisťovateľa podľa premennej a je nulová t. j.

$$\frac{\partial E(T)}{\partial a} = -\frac{\partial E\big(L(a)\big)}{\partial a} - 1 + h\frac{\partial C}{\partial I}\frac{\partial I}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial a} = 0. \tag{3}$$

Vzťah (3) pozostáva z troch členov a opíšme ich ekonomickú interpretáciu.

- Prvý člen $-\frac{\partial E(L(a))}{\partial a}$ vyjadruje okamžitý zisk poisťovateľa z efektu zmierňovania, výdavky na jednu peňažnú jednotku vynaloženú na zmiernenie znižujú očakávané straty. Zníženie záväzkov je cieľom poisťovateľa. Teda tento člen predstavuje zníženie hodnoty strát z dodatočne investovanej jednej peňažnej jednotky na zmiernenie.

- Druhý člen (-1) predstavuje priame náklady jednej peňažnej jednotky na proces zmiernenia, čo pre poisťovateľa predstavuje stratu.
- Tretí člen $h\frac{\partial C}{\partial I}\frac{\partial I}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial a}$ vyjadruje efekt zo začlenenia zmierňovania pri zaistení. Tento člen zväčší negatívny vplyv zo zmiernenia na poisťovateľa a to tým spôsobom, že zvýšenie zmiernenia znižuje očakávané straty a preto sa znižuje o sumu, ktorú poisťovateľ môže očakávať ako náhradu od zaisťovateľa.

Ak by sme neuvažovali so zaistením primárneho poisťovateľa, tak tretí člen v rovnici (3) by vypadol a rovnica (3) by prešla do rovnice

$$-\frac{\partial E(L(a))}{\partial a} = 1, \tag{4}$$

ktorú by sme mohli interpretovať nasledovne. Bez zaistenia by primárny poisťovateľ priamo znášal náklady na zmierňovanie. Každá jedna peňažná jednotka vynaložená na zmiernenie spôsobí zníženie jednej peňažnej jednotky straty. Práve zaistenie naruší túto rovnováhu. Preto tretí člen rovnice (3) je veľmi dôležitý pri výbere zmierňovania.

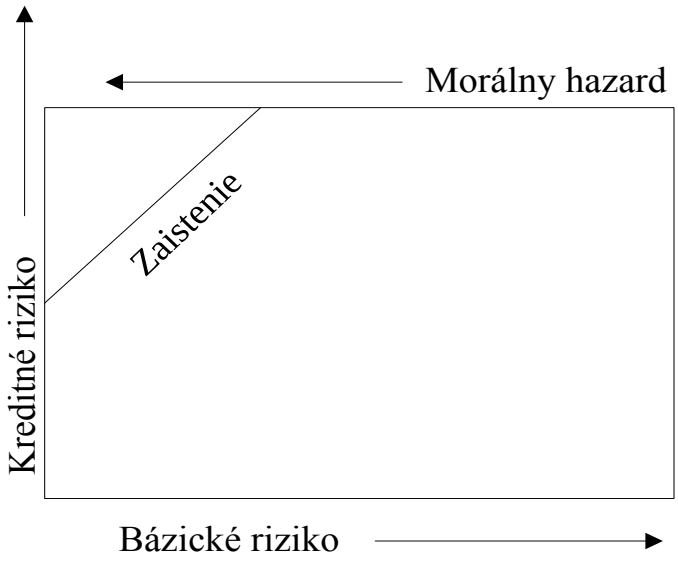
4 Bázické riziko

Bázické riziko vzniká zo skutočnosti, že výplaty zo zaisťovacieho kontraktu nezodpovedajú skutočným stratám. Ak uvažujeme plné poistenie ľubovoľnej straty L, tak výplata – poistné plnenie I sú rovnaké. Vtedy môžeme povedať, že poistené straty a poistné plnenia sú dokonale negatívne korelované. V takomto prípade nevzniká bázické riziko. Uvažujme nasledovnú poistnú zmluvu. Ak je dom poškodený búrkou a vznikne strata L_1 a na susedovom dome vznikne strata L_2, tak poisťovateľ uhradí škodu I o veľkosti aritmetického priemeru $I = \frac{L_1+L_2}{2}$. Ak vzniknuté škody sú rovnakého rozsahu, tak výška náhrady škody je totožná s veľkosťou vzniknutej škody. Ale to je málo pravdepodobné. Pravdepodobne domy budú poškodené v rôznom rozsahu. Ak je náš dom viac (menej) poškodený ako susedov dom, tak kompenzácia našej straty bude pod (nad) hodnotená. Riziko kompenzácie, že I nebude rovné so stratou L_1 nazývame bázické riziko. Pre mieru bázického rizika potrebujeme počítať koreláciu medzi stratou L_1 a aritmetickým priemerom $\frac{L_1+L_2}{2}$, ktorú označme r_{L_1}. Mieru bázického rizika vyjadríme

$$b = 1 - r_{L_1}. \tag{5}$$

Teda, ak hodnota našej straty je totožná s aritmetickým priemerom oboch strát, tak $r_{L_1} = 1$, a teda neexistuje bázické riziko. Túto mieru použijeme zdôvodnení vzťahu medzi bázickým rizikom a morálnym hazardom. Pokiaľ je prítomné zaistenie pri kreditnom riziku, problém bázického rizika je vyriešený. Platby zo zaistenia sú zamerané na straty, ktoré utrpí primárny poisťovateľ. Pri zaistení vystupuje do popredia kreditné riziko, pretože jeho účinnosť závisí od finančných aktív zaisťovateľa. Spolu so zaistením vystupuje morálne riziko. Zamerajme sa na tieto tri typy rizík pri zavádzaní katastrofických nástrojov.

Obr. 1: Závislosť rizík pri zaistení



Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku Obr. 1 sú znázornené závislosti kreditného, morálneho a bázického rizika pri zaistení. Na vertikálnej osi je znázornené kreditné riziko a v smere šípky rastie jeho hodnota. Zaistenie má neodmysliteľné kreditné riziko, preto sa bude pohybovať v jeho blízkosti. Bázické riziko je znázornené na horizontálnej osi a pri prítomnosti zaistenia je nulové. Morálny hazard je v inverznom vzťahu s bázickým rizikom. Čím je menšie bázické riziko, tým je väčší morálny hazard a naopak. Preto zaistenie sa nachádza v ľavom hornom rohu obdĺžnikovej plochy Obr. 1, kde je vysoké kreditné riziko, nízke bázické riziko a vysoké morálne riziko. Všetky finančné inovatívne nástroje sa vo svojej podstate a vzťahu k uvedeným druhom rizík musia zmestiť do priestoru zobrazeného obdĺžnika vpravo od zaistenia.

5 Katastrofické zaistné nástroje

5.1 Katastrofické opcie

Nové typy katastrofických nástrojov sú často vysvetľované v zmysle potreby zaobstarať priamy prístup ku kapitálovým trhom na doplnenie obmedzenej kapacity zaistných trhov. Keďže katastrofické riziko nie je vysoko korelované s výnosmi na kapitálových trhoch, odporúčaná miera návratnosti na prilákanie kapitálu je bezriziková úroková miera. Aktuálne úrokové miery spojené so zaistením sú dostatočne vysoké na to, aby dokázali poraziť bezrizikovú úrokovú mieru. Ak však atraktívne investičné príležitosti z prenosu katastrofického rizika sú dostupné pre investorov, prečo potom nenastáva prílev kapitálu do zaisťovacích spoločností? Vyzerá to tak, že vysoké sadzby podporujú vysoké transakčné náklady spojené so zaistením viac než nadmerná návratnosť pre akcionárov zaisťovne. Čiže ak nové nástroje budú úspešne konkurovať zaisteniu a budú atraktívne pre investorov, tak musia mať nižšie transakčné náklady. Keďže dominantné postavenie v transakčných nákladoch majú tie nástroje, ktoré súvisia s morálnym hazardom (nadmerné straty, výdavky navyše spojené s monitoringom atď.), úspešná sekuritizácia katastrofického rizika vyžaduje efektívnejšie cesty pri riešení morálneho hazardu. Taktiež je dôležitá schopnosť nových nástrojov riešiť kreditné riziko.

Pri zaistení bola zdrojom morálneho hazardu absencia bázického rizika. Toto je možné vidieť vo výraze $\frac{\partial I}{\partial L}$ v rovnici

$$\frac{\partial E(T)}{\partial a} = -\frac{\partial E\big(L(a)\big)}{\partial a} - 1 + h\frac{\partial C}{\partial I}\frac{\partial I}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial a} = 0. \tag{6}$$

Výraz $\frac{\partial I}{\partial L}$ v tretej časti rovnice vyzdvihuje vplyv zmeny vo vyplatených poisťovateľových poistných plneniach ich poistencom, L, na ich zaistnú ochranu. Pretože zaistenie je definované primárnou stratou L, $I = L$ a $\frac{\partial I}{\partial L} = 1$. Toto znamená, že nie je žiadne bázické riziko. Predstavme si teraz, že máme taký zaistný nástroj, že $I \neq L$ ale sú len voľne korelované. Toto by redukovalo morálny hazard, pretože vyššie poistné plnenia poisteným by mali slabý efekt na refundáciu zo zaistenia. Čím je ich vzťah slabší, tým bude výraz $\frac{\partial I}{\partial L}$ menší a tým bude bázické riziko vyššie. V extrémnom prípade bude výraz $\frac{\partial I}{\partial L}$ blízka 0 a nebude tu žiadne efektívne zaistenie a žiadny morálny hazard. Jedna z hlavných inovácií v nových katastrofických nástrojoch je definovanie indexu I na zaobstaranie akceptovateľného bázického rizika a nízkeho morálneho hazardu.

Efekt zabezpečovania katastrofickými opciami môže byť vyjadrený rovnakým vzorcom použitým pri zaistení. Vo vzorci (2) výraz $R(I,S)$ môže byť interpretovaný ako cena opcie. V tomto prípade h je počet kúpených zmlúv a $C(I,S)$ je výplata na štandardnej zmluve na index I s realizačnou cenou S. Nakoľko poisťovateľ platí svoje vlastné straty L ale dostáva výplatu založenú na zvolenom indexe I, tak je tu bázické riziko ($I \neq L$).

Hlavnou výhodou pri definovaní opcie na index je, že to kontroluje morálny hazard. Prvotný poisťovateľ, ktorý je schopný praktizovať ex ante alebo ex post zmierňovanie dostane veľa z tohto benefitu vo forme redukcie poistných plnení. Avšak tento benefit nebude vynahradený redukciou výplaty opcie s výnimkou obmedzeného rozsahu, kedy redukovaná strata u primárneho poisťovateľa ovplyvní index.

Ako pri zaistení, katastrofické opcie čelia kreditnému riziku. Veľa finančných nástrojov využíva tzv. „Mark to market“ (hodnota otvorených pozícií v portfóliu investora v trhových cenách) na riešenie kreditného rizika. Keď nástroj je naviazaný na podkladové aktívum, ktorého cena sa vyvíja hladkým spôsobom, tak „mark to market“ ponúka významnú kreditnú ochranu. Tento nástroj chráni pred vznikom vysokých záväzkov. Avšak vývoj záväzkov z poistenia katastrofických udalostí je všetko, len nie hladký. Pri búrkach, nárast na maximum trvá len pár dní. Pri zemetraseniach sa záväzky môžu zmeniť z 0 na miliardy v priebehu niekoľkých sekúnd. „Mark to market“ je v tomto prípade nepoužiteľný. Od predajcov katastrofických dlhopisov je vyžadované držať maržový účet. Avšak toto poskytuje len čiastočnú ochranu, pokiaľ na účte nie je aspoň taká suma, ktorá by mohla kryť celú potenciálnu stratu. Preto katastrofické opcie sú vystavené istému kreditnému riziku.

5.2 Katastrofické dlhopisy

Katastrofické dlhopisy sú cenné papiere odpúšťajúce dlh. Pri spustení katastrofického dlhopisu nastáva zníženie výplaty výnosu alebo zníženie nominálnej hodnoty a to podľa rozsahu škody. Odpustenie môže byť spustené buď katastrofickou škodou poisťovateľa alebo indexom poisťovateľových katastrofických škôd.

Efekt zaistenia katastrofickými dlhopismi môžeme analyzovať pomocou rovnice (3, str. 610), ktorá vyjadruje poisťovateľovo vlastné imanie na konci roka s katastrofickým dlhopisom

$$T = (E + D)\big(1 + E(r)\big) - E\big(L(a)\big) - D(1 + r) - hC(I, S) - a, \tag{7}$$

kde

D −nominálna hodnota dlhopisu,
r −úroková sadzba,
I −index strát,
$hC(I, S)$ −miera „odpustenia“ výplaty úroku alebo nominálnej hodnoty pri spustení dlhopisu,
$C(I, S)$ −vnorená call opcia,
S −spúšťač dlhopisu.

Keď I dosiahne hodnotu spúšťača S, množstvo vyplateného dlhu bude zmenšené a bude vo výške od $D(1 + r)$ po $D(1 + r) - hC(I, S)$. Výraz h je opäť zaistný podiel, ktorý môže byť interpretovaný ako percento z $I - S$, ktoré je odobrané z nominálnej hodnoty.
Analýza morálneho hazardu je podobná ako v prípade zaistenia a katastrofickej opcie. Rovnica (7) vypovedá o podmienke zmiernenia u primárneho poisťovateľa. Prvý výraz hovorí o efekte zmiernenia strát primárneho poisťovateľa, druhý o narastajúcich marginálnych nákladoch zmiernenia a tretí o efekte zníženia zmiernenia na katastrofickom dlhopise.

$$\frac{\partial E(T)}{\partial a} = -\frac{\partial E\big(L(a)\big)}{\partial a} - 1 + h\frac{\partial C}{\partial I}\frac{\partial I}{\partial L}\frac{\partial L}{\partial a} = 0. \tag{8}$$

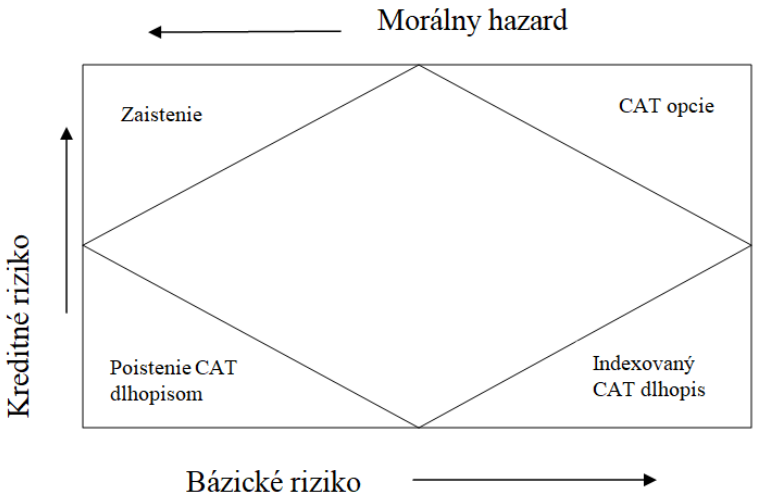
Interpretácia vzťahu (8) závisí od toho, či sa tu nachádza bázické riziko $(I = L)$. Uvažujme, že katastrofický dlhopis je „odpustený“ vzhľadom na poisťovateľovu katastrofickú stratu $I = L$. Takýto efekt morálneho hazardu je podobný ako ten pri zaistení. Ak katastrofický dlhopis je odpustený vzhľadom na zložený index strát v nejakom odvetví$(I \neq L)$, morálny hazard je podobný ako ten pri katastrofickej opcii. Z toho vyplýva, že katastrofické dlhopisy môžu byť konštruované tak, aby boli rôzne váhy medzi bázickým rizikom a morálnym hazardom. Tým, že má poisťovateľ voľnosť na výber ukazovateľov, mal by byť schopný identifikovať nejaké podobné portfólio v odvetví. Ak také nájde, tak bázické riziko plynúce z dlhopisu na tento index bude malé a problém morálneho hazardu by bol značne zmiernený. Keď poisťovateľovo portfólio nie je dobre reprezentovateľné nijakým indexom strát v odvetví, potom vlastnosti zaistenia takéhoto katastrofického dlhopisu budú úbohé, aj keď morálny hazard je vyriešený.

Katastrofické dlhopisy nemajú kreditné riziko na strane emitenta. Držitelia dlhopisov poskytujú zaistenie pre poisťovateľa odpustením existujúceho dlhu. Teda hodnota zaistenia je nezávislá od aktív, ktoré majú držitelia dlhopisov a primárny poisťovateľ nie je v riziku neobdržania zaistenia. V podstate je katastrofický dlhopis podobný ako zaistná zmluva, v ktorej zaisťovateľ otvára maržový účet rovný maximálnej očakávanej strate a primárny poisťovateľ má prístup k tomuto účtu. Vďaka tomuto je poisťovateľ chránený voči riziku zlyhania.

6 Záver

Vzťah medzi bázickým, kreditným rizikom a morálnym hazardom a jednotlivými typmi nástrojov na zaistenie môžeme ilustrovať na obrázku:

Obr. 2: Závislosť rizík pri rôznych typoch nástrojov na zaistenie



Zdroj: vlastné spracovanie

Zaistenie dominuje ľavému hornému segmentu ako predtým. Katastrofická opcia má inherentné kreditné riziko ale minimalizuje problém ex post morálneho hazardu používaním indexového spúšťača. Indexový spúšťač znamená, že je tu nejaké bázické riziko ale len malý morálny hazard. Preto sa katastrofické opcie nachádzajú v pravom hornom rohu. Katastrofické dlhopisy nemajú žiadne kreditné riziko, nakoľko výplata straty je úplne kolaterizovaná. Líšia sa však v bázickom riziku a morálnom hazarde. Indexované dlhopisy sú v pravom dolnom rohu a poistenie katastrofickým dlhopisom je v ľavom dolnom rohu.

Ako môžeme vidieť, závislosť rizík, pri rôznych typoch nástrojov na zaistenie sa líši podľa typu použitého nástroja. Keď napríklad chceme eliminovať kreditné riziko a morálny hazard, tak sa nám objaví bázické riziko. Pri použití ktoréhokoľvek z nástrojov sa poisťovateľ nikdy nevyhne nejakému riziku, snaží sa ho však eliminovať a nástroje si vyberá aj podľa toho, aké riziko a v akej miere dokáže akceptovať.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia výskumného projektu VEGA 1/0221/17, *Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika*.

Literatúra

1. Doherty, N. A. (1985). *Corporate Risk Management: A Financial Analysis*. New York: McGraw-Hill.
2. Doherty, N. A. (1996). *Corporate Insurance: Competitionfrom Capital Markets. In Universal Banking*, ed A. Saunders and I.Walter. New York: Salomon Center, New York University.
3. Doherty, N. A. (2000). *Integrated Risk Management: Techniques and Strategies for Managing Corporate Risk*. McGraw-Hill, Inc.

Vplyv trhu na určovanie cien poistného produktu

The impact of the market on the pricing of the insurance product

Anna Strešňáková, Mária Bilíková [1]

Abstrakt
Proces kalkulácie cien tovarov a služieb na trhu je náročný a kľúčových faktorov pri samotnom stanovovaní ceny je vždy viac. Na určovaní ceny sa podieľa samotný dopyt po produkte, ceny konkurenčných produktov, pri určitých produktoch napríklad aj dĺžka trvania kontraktu, odhad budúcich ziskov, atď. V tomto príspevku sa sústredíme na možnosti určovania ceny poistného produktu na trhu najprv pomocou elasticity a potom cez stratégiu závislú od správania sa poistenca a konkurenčných poisťovní.

Kľúčové slová
cenová elasticita, cena poistných produktov, senzitivita

Abstract
The process of calculating the prices of goods and services on the market is difficult, and there is not only one key factors in the process of calculating the prices. Pricing depends on the product demand, the prices of competing products, and for special products sometimes the duration of the contract, the estimate of future profits, etc. In this paper, we focus on possibility of determining the price of an insurance product on the market first by elasticity and then by a strategy dependent on the behavior of the policyholder and competing insurers.

Key words
price elasticity, price of the insurance products, sensitivity

JEL classification
G22

1 Úvod

Na poistnom trhu nielen Slovenskej republiky dochádza ku konkurenčnému boju a stanovovaniu cien poistných produktov vzhľadom nielen na vlastné náklady poisťovacej spoločnosti, ale aj vzhľadom na ceny obdobných produktov konkurenčných spoločností. Spôsoby určovania ceny poistného produktu sú rôzne, o jednotlivých metódach sa môžete dočítať v [1] alebo v [3| , no v článku sa však zameriame na senzitivitu ceny poistného produktu na správanie sa ostatných poisťovateľov na trhu. V prvej časti sa budeme venovať výpočtu optimálnej ceny akceptovateľnej zákazníkmi pomocou elasticity a v druhej časti sa zameriame na možnosti a stratégie poskytovania zliav od poisťovateľov.

2 Stanovenie ceny na základe cenovej elasticity

Budeme predpokladať n poisťovateľov na trhu, pričom každý i-ty, poisťovateľ rozhoduje o cene p_i, za ktorú ponúkne poistný produkt. Poisťovatelia svoje cenové ponuky kalkulujú nezávisle a zverejnia ich súčasne. Ponúkajú produkt v neobmedzenom množstve a pri zmene poisťovateľa poistenec nemá žiadne dodatočné výdavky.

[1] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, anna.stresnakova@euba.sk, maria.bilikova@euba.sk

Dopyt po produkte je závislý nielen od ceny stanovenej jednou poisťovňou ale aj od cien ostatných poisťovní. Nech konštanty c_i predstavujú variabilné náklady *i*-teho poisťovateľa, pričom fixné náklady FC_i sú zanedbateľné a p_i je cena poistenia vypočítaná a účtovaná *i*-tym poisťovateľom.

Ďalej sa budeme zaoberať vzťahom medzi dopytom a cenou. Dôležitou funkciou, ktorá vyjadruje vzťah medzi dopytom a cenou, je cenová elasticita *e*. Elasticita pre *i*-teho poisťovateľa je definovaná ako:

$$e_i\left(p_1, p_{2,}..., p_n\right) = \frac{\partial Q_i\left(p_1, p_{2,}..., p_n\right)}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{Q_i\left(p_1, p_{2,}..., p_n\right)} \tag{1}$$

V praxi sa používa niekoľko prístupov na vyčíslenie cenovej elasticity, cez analýzu historických dát (súkromných aj verejných), využívanie prieskumov preferencií zákazníkov, využívanie simulačných metód a podobne. Alternatívne možno použiť štatistickú analýzu preferencií jednotlivých subjektov.

Niektoré súčasné optimalizačné cenové techniky používané na poistnom trhu s cieľom stanoviť cenu, majú tendenciu zjednodušovať model konverzie. Na trhu môže napríklad pôsobiť príliš veľa poisťovateľov, čo v značnej miere sťažuje určenie jednotlivých dopytových funkcií. V takom prípade sa veľa poisťovateľov zameria na agregovanú trhovú cenu [2].

Nech $p_{m,-i}$ je agregovanou cenou *i*-teho poisťovateľa, ktorá reprezentuje závislosť od cien všetkých poisťovateľov, okrem *i*-teho subjektu. Na jej stanovenie je potrebné zvážiť charakter trhu a aj to, ako obvykle prebieha selekcia zo strany spotrebiteľa. Jednou z možností, ako stanoviť agregovanú cenu, by mohlo byť prijatie minimálnej ceny všetkých ostatných konkurentov:

$$p_{m,-i} = \min_{j \neq i}\left\{p_j\right\} \tag{2}$$

Táto možnosť by bola prijateľná v prípade, že sa spotrebitelia na trhu zameriavajú na najlacnejšie produkty. Ďalšou možnosťou by bolo akceptovanie priemeru cien ostatných konkurenčných poisťovateľov

$$p_{m,-i} = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} p_j \tag{3}$$

alebo napríklad aj akceptovať priemer niekoľkých najnižších cien.

Ďalšou možnosťou je zostrojenie funkcie konverzného kurzu cien tak, aby bol tento závislý len od kombinácie ceny p_i a $p_{m,-i}$. V prípade tohto zjednodušenia najčastejšie uvažujeme s podielom $p_i / p_{m,-i}$ alebo rozdielom $p_i - p_{m,-i}$. Nech LV_i je konštanta, ktorá odráža diskontovaný priemerný budúci zisk s ohľadom na aktívnych zákazníkov. Potom elasticita sa dá vyjadriť podľa [4] ako:

$$-e_i \cdot \left(p_i, p_{m,-i}\right) = \frac{p_i}{\left(p_i - c_i + LV_i\right)},\ i = 1, 2, ...n \tag{4}$$

pričom p_i je maximalizovaná cena za poistenie a pravá strana v každej *i*-tej rovnici je závislá len od ceny p_i ale ľavá strana je závislá od ceny p_i aj $p_{m,-i}$. Tým, že vzťah je závislý len od dvoch premenných, hľadanie riešenia rovnice. Z daného vzťahu môžeme určiť rovnovážnu cenu produktu na trhu či optimálnu cenu poisťovateľa p_i, ak je známa agregovaná cena $p_{m,-i}$. Pri samotnom riešení možno využiť štandardné spôsoby riešenia s využitím bežných

softvérových programov. Výhodou celého modelu je, že reflektuje najlepšie odpovede na stanovené ceny všetkých poisťovateľov napriek tomu, že sa v modeli ceny jednotlivých poisťovateľov samostatne nevyskytujú (ich výška je však zohľadnená v agregovanej cene).

3 Cenová stratégia dvoch poisťovní pri poistení trvajúcom viac rokov

Úprava ceny produktu na celú dobu poistenia znamená, že poisťovateľ je závislý na skutočnom zisku realizovanom v budúcnosti, od ktorej sa úprava, väčšinou redukcia ceny, odvíja. Zvyčajne sú poistné zmluvy uzatvárané na jeden rok alebo na inú, pevne stanovenú dobu trvania poistenia a poistenci sa zvyčajne môžu pohybovať medzi poisťovňami relatívne ľahko. Môžeme preskúmať životaschopnosť konceptu celkovej životnosti poistnej zmluvy pomocou úvah nasledujúcim príkladom.

Predpokladajme, že existujú dvaja poisťovatelia, A a B, ktorí ponúkajú totožný produkt. Obaja poisťovatelia dostanú žiadosť o poistenie od určitej osoby. Obaja poisťovatelia s istotou vedia, že poistenec bude mať jedno poistné plnenie počas roka a obaja vedia, že ich celkové náklady na spravovanie poistky a vyrovnanie poistného plnenia bude 10 €. A nakoniec, obaja poisťovatelia vedia, že poistenec už nebude potrebovať poistenie po uplynutí jedného roka. Poisťovatelia musia poskytnúť ich ponuky súčasne, bez toho, aby vedeli, čo druhý ponúka. Takže, ako určiť tú najvýhodnejšiu cenovú ponuku?

Poisťovateľ A bude chcieť uviesť cenu nižšia ako B, ale cenová ponuka nižšia ako 10 € mu spôsobí stratu. Ak si poisťovateľ A myslí, že B ustáli cenu na 12 €, potom poisťovateľ A navrhne cenu 11 €. Poisťovateľ B bude prechádzať podobným myšlienkovým procesom, tak ak A určí cenu 11 € potom by poisťovateľ B chcel určiť cenu na povedzme 10,50 €. To znamená, že rovnovážny bod podľa Nasha existuje, keď obaja poisťovatelia určia cenu za poistenie na 10 € a víťazný poisťovateľ bude mať zisk 0 €.

Predpokladajme, že sa poistenec dostane k poisťovateľom o rok skôr. Oba poisťovatelia vedia, že poistenec bude vyžadovať iba dva roky poistenia. Zmluva je každoročne obnoviteľná a poistenec bude mať poistné plnenie každý rok. Obaja poisťovatelia vedia, že vyrovnanie nárokov poistenca bude stáť víťazného poisťovateľa 10 € ročne. Akú cenu určia za poistné v prvom roku? Ak poisťovateľ A vyhrá v prvom roku, potom v druhom bude musieť nechať cenu na úrovni 10 € alebo menej, pretože v opačnom prípade by sa poistenec stal poistencom druhej poisťovacej spoločnosti, ktorá by pravdepodobne požadovala za produkt cenu 10 €. To znamená, že poisťovateľ A nemôže dať zľavu na produkt, pretože by potom nebol schopný kryť straty v druhom roku. Ak v prvom roku určí cenu na viac ako 10 €, je pravdepodobné, že poisťovateľ B určí nižšiu sumu a získa zákazníka. To znamená, že obaja poisťovatelia stanovia cenu na 10 € prvý rok a potom ešte 10 € v druhom roku, kedy sa poistenie obnoví.
Opakovanie tohto procesu znamená, že bez ohľadu na dobu poistenia, má stanovenie ceny rovnaký výsledok. Každý poisťovateľ vie, že sa bude musieť účtovať rovnovážna cena v poslednom roku a tým pádom je nútený účtovať rovnovážnu cenu v každom z nich v predchádzajúcom roku alebo bude mať stratu, ktorú mu budúce zisky nebudú vedieť vynahradiť. V tomto scenári nie sú zisky, ktoré sa dajú predpokladať, že vzniknú v ďalších rokoch, takže poistencovi nemôžu poskytnúť zľavu, pretože ju nebudú vedieť vykryť.

Predpokladajme, že máme poistenie, ktoré bude trvať dva roky a že poistenec uprednostňuje zostať so súčasným poisťovateľom po skončení prvej jednoročnej zmluvy (bez ohľadu na to, kto to je) a pri predĺžení poistenia je ochotný zaplatiť až o 1 € viac. Preto, ak poisťovateľ A vyhrá v prvom roku, potom môže v druhom roku stanoviť cenu poistenia na 11 € a dosiahnuť zisk vo výške 1 €. Poisťovateľ B bude v poslednom roku naďalej požadovať 10 € za poistenie, pretože navýšenie ceny nepovedie k pritiahnutiu zákazníka a zníženie ceny by nepokrylo záväzky. To znamená, že v prvom roku môže poisťovateľ A účtovať 9 €, vediac, že

môže účtovať 11 € v poslednom roku. Obaja poisťovatelia preto v prvom roku uvádzajú 9 € a potom víťazná poisťovňu požaduje 11 € v druhom roku a druhý poisťovateľ požaduje 10 €. Ak predpokladáme, že poistenie začalo ešte rok predtým, t. j. existujú tri roky pokrytia, potom podobným procesom sa dostaneme ku scenáru, že obaja poisťovatelia uvedú v prvom roku 9 €, víťazná poisťovňa potom požaduje 10 € v druhom roku a 11 v treťom roku. Neúspešný poisťovateľ určí cenu poistenia na 9 € v druhom roku a potom, ak ešte nevyhral, 10 € v poslednom roku.

Tab. 1: Prijaté poistné podľa doby trvania poistenia

1 rok							10 €
2 roky						9 €	11 €
3 roky					9 €	10 €	11 €
...							
n-1 rokov		9 €	10 €	...	10 €	10 €	11 €
n rokov	9 €	10 €	10 €	...	10 €	10 €	11 €

Ak poisťovňa stanoví cenu produktu v medziobdobí na viac ako 10 €, tak je v riziku, že iný poisťovateľ stanoví cenu na 9 € a získa poistenca. Ak stanovi cenu na menej ako 10 € mimo prvého roku, tak nebude mať prostriedky na refinancovanie zľavy v ďalších rokoch.

Pri stanovovaní ceny poistného produktu ide o komplexné úvahy. Poisťovateľ potrebuje presnú hodnotu elasticity ceny pri obnovovaní zmlúv v budúcnosti a táto cena sa môže líšiť od ceny stanovenej pre nového zákazníka. Potom si bude musieť pamätať na zľavy poskytnuté v danej oblasti poistenia a neposkytovať tieto zľavy zbytočne v ďalších rokoch poistenia, pretože by ich nebola schopná vykryť.

4 Záver

V článku sme ukázali dva rôzne prístupy k stanovovaniu optimálnej ceny pri rovnakých poistných produktoch. V prvom prípade sa cena odvíjala od cien ostatných poisťovateľov a na jej výpočet je potrebný príslušný sofvér a stanovuje cenu na príslušné obdobie. V druhom prípade poisťovatelia uvažovali nielen nad výškou poistenia ale rátali aj s dĺžkou poistenia a cenu kalkulovali vzhľadom na dĺžku poistného obdobia a cenovú stratégiu ostatných poisťovní.

Keďže konkurencia v niektorých oblastiach poistenia je veľká a poisťovne ponúkajú homogénne produkty (cestovné poistenie, poistenie motorových vozidiel), je dôležité stanoviť cenu nielen na základe predpokladanej výšky poistného plnenia ale aj na základe predikcie správania sa poistenca a ostatných poisťovateľov. Celá problematika je náročná na vstupné parametre, oblasť poistenia a obvyklú dĺžku poistenia pri danom druhu poistenia. Čo sme zistili je, že v niektorých prípadoch poisťovne stanovujú výšku poistného nie s ohľadom na výšku zisku (nulový zisk) ale s cieľom udržať si poistenca.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0618/*17 Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.*

Literatúra

1. Bilíková, M. (2003) *Spojité metódy v poistnej matematike.* Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.
2. Čičková Z., Strešňáková A. (2017) Modelovanie správania sa oligopolistov na trhu poistenia, *Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi* XII

[elektronický zdroj] : zborník zo seminára : 14. - 16. jún 2017, Račkova dolina Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2017.

3. Sakálová, K. (2001). *Oceňovanie produktov v životnom poistení*. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2001. 156 s
4. Warren, R., Yao, J., Rourke, T., Jwanik, J. (2012). Game theory in general insurance. The Actuarial Profession, (August), s. 1-75. Dostupné na https://www.scor.com/en/sgrc/insurance-market/item/2657-game-theory-in-general-insurance.html

Modely zdravotného poistenia

The models of sickness insurance

Lea Škrovánková[1], Zsolt Simonka[2]

Abstrakt
Cieľom príspevku je opísať možnosť využitia aktuárskej matematiky v zdravotnom poistení. Obsahuje niektoré pojmy potrebné na konštrukciu stochastického modelu pomocou Markovových procesov. Taktiež rozoberá spôsoby oceňovania Markovových procesov v spojitosti so systémovým modelovaním. Príspevok zavádza pojem matice pravdepodobností prechodu. Pre kalkulácie poisťovne je dôležité vedieť, aké sú pravdepodobnosti toho, že poistený bude v danom stave po určitom období, t. j. či bude zdravý, chorý alebo mŕtvy. Preto nás zaujímalo rozdelenie pravdepodobností stavov systému, v konkrétnom modeli AIDS ochorenia. Na to sme určili príslušný reťazec: vektor počiatočných pravdepodobností a maticu prechodu.

Kľúčové slová
Zdravotné poistenie, viacstavové modely, Markovove procesy, pravdepodobnosť prechodu, matica prechodu

Abstract
The aim of this paper is to describe the possibility of applying actuarial mathematics in sickness insurance. The paper contains some conceptions needed for the construction of the stochastic model by Markov processes. It analyses the forms of valuating of Markov processes by system's modeling, too. The paper defines the matrix of probabilities of transition. It is necessary for insurance company to know the probabilities of transition are, e.g. if the insurant will be healthy, ill or dead. Therefore we are interested in the probabilities distribution state of system, in concrete model AIDS illness. Then we determined chain: vector of initial probabilities and matrix of transition.

Key words
Sickness insurance, Multistate models, Markov processes, Probability of transition, Matrix of transition

JEL classification
C4, I1, K3

1 Úvod

Jedným zo súčasných trendov v rámci populácie je dožívanie sa vyššieho veku. Zatiaľ čo v roku 1995 bola odhadovaná stredná dĺžka života novorodencov (globálne v priemere pre obe pohlavia) 65 rokov, v roku 2014 to bolo už 70 rokov. [17]

Tento trend je úzko spätý s medicínskym pokrokom, ktorý zvyšuje pravdepodobnosť, že diagnostikovanú chorobu pacient prežije alebo sa z nej dokonca vylieči. Ľudia chcú žiť dlho

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: skrovankova.euba@gmail.com.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: simonka.euba@gmail.com.

a komfortne, boja sa situácie, že im vážne ochorenie znemožní dostávať príjem, platiť úver, starať sa o deti. Podsunutie tejto obavy je základnou črtou takmer každej marketingovej stratégie pre produkt poistenia kritických chorôb. V tomto príspevku ukážeme, akým spôsobom je možné modelovať priebeh vzniku kritického ochorenia využijúc aktuársku matematiku a časovo spojitý model s Markovovou vlastnosťou.

2 Charakteristika poistenia kritických ochorení

Poistenie kritických chorôb (Critical Illness insurance – CII) patrí medzi dlhodobé poistné produkty, pri ktorom sa poisťovateľ zaväzuje vyplatiť poistenému finančnú čiastku v prípade, že bolo u poisteného diagnostikované jedno z ochorení nachádzajúce sa na preddefinovanom zozname chorôb, ktorý je súčasťou poistnej zmluvy.[3] Základná štvorica ochorení, ktorá je súčasťou zoznamu poistených vážnych zdravotných rizík sú rakovina, cievna mozgová príhoda, infarkt myokardu a operácia koronárnych tepien srdca použitím cievnych štepov (by-pass).

Každé ochorenie zahrnuté vo všeobecných poistných podmienkach pre poistenie kritických chorôb by malo spĺňať nasledujúce kritériá, odrážajúce medicínske, aktuárske a marketingové hľadisko:

- verejnosťou by malo byť vnímané ako ochorenie, ktorého výskyt je vysoko pravdepodobný a finančné dôsledky, ktoré ho sprevádzajú, sú nežiadúce,
- jeho definícia by mala byť presná a zrozumiteľná,
- mali by k nemu existovať spoľahlivé dáta, z ktorých je možné kalkulovať výšku poistného,
- jeho definícia a ohraničenie by nemali umožniť antiselekciu, teda informačnú asymetriu, kedy poistenec cielene zamlčuje tie skutočnosti, ktoré zvyšujú riziko vzniku poistnej udalosti.

Nakoľko CII uvádza len zoznam niekoľkých chorôb, presná definícia každej choroby je dôležitá. Uľahčuje priznanie nárokov poistenca a minimalizuje počet právnych sporov.

Na zozname poistených rizík sa nachádzajú choroby, u ktorých je jednoduché verifikovať, že poistná udalosť nastala, pretože sa na ne viažu jasné príznaky. Na druhej strane poisťovne do zoznamov ochorení zahŕňajú aj choroby, ktorých samotné diagnostikovanie nestačí. Pokiaľ sa lekársky stanovená diagnóza vymyká definícii závažnej choroby, nehľadá sa v poistných podmienkach najbližšia možná alternatíva podobajúca sa na túto diagnózu. Poistná udalosť jednoducho nie je uznaná.

3 Modely nemocenského poistenia

V súčasnosti poisťovne využívajú rôzne aktuárske modely založené na stochastických Markovových procesoch. Základom modelovania je voľba množiny stavov, v ktorom sa môže osoba v priebehu života nachádzať a ďalej určenie, akým spôsobom dochádza k prechodu medzi jednotlivými stavmi.

Majme konečnú množinu stavov $S(x)=\{1,2,\ldots,n\}$, kde x predstavuje vek poistenca. Pravdepodobnosť toho, že v čase $x+t$ sa osoba nachádza v stave j, za predpokladu, že v čase x bola v stave i (pravdepodobnosť závisí iba od stavu v čase x) označíme:

$$p_{ij}(x,x+t)=P[S(x+t)=j/S(x)=i] \text{ pre } \quad i,j\in\{1,2,\ldots,n\} \tag{1}$$

[3] Klasifikáciu zhubných nádorov a iných kritických chorôb podľa zdravotnej organizácie WHO nájde čitateľ v [19].

a platí:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij}(x, x+t) = 1, \text{ pre } \forall x, t \geq 0 \text{ a pevné } i. \tag{2}$$

Hovoríme o pravdepodobnosti prechodu zo stavu i do stavu j.
Potom

$$[S(x): 0 \leq x < \omega] \tag{3}$$

s vlastnosťou (1) predstavuje nehomogénny Markovov proces s konečným počtom n možných stavov pre spojitý čas x, kde ω je jeho horné ohraničenie.
Nakoľko sa jedná o procesy t. j. čas je spojitá premenná, môžeme pomocou pravdepodobností prechodu definovať jednotlivé intenzity prechodu nasledovným spôsobom:

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{p_{ij}(x, x+t)}{t} = \mu_{ij}(x) \quad \text{pre } i \neq j, \tag{4}$$

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{1 - p_{ii}(x, x+t)}{t} = \mu_{ii}(x). \tag{5}$$

Matematický aparát takéhoto modelovania tvorí systém diferenciálnych rovníc pomocou ktorých vypočítame potrebné pravdepodobnosti. Nakoľko sme sa ich odvodeniu venovali v [10], v tomto príspevku popri náznaku jeho odvodenia, skôr poukazujeme na jeho existenciu a spojité vlastnosti.

Za predpokladu, že model nešpecifikujeme, môžeme odvodiť jedinú Kolmogorovu diferenciálnu rovnicu, ktorú vieme s danými predpokladmi riešiť. V ostatných prípadoch dostávame diferenciálnu rovnicu:

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{ij}(x, x+t) = -p_{ij}(x, x+t) \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^{n} \mu_{js}(x+t) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n} p_{ik}(x, x+t) \mu_{kj}(x+t), \tag{6}$$

na riešenie ktorej je nevyhnutné poznať konkrétnu modelovú situáciu, ktorú uvedieme v nasledujúcej kapitole. (Poznámka: Možnosti jeho riešenia uvádzame bližšie v [10]).

Ak pre pravdepodobnosti $p_{ii}(x, x+t)$ zotrvania v stave i definujme:

$$p_{ii}(x, x+t) = P[S(x+t) = i / S(x) = i]$$

$$p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = P[S(x+k) = i; \forall k \in \langle 0, t \rangle / S(x) = i], \text{ pre } x \geq 0, t \geq 0, i = 1, 2, \ldots, n.$$

a $p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t)$ označíme pravdepodobnosť zotrvania v stave i, z vety o úplnej pravdepodobnosti pre $p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t)$ vyplýva:

$$p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t+h) = p_{ii}(x, x+t) p_{ii}(x+t, x+t+h),$$

kde $p_{ii}(x, x+t) = p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t)$.

Využitím vyššie uvedený vzťahov a vlastností a limitným prechodom pre $h \to 0^+$ dostávame diferenciálnu rovnicu prvého rádu:

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = -p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq i}}^{n} \mu_{is}(x+t) \tag{7}$$

so začiatočnou podmienkou $p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = 1$ pre $t = 0$, riešením ktorej je:

$$p_{\bar{l}\bar{l}}(x, x+t) = e^{-\int_0^t \sum_{\substack{s=1 \\ s\neq i}}^{n} \mu_{is}(x+r)\mathrm{d}r}.$$

V praxi sa veľmi často využívajú štvor a viacstavové modely poistenia [13]. Ide hlavne o modelovanie v rámci dôchodkového, či nemocenského poistenia. V súčasnosti existujú rôzne modifikácie modelov pre tento druh poistenia (podrobne napr. v [1] a [11]).

4 Aplikácia viacstavových modelov

V tejto kapitole sa budeme venovať aplikáciám vyššie uvedených modelov. Pomocou konkrétnych modelov sa pokúsime znázorniť už opisované poistenie kritických chorôb. Jeden z prvých aktuárskych modelov bol vytvorený Britským aktuárskym inštitútom na konci 80-tych rokov. Zaoberá sa jednou z najzákernejších kritických chorôb - HIV.

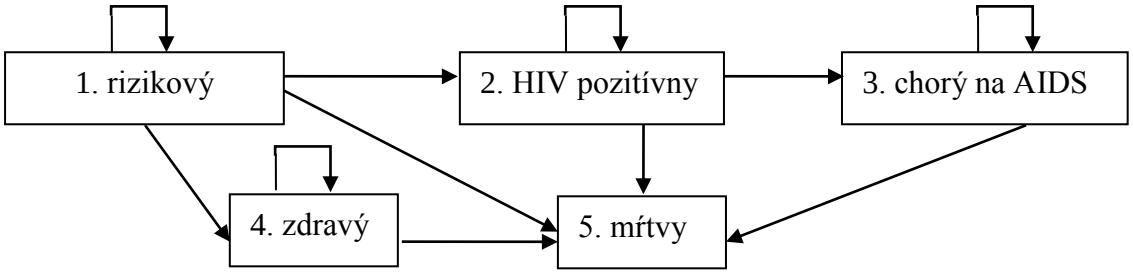
V britskom aktuárskom modeli je však ťažké dospieť k nejakým analytickým výsledkom veľmi dôležitým pre poisťovne. Aj preto došlo k jeho podstatnému zjednodušeniu (intenzity prechodu medzi jednotlivými stavmi budú nezávislé od veku osoby a dĺžky zotrvania v danom stave). Napriek tomu, že v britskom aktuárskom modeli bola nutná závislosť od veku, tu môžeme prijať tento predpoklad z dvoch hlavných dôvodov:

- vďaka uvedenému zjednodušeniu dostávame numerické výsledky,
- hodnoty intenzít prechodu spojených s AIDS prevážia „normálne“ riziko úmrtnosti spojené s vekom.

Vo všetkých modeloch týkajúcich sa AIDS, ktoré boli už boli vytvorené, sa predpokladá nezávislosť intenzít prechodu [1]. Stav mŕtvy je spoločný pre všetky „živé“ stavy. Model aplikujeme nie na celú populáciu, ale len na mužských jedincov, ktorí sa na začiatku nachádzajú v stave rizikový a neskôr sa môžu dostať do akéhokoľvek z ďalších uvažovaných stavov modelu. Posledným zjednodušením je predpoklad, že intenzity prechodu zo stavu rizikovosti do stavu seropozitivity sú konštantné a nezávisia na počte infikovaných osôb. Tento predpoklad je zhodný s exponenciálnym priebehom nových prípadov choroby AIDS v skorých štádiách epidémie.

Na základe uvedených zjednodušení dostávame model s piatimi stavmi, ktorý je znázornený na obr. 1 (kde v prípade opustenia nejakého stavu návrat späť je už nemožný).

Obr. 1: Model ochorenia



Stav rizikový je vstupný stav pre každého jedinca prichádzajúceho do modelu. Postupne sa osoba môže stať HIV pozitívnou alebo v prípade zdravého životného štýlu môže prejsť do stavu 4, samozrejme zo stavov 1 až 4 je možnosť prechodu do stavu 5 (úmrtie).

Na matematické vyjadrenie daného modelu využijeme systém Kolmogorových diferenciálnych rovníc, kde $p_{ij}(x, x+t)$ je pravdepodobnosť toho, že x- ročná osoba prejde zo stavu i do stavu j počas t rokov. Na ukážku uvádzame matice pravdepodobností prechodu a intenzít prechodu:

- matica pravdepodobností prechodu má tvar: [4]

$$P(x,x+t)=\begin{pmatrix} p_{11}(x,x+t) & p_{12}(x,x+t) & p_{13}(x,x+t) & p_{14}(x,x+t) & p_{15}(x,x+t) \\ 0 & p_{22}(x,x+t) & p_{23}(x,x+t) & 0 & p_{25}(x,x+t) \\ 0 & 0 & p_{33}(x,x+t) & 0 & p_{35}(x,x+t) \\ 0 & 0 & 0 & p_{44}(x,x+t) & p_{45}(x,x+t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- matica intenzít prechodu má tvar:

$$A(x)=\begin{pmatrix} -\sum_{j\neq 1}\mu_{1j}(x) & \mu_{12}(x) & 0 & \mu_{14}(x) & \mu_{15}(x) \\ 0 & -\mu_{23}(x)-\mu_{25}(x) & \mu_{23}(x) & 0 & \mu_{25}(x) \\ 0 & 0 & -\mu_{35}(x) & 0 & \mu_{35}(x) \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_{45}(x) & \mu_{45}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Z modelu vyplýva, že:

$$p_{ij}(x,x+t)=0 \quad \text{pre } i>j$$

a tiež platí:

$$p_{24}(x,x+t)=p_{34}(x,x+t)=0\,.$$

Poznámka.

Na základe vzťahu (6) dostávame vyjadrenie diferenciálnych rovníc modelu, riešenia ktorý pri počiatočných podmienkach ($t=0$): $p_{ii}(x,x)=1$, $p_{ij}(x,x)=0$ predstavujú pravdepodobnosti zotrvania v stavoch 1, 2, 3, 4, resp pravdepodobnosti úmrtnosti:

$$p_{15}(x,x+t)=1-\sum_{j=1}^{4}p_{1j}(x,x+t)$$

$$p_{25}(x,x+t)=1-\sum_{j=2}^{3}p_{2j}(x,x+t)$$

$$p_{35}(x,x+t)=1-e^{-\mu_{35}t}$$

$$p_{45}(x,x+t)=1-e^{-\mu_{45}t}\,.$$

5 Záver

V príspevku sme sa zaoberali Markovovými procesmi, pomocou ktorých sme zostavili viacstavový model pre kritické ochorenia. Matematický aparát takéhoto modelovania tvorí systém diferenciálnych rovníc, pomocou ktorých sme vyjadrili potrebné pravdepodobnosti, ktoré predstavujú dôležité informácie pri kalkulácii poistného daného poistného produktu. Pomáhajú pri oceňovaní rizika a pri plnení záväzkov poisťovne, ktorá dokáže a potrebuje nasimulovať očakávaný počet poistných udalostí.

[4] Podrobnejšie sa matici pravdepodobností prechodu a intenzít prechodu venujeme v [11].

Životné poistenie s pripoistením kritických chorôb je na Slovensku značne rozšírené, pretože zabezpečí finančné prostriedky aj v prípade, ak poistenec kritickú chorobu prekoná. V posledných rokoch sa dostáva do ponuky poistenia kritických chorôb aj moderná konštrukcia, v ktorej poistná suma závisí aj od stupňa štádia choroby. Tu sa môže uplatniť model s piatimi stavmi uvedený v tomto príspevku. Aktuálne ide o model AIDS ochorenia. Poistné plnenie nezaniká pri diagnostikovaní tejto choroby, ale poistenec môže dostať aj viacnásobné poistné plnenie. Poistenie kritických ochorení by sa dalo považovať za kombináciu zdravotného a životného poistenia, nakoľko poistná suma je vyplatená pri diagnostikovaní choroby, ale zvyčajne je ponúkané ako súčasť pripoistenia k životnému poisteniu.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0221/17 Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika.

Literatúra

1. Baione, F., Levantesi, S. (2014). *A health insurance pricing model based on prevalence rates: Application to critical illnes insurance.* Insurance: Mathematics and Economics 2014(2).
2. Kováč, E. (2008). *Zdravotné poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
3. Lamoš, F., Potocký, R. (1998). *Pravdepodobnosť a matematická štatistika.* 2. vyd. Bratislava: UK.
4. Mojžišová, E., Škrovánková, P. (2010). *Transformačné kroky v zdravotnom poistení a analýza zdravotnej starostlivosti v SR.* Ekonomika a informatika 2010(2). Bratislava: ES EU.
5. Páleš, M. (2015). *Využitie a konštrukcia úmrtnostných tabuliek v životnom poistení.* Slovenská štatistika a demografia 2015(1). Bratislava: Štatistický úrad SR.
6. Potocký, R. (2012). *Modely v životnom a neživotnom poistení.* Bratislava: STATIS.
7. Rievajová, E. a kol. (2011). *Sociálne zabezpečenie.* Bratislava: Ekonóm.
8. Rovný, I. (2009). *Verejné zdravotníctvo.* Bratislava: Ekonóm.
9. Sekerová, V., Bilíková, M. (2005). *Poistná matematika.* Bratislava: Ekonóm.
10. Simonka, Zs., Kaderová, A., Škrovánková, L. (2017). *Actuarial modeling of random processes in the health insurance using differential equations.* MITAV: *4. ročník konference*. Brno: FVT UO.
11. Škrovánková, L. (2013). *Zdravotné a nemocenské poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
12. Škrovánková, L., Škrovánková, P. (2010). *Dôchodkové, zdravotné a nemocenské poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
13. Škrovánková, P. (2011). *Modely prerozdelenia poistného v zdravotnom poistení.* Ekonomika a informatika 2011(1). Bratislava: ES EU.
14. Šoltés, M., Delina, R. (2004). *Analýza online poisťovníctva.* Ekonomie a management 7(4).
15. http://www.hpi.sk
16. www.socpoist.sk
17. www.unipo.sk/public/media/17467/Syst%C3%A9m%starostlivost
18. www.employment.gov.sk/zmeny-od-1.-aprila-2012-posledna-novela.html
19. www.fmed.uniba.sk/fileadmin/user_upload/admin/Veda-vyskum/zdravotna_starostlivost

Oceňovanie nového obchodu životnej poisťovne podľa MCEV princípov
Valuation of the new business of the life insurance under MCEV principles

Tatiana Šoltésová[1]

Abstrakt
Životné poisťovne uzatvárajú poistné zmluvy na dlhšie časové obdobie, a preto údaje o hodnote poisťovne získané z účtovníctva nemusia a zväčša ani neodzrkadľujú skutočnú finančnú situáciu spoločnosti. Z uvedeného dôvodu poisťovne zaviedli výpočet embedded value, t. j. hodnoty, ktorá uvažuje aj s hodnotou budúcich ziskov poisťovne, ktoré vzniknú z existujúceho poistného kmeňa. Zavedenie embedded value a následný prechod k trhovo-konzistentnej embedded value (MCEV) znamenalo významný pokrok v určovaní hodnoty životnej poisťovne, vykazovaní a vzájomnom porovnávaní poisťovní v rámci celej EÚ aj v súvislosti so Solventnosťou II.
V príspevku stanovíme parametre poistného produktu a vypočítame ukazovatele ziskovosti novej produkcie podľa MCEV princípov.

Kľúčové slová
Market-Consistent Embedded value, životné poistenie, hodnota novej produkcie, marža novej produkcie, analýza citlivosti

Abstract
The life insurance companies conclude insurance contracts for a longer period of time and therefore the data on the value of the insurance company obtained from the accounting may not largely reflect the real financial situation of the company.
For this reason, insurance companies have introduced the calculation of Embedded Value, e. g. the value which reflects the value of future profits of insurance companies arising from the existing insurance portfolio. The introduction of Embedded Value and the subsequent transition to the Market-Consistent Embedded Value (MCEV) mean the significant progress in determining the value of the life insurance companies, in the financial reporting and in comparing insurance companies in the EU and in the context of Solvency II.
In the contribution we will define the parameters of the insurance product and we will calculate the profitability indicators of the new business value according to the MCEV principles.

Key words
Market-Consistent Embedded value, life insurance, value of new business, new business margin, sensitivity analysis

JEL classification
G22; C69

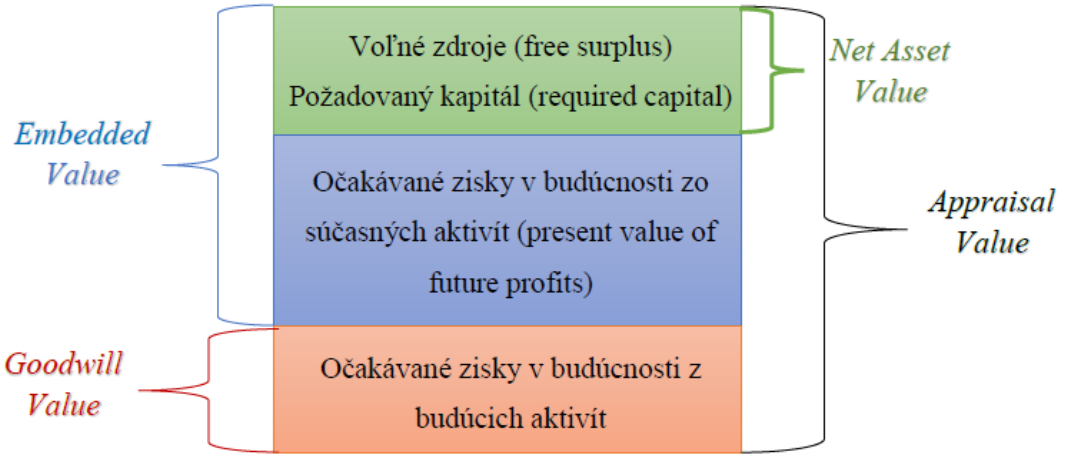
1 Význam MCEV v poisťovníctve

Poistné zmluvy životných poisťovní sú uzatvárané na dlhšie časové obdobie, a preto údaje o hodnote poisťovne získané len z účtovníctva neodzrkadľujú skutočnú finančnú hodnotu spoločnosti. Z uvedeného dôvodu poisťovne zaviedli výpočet hodnoty, tzv. *Embedded Value*

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská 1, 852 3 Bratislava, e-mail: soltesova.euba@gmail.com.

(ďalej *EV*), ktorá určuje aktuálnu hodnotu poisťovne tak, že zahŕňa aj súčasnú hodnotu budúcich ziskov zo súčasných aktivít poisťovne. *EV* nám poskytuje údaj o minimálnej hodnote spoločnosti v závislosti od predpokladov použitých pri výpočte. Môže byť taktiež upravená pridaním odhadu hodnoty budúcich nových obchodov poisťovne, čím získame tzv. *appraisal value* (obr. 1).

Obr. 1: Zložky EV a Appraisal Value



Zdroj: vlastné spracovanie

Vďaka snahe o zosúladenie výkazníctva s ďalšími vyvíjajúcimi sa účtovníckymi a regulačnými predpismi ako Solventnosť II a IFRS fáza II, CFO fórum[2] (Chief Financial Officers) vydalo 4. júna 2008 dokument s názvom Market-Consistent Embedded Value (ďalej *MCEV*) princípy a asociovaný dokument Market-Consistent Embedded Value Principles and Basis for Conclusions (*MCEV Basis for Conclusions*). V dokumente z roku 2008 bola *MCEV* opísaná ako konsolidovaná hodnota z uzavretých obchodov dôležitá pre akcionárov poisťovní. Iná definícia opisuje *MCEV* ako súčasnú hodnotu všetkých budúcich peňažných tokov akcionárov zo súčasných aktivít, kapitálu a prebytku. Táto hodnota teda nezahŕňa aktivity poisťovne týkajúce sa nových obchodov v budúcnosti.

V októbri 2009 vydalo CFO Fórum novelu *MCEV* princípov a zahrnula do výpočtov tzv. prémiu za likviditu[3] (*liquidity premium*). Prémia za likviditu predstavuje akúsi odmenu za držanie menej likvidného aktíva. Najvyššia je pri dôchodkových produktoch, keďže tieto sú nelikvidné, t. j. klienti poisťovne ich nepredajú, stornovanosť tohto produktu je nízka.. Dôvodom jej zahrnutia do *MCEV* princípov je jej dôležitosť pre potreby Solventnosti II.

2 Kalkulácia MCEV

Cieľom kalkulácie trhovo-konzistentnej embedded value (*MCEV*) je zlepšenie konzistentnosti výpočtov *EV* aj za predpokladu použitia trhových ekonomických podmienok a to bolo aj podnetom pre stanovenie princípov metodiky výpočtu *MCEV*. *MCEV* sa podobne ako *EEV* skladá z hodnoty čistých aktív akcionárov – *NAV* (*Net Asset Value*) a hodnoty poistného kmeňa – *VIF* (*Value of in–force*). Platí vzťah

[2] Diskusná skupina tvorená riaditeľmi najvýznamnejších európskych poisťovní, ktorá vznikla v roku 2002 za účelom ovplyvnenia vývoja finančného výkazníctva a súvisiacich právnych úprav poisťovní.

[3] Keď je prémia za likviditu vysoká, aktíva sú nelikvidné a investori požadujú ďalšiu náhradu za dodatočné riziko investovania svojich aktív na dlhšiu dobu, keďže ich hodnota sa môže v budúcnosti vplyvom fluktuácií trhu meniť.

$$MCEV = NAV + VIF \tag{1}$$

kde hodnotu čistých aktív *NAV* tvoria: voľné zdroje (*free surplus – FS*),
požadovaný kapitál (*required capital – RC*).

Hodnotu poistného kmeňa *VIF* tvorí súčasná hodnota budúcich ziskov zo súčasných aktivít poisťovne – *PVFP* (*Present Value of Future Profits*) znížená o predpísané bezpečnostné marže, medzi ktoré podľa *MCEV* princípov patria:

1. *TVFOG* (*Time Value of Financial Options and Guarantees*), čo je časová hodnota finančných opcií a garancií. *TVFOG* sa definuje ako rozdiel trhovej a skutočnej hodnoty finančných opcií a garancií, pri jej výpočte by sa mali používať stochastické modely, ktorých základ tvoria aktuálne trhové dáta.
2. *FCRC* (*Frictional Costs of Required* Capital), t. j. frikčné náklady na požadovaný kapitál. Táto zložka hovorí o nákladoch, ktoré súvisia s investovaním a je tu tiež zahrnutá aj daň z príjmu investovaných aktív potrebných na krytie požadovaného kapitálu. Pri kalkulovaní hodnoty *FCRC* sa určí hodnota investičných nákladov, ktorá sa väčšinou vyjadruje ako podiel z hodnoty aktív.
3. *CRNHR* (*Cost of Residual Nonhedgeable Risks*), čo predstavuje cenu sprevádzajúcich nezaistiteľných rizík. Nezaistiteľné riziká sú také, ktoré nemôžu byť zaistené nástrojmi dostupnými na finančnom trhu a ani prenosom rizika na tretiu stranu. Do nezaistiteľných rizík zahŕňame nefinančné riziká, napríklad riziko stornovanosti zmlúv alebo riziko mortality a finančné riziká.

Pre výpočet hodnoty poistného kmeňa platí vzťah

$$VIF = PVFP - TVFOG - FCRC - CRNHR \tag{2}$$

Hodnotu *MCEV* môžeme vypočítať dvoma ekvivalentnými metódami. Vzorec pre výpočet pomocou nepriamej metódy dostaneme dosadením vzťahu (2) do vzťahu (1) a nahradením čistých aktív akcionárov vzťahom $NAV = FS + RC$, t. j.

$$MCEV = FS + RC + PVFP - TVFOG - FCRC - CRNHR \tag{3}$$

Výpočet *MCEV* pomocou priamej metódy sa realizuje podľa vzťahu

$$MCEV = MVA - MVL \tag{4}$$

kde

MVA (*Market Value of Assets*) je trhová hodnota aktív získaných v budúcnosti z cash-flows, ktoré zahŕňajú príjem zo súčasného obchodu a z reinvestície cash-flows zo súčasných aktív,

MVL (*Market Value of Liabilities*) je trhová hodnota pasív, ktorá predstavuje odhadovanú cenu, za ktorú sa môžu pasíva v deň ocenenia vymeniť medzi kupujúcim a predávajúcim, ak sa pasíva riadne uviedli na trh.

3 Nová produkcia v životnom poistení

Hodnotu novej produkcie *VNB* (*Value of New Business*) modelového portfólia vypočítame metódou projektovania peňažných tokov prostredníctvom maximálne vierohodného odhadu záväzkov *BEL* (*Best Estimate Liabilities*). Podľa [10] je hodnota novej produkcie poisťovne definovaná ako súčasná hodnota očakávaného zdaneného zisku z novo uzavretých obchodov v čase predaja.

Podľa trhovo konzistentnej súvahy vypočítame hodnotu novej produkcie ako rozdiel trhovej hodnoty aktív *MVA* a trhovej hodnoty pasív *MVL*. Teda platí

$$VNB = MVA - MVL \tag{5}$$

Keďže budeme uvažovať portfólio poistných zmlúv v čase vzniku, teda v čase predaja poistných zmlúv, hodnota *MVA* bude nulová. Hodnotu novej produkcie vyjadríme ako zápornú hodnotu *MVL*, t. j.

$$VNB = -MVL \tag{6}$$

Hodnotu novej produkcie vypočítame podľa princípov *MCEV* na základe štyroch zložiek:

1. Maximálne vierohodný odhad záväzkov poisťovne (*BEL*).
2. Časová hodnota finančných opcií a garancií (*TVFOG*).
3. Frikčné náklady požadovaného kapitálu (*FCRC*).
4. Cena sprevádzajúcich nezaistiteľných rizík (*CRNHR*).

Keďže platí vzťah

$$MVL = BEL + TVFOG + FCRC + CRNHR \tag{7}$$

pre výpočet hodnoty novej produkcie dostaneme

$$VNB = -(BEL + TVFOG + FCRC + CRNHR) \tag{8}$$

Kvôli zjednodušeniu frikčné náklady na požadovaný kapitál (*FCRC*) nebudeme uvažovať, časová hodnota finančných opcií a garancií (*TVFOG*) bude nulová, pretože v našom portfóliu neuvažujeme podiely na zisku a cenu nezaistiteľných finančných rizík (*CRNHR*) tiež nebudeme uvažovať vzhľadom na zložitejšie výpočty a predpoklady, od ktorých je táto hodnota silne závislá. Teda $VNB = -BEL$.

Maximálne vierohodný odhad záväzkov (*BEL*) vypočítame metódou diskontovania peňažných tokov (CF_t) podľa vzťahu

$$BEL = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF_t}{(1+i_t)^t} \tag{9}$$

Maržu novej produkcie *NBM* (*New Business Margin*) dostaneme ako podiel hodnoty novej produkcie *VNB* a súčasnej hodnoty poistného očakávaného z novej produkcie *PVNBP* (*Present Value of New Business Premium*), teda

$$NBM = \frac{VNB}{PVNBP} \tag{10}$$

Súčasnú hodnotu poistného očakávaného z novej produkcie potom vypočítame diskontovaním spotovou úrokovou mierou do stredu roka a následne sumáciou. Platí

$$PVNBP = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{P_t}{(1+i_t)^t} \tag{11}$$

4 Kapitálovo-investičné životné poistenie

Kapitálovo-investičné životné poistenie je poistenie, ktoré kombinuje výhody kapitálového a investičného životného poistenia. Budeme uvažovať portfólio 2 000 poistných zmlúv bežne plateného zmiešaného poistenia, ktoré poskytuje krytie rizika v prípade úmrtia počas poistnej doby alebo dožitia sa konca poistnej doby.

- *V prípade úmrtia* dostanú pozostalí poisteného vyššiu z hodnôt - garantovanú poistnú sumu na úmrtie alebo kapitálovú hodnotu poistenia (čo predstavuje súčet rezervy kapitálovej časti a investičnej časti poistenia) zvýšenú o 5 % z produkčnej hodnoty.
- *V prípade dožitia sa konca poistnej doby* dostane poistený vyššiu z hodnôt, a to poistnú sumu na dožitie alebo kapitálovú hodnotu poistenia.

Poistený si môže zvoliť pomer kapitálovej a investičnej časti. Maximálne 95 % z poistenia môže tvoriť investičná časť alebo investičnú časť nemusí mať vôbec. Poistený sa môže rozhodnúť aj pre indexáciu, ktorá zohľadňuje infláciu vo výške 2 %. Každoročne sa tak poistenému navyšuje poistné a poistná suma na dožitie. V prípade, ak poistený nemôže poistné zaplatiť, na jeho zmluve nastane redukcia. Kapitálová časť poistenia je zhodnocovaná technickou úrokovou mierou vo výške 1,3 %. Peňažné toky budeme projektovať na 40 rokov. Predpokladajme, že poisťovňa bude očakávať maržu vo výške 10 %. V *Tab. 1* je uvedená štruktúru portfólia poistných zmlúv.

Tab. 1: Parametre poistných zmlúv

Kapitálovo-investičné životné poistenie			
	Priemer	**Minimum**	**Maximum**
Vstupný vek poistencov	36	0	60
Poistná doba	17	10	46
Doba platenia poistného	17	10	46
Ročné poistné (v €)	334	240	1 332
Poistná suma na úmrtie (v €)	7 743	120	145 000

Zdroj: vlastné spracovanie

Aby sme mohli uskutočniť projekcie peňažných tokov, kalkuláciu rezerv, hodnoty novej produkcie a marže novej produkcie, potrebujeme stanoviť predpoklady ich výpočtu, medzi ktoré patria: pravdepodobnosť storna a redukcie poistných zmlúv, pravdepodobnosť úmrtia poistencov, rôzne druhy nákladov a poplatkov, ktoré súvisia s uzavretím, priebehom a ukončením poistnej zmluvy, odhad úrokovej miery pre investičnú časť poistenia.
Charakterizujeme predpoklady potrebné k výpočtu hodnoty novej produkcie:

- *Odhad pravdepodobnosti úmrtí*

Pri oceňovaní peňažných tokov použijeme úmrtnostnú tabuľku ŠÚ SR z roku 2015. Každá poisťovňa si väčšinou úmrtnostné tabuľky upravuje podľa pozorovaní svojho portfólia a aj na základe vlastných skúseností. Od roku 2012 sú poisťovne povinné používať univerzálne úmrtnostné tabuľky pre mužov a ženy, čo nariaďuje smernica Európskej únie o rodovej rovnosti. Preto sme pri tvorbe univerzálnych úmrtnostných tabuliek použili pomer 60 % z mužskej a 40 % zo ženskej pravdepodobnosti úmrtia. Tento pomer sme zvolili na základe toho, že väčšina poistených v portfóliu sú muži, a tiež sme uvažovali pesimistické predpoklady, keďže vo všeobecnosti je známe, že muži majú v každom veku vyššiu pravdepodobnosť úmrtia ako ženy. Aby úmrtnostné tabuľky lepšie odrážali skutočnosť „vymierania“ zmlúv nášho portfólia, stanovili sme pravdepodobnosť úmrtia, o ktorú znížime takto vytvorené univerzálne

úmrtnostné tabuľky. Túto pravdepodobnosť sme určili na základe výšky očakávaných a skutočne vyplatených poistných plnení z nahlásených poistných udalostí z dôvodu smrti poisteného a na základe očakávanej a skutočnej priemernej pravdepodobnosti úmrtia za celé portfólio. Počas celej doby projektovania peňažných tokov znížime pravdepodobnosti úmrtia o 37 %.

- *Odhad pravdepodobnosti storna poistných zmlúv*

Storno poistnej zmluvy je zrušenie poistnej zmluvy zo strany poisteného. Väčšinou je toto stornovanie poistenia spôsobené platobnou neschopnosťou klienta, ktorá môže mať viacero príčin, napríklad unáhlené uzavretie poistnej zmluvy, a teda nedostatočná informovanosť o danom produkte, zmena životných podmienok poisteného. Poistený potom dostane odkupnú hodnotu, čo predstavuje hodnotu rezervy po odpočítaní storno zrážky. Storno zrážka je poplatok za zrušenie zmluvy. V *Tab. 2* sú uvedené hodnoty pravdepodobnosti storna v jednotlivých rokoch trvania poistenia.

Tab. 2: Stornovanosť produktu

	1. rok	2. rok	3. rok	4. rok	Od 5. roku
Pravdepodobnosť storna	23 %	13 %	9 %	8 %	5 %

Zdroj: vlastné spracovanie

- *Odhad pravdepodobnosti redukcie poistných zmlúv*

V prípade, že poistený nedokáže platiť poistné, ale poistenie nechce zrušiť, poistná zmluva sa dostane do stavu redukcie. V tom prípade sa však poistná suma na úmrtie a aj poistná suma na dožitie znížia v závislosti od výšky zaplateného poistného do doby nastatia redukcie. Pravdepodobnosti redukcie v *Tab. 3* sú stanovené na základe historických dát o redukovaných poistných zmluvách.

Tab. 3: Pravdepodobnosti redukcie poistných zmlúv

	1. rok	2. rok	3. rok	4. rok	Od 5. roku
Pravdepodobnosť storna	0,0279 %	0,0558 %	0,0930 %	0,1860 %	0,2790 %

Zdroj: vlastné spracovanie

- *Odhad nákladov a poplatkov*

S uzavretím poistnej zmluvy, s jej administráciou a likvidáciou sú spojené určité náklady, ktoré musí poisťovňa vynaložiť. Niektoré náklady sú kalkulované ako percento z poistného, iné ako percento z poistnej sumy a niektoré náklady sú paušálne. K nákladom, ktoré vynakladá poisťovňa, patria náklady spojené s výplatou poistnej sumy, obstarávacie, udržiavacie náklady, poplatky za správu aktív a provízie finančným sprostredkovateľom.

- *Odhad úrokovej miery*

Dôležitým predpokladom kalkulácie peňažných tokov je úroková miera. Pri testovaní zisku by mala byť použitá bezriziková výnosová krivka vypočítaná z výnosov štátnych dlhopisov eurozóny s ratingom AAA. Túto krivku zverejňuje Európska centrálna banka (ECB). V našom príklade sme použili bezrizikovú úrokovú mieru z 31.12.2015, ktorá zobrazuje jednoročné forvardové miery a tie sme prepočítali na spotové úrokové sadzby.

Hodnota novej produkcie vypočítaná na základe vzťahu (8) je $VNB = 428\,773{,}94\,€$ a súčasná hodnota poistného očakávaného z novej produkcie vypočítaná podľa vzťahu (11) je

$PVNBP = 5\,302\,092{,}39\,€$. Po dosadení týchto hodnôt VNB a $PVNBP$ do vzťahu (10) vypočítame, že marža novej produkcie je $NBM = 8{,}10\,\%$.

5 Záver

Hodnota marže novej produkcie by mala byť čo najvyššia, ale v takej výške, aby produkt bol predajný a dostatočne výhodný aj pre klientov. V našom modelovom portfóliu je výška marže približne 8,10 %, čo vyhovuje našim stanoveným podmienkam. Môžeme teda tvrdiť, že poisťovňa by dosiahla svoj očakávaný zisk a zároveň klienti by boli do istej miery spokojní s daným poistením a uložením svojich finančných prostriedkov. Zvýšiť hodnotu marže novej produkcie môžeme zmenou predpokladov jej výpočtu, tzv. analýzou citlivosti poistného produktu. Analýza citlivosti na zmenu vstupných predpokladov (mení sa iba jeden predpoklad a ostatné predpoklady zostávajú nezmenené) sa uskutočňuje tak, že sa zvyšujú, resp. znižujú hodnoty stanovených predpokladov a sleduje sa, ako sa mení kalkulovaná hodnota novej produkcie, a teda aj marža novej produkcie. Správna voľba výpočtových predpokladov pre projekciu peňažných tokov, kalkuláciu rezerv, hodnoty novej produkcie a marže novej produkcie je teda veľmi dôležitá, keďže ovplyvňuje očakávaný zisk poisťovne.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0618/17 ***Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.***

Literatúra

1. Bilíková, M., & Cisková, A. (2011). *Trhovo konzistentná Embedded value*. Evropské finanční systémy 2011: Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie, 34-36.
2. Castellani, G., De Felice, M., Moriconi, F., & Pacati, C. (2005). *Embedded value in life insurance.* http://www.ecostat.unical.it/didattica/statistica/didattica/2011_2012/TECNICA%20ATT%20ASS%20VITA%20Menzietti/Corso_AASNS_II.pdf [Accessed 14 July 2017]
3. CFO Forum. (2009). *Market Consistent Embedded Value Principles*. http://www.cfoforum.nl/downloads/MCEV_Principles_ and_Guidance_October_2009.pdf [Accessed 21 July 2017]
4. Frasca, R., & LaSorella, K. (2009). Embedded value: practice and theory. In *Actuarial Practice Forum*. https://www.soa.org/...practice.../apf-2009-03-frasca-lasorella.pdf [Accessed 20 July 2017]
5. Horton, J., Macve, R. H., & Serafeim, G. (2007). Market Consistent Embedded Values as' Fair Value'Measurements for Life Insurance Accounting: A Step Too Far With Finance Theory? https://www.researchgate.net/profile/George_Serafeim/publication/228228583_Market_Consistent_Embedded_Values_as_'Fair_Value'_Measurements_for_Life_Insurance_Accounting_A_Step_Too_Far_With_Finance_Theory/links/0c96052683ad11c170000000.pdf [Accessed 20 July 2017]
6. https://www.actuary.org/files/MCEV%20Practice%20Note%20Final%20WEB%20031611.4.pdf/MCEV%20Practice%20Note%20Final%20WEB%20031611.4.pdf [Accessed 10 August 2017]
7. Reynolds, S. (2015). *The Future for Embedded Value after Solvency II.* Institute and Faculty of Actuaries, United Kingdom. Available at: https://www.actuaries.org.uk/documents/future-embedded-value-after-solvency-ii [Accessed 14 July 2017]

8. Sakálová, K., & Ondrejková Krčová I. (2016). *Measures of profitability in life insurance product managemen*t. Strategic Management : international Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management, 21(1).
9. Šoltésová, T., & Šoltés, E. (2013). *Embedded value as the value reporting tool of the life insurance companies*. http://www.pliki.konferencjazakopianska.pl/proceedings_2013/pdf/Soltesova_Soltes.pdf [Accessed 13 July 2017]
10. Talanx AG (2015). *MCEV – Market Consistent Embedded Value Report 2014.* http://www.talanx.com/~/media/Files/T/Talanx/reports-and presentations/2015/2014_tx_mcev.pdf [Accessed 20 July 2017]

4. sekcia

4th Section

Aplikácia modelov a metód operačného výskumu a ekonometrie v ekonomickom rozhodovaní

Application of operation research and econometric models and methods in economic decision making

Obsah

BLAŠKO Michaela
Conditional convergence and Cross-Country Growth Regressions in Europe..... 250

BREZINA Ivan
Okružná úloha s minimalizáciou emisií s časovými oknami a heterogénnym parkom vozidiel..... 258

ČIČKOVÁ Zuzana, SEQUEIRA LOPEZ Allan Jose
Možnosti redukcie matice platieb v systéme Matlab 268

ČIČKOVÁ Zuzana, ZAGIBA Matej
Využitie maticových hier v oblasti sieťovej bezpečnosti 276

FENDEK Michal
Podmienky optimálnosti v úlohe cenovej regulácie na báze Averchovho - Jonesovho modelu 282

FIGUROVÁ Dana, ČIČKOVÁ Zuzana
Kooperatívna okružná úloha 290

GEŽÍK Pavel
Problémy použitia ADD-metódy a DROP-metódy v lokačných problémoch 296

GOGA Marián
Teoretické východiská analýzy niektorých problémov hospodárskeho rastu 307

CHOCHOLATÁ Michaela
Analýza mzdových disparít v okresoch Slovenska v období 2001-2015 316

LUKÁČIK Martin
A Simulácia kritických hodnôt rozšíreného Dickeyho-Fullerovho testu 327

LUKÁČIKOVÁ Adriana
Funkcie reakcie na impulz pri VAR modeloch v programe EViews 334

PEKÁR Juraj
Optimalizácia sekvenčných modelov s nadväzujúcim operáciami použitím MS Excelu 340

SURMANOVÁ Kvetoslava, REIFF Marian, IVANIČOVÁ Zlatica
Akumulácia ľudského kapitálu a jej význam v kontexte vplyvu na ekonomický rast 346

SZOMOLÁNYI Karol
Príbeh konvergencie slovenskej ekonomiky 355

FIALA Petr
Aukce a lineární programování 362

Conditional Convergence and Cross-Country Growth Regressions in Europe
Podmienená konvergencia a regresia rastu medzi krajinami v Európe

Michaela Blaško[1]

Abstrakt
Konvergencia predstavuje približovanie sa homogénnych ekonomických jednotiek. Priemerná miera rastu HDP v Európe je od roku 1996 približne 1,9% ročne, ale rozvinutejšie jednotky nemusia rásť rovnako rýchlo ako transformujúce, menej rozvinuté jednotky. Pre 30 európskych krajín existujú jasné dôkazy poklesu rozptylu HDP od roku 1996 do 2015 s osciláciami v rokoch 2009 a 2010. Na základe predchádzajúcich výsledkov a publikovaných štúdií je hypotézu σ-konvergencie možné prijať len v období od roku 1996 do 2008 a hypotéza β-konvergencie, kedy chudobné jednotky rastú rýchlejšie ako bohaté je akceptovaná od roku 1996 do 2005. Hlavným cieľom článku je testovanie regresie podmieneného rastu od roku 1996 do 2016 medzi vybranými Európskymi krajinami pomocou metódy najmenších štvorcov. Regresia je vysvetlená závislosťou medzi ročnou mierou rastu reálneho HDP na obyvateľa prepočítaného podľa parity kúpnej sily a vybranými vysvetľujúcimi premennými. Vypočítaná ročná miera rastu HDP dosahuje hodnotu 0,335% a závisí od zoznamu vybraných vysvetľujúcich premenných a od dĺžky pozorovaného intervalu.

Kľúčové slová
Podmienená konvergencia, β-konvergencia, σ-konvergencia, Reálny HDP na obyvateľa vyjadrený v parite kúpnej sily, Metóda najmenších štvorcov.

Abstract
The convergence denotes the converging of homogenous economic units. The average GDP growth rate in Europe from 1996 is approximately 1.9% per year. Developed units do not have the same GDP growth as transitional, less developed units. For 30 Europeans countries, there is a clear evidence of declining variance of GDP from 1996 to 2015, with oscillations in 2009 and 2010. Base on previous results and publications is the hypothesis of σ-convergence accepted only from 1996 to 2008 and the hypothesis of β-convergence, when poor economic units tend to grow faster than rich ones from 1996 to 2005. The main objective of an article is testing of cross-country growth regression from 1996 to 2016 between selected European countries by ordinary least squares method. The regression is explained by dependency between the year growth rate of real GDP per capita in Purchasing Power Parity and set of explanatory variables. The calculated year growth rate of GDP is 0.335% and depends on list of used explanatory variables and length of the observed interval.

Key words
Conditional convergence, β-convergence, σ-convergence, Real per capita GDP in Purchasing Power Parity, Ordinary least squares method.

JEL classification
C21, O11

[1] University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Operation Research and Econometrics, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, michaella.blasko@gmail.com.

1 Introduction

The well-known conditional convergence applied empirically in the form of cross-country growth regression is used in article as tool for explanation of the determinants of economic growth. Theoretical background of article is based on working paper Economic Growth and Convergence, applied especially to China (Barro, 2016b). In Barro's paper was estimated conditional convergence rate of 1.7 % per year for 89 countries in 5-year intervals from 1960 to 2010 with no country fixed effects and conditional convergence rate of 2.62 % per year for 28 countries in 5-years intervals from 1870 to 2010 with no country fixed effects. For estimation was used ordinary least squares method. This rate of convergence is possible to predict based on historical development of convergence around the world, is significantly negative and indicates convergence at close to rate of 2% per year. In article, author argues, that exclusion of country fixed effect is important for minimizing bias of the Hurwicz-Nickell type in the estimated coefficient of the lagged dependent variable (Hurwitz, 1950) and (Nickell, 1981).

To approximate the issue of conditional convergence, we draw on the results obtained from previous research β-convergence of chosen countries of Europe (Blaško, 2017) and σ-convergence testing across selected European countries (Blaško, 2017). In first publication was tested β-convergence by use of ordinary least squares method during three time intervals (from 1996 to 2005, from 2006 to 2015 and from 1996 to 2015). The used data set consists from 30 European countries. β-convergence was accepted only for the time period from 1996 to 2005. Second publication σ-convergence was tested for the period from 1996 to 2015 based on calculation of cross-sectional variance characteristics for the same data set. σ-convergence processes were indicated between years 1996 and 2008, because of decreased coefficient of variance. Because of oscillations in 2009 and 2010, the evidence does not support the statement of continuous σ-convergence processes during period from 1996 to 2015.

The important research question in article is testing and acceptance of conditional convergence by use of ordinary least squares method. In case of conditional converge and cross-country growth regression in Europe, the framework of research depends on observation of the countries of Europe, the empirical analysis of economic growth relies on data set including 30 European countries observed from 1996 to 2016. In the research question, there is not important only information on real GDP per capita in PPP (Purchasing Power Parity), but also on broad scale of used explanatory variables that help to predict economic growth. The number of observed countries appears as the small number of used countries, but is necessary to provide calculations only with countries data set, not regions, else would be research on base on an availability of data for European regions complicated and probably not available. Many explanatory variables would not be possible to get for regions.

The main contribution of the article is practical application of known methodology for case of European countries, which may bring closer view for problem of convergence and helps to understand the determinants of the economic growth.

2 Data set and used methodology

The data set used for the research consists from depended variable and more explanatory variables. The criterion of sample is to include countries only from Europe, we decided based on previous researches (Blaško, 2017) used the same data set of 30 countries: Austria, Belgium, Bulgaria, Croatia, Cyprus, Czech Republic, Denmark, Estonia, Finland, France, Germany, Greece, Hungary, Ireland, Italy, Latvia, Lithuania, Luxembourg, Malta, Netherland, Norway, Poland, Portugal, Romania, Slovak republic, Slovenia, Spain, Sweden, Switzerland and United Kingdom and the integration group EU 28 and for the period of time started from 1996 to 2016, together 21 years.

The dependent variable is the growth rate per year of real GDP per capita in PPP. The explanatory variables are: the three-year lag of the logarithm of real per capita GDP in PPP, life expectancy at birth per women, logarithm of total fertility rate, the investment ration, the attainment of female average school years, the attainment of male average school years, the government consumption ratio, a measure of changes in the terms-of trade change, the openness ration (export plus import relative to real GDP), the indicator for law and order (rule of law), the inflation rate and the voice ratio as democracy indicator. The three-year lag of the logarithm of real per capita GDP was used from the reason of the best calculations reaching. For calculation of standard errors, the error terms are allowed to be correlated over time within countries, problem of autocorrelation would be simple fixed by the reorganization of data set.

For estimating of conditional convergence for 30 European countries is used well known OLS (ordinary least squares method). OLS is a method for estimating the unknown parameters in a linear regression model, with the goal of minimizing the sum of the squares of the differences between the observed values in the given data set. These values are predicted by a linear function of a set of explanatory variables in the matrix formulation as

$$Y = \beta X + \varepsilon \tag{1}$$

where
Y - the growth of real GDP per capita in PPP,
β - parameter of explanatory variables,
X - explanatory variables,
ε - residuals, random errors.

The OLS estimator is consistent and optimal in the class of linear unbiased estimators, when the errors are homoskedastic and serially uncorrelated. Because we operated with the cross-sectional data, assumption of uncorrelated is not necessary to test. Serially uncorrelated estimator is possible to obtain in case of change of data array. Homoskedasticity of random errors is tested by Breusch-Pagan-Godfrey test of heteroskedasticity based on p-value of test. The random errors have to have the normal distribution too. The normal distribution of random errors is tested by Jarque-Berra test and based on p-value of this test.

A principal finding of calculated estimation of conditional convergence is in estimated convergence coefficient, which has to be significantly negative. In this case convergence coefficient indicates conditional convergence. The convergence of the real per capita GDP in PPP growth is depended on the initial values of explanatory variables.

Based on previous results (Blaško, 2017) is needed briefly to explain β-convergence. Methodologies' background came from Economic Growth (Barro, Sala-i-Martin, 2004). In β-convergence case, poor countries tend towards the steady state faster than rich countries. β-convergence expresses relation between growth per capita of real GDP in side of dependent variable and its initial level in side of explanatory variable by ordinary least squares method. This model's specification is in final version added by impact of dummies and a structural parameter. Convergence parameter has to be significantly negative too. This implication is true only in case the same steady state value for each country and the same rate of technology progress. Geographical, political events and situation together with structural shocks may significantly impact result of β-convergence. Because of this is necessary to clarify model more exactly by adding of dummies and structural parameter in side of explanatory variables. Results of previous tested β-convergence accept absolute convergence towards to the same steady state only in interval from 1996 to 2005. The variability of growth per capita of real

GDP in model of β-convergence is explained by 96%. The annual speed of convergence for selected European countries between 1996 and 2005 equals 0.17%. β-convergence of European countries was not verified for the time period from 1996 to 2015. The reason may be in a short time horizon, which has been marked by several shocks and a rapid transformation of every individual country during this period, some counties were more developed and some were in process of transformation. Significant impact had the global economic crisis in 2008 too, so it could be expected due to diverse conditions of selected European countries would not converge to the same steady state from 2005 to 2015 and during whole time period from 1996 to 2015.

The question in the case of β-convergence and σ-convergence tests remains, whether selected countries are experiencing conditional convergence. Obtained results of conditional convergence for selected European countries are summarized in the part "Obtained results". From the reason of better comparison was used the same division of the data set for three time periods (from 1996 to 2005, from 2006 to 2016 and from 1996 to 2016).

3 Obtained results

In this part are closely explained obtained results of conditional convergence for three time periods. Table 1 reports the basic regression results for data set of 30 European countries from 1996 to 2016. The dependent variable is growth rate per year of real per capita GDP in PPP. The first explanatory variable includes the three-year lag of the logarithm of real per capita GDP. Conditional convergence rate is given by estimated coefficient of the three-year lag of the logarithm of real per capita GDP and the value -0.00335 (s.e.=0.001133) shown in first row - column Coefficient of the table implies a conditional convergence in 0.335% rate per year. The estimated convergence coefficient is significantly negative. Conditioning explanatory variables on the right side of conditional specification of convergence are for life expectancy at birth per women, total fertility rate, rations to real GDP of investment, of government consumption, of the openness (export plus import) and of the voice, female and male average years of school attainment, the indicator of rule of law, a measure of changes in the term of trade and the inflation rate.

If the explanatory variables were unchanging, the conditional convergence of real per capita GDP would not be toward a level implied by the long-run values of the other explanatory variables. The adjusted worldwide trend is approximately 2% rate per year. The estimation used ordinary least squares method and well known econometric problems in estimating coefficients of lagged dependent variables are eased in the presence of long time series. Moreover, it means the 21 years of our date set is too short in this context, so obtained results from estimation are undervalued under average 2% growth rate per year. This is possible to reverse by changes in the list of explanatory variables or by extension of the time interval investigated.

Table 1: Conditional convergence of European countries from 1996 to 2016

30 countries 1996 - 2016	Coefficient	Std. Error	Prob
Log(lagged per capita real GDP in PPP)	-0.003350	0.001133	***
1/life expectancy at birth per women	4.143237	0.850829	***
Log(fertility rate)	0.007402	0.004226	*
Investment ratio	2.31E-13	6.29E-14	***
Female average school years	0.000661	0.001232	
Male average school years	-0.001277	0.001152	
Government consumption ratio	2.84E-15	1.91E-14	
Terms of trade change	-5.65E-15	9.34E-15	
Openness ratio	-9.61E-15	8.97E-15	
Rule of Law	-0.000955	0.003562	
Inflation rate	0.000328	0.000101	**
Voice ratio	-9.10E-05	0.006911	
S. E. of regression	0.002865		
R-squared	0.878811		
Jarque-Bera	0.924813		***
Breusch-Pagan-Godrey	6.439431		***

***Significant at 1% level, **Significant at 5% level, *Significant at 10%.

Source: The own output from Eviews

The results of explanatory variables indicate positive effects on growth from initial life expectancy at birth per women, the fertility rate, the investment ration and the inflation rate. Significantly negative effects do not relate to any explanatory variable. Interesting is the significance of other explanatory variables, especially the relation with initial level of female and male average school years, the improvements in the terms of trade and the ratio of government consumption. These variables are not significant. For example in case of the average years of schooling is perhaps because the variable measures years of schooling rather than the quality of reached education. In case of the terms of trade and the ratio of government consumption, time series have too many different values for each country, but these explanatory variables would reach only weak impact. Others explanatory variable are not significant at calculated significance level. This is not dramatically, because their impact would be only minimal.

The variability of the dependent variable - growth rate per year of real per capita GDP is explained almost by 88%, is defined as strong dependency. Many explanatory variables are not significant, but on the basis of the strong determination coefficient, a strong dependence appears. In case of significance, the obtained results are similar than in Economic Growth and convergence, applied especially to China (Barro, 2016b). Is not necessary to test homoskedasticity of random errors, errors are allowed to be correlated over time within countries. Based on Breusch-Pagan-Godfrey test, we accept null hypothesis of homoskedastic residuals, value of F-statistic is 6.4394 and p-value equals to 0.9559. Secondly was tested the normal distribution of random errors by Jarque-Berra test. The results of this test reached value 0.9248, p-value of test was 0.6298, so residuals have the normal distribution and the estimation is efficient in summary.

For more detailed comparison with the previous study of convergence within European countries, the data set from 1996 to 2016 was divided for two same time intervals, from 1996 to 2005 and from 2006 to 2016.

We are interested in verifying a hypothesis, a shorter time interval causes biased estimation of conditional convergence. Table 2 reports the ordinary least squares regression results for the same data sets of 30 countries from 1996 to 2005 and from 2006 to 2016. The dependency is again explained in the same relationship between the year rate of the real per capita GDP in PPP and used explanatory variables. In shorter intervals the three-year lag of the logarithm of real per capita GDP is not used from the reason too short range of the data set and this variable is replaced by the logarithm of real per capita GDP. Conditional convergence rate is given by estimated conditional convergence coefficient.

In the time period from 1996 to 2005, the value -0.00598 shown in first row of the table - column Coefficient implies a conditional convergence in 0.598% (s.e.=0.00176) rate per year. The estimated convergence coefficient is significantly negative and indicates converge again at close to rate per year of 0.5%. The results of explanatory variables indicate positive effects on growth from initial life expectancy at birth per women, the fertility rate and the investment ration with no significantly negative effects on growth from any explanatory variable. In the second period from 2006 to 2016, the value -0.01016 (s.e.=0.00328) shown in first row of the table - column Coefficient implies a conditional convergence in 1.056% rate per year. The estimated convergence coefficient is again significantly negative. The results of explanatory variables indicate only positive effects on growth from initial life expectancy at birth per women and the fertility rate.

Table 2: Conditional convergence of European countries for shorter intervals

30 countries	**1996 - 2005**		**2006 - 2016**	
	Coefficient	**Std. Error**	**Coefficient**	**Std. Error**
Log(per capita real GDP in PPP)	-0.005983**	0.001762	-0.010156**	0.003280
1/life expectancy at birth per women	6.065788***	1.363424	7.099596**	2.390343
Log(fertility rate)	0.002255	0.005445	0.003828	0.009909
Investment ratio	1.31E-13*	8.24E-14	3.71E-15	4.75E-14
Female average school years	0.001751	0.001564	-0.000259	0.002090
Male average school years	-0.002318	0.001510	0.001022	0.002246
Government consumption ratio	1.42E-15	2.48E-14	2.08E-14	3.32E-14
Terms of trade change	-9.76E-15	1.26E-14	1.54E-14	3.86E-14
Openness ratio	-1.02E-14	1.19E-14	1.78E-15	3.56E-15
Rule of Law	8.25E-06	0.004443	-0.003269	0.005813
Inflation rate	-5.01E-05	4.85E-05	-0.000225	0.001096
Voice ratio	0.005432	0.008425	0.012752	0.012743
S. E. of regression	0.004038		0.005402	
R-squared	0.786537		0.671930	
Jarque-Bera	1,1901**		0.3079**	
Breusch-Pagan-Godrey	11.26595**		8.9608**	

***Significant at 1% level, **Significant at 5% level, *Significant at 10%.

Source: The own output from Eviews

The most interesting part of this division is results of coefficients of determination. The variability of the growth rate per year of real per capita GDP is explained almost by 79% in the first time period from 1996 to 2005 and by approximately 67% in the second time period from 2006 to 2016. The variability of the dependent variable is in both cases significantly decreased and is defined as middle or middle-strong dependency. Also more explanatory variables are not significant. Based on Breusch-Pagan-Godfrey test, we accept null hypothesis of homoskedastic residuals for both time intervals. The value of F-statistic of Breusch-Pagan-Godfrey test for interval from 1996 to 2005 is 11.2660 and p-value equals to 0.6037. The result of Jarque-Bera test reached value 1.1901 and p-value of test was 0.5515, so residuals have the normal distribution and the estimation is efficient. Based on Breusch-Pagan-Godfrey test for interval from 2006 to 2016, the value of F-statistic is 8.9608 and p-value equals to 0.8573. The result of Jarque-Bera test reached value 0.3079 and p-value of test was 0.8573, so residuals have the normal distribution and the estimation is efficient.

4 Conclusion

Table 1 and table 2 show the results of three time intervals panel of 30 European countries from 1996 to 2016. Because variables are available in short period, the omitted-variables problem would seriously impacts the estimations of the conditional convergence. The value -0.00335 implies a conditional convergence in 0.335% rate per year and depends on list of used explanatory variables. In shorter time periods was conditional convergence in 0.598% rate per year for interval from 1996 to 2005 and conditional convergence in 1.016% rate per year for interval from 2006 to 2016. In general, obtained results for particular explanatory variables tend to be sensitive according to changes in the list of these variables and length of time period too. The important is notice, whole time period of data set has stronger dependence between the dependent variable and list of explanatory variables and more explanatory variables are significant in this period than any shorter time periods. This is an important insight, because a longer time interval appears to be more appropriate for estimation of conditional convergence, how is possible to see in study from (Barro, 2016b), where was reached the estimated convergence coefficient in value -0.017. This coefficient is significantly negative and indicates conditional convergence at close to the rate of 2% per year, but author applies the date set to 89 countries observed from 1960 to 2010, what is much longer time period for the research. We believe, 20 - 30 year interval of data set is still too short and we assume the most accurate results would be given by data set interval from 50 to 100 years. However, this length of data set for chosen European countries was not reachable.

In future is on the place to use longer time period in case of the avoiding of the omitted-variables problem. The research in this article shows the significant results according to comparison based on β-convergence of selected countries of Europe (Blaško, 2017) where was accepted hypothesis of β-convergence only from 1996 to 2005 and to σ-convergence testing across selected European countries (Blaško, 2017) where was accepted hypothesis of σ-convergence from 1996 to 2008. Conditional convergence of chosen countries for shorter period is not seen too much proper, for this significance is more proper to use as much long term data set as is possible.

Acknowledgements

This contribution is the result of the project VEGA 1/0248/17 Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie.

References

1. Barro, R., J. (2016a). China's growth prospects. (2016, February). Retrieved July 28, 2017, from http://voxeu.org/article/china-s-growth-prospects.
2. Barro, R., J. (2016b). Economic growth and convergence, applied especially to China. (2016, January), (NBER Working Paper No. 21872). Retrieved July 14, 2017, from http://www.nber.org/papers/w21872.
3. Barro, R., J., Sala-i-Martin, X. (2004). Economic Growth. 2nd edition. London: The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, (2005). ISBN 0-262-02553-1.
4. Blaško, M. (2017). β-convergence of chosen countries of Europe. (2017, April 4. - 6.) EDAMBA 2017, 20th International Scientific Conference for Doctoral Students and Post-Doctoral Scholars, University of Economics in Bratislava.
5. Hurwicz, L. (1950). Least-Squares Bias in Time Series. *T. C. Koopmans, ed., Statistical Inference in Dynamic Economic Models*.
6. Nickell, S. (1981). Biases in Dynamic Models with Fixed Effects. *Econometrica.* (1981, November).
7. Word bank`s, World Development Indicators (WDI), (2017). Real GDP per capita in PPP, Life expectancy at birth per women, Total fertility rate, Gross and net investment, Average female school years, Average male school years, Government consumption, Term-of-trade change, Export relative to real GDP, Import relative to real GDP, Rule of Law, The Inflation rate. Retrieved August 2, 2017, from http://databank.worldbank.org.

Okružná úloha s minimalizáciou emisií s časovými oknami a heterogénnym parkom vozidiel
Emission Vehicle Routing Problem with Time Windows and Vehicle Classes

Ivan Brezina [1], Gabriela Sedláková [2]

Abstrakt
Cieľom predloženého príspevku je modelovanie prepravy so znižovaním spotreby paliva prostredníctvom modelu minimalizácie emisií s časovými oknami s rôznymi kategóriami vozidiel. Na rozdiel od klasickej okružnej úlohy s obmedzenými kapacitami, v ktorej sa minimalizuje celková prejdená vzdialenosť, v prezentovanom modeli sa minimalizuje spotreba paliva odhadnutá v závislosti od kategórie vozidla a jeho užitočného zaťaženia. Výsledný model je navyše rozšírený o ohraničenia časových okien.

Kľúčové slová
okružné úlohy, časové okná, EVRP-VC, EVRPTW-VC

Abstract
The aim of the present paper is modelling of transport with reducing fuel consumption by minimizing emissions model with time windows and vehicle classes. Unlike the classical model of capacited vehicle routing problem in which the total distance travelled is minimized, this model minimizes fuel consumption estimated depending on the vehicle category and its payload.. The final model is further extended by the time window constraints.

Key words
vehicle routing problem, time windows, EVRP-VC, EVRPTW-VC

JEL classification
C61, L91

1 Úvod

Cieľom predloženého príspevku je prezentovať matematický model minimalizujúci spotrebu paliva v tzv. „zelenej“ okružnej úlohe (G-CVRP – Green Capacitated Vehicle Routing Problem) aplikovateľný na riešenie reálnych úloh plánovania trás vozidiel. Takúto úlohu rieši model EVRP-VC (Emissions VRP with Vehicle Category) (Kopfer a kol., 2013). Model rieši úlohu minimalizácie spotreby v heterogénnom vozovom parku, kde sa vozidlá líšia nielen hmotnosťou a svojou maximálnou kapacitou ale aj priemernou spotrebou, a to aj v závislosti od zaťaženia vozidla. Do modelu budú zapracované intervaly obsluhy, počas ktorých môžu byť jednotlivé uzly obslúžené – časové okná (model EVRPTW-VC). Okružná úloha s časovými oknami vychádza z klasickej úlohy okružnej úlohy (CVRP – Capacitated Vehicle Routing

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1/b, 852 35 Bratislava, email: brezina@euba.sk

[2] Československá obchodná banka, a. s., Odbor riadenia rizika retailových úverov, Žižkova 11, 811 02 Bratislava, email: gabriela.sedlak@gmail.com.

Problem) pre *n* uzlov, s tým rozdielom, že pre každý uzol i $i=\{0,1,2,...,n\}$ budeme uvažovať časové okno definované na intervale $\langle e_i, l_i \rangle$, kde e_i reprezentuje najskorší možný čas obsluhy a l_i reprezentuje najneskorší prípustný čas obsluhy *i*-tého uzla. Ďalej je známy čas obsluhy o_i a premenná w_i, ktorá reprezentuje dĺžku čakania ak obsluha nie je povolená (Čičková, Brezina, Pekár, 2013).

2 Matematický model EVRP-VC s časovými oknami (EVRPTW-VC)

Cieľom je modelovať možnú modernizáciu vozového parku a rozhodnutie o tom, aké kategórie vozidiel zaradiť do vozového parku. Model EVRPTW-VC bol prezentovaný v Brezina a Sedláková (2017) s označeniami:

$i, j \in I = \{0,1,2,...,n\}$ – označenie uzlov, kde 0 reprezentuje sklad,

$k \in K = \{1,2,...,m\}$ – označenie vozidiel,

d_{ij} – časová vzdialenosť medzi uzlami (dĺžka hrany) $i, j \in I = \{0,1,2,...,n\}$,

p_j – požiadavka na dodávku pre uzol j, $j \in I$,

p_0 – požiadavka v sklade a je rovná nule,

a_k – fixná spotreba vozidla (spotreba prázdneho vozidla) k na 100 kilometrov,

b_k – dodatočná spotreba na tonu užitočného zaťaženia na 100 kilometrov,

Q_k – maximálna kapacita vozidla k,

$x_{ijk} \in \{0,1\}$ $(i, j \in I, k \in K)$ – binárna rozhodovacia premenná záznamu trasy vozidiel,

$y_{ik} \in \{0,1\}$ $(i \in I, k \in K)$ – binárna rozhodovacia premenná záznamu obsluhy uzla,

q_{ijk} – hodnota užitočného zaťaženia prepravovaného vozidlom k na trase i, j,

u_{ik} – premenná na zabránenie vzniku podcyklov,

t_{ij} – najrýchlejšia vzdialenosť medzi uzlami $i, j \in I = \{0,1,2,...,n\}$,

e_i – najskorší možný čas obsluhy *i*-tého uzla,

l_i – najneskorší prípustný čas obsluhy *i*-tého uzla.

o_i – čas trvania obsluhy *i*-tého uzla,

w_j – dĺžka čakania pred *j*-tym uzlom, ak obsluha nie je z časového hľadiska povolená,

v – hodnota váhy (malé kladné číslo), ktorá zabezpečí, že výsledkom budú tie najmenšie možné začiatky obsluhy $\tau_{i,}$, teda reálne časy začiatku obsluhy uzlov.

Model:

$$\min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} d_{ij}\left(\frac{a_k}{100}\cdot x_{ijk}+\frac{b_k}{100}\cdot q_{ijk}\right) \tag{1}$$

$$\min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} t_{ij}\cdot x_{ijk}+\sum_{i=1}^{n} o_i+\sum_{j=1}^{n} w_j+v\sum_{i=1}^{n} u_{ik} \tag{2}$$

$$\min \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} d_{ij}x_{ijk} \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_{jk} = 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{4}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = y_{jk} \qquad j = 1,2,\ldots,n; i \neq j; k = 1,2,\ldots,m \tag{5}$$

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{6}$$

$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{7}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = \sum_{i=0}^{n} x_{jik} \qquad j = 1,2,\ldots,n; i \neq j; k = 1,2,\ldots,m \tag{8}$$

$$e_i \leq u_{ik} \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots,m \tag{9}$$

$$u_{ik} + o_i \leq l_i \qquad i = 1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots,m \tag{10}$$

$$u_{ik} + o_i + w_j + t_{ij} - u_{jk} - M \cdot \left(1 - x_{ijk}\right) \leq 0 \qquad i = 0,1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,n; i \neq j; k = 1,2,\ldots,m \tag{11}$$

$$\sum_{j=0}^{n} p_j y_{jk} \leq Q_k \qquad k = 1,2,\ldots,m \tag{12}$$

$$\sum_{i=0}^{n} q_{ijk} - \sum_{i=1}^{n} q_{jik} = p_j y_{jk} \quad j = 0,1,2,\ldots,n; i \neq j; k = 1,2,\ldots,m \tag{13}$$

$$q_{ijk} \leq Q_k x_{ijk} \qquad i = 0,1,2,\ldots,n;\ j = 0,1,2,\ldots,n; i \neq j; k = 1,2,\ldots,m \tag{14}$$

$$q_{ijk} \geq 0 \qquad i = 0,1,2,\ldots,n;\ j = 0,1,2,\ldots,n; i \neq j \quad k = 1,2,\ldots,m \tag{15}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad i = 0,1,2,\ldots,n;\ j = 0,1,2,\ldots,n; i \neq j \quad k = 1,2,\ldots,m \tag{16}$$

$$y_{jk} \in \{0,1\} \qquad j = 0,1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots,m \tag{17}$$

$$u_{ik} \geq 0 \qquad i = 0,1,2,\ldots,n;\ k = 1,2,\ldots,m \tag{18}$$

$$w_j \geq 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n \tag{19}$$

3 Vstupné údaje

Predpokladajme, že sú k dispozícii dve nákladné vozidlá $(m = 2)$, jedno triedy $VC_{3.5}$ a jedno kategórie VC_7. Pre modernizáciu vozového parku možno uvažovať tri rôzne kategórie vozidiel ($VC_{3.5}$, $VC_{7.5}$, VC_{12}). Pre každé vozidlo *k*-tej kategórie uvažujeme jeho celkovú hmotnosť W_k, nosnosť Q_k, fixnú spotrebu na 100 km a_k a spotrebu paliva na tonu užitočného zaťaženia na 100 km b_k. Stredisko a hlavný sklad sú vo Zvolene, odkiaľ sú zásobovaní zákazníci v okresných mestách Banskobystrického kraja $(n = 12)$ s rozdielnymi požiadavkami p_j a časovými oknami obsluhy $\langle e_j, l_j \rangle$:

Tab. 1: Klasifikácia kategórií pre nákladné vozidlá

Kategória vozidla		Hmotnosť vozidla W_k (t)	Kapacita vozidla Q_k (t)	a_k	b_k
k1	$VC_{3.5}$	3.5	1.5	8	3.31
k2	$VC_{7.5}$	7.5	3.25	15	1.54
k3	VC_{12}	12	5.5	20	0.76
k4	VC_{40}	40	25	26	0.36

Zdroj: Spracované podľa Kopfer a kol. (2013)

Tab. 2: Spotreba paliva v závislosti od kategórie vozidla

Kategória vozidla		Spotreba paliva (1/100 km)	Spotreba paliva na tonu užitočného zaťaženia (1/100 km)
k1	$VC_{3.5}$	$8+3.31q$	$\frac{8+3.31q}{q}$
k2	$VC_{7.5}$	$15+1.54q$	$\frac{15+1.54q}{q}$
k3	VC_{12}	$20+0.76q$	$\frac{20+0.76q}{q}$
k4	VC_{40}	$26+0.36q$	$\frac{26+0.36q}{q}$

Zdroj: Spracované podľa Kopfer a kol. (2013)

Tab. 3: Porovnanie efektívnosti vozidiel

Kategória vozidla		Spotreba paliva na tonu užitočného zaťaženia (1/100 km)				
		$q=1.25$	$q=3$	$q=5.25$	$q=7$	$q=15$
k1	$VC_{3.5}$	9.71	8.64	9.41	9.02	8.64
k2	$VC_{7.5}$	13.54	6.54	7.25	7.97	6.54
k3	VC_{12}	16.76	7.43	4.57	6.47	4.76
k4	VC_{40}	21.16	9.03	5.31	4.07	2.09

Zdroj: Spracované podľa Kopfer a kol. (2013)

Tab. 4: Požiadavky uzlov, časy ich obsluhy

Uzol j	Skratka	Požiadavky (t) p_j	Najskorší možný čas obsluhy e_j	Najneskorší možný čas obsluhy l_j	Čas obsluhy o_j
0	ZV	0	8:00	15:00	00:25
1	BB	0.26	8:00	15:00	00:20
2	DT	0.2	8:00	15:00	00:30
3	BR	0.44	9:00	16:00	00:25
4	RA	0.38	9:00	16:00	00:20
5	RS	0.18	9:00	15:00	00:25
6	PT	0.36	10:00	16:00	00:20
7	LC	0.42	8:00	15:00	00:30
8	VK	0.48	8:00	15:00	00:30
9	KA	0.46	8:00	15:00	00:25
10	BS	0.3	9:00	16:00	00:20
11	ZC	0.16	10:00	16:00	00:20
12	ZH	0.22			

Zdroj: Vlastné spracovanie

Tab. 5: Matica najkratších vzdialeností medzi uzlami

	ZV	BB	DT	BR	RA	RS	PT	LC	VK	KA	BS	ZC	ZH
ZV	0	19	28	63	112	85	67	59	56	29	32	42	27
BB	19	0	50	45	94	108	89	82	78	51	47	57	42
DT	28	50	0	49	113	62	44	36	64	52	56	66	51
BR	63	45	49	0	50	68	58	76	103	94	90	100	85
RA	112	94	113	50	0	56	60	81	116	143	139	149	134
RS	85	108	62	68	56	0	22	29	64	109	112	123	107
PT	67	89	44	58	60	22	0	18	49	91	94	105	89
LC	59	82	36	76	81	29	18	0	35	83	87	97	82
VK	56	78	64	103	116	64	49	35	0	40	68	94	79
KA	29	51	52	94	143	109	91	83	40	0	21	67	52
BS	32	47	56	90	139	112	94	87	68	21	0	17	35
ZC	42	57	66	100	149	123	105	97	94	67	17	0	21
ZH	27	42	51	85	134	107	89	82	79	52	35	21	0

Zdroj: Spracované podľa http://www.vzdialenosti.sk/

Tab. 6: Matica najrýchlejších vzdialeností medzi uzlami

	ZV	BB	DT	BR	RA	RS	PT	LC	VK	KA	BS	ZC	ZH
ZV	0	16	32	53	107	74	67	53	67	29	31	31	23
BB	16	0	44	40	94	86	78	65	78	41	36	36	28
DT	32	44	0	69	110	57	49	35	62	50	52	52	44
BR	53	40	69	0	56	71	80	85	112	77	72	72	64
RA	107	94	110	56	0	64	74	79	110	132	127	126	119
RS	74	86	57	71	64	0	32	26	56	91	94	94	86
PT	67	78	49	80	74	32	0	25	54	84	87	87	79
LC	53	65	35	85	79	26	25	0	31	70	63	73	65
VK	67	78	62	112	110	56	54	31	0	48	78	87	79
KA	29	41	50	77	132	91	84	70	48	0	30	50	42
BS	31	36	52	72	127	94	87	63	78	30	0	31	32
ZC	31	36	52	72	126	94	87	73	87	50	31	0	19
ZH	23	28	44	64	119	86	79	65	79	42	32	19	0

Zdroj: Spracované podľa http://www.vzdialenosti.sk/

Tab. 7: Parametre vozidiel – nosnosť a spotreba

Kategória	**Hmotnosť (t)** W_k	**Nosnosť (t)** Q_k	**Spotreba (l/100km)** a_k	**Dodatočná spotreba (l/100km)** b_k
$VC_{3.5}$	3.5	1.5	8	3.3
$VC_{7.5}$	7.5	3.25	15	1.54
VC_{12}	12	5.5	20	0.76

Zdroj: Vlastné spracovanie

4 Riešenie

a. Východiskové riešenie (využitie vozidiel kategórie VC3.5 a VC7.5)

Pre východiskové riešenie budeme uvažovať situáciu s dvoma vozidlami kategórie k_1 ($VC_{3.5}$) a kategórie k_2 ($VC_{7.5}$) a pomocou týchto vozidiel sa realizuje rozvoz tovaru v tabuľke 8 (celková dĺžka 502 km s odhadovanou spotrebou 74.4 litra paliva a celkový čas strávený na ceste pre obe vozidlá spolu je odhadnutý na 13 hodín a 41 minút).

Všetky výpočty sú vykonávané v programe GAMS na 64 - bitovom systéme Windows 7 Professional (procesor Intel® Core™2 Duo 2.66 GHz, 4 GB RAM).

Tab. 8: Trasa a využitie vozidiel - východiskové riešenie

Vozidlo	Trasa	Celková prejdená vzdialenosť (km)	Zaťaženie na začiatku cesty (t)	Využitie vozidla
$VC_{3.5}$	0-2-12-11-10-9-0 ZV-DT-ZH-ZC-BS-KA-ZV	167	1.34	89%
$VC_{7.5}$	0-1-3-4-5-6-8-7-0 ZV-BB-BR-RA-RS-PT-VK-LC-ZV	335	2.52	78%

Zdroj: Vlastné spracovanie

b. Riešenie EVRPTW-VC (využitie vozidiel kategórie VC3.5 a VC7.5)

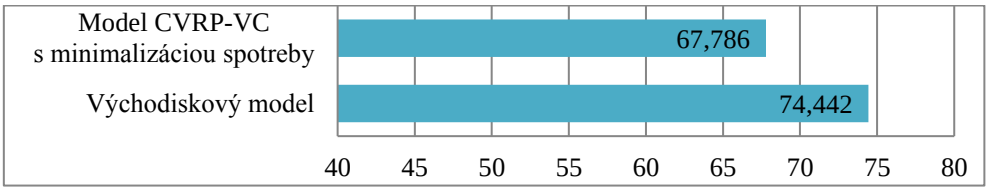
Pomocou modelu EVRPTW-VC s dvoma vozidlami VC3.5 a VC7.5 boli vypočítané trasy vozidiel v tabuľke 9 s celkovou dĺžkou 506 km a spotrebou 67,8 litra paliva, pričom by sa ušetrili náklady na 6,656 litra paliva (Obrázok 1).

Tab. 9: Trasa a využitie vozidiel VC3.5 a VC7.5 (EVRPTW-VC)

Vozidlo	Trasa	Celková prejdená vzdialenosť (km)	Zaťaženie na začiatku cesty (t)	Využitie vozidla
$VC_{3.5}$	0-1-3-4-5-2-0 ZV-BB-BR-RA-RS-DT-ZV	260	1.46	97%
$VC_{7.5}$	0-6-7-8-9-10-11-12-0 ZV-PT-LC-VK-KA-BS-ZC-ZH-ZV	246	2.4	74%

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 1: Porovnanie spotreby paliva pri využití vozidiel VC3.5 a VC7.5



Zdroj: Vlastné spracovanie

c. Riešenie EVRPTW-VC - minimalizácia spotreby pre rôzne kategórie vozidiel

Pri hľadaní najvhodnejšej kombinácie vozidiel, ktorá bude minimalizovať celkovú spotrebu pre rozvoz tovaru, budeme uvažovať niekoľko alternatív (tabuľka 10), pričom musia byť splnené kapacitné požiadavky a kapacita vozidiel musí byť dostatočná na uspokojenie požiadaviek zákazníkov.

Tab. 10: Zoznam alternatív (kombinácie vozidiel)

Alternatíva		
1	1-2	vozidlo kategórie $VC_{3.5}$ a vozidlo kategórie $VC_{7.5}$ (súčasný stav)
2	2-2	dve vozidlá kategórie $VC_{7.5}$
3	2-3	vozidlo kategórie $VC_{7.5}$ a vozidlo kategórie VC_{12}
4	3-3	dve vozidlá kategórie VC_{12}
5	1-1-1	tri vozidlá kategórie $VC_{3.5}$
6	1-1-2	dve vozidlá kategórie $VC_{3.5}$ a vozidlo kategórie $VC_{7.5}$
7	1-1-3	dve vozidlá kategórie $VC_{3.5}$ a vozidlo kategórie VC_{12}
8	3	jedno vozidlo kategórie VC_{12}

Zdroj: Vlastné spracovanie

Každú z alternatív sme vyriešili v programe GAMS, menili sme pritom počet vozidiel a parametre vozidiel Q_k , a_k , b_k (tabuľka 11).

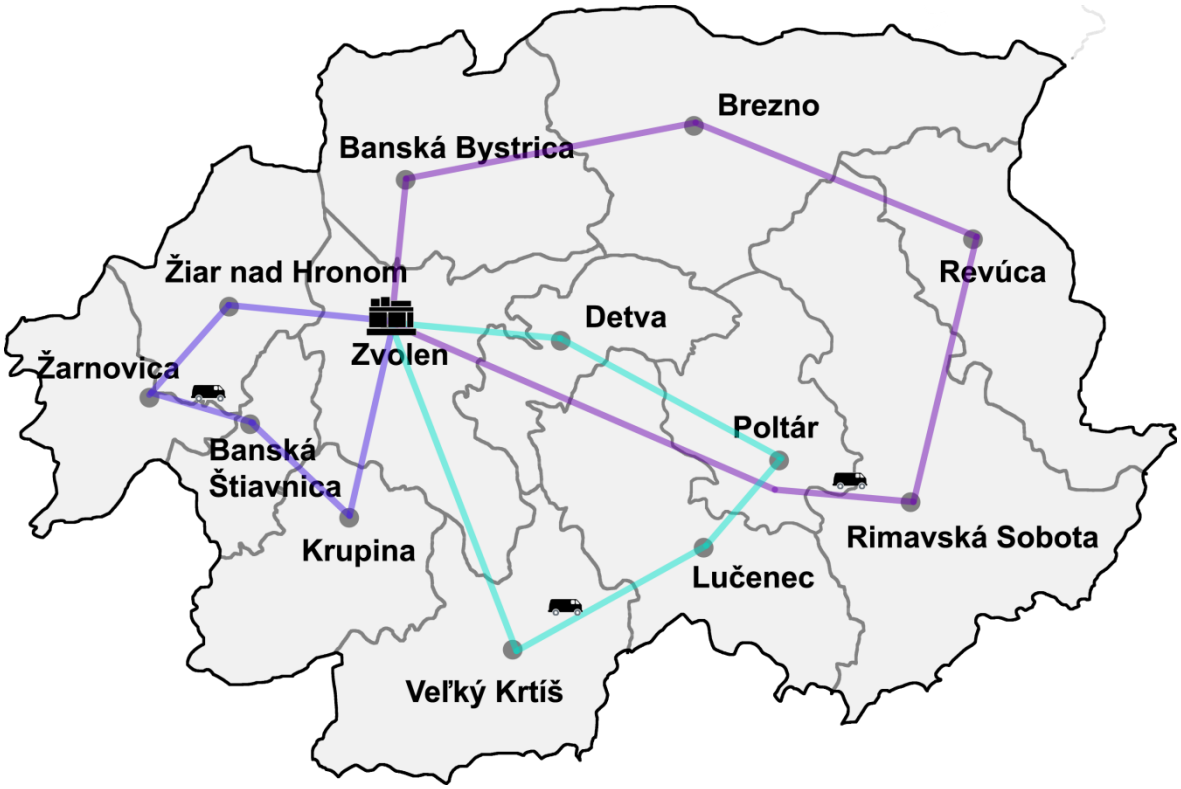
Tab. 11: Vyhodnotenie alternatív

Alternatíva		Celková prejdená vzdialenosť (km)	Spotreba (l)	Čas strávený na ceste (min)
1	1-2	506	67.786	829
2	2-2	484	79.652	814
3	2-3	489	89.221	826
4	3-3	484	100.023	814
5	1-1-1	551	53.837	876
6	1-1-2	551	60.853	876
7	1-1-3	506	65.25	829
8	3	nie je možné uskutočniť cestu		

Zdroj: Vlastné spracovanie

Ako môžeme vidieť v tabuľke 11, poslednú alternatívu nie je možné uskutočniť, a to kvôli tomu,, že by neboli dodržané ohraničenie týkajúce sa časových okien. Bolo by potrebné využiť ďalšie vozidlo a tieto alternatívy už máme pokryté (alternatíva 3, 4 a 7). Ďalej vidíme, že všetky kombinácie dvoch vozidiel (alternatívy 2, 3 a 4) sú z hľadiska spotreby horšie ako východisková alternatíva (1). Ako najlepšia z hľadiska spotreby sa javí alternatíva 5 (využitie troch vozidiel kategórie $VC_{3.5}$). Na obrázku 2 sú znázornené výsledné trasy vozidiel.

Obr. 2: Znázornenie trás vozidiel kategórie VC3.5 (EVRPTW-VC)



Zdroj: Vlastné spracovanie

Pomocou modelu spotreby bola nájdená trasa s celkovou dĺžkou 551 km a spotrebou 53,8 litra paliva a úsporou nákladov na 13.949 litra paliva.

5 Záver

Matematická formulácia modelu EVRPTW-VC vychádza z modelu Kopfera a kol. (2013), z modelu Šofranko a Brezina (2015) a je doplnená o ohraničenia týkajúce sa časových okien Brezina a Sedláková (2017). Na výpočet východiskového modelu s využitím vozidiel $VC_{3.5}$ a $VC_{7.5}$ sme využili klasický model CVRP rozšírený o ohraničenia týkajúce sa časových okien. Výsledné riešenie sme získali minimalizáciou vzťahu (3).

Následne sme pristúpili k riešeniu úloh s minimalizáciu spotreby. Ako prvé sme pomocou nášho modelu EVRPTW-VC riešili východiskovú situáciu s využitím vozidiel $VC_{3.5}$ a $VC_{7.5}$. Výsledné riešenie sme získali minimalizáciou vzťahu (1). Ďalej sme hľadali takú kombináciu vozidiel, ktorá by minimalizovala každodennú spotrebu paliva pri rozvoze tovaru. Všetky alternatívy sme získali pomocou modelu EVRPTW-VC minimalizáciou vzťahu (2). Ako najlepšia možnosť nám tu vyšla alternatíva využitia troch vozidiel kategórie $VC_{3.5}$.

Prezentovaný prístup umožňuje analyzovať možnosti využitie tohto typu modelov pri minimalizácii spotreby paliva a dodržaní ďalších ohraničujúcich podmienok nielen pri optimalizácii trasy jednotlivých vozidiel, ale môžu slúžiť ako podklad pri rozhodovaní o zložení vozového parku.

This paper is supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA, grant no. 1/0245/15 „Transportation planning focused on greenhouse gases emission reduction“.

Literatúra

1. Brezina, I., Sedláková, G. (2017). Okružná úloha s minimalizáciou emisií s časovými oknami a heterogénnym parkom vozidiel. *Plánovanie prepravy s cieľom znižovania emisií*. Vedecký workshop. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. 978-80-225-4391-0, 1-5.
2. Brezina, I. (2015). Minimalizácia emisií CO2 v rozvozných úlohách. *AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach*. Medzinárodná vedecká konferencia. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM (CD-ROM), 2015. 554-558.
3. Čičková, Z., Brezina, I., Pekár, J. (2013). Open Traveling Salesman Problem with Time Windows. *1st Logistics International Conference, Belgrade, Serbia*. 40-43. http://logic.sf.bg.ac.rs/wp-content/uploads/Papers/ID-8.pdf.
4. Kopfer, H. W., Schönberger, J., Kopfer, H. (2013). Reducing greenhouse gas emissions of a heterogeneous vehicle fleet. *Flexible Services and Manufacturing Journal, 25(3)*. http://www.academia.edu/17994474/Reducing_greenhouse_gas_emissions_of_a_heterogeneous_vehicle_fleet.
5. Šofranko, M., Brezina, I. (2015). Ekologický aspekt v okružných úlohách. *Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 978-80-225-4084-1, 1-8.
6. Šofranko, M., Brezina, I. (2015). Modifikácie úlohy okružných jázd s minimalizáciou emisií. *Plánovanie prepravy s cieľom znižovania emisií*. Vedecký workshop. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 978-80-225-4105-3,1-7.

Možnosti redukcie matice platieb v systéme Matlab

Payoff Matrix Reduction in Matlab

Zuzana Čičková[1], Allan Jose Sequeira Lopez[2]

Abstrakt
Teória hier je vedný odbor aplikovanej matematiky zaoberajúci sa rozhodovacími situáciami, v ktorých sa zúčastňujú viaceré subjekty (hráči). Pojem hra zahŕňa akúkoľvek konfliktnú situáciu medzi subjektmi. Bimaticové hry sú najjednoduchším typom hier dvoch hráčov, kde platby oboch hráčov možno jednoducho charakterizovať formou matíc. Príspevok je zameraný na možnosti redukcie týchto matíc, čím možno značným spôsobom zjednodušiť riešenie príslušnej hry. Budeme prezentovať iteračnú procedúru redukcie matíc v prostredí Matlab. Cieľom je na základe teoretických poznatkov o práci s maticami ukázať použitím reálnych príkladov využitie softvéru a softvérových toolboxov v Matlabe v oblasti riešenia bimaticových hier.

Kľúčové slová
bimaticová hra, maticová redukcia, teória hier, Matlab

Abstract
The game theory is a discipline of applied mathematics focused on decision making situations involving several subjects (players). The game includes any conflict situation between entities. Bimatrix games are the simplest type of two-player games where payouts of both players can be easily characterized in a matrix form. The paper is focused on the possibilities of matrix reduction to simplify the solution of the respective game presenting an iterative procedure of matrix reduction in Matlab environment. The aim of the paper is to demonstrate the use of software and software toolboxes in Matlab for the solution of bimatrix games based on the theoretical knowledge of working with matrices.

Key words
bimatrix games, Matrix reduction, Game Theory, Matlab

JEL classification
C71, C61

1 Úvod

Príspevok je venovaný redukcii matíc platieb v prípade hier dvoch hráčov (bimaticové hry). Bimaticové hry možno matematicky formulovať ako úlohy nelineárneho programovania. Riešenie takýchto úloh je vo všeobecnosti komplikované, preto je logické pokúsiť sa čo najviac zredukovať rozmer úlohy. V prípade bimaticových hier možno niekedy redukovať samotné matice platieb jednotlivých hráčov. Ukážka redukcie matíc bude realizovaná v systéme Matlab.

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, cickova@euba.sk.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, sequeira_36@hotmail.com.

2 Stručná charakteristika základných typov hier

Bimaticová hra je hra, kde vystupujú dvaja účastníci (hráči). Každý z hráčov volí nezávisle (bez informácie o voľbe protihráča) jednu z konečného počtu variantov správania (stratégií). Predpokladá sa, že záujmy hráčov nie sú diametrálne protikladné, t.j. zisk jedného z hráčov nemusí byť sprevádzaný stratou druhého a hráči sú inteligentní. Otázkou je akú stratégiu má hráč zvoliť tak, že voľbou inej stratégie nemôže zvýšiť svoj zisk. Bimaticovú hru možno formalizovať takto: Nech P={1,2} je množina hráčov, z ktorých každý má konečnú množinu stratégií (X – hráč 1, Y – hráč 2}, t.j. hráč 1 volí $\mathbf{x} \in X$, hráč 2 volí $\mathbf{y} \in Y$. Množinu všetkých výsledkov hry možno označiť ako $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in X$ x Y. Jednotlivé prvky množín X a Y možno usporiadať pomocou konečného počtu prirodzených čísel (prvky množiny X: i = 1, 2, ...m a prvky množiny Y: j = 1, 2, ...n). Hodnoty hry pre hráča 1 možno zapísať do matice $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$, kde a_{ij} udáva platbu hráča pri výsledku (i,j). Výsledky hry pre hráča 2 zapisujeme do matice $\mathbf{B}_{nxm}=\{b_{ji}\}$, kde b_{ji} udáva platbu hráča 2 pri výsledku (i,j).

Bimaticové hry možno formulovať ako úlohy nelineárneho programovania, riešenie ktorých je vo všeobecnosti zložité. Ďalej poukážeme na možnosti redukcie matíc platieb, čo môže viesť k podstatnému zjednodušeniu riešenia danej hry.

3 Význam a možnosti redukcie matice platieb

Pri redukcii matice platieb hráča 1 sa možno oprieť o takéto tvrdenie:

Ak v hre s maticou platieb $\mathbf{A} = (a_{ij})$ typu m x n platí pre nejaké $k, 1 \leq k \leq m$ a pre všetky j vzťah

$$a_{ij} \geq a_{kj}, i \neq k \tag{1}$$

potom existuje optimálna zmiešaná stratégia prvého hráča $\boldsymbol{x}^{(0)}$, ktorej zložka $x_k^{(0)} = 0$.

Súčasne však možno uvedené tvrdenie rozšíriť aj uvažovaním lineárnych kombinácií (Chobot, 1991):

Ak v hre s maticou platieb $\mathbf{A} = (a_{ij})$ typu m x n platí, že pre nejaké $k, 1 \leq k \leq m$ existujú čísla $p_i (i \neq k)$ tak, že pre všetky $j = 1, 2, ..., n$ dostaneme

$$\sum_{i \neq k} p_i a_{ij} \geq a_{kj}, \sum_{i \neq k} p_i = 1, p_i \geq 0 \tag{2}$$

potom existuje optimálna zmiešaná stratégia prvého hráča $\boldsymbol{x}^{(0)}$, ktorej zložka $x_k^{(0)} = 0$.

Je zrejmé, že analogický záver platí aj pre redukciu matice $\mathbf{B}_{nxm}=\{b_{ji}\}$.

Z uvedeného vyplýva toto: Ak k-tý riadok matice platieb hry H je dominovaný nejakou konvexnou lineárnou kombináciou ostatných riadkov tejto matice, potom príslušný riadok možno z matice platieb vyčiarknuť a riešiť hru H_1 s takto redukovanou maticou platieb. Optimálne zmiešané stratégie druhého hráča v hre H_1 budú jeho optimálnymi stratégiami aj v hre H. Rozšírenie na k-tom mieste každej optimálnej zmiešanej stratégie prvého hráča v hre H_1 bude jeho optimálnou stratégiou aj v hre H. Hodnoty hier H a H_1 sú rovnaké[3].

[3] Niekedy sa používa len ostrá dominancia (>), lebo pri slabej (≥) by mohlo dôjsť k tomu, že sa neidentifikujú všetky rovnovážne body (Čemická, 2011).

4 Možnosti redukcie matice platieb v systéme Matlab

Názov MATLAB vznikol skrátením slov MATrix LABoratory, čo zodpovedá skutočnosti, že kľúčovou údajovou štruktúrou pri výpočtoch v MATLABe sú matice. Vlastný programovací jazyk vychádza z jazyka Fortran. (Dušek, 2002). MATLAB predstavuje programovacie prostredie s vlastným programovacím jazykom, ktoré sa špecializuje na vedeckotechnické numerické výpočty, modelovanie, návrhy algoritmov, počítačových simulácií, analýzu a prezentáciu údajov, meranie a spracovanie signálov, návrhy riadiacich a komunikačných systémov.

Uvažujme s takouto maticou platieb:

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Bez straty všeobecnosti budeme predpokladať, že matica $\mathbf{B}=-\mathbf{A}^T$ (teda jedná sa o maticovú hru s nulovým súčtom)k[4]. V systéme Matlab definujeme maticu platieb a tiež inicializujeme ďalšie parametre programu (obr.1).

Obr. 1 Definovanie matice platieb

Editor - C:\Users\sequeira\Desktop\redukcia9.m

redukcia9.m

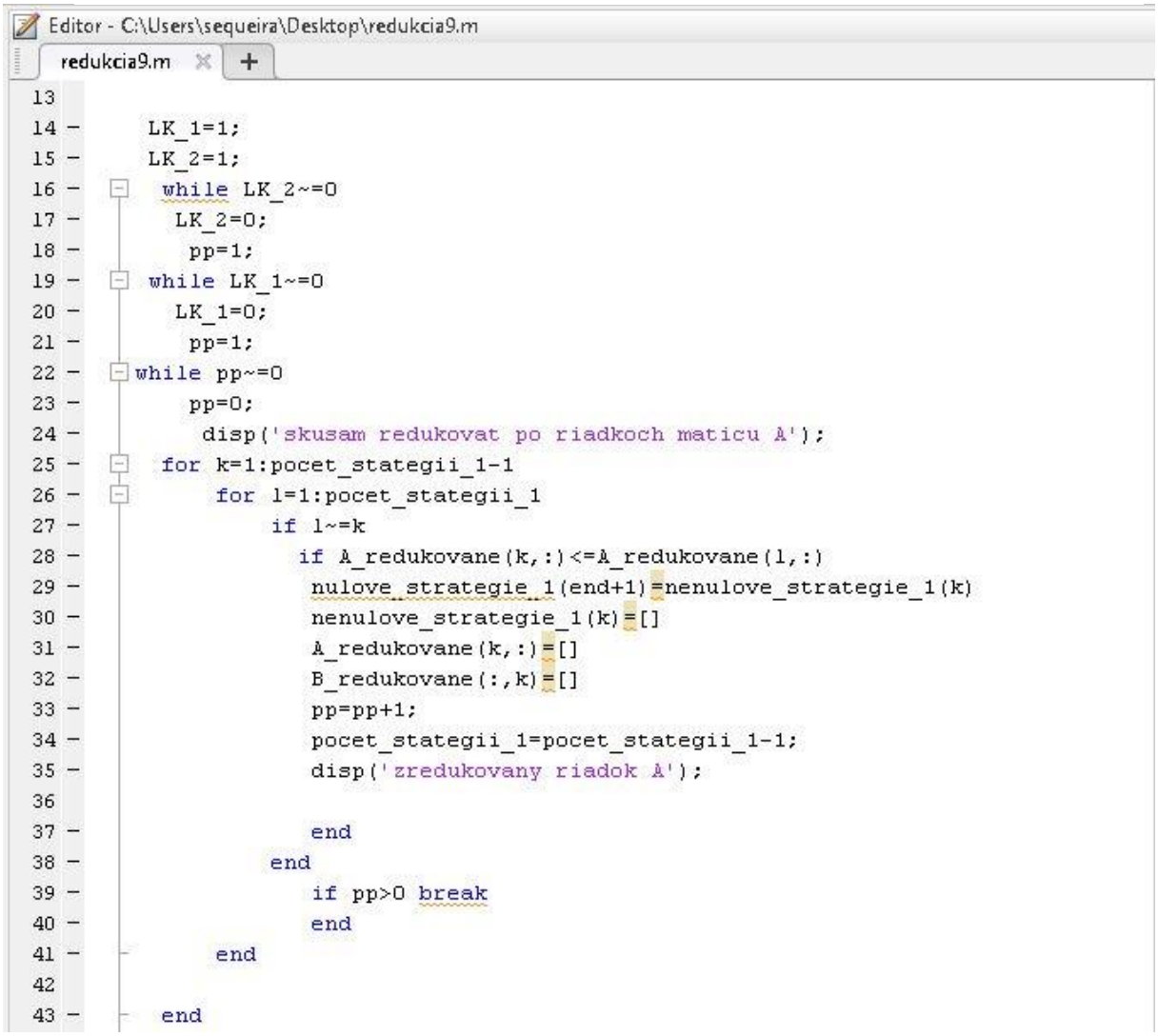
```
1 -  A=[1,0,2,-2,1;1,2,0,3,2;2,0,2,-2,3;-2,2,-2,6,4]
2 -  konst=0.005
3 -  B=-A'
4 -  [pocet_stategii_1,pocet_stategii_2]=size(A)
5 -  strategie_1=1:pocet_stategii_1
6 -  strategie_2=1:pocet_stategii_2
7 -  nenulove_strategie_1=strategie_1;
8 -  nenulove_strategie_2=strategie_2;
9 -  nulove_strategie_1=[];
10 -  nulove_strategie_2=[];
11 -  A_redukovane=A;
12 -  B_redukovane=B;
13
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Vybrali sme konštantu 0,005 ako číslo, ktoré budeme využívať pri skúšaní lineárnych kombinácii. Základnú redukciu matíc možno zabezpečiť takto

[4] Ak toto tvrdenie neplatí, možno zadať ľubovoľnú maticu $\mathbf{B}_{nxm}$

*Obr. 2 Redukcia matice **A***



Zdroj: Vlastné spracovanie

V kóde v programe sme vytvorili cyklus (While Loop) na to, aby sme našli tie riadky a stĺpce, ktoré sú dominované druhými. Tento príkaz má nasledujúcu štruktúru:

while *expression*
statements
end

Príkaz vyhodnocuje výraz a opakuje vykonanie skupiny príkazov v cykloch, pokiaľ je výraz pravdivý. Výraz je pravdivý, keď jeho výsledok je neprázdny a obsahuje len nenulové prvky (logické alebo skutočné numerické). V opačnom prípade je výraz nepravdivý.

V kóde vidíme prvú časť While loop, kde sme s použitím podmienkových príkazov (for) definovali oblasť a parametre, pre ktoré má program uskutočniť cyklus a s použitím (if) sme nastavili podmienky, pre ktoré bude tento výpočet platný a pre ktoré podmienky bude program považovať úlohu za ukončenú. Cyklus v Matlab ukončíme príkazom break, ak

podmienka, čo hľadáme, je už splnená. Príkazom (end) ukončíme celý cyklus, aby sme mohli v kóde pokračovať zadaním nového príkazu.

Ďalej obdobne zabezpečíme redukciu matice **B** (obr.3).

*Obr. 3 Redukcia matice **B***

Editor - C:\Users\sequeira\Desktop\redukcia9.m

redukcia9.m

```
43 -    end
44 -     disp('skusam redukovat po riadkoch maticu B');
45 -     for k=1:pocet_stategii_2-1
46 -        for l=1:pocet_stategii_2
47 -             if l~=k
48 -               if B_redukovane(k,:)<=B_redukovane(l,:)
49 -                nulove_strategie_2(end+1)=nenulove_strategie_2(k)
50 -                nenulove_strategie_2(k)=[]
51 -                B_redukovane(k,:)=[]
52 -                A_redukovane(:,k)=[]
53 -                pp=pp+1;
54 -                pocet_stategii_2=pocet_stategii_2-1;
55 -                disp('zredukovany riadok matice B');
56
57 -                end
58 -             end
59 -                if pp>0 break
60 -                end
61 -        end
62
63 -    end
64 - end
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Táto časť kódu nám vráti maticu redukovanú maticu **B**. Zatiaľ sme v kóde využili len tvrdenia (1), treba však preskúmať aj lineárne kombinácie na základe vzťahu (2).

Aby sme mohli skúmať lineárne konvexné kombinácie všetkých prvkov v kóde, musíme vyvolať Matlab toolbox pre lineárne programovanie, tzv. linprog

[x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(...)

Linprog má vnorené vlastnosti, aby vrátil hodnoty lambda, ktoré obsahujú Lagrangeov multiplikátor nájdenie optimálnych riešení. (MathWorks, 2017)

Obr. 4 Skúška lineárnej kombinácie matice ***A***

Editor - C:\Users\sequeira\Desktop\redukcia9.m

redukcia9.m

```
67
68 -    disp('skusam linearne kombinacie matice A');
69
70 -    for k=1:pocet_stategii_1
71 -       matica= A_redukovane;
72 -       a=-matica(k,:)+konst;
73 -       matica(k,:)=[];
74 -       matica=-matica';
75 -       lb=zeros(1,pocet_stategii_1-1);
76 -       ub=lb+1;
77 -       R=ones(1,pocet_stategii_1-1);
78 -       r=1;
79 -       c=zeros(1,pocet_stategii_1-1);
80
81 -       [x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(c,matica,a,R,r,lb,ub,[],[]);
82 -       if exitflag>=0
83 -           A_redukovane=-matica'
84 -           B_redukovane(:,k)=[]
85 -           x
86 -            nulove_strategie_1(end+1)=nenulove_strategie_1(k)
87 -            nenulove_strategie_1(k)=[]
88 -            pocet_stategii_1=pocet_stategii_1-1;
89 -            LK_1=LK_1+1;
90
91 -       end
92 -            if pocet_stategii_1==2
93 -             break
94 -       end
95 -   end
96 - end
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

*Obr. 5 Skúška lineárnej kombinácie matice **B***

Editor - C:\Users\sequeira\Desktop\redukcia9.m

redukcia9.m

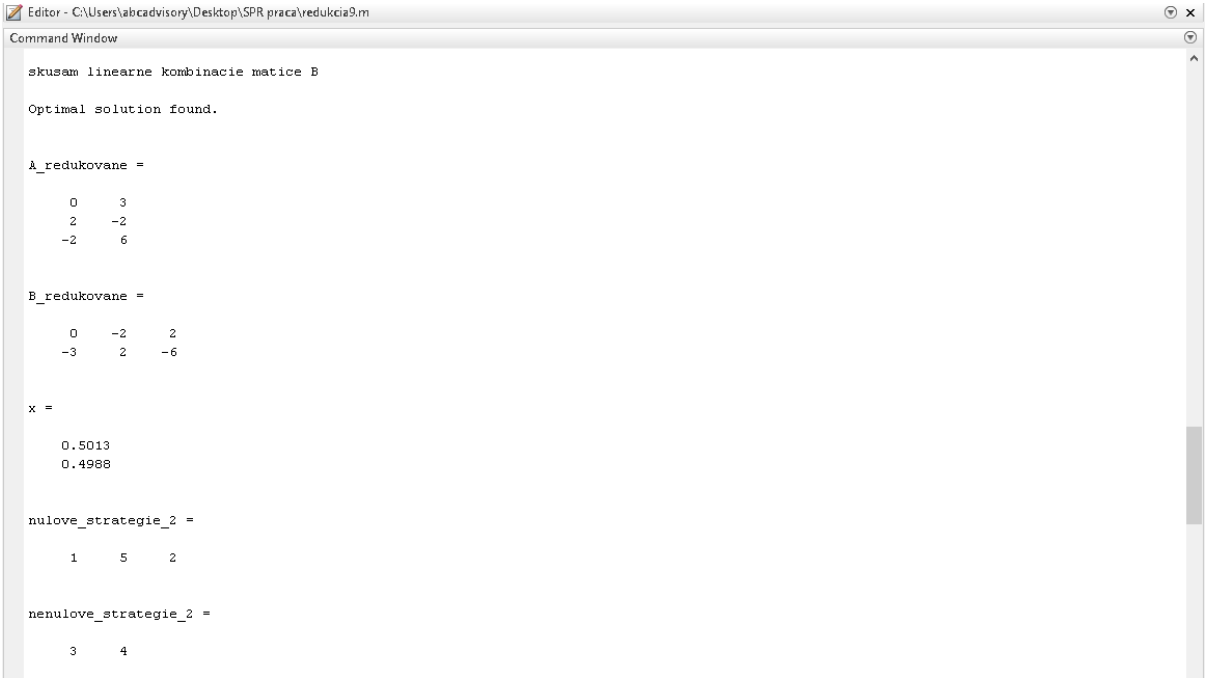
```
96 -    end
97 -       disp('skusam linearne kombinacie matice B');
98 -
99 -    for k=1:pocet_stategii_2
100 -      matica= B_redukovane;
101 -      a=-matica(k,:)+konst;
102 -      matica(k,:)=[];
103 -      matica=-matica';
104 -      lb=zeros(1,pocet_stategii_2-1);
105 -      ub=lb+1;
106 -      R=ones(1,pocet_stategii_2-1);
107 -      r=1;
108 -      c=zeros(1,pocet_stategii_2-1);
109 -
110 -      [x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(c,matica,a,R,r,lb,ub,[],[]);
111 -      if exitflag>=0
112 -          A_redukovane(:,k)=[]
113 -          B_redukovane=-matica'
114 -          x
115 -           nulove_strategie_2(end+1)=nenulove_strategie_2(k)
116 -           nenulove_strategie_2(k)=[]
117 -           pocet_stategii_2=pocet_stategii_2-1;
118 -           LK_2=LK_2+1;
119 -
120 -      end
121 -           if pocet_stategii_2==2
122 -               break
123 -      end
124 -    end
125 -    end
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Od riadku 68 -123 sme prednastavili podmienky na to, aby Matlab s použitím Linprog toolbox našiel všetky lineárne kombinácie medzi riadkami v matici **A** a v matici **B.**

Výsledkom sú redukované matice pre oboch hráčov:

Obr. 6 Výsledok – redukované matice



Zdroj: Vlastné spracovanie

5 Záver

Redukcia matíc je nepochybne zaujímavým nástrojom slúžiacim na zjednodušenie vstupných parametrov bimaticových hier. Praktická použiteľnosť redukcie vyžaduje adekvátne softvérové zabezpečenie. Autori v príspevku prezentovali kód pre redukciu vytvorený v systéme Matlab. Kód je použiteľný vo všeobecnosti v prípade bimaticových hier.

Príspevok bol vypracovaný v rámci projektu VEGA 1/0351/17 Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska.

Literatúra

1. Čemická, K. Č. (2011). Teória hier a aukcie na Slovensku a ich porovnania s ostatnými vo svete. *Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu : mezinárodní vědecký seminář : zborník*. Praha.
2. Dušek, F. (2002). MATLAB a SIMULINK úvod do používání. Pardubice.
3. GOGA, M. (2013). *Teória Hier.* Bratislava: Iura Edition, spol. s r. o.
4. Gombár, M. (2015). MATLAB – EFEKTÍVNY PROSTRIEDOK PRI VYUCOVANÍ TECHNICKÝCH. Bratislava.
5. Chobot, M. T. (1991). *Teória hier a rozhodovania.* Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.
6. MathWorks. (2017). *mathworks.com*. (MathWorks, Inc) Cit. 2017. Dostupné na Internete: https://www.mathworks.com/solutions.html?s_tid=gn_sol
7. PEKÁR, J. a. (2012). *Modelovanie rozmiestňovania recyklačných centier.* Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
8. Peško, Š. (2004). TEÓRIA HIER. Žilina.

Využitie maticových hier v oblasti sieťovej bezpečnosti

The Use of Matrix Games in the Field of Network Security

Zuzana Čičková[1], Matej Zagiba[2]

Abstrakt

Sieťová bezpečnosť sa vo svojej podstate zaoberá zabezpečením sietí a sieťových zariadení. Súčasťou je tiež prevencia a kontrola neoprávneného prístupu alebo prevencia odcudzenia dát. Predikciu správania sa racionálnych subjektov možno podporiť matematickými modelmi, ktoré obsahovo zastrešuje teória hier. V príspevku sa zameriavame sa maticové hry a ich možné aplikácie v oblasti internetovej bezpečnosti, pričom termínom hra tu označujeme strategický boj o kontrolu siete. Budeme formulovať generalizovaný problém, kde v hre vystupuje jeden útočník (zastupujúci všetkých útočníkov) a jeden obranca (generalizovaný pojem pre všetky subjekty ako sú správcovia systému a bezpečností pracovníci, s rovnakým cieľom obrany siete) a poukážeme na možnosti nájdenia rovnováhy tohto systému.

Kľúčové slová

sieťová bezpečnosť, teória hier, maticové hry

Abstract

In essence network security deals with securing networks and connected devices. This includes prevention and control of unauthorized access to network, devices and data. A behavior of rational subjects can be predicted using mathematical models from the game theory field. In our paper we will concentrate on matrix games and their possible usage in the internet security domain. By the term game we mean a strategic battle over network control. We will formulate a generalized problem where one attacker (representing all attackers) and one defender (a generalized term for all entities such as system administrators and security personnel, with the same goal of network defense) are playing in the game and point out the possibilities of finding a equilibrium of the system.

Key words

Network security, Game theory, Matrix games

JEL classification

C71, C61

1 Úvod

Teória hier je matematickým nástrojom, ktorý metodicky stanovuje strategické voľby pre štruktúrované a analyzované problémy, kde situáciu modelujeme ako hru, kde vyžaduje od rozhodujúceho sa vyčíslenie výplat hráčov a ich strategické možnosti s cieľom stanoviť efektívne reakcie. Zameranie teórie hier predurčuje využitie jej nástrojov v mnohých

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, cickova@euba.sk.

[2] Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava, Matej.Zagiba@uniba.sk.

oblastiach. Tento príspevok je venovaný oblasti *sieťovej bezpečnosti*. Sieťová bezpečnosť je jedným z mnohých odborov informatiky, ktorá sa vo svojej podstate zaoberá zabezpečením sietí a sieťových zariadení. Zaoberá sa tiež prevenciou a kontrolou neoprávneného prístupu alebo prevenciou odcudzenia dát. Zvlášť v novovzniknutej oblasti *internetu vecí* (IoT) existuje výrazný rozpor medzi bezpečnostnými požiadavkami a širokým prístupom k ponúkaným službám. V dôsledku priekopníckej povahy IoT oblasti je počet prác využívajúcich teóriu hier na problematiku bezpečnosti a dôvery obmedzený. Stručný prehľad prác možno nájsť v (Čičková a Zagiba, 2017). V príspevku sa venujeme maticovým hrám a ich možnému využitiu v oblasti sieťovej a IoT bezpečnosti. Najskôr uvedieme základnú charakteristiku maticových hier, pričom budeme túto hru formalizovať. Potom budeme v súlade s použitou formalizáciou formulovať príklad bezpečnostnej hry.

2 Maticové hry

V tejto časti uvedieme stručnú charakteristiku základného typu hier, známych tiež ako *maticové hry* (Chobot a kol, 1991, Goga, 2013). Maticové hry predstavujú najjednoduchší model konfliktnej rozhodovacej situácie (modelovo zaradený pod lineárne programovanie). Hru budeme charakterizovať ako tzv. hru v normálnom tvare, kde každý z hráčov realizuje jediné rozhodnutie súčasne s ostatnými hráčmi. Hra v normálnom tvare má tieto charakteristiky: *množinu hráčov, množinu stratégií hráčov, funkcie platieb hráčov*. Maticová hra zohľadňuje tieto predpoklady: Hráči sú inteligentní. Obaja hráči volia nezávisle (bez informácie o voľbe protihráča) jednu z konečného počtu variantov správania (stratégií). Záujmy hráčov sú pritom diametrálne protikladné (antagonistický konflikt), t.j. zisk jedného z hráčov je sprevádzaný stratou druhého. Otázkou je akú stratégiu má hráč zvoliť tak, že voľbou inej stratégie nemôže zvýšiť svoj zisk.

Ďalej budeme takúto situáciu formalizovať. Nech P={1,2} označuje množinu hráčov. Hráči majú konečné množiny stratégií (X – hráč 1, Y – hráč 2}, hráči volia svoje stratégie. Výsledkom hry je karteziánsky súčin $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in X$ x Y, t.j. množina všetkých výsledkov hry. Hráči vedia ohodnotiť výsledky svojich rozhodnutí. Nech $M_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ je funkcia platieb hráča 1 a nech $M_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ je funkcia platieb hráča 2.

Hru s konštantným súčtom možno charakterizovať vzťahom: $M_1(x, y) + M_2(x, y) = c$, kde c je konštanta nezávislá od voľby stratégie (zvyčajne 0), preto platí: $M_2(x, y) = c - M_1(x, y)$.

Jednotlivé prvky množín X a Y možno usporiadať pomocou konečného počtu prirodzených čísel. Prvky množiny X usporiadame pomocou indexov $i = 1, 2, ...m$ a prvky množiny Y usporiadame pomocou indexov $j = 1, 2, ...n$. Hodnoty $M_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tak možno zapísať do matice $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$, kde a_{ij} udáva platbu hráča pri výsledku (i,j), kde ak $a_{ij} > 0$, hráč inkasuje a ak $a_{ij} < 0$, hráč platí. Maticu platieb hráča 2 možno vyjadriť ako $\mathbf{C}_{nxm} - \mathbf{A}^T_{mxn}$, kde $\mathbf{C}_{nxm}=\{c\}$.

Riešenie maticových hier realizujeme za týchto predpokladov: obaja hráči majú úplné informácie o modeli konfliktnej situácie, t.j. poznajú maticu platieb $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$, hráči sú inteligentní, t.j. hráč chce maximalizovať platbu (alebo minimalizovať stratu) a vie, že toto sleduje aj protihráč. Optimálne stratégie sú také stratégie, že voľbou inej stratégie si hráč nemôže polepšiť za predpokladu, že protihráč sa správa racionálne.

Ak v matici $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$ platí, že $\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = a_{i_0 j_0}$, tak $a_{i_0 j_0}$ je sedlový bod matice , t.j. hráč 1 si voľbou čistej stratégie i_0 zabezpečí, že platba nebude nižšia ako $a_{i_0 j_0}$ a hráč 2 si voľbou j_0 zabezpečí, že nebude musieť zaplatiť viac ako $a_{i_0 j_0}$. Voľbou inej stratégie si hráči môžu pohoršiť. Ak však platí $\max_i \min_j a_{ij} < \min_j \max_i a_{ij}$ tak neexistuje riešenie hry

v čistých stratégiách (neexistuje sedlový bod) a hľadáme riešenie hry v zmiešaných stratégiách (pravdepodobnostné rozdelenie použitia stratégií). Zmiešaná stratégia hráča 1 je potom *m*-rozmerný vektor **x**, $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1,2,...m$ a zmiešaná stratégia hráča 2 je *n*-rozmerný vektor **y**, $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1, \mathrm{y}_j \geq 0, j = 1,2,...n$ .Potom *strednú hodnotu platby* v maticovej hre pre hráča 1 možno zapísať ako:

$$E(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j = \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{y} \tag{1}$$

a strednú strednú hodnotu platby v maticovej hre pre hráča 2 možno zapísať ako:

$$c - \mathbf{x}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}\mathbf{y} \tag{2}$$

Riešenie takejto hry možno získať použitím týchto úloh lineárneho programovania:

Hráč 1:

$$\begin{aligned} & w \to \max \\ & \sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i \geq w, \; j = 1,2,...n \\ & \sum_{i=1}^{m} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, \; i = 1,2,...m \end{aligned} \tag{3}$$

Hráč 2:

$$\begin{aligned} & u \to \min \\ & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \leq u, \; i = 1,2,...m \\ & \sum_{j=1}^{n} y_j = 1 \\ & y_j \geq 0, \; j = 1,2,...n \end{aligned} \tag{4}$$

kde $u^{(0)} = w^{(0)} = E\left(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}\right)$ súčasne reprezentuje hodnotu hry.

Ďalej sa budeme venovať možnostiam využitia maticových hier v oblasti sieťovej bezpečnosti. Ako príklad použijeme tzv. *Prosumers Selection Game* (Rontidis et al., 2015), pričom však uvedenú hru zjednodušíme a použijeme vyššie uvedenú formalizáciu.

3 Bezpečnostné hry formulované ako maticové hry

Bezpečnostné hry poskytujú analytický rámec pre modelovanie vzájomného pôsobenia medzi útočníkmi, ktorých cieľom je kompromitácia sietí a medzi vlastníkmi alebo admistrátormi týchto sietí. Termínom hra tu označujeme strategický boj o kontrolu siete. V novej oblasti IoT sa používatelia môžu rozhodnúť zdieľať časť svojich údajov s poskytovateľmi služieb či aplikácii (prosumers). Stoja pred rozhodnutím, komu dôverovať a zveriť svoje údaje. Na správne zhodnotenie situácie potrebujú poznať bezpečnostné opatrenia jednotlivých poskytovateľov. Na druhej strane rovnaké informácie o prijatých opatreniach umožní útočníkom vytipovať, ktorí poskytovatelia sú preferovaní (t.j. s najsilnejšími opatreniami) a na tých útočiť so zvýšenou intenzitou. Predstavíme *Prosumers Selection Game – PSG* (Rontidis et al., 2015), pričom však predpoklady hry zjednodušíme a budeme formulovať maticovú jednokolovú hru dvoch hráčov s úplnými informáciami.

Ďalej uvedieme niekoľko termínov používaných v bezpečnostných hrách (Alphan a Baar, 2010, Rontidis et al., 2015):

Hráči. Vo všeobecnosti predstavujú útočníkov a obrancov daného systému alebo útočníkov a používateľov systému. V hre dvoch hráčov používame zovšeobecnenie, kde uvažujeme s jedným útočníkom (ktorý zastupuje všetkých útočníkov) a s jedným obrancom (generalizovaný pojem pre všetky subjekty ako sú správcovia systému a bezpečností pracovníci, s rovnakým cieľom obrany siete) alebo s jedným používateľom. Aj keď jednotliví útočníci môžu mať rôzne ciele, definícia jedného útočníka v značnej miere zjednodušuje formalizáciu danej hry. V *PSG* budeme uvažovať dva typy hráčov: používateľa, ktorý si vyberá poskytovateľov služieb tak, aby minimalizoval riziká a útočníka, ktorý sa snaží preniknúť do systému poskytovateľa. Používateľ vyžaduje komunikáciu s poskytovateľmi služieb a útočník chce kompromitovať poskytovateľa s cieľom odhaliť súkromné údaje používateľov.

Množiny stratégii hráčov. Množiny stratégií sú varianty správania jednotlivých hráčov. Napríklad v najjednoduchšom prípade by útočník disponoval len dvoma stratégiami „útočiť“ alebo „neútočiť“.

Platby hráčov. Platby hráčov sú výsledkami (ziskom) hráča pre každú kombináciu stratégií hráčov. Hráč tak vie vyhodnotiť dôsledky svojho rozhodnutia sa. Platby vo všeobecnosti závisia od viacerých faktorov (náklady detekcie útoku, náklady na falošný poplach a podobne).

Uvedenú situáciu budeme formalizovať. Hráč 1 bude predstavovať používateľa a hráč 2 predstavuje útočníka. Nech množina $PROS = \{1,2,\ldots.n\}$ reprezentuje všetkých poskytovateľov služieb. Každý používateľ môže zdieľať osobné údaje s ktorýmkoľvek z týchto poskytovateľov, vrátane ich kombinácií. Predpokladáme, že útočník ohrozuje poskytovateľov s cieľom vlastného benefitu. Definujme ďalej úroveň bezpečnosti každého *i*-teho poskytovateľa, $i \in PROS$ ako náhodnú premennú $s_i \in \langle 0,1)$, ktorej rozdelenie je známe obom hráčom. Úroveň zraniteľnosti *i*-teho poskytovateľa potom možno vyjadriť ako $1-s_i$. Cieľom hráča 1 je zvoliť si k z n poskytovateľov služieb $(k \le n)$, teda určuje podmnožinu $PROS' \subseteq PROS$, čo možno modelovať premennými $\mathbf{x} = \{x_i\}$, $i \in PROS$, $x_i = \langle 0,1 \rangle$. Čisté stratégie hráča 1 sú takéto: $x_i = 1$ len ak používateľ zvolí jedného konkrétneho *i*-teho, $i \in PROS'$ poskytovateľa, $x_i = 0$ ak $i \notin PROS'$ (*i*-ty poskytovateľ nie je zvolený). Zmiešanú stratégiu reprezentujú premenné $x_i = (0,1)$, je to teda pravdepodobnosť výberu *i*-teho poskytovateľa. Stratégie hráča 2 možno charakterizovať ako $\mathbf{y} = \{y_i\}$, $i \in PROS$, kde

v prípade čistej stratégie platí $y_i = 1$, teda priamo určíme napadnutého poskytovateľa, v prípade zmiešanej stratégie $y_i = (0,1)$ charakterizuje pravdepodobnosť napadnutia *i*-teho poskytovateľa. Hodnotu dát používateľa označme ako *v*.

Ďalej sa budeme venovať formalizácii platieb jednotlivých hráčov a budeme pritom uvažovať s hrou s nulovým súčtom.

Predpokladajme, že si používateľ vyberie poskytovateľa *i*, $i \in PROS'$ a tento bude napadnutý útočníkom. Potom s pravdepodobnosťou $1 - s_i$ používateľ stratí *v* (hodnota jeho dát). Zisk útočníka je *v* s pravdepodobnosťou $1 - s_i$. V prípade $i \notin PROS'$ je strata používateľa aj zisk útočníka nulové. Označme ďalej $r_i = (1 - s_i)v$ bezpečnostný risk používateľa pri výbere *i*-teho poskytovateľa, $i \in PROS$. Strednú hodnota platby v takejto hre pre hráča 1 možno potom vyjadriť ako:

$$E_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\sum_{i \in PROS} r_i x_i y_i \tag{5}$$

a pre hráča 2 platí:

$$E_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i \in PROS} r_i x_i y_i \tag{6}$$

Na riešenie týchto úloh možno použiť postup uvedený v časti 1, kde vzťahy (1) a (2) nahradíme vzťahmi (5) a (6) a následne modifikujeme modely (3) a (4).

4 Záver

Tento príspevok bol venovaný možnostiam využitia maticových hier v oblasti sieťovej bezpečnosti s príkladom aplikácie v IoT. Možnosti predvídať výsledky hry umožňujú obrancom (správcom systému) predikovať správanie sa útočníkov, a tak nastaviť adekvátny spôsob ochrany siete. Spojenie týchto dvoch oblastí možno považovať za nový a otvorený problém, čo vidieť aj z pionierskych prác vypracovaných na túto tému. Vybrané uvádzame: (Alphan a Baar, 2010, Duan et al., 2014, Fielder et al., 2014, Hamdi a Abie, 2014, Chen et al., 2014, Rontidis et al., 2015). Ďalšie aplikácie teórie hier v oblasti sieťovej bezpečnosti budú predmetom ďalšieho výskumu autorov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 *Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska*

Literatúra

1. Alphan, T., Baar, T. (2010). *Network Security: A Decision and Game-Theoretic Approach*. New York: Cambridge University Press.
2. Čičková, Z., Zagiba, M. (2017). *Sieťová bezpečnosť a teória hier*. Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi XII [elektronický zdroj].Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
3. Dlouhý, M., Fiala, P. (2015). *Teorie ekonomických a politických her.* Praha: Oeconomica.

4. Duan, J., Gao, D., Yang, D., Foh, C., Chen, H. (2014). *An Energy-Aware Trust Derivation Scheme With game-theoretic Approach in Wireless Sensor Networks for IoT Applications*. IEEE IoT Journal, Vol. 1, No. 1.
5. Fielder A., Panaousis E., Malacaria P., Hankin C., Smeraldi F. (2014). *Game Theory Meets Information Security Management*. In Proc. of the 29th IFIP International Information Security and Privacy Conference.
6. Goga, M. (2013). *Teória hier.* Bratislava: Iura Edition.
7. Hamdi, M., Abie, H. (2014). *Game-Based Adaptive Security in the Internet of Things for eHealth*. In Proc. of the IEEE International Conference on Communications (ICC).
8. Chobot, M.,Turnovec, F.,Ulašín, V. (1991). Teória hier a rozhodovania. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.
9. Chen P., Cheng S., Chen K. (2014). *Information Fusion to Defend Intentional Attack in Internet of Things*. IEEE IoT Journal, Vol. 1, No.4.
10. Rontidis, G., Panaousis, E., Laszka, A., Dagiuklas, T., Malacaria, P., Alpcan, T. (2015). *A game-theoretic approach for minimizing security risks in the Internet-of-Things*. IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW), London.

Podmienky optimálnosti v úlohe cenovej regulácie na báze Averchovho - Jonesovho modelu

Optimality Conditions in the Price Regulation Problem on the Base of the Averch – Jones Model

Michal Fendek[1]

Abstrakt
Téma cenovej regulácie na trhu sieťových odvetví predstavuje v súčasnosti v podmienkach Slovenska obzvlášť ambicióznu problematiku, nakoľko otázky optimalizácie cenových stratégií v súčasnosti rezonujú pomerne intenzívne v odbornej verejnosti. Metodologicky klasickú schému rozhodovania regulovanej firmy na báze regulácie miery návratnosti investícií popísali a teoreticky zdôvodnili v dnes už historickej práci H. Averch a L. Johnson a v odbornej literatúre sa obvykle uvádza ako Averchov – Johnsonov efekt. Model je používaný na identifikáciu sklonu firmy regulovanej na báze regulácie miery návratnosti investícií k využívaniu neprimerane vysokého podielu kapitálu v porovnaní s prácou pri výrobe určitého množstva produkcie. V príspevku uvedieme exaktnú formuláciu Averchovho – Johnsonovho optimalizačného modelu a vysvetlíme interpretačné aspekty podmienok optimálnosti Kuhna–Tuckera relevantnej úlohy matematického programovania.

Kľúčové slová
Sieťové odvetvia, regulačný mechanizmus, primeraný zisk regulovaného odvetvia, miera regulácie, Averchov-Johnsonov model, podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera

Abstract
In relation with objectification and increases in nationwide operation effectiveness of natural monopolies in network industries on the market the role of regulation mechanisms is increasing. Its aim is the closest approximation of proportions between price and level of network industry products supply to the situation which would occur in the conditions of market competition. The objective of regulation mechanisms is to find an appropriate proportion between price and product supply of network industry under assumption of the existence competitive market. With regard to analysis of equilibrium in network industries models it is important to point out that except for competition policy protection the state fulfils another specific task – regulation of network industries. The conditions for equilibrium of network industries and methods of their regulations will be examined in the paper. The stress will be laid on the regulation on the base of returns – Rate of Return Regulation. For the optimization problems we will formulate the Kuhn-Tucker optimality conditions and we will study their interpretation options.

Key words
Network industries, regulation mechanisms, reasonable profit in regulated industries, rate of return regulation, Averch-Johnson model, Kuhn-Tucker optimality conditions

JEL classification
C02, C61, L51

[1] Ekonomická univerzita Bratislava, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, Slovakia, e-mail: fendek@euba.sk.

1 Úvod

Momentálna situácia globalizovaného ekonomického prostredia, a to treba zdôrazniť, nie je vonkoncom jednoduchá. Problémom, ktoré boli v nedávnej minulosti vyvolané, a to či už priamo alebo sekundárne, finančnou, resp. hospodárskou krízou čelili a ešte stále sporadicky čelia rovnako vyspelé, ako i menšie ekonomiky. Pravdaže, ani Slovensko nie je výnimkou. Sme svedkami rastu komplikácií prakticky vo všetkých sférach hospodárskeho života.

Pokúšame sa analyzovať zdroje a príčiny týchto komplikácií ale najmä viac-menej seriózne identifikovať alternatívy nástrojov jej riešenia. Naša pozornosť sa sústreďuje najmä na tie segmenty ekonomiky, kde vidíme a niektorí aspoň tušíme priestor na riešenie týchto problémov. Je prirodzené, že vysoká atraktivita pre takéto analýzy, alebo aspoň zamyslenia je pripisovaná tým sektorom ekonomiky, ktoré sa vyznačujú vysokým stupňom vplyvu na rozvoj ekonomiky. Do tejto sféry nášho záujmu pri prijatí takejto hypotézy potom celkom zákonite a predovšetkým jednoznačne patria i subjekty sieťových odvetví, ktorých významný vplyv na rozvoj ekonomiky je neoddiskutovateľný.

Stredobodom problematiky analýzy vplyvu sieťových odvetví sú de facto otázky regulácie, resp. cenovej regulácie sieťových odvetví, ktoré sa v súčasnosti stávajú veľmi aktuálnou a relatívne frekventovanou témou diskusií odbornej ale i širšej verejnosti (Blum, U. et al., 2005). Je to pochopiteľné a celkom prirodzené, nakoľko komodity, ktoré sú predmetom ponuky subjektov sieťových odvetví, sú významným a často z hľadiska nákladových položiek dominujúcim segmentom spotrebiteľského koša ako domácností, tak aj podnikateľských subjektov. Ceny produktov sieťových odvetví teda zákonite výrazným spôsobom ovplyvňujú úroveň dopytu a sú teda jedným z dominujúcich faktorov kreovania rovnováhy na relevantných trhoch ekonomiky.

V súvislosti s objektivizáciou a zvyšovaním celospoločenskej efektívnosti pôsobenia prirodzených monopolov na trhu sieťových odvetví sa celkom zákonite zvyšuje úloha regulačných mechanizmov, ktorých cieľom je čo najviac priblížiť proporcie medzi cenou a úrovňou ponuky produktu sieťového odvetvia situácii, ku ktorej by na trhu došlo za predpokladu existencie konkurenčných trhových vzťahov. Treba si totiž uvedomiť, že subjekty sieťových odvetví v konečnom dôsledku pôsobia v trhovej štruktúre monopolu, resp. oligopolu.

Moderné trhové štruktúry v ekonomicky rozvinutých krajinách predstavujú vo všeobecnosti trhy nedokonalej konkurencie. Vieme prezentovať, že monopol v dôsledku svojho výlučného postavenia na trhu ako jediného dodávateľa výrobku alebo služby na relevantnom trhu, môže stanoviť takú trhovú cenu a ponúkať taký objem produkcie, ktorý mu umožní maximalizovať zisk nad rámec možností konkurenčnej firmy.

Monopol pravdaže koná v rámci legitímnych trhových podmienok a jeho pozícia je determinovaná reálnou situáciou na trhu. Na druhej strane je však prirodzené, aby existovali nástroje umožňujúce tento zisk monopolu prerozdeliť tak, aby jeho časť podporila celospoločenské ciele rozvoja ekonomiky krajiny, na trhu ktorej monopol pôsobí.

2 Podmienky optimálnosti v úlohe cenovej regulácie na báze návratnosti investícií

Rozhodnutie firmy o charaktere optimálnej kombinácie veľkosti ponuky a ceny produkcie je implikované typom trhovej štruktúry, v ktorej firma pôsobí. Zatiaľ čo v prostredí dokonalej konkurencie sú predávajúci vo vysokom počte a s malým trhovým podielom, takže sa prakticky nemusia brať navzájom do úvahy a môžu považovať trhové prostredie za dané, tak monopol, na strane druhej, je opačným extrémom, keďže pôsobí na trhu sám a nemá žiadnych konkurentov.

Monopol sa samozrejme usiluje využiť svoje výsadné postavenie na trhu a presadiť takú trhovú cenu, ktorá mu spolu s optimálnym objemom ponuky produkcie zabezpečí maximálny zisk. Zásadný rozdiel medzi správaním monopolu a firmou pôsobiacou v prostredí dokonalej konkurencie spočíva v tom, že monopol nie je nútený trhovú cenu iba pasívne akceptovať, ale môže ju aktívne kreovať (Fendek, M. – Fendeková, E., 2008)

Bez akéhokoľvek zveličovania teda možno konštatovať, že monopol v dôsledku svojho výlučného postavenia na trhu ako jediného dodávateľa výrobku alebo služby na relevantnom trhu, môže stanoviť takú trhovú cenu a ponúkať taký objem produkcie, ktorý mu umožní maximalizovať zisk spôsobom výhodnejším ako je to u konkurenčnej firmy.

Je známe, že dokonale konkurenčná firma ponúka svoju produkciu za trhovú cenu na úrovni marginálnych nákladov (tzv. prvé najlepšie riešenie), čo je situácia pre spotrebiteľov najvýhodnejšia. Na druhej strane monopol za predpokladu, že na trhu nepôsobí regulátor, predáva tovar za vyššiu cenu a v menšom objeme svojej ponuky, čo je situácia výhodná pre monopol, nie však pre spotrebiteľa a ani pre spoločnosť. Preto vyspelé ekonomiky zriaďujú inštitút tzv. regulátora pre výkon funkcie regulovania cien produkcie prirodzených monopolov.

Pravdepodobne najznámejšou a zároveň teoreticky najrozpracovanejšou schémou cenovej regulácie je metodologický princíp fungovania regulácie na báze návratnosti investícií (Fendek, M. – Fendeková, E., 2010), kde regulátor definuje riadiaci parameter *RoR* (schéme tzv. *RoR* regulácie), ako mieru návratnosti kapitálových investícií nasledovne

$$RoR \geq \frac{P \times Q - w \times L}{K} \tag{1}$$

kde

Q – objemy ponuky produkcie

L, K – objemy spotreby výrobných faktorov

w, r – ceny výrobných faktorov

pričom pre objem ponuky firmy na základe produkčnej funkcie $f(K,L)$ platí

$$Q = f(K, L)$$

a pre cenu produkcie P na základe cenovoodbytovej, resp inverznej dopytovej funkcie platí

$$P = P(Q)$$

Neregulovaná monopolistická firma stanoví svoj optimálny zisk na základe riešenia nasledovnej úlohy na voľný extrém

$$\pi(Q) = TR(Q) - w \times L - r \times K \rightarrow \max \tag{2}$$

$$Q, K, L \in R_{\geq 0}$$

kde

$TR(Q) = TR(f(K, L))$ - je funkcia tržieb monopolu

Riešením optimalizačnej úlohy (2) je optimálna ponuka monopolu Q^* a optimálne spotreby výrobných faktorov L^*, K^*. V prípade uplatnenia regulácie na báze výnosov na úrovni miery návratnosti investícií *RoR* musí monopol rešpektovať podmienku v tvare

$$RoR \geq \frac{TR(Q) - w \times L}{K} \Leftrightarrow TR(Q) - w \times L \leq RoR \times K \tag{3}$$

resp. po úprave

$$TR(Q) - w \times L - r \times K \leq RoR \times K - r \times K$$

$$\underbrace{TR(Q) - w \times L - r \times K}_{\pi(Q)} \leq RoR \times K - r \times K$$

$$\pi(Q) \leq (RoR - r) \times K$$

Je evidentné, že ak regulátor určí pre regulovaný subjekt mieru návratnosti *RoR* väčšiu ako je cena kapitálu *r*, a teda v prípade, že platí

$$RoR > r \Rightarrow RoR - r > 0$$

tak firma má pre každý kladný objem investovaného kapitálu *K* garantovaný aj kladný zisk $\pi(Q) > 0$.

Schému rozhodovania regulovanej firmy na báze regulácie miery návratnosti investícií popísali a teoreticky zdôvodnili H. Averch a L. Johnson a v odbornej literatúre sa obvykle prezentuje ako Averchov – Johnsonov efekt. Pojem Averchov – Johnsonov efekt je používaný na vysvetlenie a zdôvodnenie tendencie firmy regulovanej na báze *RoR* regulácie k využívaniu neprimerane vysokého podielu kapitálu v porovnaní s prácou pri výrobe určitého množstva produkcie.

Prezentované závery vyplývajúce zo vzťahu (3) skutočne naznačuje možnosť, aby firma neprimeraným a zbytočným kumulovaním kapitálových investícií zvyšovala svoj povolený „primeraný“ zisk. Preskúmajme tento predpoklad podrobnejšie. Regulovaná firma realizuje výpočet svojich optimálnych parametrov správania prostredníctvom riešenia nasledovnej optimalizačnej úlohy matematického programovania

$$\pi(Q) = TR(Q) - w \times L - r \times K \rightarrow \max_{Q,L,K}$$

pri ohraničeniach (4)

$$w \times L + RoR \times K - TR(Q) \geq 0$$

$$f(K,L) - Q = 0$$

$$Q, K, L \geq 0$$

a za predpokladu, že platí

$$RoR > r$$

Upravme optimalizačnú úlohy (4) na štandardný tvar (Jarre, F. - Stoer, J., 2004) , t. j. na minimalizačnú úlohu takto:

$$-\pi(Q) = w \times L + r \times K - TR(Q) \rightarrow \min_{Q,L,K}$$

pri ohraničeniach (5)

$$TR(Q) - w \times L - RoR \times K \leq 0$$

$$f(K,L) - Q = 0$$

$$Q, K, L \geq 0$$

Pre úlohu matematického programovania na viazaný extrém (5) skonštruujme zovšeobecnenú Lagrangeovu funkciu v nasledovnom tvare

$$\mathcal{L}(Q,K,L,\lambda,\mu) = w \times L + r \times K - TR(Q) + \lambda(TR(Q) - w \times L - RoR \times K) + \\ + \mu(f(K,L) - Q) \qquad (6)$$

Preskúmajme teraz platnosť podmienok optimálnosti Kuhna-Tuckera pre Lagrangeovu funkciu (6). Podmienky optimálnosti (Fendek, M. - Fendeková, E., 2012) formulujeme v tvare

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} \geq 0 \quad (a) \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} \geq 0 \quad (d) \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} \geq 0 \quad (g) \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \leq 0 \quad (j) \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 0 \quad (m)$$

$$Q\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} = 0 \quad (b) \qquad K\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \quad (e) \qquad L\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \quad (h) \qquad \lambda\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \quad (k)$$

$$Q \geq 0 \quad (c) \qquad K \geq 0 \quad (f) \qquad L \geq 0 \quad (i) \qquad \lambda \geq 0 \quad (l)$$

Po ďalšej úprave vzťahov podmienok pre optimálne hodnoty rozhodovacích premenných objem produkcie Q^*, spotreba výrobných faktorov L^*, K^* a optimálne hodnoty Lagrangeových multiplikátorov λ^*, μ^* z formulácií podmienok Kuhna – Tuckera dostávame ich vyjadrenie v tvare

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} \geq 0 \quad (a) \quad \frac{-\partial TR(Q)}{\partial Q} + \lambda\frac{\partial TR(Q)}{\partial Q} + \mu \geq 0 \quad (a) \quad \Rightarrow \quad (1-\lambda)\frac{\partial TR(Q)}{\partial Q} \leq \mu \qquad (a1)$$

$$Q\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q} = 0 \quad \Rightarrow \quad (b) \quad Q\left((1-\lambda)\frac{\partial TR(Q)}{\partial Q} - \mu\right) = 0 \qquad (b1)$$

$$Q \geq 0 \quad (c) \quad \Rightarrow \quad Q \geq 0 \qquad (c1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} \geq 0 \quad (d) \quad \Rightarrow r - \lambda \times RoR + \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial K} \geq 0 \Rightarrow \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial K} \geq \lambda \times RoR - r \qquad (d1)$$

$$K\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \quad (e) \quad \Rightarrow \quad K\left(r - \lambda \times RoR + \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial K}\right) = 0 \qquad (e1)$$

$$K \geq 0 \quad (f) \quad \Rightarrow \quad K \geq 0 \qquad (f1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} \geq 0 \; (g) \Rightarrow \quad w - \lambda \times w + \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial L} \geq 0 \Rightarrow \quad \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial K} \geq (\lambda - 1)w \qquad (g1)$$

$$L\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \; (h) \quad \Rightarrow \quad L\left((1-\lambda) \times w + \mu\frac{\partial f(K,L)}{\partial L}\right) = 0 \Rightarrow \qquad (h1)$$

$$L \geq 0 \quad (i) \quad \Rightarrow \quad L \geq 0 \qquad (i1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \leq 0 \quad (j) \quad \Rightarrow \quad TR(Q) - w \times L - RoR \times K \leq 0 \qquad (j1)$$

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \quad (k) \quad \Rightarrow \quad \lambda\,(TR(Q) - w \times L - RoR \times K) = 0 \qquad (k1)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (l) \qquad \Rightarrow \qquad \lambda \geq 0 \qquad (l1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 0 \quad (m) \qquad f(K,L) - Q = 0 \qquad (m1)$$

Analyzujme teraz vlastnosti optimálneho riešenia úlohy (4), resp. vlastnosti vektora (Q^*, K^*, L^*, λ^*, μ^*), ktorý vyhovuje podmienkam optimálnosti (*a1*), ..., (*m1*), ktoré poskytujú pomerne široké interpretačné možnosti pre model cenovej regulácie na báze *RoR* princípu. Na tomto miest nebudeme prezentovať celú škálu efektov, zameriame sa iba na bezprostredný dôsledok pre regulačný parameter *RoR*, ktorý je definovaný regulátorom.

Nebudeme sa zaoberať triviálnym prípadom, keby regulovaná firma nemala záujem dosiahnuť ani primeraný zisk definovaný regulátorom. V prípade, ak firma chce dosiahnuť úroveň zisku na hranici definovanej regulátorom, musí svoje optimálne riešenie nastaviť tak,, aby podmienka o hornej hranici prípustnej miery návratnosti investícií $w \times L + RoR \times K - TR(Q) \geq 0$ bola splnená ako rovnosť, to však znamená, že podmienka optimality (*j1*) sa v takomto prípade potom realizuje tiež ako rovnosť.

To je však garantovane splnené len vtedy ak optimálna hodnota Lagrangeovho multiplikátora λ^* je kladná, čo je napokon dôsledkom platnosti vzťahu (*k1*). Potom totiž na základe vzťahov (*j1*) a (*k1*) jednoznačne platí

$$\lambda^* > 0 \Rightarrow w \times L^* + RoR \times K^* - TR(Q^*) = 0 \qquad (7)$$

a podmienka (f1) sa transformuje nasledovne

$$0 < \lambda^* < 1, \ \ \mu^* > 0 \qquad (f2)$$

Ukážme, prečo sa podmienka (f1) zmenila na podmienku (f2). Takže:

- keby optimálna hodnota multiplikátora μ^* bola nulová z podmienky (a1) by vyplývalo, že optimálna hodnota multiplikátora $\lambda^*=1$ a z podmienky (c1) by platilo $r = RoR$, to znamená, že miera návratnosti investícií je na úrovni ceny investícií, čo je v rozpore s predpokladom modelu
- keby $\lambda^*=1$, potom $\mu^*=0$
- keby $\lambda^*>1$, potom by z podmienky (a1), resp. (b1) vyplývalo, že $\mu^*<0$, čo je v rozpore s podmienkou (f1).

Podmienka (7) de facto vysvetľuje Averchov-Johnsonov efekt. Základnou otázkou totiž je, ako reaguje regulovaná firma na to, že regulátor sprísni režim regulácie, to znamená zníži prípustnú mieru návratnosti investícií (Carlton, D.W. - Perloff, J. M., 2005). Zrejme sa to odrazí na jej objeme investícií do kapitálu *K*. Zmenu úrovne investícií do kapitálu dK^* vyvolanú zmenou prípustnej miery návratnosti *dRoR* môžeme vyjadriť na základe derivácie vzťahu (7) podľa premennej *RoR* takto:

$$\frac{dK^*}{dRoR} = \frac{K^*}{\frac{dTR(Q^*)}{dQ}\frac{\partial f(K^*, L^*)}{\partial K}} < 0 \tag{8}$$

čo znamená, že zníženie regulátorom povolenej miery návratnosti použitého kapitálu vyvolá u regulovanej firmy tendenciu nadbytočného a samoúčelného zvyšovania kapitálových investícií.

Zo vzťahu (7) teda vidíme, že logickým následkom takéhoto opatrenia je snaha regulovanej firmy o zvýšenie kapitálových investícii, čo jej umožní priblížiť sa k požadovanému objemu deklarovaného primeraného zisku

3 Záver

Na základe výsledkov analýzy Averchovho-Johnsonovho modelu môžeme formulovať nasledovné dôležité závery o správaní sa firmy regulovanej podľa princípu regulácie miery návratnosti použitého kapitálu:

a) Firma regulovaná podľa princípu regulácie miery návratnosti použitého kapitálu je v snahe zvyšovať svoj povolený „primeraný“ zisk motivovaná k neprimeranému a zbytočnému navyšovaniu kapitálových investícií.
b) Pri znížení miery návratnosti kapitálových výdavkov, za predpokladu, že naďalej platí bazálny vzťah *RoR* > *r,* reaguje firma v snahe zachovať objem zisku zvýšením kapitálových výdavkov.
c) Možno povedať, že zníženie miery návratnosti kapitálových výdavkov znamená pre regulovanú firmu sprísnenie podmienok regulácie.

Na základe analýzy správania firmy v podmienkach regulácie na báze návratnosti použitého kapitálu sme teda ukázali, že v tejto regulačnej schéme má firma tendenciu reagovať na sprísnenie podmienok regulácie zvýšením objemu využívaného kapitálu.

Zvýšenie objemu využívaného kapitálu však vonkoncom nie je tým, čo systém regulácie sleduje. Regulácia má za cieľ skôr ovplyvniť hodnoty iných, pre firmu, ale i ekonomiku dôležitých indikátorov, akými je objem produkcie, úroveň predaja výrobkov, resp. úroveň nákladov.

Preto boli vyvinuté aj iné formy cenovej regulácie, ktoré ovplyvňujú primeraný zisk firmy priamo na báze objemu jej produkcie, úrovne predaja výrobkov regulovanej firmy, resp. na báze výšky jej celkových nákladov. Cieľom je s použitím regulačných mechanizmov podporiť efektívny rozvoj regulovaného subjektu.

Príspevok je čiastkovým výstupom riešenia projektu Vedeckej grantovej agentúry Ministerstva školstva SR a Slovenskej akadémie VEGA MŠ SR č. 1/0697/15 „Optimalizačné modely a metódy ako nástroje efektívnej regulácie v modernej teórii organizácie sieťových odvetví“, 2015 – 2017.

Literatúra

1. Batson, R., & Dang, Y. (2010). *Applied Integer Programming: Modeling and Solution*. New York: Wiley and Sons.
2. Besanko, D.A., & Braeutigan, R.R. (2002). *Microeconomics. An integrated Approach*. New York: John Willey and Sons. ISBN 0-471-17064-X.
3. Blum, U., & Dudley, L. (2005). *Angewandte Intitutionökonomik*. Wiesbaden: Gabler Verlag. ISBN 3-409-1273-8.
4. Carlton, D. W., & Perloff, J. M. (2005). *Modern Industrial Organization*. Boston: Addison Wesley, 2005. ISBN 0-321-22341-1.

5. Fendek, M., & Fendeková, E. (2010). *Modely cenovej regulácie sieťových odvetví. Ekonomický časopis: časopis pre ekonomickú teóriu a hospodársku politiku, spoločensko-ekonomické prognózovanie*. Bratislava: Ekonomický ústav SAV: Prognostický ústav SAV, ISSN 0013-3035, 2010, roč. 58, č. 10, pp. 1039 – 1055.
6. Fendek, M., & Fendeková, E. (2012). *Podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera v modeloch rovnováhy trhu sieťových odvetví / Kuhn –Tucker optimality conditions in equlibrium models of network industry markets*. In Politická ekonomie : teorie, modelování, aplikace. - Praha: Vysoká škola ekonomická, ISSN 0032-3233. - Roč. 60, č. 6 (2012), s. 801-821.
7. Fendek, M., & Fendeková, E. (2009). *Models of regulation of network industries in Slovakia. In International journal of economics and business research*. - UK: Inderscience Enterprises Ltd, ISSN 1756-9850, 2009, vol. 1, no. 4, pp. 479-495.
8. Fendek, M., & Fendeková, E. (2008). *Mikroekonomická analýza*. Iura Edition, 2008. - 575 s. diagr. grafy, tab. - (Ekonómia). - ISBN 978-80-8078-180-4.
9. Fendeková, E., & Fendek, M. (2012). *Microeconomic analysis of cartel equilibrium model and the examples of cartel agreements solutions at the Antimonopoly office of the Slovak Republik.* In The Global Business & Economics Anthology: a publication of the B&ESI. - Danvers, MA, USA: Business & Economics Society International, 2012. - ISSN 1553-1392. - S. 364-375.
10. Jarre, F., & Stoer, J. (2004). *Optimierung*. Berlin: Springer Verlag. ISBN3-540-43575-1.
11. Martin, S. (2012). *Industrial Organization: A European Perspective*. Oxford: Oxford University Press.
12. Pepall, L., Richards, D. J., & Norman, D. (2004). *Industrial Organization: Contemporary Theory and Practice (with Economic Applications)*. New York: South-Western College Publishing.
13. Pfähler , P., & Wiese, H. (2005). *Unternehmensstrategien im Wettbewerb. Eine spieltheoretische Analyse*. Berlin: Springer Verlag.
14. Pindyck, R., & Rubinfeld, D. (2009). *Mikroökonomie.* Boston: Pearson. ISBN 978-3-8273-7282-6.
15. Sherman, R. (1990). *The regulation of monopoly.* Cambridge university press. Cambridge. ISBN 0-521-36862-6.
16. Shy, Oz. (2001). *The Economics of Network Industries*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kooperatívna okružná úloha

Cooperative vehicle routing problem

Dana Figurová[1], Zuzana Čičková[2]

Abstrakt
Problém distribúcie je veľmi diskutovaný problém v oblasti logistiky. Rôzne typy distribúcie možno modelovo zaradiť do triedy okružných úloh, ktorých podstatou je nájsť najlacnejšiu okružnú cestu s cieľom distribúcie komodít. Špeciálnym typom okružných úloh sú okružné úlohy s viacerými strediskami, kde optimalizujeme prepravu realizovanú použitím viacerých vozidiel, ktoré sú umiestnené vo viacerých centrálnych skladoch. Príspevok je zameraný na možnosti kooperácie v tomto type distribúcie. Jednotlivé sklady možno považovať za hráčov, ktorých záujmom je kooperovať s ostatnými hráčmi s cieľom minimalizácie svojich prepravných nákladov. Takýto predpoklad umožňuje použitie štandardných nástrojom teórie hier. Budeme sa tiež zaoberať vyčíslením benefitov vyplývajúcich so zlúčenia transportných požiadaviek jednotlivých hráčov.

Kľúčové slová
vehicle routing problem, multi depot, game theory, kooperácia

Abstract
The problem of distribution is a highly-discussed issue of logistics. Different types of distribution can be categorized as a part of vehicle routing problems, which main purpose is to find the cheapest routing way of distribution the commodities. A special type of vehicle routing problem is a multi depot vehicle problem, in which we optimize the distribution by using multiple vehicles located in multiple central depots. The article is focused on the possibilities of cooperation in this type of distribution. Individual depots can be considered as a player, whose interest is to cooperate with other players to minimize their transportation costs. This assumption of routing allows using standard methods of game theory. We will also quantify the benefits of cooperation, resulting from merging the transport requirements of individual players.

Key words
vehicle routing problem, multi depot, game theory, cooperation

JEL classification
C71, C61

1 Úvod

Podstatou okružných úloh je nájsť optimálnu, t.z. najkratšiu, najrýchlejšiu alebo v inom zmysle najmenej nákladnú okružnú cestu, ktorá spočíva v prepojení určitého počtu miest. S týmto problémom sa denne stretáva tisíce spoločností, ktoré sa zaoberajú dodávkou a zberom tovaru, prípadne osôb (Crevier et al., 2007). Základnými prvkami okružných úloh

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, danafigurova@gmail.com.

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, cickova@euba.sk.

sú dopravné siete, odberatelia, resp. zákazníci, sklady a vozidlá, pričom najčastejšie uvažujeme o zákazníkoch tak, že začiatočné aj konečné sídlo dodávateľa je totožné a každé miesto spotreby je zahrnuté práve raz. Okružné úlohy možno rôzne kategorizovať v závislosti od cieľov a obmedzení, ktoré sa vyskytujú v mnohých logistických a distribučných systémoch. Jednou z mnohých kategórií okružných úloh je aj problém rozvozu s viacerými strediskami, v rámci ktorej môže byť rovnaký zákazník obsluhovaný z rôznych stredísk dopravnej siete. V tomto príspevku sa budeme zaoberať možnosťou kooperácie v prípade okružnej úlohy s viacerými strediskami, kde optimalizujeme prepravu realizovanú použitím vozidiel, ktoré sú umiestnené vo viacerých centrálnych skladoch. Vo všeobecnosti predstavujú prepravné náklady veľkú časť prevádzkových nákladov spoločnosti a práve jedným z riešení na zníženie takýchto nákladov je spolupráca medzi jednotlivými logistickými spoločnosťami. Kooperatívne hry sú definované ako „*Teória, ktorá sa zaoberá predovšetkým koalíciou hráčov, ktorý skoordinujú svoje činnosti na to, aby dosiahli ďalšie výhody"* (Branzei et al., 2008). Práve teória kooperatívnej hry je využívaná na modelovanie takejto spolupráce medzi spoločnosťami. Lozano (2013) uviedol matematický model pre vyčíslenie benefitov vyplývajúcich zo zlúčenia transportných požiadaviek rozličných firiem. Dokázal, že dochádza k zníženiu spoločných prepravných nákladov práve z dôvodu použitia väčších alebo viacerých vozidiel a zvýšeného počtu pripojených ciest. Tejto problematike sa venovali viacerí autori (Zibaei et al., 2016), ktorých matematický model kooperácie v okružných úlohách budeme považovať za východiskový atribút tohto príspevku. Cieľom je priblížiť, ako môžu kooperatívne hry pomôcť obchodným spoločnostiam ušetriť prepravné náklady.

2 Problém rozvozu s viacerými strediskami

V tejto časti sa budeme venovať modifikovanej úlohe rozvozu, kde budeme uvažovať viacero stredísk a budeme modifikovať model uvedený v (Pekár a kol., 2012). Príslušné úlohy sú aplikovateľné v prípade, že firma disponuje viacerými centrálnymi skladmi. V modeli budeme predpokladať, že existuje k+1 stredísk, z ktorých môže vyjsť vozidlo (ale vozidlo môže ostať aj nevyužité, t. j. nemusí vyjsť) a počet vozidiel v strediskách nie je obmedzený. Z týchto východiskových stredísk požadujeme obsluhu m zákazníkov. Matematický model budeme formulovať v tzv. *úplnom* resp. *kompletnom hranovo ohodnotenom grafe* $\overline{G} = \left(N, \overline{H}\right)$. Nech: $N^{(1)} = \{0,1,...k\}$ je množina vrcholov reprezentujúca centrálne sklady (strediská) a nech množina $N^{(2)} = \{k+1, k+2,...m\}$ je množina vrcholov reprezentujúca odberateľov (zákazníkov), množina $N = N^{(1)} \cup N^{(2)}$ je potom množina všetkých vrcholov grafu. Nech $\overline{H} \subset N \times N$ predstavuje množinu hrán h_{ij}, $i, j \in N$ medzi všetkými vrcholmi i a j, pričom každej hrane h_{ij} je priradené reálne číslo d_{ij} nazývané ohodnotenie alebo tiež cena hrany h_{ij}. Toto ohodnotenie nech je najkratšou vzdialenosťou medzi uzlami i a j. Každý zo zákazníkov so sídlom vo vrchole i, $i \in N^{(2)}$, požaduje dovoz určitého množstva tovaru, vo všeobecnosti označme toto množstvo ako q_i, $i \in N^{(2)}$. Obsluha je uskutočnená pomocou vozidiel s rovnakou kapacitou g jednotiek. Cieľom je určiť také jazdy vozidiel, pri ktorých budú uspokojené požiadavky všetkých zákazníkov (požiadavky zákazníkov budú pritom realizované len v celku, t. j. ak vozidlo obslúži zákazníka, bude realizovaná jeho celá požiadavka na rozvoz), pričom v žiadnej jazde nebude prekročená kapacita vozidla. Cieľom je minimalizovať celkovú prejdenú vzdialenosť. V modeli implicitne predpokladáme, že $q_i \leq g$ pre všetky $i \in N^{(2)}$, t. j. veľkosť požiadavky každého zákazníka neprekročí kapacitu vozidla.

Ďalej budeme predpokladať, že vozidlo po obsluhe zákazníkov môže byť opätovne naložené, resp. vyložené aj v inom stredisku ako bolo východiskové stredisko a opätovne potom uskutočniť žiadaný rozvoz, resp. zvoz.

V modeli budeme používať binárne premenné x_{ij} $(i, j \in N,\ i \neq j)$ s nasledujúcim významom:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ ak hrana medzi vrcholmi } i \text{ a } j \text{ je súčasťou okružnej trasy} \\ 0, \text{ v opačnom prípade} \end{cases}$$

a tiež nezáporné premenné $u_i,\ i \in N^{(2)}$ reprezentujúce kumulatívny náklad vozidla po daný uzol.

Matematický model *problému rozvozu s viacerými strediskami* možno potom formulovať takto:

$$\min f(\mathbf{X},\mathbf{u}) = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1,\ j \in N^{(2)},\ i \neq j \tag{2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1,\ i \in N^{(2)},\ i \neq j \tag{3}$$

$$\sum_{j \in N^{(2)}} x_{ij} \leq 1,\ i \in N^{(1)} \tag{4}$$

$$u_i + q_j - g(1 - x_{ij}) \leq u_j,\ i \in N,\ j \in N^{(2)},\ i \neq j \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = \sum_{j \in N} x_{ji},\ i \in N \tag{6}$$

$$q_i \leq u_i \leq g,\ i \in N^{(2)} \tag{7}$$

$$u_i = 0,\ i \in N^{(1)} \tag{8}$$

$$q_i = 0,\ i \in N^{(1)} \tag{9}$$

$$x_{ij} \in \{0,\ 1\},\ i, j \in N,\ i \neq j \tag{10}$$

Podmienky (2) zabezpečujú, že ku každému zo zákazníkov príde vozidlo práve raz a podmienky (3) zabezpečujú, že od každého zákazníka vozidlo odíde práve raz. Podmienky (4) určujú, že z každého východiskového vrcholu vyjde maximálne jedno vozidlo. Vytvoreniu parciálnych podcyklov (okrem takých podcyklov, ktoré obsahujú jedno zo stredísk) zabraňujú podmienky (5) a spolu s podmienkami (7) a (8) zabezpečujú aj podmienku neprekročenia kapacity vozidiel a bilanciu nákladu vozidla. Podmienkou (9) je zabezpečené nastavenie nulového nákladu vozidla v stredisku. Obmedzenia (6) zabezpečujú súvislosť jednotlivých trás.

3 Kooperatívny problém rozvozu a jeho benefity

Prijmime teraz predpoklad, že majitelia jednotlivých skladov sú rozdielne subjekty (hráči), Hráči majú možnosť navzájom kooperovať a vytvárať koalície a tak prípadne znižovať svoje prepravné náklady. Okrem predpokladov uvedených v časti 2 uvažujme, že

každý z hráčov vlastní iba jeden sklad a má svojich vlastných zákazníkov, pričom však vozidlá hráča možno využiť aj na obsluhu iného hráča v prípadnej koalícii. Počet možných koalícii je tak $2^{k+1}-1$. Nech $N_s^{(1)} \subset N^{(1)}$ je množinou koalície hráčov. Rozdeľme tiež množinu zákazníkov na základe ich príslušnosti k jednotlivým hráčov, potom zákazníci koalície S budú označovaní ako $N_S^{(2)}$. Množina $N_s = N_s^{(1)} \cup N_s^{(2)}$ je tak množinou reprezentujúcou strediská aj zákazníkov koalície S. Potom optimálne rozvozy jednotlivých koalícií možno vyčísliť použitím tohto modelu:

$$c^S = \min f(\mathbf{X},\mathbf{u}) = \sum_{i \in N^{(S)}} \sum_{j \in N^{(S)}} d_{ij} x_{ij} \tag{11}$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1,\ j \in N_s^{(2)},\ i \neq j \tag{12}$$

$$\sum_{j \in N_S} x_{ij} = 1,\ i \in N_s^{(2)},\ i \neq j \tag{13}$$

$$\sum_{j \in N_S^{(2)}} x_{ij} \leq 1,\ i \in N_s^{(1)} \tag{14}$$

$$u_i + q_j - g(1 - x_{ij}) \leq u_j,\ i \in N_S,\ j \in N_s^{(2)},\ i \neq j \tag{15}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = \sum_{j \in N} x_{ji},\ i \in N_S \tag{16}$$

$$q_i \leq u_i \leq g,\ i \in N_s^{(2)} \tag{17}$$

$$u_i = 0,\ i \in N_s^{(1)} \tag{18}$$

$$q_i = 0,\ i \in N_s^{(1)} \tag{19}$$

$$x_{ij} \in \{0,\ 1\},\ i, j \in N_s,\ i \neq j \tag{20}$$

Pričom význam podmienok (11)-(20) je analogický ako význam podmienok (1)-(10). Skalár c^S (11) reprezentuje hodnotu celkových prepravných nákladov koalície S.

Vyčíslenie úloh prislúchajúcich k modelu zabezpečí nájdenie najlacnejšieho rozvozu koalície S. Zaoberajme sa teraz ekonomickým efektom vytvárania koalícií. Je zrejmé, že každý z hráčov by mohol realizovať svoj rozvoz individuálne. Nech index $p = i, i \in N_S^{(1)}$, označuje index hráča v koalícii S. Potom nech množina $N_p^{(2)}$ je množinou zákazníkov hráča p a množina $N_p = \{i, N_p^{(2)}\}$ je množinou zákazníkov hráča p rozšírená o jeho pozíciu (stredisko). Potom optimálny rozvoz hráča p možno vyčísliť použitím tohto modelu.

$$c^p = \min f(\mathbf{X},\mathbf{u}) = \sum_{i \in N_p} \sum_{j \in N_p} d_{ij} x_{ij} \tag{21}$$

$$\sum_{i \in N_p} x_{ij} = 1,\ j \in N_p^{(2)},\ i \neq j \tag{22}$$

$$\sum_{j \in N_p} x_{ij} = 1,\ i \in N_p^{(2)},\ i \neq j \tag{23}$$

$$u_i + q_j - g(1 - x_{ij}) \leq u_j,\ i \in N_p,\ j \in N_p^{(2)},\ i \neq j \tag{24}$$

$$q_i \le u_i \le g\,,\ j \in N_p^{(2)} \tag{25}$$

$$u_0 = 0 \tag{26}$$

$$x_{ij} \in \{0,\ 1\}\,,\ i,\ j \in N_p\,,\ i \ne j \tag{27}$$

Význam podmienok (22) a (23) je ekvivalentný významu podmienok (2) a (3). Podmienky (24) sú ekvivalentné podmienkam (5), podmienky (25) sú ekvivalentné podmienkam (7) a podmienka (26) je významom ekvivalentná podmienkam (9). Skalár c^P (21) tak reprezentuje hodnotu celkových prepravných nákladov hráča *p*.

Označme hodnotu účelovej funkcie získanú použitím modelu (11)-(20) pre koalíciu *S* ako c^S. Potom pre vytvorenie koalície *S* je nevyhnutné splnenie predpokladu, t.j.

$$c^S \le \sum_{p \in S} c^p \tag{28}$$

Teda ak sú náklady koalície menšie ako súčet nákladov jednotlivých hráčov, hráči by mali mať tendenciu kooperovať. Ušetrené náklady koalície reprezentuje rozdiel:

$$\sum_{p \in S} c^p - c^S \tag{29}$$

Koaličné správanie sa hráčov však musí súčasne podliehať dohodám o prerozdelení výhier. Je zrejmé, že takéto dohody musia rešpektovať aspoň tzv. axiómy racionality (Chobot a kol.,1991). Základné uvedieme:

- axióma individuálnej racionality, t.j. hráč musí v koalícii získať aspoň toľko, koľko by si zabezpečil individuálnym postupom,
- axióma kolektívnej racionality (paretovskej optimality), t.j. hráči si medzi sebou rozdelia maximálnu sumu, ktorú možno v kolektívnej hre získať
- axióma koaličnej racionality (paretovskej optimality), t.j. žiadna subkoalícia koalície *S* nemôže zabezpečiť jej členom vyššiu platbu ako členstvo v koalícii *S*.

Problém rozdelenia platieb hráčov je riešený v teórii vyjednávania, ktorá ponúka viacero nástrojov na jeho riešenie, napríklad Nashovo riešenie, rovnostárske riešenie, utilitárne riešenie, riešenie Kalai-Smorodinsky a podobne (Dlouhý a Fiala, 2015).

4 Záver

Rôzne typy okružných problémov umožňujú matematicky modelovať mnohé reálne situácie a tak priblížiť problematiku matematického modelovania potrebám praxe. Tento príspevok bol zameraný na prepojenie okružných úloh s teóriou hier v prípade kooperatívneho správania jednotlivých hráčov, resp. logistických spoločností, na základe čoho boli zostavené zodpovedajúce matematické modely. Teóriu kooperatívnych hier označujeme ako model spolupráce firiem, z ktorého vyplývajú značné benefity pre jednotlivé logistické spoločnosti. Základnou úvahou je to, že práve kooperácia medzi spoločnosťami vedie k znižovaniu nákladov na prepravu a teda môže viesť k zvýšeniu výkonu a celkového zisku.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 *Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska*

Literatúra

1 Branzei, R., Dimitrov, D., & Tijs, S. (2008). Models in cooperative game theory. New York: Springer Science & Business Media. ISBN: 978-3-540-77953-7

2 Dlouhý, M., & Fiala, P. (2015). *Teória ekonomických a politických her.* Praha: Vydavateľstvo Oeconomica. ISBN: 978-80-245-2124-4

3 Chobot, M., Turnovec, F., & Ulašín, V. (1991). *Teória hier a rozhodovania centier*. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.

4 Crevier, B., Cordeau, J., & Laporte, G. (2007). *The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes*. Canada: European Journal of Operational Research, 176(2), 756-773. doi: 10.1016/j.ejor.2005.08.015

5 Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Díaz, B., & Algaba, E. (2013). *Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation.* Spain: European Journal of Operational Research, 229(2), 444-452. doi: 10.1016/j.ejor.2013.02.034

6 Pekár, J., Brezina, I., Čičková, Z., & Reiff, M. (2012). *Modelovanie rozmiestnenia recyklačných centier*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. ISBN:978-80-225-3349-2

7 Zibaei, S., Hafezalkotob. A., & Ghashami, S. (2017). *Cooperative vehicle routing problem: an opportunity for cost saving.* Retrieved September 18, 2017, from <http://link.springer.com/article/10.1007/s40092-016-0142-1>

Problémy použitia ADD-metódy a DROP-metódy v lokačných problémoch
Problems of using ADD-method and DROP-method for plant locations problem

Pavel Gežík[1]

Abstrakt
Rozmiestňovacie úlohy riešia voľbu umiestnenia vybraného zariadenia/zariadení alebo prevádzok prostredníctvom optimalizácie, ktorá najčastejšie prebieha na základe vhodného rozmiestnenia podľa vzdialenosti k výrobe, resp. k spotrebiteľom. ADD-metóda a DROP-metóda patria medzi základné heuristické metódy, ktoré riešia túto problematiku.
Tieto metódy sú pomerne jednoduché na aplikáciu v prípadoch s malým rozsahom, avšak neposkytujú vždy optimálne riešenie. Zároveň je s aplikáciou spojené množstvo problémov, ktoré vychádzajú zo zadania úlohy.
Príspevok ilustruje použitie uvedených metód na konkrétnom príklade, kde poukazuje na formu zadania príkladu ale aj spôsob riešenia. Tieto heuristické metódy majú špecifický postup riešenia a často kroky algoritmu vedú k nelogickým výsledkom. Vhodnosť ich použitia radikálne záleží na forme, špecifikách a náročnosti konkrétnej úlohy. Ukázané dve metódy sa odlišujú v základnom princípe výberu a najmä vo využití, resp. v očakávaných výsledkoch.

Kľúčové slová
ADD-metóda, DROP-metpóda, potenciálne oblasti prevádzok

Abstract
The location problems solve the choice of the location of the selected device/s or plant by optimization. This optimization most often depends on the appropriate location of facility or plant based on the distance to production or to consumers. The ADD-method and DROP-method are basic heuristic methods which can be used for this optimization.
These methods are relatively simple to apply in small-scale cases but they do not always provide the optimal solution. There are a lot of problems and inconveniences associated with the application and solution this kind of location problems.
The paper illustrates the use of these methods in a specific example and it points to the base of the example as well as the way of solution. These heuristic methods have a specific solution approach and often the algorithms of them lead to illogical results. The suitability of their use depends radically on the form, specificity and difficulty of a task. These methods are different in the basic selection principle and especially in the use, respectively in the expected results.

Key words
ADD-method, DROP-method, potential areas of facilities

JEL classification
C61, L91

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, pavel.gezik@euba.sk

1 Úvod

Optimalizácia rozmiestňovania patrí medzi priestorovú optimalizáciu alebo pri využití sieťového grafu k optimalizácii v teórii grafov. Je využívaná pri množstve úloh ako aj problematík, ktoré sú zamerané na riešenie umiestnenia napr. skladov, obchodných prevádzok alebo výrobných podnikov využívajúcich sklady. Vždy sa vychádza z predpokladu, že v rámci istého územia alebo teda priestoru je nutné nájsť vhodné umiestnenie zariadenia, ktoré bude obsluhovať dané územie na základe zvolených kritérií.

Voľba tohto umiestnenia vybraného zariadenia alebo zariadení podlieha optimalizácii, ktorá môže byť riešená podľa rôznych charakteristík a vlastností. Najčastejšie avšak prebieha na základe vhodného rozmiestnenia podľa vzdialenosti k spotrebiteľom. Takáto optimalizácia je v praxi označovaná ako lokalizácia zariadení s cieľom minimalizácie vzdialenosti (Brezina, 2009).

Tieto úlohy optimalizácie rozmiestnenia (alokácie) zariadení z angl. „plant location problem“ alebo „facility location problem“ patria do radu tzv. rozmiestňovacích úloh, ktorých riešenie je zvyčajne založené na využití prístupov riešenia úloh celočíselného, respektíve dynamického programovania. Existuje aj množstvo lokačných úloh, kde sa s využitím úloh lineárneho programovania riešia možné špecifiká a pridávajú k úlohám rôzne ohraničenia.

Tieto prístupy sú ale náročné na výpočet kvôli množstvu možností a patria medzi tzv. NP-ťažké úlohy. Je to z dôvodu, že pri väčšine úloh tohto charakteru vznikli rôzne heuristiky. Prostredníctvom heuristík je možné v pomerne krátkom čase dosiahnuť uspokojivé riešenia, bežné označované ako subopitmálne riešenia. Existuje množstvo heuristických metód na lokalizáciu skladových priestorov ako napr. tzv. ADD-metóda a DROP-metóda, ktoré je možné jednoducho použiť na lokalizáciu zariadení bez a s kapacitným ohraničením.

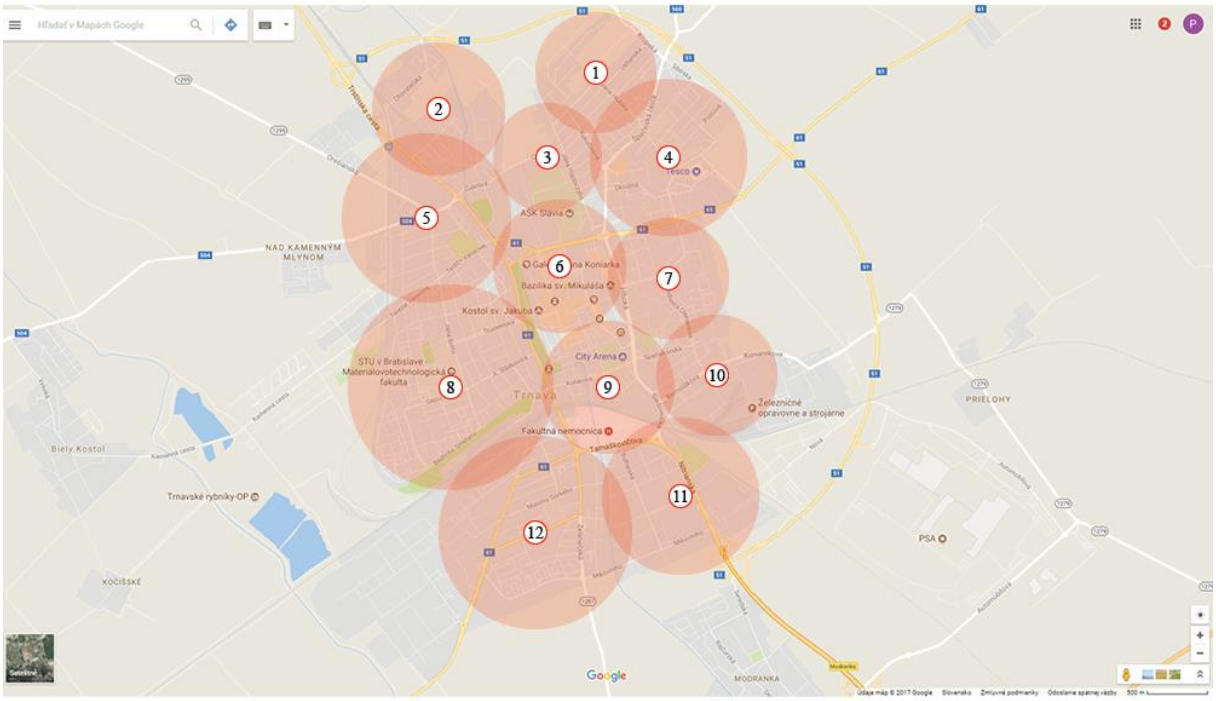
ADD-metóda a DROP-metóda patria medzi heuristické metódy, ktoré sú pomerne jednoduché na aplikáciu v prípadoch s malým rozsahom. Avšak tieto metódy neposkytujú vždy optimálne riešenie. Zároveň tieto metódy majú problémy pri výbere menšieho množstva zariadení, kedy nimi vypočítané suboptimálne riešenie je často nepoužiteľné.

2 Zadanie a predpoklady ilustračného príkladu a podstata riešenia

Spomínané problémy možno ilustrovať na príklade rozmiestnenia maloobchodných prevádzok v meste Trnava. Východiskom ich aplikácie sú demografické údaje mesta Trnava. Nakoľko 5 administratívnych častí mesta Trnava má rôznu rozlohu a aj urbanisticky nezohľadňujú konzistentne jednotlivé sídliska, resp. časti mesta podľa zastavanosti, bolo nutné v príklade zvoliť iné rozdelenie oblasti, ktoré bude viac zodpovedať skutočnosti. Ďalším veľmi podstatným faktorom pre iné rozdelenie bola skutočnosť, koľko sú ochotní spotrebitelia dochádzať do maloobchodnej prevádzky. Je potrebné zdôrazniť, že vzdialenosť je jeden z najdôležitejších hodnotiacich atribútov spotrebiteľa pri výbere maloobchodnej prevádzky.

Vychádzajúc z vyššie uvedených skutočností boli vytvorené nasledujúce územné časti. Tieto oblasti reflektujú existujúce sídliska, resp. časti mesta na základe niektorých urbanistických charakteristík, avšak najmä hlavných dopravných trás (viď. nasledujúci obrázok). Na obrázku možno vidieť, že do jednotlivých časti nespadajú priemyselné časti mesta Trnava (hlavne bývalé závody TAZ a výrobná fabrika ŽOS).

Obr.1: Zvolené jednotlivé územné časti mesta Trnava



Zdroj: Autor

Na riešenie daného príkladu bola teda vytvorená matica so vzdialenosťami medzi všetkými oblasťami. Vzdialenosť bola meraná „vzdušnou čiarou“ zo stredu kruhu/územnej časti.

Tab. 1: Matica vzdialeností jednotlivých zvolených časti v km

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1,33	0,80	0,92	1,85	1,62	1,80	2,85	2,57	2,66	3,56	3,81
2	1,33	0	0,98	1,91	0,92	1,65	2,35	2,28	2,67	3,17	3,78	3,60
3	0,80	0,98	0	1,01	1,12	0,88	1,42	2,07	1,95	2,26	3,00	3,08
4	0,92	1,91	1,01	0	2,06	1,27	1,00	2,60	1,96	1,85	2,77	3,30
5	1,85	0,92	1,12	2,06	0	1,17	2,05	1,41	2,04	2,70	3,12	2,73
6	1,62	1,65	0,88	1,27	1,17	0	0,92	1,33	1,06	1,58	2,15	2,20
7	1,80	2,35	1,42	1,00	2,05	0,92	0	2,00	1,02	0,89	1,82	2,38
8	2,85	2,28	2,07	2,60	1,41	1,33	2,00	0	1,29	2,20	2,09	1,36
9	2,57	2,67	1,95	1,96	2,04	1,06	1,02	1,29	0	0,92	1,08	1,32
10	2,66	3,17	2,26	1,85	2,70	1,58	0,89	2,20	0,92	0	1,03	1,98
11	3,56	3,78	3,00	2,77	3,12	2,15	1,82	2,09	1,08	1,03	0	1,23
12	3,81	3,60	3,08	3,30	2,73	2,20	2,38	1,36	1,32	1,98	1,23	0

Zdroj: Autor

Vzhľadom na fakt, že stred kruhu popisujúceho oblasť predstavuje potenciálne miesto zriadenia prevádzky ale matica uvádza len vzdialenosti do ostatných oblastí a nerieši

problematiku obsluhy samotnej oblasti bude pre výpočet matica doplnená polomermi daných oblastí. Tie budú uvedené pre jednotlivé oblasti a v matici budú na diagonále.

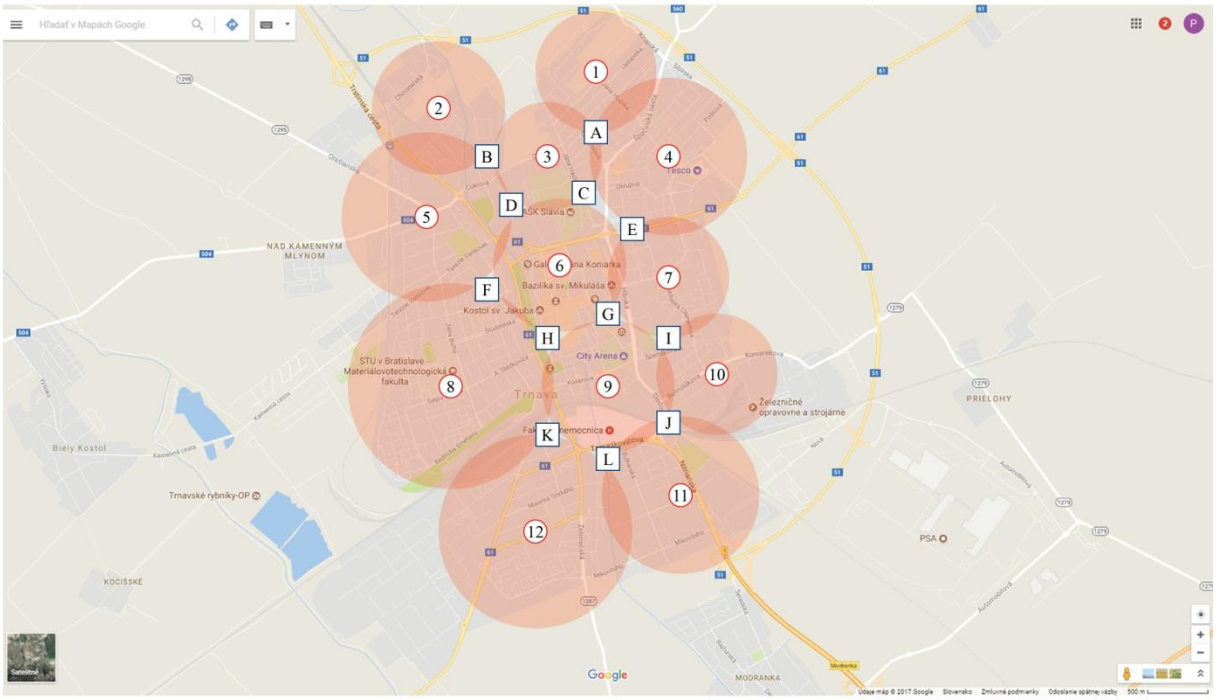
Tab. 2: Polomery jednotlivých zvolených časti

územná časť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
polomer (km)	0,50	0,55	0,45	0,65	0,70	0,55	0,50	0,85	0,55	0,50	0,65	0,80

Zdroj: Autor

Pre dosiahnutie reálnejších možností boli vytvorené aj potenciálne oblasti pre zriadenie prevádzky. Tie boli vytvorené na prieniku minimálne troch zvolených oblastí. Veľkosť jednotlivých zvolených územných častí je definovaná polomerom jednotlivých kruhov. Tento fakt vychádza zo skutočnosti, že spotrebiteľ, ktorý býva na okraji kruhu pri potenciálnej oblasti zriadenia maloobchodnej prevádzky má tzv. nulovú vzdialenosť k tejto oblasti. Naopak, vzdialenosť spotrebiteľa, ktorý býva na protiľahlom okraji kruhu oproti potenciálnej oblasti zriadenia prevádzky maloobchodu je rovná priemeru kruhu. Z uvedeného teda možno predpokladať priemernú vzdialenosť spotrebiteľa v jednotlivých častiach ako polomer kruhu r popisujúceho danú časť vyjadrenú vzťahom $(0 + 2r)/2 = r$. V príklade nie je uvažované s množstvom obyvateľov v jednotlivých oblastiach.

Obr. 2: Zvolené jednotlivé územné časti mesta Trnava s potenciálnymi oblasťami



Zdroj: Autor

Vychádzajúc z vyššie uvedeného prístupu možno vytvoriť maticu vzdialeností medzi zvolenými územnými časťami a potenciálnymi oblasťami, ktorá bude slúžiť ako zadanie pre ilustračný príklad. Vzdialenosť bola meraná „vzdušnou čiarou“ zo stredu kruhu (vychádzame z parametra priemernej vzdialenosti) k potenciálnej oblasti.

Tab. 3: Vzdialenosť zo zvolených územných častí do potenciálnych oblastí v km

		územná časť											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
potenciálna oblasť	A	0,50	1,32	0,44	0,63	1,58	1,14	1,33	2,40	2,10	2,22	3,07	3,32
	B	1,14	0,57	0,50	1,50	0,72	1,08	1,80	1,92	2,15	2,62	3,22	3,13
	C	1,00	1,39	0,44	0,76	1,32	0,63	0,99	1,94	1,61	1,86	2,63	2,83
	D	1,30	1,00	0,50	1,37	0,71	0,65	1,44	1,59	1,70	2,20	2,77	2,71
	E	1,32	1,89	0,92	0,68	1,71	0,67	0,50	1,98	1,32	1,39	2,23	2,62
	F	2,01	1,55	1,20	1,85	0,78	0,63	1,49	0,85	1,28	2,01	2,32	2,04
	G	2,00	2,20	1,38	1,39	1,70	0,57	0,58	1,43	0,60	1,03	1,61	1,89
	H	2,24	2,10	1,49	1,80	1,42	0,61	1,12	0,88	0,63	1,43	1,70	1,60
	I	2,28	2,68	1,79	1,49	2,24	1,08	0,50	1,84	0,63	0,50	1,30	1,94
	J	2,96	3,22	2,40	2,19	2,63	1,58	1,20	1,81	0,58	0,55	0,60	1,42
	K	3,04	2,84	2,29	2,50	2,06	1,40	1,64	0,89	0,64	1,49	1,20	0,80
	L	3,20	3,20	2,54	2,54	2,50	1,65	1,58	1,43	0,60	1,14	0,67	0,86

Zdroj: Autor

Optimalizácia prostredníctvom ADD-metódy a DROP-metódy spočíva v minimalizácii variabilných a fixných nákladov. Ako variabilné náklady sú často využívané náklady spojené so vzdialenosťou, resp. finančne vyjadrená vzdialenosť často vypočítaná ako vzdialenosť v km prenásobená jednotkovými nákladmi na 1 km. Nakoľko pre ilustrovaný príklad nie sú tieto náklady odhadnuteľné, v príklade sa abstrahuje od nákladov a rieši sa iba problematika vzdialenosti. Z toho vychádza, že hlavné a zároveň jediné kritérium je vzdialenosť spotrebiteľov cieľovej skupiny zo zvolenej územnej časti do potenciálnej oblasti.

V príklade je zároveň abstrahované od fixných nákladov, ktoré predstavujú kvalitatívne hľadisko a ich kvantifikácia je veľmi subjektívna. A tak isto príklad nerieši zastavanosť, resp. počet obyvateľov jednotlivých oblastí, a teda nezohľadňuje počty potenciálnych spotrebiteľov.

3 Aplikácia ADD-metódy

Podstata princípu ADD-metódy spočíva v postupnom pridávaní potenciálnych oblastí s cieľom minimalizácie súčtu vzdialeností zo všetkých územných častí do potenciálnych oblastí. Podrobný algoritmus je opísaný v literatúre[2].

Na začiatku algoritmu je vybraná jedna územná časť, ktorá má najnižší súčet vzdialeností do ostatných, teda je z nej „najbližšie“ do všetkých ostaných.

[2] Brezina, I., Čičková, Z., & Reiff, M. (2009). *Kvantitatívne metódy na podporu logistických procesov*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. ISBN 978-80-225-2648-7, str. 180

Tab. 4: Východiskový stav ADD-metódy medzi územnými časťami

		územná časť												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
územná časť	1	0,50	1,33	0,80	0,92	1,85	1,62	1,80	2,85	2,57	2,66	3,56	3,81	24,27
	2	1,33	0,55	0,98	1,91	0,92	1,65	2,35	2,28	2,67	3,17	3,78	3,60	25,19
	3	0,80	0,98	0,45	1,01	1,12	0,88	1,42	2,07	1,95	2,26	3,00	3,08	19,02
	4	0,92	1,91	1,01	0,65	2,06	1,27	1,00	2,60	1,96	1,85	2,77	3,30	21,30
	5	1,85	0,92	1,12	2,06	0,70	1,17	2,05	1,41	2,04	2,70	3,12	2,73	21,87
	6	**1,62**	**1,65**	**0,88**	**1,27**	**1,17**	**0,55**	**0,92**	**1,33**	**1,06**	**1,58**	**2,15**	**2,20**	**16,38**
	7	1,80	2,35	1,42	1,00	2,05	0,92	0,50	2,00	1,02	0,89	1,82	2,38	18,15
	8	2,85	2,28	2,07	2,60	1,41	1,33	2,00	0,85	1,29	2,20	2,09	1,36	22,33
	9	2,57	2,67	1,95	1,96	2,04	1,06	1,02	1,29	0,55	0,92	1,08	1,32	18,43
	10	2,66	3,17	2,26	1,85	2,70	1,58	0,89	2,20	0,92	0,50	1,03	1,98	21,74
	11	3,56	3,78	3,00	2,77	3,12	2,15	1,82	2,09	1,08	1,03	0,65	1,23	26,28
	12	3,81	3,60	3,08	3,30	2,73	2,20	2,38	1,36	1,32	1,98	1,23	0,80	27,79
													min	16,38

Zdroj: Autor

Algoritmus pozostáva z pridávania ďalších územných častí podľa kritérií s cieľom minimalizovať vzdialenosť. Teda v prvom kroku bola vybraná územná časť 6 a súčet vzdialenosti bol 16,38 km. V ďalšom kroku bola k časti 6 pridaná časť 9 a súčet vzdialeností klesol na 13,22 km.

Tab. 5: Druhý krok algoritmu ADD-metódy medzi územnými časťami

časť	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
6	1,62	1,65	0,88	1,27	1,17	0,55	0,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,06
9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,29	0,55	0,92	1,08	1,32	5,16
												súčet	13,22

Zdroj: Autor

Iteračným spôsobom sa postupuje až do ukončenia algoritmu a dosiahnutia minimálneho súčtu vzdialenosti.

Tab. 6: Výsledky ADD metódy medzi územnými časťami

Súčet vzdialenosti	Vybrané územné časti
16,38	6
13,22	6, 9
10,99	3, 6, 9
10,36	2, 3, 6, 9
9,84	2, 3, 6, 9, 11
8,94	2, 3, 6, 8, 9, 11
8,12	2, 3, 6, 8, 9, 10, 11
7,74	1, 2, 3, 6, 8, 9, 10, 11
7,47	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11
7,25	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11

Zdroj: Autor

Rovnakým spôsobom bolo postupované pri aplikácii metódy v prípade výberu z potenciálnych oblastí vytvorených na prieniku územných častí.

Tab. 7: Východiskový stav ADD-metódy medzi územnými časťami a potenciálnymi oblasťami

		územná časť												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
potenciálna oblasť	A	0,50	1,32	0,44	0,63	1,58	1,14	1,33	2,40	2,10	2,22	3,07	3,32	20,05
	B	1,14	0,57	0,50	1,50	0,72	1,08	1,80	1,92	2,15	2,62	3,22	3,13	20,35
	C	1,00	1,39	0,44	0,76	1,32	0,63	0,99	1,94	1,61	1,86	2,63	2,83	17,4
	D	1,30	1,00	0,50	1,37	0,71	0,65	1,44	1,59	1,70	2,20	2,77	2,71	17,94
	E	1,32	1,89	0,92	0,68	1,71	0,67	0,50	1,98	1,32	1,39	2,23	2,62	17,23
	F	2,01	1,55	1,20	1,85	0,78	0,63	1,49	0,85	1,28	2,01	2,32	2,04	18,01
	G	2,00	2,20	1,38	1,39	1,70	0,57	0,58	1,43	0,60	1,03	1,61	1,89	**16,38**
	H	2,24	2,10	1,49	1,80	1,42	0,61	1,12	0,88	0,63	1,43	1,70	1,60	17,02
	I	2,28	2,68	1,79	1,49	2,24	1,08	0,50	1,84	0,63	0,50	1,30	1,94	18,27
	J	2,96	3,22	2,40	2,19	2,63	1,58	1,20	1,81	0,58	0,55	0,60	1,42	21,14
	K	3,04	2,84	2,29	2,50	2,06	1,40	1,64	0,89	0,64	1,49	1,20	0,80	20,79
	L	3,20	3,20	2,54	2,54	2,50	1,65	1,58	1,43	0,60	1,14	0,67	0,86	21,91
													min	**16,38**

Zdroj: Autor

Tab. 8: Výsledky ADD-metódy medzi územnými časťami a potenciálnymi oblasťami

Súčet vzdialenosti	Vybrané potenciálne oblasti
16,38	G
12,03	B, G
9,99	B, G, K
8,53	A, B, G, K
7,43	A, B, G, J, K
7,30	A, B, G, I, J, K
7,26	A, B, F, G, I, J, K
7,25	A, B, D, F, G, I, J, K

Zdroj: Autor

4 Aplikácia DROP-metódy

Algroritmus DROP-metódy je popísaný v (Brezina, Čičková, Reiff, 2009) a na začiatku algoritmu je nutné určiť najkratšie a druhé najkratšie vzdialenosti medzi jednotlivými časťami. Rovnako ako by tomu bolo keby na diagonále ostali nuly, tak je aj prípade, že sú na diagonále polomery kruhov popisujúcich územné časti, predstavujú tieto hodnoty prvé minimum.

Tab. 9: – Východiskový stav DROP metódy medzi územnými časťami

		územná časť											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
územná časť	1	0,50	1,33	0,80	0,92	1,85	1,62	1,80	2,85	2,57	2,66	3,56	3,81
	2	1,33	0,55	0,98	1,91	0,92	1,65	2,35	2,28	2,67	3,17	3,78	3,60
	3	0,80	0,98	0,45	1,01	1,12	0,88	1,42	2,07	1,95	2,26	3,00	3,08
	4	0,92	1,91	1,01	0,65	2,06	1,27	1,00	2,60	1,96	1,85	2,77	3,30
	5	1,85	0,92	1,12	2,06	0,70	1,17	2,05	1,41	2,04	2,70	3,12	2,73
	6	1,62	1,65	0,88	1,27	1,17	0,55	0,92	1,33	1,06	1,58	2,15	2,20
	7	1,80	2,35	1,42	1,00	2,05	0,92	0,50	2,00	1,02	0,89	1,82	2,38
	8	2,85	2,28	2,07	2,60	1,41	1,33	2,00	0,85	1,29	2,20	2,09	1,36
	9	2,57	2,67	1,95	1,96	2,04	1,06	1,02	1,29	0,55	0,92	1,08	1,32
	10	2,66	3,17	2,26	1,85	2,70	1,58	0,89	2,20	0,92	0,50	1,03	1,98
	11	3,56	3,78	3,00	2,77	3,12	2,15	1,82	2,09	1,08	1,03	0,65	1,23
	12	3,81	3,60	3,08	3,30	2,73	2,20	2,38	1,36	1,32	1,98	1,23	0,80
1. min		0,50	0,55	0,45	0,65	0,70	0,55	0,50	0,85	0,55	0,50	0,65	0,80
2. min		0,80	0,92	0,80	0,92	0,92	0,88	0,89	1,29	0,92	0,89	1,03	1,23
index		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Zdroj: Autor

DROP metóda vychádza z postupného vyraďovania podľa kritérií, kedy sa postupne vyradí tá časť, ktorej vyradenie spôsobí najnižší nárast súčtu vzdialeností.

Tab. 10: Výsledky DROP-metódy medzi územnými časťami

Súčet vzdialenosti	Vybrané územné časti
7,25	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
7,47	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
8,10	1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
8,85	1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
9,67	4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
10,67	4, 7, 8, 9, 10, 11, 12
11,20	4, 8, 9, 10, 11, 12
11,73	4, 8, 9, 11, 12
16,02	8, 9, 11, 12
18,77	8, 11, 12
24,55	11, 12
27,79	12

Zdroj: Autor

Tab. 11: Východiskový stav DROP-metódy medzi územnými časťami a potenciálnymi oblasťami

		územná časť											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
potenciálna oblasť	A	0,50	1,32	0,44	0,63	1,58	1,14	1,33	2,40	2,10	2,22	3,07	3,32
	B	1,14	0,57	0,50	1,50	0,72	1,08	1,80	1,92	2,15	2,62	3,22	3,13
	C	1,00	1,39	0,44	0,76	1,32	0,63	0,99	1,94	1,61	1,86	2,63	2,83
	D	1,30	1,00	0,50	1,37	0,71	0,65	1,44	1,59	1,70	2,20	2,77	2,71
	E	1,32	1,89	0,92	0,68	1,71	0,67	0,50	1,98	1,32	1,39	2,23	2,62
	F	2,01	1,55	1,20	1,85	0,78	0,63	1,49	0,85	1,28	2,01	2,32	2,04
	G	2,00	2,20	1,38	1,39	1,70	0,57	0,58	1,43	0,60	1,03	1,61	1,89
	H	2,24	2,10	1,49	1,80	1,42	0,61	1,12	0,88	0,63	1,43	1,70	1,60
	I	2,28	2,68	1,79	1,49	2,24	1,08	0,50	1,84	0,63	0,50	1,30	1,94
	J	2,96	3,22	2,40	2,19	2,63	1,58	1,20	1,81	0,58	0,55	0,60	1,42
	K	3,04	2,84	2,29	2,50	2,06	1,40	1,64	0,89	0,64	1,49	1,20	0,80
	L	3,20	3,20	2,54	2,54	2,50	1,65	1,58	1,43	0,60	1,14	0,67	0,86
1. min		0,50	0,57	0,44	0,63	0,71	0,57	0,50	0,85	0,58	0,50	0,60	0,80
2. min		1,00	1,00	0,44	0,68	0,72	0,61	0,50	0,88	0,60	0,55	0,67	0,86
oblasť		A	B	A/C	A	D	G	E /I	F	J	I	J	K

Zdroj: Autor

Vzhľadom na zaokrúhľovanie meraných hodnôt vznikli v príklade niektoré rovnaké vzdialenosti, a teda pri dvoch územných častiach sú alternatívne potenciálne oblasti. Jedná sa o časti 3 a 7, kedy pri časti 3 je pre ďalší výpočet zvolená oblasť A, nakoľko táto oblasť dosahuje minimálnu vzdialenosť aj pri inej časti. Z rovnakého dôvodu je pre časť 7 vybraná oblasť I, aj keď je to v rozpore s lexikografickým hľadiskom.

Tab. 12: Výsledky DROP-metódy medzi územnými časťami a potenciálnymi oblasťami

Súčet vzdialenosti pre všetkých spotrebiteľov	Vybrané potenciálne oblasti
7,25	A, B, D, F, G, I, J, K
7,26	A, B, F, G, I, J, K
7,30	A, B, G, I, J, K
7,81	A, B, I, J, K
8,56	A, B, J, K
10,10	A, B, J
17,71	A, B
20,05	A

Zdroj: Autor

5 Problémy aplikácie a riešenia prostredníctvom ADD-metódy a DROP-metódy

Z uvedených aplikácii oboch metód je zrejmé, že heuristické metódy majú špecifický postup riešenia a často kroky algoritmu vedú k nelogickým výsledkom. Vhodnosť ich použitia radikálne záleží na forme, špecifikách a náročnosti konkrétnej úlohy.

Ako uvádza Brezina: „*nakoľko nie je dokázané, ktorá z metód umožňuje získať lepšie riešenie (závisí to od formulácie úlohy podobne ako pri metódach, pomocou ktorých získavame prvé prípustné bázické riešenie pri riešení jednoduchých dopravných úloh), možno konštatovať, že obe metódy sú vhodné pre riešenie uvedeného typu úloh.*“[3]

Na ilustrovanom príklade je zrejmé, že obe metódy dosahujú lepšie výsledky ak sa problematika rieši prostredníctvom potenciálnych oblastí, ktoré vznikajú na prieniku územných častí. Tato skutočnosť je podložená výsledkami ale zároveň sa jedná aj o praktickú podmienku zriadenia prevádzky s ohľadom na mieru obslúženia viacerých oblastí s nižšími hodnotami. V oboch prípadoch boli začiatočné hodnoty rovnaké ale v prípade využitia potenciálnych oblastí mal algoritmus nižší počet krokov a zároveň dosahoval lepšie výsledky v jednotlivých iteráciách. To platilo aj keď sa nebrali do úvahy hodnoty polomerov na diagonále, i keď vtedy boli začiatočné hodnoty nižšie. V taktom prípade je ale diskutabilná obsluha v rámci danej územnej časti.

Z uvedeného teda vyplýva, že hlavné problémy sú práve v správnom navrhnutí zadania úlohy a definovania požiadaviek. Na rozdiel od klasického prístupu, ktorý zväčša vychádza z predpokladu zradenia prevádzky v jednotlivých miestach, medzi ktorými sa optimalizuje vzdialenosť, prístup s využitím prienikov oblasti poskytuje lepšie výsledky.

[3] Brezina, I., Čičková, Z., & Reiff, M. (2009). *Kvantitatívne metódy na podporu logistických procesov*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. ISBN 978-80-225-2648-7, strana 185

V súvislosti s danými výsledkami je ale nutné podotknúť, že v príklade sa absentovalo od nákladov spojených s vybudovaním, resp. so zriadením prevádzky, ktoré môžu byť diametrálne odlišné v závislosti od druhu príkladu. Napr. v situácii, kedy sú tieto metódy využité k optimalizácii skladov, ktoré sa často viažu na konkrétne miesta výroby je nutné zvážiť zadanie, či je vôbec akceptovateľné zriadiť sklad mimo centra, resp. miesta, kde už existuje výroba.

Ďalšie problémy, na ktoré príklad poukázal spočívajú v samotnej podstate oboch metód. Tie v jednotlivých iteráciách neprehodnocujú už zavedené časti/oblasti, a tak v príklade často vznikajú nelogické postupy. Napr. pri ADD metóde je v prvom kroku vždy vybraná centrálna časť/oblasť. V ďalšom kroku, kedy by mali byť vybrané dve oblasti by mala byť centrálna časť/oblasť vynechaná z riešenia. Pri DROP metóde zasa nastáva eliminácia oblasti vždy jedným smerom, kedy pri nižšom počte vybraných oblastí sú výsledky absolútne nerelevantné.

6 Záver

Ukázané dve metódy sa odlišujú v základnom princípe výberu a najmä vo využití, resp. v očakávaných výsledkoch. Ak je cieľom menší počet prevádzok, je jednoduchšie zvoliť na výpočet ADD metódu. A naopak, ak je cieľom eliminovať niektoré neefektívne prevádzky, tak vhodnejšia bude DROP metóda. Ako bolo vyššie uvedené, jedná sa o heuristické metódy, teda metódy, kedy nie vždy musí byť dosiahnuté optimálne riešenie. Zároveň metódy majú problémy s logickosťou v niektorých iteráciách. Napr. pri požiadavke výberu dvoch oblasti by sa jednalo o územné časti 3 a 9, kde by bol súčet vzdialeností 11,42 km, resp. oblasti D a J, kedy by bol súčet vzdialenosti 11,45 km v porovnaní s hodnotami pri ADD metóde 13,22, resp. 12,03 alebo pri DROP metóde 24,55, resp. 17,71 km.

Porovnanie metód vhodne poukazuje na možné preferencie pri výbere metód a zároveň nabáda, ktorá z uvedených je vhodná podľa požiadaviek s ohľadom na výpočtovú náročnosť. Metódy vychádzajú z opačného princípu a na základe tejto skutočnosti je možné vybrať metódu, pri ktorej je vopred zjavná náročnosť v konkrétnom príklade. Napr. ak bude požiadavka vybrať jednu, príp. dve prevádzky, tak algoritmus pri ADD metóde by mohol skončiť v prvom, resp. v druhom kroku.

Literatúra

1. Brezina, I., Čičková, Z., & Reiff, M. (2009). *Kvantitatívne metódy na podporu logistických procesov*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM. ISBN 978-80-225-2648-7.

Teoretické východiská analýzy niektorých problémov hospodárskeho rastu

Background analysis of some problems in economic growth

Marián Goga[1]

Abstrakt

Autor príspevok člení na tri časti. Prvá časť poukazuje na niektoré dôležité problémy, ktoré súvisia s hospodárskym rastom a indikátormi jeho merania. V druhej časti sú uvedené niektoré protiklady, ktoré súvisia s hospodárskym rastom a výberom na analýzu vhodných ekonomických indikátorov. Tretia časť obsahuje úvahy o ekonomickom pozadí niektorých problémov hospodárskeho rastu. Hľadá odpovede na tri základné otázky: či existuje vybilancovaná miera ekonomického rastu na dlhé obdobie, ktorú by hospodárstvo zabezpečilo; ak existuje, aké sú vlastnosti takéhoto rastu a jeho rovnováhy a či je táto rovnováha stabilná alebo nestabilná.

Kľúčové slová

Ekonomický rast, ekonomické indikátory, rovnováha a nerovnováha, stabilita a nestabilita, spätné väzby.

Abstract

The paper is divided into three parts. The first one deals with some important problems related to growths of the economy and the indicators of its measurement. In the second part are some of the contradictions that are related to economic growth and the choice of suitable for analysis of economic indicators. The third part contains reflections on the economic background of some of the problems of economic growth. Looking for answers to three basic questions: if there is a balanced the rate of economic growth over a long period of time, which would ensure the economy; if there is, what are the characteristics of this growth and its equilibrium and if this balance is stable or unstable.

Keywords

Economic growth, economic indicators, equilibrium and disequilibrium, stability and unstability, feedbacks.

JEL classification

E12, O11, O49

1 Úvod

Otázky hospodárskeho rastu Slovenska i krajín Európskej únie (EÚ) ako celku vystupujú v ostatných rokoch stále naliehavejšie do popredia záujmu ekonómov. Konkurenčný súboj USA, Japonska a Európskej únie núti tieto krajiny hľadať spôsoby ako nezaostať za vývojom v globalizujúcej sa ekonomike.

Reštrukturalizácia a zmeny v niektorých ekonomických systémoch v súčasnosti majú takú dynamiku, že je niekedy nedostatok času reagovať na ich dôsledky v hospodárskej politike krajiny a preto je nevyhnutné anticipovať (predvídať) tieto dôsledky v budúcnosti. Ako píše

[1] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, goga@euba.sk

A. Laščiak: „Nevyhnutným sa ukazuje učiť sa z budúcnosti presne takým spôsobom, ako sme sa učili z minulosti. Proces vyhľadávania je preto procesom racionálneho očakávania anticipovanej budúcnosti, aplikácie princípu najmenších zmien (*Hamiltonovho princípu*) – krok za krokom, zosúladenia matematickej logiky s logikou ekonomickou.“[2]

Teória ekonomického rastu a rozvoja prešla historickým vývojom od klasickej teórie až po modernú teóriu ekonomického rastu, ktorej úlohou je, okrem iného, vysvetliť pohyby a vývoj vo výrobe, zamestnanosti a kapitálových zásobách a vzájomné vzťahy a väzby medzi týmito ekonomickými veličinami. Teória hospodárskeho rastu skúma trendy vývoja makroekonomických veličín vo vyspelých i rozvíjajúcich sa ekonomikách. Jej úlohou je definovať podmienky, ktoré sú určujúcimi pre ten - ktorý proces rastu a rozvoja.

Procesy ekonomických zmien sú stredobodom záujmu mnohých ekonomických analýz, v ktorých sa zároveň skúma výkonnosť ekonomického systému (pomocou zmien hrubého domáceho produktu – HDP) a dynamické zmeny (rast, pokles) makroekonomických veličín (inflácie, zamestnanosti, . . .) (Šik, O., 1991 a Tinbergen, J., 1972).

V príspevku sa zameriame v prvej časti na ukázanie niektorých problémov, ktoré súvisia s hospodárskym rastom a indikátormi jeho merania. V druhej časti analyzujeme niektoré protiklady, ktoré súvisia s hospodárskym rastom a výberom na analýzu vhodných ekonomických indikátorov. Tretia časť obsahuje úvahy o ekonomickom pozadí niektorých problémov hospodárskeho rastu. Hľadá odpovede na tri základné otázky: či existuje vybilancovaná miera ekonomického rastu na dlhé obdobie, ktorú by hospodárstvo zabezpečilo; ak existuje, aké sú vlastnosti takéhoto rastu a jeho rovnováhy a či je táto rovnováha stabilná alebo nestabilná.

2 Hospodársky rast a indikátory jeho merania

Aby sme mohli analyzovať dynamiku vývoja ekonomiky, je nevyhnutné nájsť vhodné indikátory na jej meranie. V tejto súvislosti vzniká problém, aké indikátory vybrať na meranie zmien v ekonomike a spoločnosti. Ak sa vyberie určitý súbor pozorovaní či meraní ako indikátor nejakého ekonomického javu, vzniká tým istá selektívnosť vo vnímaní reality.

V praxi sa často využíva na hodnotenie dynamiky rozvoja tej - ktorej krajiny na regionálnej i národnej úrovni súbor indikátorov, ktoré sú rozdelené do štyroch základných skupín podľa zamerania a podľa pilierov určujúcich udržateľnosť dynamiky rozvoja:[3]

a) *ekonomické indikátory* (tvoria súbor 23 ukazovateľov),
b) *sociálne indikátory* (tvoria súbor 41 ukazovateľov),
c) *environmentálne indikátory* (tvoria súbor 55 ukazovateľov),
d) *inštitucionálne indikátory* (tvoria súbor 15 ukazovateľov).

Vzhľadom na zameranie tohto príspevku nás zaujíma v ďalších úvahách prvá skupina indikátorov – ekonomické indikátory.

Ekonomické indikátory poskytujú možnosť interpretovať daný stav určitých segmentov ekonomického systému, ich minulé a budúce trendy. Z tohto hľadiska by mal indikátor vyjadrovať časovú postupnosť, ktorá umožní vzájomne porovnávať rôzne obdobia. Ak je indikátor vyjadrený *kardinálnym spôsobom* (ako číslo), potom nie je problém. Ťažkosti vznikajú, ak indikátor nie je merateľný, ale je vyjadrený *ordinálnym spôsobom.*

Výber indikátora závisí od cieľa analýzy. Ekonomický indikátor môže byť použitý na opis stavu ekonomiky, analýzu, predikciu, výpočet cien, stanovenie spoločenských cieľov, riadenie, plánovanie a pod.

---

[2] LAŠČIAK, A. (1995). *Úvahy o ekonomike Slovenskej republiky*. Bratislava: SLOVAKIA PLUS, s. 32.
[3] ROSSI, R. J. – GILMARTIN, K. J. (1980). *The Handbook of Social Indicators: Sources, Characteristics and Analysis*. New York: Garland STPM Press, s. 45 alebo www.tur.sk/doc/Indikatory_final.pdf.

Existujú štyri kategórie, podľa ktorých sa dajú odhadovať a porovnávať charakteristiky indikátorov:

1. kvalita údajov (platnosť, spoľahlivosť, stálosť, dostupnosť a merateľnosť),
2. vzťah k iným veličinám (nezoskupiteľnosť, reprezentatívnosť, stupeň prekrývania sa s inými indikátormi),
3. rozsah porovnateľnosti (časová porovnateľnosť, porovnateľnosť v rámci skupiny, rozsah aplikácie),
4. užitočnosť (zrozumiteľnosť, vypočítateľnosť).

Základnými indikátormi v analýzach ekonomickej dynamiky sú HDP, kapitál, ceny a index cien, peniaze, úroková miera, mzdy, inflácia a miera inflácie, zamestnanosť a pod. (Rossi, R. J. – Gilmartin, K. J., 1980, s. 68).

3 Protiklady súvisiace s hospodárskym rastom

K problémom výberu vhodných ekonomických indikátorov možno priradiť aj isté protiklady, súvisiace s ekonomickou dynamikou, ktoré sa v ekonomickej literatúre často objavujú (Wei – Bin Zhang, 1990, s. 14 – 21). Niektoré z nich stručne uvedieme.

a) Krátke verzus dlhé analyzované obdobie

V diskusiách o ekonomickom raste a rozvoji hrá dôležitú úlohu veličina *čas*. Prístupy k dynamike vývoja z krátkodobého a dlhodobého hľadiska sú odlišné vzhľadom na časovú škálu, s ktorou sa uvažuje. Pre obdobie jedného roka, ak je systém stabilný, stačí brať pri analýze do úvahy dynamiku cien, miezd, spotreby, investícií, HDP a pod. Avšak z dlhodobého hľadiska sa stávajú endogénnymi premennými aj technológie či inštitucionálny systém (systém zákonov). Z dlhodobého hľadiska treba napríklad vnímať zmeny vo fiškálnom systéme, ktorý značnou mierou vplýva na dynamiku hospodárstva.

Jedným zo súčasných problémov mnohých krajín je problém *otvorenosti* ekonomiky, pretože od neho sú závislé ekonomické premenné. So zmenou otvorenosti ekonomiky súvisí správanie sa vlády, ktoré sa prejavuje vo vládnych výdavkoch, daniach a transferových platbách.

Ak je obdobie veľmi krátke a systém je stabilný, pri analýze a modelovaní sa nemusí, bez výrazného ovplyvnenia kvalitatívnych výsledkov, brať ohľad na otvorenosť ekonomiky. Avšak, ak sa analyzuje a modeluje ekonomický rast a rozvoj z dlhodobého hľadiska, musí sa brať do úvahy aj tento faktor.

Vplyv času pri ekonomických analýzach a modelovaní je niekedy nedocenený. To, čo je nevhodné z krátkodobého hľadiska, môže byť vhodné z dlhodobého hľadiska a naopak. Vzťahy medzi dlhodobým a krátkodobým horizontom sú také dôležité ako vzťahy celku a jeho častí.

b) Rýchle verzus pomalé premenné

Vážnym problémom pri modelovaní ekonomickej dynamiky je stanovenie rýchlosti zmien premenných, t. j. času, ktorý potrebuje premenná, aby sa upravila do rovnovážneho stavu. Premenná je *rýchla*, ak sa upravuje rýchlejšie v porovnaní s ostatnými premennými systému. V keynesovskej ekonómii je napríklad miera miezd fixnou premennou, kým v klasických ekonomických modeloch je rýchlou premennou. V keynesovskej ekonómii sa predpokladá, že mzdy sa upravujú do rovnovážneho stavu veľmi pomaly.

Rýchlosť zmeny premenných je pri analýzach ekonomického rastu a rozvoja veľmi dôležitá. Závisí od mnohých faktorov, vrátane inštitucionálneho systému krajiny. Rýchlosť zmeny ekonomických premenných je úzko spojená s ekonomickým mechanizmom v tej – ktorej krajine. Štrukturálne zmeny v ekonomike sú vždy spojené so zmenou rýchlosti premenných.

Štrukturálne zmeny v ekonomike možno chápať v štyroch rovinách (Dinh, N. H., 2001, s. 43):

- *megaekonomické* štrukturálne zmeny, t. j. v primárnom, sekundárnom a terciárnom sektore so všetkými dôsledkami na štruktúru pracovných síl, ako aj podiel jednotlivých sektorov na tvorbe a použití hrubého domáceho produktu,
- *makroekonomické* štrukturálne zmeny, ktoré možno nazvať medziodvetvovými štrukturálnymi zmenami,
- *mezzoekonomické* štrukturálne zmeny, ktoré sú medziodborovými štrukturálnymi zmenami, sú typické pre veľké korporácie,
- *mikroekonomické* štrukturálne zmeny, nazývané aj výrobkové štrukturálne zmeny, ktoré sa uskutočňujú v jednotlivých podnikoch.

Zmeny vektora rýchlych premenných, vzhľadom na čas, je možné vyjadriť ako funkciu vektora rýchlych premenných a vektora pomalých premenných. Zmeny vektora pomalých premenných, vzhľadom na čas, je možné vyjadriť ako *s* – násobok novej funkcie oboch druhov premenných, pričom *s* je parameter rýchlosti zmeny.

c) Rovnováha verzus nerovnováha

Moderné teórie ekonomického rastu a rozvoja sú charakterizované hľadaním podmienok, za ktorých existuje v ekonomike *rovnováha* a *stabilita*. Rovnováha je pritom definovaná rôznym spôsobom. Napríklad, ako proces neustáleho hľadania riešenia systému v dynamike jeho vývoja, kde premenné predstavujú modelové riešenia závislé od času. Podľa predpokladov J. von Neumanna existuje rovnováha vtedy, keď sa miera rastu ekonomického systému rovná úrokovej sadzbe (Kolektív, 1970, s. 13).

Základnou podmienkou rovnováhy ekonomického systému v Keynesovom modeli je splnenie podmienky, že *agregovaná ponuka* sa rovná *agregovanému dopytu*, čiže matematicky sa dá zo vzťahu $Y = C + I + G + (X - M)$ odvodiť vzťah $(S - I) + (T - G) = (X - M)$ a ak platí $(T - G) = 0$ a $(X - M) = 0$, potom platí identita $S = I$, teda úspory sa rovnajú investíciám (Korček, Ľ., 1993, s. 98). Ide o známu makroekonomickú rovnicu, v ktorej figurujú hrubý domáci produkt (Y), spotreba (C), investície (I), výdavky vlády na nákup tovarov a služieb (G), export (X), import (M), úspory (S) a dane (T).

R. M. Solow predpokladá rovnovážny pomer kapitálu k práci a zároveň uvažuje pri rovnováhe vyrovnaného rastu, že relatívny podiel práce je tým väčší, čím väčšia je miera rastu pracovnej sily a menší sklon (propenzita) k spotrebe (Kolektív, 1970, s. 89).

Systém je v *nerovnováhe*, ak premenné majú rôzne miery zmien vzhľadom na čas. Nerovnováha je, okrem iného, charakterizovaná neperiodickým správaním sa systému, príliš dlhými lehotami prispôsobovania cien, chaosom a ohraničenými cyklami vývoja ekonomického systému.

V ekonomickej literatúre, v ktorej sú formulované odporúčania pre hospodársku politiku na báze poznatkov teórie nerovnováhy sa rozlišujú dve rôzne situácie (Přívarová, M., 1995, s. 133 – 138):

- nerovnováha, spôsobená chybnými informáciami ekonomických subjektov,
- nerovnováhy, ktoré sú vyvolané úmyselne, pričom sú v určitých prípadoch v súlade s realizáciou základných cieľov príslušnej hospodárskej politiky.

V tejto súvislosti treba uviesť, že teoretici ekonomickej nerovnováhy upozorňujú na to, že hospodárska politika musí predovšetkým strážiť, aby sa ekonomické nerovnováhy udržali v určitých medziach. Je nevyhnutné stimulovať *dve stránky*: konkurencieschopnosť ekonomiky aktívnou politikou vzdelávania a výskumu a preferovanie investícií pred úsporami prostredníctvom lacných úverov, poklesom úrokovej miery, poskytovaním pomoci zo štátneho rozpočtu pri kúpe výrobných zariadení a podobne (Přívarová, M., 1995, s. 133).

Určenie hraníc pre nerovnovážny ekonomický rast a rozvoj je vážnym teoretickým problémom, v rámci ktorého treba stanoviť váhu faktorov, pôsobiacich v smere brzdenia nerovnováh a faktorov, ktoré ich podporujú. Úlohou hospodárskej politiky je regulovať tento proces. Najznámejším prípadom v tomto smere je politika keynesovského typu, t. j. *politika rozpočtového deficitu*. Jej filozofia spočíva v tom, že realizácia plnej zamestnanosti vyžaduje existenciu *rozpočtovej nerovnováhy*. Iným prípadom úmyselného nastolenia nerovnováh na určitých trhoch, z dôvodu odstránenia alebo zmiernenia nerovnováh na iných trhoch je *reštriktívna úverová politika*. Táto politika vedie k vylúčeniu časti žiadateľov o úver, čo znamená, že určitá časť dopytu po úveroch nie je uspokojená pri bežných úrokových mierach.

Uvedené prípady treba odlišovať od tých prípadov, v ktorých je vznik nerovnovážnej situácie akýmsi vedľajším, neželaným dôsledkom určitých hospodársko-politických opatrení.

d) Stabilita verzus nestabilita

Pojem stability hrá v analýzach a modeloch ekonomického rastu a rozvoja významnú úlohu. V mnohých ekonomických analýzach je stabilita považovaná za nevyhnutnú podmienku, kým nestabilita je považovaná za neprípustnosť.

Rovnováha je stabilná vtedy, ak hospodársky mechanizmus dokáže do ekonomickej štruktúry efektívne včleniť *spätné väzby*. Pritom prvý okruh spätných väzieb zabezpečuje vplyv spotrebiteľov na výrobu a druhý okruh neustále generuje objektívny cenový mechanizmus. Efektívne spätné väzby musia mať kompenzačný charakter, t. j. ekonomický systém so spätnými väzbami musí byť schopný upravovať sa do žiadaného stavu. Stabilita je vo všeobecnosti chápaná ako odolnosť systému voči poruchám (šokom) (Laščiak, A., 1995, s. 17).

V tejto súvislosti sa v ekonomickej teórii objavuje téza, podľa ktorej ekonomika, v ktorej sú ekonomické nerovnováhy udržiavané v určitých hraniciach je *dynamicky stabilná*. Naopak, mimo týchto hraníc *dynamická nestabilita* narastá, a to z *dvoch príčin*:

- dôsledky každého ekonomického javu po prekročení určitých hraníc spravidla menia znamienko (napríklad, úspory z rozsahu produkcie sa menia na straty, pozitívne externality sa stávajú negatívnymi a pod.),
- dochádza k efektu presunu nerovnováh (prebytok ponuky alebo dopytu na jednom trhu, vytvára prebytok ponuky alebo dopytu na inom trhu) (Přívarová, M., 1995, s. 138).

S rastom ekonomickej úrovne nadobúdajú štrukturálne zmeny, vedúce k zmierneniu nerovnováh, rozdielny stupeň významu. Štrukturálne prvky preukazujú tendenciu k stabilizácii, v dôsledku čoho sa stabilizujú aj makroekonomické štruktúry, charakterizujúce odvetvovú štruktúru národného hospodárstva. V tejto súvislosti vystupuje do popredia dôležitá otázka, kedy sa pri určitej dosiahnutej ekonomickej úrovni bude makroekonomická štruktúra stabilizovať.

Ak je ekonomika v takej vývojovej etape, že relatívna stabilizácia makroekonomických štrukturálnych zmien sa ešte neprejavuje, potom sa musí pri realizácii štrukturálnej politiky rešpektovať skutočnosť, že realizácia makroekonomických štrukturálnych zmien je spojená s realizáciou súboru mikroekonomických štrukturálnych zmien. Ak je naproti tomu ekonomika v etape rozvoja, kedy sa stabilizácia makroekonomických štrukturálnych zmien prejavuje zjavnými symptómami tejto stabilizácie, potom musí ekonomika pri realizácii štrukturálnej politiky vychádzať zo skutočnosti, že sa mikroekonomické štrukturálne zmeny budú realizovať v rámci vytvorenej makroštruktúry (Wagner, H., 2004).

Pre súčasnosť je v tomto smere nevyhnutné rešpektovať požiadavku tvorby takej štruktúry ekonomiky, ktorá prispieva k novej kvalite ekonomického rastu a rozvoja. V ekonomickej literatúre sa môžeme stretnúť s pojmom *ekonomický rast vysokej kvality*. Pod týmto pojmom sa rozumie rast ekonomiky, ktorý sa vyznačuje trvalou dynamikou, odolnou proti externým ekonomickým šokom. Je sprevádzaný internou a externou finančnou stabilitou národného hospodárstva do budúcnosti tým, že zabezpečuje rast investícií, najmä investícií do ľudského

faktora. Rešpektuje sociálne, ekonomické a ekologické aspekty rozvoja národného hospodárstva.

4 Ekonomické pozadie niektorých problémov hospodárskeho rastu

Hospodársky rast alebo ekonomický rozvoj spoločnosť nededí, ale vytvára ho na základe prijímaných ekonomických rozhodnutí a rešpektovaním zákonitostí tohto rozvoja. Súčasná ekonomická veda potvrdzuje, že ekonomický rozvoj je riaditeľný, ak spoločnosť a jej členovia majú vplyv na riadený systém. To však predpokladá takú ekonomickú teóriu a adekvátne mechanizmy, ktoré by pospájali všetko to, čo spoločenská deľba práce rozdelila. Takáto teória rozvoja je v našich podmienkach zatiaľ iba v začiatkoch, je ešte ďaleko od toho, aby bola nositeľkou tohto rozvoja, teóriou jednoznačnosti vo variete jej tvárnosti a priorít. Príčinou daného stavu je sčasti charakter sociálno-ekonomických javov a z tohto dôvodu je nielen prognózovanie v spoločenských vedách menej presné ako v prírodných či technických vedách, ale dokonca aj nástroje na vyhodnotenie aplikácií sú v mnohých prípadoch nepresné. Existuje mnoho relevantných kritérií na vyhodnocovanie variety ekonomického rozvoja a variantných metodológií, to však zároveň komplikuje situáciu procesu vyhľadávania, t. j. v procese realizácie príslušných stratégií musia existovať možnosti prijímať rozhodnutia podľa meniacej sa situácie.

V tejto súvislosti vznikajú problémy, či mechanizmus hospodárskeho rastu vie zodpovedať na *tri základné otázky*: či existuje vybilancovaná miera ekonomického rastu na dlhé obdobie, ktorú by hospodárstvo zabezpečilo; ak existuje, aké sú vlastnosti takéhoto rastu a jeho rovnováhy a či je táto rovnováha stabilná alebo nestabilná.

a) Vzhľadom k *prvej otázke* možno uviesť, že vo všeobecnosti neexistuje záruka vyrovnaného a vybilancovaného rastu ekonomiky. Občas nie je možné zaručiť ani nezápornosť tohto rastu. Problém však možno zmierniť vhodným rozložením investícií v čase, ich prerozdeľovaním na rozvojové investície a investície určené na dokončovanie rozpracovaného investičného cyklu. Ďalej ich optimalizáciou vhodným hospodárskym mechanizmom alebo simuláciou pomocou dynamických modelov v zmysle *Paretovského optima*. Všetky tieto opatrenia môžu ovplyvniť *investičný cyklus*. Nadväznosť veľkých inovačných cyklov podstatne vplýva na mieru vybilancovaného rastu. Ak veľké inovačné cykly na seba nenadväzujú, vytvára to v hospodárstve mnoho problémov. Ak sú však dostatočné vnútorné aj vonkajšie rezervy zdrojov, potom možno vždy nájsť riešenie, ktoré nemusí byť efektívne (Laščiak, A., 1995, s. 16).

Nevyhnutnou podmienkou na zabezpečenie vyšších temp hospodárskeho rastu napríklad v SR je jeho *rovnomernosť*, ktorá je zase podmienená udržiavaním *makroekonomickej stability*. A pretože hrubý domáci produkt (HDP) predstavuje národohospodársky pohľad na úhrnný výsledok reálneho fungovania podnikateľských a verejnoprávnych subjektov, treba sa aj na celkovú hospodársku rovnováhu pozerať ako na základnú podmienku prosperity podnikov. Lebo ani makroekonomická stabilita nie je abstraktný pojem, ale kompozícia pozostávajúca z trvale nízkej miery inflácie, nízkych úrokových mier a dostupných úverov, z rastu miezd rešpektujúceho vývoj produktivity práce i z ďalších podmienok prajných pre podnikanie.

Analýzy v ekonomickej literatúre potvrdzujú, že za základ spomaľovania hospodárskeho rastu sa stále považuje nedostatočná spotreba najmä spotrebných statkov, ktorých relatívny nadbytok na trhu pôsobí na spomaľovanie výroby nielen spotrebných statkov, ale aj výrobných prostriedkov. Takáto situácia na trhu sa premieta aj do poklesu inovácií – investícií do výroby a akumulovaný kapitál nenachádza možnosť svojho produktívneho využitia (Goga, M., 2011).

Celková stabilita národného hospodárstva je určovaná relatívne samostatným vývojom vnútornej a vonkajšej rovnováhy. Napríklad makroekonomická stabilita slovenskej ekonomiky

zaznamenávala v priebehu transformácie výkyvy, ktoré boli dané jednak externými vplyvmi (priebeh hospodárskeho cyklu v krajinách Európskej únie, vývoj svetových cien strategických surovín a pod.), zmenami v prístupe k hospodárskej politike (preferovanie makroekonomickej stability na začiatku transformácie, neskôr preferencia rastu a následný pokus o obnovenie rovnováhy a pod.), ale aj vnútornými faktormi, ktoré však boli hospodárskou politikou v krátkodobom a strednodobom horizonte relatívne málo ovplyvniteľné (stav technologickej základne, produkčného potenciálu, úrovne konkurencieschopnosti a pod.).

V štruktúre ekonomiky SR sú stále zakódované riziká pre vonkajšiu rovnováhu. Ekonomika sa naďalej vyznačuje takou dovoznou náročnosťou, ktorá nie je primeraná vyspelej ekonomike. Stabilizačné opatrenia majú dočasný vplyv, pretože nie sú podporené dostatočnými zmenami konkurenčnej schopnosti ekonomiky. Možno to podložiť tým, že značná časť exportnej výkonnosti naďalej závisí od malého počtu aktérov a hlavní exportéri pracujú s nízkou mierou pridanej hodnoty. Úlohou hospodárskej politiky teda nemá byť iba odstraňovanie prejavov nerovnováhy, ale politikou konkurencieschopnosti a tvorbou štandardného trhového prostredia dosahovať trvalejšie pozitívne výsledky.

b) Pri *druhej otázke* možno konštatovať, že základné vlastnosti rovnováhy ako relačného vzťahu medzi vstupmi, transformačnými procesmi a výstupmi sa odvodzujú už v klasickej teórii *Johna von Neumanna (1903 – 1957)* z optimálnej štruktúry odvetví prvej spoločenskej skupiny, čiže investičných odvetví. Ako minimum musí optimálna štruktúra týchto odvetví zabezpečovať plnú zamestnanosť a jej efektívne využitie. Vtedy hovoríme, že hospodárstvo je na *rozvojovej trajektórii* a miera jeho rastu sa vyvíja proporcionálne s mierou rastu práceschopného obyvateľstva a mierou vyraďovania základných výrobných prostriedkov. Poznamenávame, že táto klasická teória je preukázateľná pre obdobie industriálnej spoločnosti (Sojka, J. – Šimkovic, J., 1981, s. 309 – 325).

Moderné teórie ekonomického rastu a rozvoja sú charakterizované hľadaním podmienok, za ktorých existuje v ekonomike rovnováha a stabilita. Časté poruchy rovnováhy a zdĺhavý proces adaptácie ekonomiky viedli k tomu, že ekonomická teória rozpracovala celý rad krátkodobých opatrení proti cyklického charakteru. Ich terapeutický účinok bol nedostatočný a viedol ekonómov k hľadaniu nových ciest ako vyriešiť problémy porušovania rovnováhy, resp. jej udržania po obnovení rovnováhy na vyššom stupni. Prechod od *statiky* k *ekonomickej dynamike* je toho jasným dôkazom.

Ekonómovia, podporujúci *rovnovážny ekonomický rast a rozvoj* sa odvolávajú na závery, podľa ktorých je podnet k investovaniu tým silnejší, čím je väčší trh. Zväčšovanie trhu, t. j. vytváranie nových odbytísk je podmienené prudkým rozvojom, ku ktorému dochádza vo viacerých alebo vo všetkých odvetviach priemyslu súčasne.

Iní ekonómovia naopak kritizujú modely rovnovážneho rastu. Podľa nich je teória rovnovážneho rastu aplikovateľná len v tých krajinách, ktoré sú už ekonomicky rozvinuté, pretože v tejto teórii sa a priori uvažuje s určitou kvalitou a kvantitou výrobných faktorov, ako aj s možnosťou ísť až po hranicu výrobných možností.

Úspešná hospodárska politika spočíva v tom, že hľadá *optimálnu mieru* medzi faktormi, ktoré spôsobujú nerovnováhu a faktormi obnovujúcimi rovnováhu na novej kvalitatívne vyššej úrovni.

c) *Tretiu otázku* možno charakterizovať takto: rovnováha je stabilná vtedy, ak hospodársky mechanizmus dokáže do ekonomickej štruktúry efektívne včleniť spätné väzby. Pritom prvý okruh spätných väzieb zabezpečuje vplyv spotrebiteľov na výrobu a druhý okruh neustále generuje objektívny cenový mechanizmus. *Efektívne spätné väzby* musia mať kompenzačný charakter, t. j. ekonomický systém so spätnými väzbami musí byť schopný upravovať sa do žiadaného stavu. Stabilita je vo všeobecnosti chápaná ako odolnosť systému voči poruchám (šokom) (Laščiak, A., 1995, s. 17).

V súvislosti so spätnými väzbami a stabilitou rovnováhy v ekonomickom systéme sa v ekonomickej literatúre objavuje ich členenie na:

a) *negatívne spätné väzby,*
b) *pozitívne spätné väzby*.

Ekonomická teória analyzujúca problémy rovnováhy, stability a dynamiky vychádza pri definovaní spätných väzieb z tézy, že ak je na trhu prebytok dopytu nad ponukou, spôsobuje to tlak na rast cien a ak ponuka prevyšuje dopyt, dôsledkom je tlak na zníženie cien. V prvom prípade sa ekonomický systém z nerovnovážnej situácie dostane do rovnovážneho stavu pomocou *negatívnej spätnej väzby* a v druhom prípade budú opačne pôsobiť *pozitívne spätné väzby*. Ináč povedané, o negatívnych spätných väzbách hovoríme vtedy, ak krivka dopytu je klesajúca (má negatívny sklon) a krivka ponuky je rastúca. O pozitívnych väzbách hovoríme, ak krivka dopytu je rastúca a krivka ponuky je klesajúca (Husár, J., 2000, s. 323).

Proces prispôsobovania sa trhu je definovaný ako *stabilný* vtedy, ak obnovuje rovnováhu v prípade, že bola narušená a *nestabilný* je vtedy, ak rovnováhu nenastolí. Z niektorých analýz vyplýva, že pozitívna spätná väzba je *postačujúcou podmienkou* pre *nestabilitu* ekonomického systému a negatívna väzba je *nevyhnutnou podmienkou* pre *stabilitu* systému (Husár, J., 2000, s. 326).

Ak vychádzame z doteraz uvedených myšlienok, potom vzniká niekoľko ďalších dôležitých otázok: aké sú nástroje na ekonomický rast Slovenska i ostatných krajín Európskej únie, ktoré sú hlavné sily určujúce tento rast, čo môže krajina urobiť, aby urýchlila tempo svojho ekonomického rastu a aká je perspektíva v 21. storočí.

Hoci sa špecifické črty a cesty hospodárskeho rastu jednotlivých krajín v Európskej únii môžu líšiť, všetky rýchlo rastúce krajiny majú určité spoločné črty. Ekonómovia, ktorí sa zaoberajú analýzami a modelovaním ekonomického rastu zistili, že hybná sila ekonomického pokroku spočíva na rovnakých *štyroch faktoroch rastu* (Samuelson, P. A. – Nordhaus, W. D., 2000, s. 539):

- *ľudské zdroje* (ponuka práce, vzdelanie, motivácia, disciplína),
- *prírodné zdroje* (pôda, nerastné suroviny, palivo, kvalita životného prostredia),
- *tvorba kapitálu* (stroje, továrenské budovy, cesty),
- *technológia* (veda, technika, manažment, podnikateľstvo).

Tieto faktory sa v jednotlivých krajinách môžu nebadane alebo veľmi líšiť a niektoré krajiny ich spájajú efektívnejšie než iné.

5 Záver

Z doteraz uvedených skutočností vyplýva, že ekonomický rast nie je možné skúmať ako autonómny proces. V analýzach je nevyhnutné zohľadňovať súvislosti a podmienenosti rastu hospodárstva s nemenej dôležitými makroekonomickými procesmi. K súčasným kľúčovým a najdôležitejším sa zaraďujú tieto súvislosti: *ekonomický rast – inflácia – nezamestnanosť, štrukturálne zmeny – konjunkturálne zmeny, masa peňazí v obehu – daňový systém, technológie – zamestnanosť, ekonomický rast – ekonomické rovnováhy* (Korček, Ľ., 1993, s. 35).

Ťažisko ekonomických analýz a ekonomického rozhodovania sa po rokoch transformácie ekonomiky Slovenska postupne presunulo od problémov systémového prechodu k trhovej ekonomike k otázkam výberu nástrojov makroekonomickej politiky, ktoré sú vhodné na dosiahnutie stanovených makroekonomických cieľov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17 ***Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie.***

Literatúra

1. Dinh, N. H. (2001). *Model ekonomického rozvoja ázijských drakov*. Bratislava: Mika – Conzult.
2. Goga, M. (2011). *Ekonomická dynamika*. Bratislava: Iura Edition, ISBN 978-80-8078-394-5.
3. Husár, J. (2000). Rovnováha, stabilita a dynamika hospodárstva z pohľadu ekonomickej teórie. *Ekonomický časopis*, roč. 48, č. 3, s. 319-332.
4. Kolektív. (1970). *Investície, rovnováha, optimálny rast*. Bratislava: Nakladateľstvo Pravda.
5. Korček, Ľ. (1993). *Teórie hospodárskeho rastu*. Bratislava: ES EU.
6. Laščiak, A. (1995). *Úvahy o ekonomike Slovenskej republiky*. Bratislava: SLOVAKIA PLUS.
7. Přívarová, M. (1995). *Teória ekonomickej nerovnováhy*. Bratislava: Elita.
8. Rossi, R. J. – Gilmartin, K. J. (1980). *The Handbook of Social Indicators: Sources, Characteristics and Analysis.* New York: Garland STPM Press.
9. Samuelson, P. A. – Nordhaus, W. D. (2000). *Ekonómia*. Bratislava: Elita.
10. Sojka, J. – Šimkovic, J. (1981). *Modelovanie národohospodárskych procesov*. Bratislava: Alfa.
11. Šik, O. (1991). *Ekonomický růst, nerovnováhy a hospodářská politika.* Karviná: Litera NOVA.
12. Tinbergen, J. (1972). *Hospodářská politika – zásady a tvorba.* Praha: Svoboda.
13. Wagner, H. (2004). *Stabilitätspolitik.* München: Oldenbourgh Wissenschaftsverlag GmbH.
14. Wei – Bin Zhang. (1990). Economic Dynamics. Growth and Development. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Berlin – Heidelberg:* Springer – Verlag, No. 350.
15. www.tur.sk/doc/Indikatory_final.pdf

Analýza mzdových disparít v okresoch Slovenska v období 2001-2015

Analysis of wage disparities across Slovak districts during 2001-2015

Michaela Chocholatá[1]

Abstrakt
Predmetom príspevku je analýza mzdových disparít v 79 okresoch Slovenska v období 2001-2015 na báze nástrojov priestorovej analýzy dát. Rozdiely vo výške miezd boli potvrdené tak z priestorového ako aj z časového hľadiska. Hodnoty globálnej Moranovej *I* štatistiky potvrdzujú existenciu štatisticky významnej pozitívnej priestorovej autokorelácie. Z analýzy je zrejmé pretrvávanie mzdových rozdielov počas analyzovaného obdobia.

Kľúčové slová
disparity, mzda, priestorová analýza, okresy, Slovensko

Abstract
This paper deals with the analysis of wage disparities across 79 Slovak districts during the period 2001-2015 based on instruments of spatial data analysis. The differences in wages were confirmed both from the spatial aspect as well as from the time aspect. The values of the global Moran's *I* statistics confirm the existence of the statistically significant positive spatial autocorrelation. Furthermore, the analysis has proved the persistence of wage disparities during the analysed time period.

Key words
disparities, wage, spatial analysis, districts, Slovakia

JEL classification
R12, C21

1 Úvod

Analýza regionálnych disparít predstavuje zaujímavú problematiku. Regionálne disparity vo všeobecnosti možno špecifikovať pre báze rôznych indikátorov pre regióny na rôznych úrovniach členenia. Medzi najčastejšie používané indikátory pri porovnávaní regiónov patria ekonomické, demografické a sociálne indikátory. Vychádzajúc z dokumentu Európa 2020[2] je súčasná regionálna politika Európskej únie (EÚ) zameraná na postupnú elimináciu regionálnych disparít najmä v oblastiach ekonomického rastu, vzdelávania, výskumu a inovácií, zamestnanosti, sociálneho začlenenia a znižovania chudoby. Pri identifikácii disparít a navrhovaní riešení na ich odstránenie je možné využiť viaceré prístupy (pozri napr. Hančlová a Tvrdý, 2004). Jednou z možností, ktorá je v poslednom období pri analýze značne populárna, je využitie nástrojov priestorovej analýzy dát a priestorovej ekonometrie, ktoré umožňujú zohľadniť aj existenciu prípadných priestorových závislostí medzi regiónmi. Z praktického hľadiska riešenia problému regionálnych disparít to potom znamená, že podpora rozvoja jedného regiónu môže výrazným spôsobom ovplyvniť nielen daný región, ale aj geograficky

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, michaela.chocholata@euba.sk.

[2] Communication from the Commission Europe 2020: A strategy for smart, sustainable and inclusive growth. (n.d.).

blízke regióny. Nástroje a metódy priestorovej štatistiky a priestorovej ekonometrie pri analýze regionálnych disparít v oblasti ekonomického rastu v EÚ využili napr. Ramajo et al. (2005), Arbia (2006), Paas a Schlitte (2009), Chocholatá (2015), Furková a Chocholatá (2016). Na základe analýz v oblasti výskumu a inovácií v publikáciách Furková (2016) a Furková (2015) bolo potvrdené, že aktivity v oblasti vedy a výskumu realizované v susedných regiónoch majú významný vplyv na inovačné aktivity v danom regióne. Význam analýz takéhoto typu spočíva predovšetkým v tom, že identifikácia tzv. spillover efektov medzi regiónmi a inovačných zhlukov umožňuje efektívnejšiu distribúciu výdavkov na vedu a výskum a napomáha rýchlejšiemu toku vedeckých informácií. Spomedzi empirických prác zameraných na analýzu zamestnanosti a mzdového vývoja s využitím modelov priestorovej ekonometrie možno spomenúť napr. Dall´erba a Le Gallo-Crese (2007), Franzese a Hays (2005) a Ivanova (2015).

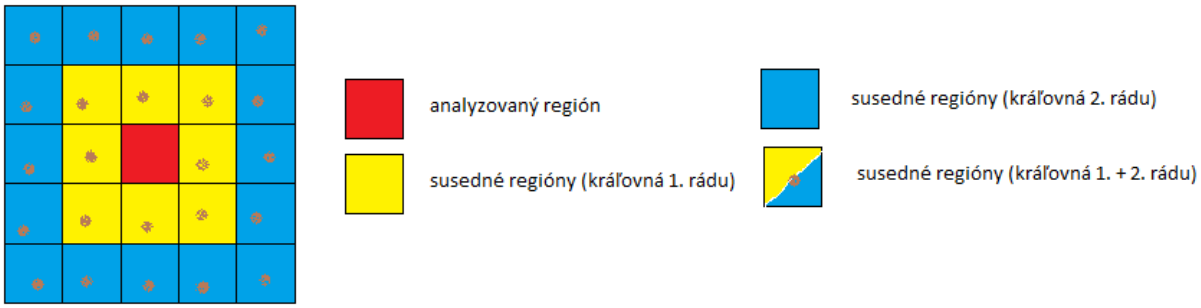
Predmetom tohto príspevku je analýza regionálnych disparít v oblasti priemerných nominálnych mesačných miezd v okresoch Slovenska v období 2001-2015 s využitím nástrojov priestorovej štatistiky a ekonometrie. V časti 2 stručne popisujeme použitú metodológiu, časť 3 je venovaná dátam a empirickým výsledkom a časť 4 predstavuje záver.

2 Použitá metodológia

Pri analýze regionálnych disparít možno použiť rôzne prístupy, vzhľadom na zameranie príspevku sa budeme venovať nástrojom priestorovej analýzy dát. Softvérové možnosti tejto analýzy sú v súčasnosti pomerne široké, keďže existuje pomerne značné spektrum dostupného softvéru vrátane voľne dostupných softvérov ako napr. GeoDa (Geographic Data Analysis) a R. Štandardne používaným prístupom na preskúmanie priestorovej štruktúry regionálnych dát je prístup založený na priestorovej exploratačnej analýze ESDA (Exploratory Spatial Data Analysis), ktorý zahŕňa popri grafickom znázornení analyzovaných dát aj ich znázornenie na mapách rôzneho typu (často používanými sú napr. percentilová mapa, príp. kvantilová mapa). Vychádzajúc z princípov tzv. prvého pravidla geografie formulovaného Toblerom (Tobler, 1970), že „všetko so všetkým súvisí, pričom bližšie veci súvisia spolu viac ako veci vzdialenejšie“ je zrejmé, že pri analýze treba brať do úvahy aj tzv. priestorové efekty a z nich predovšetkým priestorovú závislosť, resp. priestorovú autokoreláciu (Cliff a Ord, 1969). Pojem priestorovej autokorelácie je istou analógiou časovej autokorelácie, nejde však o koreláciu v čase, ale o koreláciu premennej so samou sebou v priestore, a teda o posúdenie do akej miery môže mať dianie v jednom regióne vplyv na dianie v inom regióne. Na vyjadrenie interakcií medzi regiónmi je potrebné špecifikovať maticu váh **W** rozmeru ($N \times N$), kde N označuje počet uvažovaných regiónov. Jednou z možností je použitie binárnej matice váh **W** s jednotkovými prvkami pre susediace regióny a s nulovými prvkami pre ostatné regióny, pričom susediace regióny je možné určiť na základe pohybu šachových figúrok, známe je napr. susedstvo typu „kráľovná“[3], „veža“ alebo „strelec“. Pokiaľ analyzujeme interakciu bezprostredných susedov hovoríme o matici 1. rádu, ak nás zaujímajú efekty susedov susediacich regiónov hovoríme o matici 2. rádu a ak skúmame efekty oboch týchto skupín, hovoríme o matici 1. + 2. rádu. Grafické znázornenie matice susedstva na báze matice váh typu „kráľovná“ je súčasťou obr. 1.

[3] Pri váhach typu „kráľovná“ sú za susedné považované regióny, ktoré majú aspoň jeden spoločný bod hranice.

Obr. 1: Špecifikovanie susedných regiónov – matica váh typu „kráľovná“



Zdroj: vlastné spracovanie

Súčasťou ESDA je tiež testovanie existencie priestorovej autokorelácie pomocou rôznych globálnych a lokálnych indikátorov. Medzi najznámejšie indikátory patria globálna a lokálna Moranova *I* štatistika, ktorých výpočet poskytuje aj softvér GeoDa. Globálnu Moranovu *I* štatistiku možno vypočítať na základe vzťahu (Getis, 2010):

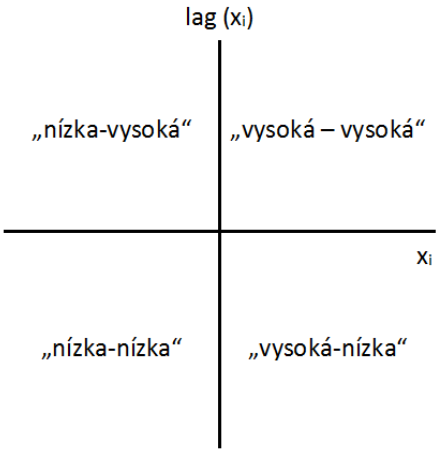
$$I = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \quad i \neq j \tag{1}$$

kde x_i označuje hodnotu analyzovanej premennej v regióne *i*, $\bar{x}$ je výberový priemer, *N* je celkový počet analyzovaných regiónov a w_{ij} sú prvky priestorovej matice váh **W**. Lokálnu Moranovu *I* štatistiku pre jednotlivé regióny možno vypočítať podľa vzťahu (Anselin, 1995):

$$I_i = \frac{(x_i - \bar{x})\sum_{j=1}^{N} w_{ij}(x_j - \bar{x})}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2} \quad i \neq j \tag{2}$$

kde I_i označuje dekompozíciu globálneho Moranovho *I*. Z hľadiska analýzy zohráva významnú úlohu tiež Moranov rozptylový diagram obsahujúci okrem hodnoty globálnej štatistiky (v podobe sklonu regresnej priamky) aj hodnoty lokálnych štatistík – obr. 2. Pravý horný a ľavý dolný kvadrant tohto diagramu obsahujú regióny vyznačujúce sa pozitívnou priestorovou autokoreláciou, kým zvyšné dva kvadranty (pravý dolný a ľavý horný) obsahujú regióny s negatívnou priestorovou autokoreláciou. Kým v prípade pozitívnej autokorelácie ide z hľadiska analyzovaného ukazovateľa o „podobný“ región ako sú jeho susedné regióny, v prípade negatívnej autokorelácie to indikuje „odlišnosť“ daného regiónu od jeho susedných regiónov. Významnú úlohu zohráva aj zobrazenie zhlukov na tzv. LISA (Local Indicators of Spatial Association) zhlukových mapách. Pomocou softvéru GeoDa je tiež možné vypočítať hodnoty Moranovej štatistiky pre zmenu analyzovaného ukazovateľa v špecifikovanom období.

Obr. 2: Moranov rozptylový diagram



Zdroj: vlastné spracovanie

3 Dáta a empirické výsledky

Empirická časť príspevku využíva dáta o priemernej nominálnej mesačnej mzde (v €) pre 79 okresov Slovenska (členenie LAU 1 - Local Administrative Units) za obdobie 2001-2015, ktoré boli získané z databázy Štatistického úradu Slovenskej republiky DATAcube (http://datacube.statistics.sk/). Analýzy boli zrealizované pomocou voľne prístupného softvéru GeoDa (https://geodacenter.asu.edu/software/downloads) a MS Excelu. Súbor .shp (shape file) pre okresy Slovenska bol získaný zo stránky http://wiki.freemap.sk/HraniceAdministrativnychUzemi.

Box plot vývoja miezd pre okresy Slovenska v období 2001-2015 je znázornený na obr. 1. Kým hodnoty mediánu v priebehu analyzovaného obdobia postupne rástli z hodnoty 367 € na úroveň 837 €, rastúca tendencia priemernej nominálnej mesačnej mzdy (z 384,6 € v roku 2001 na 877,2 € v roku 2015) bola v analyzovanom období prerušená jej miernym poklesom v období krízy v roku 2009. Medzikvartilové rozpätie výrazne rástlo až do začiatku krízy v roku 2008 a okrem roku 2009 tiež mierne pokleslo v roku 2013. Kým jeho hodnota bola v roku 2001 68,44 €, v roku 2015 už 167 €. Z obr. 3 je tiež v každom z analyzovaných rokov zrejmá existencia viacerých okresov s extrémne vysokými hodnotami miezd[4]. S cieľom bližšie analyzovať a vizualizovať vývoj miezd v jednotlivých okresoch Slovenska boli skonštruované viaceré mapy.

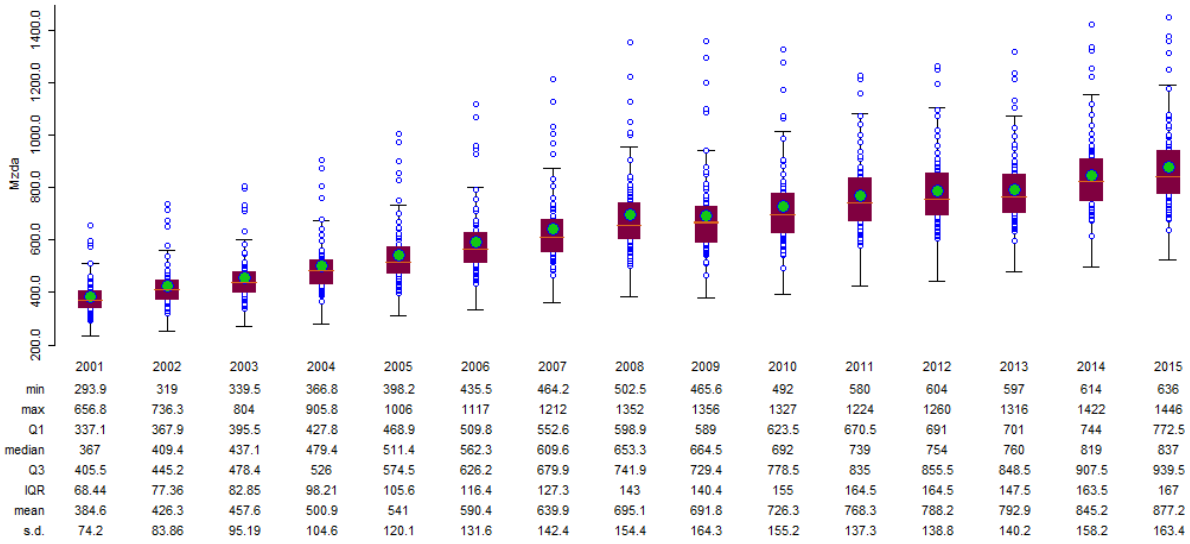
Priemerné nominálne mzdy v jednotlivých okresoch Slovenska za roky 2001 a 2015 s využitím percentilových máp sú na obr. 4, z ktorého sú zrejmé značné disproporcie medzi jednotlivými regiónmi a ich pretrvávanie[5]. Najvyššie priemerné mzdy boli v roku 2001 dosiahnuté v okrese Bratislava I, i v ostatných bratislavských okresoch, v okrese Trnava, Košice III a v okrese Púchov. V roku 2015 bol na „vedúcej“ pozícii okres Bratislava II a opäť bratislavské okresy, okres Trnava a okres Košice III, okres Kysucké Nové Mesto „nahradil“ okres Púchov. Najnižšie priemerné mzdy boli v roku 2001 zaznamenané v okrese Sobrance a v roku 2015 v okrese Bardejov. Nízku úroveň miezd mali v roku 2001 tiež v okresoch Bardejov, Námestovo, Sabinov, Snina, Stará Ľubovňa, Stropkov a Veľký Krtíš. Po okrese

[4] Ide o tzv. odľahlé pozorovania označované aj ako „upper outliers“.

[5] Percentilové mapy pre mzdy za obdobie 2002-2014 z dôvodu limitovanej dĺžky príspevku neuvádzame, budú však súčasťou prezentácie na konferencii.

Bardejov k okresom s najnižšími mzdami v roku 2015 patrili okresy Gelnica, Kežmarok, Krupina, Poltár, Rimavská Sobota, Snina a Veľký Krtíš.

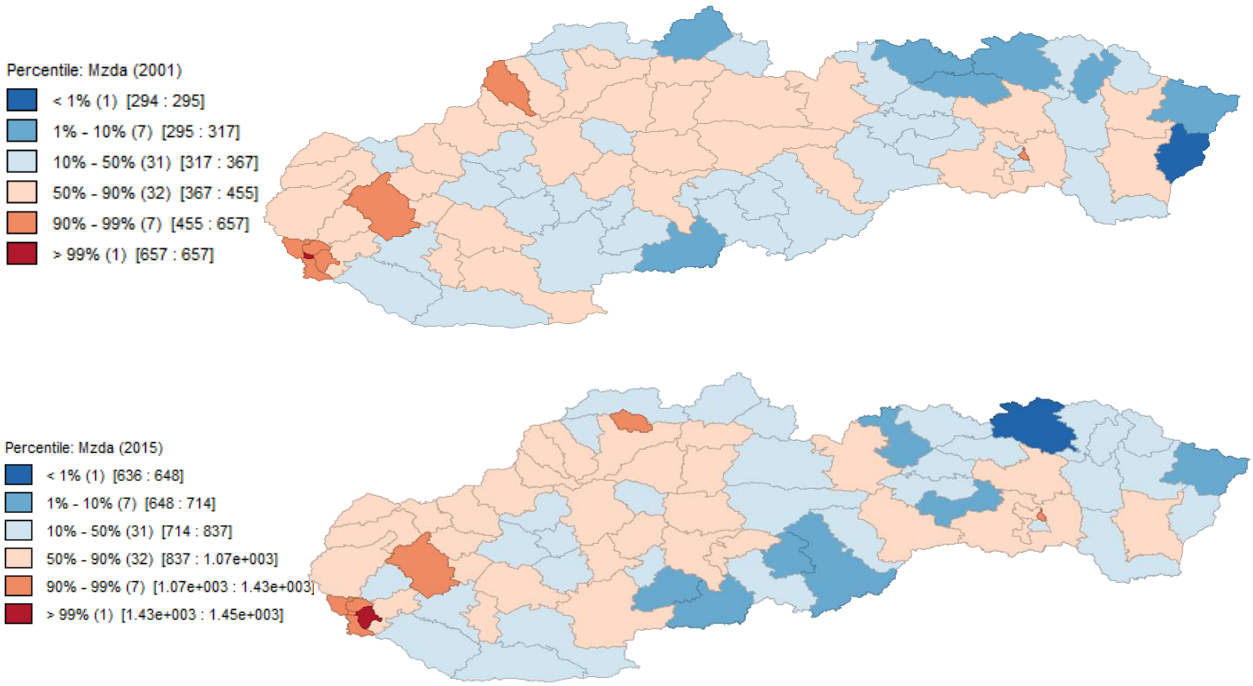
Obr. 3: Box plot pre mzdy (v €) v období 2001-2015



	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
min	293.9	319	339.5	366.8	398.2	435.5	464.2	502.5	465.6	492	580	604	597	614	636
max	656.8	736.3	804	905.8	1006	1117	1212	1352	1356	1327	1224	1260	1316	1422	1446
Q1	337.1	367.9	395.5	427.8	468.9	509.8	552.6	598.9	589	623.5	670.5	691	701	744	772.5
median	367	409.4	437.1	479.4	511.4	562.3	609.6	653.3	664.5	692	739	754	760	819	837
Q3	405.5	445.2	478.4	526	574.5	626.2	679.9	741.9	729.4	778.5	835	855.5	848.5	907.5	939.5
IQR	68.44	77.36	82.85	98.21	105.6	116.4	127.3	143	140.4	155	164.5	164.5	147.5	163.5	167
mean	384.6	426.3	457.6	500.9	541	590.4	639.9	695.1	691.8	726.3	768.3	788.2	792.9	845.2	877.2
s.d.	74.2	83.86	95.19	104.6	120.1	131.6	142.4	154.4	164.3	155.2	137.3	138.8	140.2	158.2	163.4

Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa

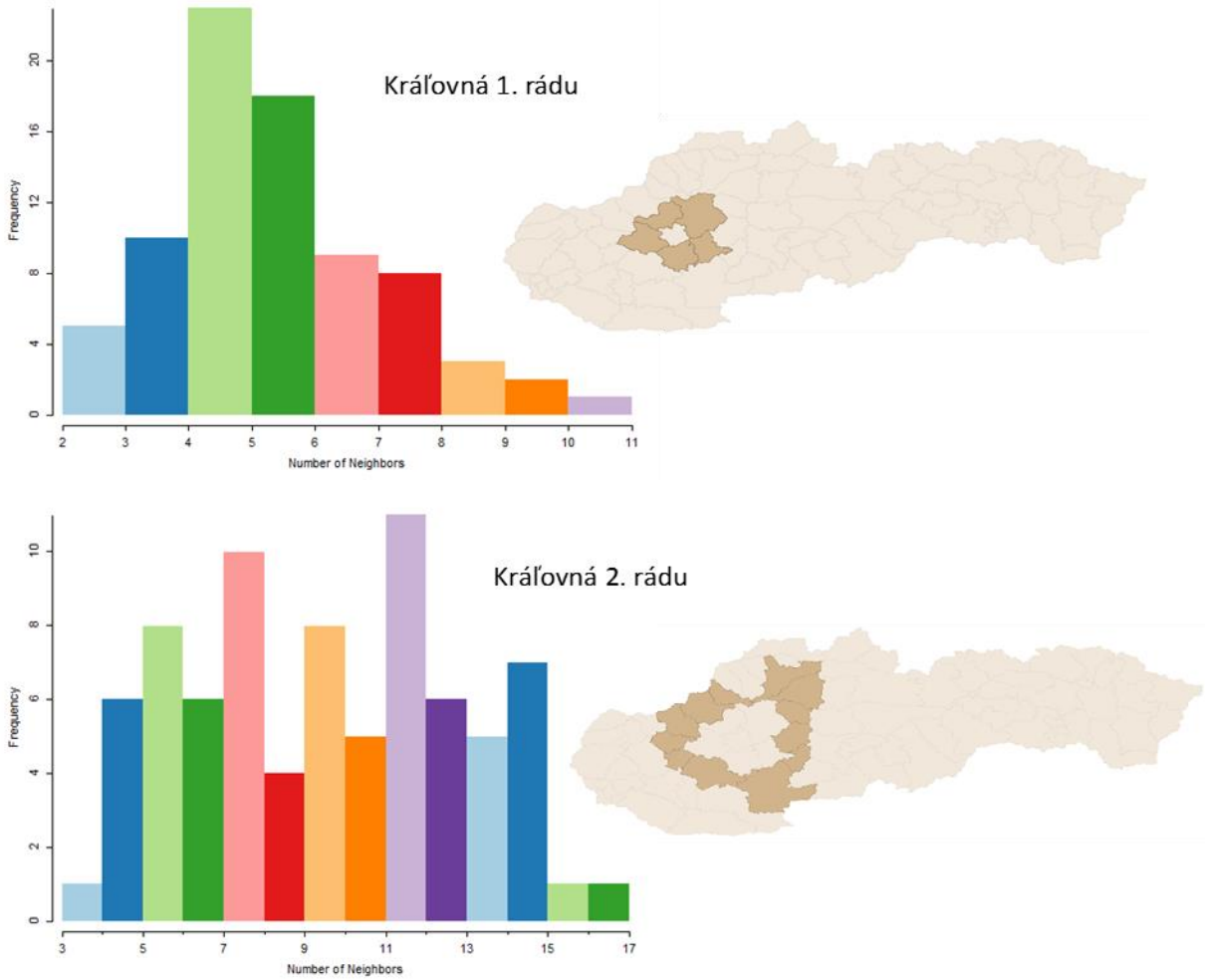
Obr. 4: Percentilové mapy pre mzdy v roku 2001 a v roku 2015

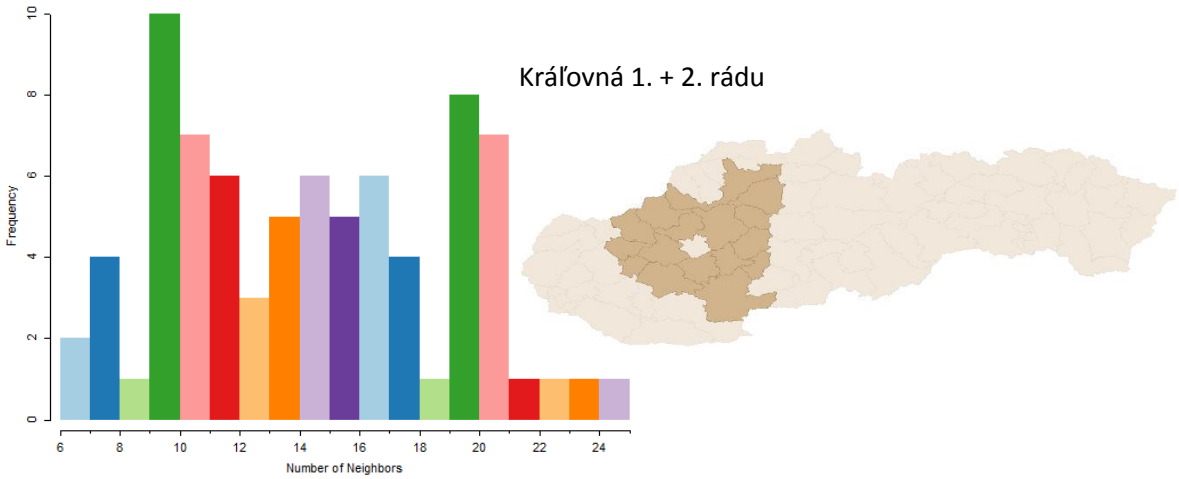


Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa

Vychádzajúc z obr. 4 možno pozorovať jednak zhluky regiónov s vysokou, resp. nízkou úrovňou miezd a jednak regióny s vysokými, resp. nízkymi mzdami medzi regiónmi s mzdovou úrovňou opačného charakteru (napr. v roku 2015 okres Kysucké Nové Mesto). Hoci vizualizácia pomocou percentilových máp poskytuje informáciu o možnej existencii priestorových zhlukov regiónov s podobnou mzdovou úrovňou, tento prístup však nevypovedá nič o štatistickej významnosti či nevýznamnosti uvedených zhlukov. Uvedený nedostatok je možné vyriešiť aplikáciou ďalších nástrojov priestorovej analýzy dát, konkrétne otestovaním, či poloha regiónu ovplyvňuje výšku miezd. Pred testovaním priestorovej autokorelácie je potrebné špecifikovať, ktoré regióny budú považované za susedné. Pri analýze sme využili tri rôzne matice váh typu „kráľovná“, to kráľovná 1. rádu, kráľovná 2. rádu a kráľovná 1.+ 2. rádu. Na obr. 5 sú znázornené histogramy susednosti pre jednotlivé typy váh indikujúce počet susedných regiónov, pričom je zrejmé, že vzhľadom na definovanie váh sa počet susedov zvyšuje. Obr. 5 tiež obsahuje mapu susednosti pre každú z definovaných váh znázornenú pre okres Partizánske. V prípade okresu Partizánske má tento pri váhach typu kráľovná 1. rádu 5 susedov, pri váhach kráľovná 2. rádu 12 susedov a pri váhach kráľovná 1.+ 2. rádu 17 susedov.

Obr. 5: Histogram susednosti a mapa susednosti (okres Partizánske) pre rôzne definované váhy

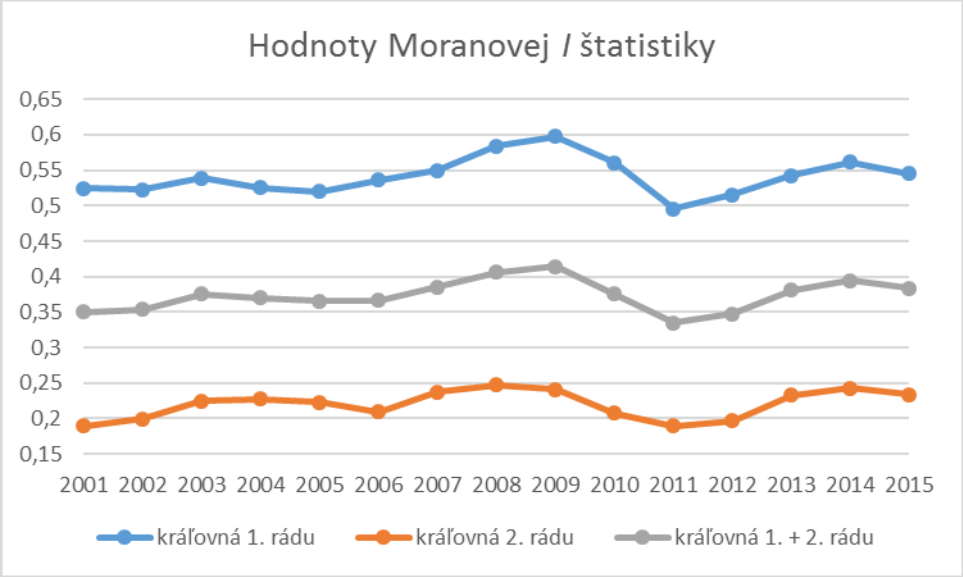




Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa

Pre každú z vyššie uvedených špecifikácií matice váh boli v softvéri GeoDa vypočítané hodnoty globálnej Moranovej *I* štatistiky pre jednotlivé roky analyzovaného obdobia. Z vývoja hodnôt Moranovej *I* štatistiky v období 2001-2015 znázorneného na obr. 6 je zrejmé, že jej hodnoty sa výrazne líšia vzhľadom na rôzne definované váhy. Vo všetkých analyzovaných obdobiach pre všetky tri typy váh bola potvrdená existencia štatisticky významnej pozitívnej priestorovej autokorelácie.

Obr. 6: Vývoj hodnôt Moranovej I štatistiky v období 2001-2015 pre rôzne váhy

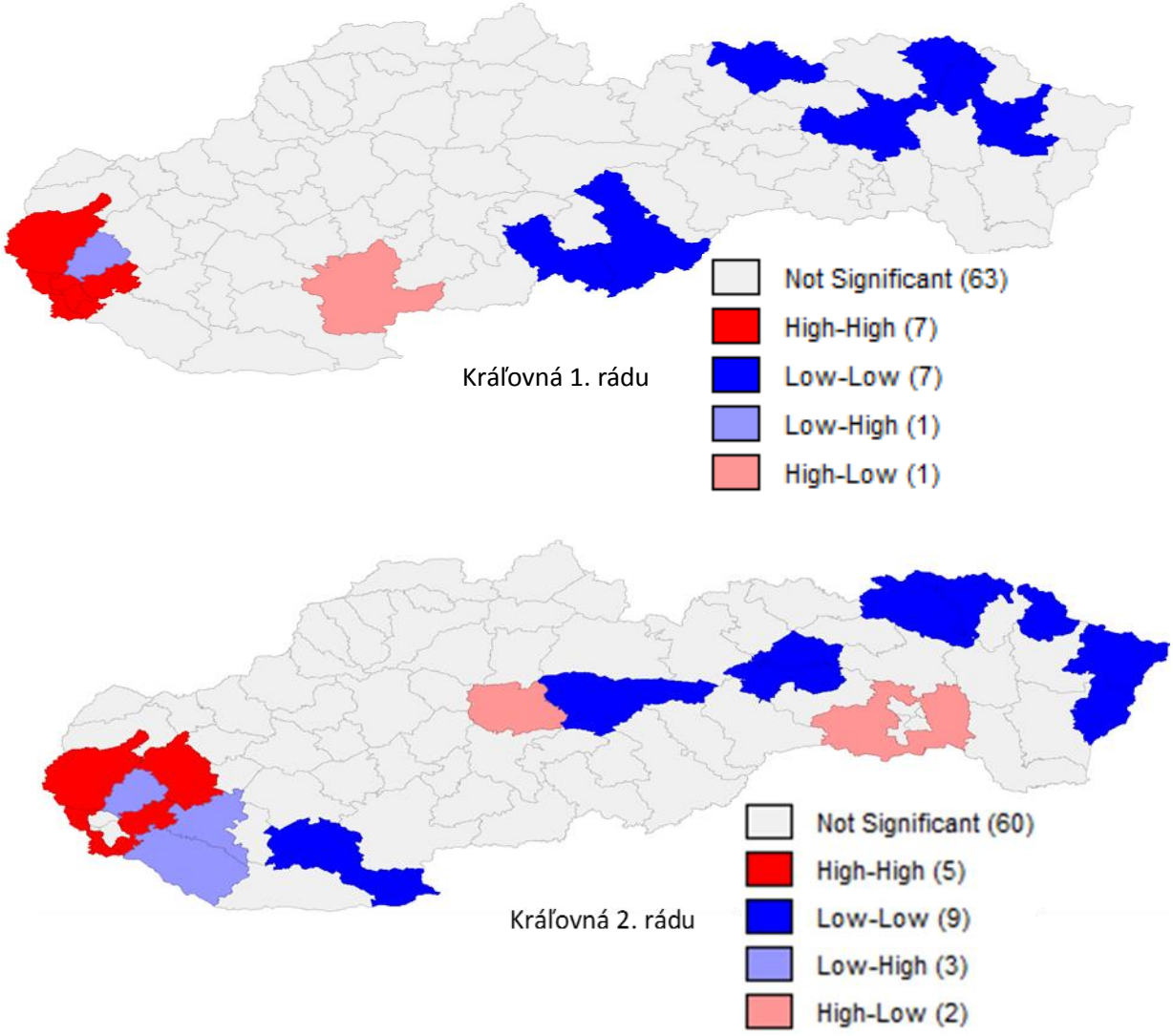


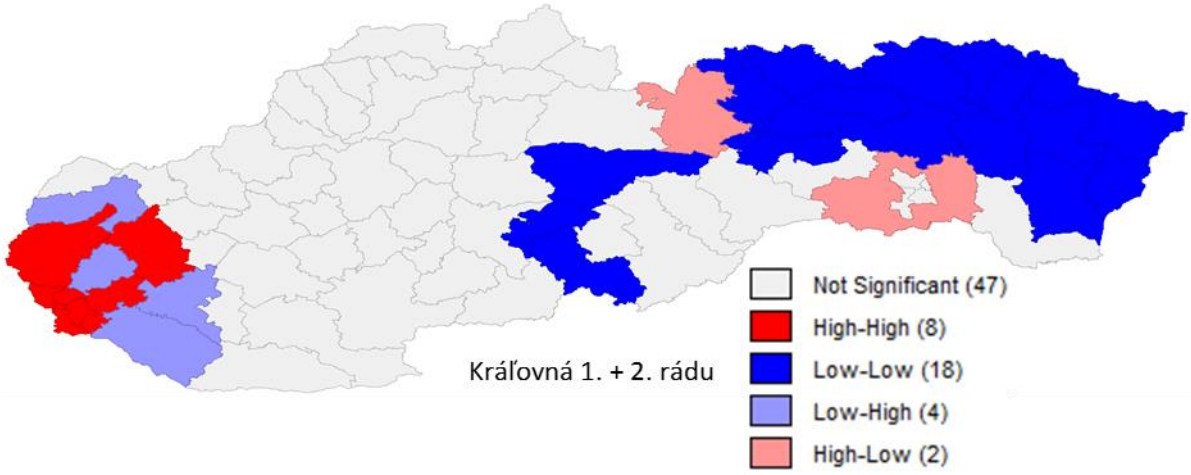
Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa a MS Excel

Hoci na základe globálnej Moranovej *I* štatistiky možno identifikovať existenciu pozitívnej priestorovej autokorelácie, z hľadiska posúdenia vývoja v konkrétnych regiónoch bolo potrebné vypočítať tzv. lokálne štatistiky. Anselinom (1995) prezentované indikátory LISA umožňujú kategorizovať analyzované regióny podľa typu priestorovej autokorelácie do štyroch skupín, ktoré zodpovedajú štyrom kvadrantom Moranovho diagramu. Regióny vyznačujúce sa pozitívnou priestorovou autokoreláciou typu „vysoká-vysoká“ a „nízka-nízka“

(t.j. región a s ním susediace regióny s nadpriemernými, resp. podpriemernými hodnotami) a regióny vykazujúce negatívnu priestorovú autokoreláciu typu „vysoká-nízka“, resp. „nízka-vysoká“ (t.j. región s nadpriemernými hodnotami susediaci s regiónmi s podpriemernými hodnotami, resp. región s podpriemernými hodnotami susediaci s regiónmi s nadpriemernými hodnotami). LISA zhlukové mapy pre rok 2015 skonštruované pre rôzne váhy sú na obr. 7. Pri aplikácii váh typu kráľovná 1. rádu bola štatisticky významná pozitívna priestorová autokorelácia identifikovaná pre 14 regiónov (z toho pre 7 typu „vysoká-vysoká“ a typu „nízka-nízka“) a štatisticky významná negatívna priestorová autokorelácia pre 2 regióny. Pri použití váh typu kráľovná 2. rádu a kráľovná 1. + 2. rádu bol počet regiónov so štatisticky významnou pozitívnou i negatívnou autokoreláciou vyšší.

Obr. 7: Mzda 2015 - LISA zhlukové mapy pre rôzne váhy

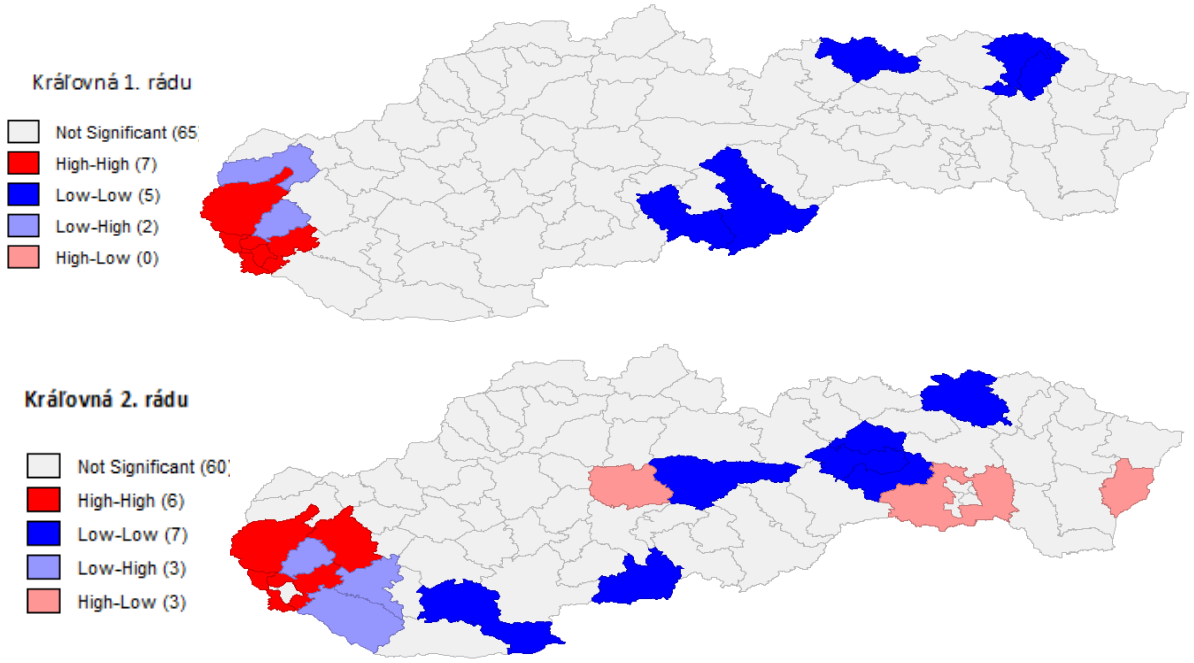


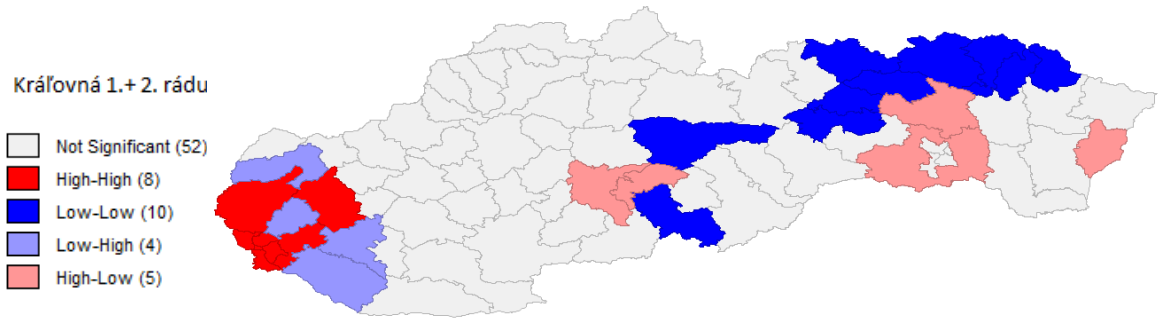


Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa

Za účelom posúdenia či zmena úrovne miezd v období 2001-2015 v konkrétnom regióne je štatisticky významne prepojená so zmenou v jeho susediacich regiónoch, boli vypočítané hodnoty globálnej Moranovej *I* štatistiky pre rozdiel miezd v roku 2015 a v roku 2001. Pre všetky tri typy váh bola potvrdená existencia štatisticky významnej pozitívnej priestorovej autokorelácie s hodnotami Moranovej *I* štatistiky 0,213579 (kráľovná 1. rádu), 0,440161 (kráľovná 2. rádu) a 0,322059 (kráľovná 1. +2. rádu). Zhluky typu „vysoká-vysoká“, resp. „nízka-nízka“ predstavujú regióny s nadpriemernými, resp. podpriemernými zmenami miezd v období 2001-2015 v zhode s vývojom v ich susedných regiónoch. Zhluky typu “vysoká-nízka“ a „nízka-vysoká“ zodpovedajú regiónom s nadpriemernou, resp. podpriemernou zmenou miezd v sledovanom období v kontexte podpriemerných, resp. nadpriemerných zmien v susedných regiónoch (obr. 8).

Obr. 8: LISA zhlukové mapy pre zmenu miezd (mzda 2015-mzda 2001), rôzne váhy





Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri GeoDa

4 Záver

Cieľom príspevku bolo poukázať na rozsah a dynamiku disparít vo výške priemerných nominálnych mesačných miezd medzi jednotlivými okresmi Slovenska v období 2001-2015. Na báze nástrojov priestorovej analýzy dát boli potvrdené značné rozdiely vo výške analyzovaného ukazovateľa, potvrdená značná priestorová závislosť ako aj pretrvávanie týchto disparít v čase. V príspevku bola tiež analyzovaná a potvrdená citlivosť výsledkov na voľbu matice váh.

Hoci eliminácia regionálnych disparít je na Slovensku dlhodobou prioritou, riešenie tohto komplexného problému nie je jednoduché a bude si vyžadovať značné úsilie aj naďalej.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17 *Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie.*

Literatúra

1. Anselin, L. (1995). Local Indicators of Spatial Association – LISA. *Geographical Analysis, 27*(2), 93-115.
2. Arbia, G. (2006). *Spatial econometrics: statistical foundations and applications to regional convergence: with 19 figures and 11 tables*. Berlin: Springer.
3. Cliff, A. D., & Ord, J. K. (1969). The problem of spatial autocorrelation. *London Papers in Regional Science 1, Studies in Regional Science*, London: Pion, 25-55.
4. Dall'erba, S., & Le Gallo-Crese, J. (2007). The Impact of EU Regional Support on Growth and Employment. *Finance a úvěr - Czech Journal of Economics and Finance, 57* (7-8), 325-340.
5. DATAcube. (n.d.). Retrieved October 09, 2017, from http://datacube.statistics.sk/
6. Communication from the Commission Europe 2020: A strategy for smart, sustainable and inclusive growth. (n.d.). Retrieved October 9, 2017, from http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2010:2020:FIN:EN:PDF
7. Franzese, R., & Hays, J. (2005). Spatial Econometric Modeling, with Application to Employment Spillovers and Active-Labor-Market Policies in the European Union. Retrieved October 9, 2017, fromwww-personal.umich.edu/~franzese/FranzeseHays.SpatialEcon.EmploymentSpillovers.ALP.pdf
8. Furková, A. (2015). Priestorová analýza inovačných zhlukov: prípadová štúdia regiónov EÚ. In *AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach.* (pp. 578-585). Bratislava, Slovakia: Ekonóm.

9. Furková, A. (2016). Spatial pattern of innovative activity in the EU regions : exploratory spatial data analysis and spatial econometric approach. In *Advances in applied business research : the L.A.B.S. initiative.* (pp. 159-186). New York: Nova Science.
10. Furková, A., & Chocholatá, M. (2016). Spatial econometric modelling of regional club convergence in the European Union. *Ekonomický časopis, 64*(4), 367-386.
11. Getis, A. (2010). Spatial autocorrelation. In *Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications.* (pp. 255-278). Berlin Heidelberg: Springer.
12. Hančlová, J., & Tvrdý, L. (2004). Classification of the Regions. In *Multiregional and Regional Models*. Faculty of Economics, Technical University of Ostrava.
13. Chocholatá, M. (2015). Vzťah medzi počiatočnou úrovňou HDP a jeho rastom: priestorová analýza pre regióny Európskej únie. In *Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu: mezinárodní vědecký seminář.* (pp. 92-99). Bratislava: Ekonóm.
14. Ivanova, V. (2015). How space channels wage convergence: the case of Russian cities. Retrieved October 9, 2017, from http://ssrn.com/abstract=2717492.
15. (n.d.). Retrieved October 9, 2017, from http://wiki.freemap.sk/HraniceAdministrativnychUzemi
16. (n.d.). Retrieved October 09, 2017, from https://geodacenter.asu.edu/software/downloads
17. Paas, T., & Schlitte, F. (2009). Spatial Effects of Regional Income Disparities and Growth in the EU Countries and Regions. Retrieved October 9, 2017, from http://ec.europa.eu/eurostat/documents/1001617/4398377/S3P2-SPATIAL-EFFECTS-TIIU-PAAS-FRISO-SCHLITTE.pdf
18. Ramajo, J., Márquez, M., Hewings, G., & Salinas, M. (2005). Spatial Heterogeneity and Interregional Spillovers in EU: Some Evidence about the Effects of Cohesions Policies on Convergence. Retrieved October 9, 2017, from https://www.researchgate.net/publication/265240862_SPATIAL_HETEROGENEITY_AND_INTERREGIONAL_SPILLOVERS_IN_EU_SOME_EVIDENCE_ABOUT_THE_EFFECTS_OF_COHESION_POLICIES_ON_CONVERGENCe
19. Tobler, W. (1970). A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography, 46*(2), 234-240.

Simulácia kritických hodnôt rozšíreného Dickeyho-Fullerovho testu
Simulation of Critical Values Used in Augmented Dickey-Fuller Test

Martin Lukáčik[1]

Abstrakt
Testovanie stacionarity je súčasťou mnohých analýz, lebo ovplyvňuje výber nástrojov a metód, ktoré sa pri nich použijú. Najčastejšie aplikovaným je rozšírený Dickeyho-Fullerov (ADF) test. Lukáčik (2017) prezentuje jednoduchý program na podporu sekvenčného testovania ADF testu v programe EViews. V programe sú pre zadanú premennú vypočítané všetky štatistiky, ale simulované nie sú žiadne kritické hodnoty. Kritické hodnoty združenej hypotézy Φ testu sa dokonca preberajú z tabuliek pre zaokrúhľovaný počet pozorovaní. Predmetom tohto príspevku je prezentácia programu na simuláciu všetkých používaných kritických hodnôt. Zároveň porovnáme simulované hodnoty s hodnotami používanými v tabuľkách.

Kľúčové slová
rozšírený Dickeyho-Fullerov test jednotkového koreňa, sekvenčný postup testovania, EViews, hypotézy, simulácia

Abstract
Testing of stationarity is important in many analysis, because significantly affects the choice of tools and methods that are used. The most applied test is augmented Dickey-Fuller (ADF) test. Lukáčik (2017) presents a simple program to support sequential ADF testing in EViews. In this program, all statistics are computed for the specified variable, but no critical values are simulated. The critical values of the joint Φ hypothesis are even taken from the tables for the rounded number of observations. The aim of this paper is to present a program to simulate all critical values. We also compare the simulated values with the values used in the tables.

Key words
Augmented Dickey-Fuller unit root test, Sequential testing, EViews, Hypotheses, Simulation

JEL classification
C12, C22

1 Úvod

Lukáčik a Lukáčiková (2008) uvádzajú, že použitie časových radov v ekonometrických modeloch vyžaduje úpravu klasických predpokladov lineárneho modelu z dôvodu absencie realizácie náhodného výberu ako základnej podmienky ich aplikácie. Riešenie tohto problému si vyžaduje doplnenie predpokladov, aby sa zabezpečili platnosť zákona veľkých čísel a centrálnej limitnej vety. Tým sa do ekonometrie prináša nevyhnutnosť analýzy stacionarity, ktorá je doménou štatistickej analýzy časových radov.

Testovanie stacionarity sa používa takmer pri všetkých typoch ekonometrických analýz. Nájdeme ho napr. pri modelovaní cyklov alebo konštantnosti makroekonomických podielov, ktorými sa zaoberal Szomolányi (2013, 2016). Testovanie stacionarity je nevyhnutnou súčasťou kointegračnej analýzy a modelovanie volatility je tiež postavené na predpoklade

[1] Ekonomická univerzita / Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, e-mail: martin.lukacik@euba.sk.

stacionarity procesov, preto sa stacionarita vždy overuje. Využitie testovania pri kointegračnej analýze nájdeme napr. u Lukáčikovej (2013) a analýzu volatility u Lukáčikovej (2012).

V tomto príspevku najskôr pripomenieme na akom princípe funguje rozšírený Dickeyho-Fullerov test a zobrazíme jeho sekvenčný priebeh na schéme. Následne prezentujeme program na simuláciu kritických hodnôt všetkých hypotéz ADF testu a porovnáme tieto simulované hodnoty s hodnotami používanými v tabuľkách.

2 Rozšírený Dickeyho-Fullerov test

Dickey a Fuller (1981) pomocou simulačných experimentov určili kritické hodnoty podielu odhadu parametra a jeho štandardnej odchýlky. Nazvali ju τ štatistika. Dickeyho-Fullerov test porovnáva vypočítanú štatistiku τ s kritickou hodnotou Dickeyho-Fullerovho rozdelenia. Nižšia hodnota štatistiky τ znamená zamietnutie nulovej hypotézy o nestacionarite procesu, ktorý generoval skúmaný rad. Autori testu určili kritické hodnoty špeciálne pre model bez absolútneho člena a deterministického trendu, osobitne pre model obsahujúci absolútny člen a zvlášť pre model s absolútnym členom a deterministickým trendom.

V prípade, ak je náhodná zložka v testovaných modeloch autokorelovaný proces, klasický Dickeyho-Fullerov test zlyháva. Preto autori testu rozšírili pôvodný autoregresný model prvého rádu na všeobecný autoregresný model rádu p, ktorý eliminuje problém autokorelácie pridanými autoregresnými členmi. Kritické hodnoty Dickeyho-Fullerovho testu jednotlivých testovacích rovníc pre rôzne hodnoty hladiny významnosti α a rôzne hodnoty počtu pozorovaní sú v tabuľke 1 a združených hypotéz v tabuľke 2. V tomto prípade sa skúmajú modely v tvare:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta y_{t-j} + u_t \tag{1}$$

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta y_{t-j} + u_t \tag{2}$$

$$\Delta y_t = \mu + \alpha_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta y_{t-j} + u_t \tag{3}$$

Testovanie s modelmi (1) až (3) sa nazýva *rozšírený Dickeyho-Fullerov test* (*ADF* test). Rozhodnutie o počte autoregresných členov p v skúmaných rovniciach, ktorý najlepšie eliminuje problém autokorelácie náhodných zložiek, sa obvykle vykonáva pomocou informačných kritérií navrhnutých Akaikem alebo Schwarzom. Vzhľadom na počet možných kombinácií pre testovanie, ktoré sú obsiahnuté v ponúknutých modeloch a hypotézach sa používa rozšírený Dickeyho-Fullerov test obvykle v *sekvenčnej procedúre*, ktorá je zobrazená na obrázku 1 a ktorej podrobnejší postup je vysvetlený napr. v Lukáčik a Lukáčiková (2013). Tam je zároveň na schéme zobrazený sekvenčný postup s podmienenými hypotézami.

Tab. 1: Kritické hodnoty Dickeyho-Fullerovho τ testu

α	0,01	0,025	0,05	0,10	0,01	0,025	0,05	0,10	0,01	0,025	0,05	0,10
n	τ test (model bez konštanty)				τ_μ test (model s konštantou)				τ_t test (konštanta a trend)			
25	–2,66	–2,26	–1,95	–1,60	–3,75	–3,33	–3,00	–2,62	–4,38	–3,95	–3,60	–3,24
50	–2,62	–2,25	–1,95	–1,61	–3,58	–3,22	–2,93	–2,60	–4,15	–3,80	–3,50	–3,18
100	–2,60	–2,24	–1,95	–1,61	–3,51	–3,17	–2,89	–2,58	–4,04	–3,73	–3,45	–3,15
250	–2,58	–2,23	–1,95	–1,62	–3,46	–3,14	–2,88	–2,57	–3,99	–3,69	–3,43	–3,13
500	–2,58	–2,23	–1,95	–1,62	–3,44	–3,13	–2,87	–2,57	–3,98	–3,68	–3,42	–3,13

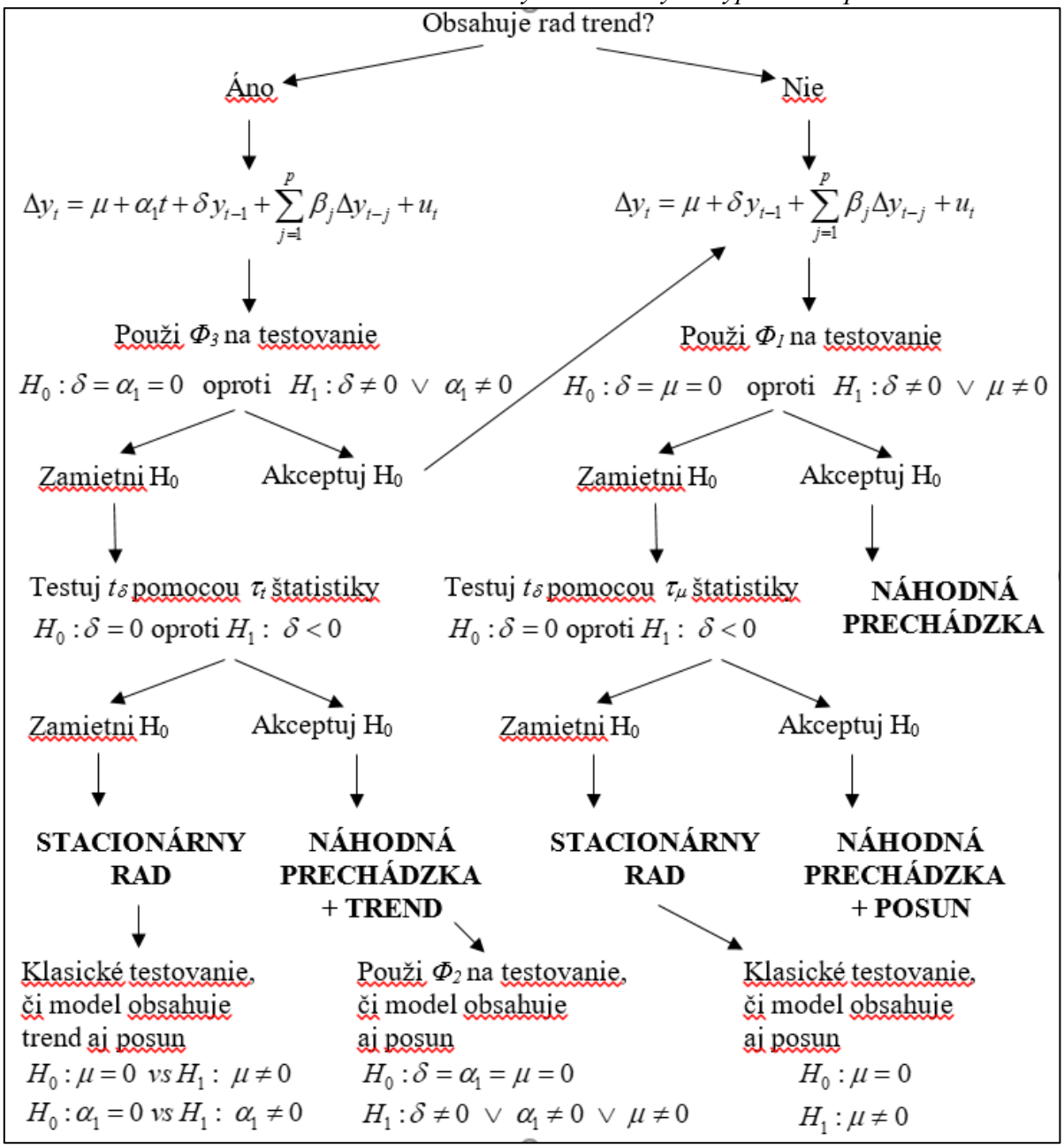
Zdroj: Lukáčik a Lukáčiková (2013).

Tab. 2: Kritické hodnoty združenej hypotézy Dickeyho-Fullerovho Φ testu

α	0,01	0,025	0,05	0,10	0,01	0,025	0,05	0,10	0,01	0,025	0,05	0,10
n	**Model (3): Φ_2 test $H: \mu = \alpha_1 = \delta = 0$**				**Model (3): Φ_3 test $H: \alpha_1 = \delta = 0$**				**Model (2): Φ_1 test $H: \mu = \delta = 0$**			
25	8,21	6,75	5,68	4,67	10,61	8,65	7,24	5,91	7,88	6,30	5,18	4,12
50	7,02	5,94	5,13	4,31	9,31	7,81	6,73	5,61	7,06	5,80	4,86	3,94
100	6,50	5,59	4,88	4,16	8,73	7,44	6,49	5,47	6,70	5,57	4,71	3,86
250	6,22	5,40	4,75	4,07	8,43	7,25	6,34	5,39	6,52	5,45	4,63	3,81
500	6,15	5,35	4,71	4,05	8,34	7,20	6,30	5,36	6,47	5,41	4,61	3,79

Zdroj: Lukáčik a Lukáčiková (2013).

Obr. 1: Sekvenčné testovanie stacionarity so združenými hypotézami pri ADF teste



Zdroj: Lukáčik a Lukáčiková (2013).

3 Program na simuláciu kritických hodnôt ADF testu

Jednoduchý program na simuláciu kritických hodnôt τ štatistiky aj s popisom uvádza v časti 13.7 vo svojej učebnici Brooks (2014). Filozofiu jeho postupu sme využili a rozšírili o simuláciu kritických hodnôt združených hypotéz, pri ktorých využívame zabudovanú funkcionalitu Waldovho testu. Pri väčšom počte pozorovaní však trvanie simulácie predstavuje už niekoľko minút, čo môže odrádzať od jej využitia. Pri znížení počtu opakovaní z prednastavenej hodnoty 50 000 opakovaní sa dá nájsť kompromis medzi dĺžkou trvania simulácie a jej spoľahlivosťou. Výsledky simulácií sme usporiadali do prehľadnej tabuľky, kde sú vedľa seba kritické hodnoty pre rôzne hodnoty hladiny spoľahlivosti α.

Tab. 3: Program na simuláciu kritických hodnôt ADF testu

```
' počet pozorovaní pre ktoré chceme kritickú hodnotu
  !obs=1000
  !n=!obs+200
' počet opakovaní
  !reps=50000

workfile dickey_fuller_criticals_!obs u !n
   rndseed 12345
   smpl @first @first
   series y=0
   matrix(!reps,6) r

for !i=1 to !reps
   smpl @first+1 !n
   series y=y(-1)+nrnd
   smpl @first+200 !n
   equation eq1.ls d(y) y(-1)
   r(!i,1)=eq1.@tstats(1)
   equation eq2.ls d(y) c y(-1)
   r(!i,2)=eq2.@tstats(2)
   freeze(tab1) eq2.wald c(1)=c(2)=0
   r(!i,3)=tab1(6,2)
   equation eq3.ls d(y) c @trend y(-1)
   r(!i,4)=eq3.@tstats(3)
   freeze(tab2) eq3.wald c(1)=c(2)=c(3)=0
   r(!i,5)=tab2(6,2)
   r(!i,6)=eq3.@f
   d tab1
   d tab2
next

  smpl @all
  vector tau3=@columnextract(R,1)
  vector tau2=@columnextract(R,2)
  vector phi1=@columnextract(R,3)
  vector tau1=@columnextract(R,4)
  vector phi2=@columnextract(R,5)
  vector phi3=@columnextract(R,6)
```

```
' vytvoríme tabuľku na zápis výsledkov
  table(9,4) w
  setcolwidth(w,1,17)
  w.setlines(a1:d9) +o
  w.setformat(b3:d9) f.4
  w.setlines(a2:d2) +o
  w.setlines(a6:d6) +o
  w.setlines(b2:b9) +o
  w.setfillcolor(c2:c9) @rgb(240, 240, 240)
  w.setlines(d2:d9) +o
  w.setformat(b1) f.0
  w(1,1) = "# Observations"
  w(1,2) = !obs
  w(2,1) = "Tau Crit in Model"
  w(2,2) = "alpha = 0.01"
  w(2,3) = "alpha = 0.05"
  w(2,4) = "alpha = 0.10"
  w(6,1) = "Phi Crit in Model"
  w(6,2) = "alpha = 0.01"
  w(6,3) = "alpha = 0.05"
  w(6,4) = "alpha = 0.10"
  w(3,1) = "Const + Trend"
  w(4,1) = "Const"
  w(5,1) = "None"
  w(7,1) = "Const + Trend, Phi2"
  w(8,1) = "Const + Trend, Phi3"
  w(9,1) = "Const, Phi1"
  w(3,2) = @quantile(tau1,0.01)
  w(3,3) = @quantile(tau1,0.05)
  w(3,4) = @quantile(tau1,0.1)
  w(4,2) = @quantile(tau2,0.01)
  w(4,3) = @quantile(tau2,0.05)
  w(4,4) = @quantile(tau2,0.1)
  w(5,2) = @quantile(tau3,0.01)
  w(5,3) = @quantile(tau3,0.05)
  w(5,4) = @quantile(tau3,0.1)
  w(7,2) = @quantile(phi2,0.99)
  w(7,3) = @quantile(phi2,0.95)
  w(7,4) = @quantile(phi2,0.90)
  w(8,2) = @quantile(phi3,0.99)
  w(8,3) = @quantile(phi3,0.95)
  w(8,4) = @quantile(phi3,0.90)
  w(9,2) = @quantile(phi1,0.99)
  w(9,3) = @quantile(phi1,0.95)
  w(9,4) = @quantile(phi1,0.90)
```

Zdroj: Brooks (2014) a vlastný návrh.

Program sme spustili postupne pre 25, 50, 100, 250 a 500 pozorovaní, aby sme mohli porovnať získané kritické hodnoty s bežne tabelovanými hodnotami, ktoré sú uvedené v tabuľkách 1 a 2. Výsledky simulácií sú v tabuľkách 4 a 5.

Tab. 4: Výsledky simulácie kritických hodnôt τ štatistík ADF testu

α	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10
n	τ test (model bez konštanty)			τ_μ test (model s konštantou)			τ_t test (konštanta a trend)		
25	–2,69	–1,95	–1,57	–3,74	–2,98	–2,63	–4,36	–3,61	–3,24
50	–2,60	–1,93	–1,58	–3,55	–2,91	–2,59	–4,14	–3,48	–3,17
100	–2,60	–1,95	–1,61	–3,50	–2,90	–2,58	–4,05	–3,45	–3,16
250	–2,58	–1,95	–1,62	–3,46	–2,87	–2,58	–4,01	–3,44	–3,14
500	–2,58	–1,94	–1,61	–3,45	–2,87	–2,58	–3,98	–3,41	–3,14

Zdroj: Vlastná simulácia.

Tab. 5: Výsledky simulácie kritických hodnôt Φ štatistík ADF testu

α	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10
n	Model (3): Φ_2 test $H: \mu = \alpha_1 = \delta = 0$			Model (3): Φ_3 test $H: \alpha_1 = \delta = 0$			Model (2): Φ_1 test $H: \mu = \delta = 0$		
25	8,00	5,69	4,68	10,30	7,24	5,92	7,91	5,19	4,12
50	6,94	5,06	4,27	9,13	6,59	5,56	6,93	4,81	3,90
100	6,48	4,88	4,16	8,75	6,48	5,47	6,67	4,71	3,83
250	6,30	4,77	4,08	8,51	6,37	5,42	6,50	4,62	3,81
500	6,14	4,70	4,04	8,32	6,30	5,36	6,46	4,62	3,79

Zdroj: Vlastná simulácia.

4 Záver

Výsledky simulácie sa líšia od tabuľkových hodnôt. V prípade hodnôt τ štatistík veľmi málo, ale v prípade hodnôt Φ štatistík sú rozdiely v modeli (3) pre 25 a 50 pozorovaní už výraznejšie. Je zrejmé, že simulované hodnoty samozrejme závisia aj od kvality generátora náhodných hodnôt z normálneho rozdelenia, ktorý v programe využívame. Tendencie známe pre rast počtu pozorovaní a posun hodnôt pri zmene jednej hypotézy za druhú sú zachované.

Doplnenie simulácie do jednoduchého programu na podporu sekvenčného testovania, ktorý uvádza Lukáčik (2017), umožňuje získať podporný výstup, ktorý nebude obsahovať približnú testovaciu hodnotu Φ štatistík, ale simulovanú hodnotu pre počet pozorovaní, s ktorým sa pracuje. Vidíme, že pre vyššie počty pozorovaní, je táto simulácia úplne postačujúca. To zodpovedá aj požiadavke odporúčanej pri využití tohto testu a to je jeho využitie iba pri dostatočne veľkom počtu pozorovaní skúmanej premennej.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0444/15 "Ekonometrická analýza produkčných možností ekonomiky a trhu práce na Slovensku".

Literatúra

1. Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance, 3rd Edition*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Dickey, D.A., Fuller, W.A. (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica, 49*, 1057-1072. doi: 10.2307/1912517.
3. Lukáčik, M. (2017). Jednoduchý program na podporu sekvenčného testovania ADF testu v programe EViews. *Zborník Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi XII*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
4. Lukáčik, M., Lukáčiková, A. (2008). Význam testovania stacionarity v ekonometrii. *Ekonomika a informatika*, *6*(1), 146-157.

5. Lukáčik, M., Lukáčiková, A. (2013). *Vektorovo autoregresné modely a ich aplikácie v makroekonomickej analýze*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
6. Lukáčiková, A. (2012). Modelovanie volatility indexu DAX pomocou modelov ARCH a GARCH. *Zborník Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu*, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
7. Lukáčiková, A. (2013). Englova-Grangerova procedúra a dynamická metóda najmenších štvorcov. *Zborník AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach: 15. medzinárodná vedecká konferencia*, Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
8. Szomolányi, K. (2013). Model slovenského hospodárskeho cyklu. *Zborník Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
9. Szomolányi, K. (2016). Sú podiely na produkcii dlhodobo konštantné? *Zborník Nové trendy v ekonometrii a operačním výzkumu*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.

Funkcie reakcie na impulz pri VAR modeloch v programe EViews

Impulse Response Functions of VAR Models in EViews

Adriana Lukáčiková[1]

Abstrakt

Dynamické modely v ekonometrii predstavujú významný a preferovaný typ modelov na analýzu reálnych ekonomických vzťahov. Dôležitým nástrojom využívaným pri dynamických modeloch sú funkcie reakcie na impulz. Pomáhajú nám zhodnotiť dynamické vlastnosti analyzovaných vzťahov pomocou skúmania reakcie na zavedený šok v čase, vďaka ktorému vidíme celý proces prispôsobovania sa pôvodnej alebo novej rovnováhe. V tomto príspevku rozoberieme možnosti, ktoré v tejto oblasti ponúka ekonometrický program EViews.

Kľúčové slová

vektorovo autoregresné modely, funkcia reakcie na impulz, EViews, Choleskeho dekompozícia

Abstract

Dynamic models in econometrics represent an important and preferred type of model for analysing real economic relationships. Impulse response function is an important tool for dynamic models. They help us evaluate the dynamic properties of the analysed relationships by examining the response to the shock over time, whereby we see the whole process of adapting to the original or new equilibrium. In this paper, we discuss the possibilities offered by econometric program EViews in this area.

Key words

Vector Autoregression Models, Impulse Response Function, EViews, Choleski Decomposition

JEL classification

C12, C22

1 Úvod

Dynamické modely v ekonometrii predstavujú významný a preferovaný typ modelov na analýzu reálnych ekonomických vzťahov. Pri ich aplikácií sa už obvykle nezameriavame na individuálne parametre modelu, ale hodnotíme priebeh funkcií reakcie na impulz.

Lukáčik a Lukáčiková (2013) uvádzajú, že každý stacionárny proces sa dá Woldovou dekompozíciou zapísať v tvare reprezentácie kĺzavých priemerov nekonečného rádu:

$$y_t = \beta_0 + u_t + \psi_1 u_{t-1} + \psi_2 u_{t-2} + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i u_{t-i} + \beta_0 \qquad (1)$$

kde $\psi_0 = 1$, $E(y_t) = \mu_y$, $\text{var}(y_t) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i^2 < \infty$ a $\text{cov}(y_t, y_{t-j}) = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{i+j}$.

Dynamické vlastnosti modelov sa skúmajú pomocou funkcie reakcie na impulz, ktorá s meniacim sa j reprezentuje vplyv impulzu náhodnej zložky u v čase t na premennú Y v čase $t + j$. S meniacim sa j sledujeme vývoj $\partial y_{t+j}/\partial u_t$. Sledovanou hodnotou je aj kumulatívna hodnota tejto funkcie, ktorá predstavuje funkciu reakcie na permanentnú jednotkovú zmenu.

[1] Ekonomická univerzita / Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, e-mail: adriana.lukacikova@euba.sk.

V tomto príspevku sa budeme zaoberať možnosťami, ktoré ponúka ekonometrický program EViews v oblasti funkcií reakcie na impulz pri vektorovo autoregresných modeloch.

2 Funkcie reakcie na impulz – teória

Viacrovnicový model, v ktorom sú všetky premenné endogénne a každá z nich je vysvetľovaná zvyšnými premennými toho istého obdobia a o 1, 2 až *p* období oneskorenými hodnotami všetkých premenných modelu, sa nazýva vektorovo autoregresný model rádu *p* a označuje sa *VAR*(*p*):

$$\mathbf{\Gamma y_t = \beta_0 + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \ldots + B_p y_{t-p} + u_t} \tag{2}$$

Prevedením (2) na redukovaný tvar dostaneme všeobecný vektorovo autoregresný model rádu *p* v štandardnom tvare:

$$\mathbf{y_t = \pi_0 + \Pi_1 y_{t-1} + \Pi_2 y_{t-2} + \ldots + \Pi_p y_{t-p} + v_t} \tag{3}$$

Prepisom modelu (3) pomocou operátora oneskorenia získame tvar:

$$\mathbf{y_t = \pi_0 + \Pi_1 L y_t + \Pi_2 L^2 y_{t-2} + \ldots + \Pi_p L^p y_t + v_t = \pi_0 + \sum_{j=1}^{p} \Pi_j L^j y_t + v_t} \tag{4}$$

Využitím matice polynómu operátora oneskorenia $\mathbf{\Pi}(L)$ dostaneme:

$$\mathbf{\Pi}(L)\mathbf{y_t} = \boldsymbol{\pi}_0 + \mathbf{v_t}, \text{ kde } \mathbf{\Pi}(L) = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi_1} L - \mathbf{\Pi_2} L^2 - \ldots - \mathbf{\Pi_p} L^p \tag{5}$$

Každý stacionárny *VAR* proces (existuje preň $\mathbf{\Pi}(L)^{-1}$) sa dá Woldovou dekompozíciou zapísať v tvare kĺzavých priemerov nekonečného rádu:

$$\mathbf{y_t} = \mathbf{\Pi}(L)^{-1}\boldsymbol{\pi}_0 + \mathbf{\Pi}(L)^{-1}\mathbf{v_t} = \boldsymbol{\mu} + \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{\Theta_k v_{t-k}}, \text{ kde } \mathbf{\Theta_0 = I}, \quad \lim_{k\to\infty} \mathbf{\Theta_k = 0} \tag{6}$$

Jednotlivé Woldove koeficienty sa vypočítajú riešením $\mathbf{\Pi}(L)\mathbf{\Theta}(L) = \mathbf{I}$, z ktorého vyplýva $\mathbf{\Theta_1 = \Pi_1}$, $\mathbf{\Theta_2 = \Pi_1\Pi_1 + \Pi_2}$ až $\mathbf{\Theta_k = \Pi_1\Theta_{k-1} + \ldots + \Pi_p\Theta_{k-p}}$. Závislosť od štrukturálnych šokov získame dosadením do (6):

$$\mathbf{y_t} = \mathbf{\Pi}(L)^{-1}\boldsymbol{\pi}_0 + \mathbf{\Pi}(L)^{-1}\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{u_t} = \boldsymbol{\mu} + \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{\Psi_k u_{t-k}}, \text{ kde } \mathbf{\Psi_0} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \text{ a } \mathbf{\Psi_k} = \mathbf{\Theta_k}\mathbf{\Gamma}^{-1} \tag{7}$$

Model s dvomi premennými má reprezentáciu kĺzavých priemerov:

$$\begin{bmatrix} y_{t,1} \\ y_{t,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{10} \\ \mu_{20} \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} v_{t-k,1} \\ v_{t-k,2} \end{bmatrix}$$

a tá istá reprezentácia v závislosti od štrukturálnych šokov má tvar:

$$\begin{bmatrix} y_{t,1} \\ y_{t,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{10} \\ \mu_{20} \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & \theta_{22} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} 1 & -\gamma_{12} \\ -\gamma_{21} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{t-k,1} \\ u_{t-k,2} \end{bmatrix}$$

resp.

$$\begin{bmatrix} y_{t,1} \\ y_{t,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{10} \\ \mu_{20} \end{bmatrix} + \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \psi_{11}^{(k)} & \psi_{12}^{(k)} \\ \psi_{21}^{(k)} & \psi_{22}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-k,1} \\ u_{t-k,2} \end{bmatrix}$$

Prvky matice $\mathbf{\Psi_k}$, teda $\Psi_{ij}^{(k)}$, predstavujú reakciu *i*-tej premennej na jednotkovú zmenu *j*-tého štrukturálneho šoku po *k* obdobiach. Krátkodobý multiplikátor okamžitej reakcie prvej premennej na šok z druhej rovnice je označený $\Psi_{12}^{(0)}$ a krátkodobý multiplikátor reakcie po jednom období $\Psi_{12}^{(1)}$. Zobrazením $\Psi_{12}^{(k)}$ s meniacim sa *k* získame funkciu reakcie prvej premennej na impulz z druhej rovnice. Ich sčítaním získame dlhodobý multiplikátor.

Vo všeobecnosti na výpočet reakcií premenných na impulz potrebujeme poznať všetky parametre pôvodného štrukturálneho *VAR* modelu. Skúmaním identifikácie rovníc pôvodného modelu zistíme, že model je neidentifikovaný.

Z redukovaného tvaru modelu vieme odhadnúť $n + pn^2$ parametrov modelu a $(n^2 + n)/2$ prvkov kovariančnej matice náhodných zložiek. No pôvodný model tvorí až $(p + 1)n^2$ parametrov, ale len *n* rozptylov. Rozdiel $(n^2 – n)/2$ tvorí nevyhnutný počet ohraničení, ktoré treba zaviesť v pôvodnom modeli, aby bol presne identifikovaný. Ak $n = 2$ a $p = 1$, tak na 10 neznámych pôvodného modelu, máme iba 9 hodnôt z redukovaného tvaru a na identifikáciu potrebujeme 1 ohraničenie.

Základný spôsob ako identifikovať model je využiť rekurzívny systém, ako ho navrhol Sims (1980). Ak zavedieme ohraničenia na maticu $\mathbf{\Gamma}$, že z nej vytvoríme dolnotrojuholníkovú maticu, teda všetky $\gamma_{ij} = 0$, pre $i < j$, model sa stane presne identifikovaným. Matica $\mathbf{\Gamma}$ má rozmer n^2, od ktorého odpočítame diagonálu *n* jednotiek a 1/2 z parametrov sa bude rovnať 0.

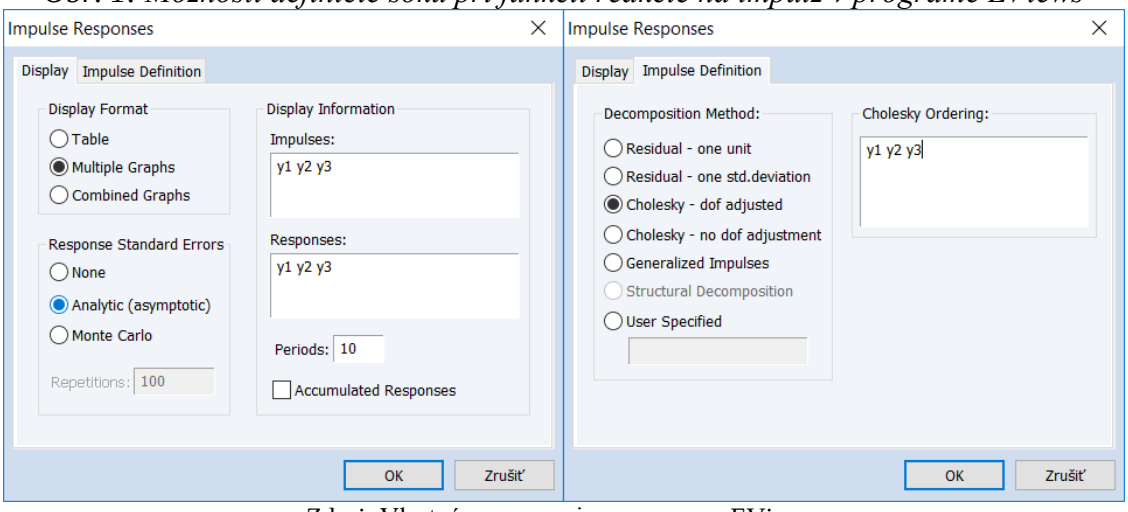
Inverzná matica k dolnotrojuholníkovej matici je dolnotrojuholníková matica, preto aplikácia uvedenej schémy ohraničení znamená, že prvú premennú ovplyvní iba štrukturálny šok prvej rovnice, druhú premennú iba šoky prvých dvoch rovníc až postupne $(n – 1)$ premennú ovplyvnia všetky štrukturálne šoky okrem šoku poslednej rovnice a *n*-tú premennú ovplyvnia priamo všetky štrukturálne šoky systému. Dekompozícia reziduálov takýmto trojuholníkovým spôsobom sa nazýva Choleskeho dekompozícia.

Vidíme, že usporiadanie premenných pri použití Choleskeho dekompozície je veľmi dôležité. Niekedy môže vyplývať z teórie, ale väčšinou nie sú takéto informácie k dispozícii. Ak sa výsledky pri zmene poradia premenných výrazne nemenia, odhad *VAR* modelu sa považuje za odolný usporiadaniu.

3 Funkcie reakcie na impulz v programe EViews

Po odhade redukovaného tvaru VAR modelu (3) ponúka program EViews na výber 6 zo 7 existujúcich možností definície šoku pri výpočte funkcií reakcie na impulz (IRF). Zobrazené sú na obr. 1 vpravo. Všetky možnosti vysvetlíme na príklade s tromi premennými y_1, y_2 a y_3.

Obr. 1: Možnosti definície šoku pri funkcii reakcie na impulz v programe EViews



Zdroj: Vlastné spracovanie v programe EViews.

Základnou možnosťou definície šoku pri výpočte funkcií reakcie na impulz je *User Specified*, teda spôsob, ktorý úplne určuje analytik. To znamená, že si vytvoríme maticu šokov s požadovanými rozmermi (pre 3 premenné maticu s rozmermi 3x3) a následne zadáme meno tejto matice do riadku, ktorý sa sprístupní práve pod voľbou *User Specified*.

Prípadne s rovnakým účinkom môžeme využiť príkaz v tvare:

***menoVAR**.impulse(10,imp=**user**,fname=**meno_matice**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

ktorým pre odhadnutý VAR model s názvom ***menoVAR*** zadáme impulz ako užívateľskú možnosť *imp=**user***, kde matica s názvom ***meno_matice*** zadaná pri argumente *fname* obsahuje šoky. Zvyšok príkazu tvorí zadávaný počet období výpočtu reakcie (štandardne je nastavených 10 období, čo obvykle nestačí), analyticky zadaný spôsob výpočtu štandardnej odchýlky *se=a*, a spôsob zobrazenia *m*, ktorý zobrazí grafy vedľa seba (*Multiple Graphs*). Pred zavináčom je zoznam zobrazovaných šokov a za zavináčom reakcií (v našom prípade všetky)

Prvou ponúkanou možnosťou vytvorenou v programe EViews je možnosť *Residual – one unit*, ktorá predstavuje reakciu na šok o veľkosti 1 jednotky reziduálu. Výsledkom sú priamo koeficienty reprezentácie štrukturálnych kĺzavých priemerov SMA $\Psi_{ij}^{(k)}$ podľa (7).

Prípadne s rovnakým účinkom môžeme využiť príkaz v tvare:

***menoVAR**.impulse(10,imp=**unit**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

ktorým pre odhadnutý VAR model zadáme impulz v tvare *imp=**unit***. Rovnaký výsledok by sme získali sekvenciou 3 príkazov so zadaním užívateľskej voľby v tvare:

```
matrix(3,3) shock   ' vytvorí maticu s rozmermi 3x3 a názvom šok
shock.fill(by=c) 1,0,0,0,1,0,0,0,1   ' naplní maticu údajmi po stĺpcoch
menoVAR.impulse(10,imp=user,fname=shock,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3
```

kde vytvorená matica ***shock*** je jednotkovou maticou.

Druhou ponúkanou možnosťou vytvorenou v programe EViews je možnosť *Residual – one std. deviation*, ktorá predstavuje reakciu na šok o veľkosti 1 štandardnej odchýlky reziduálu reprezentujúceho náhodnú zložku. V prípade zlogaritmovaných premenných vo VAR vedie tento výber priamo k percentuálnej interpretácii reakcií, teda ak je reakcia 2 na šok v 1 napr. 0,014, tak to znamená 1,4 % reakciu. S rovnakým účinkom môžeme využiť príkaz v tvare:

***menoVAR**.impulse(10,imp=**nonort**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

ktorým pre odhadnutý VAR model zadáme impulz v tvare *imp=**nonort***. Rovnaký výsledok by sme získali sekvenciou 3 príkazov so zadaním užívateľskej voľby v tvare:

```
vector f = @sqrt(@getmaindiagonal(menoVAR.@residcov)) 'vektor št. odch. reziduálov
matrix(3,3) shock2 = @makediagonal(f)   ' vytvorí diagonál. maticu št. odch. reziduálov
menoVAR.impulse(10,imp=user,fname=shock2,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3
```

kde vytvorená matica ***shock2*** je diagonálnou maticou štandardných odchýlok reziduálov.

V oboch doterajších prípadoch sa ignoruje korelácia medzi šokmi navzájom, lebo sa nezavádza žiadna transformácia. V ďalších prípadoch sa využíva Choleskeho dekompozícia, aby sa zabezpečila ortogonalizácia šokov. Poradie preberané z poradia odhadu VAR modelu sa dá zmeniť v okienku *Cholesky Ordering*.

Treťou ponúkanou možnosťou vytvorenou v programe EViews je možnosť *Cholesky – dof adjusted* (prítomná od verzie EViews 4), ktorá predstavuje reakciu na šok o veľkosti 1 štandardnej odchýlky reziduálu z kovariančnej matice upravenej Choleskeho dekompozíciou. S rovnakým účinkom môžeme využiť príkaz v tvare:

***menoVAR**.impulse(10,imp=**chol**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

ktorým pre odhadnutý VAR model zadáme impulz v tvare *imp=**chol***. Rovnaký výsledok by sme získali sekvenciou 2 príkazov so zadaním užívateľskej voľby v tvare:

*matrix(3,3) **shock3** = @cholesky(**menoVAR**.@residcov) ' vytvorí dolnotroj. maticu*
***menoVAR**.impulse(10,imp=user,fname=**shock3**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

kde vytvorená matica ***shock3*** je dolnotrojuholníkovou Choleskeho dekompozíciou upravenou kovariančnou maticou.

Štvrtou ponúkanou možnosťou vytvorenou v programe EViews je možnosť *Cholesky – no dof adjusted*, ktorá je tu z dôvodov kompatibility, lebo po verziu EViews 3 sa pri výpočte kovariančnej matice nebral do úvahy počet stupňov voľnosti pri Choleskeho dekompozícii. S rovnakým účinkom môžeme využiť príkaz v tvare:

***menoVAR**.impulse(10,imp=**mlechol**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

ktorým pre odhadnutý VAR model zadáme impulz v tvare *imp=**mlechol***. Rovnaký výsledok by sme získali sekvenciou 2 príkazov so zadaním užívateľskej voľby v tvare:

*matrix(3,3) **shock4**=@cholesky(**menoVAR**.@residcov*#**df**/#**n**)*
***menoVAR**.impulse(10,imp=user,fname=**shock4**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

kde vytvorená matica ***shock4*** je dolnotrojuholníkovou Choleskeho dekompozíciou upravenou kovariančnou maticou pri ignorovaní stupňov voľnosti. Zo súčasného výpočtu ju vieme získať vynásobením počtom stupňov voľnosti (vo vzťahu je číslo reprezentované výrazom *#df*) a predelením počtu pozorovaní z jednej rovnice (vo vzťahu je číslo zastúpené výrazom *#n*).

Piatou ponúkanou možnosťou vytvorenou v programe EViews je možnosť *Generalised Impulses*, v ktorej sa každý stĺpec použitej matice získa prehodením zoradenia Choleskeho dekompozície, pričom sa po prehodení zoradenia usporiada výsledok podľa pôvodného poradia premenných. Tento spôsob navrhnutý Pesaranom a Shinom (1998) by mal byť odolný usporiadaniu premenných.

Poslednou možnosťou, ktorá sa stane aktívnou až po odhade štrukturálneho tvaru VAR modelu (2), je *Structural Decomposition*. Ak by sme zadali matice pre odhad SVAR modelu $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ a $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}NA & 0 & 0\\ NA & NA & 0\\ NA & NA & NA\end{pmatrix}$ odhadne sa v **B** priamo Choleskeho dekompozícia kovariančnej matice a funkcie reakcie na impulz získané zo *Structural Decomposition* sú totožné s tými, ktoré sme získali v prípade tretej možnosti Choleskeho dekompozície.

*matrix(3,3) **A***
*matrix(3,3) **B***
***A**.fill(by=c) 1,0,0,0,1,0,0,0,1*
***B**.fill(by=c) na,na,na,0,na,na,0,0,na*
***menoVAR**.svar(rtype=**patsr**,namea=**A**,nameb=**B**)*
***menoVAR**.impulse(10,imp=**struct**,se=a,m) 1 2 3 @ 1 2 3*

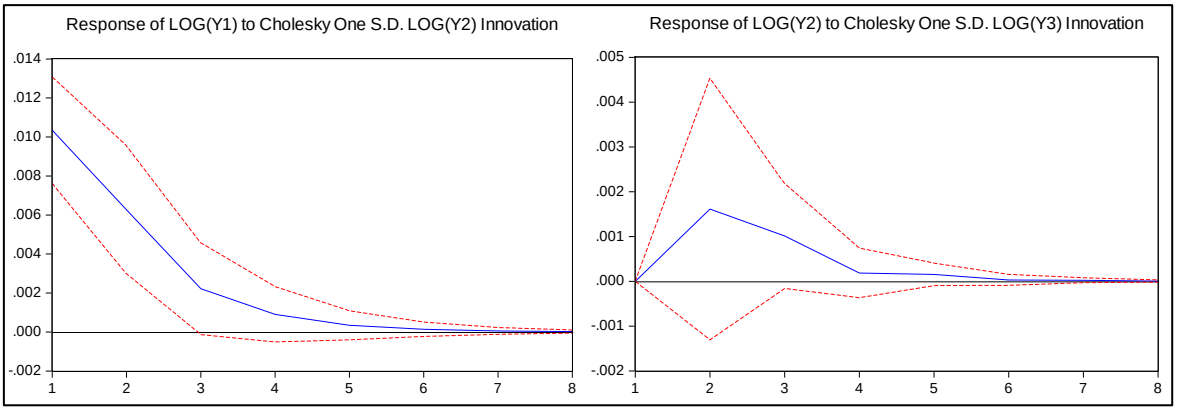
ktorým pre odhadnutý SVAR model zadáme impulz v tvare *imp=**struct**.*

Všetky uvádzané postupy sa týkali funkcií reakcie na impulz, ktoré zobrazujú vývoj multiplikátorov v čase. Ak chceme získať kumulatívne resp. dlhodobé multiplikátory, musíme zvoliť voľbu *Accumulated Responses* na hárku *Display* zobrazenom na obr. 1 vľavo alebo zadať do zátvorky medzi argumenty príkazu *impulse* oddelené čiarkou písmeno *a* ako *accumulated*.

Pri interpretácii výsledkov netreba zabúdať na 95 % pravdepodobnostné hranice reakcie, ktoré sa zobrazujú ako pripočítanie a odpočítanie dvojnásobku štandardnej odchýlky reakcie k jej hodnote a vytvárajú intervalový odhad reakcií. Ak obsahuje interval nulu, tak reakciu možno považovať za nevýznamnú. Preto sa reakcia zobrazená na obrázku 2 vpravo neukáže po 2 obdobiach, ale je nevýznamná počas celého zobrazeného obdobia.

Zaujímavejšou je interpretácia reakcie zobrazenej na obrázku 2 vľavo, lebo tá je s oneskorením jedného obdobia pozitívna a veľká priemerne 1 % a postupne sa znižuje, až po 3 obdobiach prestane byť významnou.

Obr. 2: Ukážka rozličných funkcii reakcie na impulz v programe EViews



Zdroj: Vlastné spracovanie v programe EViews.

4 Záver

Pri ekonomických analýzach majú nezastupiteľnú úlohu vektorovo autoregresné modely. Ich výsledky sa zvyknú prezentovať pomocou funkcií reakcie na impulz, ktoré pomocou skúmania reakcie na zavedený šok v čase, ukážu celý proces prispôsobovania.

Program EViews je často používaným pri ekonometrickej analýze. Aj pri odhade vektorovo autoregresných modelov ponúka viaceré možnosti, medzi ktorými nechýba výpočet a zobrazenie funkcií reakcie na impulz. V tomto príspevku sme sa snažili vysvetliť všetky jeho možnosti z tejto oblasti a tým prispieť k správnemu využívaniu tohto nástroja pri analýzach.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0444/15 "Ekonometrická analýza produkčných možností ekonomiky a trhu práce na Slovensku".

Literatúra

1. Amisano, G. – Giannini, C. (1997). *Topics in Structural VAR Econometrics, 2nd rev. and enl. edition.* Berlin: Springer Verlag.
2. *EViews, Command and Programming Reference* (2015). IHS Global Inc.
3. *EViews, User's Guide II* (2015). IHS Global Inc.
4. Lukáčik, M., Lukáčiková, A. (2013). *Vektorovo autoregresné modely a ich aplikácie v makroekonomickej analýze*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
5. Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlín: Springer
6. Pesaran, M. H. – Shin, Y. (1998). Impulse Response Analysis in Linear Multivariate Models. *Economics Letters*, vol. 58, s. 17-29.
7. Sims, C.A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, vol. 48, s. 1-48.

Optimalizácia sekvenčných modelov s nadväzujúcim operáciami použitím MS Excelu
Optimization of Sequence Models with Precedence Constraints using MS Excel

Juraj Pekár[1]

Abstrakt
Sekvenčné modely sa používajú prevažne pri riešení problémov logistiky výrobných procesov. Ich podstatou je určenie postupu vykonávania jednotlivých operácií pomocou jedného alebo viacerých obslužných objektov. V prezentovanom príspevku uvedieme prístup na riešenie sekvenčných modelov pomocou nástroja MS Excel. Predpokladom úlohy je vykonanie operácií na jednom obslužnom zariadení, pričom realizácia jednotlivých operácií môže byť podmienená vykonaním iných operácií.

Kľúčové slová
sekvenčné modely, optimalizácia, MS Excel

Abstract
Sequence models are mainly used to solve logistics problems in manufacturing. The essence of sequence models is to determine the schedule in order to perform individual operations on one or more service objects. In the present paper, we will introduce an approach to solving these problems using MS Excel. A prerequisite of the task is to perform an operation on a single service facility, and the execution of individual operations may be conditional upon performing other operations.

Key words
Sequence models, optimization, MS Excel

JEL classification
C6, C8

1 Úvod

Skvalitnenie organizácie výroby možno zabezpečiť vhodným rozvrhnutím jednotlivých výrobných operácií, ktoré na seba technicky a technologicky nadväzujú. Teória rozvrhov (napr. (Brezina 2003), (Palúch, Peško 2006), (Unčovský 1991)) je zameraná na riešenie problémov časového alebo priestorového rozvrhovania rozličných operácií prostredníctvom jedného alebo viacerých obslužných objektov (zariadení). Sekvenčné modely (v literatúre označované často aj ako modely rozvrhovania) sú spojené s určením postupu vykonávania rozličných operácií pomocou jedného alebo viacerých obslužných objektov.

Pod pojmom operácia (často sa používajú aj pojmy úkon, dávka), označíme ako o, sa rozumie základná ucelená činnosť, ktorá už ďalej nie je deliteľná na čiastkové operácie (z hľadiska teórie rozvrhov je operácia nedeliteľná, niektoré prístupy však pripúšťajú prerušenie operácie a po určitom časovom intervale pokračovanie v jej vykonávaní). Operácie môžu byť

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, 85235 Bratislava, pekar@euba.sk.

technologického rázu (strojárske, chemické, stavebné a pod.), ale pod operáciou môžeme rozumieť napríklad aj vyskladnenie tovaru zo skladu, príjem tovaru na sklad, opracovanie výrobkov, obslúženie zákazníkov a podobne.

Podstatou najjednoduchších modelov rozvrhovania je rozvrhnutie operácií na jednom pracovnom objekte, stroji M. Medzi zložitejšie modely na základe počtu obslužných objektov patria operácie rozvrhnuté na viac ako dva obslužné objekty.

2 Sekvenčný model

Všeobecne model rozvrhovania považujeme za daný, ak sú určené:

1. počet obslužných zariadení (strojov) m,
2. množina m obslužných zariadení $M = \{M_1, M_2, ..., M_m\}$,
3. počet realizovaných operácií n,
4. postupnosť n operácií $\{o_1, o_2, ..., o_n\}$,
5. trvanie j-tej operácie na i-tom zariadení t_{ij} ($i = 1, 2, ..., n$; $j = 1, 2, ..., n$),
6. významnosť jednotlivých operácií w_j ($j = 1, 2, ..., n$),
7. požadovaný termín ukončenia j-tej operácie d_j,
8. kritérium optimálnosti modelu rozvrhovania.

V prípade, že sa operácie majú realizovať len na jednom obslužnom zariadení (teda $m = 1$). Potom stačí uvažovať len údaj t_j trvanie j-tej operácie na stroji.

Predpokladajme, že všetky operácie (pracovné úkony) sú pripravené na realizáciu v čase $t = 0$. Ďalej predpokladajme, že sú známe vopred určené pracovné úkony (operácie), ktorých realizácia je podmienkou ďalšieho spracovania (technologická alebo technická nadväznosť). Pre každú úlohu rozvrhovania n operácií na jednom obslužnom zariadení potom možno vypočítať tieto *výstupné údaje*:

- skutočný čas ukončenia j-tej operácie C_j,
- vážené oneskorenie j-tej operácie T_j, kde $T_j = \max\{0, (C_j - d_j).w_j\}$, za predpokladu dodržania technologických nadväzností.

Na hodnotenie rozvrhov možno na základe uvedeného použiť kritérium optimálnosti:

- minimalizácia hodnoty celkového váženého oneskorenia operácií

$$T_{tot} = \sum_{j=1}^{n} T_j \,.$$

V našom prípade bude predpokladať existenciu jedného obslužného zariadenia, pričom všetky operácie vstúpia do príslušného obslužného systému naraz v časovom okamžiku nula ($r_j = 0$). Ďalej predpokladajme, že sú známe vopred určené operácie, ktorých realizácia je podmienkou ďalšieho spracovania. Nech je ďalej známy čas realizácie každej operácie o_j ($j = 1, 2, ..., n$), významnosť každej operácie – váha w_j ($j = 1, 2, ..., n$) a požadovaný termín ukončenia j-tej operácie d_j ($j = 1, 2, ..., n$). Najlepšie riešenie bude mať potom minimálnu hodnotu určeného kritéria – hodnota celkového váženého oneskorenia operácií.

3 Riešenie sekvenčnej úlohy v MS Exceli

Sekvenčné úlohy (úlohy teórie rozvrhovania) opísané v predchádzajúcej časti možno riešiť aj pomocou nástrojov programu MS Excel (Brezina, Pekár 2014), (Winston 2014), (riešenie uvedeného problému je možné realizovať v programe MS Excel od verzie 2010). V tejto časti ukážeme spôsob riešenia úlohy rozvrhovania n operácií na jednom obslužnom zariadení ($m = 1$) uvedenej vyššie v MS Exceli. Predpokladáme pritom zadanie vstupných dát do zošitu MS Excel tak, ako je to uvedené na obr. 1 (stĺpce A, B, C, D, E, F). V stĺpci A je pritom označenie príslušnej operácie (o_j), v stĺpci B jej trvanie (t_j), v stĺpci C požadovaný

termín ukončenia (d_j), v stĺpci D je uvedená významnosť operácie (w_j) a v stĺpcoch E a F sú uvedené predchádzajúce operácie.

Obr. 1: Vstupné dáta a vzorce MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Uzol	Trvanie	Termín	Váha	Predchádzajúce operácie				
2	1	2	8	3					
3	2	3	12	1	1				
4	3	7	8	2					
5	4	5	10	1	2	3			
6	5	1	10	3	1				
7	6	6	15	2	3				
8	7	8	25	2	3				
9	8	5	20	3	4	5			
10	9	4	20	1	6				
11	10	6	30	2	8	9			
12	Spolu	=SUM(B2:B11)							
13									
14	Poradie	Trvanie	Váha	Termín	Ukončenie	Prekročenie	Predchádzajúce operácie		Porušenie väzieb
15	1	=INDEX($B$2:$B$11;A15)	=INDEX($D$2:$D$11;A15)	=INDEX($C$2:$C$11;A15)	=E16-B16	=MAX((E15-D15)*C15;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A15)	=INDEX($F$2:$F$11;A15)	0
16	3	=INDEX($B$2:$B$11;A16)	=INDEX($D$2:$D$11;A16)	=INDEX($C$2:$C$11;A16)	=E17-B17	=MAX((E16-D16)*C16;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A16)	=INDEX($F$2:$F$11;A16)	=COUNTIF(G15:$H$15;A16)
17	5	=INDEX($B$2:$B$11;A17)	=INDEX($D$2:$D$11;A17)	=INDEX($C$2:$C$11;A17)	=E18-B18	=MAX((E17-D17)*C17;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A17)	=INDEX($F$2:$F$11;A17)	=COUNTIF(G15:$H$16;A17)
18	2	=INDEX($B$2:$B$11;A18)	=INDEX($D$2:$D$11;A18)	=INDEX($C$2:$C$11;A18)	=E19-B19	=MAX((E18-D18)*C18;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A18)	=INDEX($F$2:$F$11;A18)	=COUNTIF(G15:$H$17;A18)
19	4	=INDEX($B$2:$B$11;A19)	=INDEX($D$2:$D$11;A19)	=INDEX($C$2:$C$11;A19)	=E20-B20	=MAX((E19-D19)*C19;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A19)	=INDEX($F$2:$F$11;A19)	=COUNTIF(G15:$H$18;A19)
20	8	=INDEX($B$2:$B$11;A20)	=INDEX($D$2:$D$11;A20)	=INDEX($C$2:$C$11;A20)	=E21-B21	=MAX((E20-D20)*C20;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A20)	=INDEX($F$2:$F$11;A20)	=COUNTIF(G15:$H$19;A20)
21	6	=INDEX($B$2:$B$11;A21)	=INDEX($D$2:$D$11;A21)	=INDEX($C$2:$C$11;A21)	=E22-B22	=MAX((E21-D21)*C21;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A21)	=INDEX($F$2:$F$11;A21)	=COUNTIF(G15:$H$20;A21)
22	9	=INDEX($B$2:$B$11;A22)	=INDEX($D$2:$D$11;A22)	=INDEX($C$2:$C$11;A22)	=E23-B23	=MAX((E22-D22)*C22;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A22)	=INDEX($F$2:$F$11;A22)	=COUNTIF(G15:$H$21;A22)
23	10	=INDEX($B$2:$B$11;A23)	=INDEX($D$2:$D$11;A23)	=INDEX($C$2:$C$11;A23)	=E24-B24	=MAX((E23-D23)*C23;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A23)	=INDEX($F$2:$F$11;A23)	=COUNTIF(G15:$H$22;A23)
24	7	=INDEX($B$2:$B$11;A24)	=INDEX($D$2:$D$11;A24)	=INDEX($C$2:$C$11;A24)	=$B$12	=MAX((E24-D24)*C24;0)	=INDEX($E$2:$E$11;A24)	=INDEX($F$2:$F$11;A24)	=COUNTIF(G$15:$H23;A24)
25						Spolu prekročenie =SUM(F15:F24)		Spolu porušenie	=SUM(I15:I24)

Zdroj: Vlastné spracovanie

Východiskom je možnosť hľadania riešení (pomocou *Riešiteľa* od verzie MS Excel 2010), ktoré predstavuje rôzne kombinácie čísel od 1 po *n*. Pretože pri sekvenčných úlohách (všeobecne v úlohách rozvrhovania operácií) je cieľom nájsť také poradie operácií, ktoré bude vyhovovať určenému optimalizačnému kritériu, možno na nájdenie príslušného rozvrhu využiť uvedený nástroj, teda *Riešiteľa*. Nastavenie v *Riešiteľovi* sa realizuje definovaním relácie pri zadávaní štruktúrnych ohraničení (*Relácia* - *dif* – všetky hodnoty budú navzájom rozdielne).

Predpokladajme rozloženie vstupných údajov tak, ako sú uvedené na obr. 1. Pre výpočet poradia si vyhradíme miesto od bunky A15 po bunku A24, ktoré budú reprezentovať hodnoty zodpovedajúce postupnosti vykonávaných činností. Na výpočet hodnoty účelovej funkcie možno použiť funkcie INDEX (trvanie činností, požadovaný termín ukončenia činnosti, váha činnosti, nadväznosť činnosti), SUM (termín ukončenia činností a nesplnených nadväzností operácií), MAX (určenie či operácia prekročila termín ukončenia) a COUNTIF (nedodržanie nadväzností jednotlivých operácií).

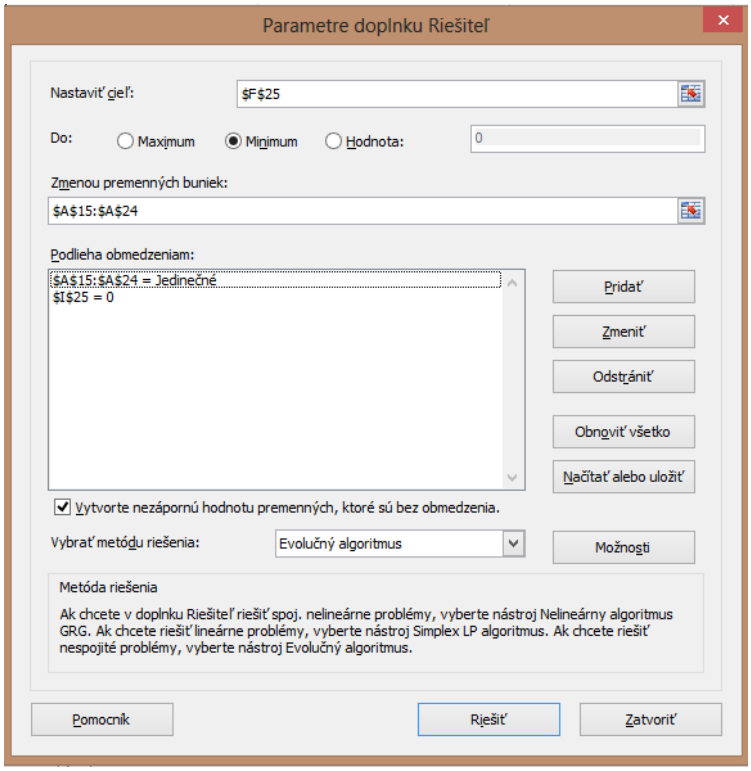
Po ukončení prípravy vstupných dát môže byť aktivovaný vlastný optimalizačný modul – doplnok *Riešiteľ*. Po jeho spustení (*Údaje* - *Riešiteľ*) je používateľovi ponúknuté dialógové okno *„Parametre doplnku Riešiteľ“* určené na zadávanie parametrov riešenej úlohy. V nasledujúcej časti sú popísané jednotlivé vstupné parametre *Riešiteľa* (Obr. 2) tak, ako sú použité v riešenej úlohe.

Nastaviť cieľ – v zadanej úlohe je optimalizačné kritérium v bunke F25.

Do – v uvedenej úlohe je požadované minimalizačné kritérium (*Minimum*).

Zmenou premenných buniek – ide o oblasť A15:A24, tieto bunky na konci výpočtu obsahujú výsledné hodnoty, poradie jednotlivých operácií.

Obr. 2: Nastavenie Riešiteľa v MS Excel



Zdroj: Vlastné spracovanie

Podlieha obmedzeniam – daná úloha obsahuje štruktúrne ohraničenie, ktoré zabezpečia, že v získanom riešení bude dodržaná nadväznosť operácií. Taktiež treba definovať vlastnosť premenných, že sú všetky navzájom rozdielne (relácia *diff*) – ide o bunky A15:A24 obsahujúce premenné úlohy.

V tomto prípade treba zvoliť v ponuke *Vybrať metódu riešenia* možnosť Evolučný algoritmus, lebo pri použití relácie *dif* rieši úlohy iba týmto druhom algoritmu.

Obr. 3: Riešenie v MS Excel

1	Uzol	Trvanie	Termín	Váha	Predchádzajúce operácie				
2	1	2	8	3					
3	2	3	12	1	1				
4	3	7	8	2					
5	4	5	10	1	2	3			
6	5	1	10	3	1				
7	6	6	15	2	3				
8	7	8	25	2	3				
9	8	5	20	3	4	5			
10	9	4	20	1	6				
11	10	6	30	2	8	9			
12	Spolu	47							
13									
14	Poradie	Trvanie	Váha	Termín	Ukončenie	Prekročenie	Predchádzajúce operácie		Porušenie väzieb
15	1	2	3	8	2	0	0	0	0
16	3	7	2	8	9	2	0	0	0
17	5	1	3	10	10	0	1	0	0
18	2	3	1	12	13	1	1	0	0
19	4	5	1	10	18	8	2	3	0
20	8	5	3	20	23	9	4	5	0
21	6	6	2	15	29	28	3	0	0
22	9	4	1	20	33	13	6	0	0
23	10	6	2	30	39	18	8	9	0
24	7	8	2	25	47	44	3	0	0
25					Spolu prekročenie	123		Spolu porušenie	0
26									

Zdroj: Vlastné spracovanie

Na obr. 3 je uvedené výsledné riešenie úlohy v bunkách A15 až A24, ktoré predstavuje výsledné poradie realizovaných operácií. Bunky E15 až E24 reprezentujú termín ukončenia príslušných operácií, bunky F15 až F24 váženú hodnotu prekročenia termínu ukončenia operácií. Z bunky F25 je zrejmé, že minimálna celková vážená hodnota oneskorenia operácií je 123.

4 Záver

Vytvorenie rozvrhu realizácie jednotlivých operácií na množine strojov vo všeobecnosti predstavuje problém často riešený v praxi. Na ich riešenie možno použiť modely matematického programovania. Z hľadiska výpočtovej zložitosti týchto modelov, pri riešení klasickými optimalizačnými prístupmi vznikajú problémy s ich riešiteľnosťou v reálnom čase, preto sa pomerne často pri ich riešení štandardne používajú rôzne heuristické prístupy, ktoré v reálnom čase poskytujú „dobré“ prípustné riešenia. Pritom vývojom nových alternatívnych prístupov možno v súčasnosti dosiahnuť také riešenia sekvenčných úloh, ktoré sú z hľadiska časovej zložitosti ako aj kvality riešenia vhodnejšie pre bežnú prax. Vybraný problém bol riešený pomocou MS Excel, pričom boli dosiahnuté lepšie riešenia ako pri použití známych heuristík. V našom prípade na riešenie uvedeného problému pri použití Lawlerovho algoritmu (heuristika) (Brezina 2003) bola výsledná hodnota 131. V prípade použitia MS Excelu, ktorý

využíva evolučný algoritmus, bola dosiahnutá výsledná hodnota 123. To môže viesť k záveru, že moderné nástroje sú vhodným doplnkom na riešenie rôznych typov sekvenčných úloh pri zachovaní minimálne takej kvality riešenia ako pri použití zodpovedajúcich heuristických prístupov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA No. 1/0351/17 Application of selected models of game theory to solve some economic problems of Slovakia.

Literatúra

1. Brezina, I. (2003). *Kvantitatívne metódy v logistike*. EKONÓM, Bratislava.
2. Brezina, I. – Pekár, J. (2014). *Operačná analýza v podnikovej praxi*. EKONÓM, Bratislava.
3. Palúch, S. – Peško, Š. (2006). *Kvantitatívne metódy v logistike*. EDIS ŽU, Žilina.
4. Unčovský, L. a kol. (1991). *Modely sieťovej analýzy*. ALFA, Bratislava.
5. Winston, W. (2014). *Microsoft Excel 2013 Data Analysis and Business Modeling: Data Analysis and Business Modeling*. Pearson Education, New Jersey.

Akumulácia ľudského kapitálu a jej význam v kontexte vplyvu na ekonomický rast
Accumulation of human capital and its importance in the context of the impact on economic growth

Kvetoslava Surmanová[1], Reiff Marian[2], Zlatica Ivaničová[3]

Abstrakt
Ľudský kapitál je výrobný faktor, ktorý má nezastupiteľné miesto v produkčnej funkcii. V článku sa podrobnejšie rozoberá a analyzuje vplyv ľudského kapitálu na ekonomický rast, pričom jadrom záujmu je štruktúra obyvateľstva podľa dosiahnutého stupňa vzdelania a úroveň miezd v závislosti od vekovej štruktúry. Na analýzu vplyvu dosiahnutého stupňa vzdelania sú využité ročné údaje za obdobie rokov 1998 – 2015. V empirickej časti sa vychádza z dvoch známych funkčných vzťahov, Minzerovej rovnice a Cobbovej-Douglasovej funkcie, pričom oba základné vzťahy sú modifikované. Výsledky analýzy poukázali na potrebu zvýšenia podielu tej časti obyvateľstva, ktorá nadobudne len primárne vzdelanie.

Kľúčové slová
ľudský kapitál, ekonomický rast, vzdelanie, mzda, ekonometrický model

Abstract
Human capital is a production factor that has an irreplaceable place in production function. The article analyzes more in detail the impact of human capital on economic growth, the core of which is the structure of the population according to the achieved level of education and the level of wages, depending on the age structure. The annual data for the period 1998 - 2015 are used to analyze the impact of the achieved level of education. The empirical part is based on two known functional relations, the Minzer equation and the Cobb-Douglas function, both of which are modified. The results of the analysis pointed to the need to increase the proportion of the part of the population who only receives primary education.

Key words
Human capital, economic growth, education, wage, econometric model

JEL classification
E24, I25.

1 Úvod

Pre analýzu vývoja ekonomiky zameraného na vývoj hrubého domáceho produktu sa zvyčajne využívajú produkčné funkcie. V rámci týchto nástrojov sa ako hlavné atribúty využívajú kapitál a pracovná sila. V predkladanom príspevku sú pre analýzu použité tieto dva atribúty, pričom hlavná pozornosť je venovaná ľudskému kapitálu. Vplyv ľudského kapitálu

[1] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, Bratislava kvetoslava.surmanova@euba.sk.

[2] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, Bratislava marian.reiff@eubask.

[3] Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, Bratislava zlatica.ivanicova@euba.sk.

na vývoj hrubého domáceho produktu je rozčlenený na analýzu vplyvu vzdelanostnej štruktúry pracovníkov a na nadobudnutú profesijnú zručnosť pracovníkov vplyvom knov-how fyzického kapitálu.

V literatúre sa môžeme stretnúť s viacerými modifikáciami modelov, ktoré obsahujú spomenuté atribúty, ktoré prispievajú k rastu ekonomiky. V predkladanom príspevku je použitý upravený model autorov Haga a Luqmana (Hag a Luqman, 2014), s cieľom poukázať na význam akumulácie ľudského kapitálu vzhľadom na vývoj vzdelanostnej štruktúry pracovníkov.

Cieľom príspevku je poukázať na význam akumulácie ľudského kapitálu z pohľadu rastu hrubého domáceho produktu v slovenskej ekonomike.

Príspevok je členený nasledovne. V druhej časti je uvedený modifikovaný tvar Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie formulovaný horeuvedenými autormi. Tretia časť je venovaná stručnej charakteristike pojmu „ľudský kapitál“ v zmysle Minzerovej rovnice. V štvrtej časti je uvedený vývoj vybraných ukazovateľov trhu práce v slovenskej ekonomike za obdobie 1998 – 2016. V piatej časti je prezentovaná empirická analýza významu akumulácie ľudského kapitálu na vývoj slovenskej ekonomiky. Príspevok je ukončený záverečným zhodnotením dosiahnutých výsledkov.

2 Základný tvar modelu

Pri formulácii modelu, na základe ktorého je zrealizovaný odhad parametrov, sa vychádza z modifikovanej Cobbovej-Douglasovej funkcie (Hag a Luqman, 2014), ktorá okrem fyzického kapitálu, ako prvého výrobného faktora, rozširuje druhý výrobný faktor charakterizovaný počtom zamestnaných o ľudský kapitál H v tvare

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{\beta} \left(A_t L_t\right)^{1-\alpha-\beta} , \tag{1}$$

kde

Y_t agregovaný HDP v čase t,
K_t fyzický kapitál v čase t,
L_t počet zamestnaných osôb v roku t,
A_t efektívnosť pracovnej sily na základe know-how fyzického kapitálu v čase t,
H_t ľudský kapitál ako výsledok vzdelanostnej štruktúry v čase t,
α, β elasticita fyzického a ľudského kapitálu.

S cieľom analyzovania dynamiky premenných vo vzťahu (1) na jednu zamestnanú osobu, autori normovali hodnoty hrubého domáceho produktu, v čase t, fyzického kapitálu v čase t a hodnotu ľudského kapitálu v čase t nasledovne:

$$y_t = \frac{Y_t}{A_t L_t}; \quad \mathrm{k}_t = \frac{K_t}{A_t L_t}; \quad \mathrm{h}_t = \frac{H_t}{A_t L_t}. \tag{2}$$

Na základe normalizovaných premenných preformulovali autori pôvodný tvar produkčnej funkcie v tvare (1) na tvar:

$$y_t = k_t^{\alpha} h_t^{\beta} . \tag{3}$$

Ako zdroj autori využívajú vo svojom modeli mieru sporenia – *s*. Miera sporenia bola rozdelená na dve časti, v závislosti či vyvoláva zvýšenie kvality fyzického kapitálu (inovácie) – s_k a ľudského kapitálu (vzdelanie) – s_h, s využitím nasledujúcich dvoch predpokladov:

$$\frac{dk_t}{d_t} = s_k y_t - (n + g + \delta) k_t \tag{4}$$

$$\frac{dh_t}{d_t} = s_h y_t (1+q)^{\rho} - (n + g + \sigma) h_t, \tag{5}$$

kde

n miera rastu populácie,
g miera technologického pokroku,
δ miera opotrebenia fyzického kapitálu,
σ miera opotrebenia ľudského kapitálu,
q index inovácie produkcie,
ρ elasticita inovácie.

Vyjadrením rovnovážneho vzťahu dynamických premenných k_t^* a h_t^* vzhľadom na y_t^* odvodili autori (postup odvodenia modelu pozri Hag a Luqman (2014), str.6) nasledovný tvar základného modelu pre empirické analýzy:

$$\ln \Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln \Delta y_{t-1} + \beta_2 \ln(PhyC_t) + \beta_3 \ln(HC_t) + \beta_4 \ln(INOR_t) + \beta_5 \ln(MPC_t) + \beta_6 \ln(OPEN_t) + \beta_3 \ln(GDOP_t) + u_t \tag{6}$$

kde

$\ln \Delta y_t$ logaritmus HDP na pracovníka v roku *t*,
$\ln(PHyC)_t$ fyzický kapitál, vyjadrený investíciami ako časť HDP v roku *t*,
$\ln(HC)_t$ ľudský kapitál, t.j. akumulácia ľudského kapitálu cez vzdelávanie, ktoré je vyjadrené ako priemerná doba štúdia pracujúcej populácie v roku *t*,
$\ln(INOR)_t$ learning-by doing – meraný indexom inovácie produkcie v roku *t*,
$\ln(IMPC)_t$ inflow kapitál (zahraničné investície), ktorý je vyjadrený cez import strojov a zariadení ako podiel na HDP v roku *t*,
$\ln(OPEN)_t$ otvorenosť ekonomiky vyjadrená ako podiel zahraničného obchodu na HDP v roku *t*,
$\ln(GDOP)_t$ miera rastu populácie v roku *t*,
u_t náhodná zložka v roku *t*.

3 Ľudský kapitál

Ľudský kapitál je podľa autorov Hag a Luqman (2014) akumulovaný dvoma rozličnými spôsobmi:

- akumuláciou cez vyjadrenie vzdelania pracovnej sily,
- learning-by-doing, t.j. zvyšovaním pracovnej zručnosti.

Akumuláciou ľudského kapitálu sa zaoberalo viacero autorov, pozri práce Lukas (1988), Mankiw (1992), Barro (1991). Často používaná v súvislosti s pojmom ľudský kapitál je Mincerova rovnica príjmu, resp. funkcia miezd ktorá bola použitá v prezentovanej analýze. Ide o logaritmicko-lineárny vzťah medzi mzdami, počtom rokov vzdelávania sa a počtom rokov praxe. Rovnica má tvar:

$$\ln W_i = \ln W_0 + \beta_1 S_i + \beta_2 X_i + \beta_3 X_i^2 + u_i, \tag{7}$$

kde

W_i sú mzdy *i*-teho zamestnaného jednotlivca,

W_o je východisková úroveň mzdy, bez ohľadu na vzdelanie a prax,
S_i je počet rokov vzdelávania sa i-teho zamestnaného jednotlivca,
X_i je počet praxe i-teho zamestnaného jednotlivca.

Vzťah (7) vyjadruje model investícií do ľudského kapitálu i-teho zamestnaného jednotlivca. Parameter β_1 zachytáva mieru návratnosti dosiahnutého vzdelania pomocou miezd. Parameter β_2 vyjadruje mieru návratnosti v závislosti od počtu rokov praxe a β_3 mieru návratnosti od druhej mocniny počtu rokov praxe.

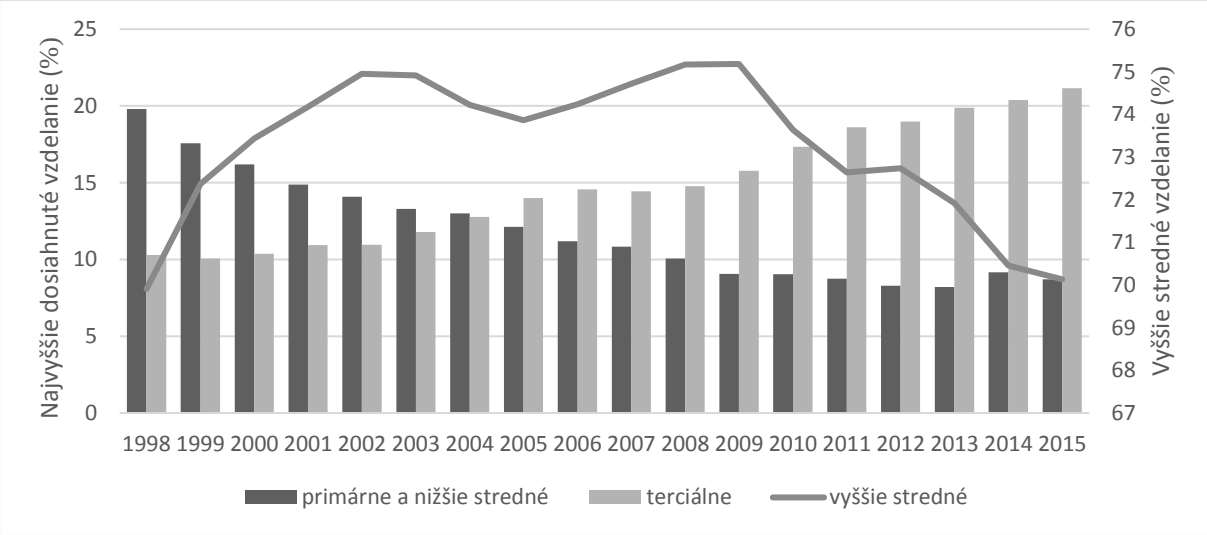
V analýze bola použitá upravená verzia vzťahu (7), pričom úprava spočívala v abstrahovaní od počtu rokov praxe (ktoré sme nemali k dispozícii). Z dôvodu lepšej dostupnosti údajov časových radov bola analýza zrealizovaná na agregovaných údajoch časových radov za obdobie rokov 2008 – 2015.

4 Stručný prehľad situácie na Slovensku

Trh práce na Slovensku sa vyznačuje vysokou mierou dlhodobej nezamestnanosti. Tento jav má nielen negatívne dopady na stav verejných financií, ale naznačuje existenciu nedostatočne využitých výrobných kapacít. V ostatnom období sa miera nezamestnanosti uvádza v spojitosti s nedostatočnou reláciou medzi potrebami trhu práce a profesnou štruktúrou absolventov (kvalifikácia a zručnosť). Z tohto pohľadu, pre správne fungovanie trhu práce sú investície do ľudského kapitálu nevyhnutné.

Štruktúra obyvateľstva podľa dosiahnutého stupňa vzdelania[4] sa počas sledovaného obdobia menila nasledovne (pozri obr.1). Kým na začiatku sledovaného obdobia bol percentuálny podiel obyvateľstva (takmer 20 %) s primárnym a nižším stredným vzdelaním dvojnásobný v porovnaní s terciálnym, za posledných 5 rokov je percentuálne rozloženie opačné. Zvýšil sa počet absolventov vysokých škôl a na celkovej štruktúre tvorí ich podiel viac ako 20 %.

Obr. 1: Vývoj dosiahnutého stupňa vzdelania vekovej skupiny obyvateľstva 25-64 za obdobie rokov 1998 – 2015 (v %)



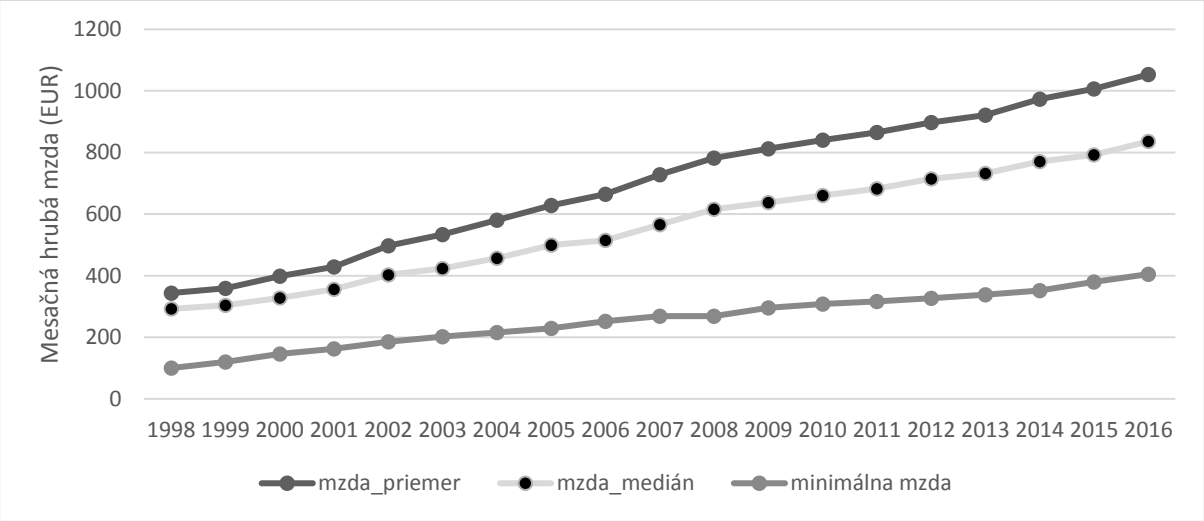
Zdroj: ŠÚ SR, triedenie a výpočty autorov

[4] Stupne vzdelania sú definované školským zákonom (zákon 245/2008 Z.z.) a to konkrétne na predprimárne, základné (primárne a nižšie stredné), stredné (vzdelanie ukončené výučným listom alebo dokladom o vykonaní maturitnej skúšky) a terciálne (vyššie odborné vzdelanie).

Z obrázka 1 je vidieť, že v roku 2004 bol podiel obyvateľstva s primárnym a nižším stredným vzdelaním takmer zhodný s podielom obyvateľstva s najvyšším dosiahnutým terciálnym vzdelaním. Od roku 2005 sa štruktúra vzdelania menila v prospech vyššieho podielu obyvateľstva s terciálnym vzdelaním. Viac ako polovica obyvateľstva počas sledovaného obdobia dosiahla vyššie stredné vzdelanie, čo je vidieť na pravej osi obr.1 (70 a viac percent).

Situáciu na trhu práce je možné analyzovať prostredníctvom úrovne miezd v národnom hospodárstve. Podľa nášho názoru je možné vývoj miezd kvalitnejšie a reálnejšie sledovať prostredníctvom mediánu hrubej mesačnej mzdy a nie priemernej hodnoty hrubej mesačnej mzdy za celé národné hospodárstvo. Rozdiely medzi oboma ukazovateľmi sú vysoké, pričom priemerná hrubá mzda v národnom hospodárstve je oproti hodnotám mediánu vyššia o 20 - 30 % (výnimku tvoria len prvé dva roky skúmaného obdobia, a to roky 1998 a 1999, kde je rozdiel približne 17 %), viď obr. 2.

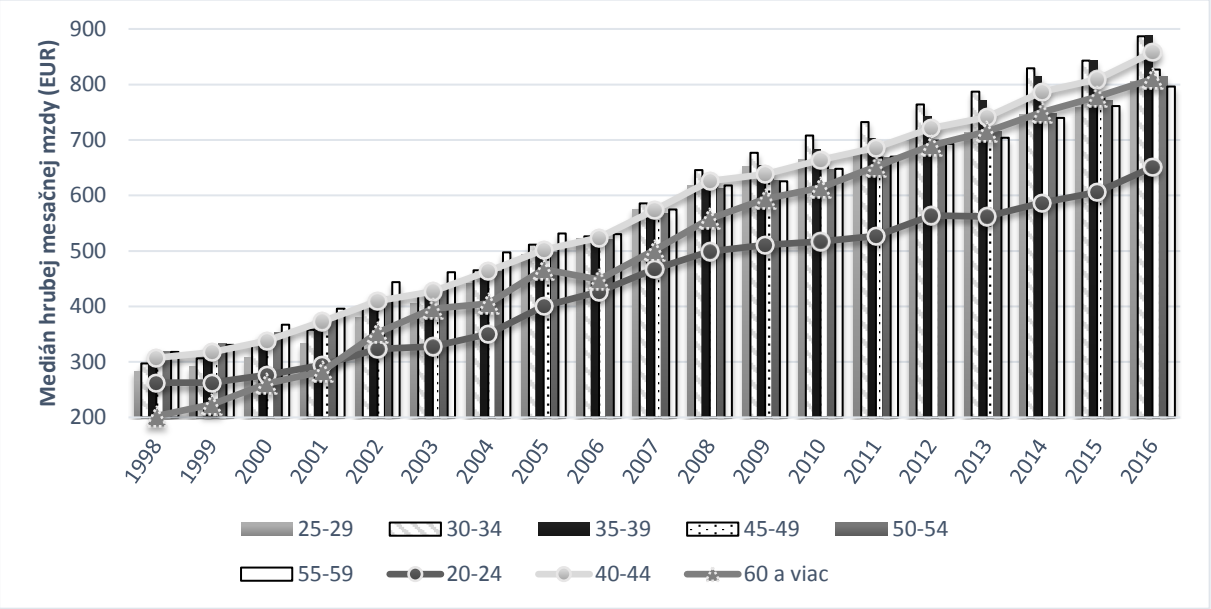
Obr. 2: Vývoj hrubej mesačnej mzdy v rokoch 1998 – 2016



Zdroj: ŠÚ SR

Na obrázku 3 je graficky zachytený príjem (mzdy) v jednotlivých vekových skupinách. Najvyššími mzdami disponuje časť obyvateľstva vo veku 30 – 39 rokov. Mzda absolventa je zreteľne najnižšia, ide o skupinu obyvateľstva vo veku 20 – 24 rokov. Táto skupina obyvateľstva reprezentuje prevažne absolventov stredných škôl, respektíve časť obyvateľstva, ktorá dosiahla len primárne a nižšie stredné vzdelanie. Rast miezd za sledované obdobie nebol zanedbateľný, vo vybraných vekových skupinách (napr. 30-34, 35-39 a 40-44 rokov) došlo takmer k trojnásobnému zvýšeniu.

Obr. 3: Vývoj mediánu hrubej mesačnej mzdy v rokoch 1998 – 2016 podľa vekových skupín



Zdroj: ŠÚ SR

5 Výsledky analýzy

Nakoľko sa v analytická časť príspevku venuje vplyvu vzdelanostnej úrovne obyvateľstva na výšku miezd a na ekonomický rast, výsledky analýzy sú uvedené v dvoch častiach. V prvej časti sú uvedené výsledky analýzy, ktorá sa týka významnosti vplyvu dosiahnutého stupňa vzdelania na výšku miezd (časť 5.1). Následne je analyzovaný vplyv dosiahnutého stupňa vzdelania na ekonomický rast (časť 5.2).

5.1 Výsledky analýz vplyvu dosiahnutého stupňa vzdelania na mzdy

Pri analýze sa využívajú údaje časových radov zo Štatistického úradu SR a Eurostatu za obdobie rokov 1998 – 2015. Vychádza sa zo vzťahu (7), pričom sa abstrahuje od počtu rokov praxe. Miesto priemernej mzdy v náhodnom hospodárstve sa používa priemer z mediánu nominálnej mesačnej mzdy pre vekovú skupinu 25 – 60 rokov. Za nezávislú premennú S_i z pôvodného vzťahu sú v analýze použité viaceré premenné, konkrétne S_P_t, S_S_t a S_T_t. Premenná označená S_P_t vyjadruje počet obyvateľov so základným alebo nižším stredným vzdelaním, premenná S_S_t počet obyvateľov s vyšším stredným a premenná S_T_t vyjadruje počet obyvateľov s terciálnym vzdelaním. Na základe vzťahu (7) je odhadnutý vplyv každého stupňa vzdelania samostatne:

$$\begin{aligned} \ln W_t &= \ln W_0 + \beta_1 S_P_t + u_t. \\ \ln W_t &= \ln W_0 + \beta_1 S_S_t + u_t. \\ \ln W_t &= \ln W_0 + \beta_1 S_T_t + u_t. \end{aligned} \tag{8}$$

Z variančno-kovariančnej matice premenných (tab.1) je zreteľný vysoký pozitívny vplyv terciálneho vzdelania na mzdy a silný negatívny vplyv základného a nízkeho stredného vzdelania na výšku miezd.

Tab. 1: Prehľad korelačných koeficientov medzi premennými

S_P	S_T	S_S	I_W	
1	-0,8905	-0,0656	-0,9745	**S_P**
	1	-0,3955	0,9551	**S_T**
		1	-0,1275	**S_S**
			1	**I_W**

Zdroj: vlastné výpočty

Zrealizované odhady parametrov na základe vzťahov (8) sú uvedené v tabuľke 2.

Tab. 2: Výsledky odhadu modifikovanej Mincerovej rovnice

	M1	M2	M3	M4	M5
	Odhady parametrov				
$Ln(W_0)$	7,34	1,62	8,03	5,00	0,68
S_P	-0,09***	0,009			
$S_P_{(t-1)}$		-0,024*			
S_S			-0,02		0,056***
S_T				0,08***	0,093***
$ln(W_{(t-1)})$		0,77***			
R2	0,9495	0,9957	0,0162	0,9121	0,9863
SE	0,07	0,02	0,33	0,10	0,04
DW	0,73	2,29	0,04	0,36	1,43

Zdroj: vlastné výpočty

*** parameter je štatitsticky významný na 1 % hladine významnosti, ** hladina významnosti je 5 %, * hladina významnosti je 10 % .

Na základe odhadnutých variant korelovaného vzťahu mzda - vzdelanie je možné konštatovať nasledovné: Odhliadnuc od korelácie náhodných zložiek, modely M1 a M5 vhodnejšie zachytávajú najvyšší podiel celkovej variability miezd. Model M2 preukázal značný vplyv vývoja miezd z minulého obdobia, čo je určite nezanedbateľný fakt, nakoľko vývoj miezd sa preukazuje vysokou mierou zotrvačnosti. Ďalší poznatok je možné vysloviť na základe odhadu modelu M3, výšku miezd nedeterminuje samostatne časť obyvateľstva s vyšším stredným vzdelaním. Naopak, model M5, v ktorom súbežne na mzdy vplývalo 80-90 % obyvateľstva (podiel obyvateľstva na celkovom počte vo vekovej skupine 25-60 rokov) v závislosti od konkrétneho roka zachytáva najvyšší podiel variability miezd, premenné sú štatisticky významné na 1 % hladine významnosti a štandardná chyba regresie (SE) je takmer najnižšia zo všetkých zrealizovaných experimentov.

5.2 Výsledky analýzy vplyvu dosiahnutého stupňa vzdelania na ekonomický rast

V tejto časti je odhadnutý model ekonomického rastu na základe vzťahu (6). V podmienkach SR sa preukázali štatisticky významné len niektoré determinanty (viď tab. 3).

Napriek tomu, že v tabuľke 3 uvádzame aj model M1.1, pričom 2 determinanty (fyzický kapitál a rast obyvateľstva) nevplývajú na ekonomický rast s dostatočnou štatistickou významnosťou (je na úrovni 21 a 24%), je možné vidieť, že výsledky oboch modelov sa viditeľne nelíšia.

Tab. 3: Výsledky odhadu produkčnej funkcie

	M1.1	**M1.2**
	Odhady parametrov	
koef.	-1,91***	-1,99***
$\ln\Delta y_{(t-1)}$	-0,29*	-0,29*
ln(PhyC)	0,07	
ln(S)	0,12**	0,15**
ln(T)	-0,28***	-0,35***
ln(OPEN)	0,44***	0,53***
ln(GDOP)	-0,72	
R^2	0,942	0,92

Zdroj: vlastné výpočty

Výsledky regresnej analýzy na údajoch SR poukazujú na opačný vplyv vzdelania obyvateľstva na ekonomický rast ako sa očakáva. Z výsledkov tejto analýzy vyplýva, že ak bude zastúpené v skladbe obyvateľstva vyššie percento občanov s terciálnym vzdelaním, možno očakávať pokles ekonomického rastu o 0,28 resp. 0,35%. Tento pokles je možné vysvetliť tak, že financovanie vzdelávania na vysokých školách štátu spôsobuje na jednej strane odliv finančných prostriedkov zo štátneho rozpočtu, no táto investícia do vzdelania sa nevráti v podobe zvýšeného rastu ekonomiky z dôvodu odchodu absolventov do zahraničia za vyššími príjmami. Situácia na trhu práce, hlavne mzdová úroveň, pôsobí na mladú generáciu demotivujúco. Naopak zvýšenie počtu absolventov so základným alebo nižším stredným vzdelaním by malo zabezpečiť podľa uvedenej analýzy rast HDP o 0,12, resp. 0,15%.

6 Záver

Na základe posúdenia štatistickej významnosti analyzovaných modelov (M1-M5 a M1.1 a M1.2) sú modely M5 a M1.2 vhodné na vyslovenie uvedených hypotéz.

1. Na základe zrealizovaných analýz s ohľadom na rast vzdelania obyvateľstva vo veku 25-60 rokov (ktoré tvorilo približne 90%) sa potvrdila platnosť teórie o zvyšujúcom sa mzdovom ohodnotení obyvateľstva predovšetkým vplyvom dosiahnutého sekundárneho ako aj terciálneho stupňa vzdelania (model M5).
2. Pri skúmaní vplyvu dosiahnutého stupňa vzdelania (sekundárneho a terciálneho) na ekonomický rast boli získané odlišné výsledky, a to vplyv sekundárneho stupňa vzdelania má pozitívny vplyv a vplyv terciálneho vzdelania má negatívny vplyv na ekonomický rast. Túto situáciu by bolo možné zdôvodniť tým, že absolventi terciálneho vzdelania nenachádzajú adekvátne uplatnenie vzhľadom na nie vhodnú štruktúru terciálneho vzdelávania, ale aj únikom týchto absolventov do zahraničia (model M1.2). Ďalší faktor, ktorý ešte stojí za rastom ekonomiky je otvorenosť ekonomiky.

Na základe uvedených analýz sa javí, že rast miezd je predovšetkým závislý od dĺžky praxe, ktorá je prepojená s vyšším vzdelaním. Rast miezd absolventov (veková skupina 20-24 rokov) v sledovanom období nezaznamenal taký nárast vzhľadom na dĺžku praxe ako sa dosiahol pri vyššom vzdelaní.

Uvedená analýza poukazuje súčasne aj na nedostatok pracovnej sily v odborných profesiách, čo je naznačené v obr.1.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0248/17 „Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie“ a Vega č. 1/0245/15 „Plánovanie prepravy s cieľom znižovania emisií“.

Literatúra

1. Barro, R. J. (1991). Economic Growth in a Cross Section of Countries. *The Quarterly Journal of Economics, 106*(2), 407. doi:10.2307/2937943
2. Haq, M., & Luqman, M. (2014). The contribution of international trade to economic growth through human capital accumulation: Evidence from nine Asian countries. *Cogent Economics & Finance, 2*(1). doi:10.1080/23322039.2014.947000
3. Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics, 22*(1), 3-42. doi:10.1016/0304-3932(88)90041-4
4. Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). *A Contribution to the Empirics of Economic Growth. The Quarterly Journal of Economics, 107*(2), 407-437. doi:10.2307/2118477
5. www.statistics.sk. (n.d.). Retrieved September 03, 2017
6. http://ec.europa.eu/eurostat/data/database. (n.d.). Retrieved September 03, 2017

Príbeh konvergencie slovenskej ekonomiky

A Story of Slovak Economy Convergence

Karol Szomolányi[1]

Abstrakt
Obrovský rozmach slovenskej ekonomiky v prvej dekáde 21. storočia možno vysvetliť teóriou konvergencie neoklasického modelu rastu. Proces konvergencie pokračuje, avšak v súčasnom období už nie je sprevádzaný tak veľkým rastom ekonomickej aktivity. Vyplýva to z kvantifikácie teoretických priemerných rozdielov v hospodárskom raste medzi slovenskou ekonomikou a vybranými európskymi ekonomikami v období rokov 2010-15 s využitím modelu determinantov rastu dostupného z literatúry a zodpovedajúceho neoklasickej teórii.

Kľúčové slová
neoklasická teória, konvergencia, slovenská ekonomika

Abstract
A giant growth of the Slovak economy can be explained with the convergence theory of neoclassical growth model. The convergence process has been continuing, nevertheless it is not accompanied with so huge economic growth. It follows from the quantification of theoretical differences of economic growth rates between Slovak economy and the chosen European economies using the growth determinants' model available from the literature and corresponding with the neoclassical theory.

Key words
neoclassical theory, convergence, Slovak economy

JEL classification
C13, E13

1 Úvod

Slovenská ekonomika prešla za posledných 30 rokov veľkými zmenami. Po páde Berlínskeho múru nová politická elita konštatovala obrovské zaostávanie ekonomickej výkonnosti za Západom. Túto skutočnosť dokladuje tab. 1, v ktorej sú porovnané hodnoty *HDP* na obyvateľa vybraných krajín prepočítaných paritou kúpnej sily v začiatkoch 5-ročných intervalov v období rokov 1990-2010 v dolároch z roku 2011. Zmeny v spoločnosti mali okrem iného viesť k vyrovnaniu rozdielov ekonomickej aktivity medzi slovenskou ekonomikou a ekonomikami Západu. Táto práca hodnotí tento „príbeh dobiehania Západu" v ostatných 25 rokoch.

Koncept „dobiehania" a vyrovnávanie ekonomickej aktivity chudobných a bohatých ekonomík je známy v neoklasickej teórii rastu a nazývame ho (reálna) konvergencia. (Barro a Sala-i-Martin, 1995). Teória úspešne vysvetlila konvergenciu krajín juhovýchodnej Ázii, ktoré sa v priebehu obdobia 1960-2000 zmenili z chudobných ekonomík na bohaté. Teória definuje ustálený rast, ako dlhodobo rovnovážna medziročná mieru rastu. Ustálený stav

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, karol.szomolanyi@euba.sk.

definujeme ako prislúchajúcu úroveň ekonomickej aktivity, pri ktorej je ekonomika v ustálenom raste v danom období. Ustálený rast a ustálený stav závisia od vôle ekonomických subjektov šetriť, miery znehodnotenia kapitálu, miery rastu populácie, úrovne technológie, miery technického pokroku a výšky ľudského kapitálu. Na tieto veličiny môžu vplývať rôzne determinanty alebo ich možno merať rôznymi meradlami. Barro (2015) regresným modelom s panelovými údajmi s pozorovaniami z 89 krajín a v 5-ročných obdobiach v rozsahu rokov 1960-2010 odhadol kvantitatívnu lineárnu závislosť medzi týmito determinantmi a meradlami (ďalej len determinantmi) a hospodárskym rastom. Jeho prácu považujeme za referenčnú. Priemerný medziročný rast v danom 5-ročnom období závisí od:

- Prirodzený logaritmus reálneho *HDP* na obyvateľa na začiatku predchádzajúceho 5-ročného obdobia. Za predpokladu, že dve ekonomiky majú podobný ustálený rast, chudobnejšia (tranzitívna) ekonomika bude vykazovať vyšší priemerný medziročný rast
- Obrátená hodnota priemernej očakávanej dĺžky života od narodenia. Tento determinant má pozitívny vplyv na vôľu šetriť a preto je jeho vplyv na hospodársky rast negatívny (t.j. pozitívny vplyv priemernej dĺžky dožitia).
- Prirodzený logaritmus miery pôrodnosti. Podľa neoklasickej teórie má miera rastu populácie negatívny vplyv na hospodársky rast.
- Vymožiteľnosť práva. Úroveň vymožiteľnosti práva spolu s úrovňou demokracie sú pozitívne lineárne korelované s kvalitou inštitúcií, ktoré zvyšujú úroveň technológie, technický pokrok a veľkosť ľudského kapitálu. Navyše tento vzťah je obojstranný, podľa hypotézy modernizácie ekonomický rozvoj podnecuje zavádzanie a údržbu kvalitných inštitúcií, vrátane dobre fungujúcej demokracie. (Barro, 2015).
- Podiel investícií na *HDP*. Všeobecne je tento podiel silne lineárne pozitívne korelovaný s mierou sporenia. Vplyv determinantu je pozitívny.
- Doba vzdelávania žien.
- Doba vzdelávania mužov. Vzdelanie má pozitívny vplyv na technický pokrok a tiež na výšku ľudského kapitálu.
- Podiel vládnych nákupov na *HDP*. Vládne nákupy vytláčajú súkromné investície. Okrem toho verejný sektor je menej efektívny vo využívaní verejných zdrojov, čím sa zvyšuje miera znehodnotenia kapitálu. Vplyv determinantu je záporný.
- Miera otvorenosti ekonomiky. Vyššia interakcia medzi ekonomikami pomáha k difúzii technológií. Technologicky zaostalé krajiny môžu získať technológie vyspelých krajín od globálnych medzinárodných korporácií.
- Zmena výmenných relácií. Z klasických teoretických poznatkov vychádzajúcich z mikroekonomických poznatkov vieme, že výmenné relácie majú rovnaký vplyv ako celková produktivita faktorov. Vplyv determinantu je pozitívny.
- Indikátor opisujúci úroveň demokracie.
- Štvorec indikátora úrovne demokracie. Podľa teórie dostatočne vysoká úroveň demokracie súvisí s vysokou úrovňou ľudského kapitálu. Avšak tento vzťah sa od istej úrovne demokracie obráti, preto autor odhadol vzťah medzi hospodárskym rastom a úrovňou demokracie v kvadratickom tvare.
- Miera inflácie. Podľa monetárnej teórie inflácia príjmovým efektom znižuje národné úspory a mieru sporenia, preto má negatívny vplyv na hospodársky rast.

Barrova (2015) kvantifikácia danej závislosti je uvedená v tab. 3.

Poznatok o determinantoch rastu umožňuje vysvetliť ekonomické zaostávanie slovenskej ekonomiky ukotvenej v socialistickom hospodárskom systéme na konci 80-ych rokov. Demografická pozícia krajiny bola dobrá, čo malo mnohé spoločensko-ekonomické pozitíva, ale jej vzťah na hospodársky rast je záporný. Vymožiteľnosť práva rovnako ako aj

úroveň demokracie boli v krajine bez politickej súťaže s obmedzeným súkromným vlastníctvom na nízkej úrovni. Miera otvorenosti ekonomiky s obmedzeným prístupom na trhy a barterovým princípom západných krajín bola nízka. Podiel vládnych nákupov na *HDP* bol príliš vysoký, keďže súkromné podnikanie nebolo povolené. Preto myšlienka transformácie ekonomického systému z plánovaného na trhové bola opodstatnená.

Barro (2016) využil panelový ekonometrický model pre zhodnotenie a predpoveď konvergenčného procesu čínskej ekonomiky. Tento výskum je inšpiráciou pre naše zhodnotenie úspechu slovenskej transformácie. Barrov (2015) odhad nevyužil pozorovania slovenskej ekonomiky, pre ich nedostatočne veľký počet. Vďaka známej univerzálnosti neoklasickej teórie potvrdenej empirickým odhadom však považujeme autorov model za referenčný aj pre našu ekonomiku. Pomocou modelu vypočítame teoretické rozdiely priemerného medziročného hospodárskeho rastu slovenskej ekonomiky v období rokov 2010-15 v porovnaní s vybranými európskymi ekonomikami a dekompozíciu týchto rozdielov podľa rozličných determinantov rastu. Výsledky porovnáme s realitou a dekompozíciou zistíme, či slovenská ekonomika má potenciál dosiahnuť ekonomickú aktivitu daných európskych krajín. Ukážeme, že Slovensko konverguje do vyššieho ustáleného stavu, preto sú miery rastu v priemere vyššie.

2 Údaje, model a metodológia

Pri výpočte predpokladaných priemerných medziročných rastov v slovenskej ekonomike a vo vybraných európskych ekonomikách pomocou Barrovho (2015) modelu je dôležité dodržať rovnaký postup získania slovenských údajov. To sa nám podarilo iba čiastočne. Slovenskú ekonomiku porovnávame s ekonomikami Rakúska (AUT), Nemecka (DEU), Francúzska (FRA), Veľkej Británie (GBR) a Talianska (ITA). Štyri z piatich referenčných krajín sú najväčšie ekonomiky západnej Európy, preto najviac zodpovedajú univerzálnosti modelu. Rakúsko je náš historicky aj geograficky najbližší predstaviteľ Západu z obdobia pred pádom Berlínskeho múru. Zaujímavé môže byť porovnanie s talianskou ekonomikou, v ktorej sú od finančnej krízy rôzne ekonomické problémy.

Reálny *HDP* prepočítaný paritou kúpnej sily v dolároch z roku 2011 sme získali z novšej verzie databázy Penn World Tables, ver. 9.0 (Feenstra, Inklaar a Timmer, 2015) ako Barro (2015). Z rovnakej databázy sme získali aj počet obyvateľov a podiely investícií, vládnych nákupov a medzinárodnéjho obchodu na *HDP*. Ten tretí indikátor je miera otvorenosti ekonomiky a vypočíta sa ako podiel súčtu vývozu a dovozu na *HDP*.

Vypočítali sme ročný reálny *HDP* na obyvateľa v začiatkoch štyroch 5-ročných intervalov: 1990-94, 1995-99 ... 2010-2014. Údaje sú uvedené v tab. 1. Z tabuľky vyplýva, že slovenská ekonomická aktivita bola v roku 1990 na úrovni o málo vyššej ako je asi polovica úrovne v západných krajinách a v ďalšom 5-ročnom období sa ešte viac prepadla a nezlepšila sa ani v ďalšom 5-ročnom období. V ďalších obdobiach sa však reálny *HDP* takmer zdvojnásobil. Za celé obdobie rástla ekonomická aktivita aj v krajinách západnej Európy, v Nemecku a Rakúsku viac ako vo zvyšných troch krajinách.

V tab. 2 sú vypočítané priemerné medziročné rasty v 5-ročných obdobiach (resp. v 4-ročnom období 2010-14 a v 14 ročnom období 2000-14). Z tabuľky vyplýva, že prvé dve 5-ročné obdobia sa vyznačovali depresiou, resp. stagnáciou slovenskej ekonomiky, ktoré možno vysvetliť štrukturálnymi zmenami vyplývajúcimi z transformácie ekonomiky, zo zmien štruktúry zahraničného obchodu, na ktorých sa nepodpísal len rozpad socialistického medzinárodného obchodného systému ale aj rozpad Česko-Slovenska. Podľa tab. 2 skutočný proces konvergencie v slovenskej ekonomike začal až v novom miléniu. V prvých dvoch 5-ročných obdobiach milénia bol rozvoj slovenskej ekonomiky výrazne vyšší ako rozvoj ostatných skúmaných ekonomík. Avšak v ostatných štyroch rokoch slovenská ekonomika

nerástla rýchlejšie ako rakúska, či nemecká. Z posledného riadku vyplýva, že priemerný medziročný rast slovenskej ekonomiky v období rokov 2000-14 bol takmer o 2 až viac ako 3 percentuálne body vyšší.

Tab. 1: Priemerný ročný HDP na obyvateľa vybraných krajín v začiatkoch 5-ročných intervalov prepočítaný paritou kúpnej sily v dolároch z roku 2011

obdobie	AUT	DEU	FRA	GBR	ITA	SVK
1990	23834,44	25045,73	24726,60	24261,23	24710,50	16560,80
1995	28544,47	29118,36	25995,84	26842,00	27958,43	13190,34
2000	34473,90	33013,43	31797,52	34387,77	32673,60	13875,28
2005	37306,32	37094,85	33339,38	37726,25	32125,68	17143,22
2010	39949,23	40935,97	35656,80	34718,83	34322,10	22188,84

Zdroj: Penn World Tables ver. 9.0 Retrieved Semptember 17, 2017, from www.ggdc.net/pwt a vlastné prepočty.

Tab. 2: Priemerné medziročné miery rastu reálneho HDP na obyvateľa vybraných krajín v 5-ročných intervaloch

obdobie	AUT	DEU	FRA	GBR	ITA	SVK
90_95	3,67%	3,06%	1,01%	2,04%	2,50%	-4,45%
95_00	3,85%	2,54%	4,11%	5,08%	3,17%	1,02%
00_05	1,59%	2,36%	0,95%	1,87%	-0,34%	4,32%
05_10	1,38%	1,99%	1,35%	-1,65%	1,33%	5,30%
10_14	3,42%	3,24%	1,99%	2,79%	0,72%	3,04%
00-14	2,03%	2,48%	1,39%	0,86%	0,56%	4,30%

Zdroj: Penn World Tables ver. 9.0 Retrieved Semptember 17, 2017, from www.ggdc.net/pwt a vlastné prepočty.

Teoretický panelový model vplyvu determinantov rastu opisuje tab. 3 (Barro, 2015). Nezávislou premennou je priemerná medziročná miera rastu v 5-ročných intervaloch v rôznych krajinách. Intervaly začínajú v období roku 1960 a končia intervalom 2005-10. Niektoré krajiny majú začiatok intervalu neskôr, do regresie boli zahrnuté iba krajiny, pre ktoré exitujú údaje aspoň od roku 1970. V druhom stĺpci sú hodnoty parametrov, ich štandardné odchýlky sú v poslednom stĺpci. Štatistická významnosť parametra na 1 % hladine významnosti je označená dvoma hviezdičkami, na 5 % jednou hviezdičkou. Znamienka parametrov determinantov rastu zodpovedajú teoretickým predpokladom. Avšak doba vzdelávania žien má kladný vplyv na hospodársky rast, kým doba vzdelávania mužov opačný. Odôvodnená interpretácia je, že zvýšenie ženskej školskej dochádzky v porovnaní s mužskou signalizuje všeobecnejšie zlepšenie politického a spoločenského faktoru podporujúceho rast (Barro, 2015). Z hodnôt koeficientov parametrov prislúchajúcim pre úroveň demokracie vyplýva, že existuje bod zvratu, pri ktorom začne mať ďalší rast úrovne demokracie negatívny vplyv na hospodársky rast. Ak možno úroveň demokracie vyjadriť na stupnici od 0 do 1, tento bod zvratu je pri úrovni demokracie približne uprostred.

Barrov (2015) model sme využili, aby sme kvantifikovali teoretické predpovede rozdielov hospodárskeho rastu medzi slovenskou ekonomikou a zvyšnými skúmanými ekonomikami. Pre výpočet rozdielov sme sa rozhodli z dôvodu, že autor modelu využíva umelé premenné pre rôzne krajiny a regióny ako aj pre rôzne obdobia, pričom údaje slovenskej ekonomiky neboli zahrnuté do výskumu. Teda pre každý región, resp. krajinu sa hodnota úrovňovej konštanty v každom 5-ročnom období líši. Spôsob, ako vyriešiť problém rôznych úrovňových konštánt pre rôzne pozorovania, je využiť rozdiely. Pre výpočet sme

okrem reálneho *HDP* a podielov investícií, vládnych nákupov a miery otvorenosti potrebovali získať ďalšie údaje determinantov rastu.

Tab. 3: Panelový model lineárnej regresie hospodárskeho rastu naprieč krajinami

	koeficient	št.výz.	štd.odch.
ln(*oneskoreného HDP na obyvateľa*)	-0,017	**	0,0021
1/*očakávana dĺžka života*	-3,09	**	0,58
ln(*miery pôrodnosti*)	-0,0277	**	0,0043
Vymožiteľnosť práva	0,0157	**	0,0054
Podiel investícií na HDP	0,031	*	0,012
Doba vzdelávania žien	0,0024		0,0014
Doba vzdelávania mužov	-0,0028		0,0015
Podiel vládnych nákupov na HDP	-0,026		0,023
Miera otvorenosti ekonomiky	0,0056	*	0,0025
Zmena výmenných relácií	0,117	**	0,026
Indikátor opisujúci úroveň demokracie	0,029		0,015
Štvorec indikátora úrovne demokracie	-0,028	*	0,014
Miera inflácie	-0,018	**	0,0042

Zdroj: Barro (2015).

Očakávanú dĺžku dožitia od narodenia a mieru pôrodnosti sme získali z portálu Svetovej banky, *World Development Indicators*. Priemerná doba vzdelania žien a mužov od 15. roku života je z databázy Barra a Leea (2015) dostupnej na www.barrolee.com. Údaje sú v 5-ročných intervaloch. Indikátor úrovne demokracie je meraný indikátorom politických práv získanom z databázy Freedom House, ktorá je dostupná na www.freedomhouse.org. Indikátor je upravený pre mierku od 0 do 1. Na rozdiel od Barra (2015), ktorý získal indikátor vymožiteľnosti práva z portálu Political Risk Services, my sme údaj získali z portálu Democracy Barometer (Merkel et al, 2015). Rozhodli sme sa nepoužiť determinant výmenných relácií miery inflácie, ktoré majú pre slovenskú ekonomiku exogénny charakter a teda nemajú z hľadiska interpretácie výsledkov pre nás význam. Potrebujeme však poznamenať, že ak slovenská ekonomika skutočne konverguje do vyššieho ustáleného stavu, jej miera inflácie je pravdepodobne vyššia vďaka Balassovmu Samuelsonovmu efektu (Balassa, 1964), z ktorého vyplýva, že v tranzitívnych konvergujúcich ekonomikách rastie rýchlejšie nielen produkcia ale aj ceny. Modelové výsledky tak môžu nadhodnotiť mieru rastu reálneho *HDP* pre slovenskú ekonomiku.

V údajovej databáze modelu opísanom v tab. 3 je závislá premenná priemerný medziročný hospodársky rast v každom 5-ročnom období pre každú krajinu. Prirodzený logaritmus oneskoreného *HDP*, obrátená hodnota očakávaného veku dožitia, mužská a ženská doba vzdelávania sú merané hodnotami v prvom roku každého predchádzajúceho 5-ročného obdobia v každej krajine. Podiely investícií a vládnych nákupov na *HDP*, miera otvorenosti ekonomiky, úroveň vymožiteľnosti práva a úroveň demokracie sú merané priemernými hodnotami každého predchádzajúceho 5-ročného obdobia v každej krajine.

3 Výsledky

V tab. 4 uvádzame teoretické a skutočné rozdiely priemerných medziročných mier hospodárskeho rastu medzi slovenskou ekonomikou a každou zo skúmaných ekonomík v období rokov 2010-15. Teoretické rozdiely predpokladá model opísaný v tab. 3 a pozorované

rozdiely sú vypočítané z údajov z tabuľky 2. V riadku „model“ sú stredné hodnoty rozdielov, Model predpovedá, že slovenský priemerný medziročný rast v tomto období je vyšší ako rast ostatných skúmaných krajín. Najmenší rozdiel je v porovnaní s Rakúskom (0,56 %) a najväčší je v porovnaní s Francúzskom (2,14 %). V poslednom riadku sú uvedené skutočné rozdiely z dostupných údajov za 4-ročné obdobie 2010-14. Model nadhodnotil rozdiely pri porovnaní s Rakúskom, Nemeckom a Francúzskom a naopak podhodnotil rozdiely v porovnaní s Veľkou Britániou a Talianskom. V skutočnosti ekonomiky Rakúska a Nemecka dokonca dosahovali vyšší rast ako slovenská ekonomika.

Tab. 4: Rozdiely priemerných medziročných mier hospodárskeho rastu medzi slovenskou ekonomikou a každou zo skúmaných ekonomík v období rokov 2010-15.

rozdiely	AUT	DEU	FRA	GBR	ITA	SVK
model	0,56%	0,73%	2,14%	1,86%	0,84%	0,00%
skutočnosť 10-14	-0,38%	-0,20%	1,05%	0,25%	2,32%	0,00%

Zdroj: vlastné výpočty.

Model predpovedá vyššie rasty slovenskej ekonomiky aj v tomto období, ale rozdiel nie je už tak vysoký, ako bol na začiatku nového milénia. Model možno využiť na vypočítanie hypotetických rozdielov v hospodárskom raste za predpokladu absolútnej konvergencie skúmaných ekonomík. Hypotéza absolútnej konvergencie krajín predpokladá, že ustálený stav týchto krajín je rovnaký a teda neexistujú rozdiely medzi determinantmi hospodárskeho rastu okrem rôznych úrovní ich ekonomických aktivít. Pre ten účel možno rozdiely v tab. 4 rozložiť na jednotlivé determinanty z tab. 3, teda vypočítať, aký je prínos každého determinantu na celkových rozdieloch hospodárskeho rastu. Autonómny prínos rozdielnej ekonomickej aktivity na začiatku predchádzajúceho 5-ročného obdobia (*HDP*) v daných krajinách interpretujeme ako teoretické rozdiely v hospodárskom raste za predpokladu absolútnej konvergencie skúmaných krajín. Výpočty sú v tab. 5. v riadkoch „model D“ a „model H“ sú dolné (D) a horné (H) hranice konfidenčných intervalov na 1 % hladine významnosti rozdielov.

Tab. 5: príspevok rozdielov v reálnom HDP v predchádzajúcom období na celkových rozdieloch hospodárskeho rastu v tab. 4.

rozdiely	AUT	DEU	FRA	GBR	ITA	SVK
model	1,32%	1,31%	1,38%	1,34%	1,07%	0,00%
model D	0,73%	0,72%	0,79%	0,75%	0,48%	-
model H	1,91%	1,90%	1,97%	1,93%	1,66%	-

Zdroj: vlastné výpočty.

Ak by konvergencia skúmaných krajín bola absolútna, priemerná miera rastu slovenskej ekonomiky by mala byť o viac ako 1 percentuálny bod vyššia ako v ostatných ekonomikách Západu. Porovnaním tab. 4 a 5 možno konštatovať, že slovenská ekonomika má podľa teoretického modelu a podľa hodnôt determinantov rastu v období 2010-14 pravdepodobne nižší ustálený stav ako Rakúsko, Nemecko a Taliansko. Naopak, ustálený stav Slovenska je teoreticky vyšší ako vo francúzskej či britskej ekonomike. Avšak, po aplikácii dekompozície rozdielov rastu na ostatné determinanty, konštatujeme štatistickú nevýznamnosť vplyvov ostatných determinantov rastu na rozdiely v hospodárskom raste medzi slovenskou ekonomikou a ostatnými skúmanými ekonomikami. Preto konštatujeme, že ustálený stav a ustálený rast slovenskej ekonomiky je podobný ustálenému stavu a rastu vo vybraných západných ekonomikách.

4 Záver

Po transformácii slovenskej ekonomiky v postkomunistickom období nastal konvergenčný proces na prelome 20. a 21. storočia, teda relatívne neskoro. Ekonomická aktivita slovenskej ekonomiky sa od začiatku nového milénia podstatne zvýšila a priblížila sa úrovni vyspelých západných krajín. Proces konvergencie pokračuje aj v dnešnom období, ale keďže sa rozdiely v ekonomickej aktivite medzi vyspelými krajinami a Slovenskom znížili, jeho prejav nebude tak obrovský, ako bol v prvej dekáde 21. storočia.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0444/15 ***Ekonometrická analýza produkčných možností ekonomiky a trhu práce na Slovensku***.

Literatúra

1. Balassa, B. (1964). The Purchasing Power Parity Doctrine: A Reappraisal. *Journal of Political Economy, 72 (6)*, 584–596.
2. Barro, R. J. (2015). Convergence and Modernization. *Economic Journal, 125(585)*, 911-942.
3. Barro, R. J. (2015). *Economic Growth and Convergence, Applied Especially to China* (Working paper 21872, NBER working paper series). Retrieved September 18,2017, from http://www.nber.org/papers/w21872.
4. Barro, R. J. a Lee J. W. (2015). *Education and Modernization Worldwide: From the 19th through the 21st Century*, New York, Oxford University Press.
5. Barro, R. J., a Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic growth*, 2nd ed. The MIT Press, Cambridge.
6. Feenstra, R. C., Inklaar, R. a Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review, 105(10)*, 3150-3182, Retrieved Semptember 17, 2017, from www.ggdc.net/pwt.
7. Freedom House (2017). Retrieved Semptember 18, 2017, from www.freedomhouse.org.
8. Merkel, W., Bochsler, D., Bousbah, K., Bühlmann, M., Giebler, H,. Hänni, M., Heyne, L., Müller, L., Ruth, S. a Wessels, B. (2016). *Democracy Barometer. Codebook.* Version 5. Aarau: Zentrum für Demokratie. Retrieved Semptember 20, 2017, from http://www.democracybarometer.org.
9. World Bank. (2017). *World Development Indicators*. Retrieved Semptember 18, 2017, from https://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators.

Aukce a lineární programování
Auctions and linear programming

Petr Fiala[1]

Abstrakt

Aukce jsou důležité tržní mechanismy pro alokaci výrobků a služeb. Aukce poskytuje mechanismus pro vyjednávání mezi kupujícími a prodávajícími. Aukce nabývají na významu s rostoucím objemem elektronických aukcí a aplikací v nejrůznějších oblastech. Aukční mechanismus je postup, který transformuje zadané nabídky na alokaci, tj. přidělení dražených objektů vítězným účastníkům a určení platby, kterou musí zaplatit kupující a kterou přijímá prodávající. Při analýze aukcí se často vychází z modelu teorie her. Příspěvek chce ukázat významnou souvislost mezi teorií aukcí a řešením duálně sdružených úloh lineárního programování. Přístup lineárního programování je v příspěvku rozšířen pro tzv. kombinatorické aukce, ve kterých mohou dražitelé dávat nabídky na kombinaci objektů.

Klíčová slova

aukce, aukční mechanismus, lineární programování

Abstract

Auctions are important market mechanisms for the allocation of products and services. Auctions provide a mechanism for negotiation between buyers and sellers. Auctions are becoming more and more important with the increasing volume of electronic auctions and applications in a variety of areas. An auction mechanism is the process that transforms the bids placed into the allocation, i.e. the auctioning of the auctioned objects to the winning participants and the determination of the payment to be paid by the buyer and accepted by the seller. Auction analysis is often based on a game theory model. The paper aims to show a significant correlation between the theory of auctions and the solving of dually associated linear programming problems. The linear programming approach is extended in the paper for so-called combinatorial auctions in which bidders can bid on a combination of objects.

Key words

Auctions, Auction mechanism, Linear programming

JEL classification

D44, C61

1 Úvod

Aukce poskytují alternativní způsob pro dynamické stanovení cen při tržních podmínkách. Aukce jsou důležité tržní mechanismy pro alokaci výrobků a služeb. Jsou často preferovány před jinými způsoby pro svoji otevřenost, spravedlivost, snadnost pochopení a dosahování ekonomicky efektivních výsledků. Řada moderních trhů je organizována jako aukce. Aukce poskytuje mechanismus pro vyjednávání mezi kupujícími a prodávajícími. Teorie aukcí dosáhla značného zájmu jak z ekonomického hlediska, tak i z hlediska využití Internetu

[1] Vysoká škole ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky, katedra ekonometrie, nám. W- Churchilla 4, 13067 Praha 3, Česká republika, pfiala@vse. cz

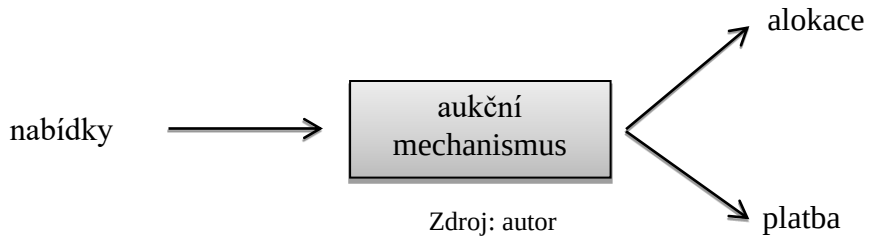
při elektronických aukcích. Existuje bohatá literatura pro oblast aukcí, mezi základní přehledové publikace patří (Klemperer, 2004, Krishna, 2002, Milgrom, 2004, Menezes a Monteiro, 2004, Cramton aj., 2006, Fiala, 2012).

Při analýze aukcí se často vychází z modelu teorie her, specificky z bayesovské hry (Krishna, 2002). Příspěvek chce ukázat významnou souvislost mezi teorií aukcí a teorií lineárního programování (LP). Aukci je možno modelovat jako úlohu celočíselného lineárního programování, jejímž řešením dostaneme alokaci objektu zájemcům. Při řešení je možno provést LP relaxaci a řešit tak úlohu standardního LP. Simplexový algoritmus pak popisuje statické řešení aukce. Je možno formulovat úlohu duální, jejíž řešení může poskytovat ceny v aukci. Primárně-duální algoritmus pak popisuje dynamické řešení aukce. Tento postup ukážeme na analýze anglické aukce a dále je rozšířen na analýzu kombinatorických aukcí, ve kterých mohou dražitelé dávat nabídky na kombinaci objektů.

2 Klasifikace aukcí

Aukční mechanismus je postup, který transformuje zadané nabídky na alokaci, tj. přidělení dražených objektů vítězným účastníkům a určení platby, kterou musí zaplatit kupující a kterou přijímá prodávající (viz Obr. 1).

Obr. 1: Aukční mechanismus



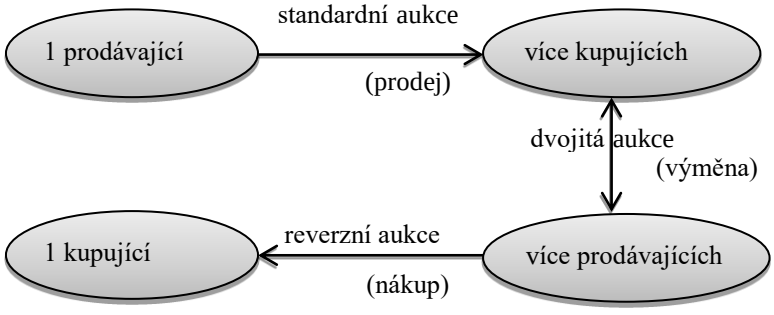
Zdroj: autor

Rozlišují se aukce otevřené a uzavřené. U otevřených aukcí jsou všechny nabídky viditelné, zatímco u uzavřených aukcí nejsou nabídky vidět, jsou např. podávány v zalepených obálkách (tzv. obálková metoda).

Dále se rozlišují aukce s rostoucí cenou a aukce s klesající cenou. U prvního typu se postupně zvyšuje cena až do okamžiku, kdy zůstane jediná nabídka. U druhého typu se cena snižuje až do okamžiku, kdy se objeví první nabídka.

Standardní aukce jsou orientovány na prodej, mají jednoho prodávajícího a větší počet kupujících. Reverzní aukce jsou orientovány na nákup, mají naopak jednoho kupujícího a větší počet prodávajících. Dvojité aukce kombinují předcházející dva typy a zprostředkovávají výměnu mezi větším počtem prodávajících a větším počtem kupujících (viz Obr. 11.2).

Obr. 2: Typy aukcí podle počtu prodávajících a kupujících



Zdroj: autor

Uvažují se aukce s jedním typem objektu a také aukce s více typy objektů. Více-objektové aukce mohou být sekvenční, kdy se objekty prodávají postupně, nebo simultánní, kdy se prodávají kombinace objektů. Takovéto aukce se nazývají kombinatorické aukce.

Nyní se budeme zabývat aukcemi s jedním typem objektu a uvedeme si čtyři nejznámější typy aukcí:

1. Anglická aukce je otevřená aukce s rostoucí cenou. Prodávající začíná aukci s nízkou cenou, kterou postupně zvyšuje. Kupující naznačují jejich ochotu k nákupům objektu za oznámenou cenu například zdvižením jejich ruky nebo čísla. Aukce končí, když žádný z kupujících není ochoten zvýšit nabídku. Aukci vyhrává kupující s nejvyšší nabídkou a za objekt zaplatí tuto nejvyšší nabídku.
2. Holandská aukce je otevřená aukce s klesající cenou. Prodávající začíná aukci s vysokou cenou, kterou postupně snižuje. Aukce končí, když některý z kupujících je ochoten zaplatit průběžnou cenu. Aukci vyhrává kupující, který zastavil dražbu a za objekt zaplatí tuto průběžnou cenu.
3. Aukce první ceny je uzavřená (obálková) aukce, kdy účastník aukce zašle svoji nabídku bez znalosti nabídek ostatních účastníků. Vítězem aukce je účastník s nejvyšší nabídkou a zaplatí tuto nejvyšší nabídku.
4. Aukce druhé ceny (Vickreyova aukce) je uzavřená (obálková) aukce, kdy účastník aukce zašle svoji nabídku bez znalosti nabídek ostatních účastníků. Vítězem aukce je účastník s nejvyšší nabídkou a zaplatí druhou nejvyšší nabídku.

3 *Analýza anglické aukce*

Problém určení vítěze je formulován následovně: Předpokládejme, že prodávající nabízí jeden objekt n potenciálním kupcům K_1, K_2, ..., K_n. Každý kupující i má vlastní hodnocení objektu v_i, což je maximum, které je kupující ochoten za objekt zaplatit. Kupující preferuje zaplatit méně. Cílem je pro danou množinu nabídek v anglické aukci najít alokaci objektu, která maximalizuje příjem prodejce. Prodávající nemusí nutně získat hodnotu max v_i.

Problém určení vítěze může být formulován jako úloha bivalentního programování následovně:

$v_{i,}$ je hodnota objektu pro kupujícího i,

x_i je bivalentní proměnná, určující, zda je objekt přiřazen kupujícímu i ($x_i = 1$).

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leq 1, \tag{1}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \forall i, i = 1, 2, \ldots, n.$$

Účelová funkce vyjadřuje cíl, tj. maximalizace příjmu prodávajícího. Omezení vyjadřuje, že objekt získá nejvýše jeden kupující.

Řešení úlohy (1) je jedním z možných způsobů určení vítěze, pokud jsou známa maximální hodnocení objektu kupujícími. Kupující však mohou preferovat anglickou aukci postupného navyšování ceny, protože jim umožňuje získat objekt bez placení maximální hodnoty.

Pro problém určení vítěze je možno formulovat LP relaxaci a její duál. Formulujme LP relaxaci problému (1):

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + y = 1, \tag{2}$$

$$x_i \leq 1, \ \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$y \geq 0, x_i \geq 0, \ \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

V této formulaci je přidána nová proměnná y, která vyjadřuje možnost nepřiřazení objetu žádnému z kupujících. Dále jsou zrušeny podmínky celočíselnosti. To můžeme udělat vzhledem k tomu, že ačkoliv je problém (1) celočíselný, má vždy jeho LP relaxace (2) celočíselné řešení.

Odpovídající duální problém k problému (2)

$$p + \sum_{i=1}^{n} q_i \rightarrow \min \text{při omezeních}$$

$$p + q_i \geq v_i \quad \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

$$p \geq 0, q_i \geq 0, \ \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Duální proměnná p může být interpretována jako prodejní cena objektu, duální proměnné u_i vyjadřují užitky pro kupující ve tvaru rozdílu ohodnocení a ceny objektu

$$u_i = \max [0, v_i - p].$$

Primární řešení $(\mathbf{x}, y)$ a duální řešení $(p, \mathbf{u})$ jsou optimální pro dvojici úloh (2) a (3) jestliže platí podmínky rovnováhy:

$$p > 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i + y = 1, \tag{4}$$

$$q_i > 0 \Rightarrow x_i = 1 \ , \ \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{5}$$

$$x_i > 0 \Rightarrow q_i = v_i - p, \ \forall i, \ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{6}$$

$$y > 0 \Rightarrow \mathrm{p} = 0. \tag{7}$$

Podmínky rovnováhy pak mohou být interpretovány následovně:

- Z podmínky (4) a (7) vyplývá, že jestliže je cena p kladná, tak někdo získá objekt.
- Z podmínky (5) plyne, že jestliže kupující i nezíská objekt, tak jeho užitek $u_i = 0$. To znamená, že prodejní cena p je větší než jeho ohodnocení objektu v_i.
- Z podmínky (6) plyne, že jestliže kupující i získá objekt, tak prodejní cena $p = v_i - u_i$. To znamená, že kupující i neplatí více než je jeho ohodnocení objektu v_i.

To jsou přesně podmínky, za kterých aukce končí.

Simplexová metoda se nazývá primární algoritmus pro řešení úloh LP, protože snaží stále zachovávat primární přípustnost až k dosažení optimálního řešení. Primárně duální algoritmus se snaží dosáhnout primární a duální přípustnost postupným odstraňováním porušení podmínek rovnováhy, což přesně odpovídá procesu anglické aukce.

V tomto smyslu není aukce ničím jiným než LP řešitelem, ve kterém akce účastníků aukce odpovídají krokům algoritmu. Duální proměnná p je interpretována jako průběžná cena objektu a duální proměnné u_i vyjadřují průběžné užitky pro kupující. Primární proměnná x_i indikuje průběžného prozatímního vítěze aukce libovolně vybraného mezi kupujícími, kteří jsou ještě zainteresováni na objektu při dané ceně p. Primární proměnná y indikuje, zda žádný kupující není zainteresován na objektu při dané ceně p. Jestliže jsou splněny podmínky rovnováhy, tak

aukce končí a je dosaženo optimálního řešení. Během aukce v každém kole platí podmínky (4), (6) a (7). Podmínka (5) nemusí platit, protože mohou existovat kupující, kteří nejsou vítězi a jejichž ohodnocení objektu je vyšší než průběžná cena. Primárně duální algoritmus postupuje zvyšováním ceny p až ke splnění podmínky (5), to znamená k dosažení jediného vítěze aukce.

4 Kombinatorické aukce

Kombinatorické aukce (Cramton aj., 2006, de Vries a Vohra, 2003) jsou takové aukce, ve kterých mohou dražitelé dávat nabídky na kombinaci objekty, tzv. balíčky. Výhodou kombinatorických aukcí je skutečnost, že dražitel může plněji vyjádřit svoje preference. To je zejména důležité, jestliže jsou objekty komplementární. Organizátor aukce také získává hodnotu z kombinatorických aukcí. To, že umožňují úplnější vyjádření preferencí, vede k vyšší ekonomické efektivnosti a většímu příjmu z aukcí. Avšak kromě výhod, přinášejí kombinatorické aukce také řadu otázek a problémů (Cramton aj., 2006).

Definujme standardní aukci s nedělitelnými objekty a jedním prodávajícím a větším počtem kupujících. Předpokládejme, že prodávající P nabízí množinu M s m objekty, $j = 1, 2, \ldots, m$, n potenciálním kupujícím $K_1, K_2, \ldots, K_n$.

Nabídka, učiněná kupujícím K_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, je definována jako

$$b_i = \{S, p_i(S)\},$$

kde

$S \subseteq M$, je kombinace objektů,

$p_i(S)$, je nabízená cena kupujícím K_i za kombinaci objektů S.

Cílem je maximalizace příjmu prodávajícího při zadaných nabídkách kupujících. Omezení vyjadřují podmínky, že žádný objekt není alokován více než jednomu kupujícímu. Pro formulaci problému jsou použity bivalentní proměnné:

$x_i(S)$ je bivalentní proměnná, určující, zda kombinace S je přiřazena kupujícímu K_i ($x_i(S) = 1$).

Standardní kombinatorická aukce může být formulována následovně

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq M} p_i(S)\, x_i(S) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{S \subseteq R} x_i(S) \leq 1, \quad \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leqq 1, \quad \forall j \in M,$$

$$x_i(S) \in \{0, 1\}, \ \forall\ S \subseteq M, \ \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Kriteriální funkce vyjadřuje cíl, tj. maximalizace příjmu prodávajícího. Omezení vyjadřuje, že se nepřiřazují překrývající se množiny objektů. Výpočetní složitost zahrnuje zejména otázku počtu operací při výpočtu výsledku při informacích o nabídkách kupujících. Toto je vysoce důležitá otázka, protože problém určení vítězů patří mezi NP-úplné problémy.

5 Interaktivní aukce

Jedním ze způsobů jak snížit výpočetní obtíže při řešení problému kombinatorických aukcí je vytvoření fiktivního trhu, který bude určovat alokace a ceny decentralizovaným způsobem. V iteračním postupu probíhá několik kol návrhů a problém je řešen postupně. Iterační aukce jsou pro účastníky atraktivní, protože jim pomáhají poznávat hodnocení

oponentů během procesu navrhování, což by jim mohlo pomoci při upřesňování jejich vlastních návrhů (Parkes, 2001). Klíčovou otázkou v iteračních kombinatorických aukcích je poskytování vhodné informační zpětné vazby účastníkům v každé iteraci (Pikovsky a Bichler, 2005).

Existuje souvislost mezi aukcemi s více objekty a teorií duality. Vickreyova aukce může být brána jako efektivní cenová rovnováha, která odpovídá optimálnímu řešení určité úlohy lineárního programování a její duální úlohy. Simplexový algoritmus může být považován za statický přístup k určení výsledku Vickreyovy aukce a primárně-duální algoritmus může být považován za decentralizovaný dynamický přístup k určení cenové rovnováhy. Primárně-duální algoritmus obvykle udržuje duální přípustnost řešení a snaží se určit primární řešení, které je přípustné a splňuje podmínky komplementarity. Jestliže je takové řešení nalezeno, algoritmus končí. Jinak je duální řešení upraveno směrem k dosažení optimality a algoritmus pokračuje další iterací.

Základní práce (Bikhchandani a Ostroy, 2002, de Vries a Vohra, 2003) ukazují silný vztah mezi iteračními aukcemi a primárně-duálním algoritmem lineárního programování. Primárně-duální algoritmus může být interpretován jako aukce a hodnoty duálních proměnných jako ceny objektů. Algoritmus prosazuje přípustné rozdělení a ceny a končí, jestliže jsou nalezeny rovnovážné ceny a efektivní alokace objektů.

Pro problém určení vítěze je možno formulovat LP relaxaci a její duál. Formulujme LP relaxaci problému určení vítěze (8):

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq M} v_i(S)\, x_i(S) \rightarrow \max$$

při omezeních

$$\sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n, \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{S \subseteq M} x_i(S) \leq 1, \quad \forall j \in M,$$

$$x_i(S) \geq 0, \ \forall\ S \subseteq M, \quad \forall i,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Odpovídající duální problém k problému (9)

$$\sum_{i=1}^{n} p(i) + \sum_{j \in S} p(j) \rightarrow \min$$

při omezeních

$$p(i) + \sum_{j \in S} p(j) \geq v_i(S) \quad \forall i,\ S, \tag{10}$$

$$p(i), p(j) \geq 0, \qquad \forall i,\ j,$$

Duální proměnné $p(j)$ mohou být interpretovány jako anonymní lineární ceny objektů, výraz $\sum_{j \in S} p(j)$ vyjadřuje cenu kombinace objektů S a $p(i) = \max_{S} [v_i(S) - \sum_{j \in S} p(j)]$ je maximální užitek pro kupujícího i při cenách objektů $p(j)$.

Pro problémy (9) a (10) je možno dokázat následující důležitou vlastnost:

Podmínky komplementarity jsou splněny právě tehdy, když průběžná alokace (primární řešení) a ceny (duální řešení) jsou v konkurenční rovnováze.

6 Závěr

Aukční mechanismy získávají stále více na oblibě v praxi zejména díky elektronické formě pro jejich vhodné vlastnosti pro alokaci objektů. Proto je důležitá jejich teoretická analýza. Aukce se často modelují pomocí nástrojů teorie her. Příspěvek upozorňuje na možnost modelovat aukce pomocí nástrojů lineárního programování. Využívá se teorie duality, kdy řešení primární úlohy ukazuje alokaci objektů a duální proměnné jsou interpretovány jako ceny objektů.

Značného významu nabývají kombinatorické aukce, které mají četné významné praktické aplikace. Mezi nejznámější aplikace patří aukce licencí 3G sítí pro mobilní telefony. Analýzu pomocí nástrojů lineárního programování je možno použít i pro kombinatorické aukce, kdy je však úloha učení vítěze NP-obtížná. Jedním z možných přístupů, které se snaží tento problém překonat, jsou interaktivní aukce založené na primárně-duálním algoritmu lineárního programování.

Interaktivní aukce přinášejí otázky pro další výzkum. Například formulace (9) a (10) je slabá. Pro optimální alokaci nemusí vždy existovat lineární ceny v konkurenční rovnováze. Formulace (9) a (10) však může být zesílena tak, že zaručuje pro optimální alokaci existenci diskriminačních nelineárních cen v konkurenční rovnováze.

Příspěvek byl zpracovaný v rámci řešení a za podpory grantu č. P402/12/G097 (DYME – *Dynamic Models in Economics*) Grantové agentury České republiky a grantu č. IGA F4/57/2017, Fakulty informatiky a statistiky, VŠE, Praha.

Literatura

1. Bikhchandani, S., Ostroy, J. M. (2002). The package assignment model. *Journal of Economic Theory*, 107, 377–406.
2. Cramton P, Shoham Y, Steinberg, R. (eds.) (2006): *Combinatorial Auctions*, Cambridge, MIT Press.
3. de Vries, S., Vohra, R. V. (2003). Combinatorial auctions: A survey. *INFORMS Journal of Computing*, 15, 284-309.
4. Fiala, P. (2012). *Aukce – teorie a praxe*. Professional Publishing, Praha.
5. Klemperer, P. (2004). *Auctions: Theory and Practice*. Princeton University Press, Princeton.
6. Krishna, V. (2002). *Auction Theory*. Academic Press, San Diego.
7. Menezes, F. M., Monteiro, P. K. (2004). *An Introduction to Auction Theory*. University Press, Oxford.
8. Milgrom, P. (2004): *Putting Auction Theory to Work*. Cambridge University Press, Cambridge.
9. Parkes, D. C. (2001). *Iterative Combinatorial Auctions: Achieving Economic and Computational Efficiency*. PhD thesis, University of Pennsylvania.
10. Pikovsky, A., Bichler, M. (2005): Information Feedback in Iterative Combinatorial Auctions. In: *Conference proceedings Wirtschaftsinformatik*, Bamberg, Springer.

KONFERENCIU AIESA 2017 PODPORILI

SSHI

sas

WWW.TYZDENVEDY.SK

TÝŽDEŇ VEDY A TECHNIKY NA SLOVENSKU

6. – 12. NOVEMBER 2017

TÝŽDEŇ VEDY A TECHNIKY NA SLOVENSKU

Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava
tel.: +421 2 6729 5723, e-mail:veda.fhi@euba.sk

VYDAVATEĽSTVO:

Letra Edu

ISBN: 978-80-972866-2-0