EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS

ZBORNÍK

18. medzinárodná vedecká konferencia

„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

PROCEEDINGS

18th International Scientific Conference

„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

A I E S A

Applied Informatics Econometrics Statistics Accounting

25. - 26. OKTÓBER 2018 | 25th - 26th OCTOBER 2018 | BRATISLAVA

EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS

Applied **I**nformatics **E**conometrics **S**tatistics **A**ccounting

ZBORNÍK

18. medzinárodná vedecká konferencia

„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

organizovaná Fakultou hospodárskej informatiky EU v Bratislave
a Slovenskou spoločnosťou pre hospodársku informatiku

pri príležitosti

50. výročia založenia *Fakulty hospodárskej informatiky*

pod záštitou

prof. Ing. Ferdinanda Daňa, PhD. – rektora Ekonomickej univerzity v Bratislave
prof. Ing. Ivana Brezinu, CSc. – dekana Fakulty hospodárskej informatiky

PROCEEDINGS

18th International Scientific Conference

„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

organized by Faculty of Economic Informatics
and Slovak Society for Economic Informatics

on the occasion of

50th anniversary of Faculty of Economic Informatics

held under the umbrella

Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD. – Rector of the University of Economics in Bratislava
Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc. – Dean of the Faculty of Economic Informatics

25. – 26. október 2018 * October 25 – 26, 2018
Bratislava

INTERNATIONAL SCIENTIFIC COMITTEE

Guarantor: **Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD.**
Rector, University of Economic in Bratislava

Chairman: **Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.**
Dean, Faculty of Economic Informatics, University of Economic in Bratislava

Members: **Prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová**
Faculty of Economics, VŠB – Technical University in Ostrava

Assoc. Prof. Ing. Václav Janeček, CSc.
Faculty of Informatics and Management, University in Hradec Králové

Prof. Dr. hab. Pawel Lula
Faculty of Management, Cracow University of Economics

Assoc. Prof. RNDr. Luboš Marek, CSc.
Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics in Prague

Assoc. Prof. Ing. Ladislav Mejzlík, PhD.
Faculty of Finance and Accounting, University of Economics in Prague

Prof. Dr. hab. Józef Pociecha
Faculty of Management, Cracow University of Economics

ZOSTAVOVATEĽ ZBORNÍKA / EDITOR:
Eva Čerteková

Všetky príspevky boli pred publikovaním recenzované.

All published papers have been reviewed before publishing.

Zborník neprešiel jazykovou úpravou.
Za odbornú stránku príspevkov zodpovedajú autori.

The proceedings were not subject of language correction.
The authors are fully responsible for their conference papers.

Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave
Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava

Vydavateľstvo / Publisher Letra Edu, Bratislave 2018
ISBN 978-80-89962-13-6
ISBN 978-80-89962-14-3 (online)

OBSAH

Predhovor 7

Petr Doucek, Ladislav Luc
Internet věcí v České republice 9

Michaela Chocholatá
Spatial Analysis of Convergence in the Selected Regions of Central Europe 19

Lukáš Kalina
Credit risk modelling 31

Pavol Jurík
Potenciál a úskalia fenoménu „big data“ 45

Igor Košťál
Vnorené dátové typy v objektovo orientovanej .NET aplikácii vytvorenej v jazyku C# 55

Jaroslav Kultan
Logické systémy pri riešení ekonomických úloh 63

Júlia Rakovská
Moderné trendy vo výrobe a logistike a ich využitie v podnikovom informačnom systéme 73

Pavol Sojka
Integrácia grafických rozhraní s jazykom R 81

Mária Szivósová
Digitálne a sociálne nástroje v transformácii obchodu a ich vplyv na predaj 91

Mária Szivósová
Nové trendy elektronického podnikania a ich vplyv na podnikanie na internete 103

Natália Švejdová
Využitie IS/IT pri výkone činnosti znalca 109

Renáta Antalová
Riadenie nákladov a výnosov v zariadeniach nemocničnej starostlivosti 119

Nikoleta Baloghová, Zuzana Juhászová
Využitie finančných odhadov vo finančnom riadení podniku 127

Miriama Blahušiaková
Komparácia transpozície smernice EP a Rady v účtovníctve Slovenskej republiky a Českej republiky 133

Zuzana Juhászová, Ján Užík, Miloš Tumpach, Zuzana Kubaščíková
Čas a jeho význam pri audite účtovnej závierky 149

Oľga Kadlečíková
Postup dohľadu ECB zameraný na riešenie stavu problémových úverov 155

Ladislav Kareš, Veronika Kňažková
Zákon o finančnej kontrole a audite je v súlade so zákonom o štatutárnom audite? 163

Marianna Kicová
Finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu v účtovnej závierke na všeobecné použitie vo verejnom sektore 173

Alena Kordošová
Charitatívna lotéria a charitatívna reklama v neziskových účtovných jednotkách 183

Antónia Kovalčíková
Analýza účtovného výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií 191

Zuzana Kubaščíková, Miloš Tumpach, Zuzana Juhászová
Analýza nefinančných údajov z výročných správ 201

Martina Mateášová, Milan Gedeon
Nové formy podnikania s akcentom na digitálne platformy 207

Jitka Meluchová, Martina Mateášová
Účtovníctvo v kontexte globálneho ekonomického vývoja 215

Branislav Parajka, Lucia Ondrušová
Zdroje finančných informácií o účtovnej jednotke v Slovenskej republike 225

Anna Šlosárová
Pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov do základu dane z príjmov 231

Galina Horáková
Analýzy procesu prebytku v spojitom čase založená na využití inverzného Gaussovho rozdelenia 241

Ľubica Hurbánková
Analýza vybraných ukazovateľov charakterizujúcich vylúčenie z trhu práce 253

Katarína Karasová
Nezamestnanosť klesá, zaostávajúce regióny pribúdajú 267

Eva Kotlebová
Analýza relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských nechudobných domácností od hranice rizika chudoby prostredníctvom všeobecného lineárneho modelu 277

Zuzana Krátka
Operačné riziká finančných inštitúcií 289

Vladimír Mucha
Prečo využívať simulácie v teórii rizika v neživotnom poistení? 297

Erika Pastoráková, Žaneta Brkalová
Potreba životného poistenia z pohľadu požiadaviek osobných a rodinných financií ... 307

Ľubica Sipková, Viera Labudová
Vlastnícky vzťah k bývaniu v krajinách EÚ 315

Daniela Sivašová
Pohľad na emigráciu v Európskej únii v roku 2016 323

Lenka Smažáková, Ľudovít Pinda
Sekuritizácia katastrofických mortalitných rizík 337

Anna Strešňáková
Využitie Vollterovej rovnice pri odhade pravdepodobnosti krachu poisťovne 345

Marek Strežo
Application of Generalized Linear Models in Non-Life Actuarial Framework 351

Lea Škrovánková, Jozef Fecenko
Stochastické modely nemocenského poistenia a ich riešenie v open source systéme MAXIMA 363

Erik Šoltés, Tatiana Šoltésová
Príjmová chudoba a sociálne vylúčenie slovenských domácností vo vzťahu k relevantným faktorom 375

Ivan Brezina, Pavel Gežík, Juraj Pekár
Acyklické grafy ako nástroj grafickej analýzy rozhodovacích procesov 387

Ivan Brezina, Juraj Pekár, Pavel Gežík
Hranovo orientované metódy kritickej cesty versus uzlovo orientované metódy kritickej cesty s deterministickou a stochastickou grafovou štruktúrou 393

Zuzana Čičková, Matej Zagiba
Bezdrôtová komunikácia ako diskoordinačná hra 405

Michal Fendek
Efektívna regulácia sieťových odvetví – impulz rozvoja ekonomiky 411

Eleonora Fendeková, Iveta Kufelová
Cenové stratégie v podmienkach cenovej diferenciácie pri trhovej dominancii monopolu 421

Petr Fiala
Simulační model vývoje síťové ekonomiky 427

Dana Figurová
Prístupy prerozdelenia výhier v kooperatívnej hre 433

Andrea Furková
R&D Spatial Spillovers across the EU regions: Quantification and sensitivity analysis based on the spatial econometric approach 439

Josef Jablonský, Petra Zýková
MS Excel/LINGO solver for DEA models 447

Brian König
Analýza faktorov zahraničného obchodu pomocou gravitačného modelu 453

Stanislav Kováč
Analýza interakcií burzových trhov Spojeného kráľovstva a Nemecka prostredníctvom DVECH modelu 459

Martina Kuncová, Denisa Mouchová
Aplikace metod MCDM pro srovnání automobilů z pohledu používaných pohonných hmot 467

Allan Jose Sequeira Lopez
Zónovanie v hraničnom asymetrickom meste 475

Tomáš Majer
Výber optimálnej množiny autobusových liniek v integrovanom dopravnom systéme 483

Stanislav Palúch
Možnosti dekompozície rozvrhovacieho problému vozidiel 489

Štefan Peško
Robustná linkotvorba s viacerými scenármi dopytu cestujúcich 495

PREDHOVOR

Naša fakulta ako jedna z nosných fakúlt Ekonomickej univerzity v Bratislave si v tomto roku pripomína 50. výročie vzniku Fakulty riadenia Vysokej školy ekonomickej, ktorá bola predchodcom Fakulty hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave. Fakulta v spolupráci so Spoločnosťou pre hospodársku informatiku organizuje v poradí už 18. medzinárodnú vedeckú konferenciu **„AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach“,** cieľom ktorej je prezentácia výsledkov vedeckovýskumnej činnosti, medzinárodnej spolupráce a praktických aplikácií fakulty z oblasti informatiky, účtovníctva a audítorstva, štatistiky, poistnej matematiky, ekonometrie a operačného výskumu, ako príspevku fakulty k budovaniu Európskeho výskumného priestoru. Aj keď sa stal dvojročný cyklus konania konferencie AIESA štandardným, v tomto roku bol pri príležitosti fakultného jubilea porušený, ale v nasledujúcich rokoch sa fakulta vráti k osvedčenému dvojročnému cyklu, ktorý sa bude striedať s medzinárodnou vedeckou konferenciou Mladá veda AIESA – participácia doktorandov a mladých vedeckých pracovníkov na budovaní spoločnosti založenej na vedomostiach.

Skutočnosť, že medzinárodná vedecká konferencia AIESA sa realizuje už osemnástykrát, evokuje potrebu vyjadriť vďaku a úctu všetkým našim predchodcom, ktorí jednotlivé jej ročníky organizovali, teda pani dekanke prof. Bakytovej, pánom dekanom prof. Pellerovi, prof. Russevovi in memoriam a prof. Fendekovi, ale aj prodekanom pre vedecko-výskumnú činnosť a všetkým zamestnancom fakulty, či už pedagogickým alebo nepedagogickým, ktorí sa na organizácii jednotlivých ročníkov podieľali.

Fakulta hospodárskej informatiky Ekonomickej univerzity v Bratislave vo svojej vedeckovýskumnej kladie dôraz na rozvíjanie akreditovaných študijných odborov v gescii jednotlivých katedier s orientáciou predovšetkým na:

- problémy v oblasti hospodárskej informatiky, problémy štruktúrovaného a objektovo orientovaného prístupu tvorby informačných systémov, problémy podpory výučby informatiky, problémy umelej inteligencie a expertných systémov a podobne;
- metodologické aspekty účtovníctva, audítorstva a kontroly v mikroekonomickom prostredí v kontexte národných a nadnárodných požiadaviek; implementáciu medzinárodných účtovných štandardov, atď.;
- modelovanie sociálnej situácie obyvateľstva a domácností v SR; analýzu príjmovej diferenciácie obyvateľov Slovenska; aplikácie kvantitatívnych metód pri štatistickej regulácii procesov; tvorbu modelov aktuárskej matematiky a ich aplikácie v oblasti životného, penzijného a nemocenského poistenia;
- rozvíjanie kvantitatívnych prístupov na analýzu, predikciu a optimalizáciu procesov na mikroekonomickej a makroekonomickej úrovni, na makroekonomické modelovanie so zameraním na proces transformácie meny a problémy posilnenia koherencie a koordinácie politiky v Európe.

Na základe týchto základných oblastí výskumu je aj 18. medzinárodná vedecká konferencia **„AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach“** organizovaná v štyroch sekciách, ktoré korešpondujú s vedeckovýskumnou orientáciou jednotlivých katedier fakulty:

1. sekcia: Informačné technológie a informačné systémy
2. sekcia: Aktuálne trendy vývoja teórie a praxe účtovníctva a audítorstva
3. sekcia: Aplikácia štatistických a aktuárskych vied v sociálno-ekonomickej oblasti
4. sekcia: Aplikácia modelov a metód operačného výskumu a ekonometrie v ekonomickom rozhodovaní

Fakulta hospodárskej informatiky si aj v budúcnosti musí klásť za cieľ nielen poskytovať študentom vzdelanie na vysokej, s Európou porovnateľnej úrovni s možnosťou spolupráce rôznych profesijných inštitúcií a praxe, ale aj významným spôsobom rozvíjať vedeckovýskumnú aktivitu v akreditovaných študijných odboroch tak, aby sa tak neustále rozvíjalo prepojenie vedy a vzdelávania s tým, prečo sú predovšetkým určené, teda s praxou.

Cieľom 18. medzinárodnej vedeckej konferencie „AIESA – budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach“ je vytvoriť vhodnú a efektívnu platformu na prezentáciu výsledkov výskumu z relevantných vedných oblastí a prispieť k nadviazaniu užitočných pracovných kontaktov medzi účastníkmi konferencie.

Keď istý americký novinár požiadal Alberta Einsteina o interview, položil mu otázku: „Prezraďte mi, ako si zaznačujete veľké myšlienky: na voľné listy, do poznámkového zošita ale bo na zvláštne kartičky?“ Vedec sa usmial a pozrel na novinárov notes: „Veľké myšlienky“, povedal, „sú také zriedkavé, že mi nerobí nijaké ťažkosti zapamätať si ich.“ Naša konferencia a zborník príspevkov by mohli tvoriť platformu nielen na zapamätanie si hodnotných myšlienok, ale viesť jej účastníkov k tomu, aby tieto myšlienky a nápady boli aj obohatením ich ďalšej vedeckej a pedagogickej činnosti.

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
dekan FHI EU v Bratislave

Internet věcí v České republice

Internet of things in Czech republic

Petr Doucek[1], Ladislav Luc[2]

Abstrakt
Článek se zabývá problematikou rozvoje internetu věcí na území České republiky. Klíčovou roli zde hrají především lokální operátoři (SimpleCell, České radiokomunikace a Vodafone/O_2), kteří vytvářejí základní komunikační infrastrukturu k využití internetu věcí a to s využitím různých technologií. Zejména jde o sítě typu LoRa, SigFox a NB-IoT, které jsou předmětem analýzy a vzájemného porovnání. Vzhledem k aktuálnímu komerčnímu rozvoji v oblasti internetu věcí jsou součástí článku i typicky realizované příklady pro výše zmíněné typy sítí.

Kľúčové slová
Internet věcí, LoRa, SigFox, NB-IoT, porting authorasitain code, šifrování, čip

Abstract
The article deals with the development of the Internet of Things (farther as „IoT“) in the territory of the Czech Republic. The key role are played mainly by local operators (SimpleCell, Czech Radiocomunicaton and Vodafone / O_2), who are creating a basic communication infrastructure for IoT using different technologies. In particular, the LoRa, SigFox and NB-IoT networks are subject of analysis and comparison. Due to the current commercial development in the using of IoT there are also the part of the article the typical examples of the above-mentioned types of networks.

Key words
Internet of things, LoRa, SigFox, NB-IoT, porting authorasitain code, encryption, chip

JEL classification
L63, L86, M15

1 Úvod

Česká republika (dříve Československo) byla připojena k Internetu před více než 26 lety, 13. února 1992. Jako základní centrum pro připojení bylo vybráno oblastní Výpočetní Centrum ČVUT v Praze prostřednictvím počítače IBM 4381. Přenosová rychlost linky, která spojovala pražský uzel s rakouským národním uzlem EARN v Linci byla 9 600 bit/s. Pro srovnání, dnes je běžná rychlost připojení ať již firem, či domácností do internetu 100 Mbit/s, což je jedenácttisíc krát více než před čtvrt stoletím.

Internet se stal součástí našeho života a propojuje lidi napříč zeměkoulí. Rychlost sdílení informací a jejich objem se neustále zvětšuje. Mimo vzájemnou komunikaci mezi lidmi se do

[1] prof. Ing. Petr Doucek, CSc., Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra systémové analýzy, náměstí W.Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3 - Žižkov, petr.doucek@vse.cz.

[2] Ing. Ladislav Luc, Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta informatiky a statistiky, Katedra systémové analýzy, náměstí W.Churchilla 1938/4, 130 67 Praha 3 - Žižkov, Lucl01@vse.cz.

popředí dostává i extrémní nárůst postupného připojování různých zařízení do Internetu. Vědecké odhady počtu připojených zařízení v roce 2020 se tak blíží více než 50 miliardám.

Tento trend dal postupně vzniknout novému termínu: Internet věcí (anglicky: Internet of Things, dále též „IoT“). Přesná definice pojmu IoT neexistuje, nicméně pro základní pochopení můžeme využít následující definici, kde je IoT označením pro síť fyzických zařízení, vozidel, domácích spotřebičů a dalších zařízení, která jsou vybavena elektronikou, softwarem, senzory, pohyblivými částmi a síťovou konektivitou, která umožňuje těmto zařízením se propojit a vyměňovat si data. Každé z těchto zařízení je jasně identifikovatelné díky implementovanému výpočetnímu systému, ale přesto je schopno pracovat samostatně v existující infrastruktuře internetu (Wikipedie, 2018).

Pro IoT odborníky se jedná o zařízení, která jsou určená pro vytvoření speciálních datových sítí. Tyto zařízení využívají zejména senzory a čidla pro snímání požadovaných veličin, či spouštění předem definovaných akcí. Mohou komunikovat pouze jedním směrem. Na rozdíl od složitějších zařízení, tyto nemají žádnou IP adresu, nemusí být v módu stále on-line, stačí jim zasílat několik zpráv během dne a díky menším nárokům na provoz mohou s využitím napájení z baterií fungovat i několik let.

Tyto zařízení z pohledu Internetu věcí jsou obvykle presentovány ve formě inteligentní krabičky, která v sobě obsahuje elektroniku, software a senzory, pomocí kterých snímá určité hodnoty - veličiny. Tyto informace jsou pak ve formě dat přenášeny sítí do cloudu pro další analýzu. Cloud je umístěn na vzdáleném serveru, na kterém se data ukládají a mohou se s nimi provádět další operace s cílem jejich zpřístupnění koncovému uživateli. Data jsou zpřístupněna koncovým uživatelům nejčastěji pomocí webového rozhraní nebo mobilní aplikace.

Dnes již klasickým příkladem aplikace Internetu věcí je systém odečtu spotřeb energií (elektřiny, vody, tepla apod.), kde každé měřicí místo je osazeno IoT komunikačním modulem, které odešle například poslední den v měsíci aktuální spotřebu energie. Odpadá tedy nutnost fyzicky obcházet jednotlivá měřicí místa a ručně zapisovat aktuální spotřeby. Jakým způsobem jsou sítě pro Internet věcí koncipovány je zobrazeno na Obr. 1. Každé IoT zařízení obsahuje komunikační modul, který periodicky vysílá požadované informace ve formě dat k nejbližší základnové stanici (tzv. gateway) a odtud jsou odeslány do vzdáleného serveru / cloudu, kde jsou dále zpracovávána. Data jsou následně zpřístupněna koncovému uživateli typicky pomocí webové stránky či mobilní aplikace, kde se koncový uživatel může v případě měření spotřeby energií podívat na svou spotřebu v čase.

Obr. 1: Základní koncepce sítě pro Internet věcí

Zdroj: Autor

Klíčové pro další rozvoj konceptu internetu věcí bylo vybudování nízkoenergetické sítě pro rozsáhlé území, tzv. LPWAN sítě (anglicky: Low Power Wide Area Network). Tato síť umožňuje přenášet malé množství dat mezi IoT zařízeními na velké vzdálenosti, společně s důrazem na nízkou spotřebu zařízení a nížší přenosovou rychlost. Jednotlivé zařízení pro Internet věcí neobsahují žádnou IP adresu, na rozdíl od běžně používaných zařízení v klasickém Internetu, ale obsahují jednoznačný identifikátor, podle kterého se určí, z jakého zařízení zpráva přišla. Naplněním nejen těchto dvou základních předpokladů mohlo dojít k postupnému budování sítě pro potřeby internetu věcí v ČR.

Aktuálně jsou v České republice čtyři hlavní společnosti, které budují základní komunikační infrastrukturu pro Internet věcí:

- společnost České Radiokomunikace, která používá technologii LoRa
- společnost SimpleCell, která využívá infrastrukturu T-Mobile a technologii SigFox
- mobilní operátoři Vodafone a O_2, kteří provozují shodně v rámci sítí LTE a 5G úzkopásmovou síť na technologii NB-IoT.

Na výše uvedených společnostech, které byly vybrány s ohledem na jejich dominantní postavení v oblasti rozvoje Internetu věcí na území ČR byla aplikována základní analýza v těchto klíčových oblastech:

- používaná technologie sítě (typ)
- role operátora (globální, lokálmí)
- procentuální stav pokrytí území ČR
- velikost zasílaných zpráv
- přenosová rychlost
- dosah signálu
- cena čipu
- směr komunikace
- otevřenost sítě

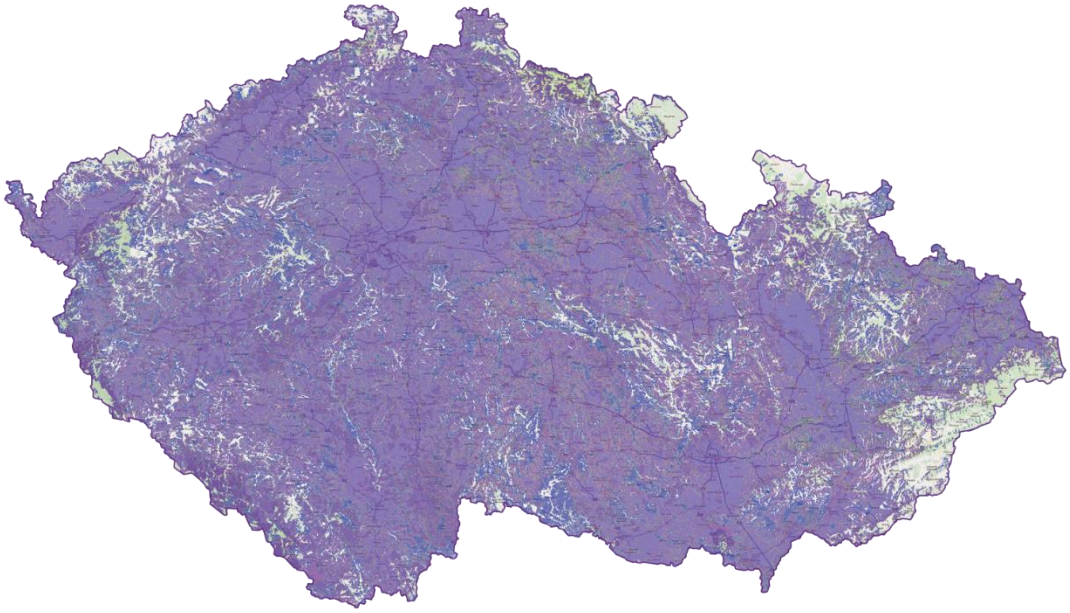
Součástí analýzy bylo i získání přehledu o aktuálně provozovaných typových řešení v předmětné oblasti u těchto vybraných společností.

2 SimpleCell a SigFox

SimpleCell je prvním českým veřejným operátorem pro Internet věcí, která buduje síť v České republice ve spolupráci se společností T-Mobile. T-Mobile poskytuje společnosti SimpleCell svoji infrastrukturu pro umístění jejich základnových stanic pro provoz zcela nové sítě SigFox. V reálném světe to znamená, že SimpleCell buduje novou infrastrukturu s využitím stávajících vysílačů T-Mobile, na které se nasazují moduly pro komunikaci v této nové síti SigFox. Pro potřeby SigFox se tedy nevyužívá stávající GSM síť. Samotný SigFox je globálním operátorem sítě pro Internet věcí (mateřská společnost sídlí ve Francii) a SimpleCell buduje vlastní infrastrukturu pro Českou republiku. SimpleCell aktuálně pokrývá 94% území ČR, což zahrnuje 96% populace. Plán na 2Q 2018 pro další pokrytí očekává 96% území a 98% populace (SimpleCell, 2018). Tyto údaje potvrzují zcela dominantní postavení této společnosti vůči svým konkurentům. Aktuální pokrytí je uvedeno na Obr. 2. Každé SigFox zařízení musí obsahovat komunikační čip, nebo-li modem, který umožňuje komunikaci v rámci sítě SigFox. Modem neobsahuje ani SIM kartu (anglicky: subscriber identity module, dále též „SIM“), ani nemá žádnou IP adresu. Každé zařízení je v síti jednoznačně identifikováno pomocí unikátního 32bitového SigFox ID, které je přiřazeno při výrobě. Vlastnictví daného zařízení se převádí online pomocí PAC (anglicky: Porting Authorization Code, dále též „PAC“) kódu. Tento PAC kód získává koncový uživatel při nákupu zařízení a v okamžiku, kdy si zařízení zaregistruje, je

tento kód přegenerován. Zařízení se dá jednoduše převádět mezi jednotlivými uživateli a to tak, že stávající uživatel pouze sdělí novému uživateli PAC kód a tím se dostane pod jeho správu a opět se vygeneruje nový PAC kód. Starý uživatel pak ztrácí veškerý přístup k danému zařízení. Z tohoto principu vyplývá, že v jednu chvíli má k zařízení přístup pouze jeden uživatel, což je především z důvodu zabezpečení a ochrany. Všechny zprávy jsou podepsány privátním klíčem a šifrovány, takže uživatel si může být jist pravostí zprávy.

Obr. 2: Pokrytí sítí SigFox v ČR, stav k 30.8.2018



Zdroj: https:/www.simplecell.eu

Rychlost přenosu dat je jen 100 bit/s, což je charakteristické pro síť postavenou na technologii SigFox, Počet zpráv za den vyslaných zařízením je maximálně 144 a vysílací výkon maximálně 25 mW. Zařízení s technologií SigFox mají velmi malou spotřebu energie (baterie mají výdrž 5 až 15 let) a nízké pořizovací náklady (SigFox modem lze pořídit za cenu nižší než 2 dolary), nese to s sebou omezení přenosu uživatelských dat na 0–12 bajtů a dobu přenosu dat od 2 do 5 sekund. Zpětná komunikace je aktivována pouze na vyžádání koncovým zařízením (senzorem), včetně využití tzv. funkce „heart beat“, která slouží pro kontrolu životnosti daného zařízení. Samotná komunikace tedy vypadá tak, že zařízení vyšle data k nejbližší základnové stanici, odkud jsou přeposlány pomocí zabezpečeného IP spojení do SigFox cloudu, odkud jsou data dostupná pro vlastníky zařízení pro další zpracování. Jelikož je SigFox globálním operátorem, pak jsou tyto data poslány na jejich servery. Zákazník dostane přístup k centrálnímu cloudu a má k dispozici nástroje pro vývoj a využití aplikačního rozhraní, tzv. API. Zákazník si tedy může vyvinout své vlastní aplikace. Operátor se stará pouze o zajištění pásma a samotné servery, ke kterým aplikace přistupují, jsou umístěny ve Francii, kde je platforma vyvíjena. Tímto se celý SigFox stává uzavřenou záležitostí a pro koncového zákazníka svým způsobem černou schránkou.

Cenové parametry se odvíjí od objemu přenesených dat a počtu koncových zařízení. Architektura SigFox sítě (Sigfox, 2018) je zobrazena na Obr. 3.

Obr. 3: Architektura SigFox sítě

Zdroj: https://ww.sigfox.com/en

Z výše uvedeného vyplývá, že SigFox je určen pro aplikace, kde se přenáší velmi malé množství dat a pouze několikrát za den.

Typickými příklady pro využití jsou:

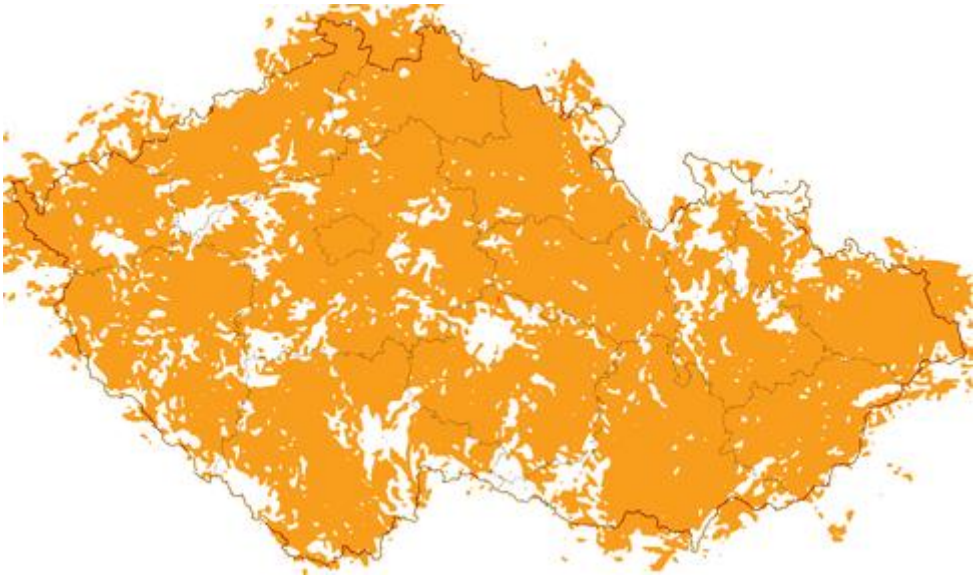
- Senzory: odečty hodnot - vodoměry - elektroměry - plynoměry – ventily; alarmy - zaplavení vodou - otevření dveří - sabotáž - porušení plomby.
- Navigace (global positioning system, dále též „GPS“): sledování polohy - vagonů - palet - vozidel - přívěsů – zboží; logistika - sledování parametrů přepravy (teplota, čas přepravy, vlhkost, nárazy přetížení, pády).
- Akcelerometr: sledování stavů (neinvazivní) - vibrace - provozní hodiny stroje - změna orientace (např. krádeže stromů) - neoprávněné pohyby (mimo definovaný čas).

SigFox se nehodí na nositelné technologie (např. chytré hodinky) a pro zařízení, kde je požadováno ovládání v reálném čase. Také se nehodí tam, kde se musí komunikovat oboustranně mnohosetkrát za den, což jsou např. platební terminály.

3 České radiokomunikace a LoRa

České radiokomunikace (dále též „CRA“) využívají pro budování sítě pro internet věcí technologii LoRA, která je postavena na principu radiové komunikace s dlouhým rozsahem (anglicky: Long Range, dále též „LoRa“) a umožňuje plnohodnotnou oboustrannou komunikaci. CRA při budování sítě LoRa využívá svou stávající komunikační infrastrukturu, kterou rozšiřuje o základové stanice - LoRa Gateway. Historicky je technologie LoRa podporována více různými společnostmi, které svým zákazníkům nabízejí větší portfolio možných koncových zařízení. Aktuální pokrytí sítí LoRa se pohybuje kolem 70% ČR (IoT portál, 2018), viz. Obr. 4. LoRa je rádiová technologie patentovaná společností Semtech a je určená pro přenos malého množství informací na velkou vzdálenost. Využívá principu přenosu rádiových vln pomocí rozprostřeného spektra. Komunikace je obousměrná. Komunikační rychlost se pohybuje v rozmezí od 300 bit/s do 50 000 bit/s. Výhody tvoří nízká energetická spotřeba a nízké provozní náklady. Životnost baterie dosahuje až 10 let. Velmi nízkou spotřebu mají senzory, odečty, pohybová čidla či teploměry. Větší spotřebu pak zejména zařízení určená pro GPS lokaci. Životnost baterie ovlivňuje jak samotné zařízení, tak i počet a velikost odeslaných zpráv denně, teplota v místě umístění, typ a velikost baterie.

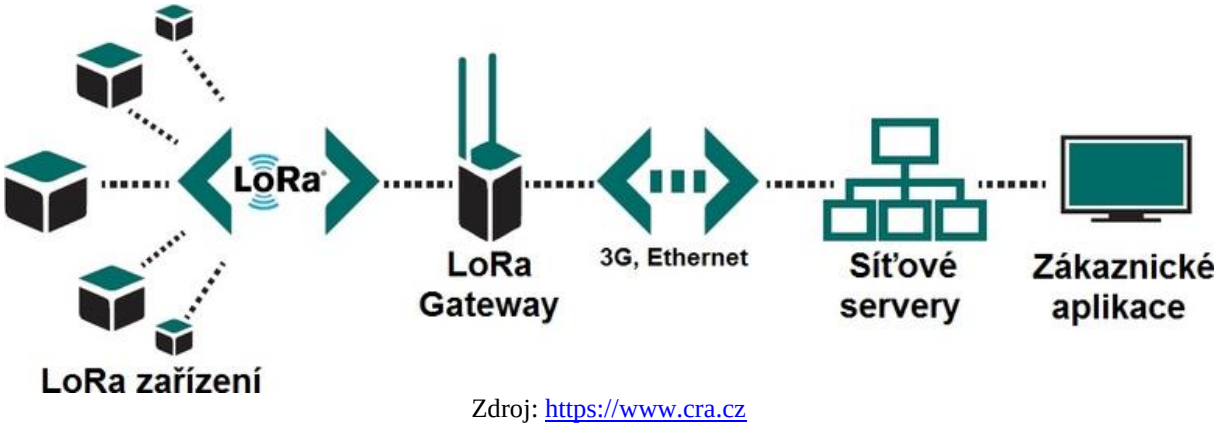
Obr. 4: Pokrytí sítí LoRa v ČR, stav k 30.8.2018



Zdroj: https://www.iot-portal.cz/mapa-pokryti/

Komunikační síť LoRa je provozována v nelicencovaném pásmu na frekvenci 868 MHz. Pro zabezpečení komunikace se využívá komplexní šifrování pomocí 128bitové šifry, přičemž se využívá systém dvou klíčů, kdy jeden má provozovatel sítě a druhý provozovatel služby (koncový zákazník). Samotná architektura sítě LoRa (CRA, 2018) je zobrazena na Obr. 5.

Obr. 5: Základní architektura sítě LoRa



Zdroj: https://www.cra.cz

Specifikace LoRaWAN popisuje komunikační protokol mezi danými čidly vybavenými rádiovou jednotkou a základnovými stanicemi (aglicky: LoRa Gateway, dále též „LoRa Gateway“). Každá LoRa Gateway vyžaduje pro komunikaci s řídícím serverem buď vyhrazenou přípojku, anebo se připojuje prostřednictvím zabezpečeného připojení ve standardní přípojce k síti Internet. Struktura přípojek pro koncentrátory je typicky hvězdicová, případně při požadavku na redundantní připojení se jedná o duální hvězdu. Řídící server zajišťuje komunikaci s LoRa Gateway, řídí a dynamicky mění radiové parametry komunikace, monitoruje stav celé sítě včetně provozních informací o stavu koncových čidel a zajišťuje směrování zpráv do odpovídajícího aplikačního serveru, a tím zajišťuje směrování zpráv jen a pouze určenému adresátovi.

Jednotlivá IoT zařízení tedy komunikují pomocí LoRa technologie k nejbližší LoRa Gateway, odkud jsou data přeposlána přes 3G síť nebo Ethernet do nadřazeného serveru /

cloudu. Zde mohou být opět dále zpracována a následně zpřístupněna koncovým uživatelům prostřednictvím webové stránky či mobilní aplikace. Každý typ použitého čidla podléhá certifikaci. Do sítě CRA je možno přihlásit pouze certifikované typy čidel. Cenové parametry se odvíjí od objemu přenesených dat a počtu koncových zařízení.

Typickými příklady pro využití sítě LoRa:

- Chytré parkování - magnetické senzory sledují využití parkovacích míst, informace sdílí s parkovacími systémy, navigačními panely a navigačními aplikacemi v mobilních zařízeních. Řidiči rychleji najdou parkovací místo a doprava ve městě bude plynulejší a lepší.
- Chytré osvětlení - systém veřejného osvětlení s úspornou LED technologii pomocí senzorů snižuje a zvyšuje intenzitu světla podle toho, jestli je poblíž chodec nebo například auto. Tím šetří náklady na provoz.
- Chytrý svoz odpadu - do kontejnerů na komunální a tříděný odpad se umístí ultrazvukové senzory. Systém v reálném čase ukazuje, jak moc je kontejner zaplněný. Svoz odpadu tak probíhá vždy tam, kde je to třeba.
- Sledování kvality znečištění vzduchu - sledování hladiny emisí CO2 v továrnách, znečištění vzduchu automobilovou dopravou a toxických plynů vznikajících zemědělskou produkcí.
- Monitoring hluku ve městech - pomocí senzorů se sleduje hluk v centru měst a obcí, kolem barů, míst s rušným nočním životem a problematických míst v zabydlených oblastech.

4 Vodafone/O_2 a NB-IoT

Narrow Band IoT (dále též „NB-IoT“) je technologie postavená na principech nízkopříjmových radiových sítí LPWAN (anglicky: Low Power Wide Area Network), která byla vyvinuta tak, aby umožnila efektivní komunikaci zařízení, jejichž pracovní režim je nenáročný na množství přenesených dat, spoléhají se na baterie a mají dlouhý životní cyklus. NB-IoT umožňuje do sítě připojit více zařízení, nabízí lepší dosah signálu a to vše s velmi nízkou spotřebou energie. NB-IoT propojuje všechna zařízení, ať už se nachází geograficky kdekoli.

Výše uvedenou technologií na území ČR využívají lokální mobilní operátoři Vodafone a O_2 v rámci svých, již existujících komunikačních infrastruktur a to tak, že úpravou svých software na vysílacích stanicích postupně vyhrazují síti NB-IoT část používaného pásma pro vysokorychlostní internet, tzv. LTE (anglicky: Long Term Evolution, dále též „LTE“).

Klíčové tedy pro operátory je, že nemusí oproti konkurenci budovat, či upravovat svoji stávající infrastrukturu a stačí tak provést pouze softwarový update na jejich základových stanicích.

Aktuální pokrytí LTE sítě Vodafone je zobrazeno na (Obr. 6) a O_2 na (Obr. 7) a tvoří 99% území ČR (IoT portál, 2018), nicméně problémem zůstává stále rychlost v budování (update software na stanicích) sítě NB-IoT, která je oproti konkurenci v procentuálním porovnání pokrytí pro potřeby IoT menší.

Obr. 6: Pokrytí LTE sítě Vodafone na území ČR, stav k 30.8.2018

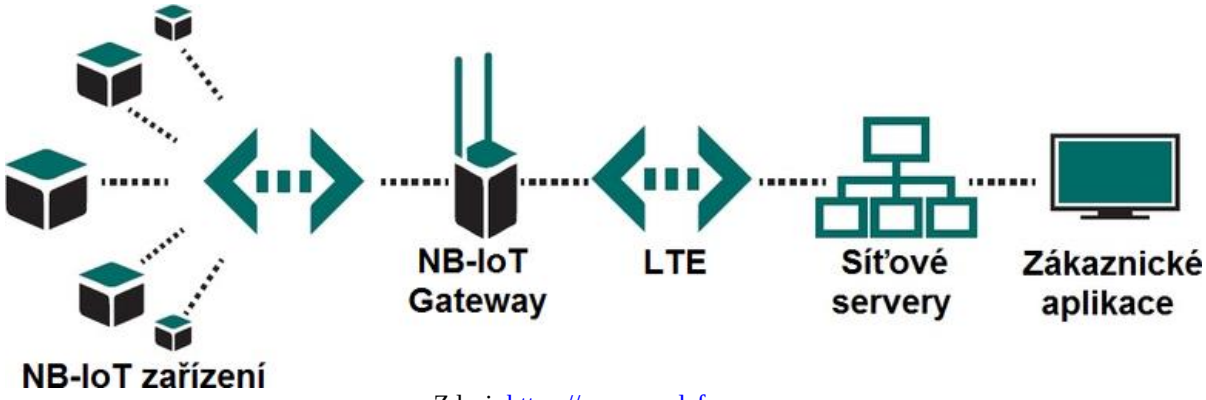
Zdroj: https://www.iot-portal.cz/mapa-pokryti

Obr. 7: Pokrytí LTE sítě O_2 na území ČR, *stav k 30.8.2018*

Zdroj: https://www.iot-portal.cz/mapa-pokryti/

Jen doplním, že stávající 4G a 3G sítě, oproti pásmu LTE, nejsou pro komunikaci IoT zařízení vhodné, a to především z důvodu větších nároků na objem přenášených dat a vyšší spotřebu energie. Zařízení na technologií NB-IoT využívá ke své komunikaci pásmo LTE, a jako takové musí v sobě obsahovat komunikační modul se zabudovanou SIM kartou. Uživatel tedy po zakoupení a následném spuštění zařízení aktivuje SIM kartu, které se spojí s NB-IoT sítí. Náklady na provoz se odvozují z počtu připojených zařízení a množství přenesených dat. Samotná NB-IoT architektura (NB-IoT, 2018) je zobrazena na Obr. 8. Zařízení vysílají nebo přijímají data z nejbližší NB-IoT základnové stanice (anglicky: NB-IoT Gateway), odkud jsou přeposlány do nadřazeného serveru/cloudu, kde jsou uložena, zpracována a následně zpřístupněna koncovému uživateli přes webovou stránku či mobilní aplikaci.

Obr. 8: Základní schéma NB-IoT



Zdroj: https://www.vodafone.cz

Typickými příklady pro využití sítě NB-IoT u společnosti Vodafone (Vodafone, 2018):

- Online monitoring ovzduší.
- Chytré parkování.
- Chytrá kancelář.
- Chytré odečty energie (plyn, elektřina, voda).
- Chytrý svoz odpadu

Typickými příklady pro využití sítě NB-IoT u společnosti O_2 (O_2, 2018):

- Monitorování ovzduší ve školách.
- Monitoring stavebních kontejnerů.
- Smart metering: chytré měření spořeby energie.
- Chytrá města: sledování hladiny odpadu ve sběrných nádobách a kontejnerech.

5 Závěr

Porovnání aktuálně působících společností v oblasti budování infrastruktury pro internet věcí na území České republiky ve vybraných kritériích zobrazuje níže uvedená tabulka.

Tab. 1: Porovnání společností dle autorem vybraných kriterií

společnost	síť	globální operátor	pokrytí území v %	počet odesílaných zpráv za den	přenosová rychlost bit/s	dosah signálu Km	cena čipu USD	komunikace	privátní síť
SimpleCell	SigFox	ANO	96	144	100	50	2	jednosměrná	NE
ČRA	LoRa	NE	70	neomezeně	300 - 50000	20	5	obousměrná	ANO
O2/Vodafone	NB-IoT	NE	99	neomezeně	20000	20	12	obousměrná	NE

Zdroj: Autor

Na základě shrnujících údajů z předmětné tabulky lze konstatovat následující:

- společnost SimpleCell dominuje v kriteriu globalního operátora, dosahu signálu a nejlevnější ceně čipu, naopak ztrácí vůči konkurentům v komunikaci (je pouze jednosměrná), přenosové rychlosti a v počtu odeslaných zpráv za den,

- společnost ČRA dominuje v kriteriu nejvyšší přenosové rychlosti, naopak ztrácí v aktuálním pokrytí území a formě uzavřené privátní sítě,
- lokální operátoři O_2/Vodafone dominují svým procentuálním pokrytím území, naopak z hlediska ceny čipu jsou nejdražší.

Bez ohledu na výsledky srovnání v jednotlivých kritériích lze konstatovat, že u všech společností je potenciál v rozvoji komerčního využití předmětných technologií pro Internet věcí.

A i přesto, že každá z technologií nabízí různé technické i cenové parametry, našla si cestu ke koncovému uživateli v podobě aktuálně provozovaných řešení, které se dají generálně shrnut do těchto typových oblastí:

- vzdálený odečet plynu, elektřiny, vody
- měření stavu kvality ovzduší
- chytré parkování
- kouřová, záplavová čidla a detektory pohybu
- monitoring odpadu.

Závěrem lze konstatovat, že pro oblast rozvoje Internetu věcí v ČR jsou připravovány lokálními společnostmi dostatečně robustní podmínky, a to jak v podobě budování základní infrastruktury, tak i v nabídce reálných řešení pro dané technolgie, které tak společně připravují půdu pro zužitkování budoucího potenciálu na tomto novém technologickém poli.

Tento příspěvek byl zpracovaný na základě podpory institucionálně podpůrného fondu pro dlouhodobý konceptuální rozvoj vědy a výzkumu na Fakultě informatiky a statistiky Vysoké školy ekonomické v Praze (IP400040).

Literatúra

1. Internet věcí. (2018, April 18). Retrieved September 24, 2018, from https://cs.wikipedia.org/wiki/Internet_věcí.
2. Internet věcí - IoT. (2018, September 24). Retrieved September 24, 2018, from https://www.o2.cz/firmy-a-organizace/it-reseni/iot.
3. Mapa pokrytí. (2018, May 28). Retrieved September 24, 2018, from https://www.iot-portal.cz/mapa-pokryti/.
4. První celorepublikový mobilní operátor pro internet věcí. (2018, September 24). Retrieved September 24, 2018, from https://simplecell.eu/.
5. Sigfox. (2018, September 24). Retrieved September 24, 2018, from https://www.sigfox.com/en.
6. S.r.o., P. (2018, September 24). Datové centrum, přenos dat, cloud. Retrieved September 24, 2018, from https://www.cra.cz/.
7. Stvořili jsme síť pro budoucnost. (2018, September 24). Retrieved September 24, 2018, from https://www.vodafone.cz/internet-veci/.
8. Vodafone. (2018, September 24). Retrieved September 24, 2018, from https://www.vodafone.cz/.

Spatial Analysis of Convergence in the Selected Regions of Central Europe

Michaela Chocholatá[1]

Abstract
This paper analyses the beta-convergence process of 161 NUTS 3 regions of the Central European countries (Austria, Czech Republic, Hungary, Poland, Slovakia and Slovenia) based on labour productivity, which is measured by gross value added (GVA) per employed person (in thousands of Euro) over the period 2000-2015. Both the global and local spatial econometric methods are used for the analysis. Besides the OLS estimation of the standard specification of the beta-convergence model, the spatial error model (SEM) and model with locally varying parameters based on geographically weighted regression (GWR) were estimated. The results proved the relevance of the spatial component and concerning the spatial heterogeneity it was confirmed that the local GWR approach describes the data set better than global methods. GWR estimates furthermore enable to assess and map the different speed of convergence for individual regions.

Key words
Beta-convergence, Central Europe, Spatial econometrics

JEL classification
C21, R12

1 Introduction

In recent years, the analysis of regional convergence has become very popular in order to deal with the regional disparities. Two convergence concepts are nowadays widely used – beta-convergence and sigma-convergence (Barro and Sala-i-Martin, 2007; Hančlová et al., 2010). The beta-convergence concept is based on the assumption that poorer regions will grow faster than rich regions and will "catch up" with the rich regions in the long run. The concept of sigma-convergence focuses on the reduction of disparities among regions in time (Barro and Sala-i-Martin, 2007). It has been published many studies dealing with different regions and indicators. However, many of them did not take into account the place in which a concrete region is located, considering it as an isolated unit and therefore ignoring any linkages with its neighbouring regions (Vayá and Suriñach, 2003; Szomolányi et al., 2011). During the last two decades the situation has changed and the issue of location has become an important factor in many convergence studies, i.e. the spatial econometric approaches has become more and more popular. As for the European Union, from the empirical convergence studies based on geographical data applying the appropriate spatial econometric instruments can be mentioned, e.g., López-Bazo et al. (1999), Gallo et al. (2003), Vayá and Suriñach (2003), Feldkircher (2006), Fingleton and López-Bazo (2006), Paas et al. (2007), Chocholatá and Furková (2017), Chocholatá (2018). Other studies, e.g., Bivand and Brunstad (2003), Eckey et al. (2007), Curran (2009), Chocholatá and Furková (2016) analysed the convergence process within the limited number of EU regions.

[1] doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD., University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Operations Research and Econometrics, Dolnozemská cesta 1, 85235 Bratislava, michaela.chocholata@euba.sk

In general, spatial econometrics has to do with two spatial effects - spatial dependence (spatial autocorrelation) and spatial non-stationarity (spatial heterogeneity). While the presence of spatial dependence means that there is a significant tendency towards clustering of similar (dissimilar) values in space - positive (negative) spatial autocorrelation, spatial heterogeneity indicates that parameters can vary across regions. As pointed out by Curran (2009), the global spatial analysis characterises the process under consideration as being spatially stable (the same relationship holds across the all analysed regions), local spatial analysis enables to calculate the locally different parameters. A brief survey of studies on growth and convergence concerning the importance of spatial factors can be found in Abreu et al. (2005), Rey and Janikas (2005) and Fingleton and López-Bazo (2006).

The aim of this paper is to examine the beta-convergence process of 161 NUTS 3 regions of the Central European countries (Austria, Czech Republic, Hungary, Poland, Slovakia and Slovenia) based on gross value added (GVA) per employed person (in thousands of Euro) over the period 2000-2015. Both the global and local spatial econometric methods are used for the analysis.

The rest of the paper is organized as follows. After the introduction in section 1, section 2 provides the methodological issues concerning the beta-convergence with regard to global and local spatial econometric methods. Section 3 of the paper is devoted to the data description and the empirical results of the analysis, the concluding remarks and some challenges for further research are presented in section 4.

2 Beta-convergence and spatial econometric methods

As for the beta-convergence concept, we can distinguish three hypotheses concerning the regional income convergence: the absolute (unconditional) convergence hypothesis, the conditional convergence hypothesis and the club convergence hypothesis (see e.g., Galor, 1996). In this paper we will present and analyse the absolute beta-convergence hypothesis. The standard specification of the beta-convergence model for *n* regions is as follows (Barro and Sala-i-Martin, 2007):

$$\bar{g}_i = \alpha + \beta \ln\left(y_{i,0}\right) + \varepsilon_i \qquad \varepsilon_i \sim i.i.d\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right) \tag{1}$$

where $\bar{g}_i = \frac{1}{T}\ln\left(\frac{y_{i,T}}{y_{i,0}}\right)$ indicates the average annual income growth in the region i $\left(i = 1,2,...,n\right)$ over the period $\left(0, T\right)$, $y_{i,0}$ is the *i*-th region initial level of income, symbols α and β denote unknown parameters and ε_i is a disturbance term. To confirm the absolute beta-convergence hypothesis, the estimated parameter β must be statistically significant with a negative sign. Based on the estimate of β, the speed of convergence *b* and the half-life time $t_{half-life}$ are as follows:

$$b = -\frac{\ln(1+\beta)}{T} \qquad t_{half-life} = \frac{\ln(2)}{b} \tag{2}$$

In order to analyse the growth process, different income measures can be used. Some researchers use the GDP per capita in Euro or in PPS (purchasing power standard), but as pointed out by Paci (1997) and Eckey et al. (2007), another possibility is to analyse the labour

productivity and to use the gross value added (GVA) per employee (per worker, per employed person)[2].

Equation (1) can be augmented by consideration of space, since, as mentioned by Curran (2009), any analysis which omits to incorporate the space dimension runs the risk to produce the biased results. We will further present the global and local spatial econometric methods.

2.1 Global spatial econometric methods – models SAR and SEM

After OLS (Ordinary Least Squares) estimation of the model (1), the spatial diagnostic statistics (e.g. the Moran's *I*) of residuals should be calculated. In case of spatial autocorrelation in residuals, the Lagrange Multiplier tests (LM(lag), LM(err) and their robust versions) should be used in order to decide whether a spatial autoregressive (SAR) or a spatial error (SEM) model of spatial dependence is the most appropriate. Mathematical formulation of the SAR model with the spatially lagged dependent variable is as follows:

$$\bar{g}_i = \alpha + \beta \ln\left(y_{i,0}\right) + \rho \sum_{j \neq i} w_{ij} \bar{g}_j + \varepsilon_i \tag{3}$$

where symbol ρ denotes the spatial autoregressive parameter, w_{ij} are the elements of the row-standardized spatial weight matrix **W** (for more information on different specifications of spatial weights see e.g., Getis, 2010; Furková, 2016) and all the other symbols have already been defined above. The growth of a concrete region in model (3) is influenced by the growth rates of its neighbouring regions. An alternative way to capture the spatial effects is to estimate the SEM model:

$$\bar{g}_i = \alpha + \beta \ln\left(y_{i,0}\right) + u_i, \quad u_i = \lambda \sum_{j \neq i} w_{ij} u_j + \varepsilon_i \tag{4}$$

where parameter λ is a spatial error parameter indicating the extent of the spatial autocorrelation among regression residuals.

2.2 Local spatial econometric methods

As Temple (1999), Eckey et al. (2007) and Curran (2009) pointed out and proved, it is unrealistic to suppose the same speed of convergence for every region, we also decided to apply the geographically weighted regression (GWR) which is able to capture the spatial non-stationarity (spatial heterogeneity) across analysed regions. The GWR was developed by Brunsdon, Charlton and Fotheringham (for a detailed description of GWR see Fotheringham et al., 2002) and enables the parameters to vary locally, i.e. for each analysed region. The model (1) can be augmented as follows:

$$\bar{g}_i = \alpha_i + \beta_i \ln\left(y_{i,0}\right) + \varepsilon_i \tag{5}$$

The estimated regression coefficients α_i , β_i are functions of location *i*. Local estimates are calculated using the weighted regression with the weights based on the distance of the region *i* and all the other regions (Bivand and Brunstad, 2003). Regions closer to the region *i* (for which the coefficient is estimated) have higher weight in local regression in comparison to

[2] For more information about differences between GDP and GVA can be found e.g., in Paci (1997).

regions farther away, i.e. the weight declines continuously as the distance between two regions increases (Fotheringham et al., 2002). GWR is thus based on the window weighting technique, the weighting scheme is based on the spatial kernel function. The range of the search window is specified by the bandwidth of the spatial kernel function (Furková, 2018)[3]. We use the adaptive bi-square kernel with the weighting function given by the following formula (Nakaya, 2016):

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - d_{ij}^2/\theta_{i(k)}\right)^2 & d_{ij} < \theta_{i(k)} \\ 0 & d_{ij} > \theta_{i(k)} \end{cases} \quad (6)$$

where i is the index of a location (region) whose parameter was estimated, j is the locational index, w_{ij} is the value of weight of observation at location (region) j for estimating the parameter at location (region) i. Symbol d_{ij} denotes the Euclidean distance between i and j and $\theta_{i(k)}$ is an adaptive bandwidth size defined as the k-th nearest neighbour distance. The parameters are estimated by the weighted least squares approach, i.e. data from locations (regions) close to i have a greater influence than data from locations (regions) farther away – for a formula see e.g., Fotheringham et al. (2002), Curran (2009), Furková (2018). GWR model produces the estimation of parameters for each location (region). In order to test whether the GWR model describes the data significantly better than a global model as well as to test the spatial variation of estimated parameters, various tests can be performed (see e.g., Brunsdon et al., 1996, Fotheringham et al., 2002, Leung et al., 2000).

3 Data and Empirical Results

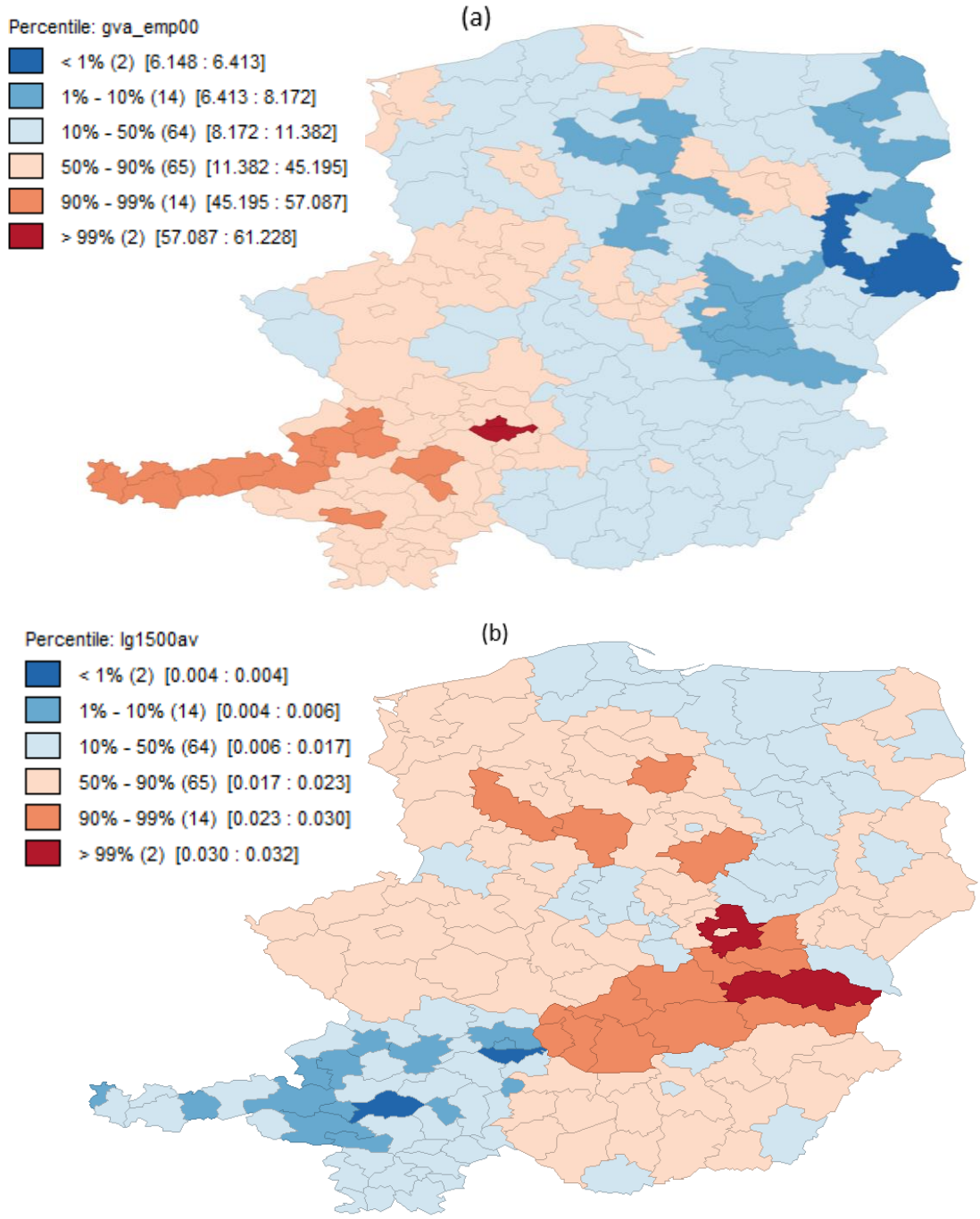
The empirical part of the paper analyses the data for 161 NUTS 3 regions of the Central European countries (Austria, Czech Republic, Hungary, Poland, Slovakia and Slovenia) obtained from the regional REGIO database of the Eurostat (Eurostat, 2018). The analysis of beta-convergence is based on the labour productivity measured by the development of the gross value added (GVA) per employed person (in thousands of Euro) over the period 2000-2015[4]. Analyses were provided in the softwares GeoDa and GWR4. The shapefile with the European regions was downloaded from the Eurostat (Eurostat, 2017) and adequately modified in GeoDa.

Exploratory Spatial Data Analysis (ESDA) was used to identify the possible spatial patterns in the analysed data set. The levels of GVA in 2000 together with the average annual GVA growth rates for 2015/2000 are shown in Fig. 1. Based on Fig. 1 there can be observed huge differences between the analysed regions. The lowest values of the labour productivity in 2000 (Fig. 1a) were in Polish, Hungarian and Slovak regions, followed by the Czech regions. Slovenian regions are characterized by higher values and substantially higher values were reached in Austrian regions. Concerning the GVA growth rates for 2015/2000 (Fig. 1b), there is a clear tendency of beta-convergence, i.e. regions with low initial labour productivity have higher growth rates than regions with high initial labour productivity values. It is possible to identify the huge progress of the Polish and Slovak regions (regions with the lowest initial GVA values and the high growth values).

[3] Detailed description of the GWR with fixed and adaptive spatial kernels, respectively, can be found in Fotheringham et al. (2002). Since the bandwidth specification is an important part of GWR, Fotheringham et al. (2002), Nakaya (2016) present various possibilities how to determine the optimal value of the bandwidth (e.g., minimising a cross validation score - CV or the corrected Akaike Information Criterion - AICc).

[4] The indicator gross value added (GVA) per employed person (in thousands of Euro) was calculated as the ratio of GVA in millions of Euro and employed persons (thousand persons). The average annual growth was calculated based on the logarithmic growth definition as mentioned in section 2. The period 2000-2015 was the longest period of data availability for analysed regions in the Eurostat REGIO database.

Fig. 1: Percentile maps of GVA (in thousands of Euro per employed person, gva_emp00) in 2000 – (a) and GVA growth rate 2015/2000 (lg1500av) – (b)



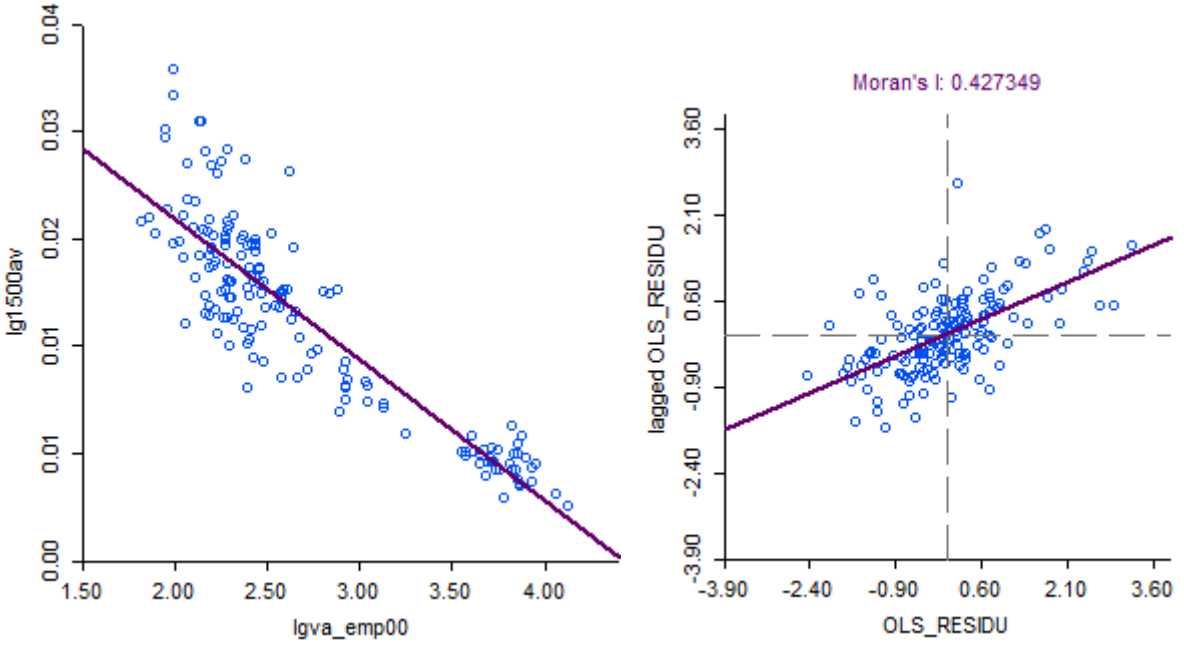
Source: own calculation in GeoDa

The beta-convergence concept is also confirmed by the scatterplot in Fig. 2a indicating the statistically significant negative relationship between the initial values of labour productivity in 2000 and its average annual growth over the analysed period 2000-2015. The results of estimated parameters for linear regression model (1) based on OLS estimation are in Table 1 (column: Linear model). The diagnostics for spatial dependence based on queen case definition of the spatial weight matrix together with the Moran scatterplot for OLS residuals

are summarized in Fig. 2b which clearly confirms the necessity to consider the spatial dependence among the analysed regions. Based on LM test results, the SEM model (4) was estimated, all the estimated parameters (see Table 1, column: SEM) were statistically significant at the 1% level, confirming both the absolute beta-convergence hypothesis and the necessity of the spatial component. No remaining spatial autocorrelation in the residuals of the SEM model was proved by the LR statistics' value of 53.168. The speed of convergence slightly changed from 0.98% to 1.11% per year, i.e. this means that the time it takes for 50% of the initial gap to be eliminated corresponds to 70.22 and 62.21 years, respectively.

Fig. 2: Scatterplot for the GVA (expressed in natural logarithms, lgva_emp00) in 2000 and GVA growth rate 2015/2000 (lg1500av) – (a) and Moran's I for OLS residuals – (b)

(a) (b)



#obs	R^2	const a	std-err a	t-stat a	p-value a
161	0.785	0.041	0.001	38.617	0.000
		slope b	std-err b	t-stat b	p-value b
		-0.009	0.000	-24.124	0.000

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	0.4273	8.3396	0.00000
LM (lag)	1	19.1448	0.00001
Robust LM (lag)	1	6.8430	0.00890
LM (err)	1	62.9464	0.00000
Robust LM (err)	1	50.6446	0.00000

Source: own calculation in GeoDa

In order to capture the spatial non-stationarity across analysed regions, the global spatial analysis of the beta-convergence was followed by the local spatial analysis. The local parameters of model (5) were estimated based on GWR using the adaptive bi-square kernel with the weighting function (6)[5]. Selected GWR estimation results together with the corresponding convergence characteristics are presented in Table 1 (columns: GWR). The local GWR parameters α_i are always positive varying between 0.0308 and 0.0666 reflecting the different extent of using technology (Eckey et al., 2007). The local slope parameters β_i varying between -0.0206 and -0.0066, i.e. having a negative sign, confirm the absolute beta-convergence hypothesis with the speed of convergence spanning between 2.47% and 0.69%.

[5] Using the Golden selection search for the specification of the bandwidth (see e.g., Nakaya, 2016).

Table 1: Estimation results of the beta-convergence models

Model	Linear model	SEM	GWR		
			Min	Mean	Max
α or α_i	0.0406	0.0434	0.0308	0.0451	0.0666
β or β_i	-0.0092	-0.0103	-0.0206	-0.0112	-0.0066
λ	-	0.6494	-	-	-
AICc	-1405.4082	-		-1463.6263	
R^2	0.7854	0.8621		0.8788	
Convergence characteristics					
Speed of convergence	0.98%	1.11%	2.47%	1.26%	0.69%
Half-life	70.22	62.21	28.11	56.53	100.47

Source: own calculation in GeoDa and GWR4

Comparing the results of the OLS model (1) estimation (global model) and GWR fit of model (5), i.e. local model – the values of the global and local coefficients of determination R^2 0.7854 and 0.8788, respectively (see Table 1) indicate some improvements in model performance. Colour-coded maps of local coefficients of determination R_i^2 for the GWR fit are in Fig. 3 showing the different model performance in individual regions. As pointed out by Charlton and Fotheringham (2009), we compared the OLS and GWR results based on AICc values as well. The values of -1405.4082 and -1463.6263, respectively (see Table 1), confirm a strong evidence of an improvement in the GWR model fit as well. Moran's *I* for the residuals from the GWR fit[6] is 0.1629 which indicates the statistically significant spatial autocorrelation, but it is a substantially lower value than in case of OLS residuals (Fig. 2b). In line with Fotheringham et al. (2002) it was proved that using of the GWR approach reduces the problem of spatially autocorrelated error terms. Using the simple GWR ANOVA test with the $F = 5.3252$ indicates a statistically significant improvement in the GWR model performance over the global model. Besides GWR ANOVA test, software GWR4 enables also to provide a geographical variability tests of local coefficients which confirmed that both parameters exhibited statistically significant spatial variations in their values.[7]

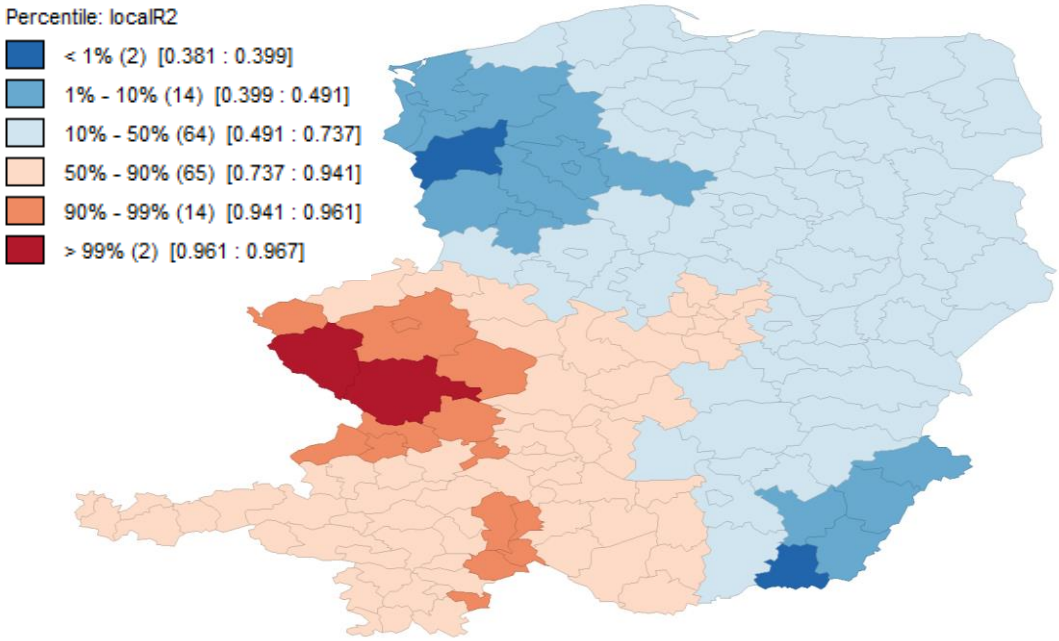
The half-life periods of the convergence process 2000-2015 for the GWR fit are shown in Fig. 4 supporting the strong evidence of the spatial heterogeneity. Regions in eastern parts of Poland, Slovakia and Hungary with the low initial levels of GVA (Fig. 1a) have in general a short half-life period. Regions located in eastern Slovakia, eastern Hungary and south Poland have a half-life period ranging between 28.110 and 34.114 years, on the other hand, some regions in Austria and Slovenia with the high GVA values both in 2000 and in 2015[8] will need more than 100 years to achieve half of the rise in GVA level to a steady state (similar results were achieved by Eckey et al. (2007) analysing the regional convergence in Germany).

[6] Graphical presentation of the Moran's *I* test can be provided by the author upon request.

[7] Both the ANOVA test results and the results of the geographical variability tests of local coefficients obtained from the GWR4 software can be provided by the author upon request.

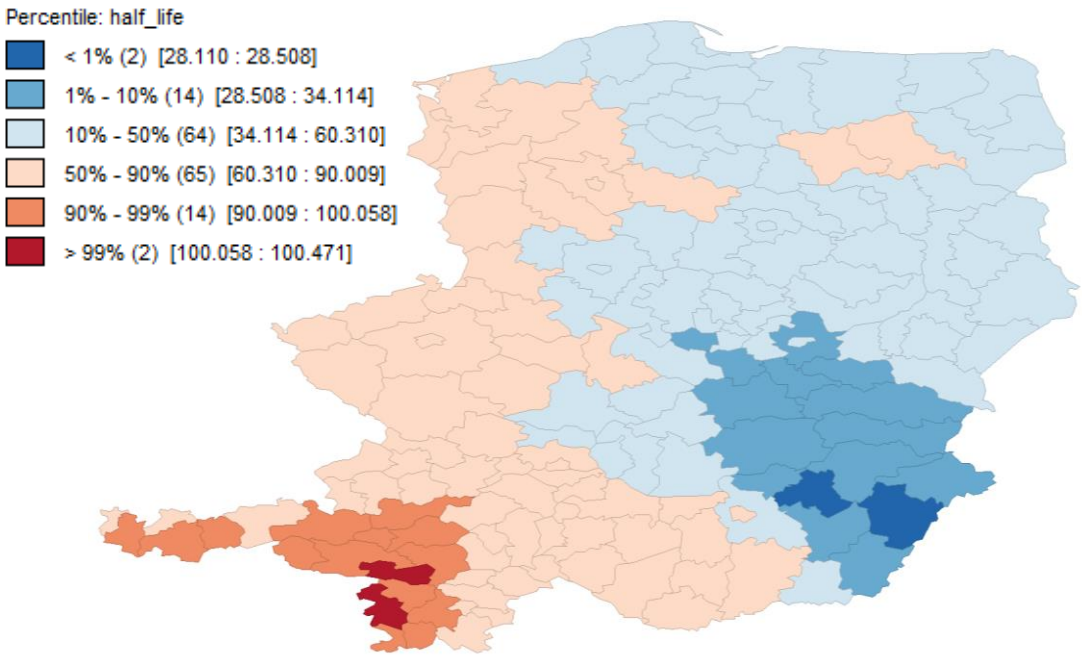
[8] Map with GVA values for the year 2015 can be provided by the author upon request.

Fig. 3: Local coefficients of determination R_i^2 for the GWR fit



Source: own calculation in GWR4 and GeoDa

Fig. 4: Half-life period of the convergence process 2000-2015 for the GWR fit



Source: own calculation in GWR4 and GeoDa

4 Conclusion

The empirical analysis of the absolute beta-convergence hypothesis for a selected group of Central European regions was provided based on different approaches. The statistically significant spatial autocorrelation of the OLS residuals from traditional regression model (1) confirmed the necessity to include the space dimension into analysis. Both the global and local

spatial econometric methods were used in order to cope with this issue. After estimation of the SEM model, i.e. assuming the spatial stationarity of all regression parameters, the residuals confirmed no remaining spatial autocorrelation. The corresponding speed of convergence is 1.11% per year and the half-life period reduces to 62.21 years once the spatial effects are considered.

Taking into account the spatial non-stationarity, the local spatial econometric GWR approach was used. It was proved that the GWR approach describes the data set significantly better than the global OLS model. The statistically significant spatial variations in the parameter values were confirmed as well. The GWR estimation yields different speed of convergence and half-life period of analysed regions. Since the regions located in eastern Slovakia, eastern Hungary and south Poland will need 28.110 to 34.114 years for half of the initial labour productivity inequalities to be vanished, the half-life of more than 100 years for some regions in Austria and Slovenia indicates a very weak convergence process.

As pointed out e.g., by Eckey et al. (2007) and Curran (2009), GWR permits parameter estimates to vary locally, i.e. separate parameters are estimated for each region, which can be seen as an advantage over the global SAR and SEM models. Fotheringham et al. (2002, p. 117) denote the GWR approach to be "an alternative, and perhaps more logical, solution to the problem of spatially autocorrelated error terms in spatial modelling compared with the various forms of spatial regression modelling." To combine the GWR approach and spatial regression modelling could be an interesting challenge for the future research.

Acknowledgements

This work was supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA grant No. 1/0248/17 "Analysis of Regional Disparities in the EU based on Spatial Econometric Approaches".

References

1. Abreu, M., De Groot, H.L.F., & Florax, R.J.G.M. (2005). Space and Growth: A Survey of Empirical Evidence and Methods. *Région et Développement, 21,* 13-44. doi: 10.2139/ssrn.631007
2. Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (2007). *Economic growth*. New Delhi: Prentice Hall of India Private.
3. Bivand, R. S., & Brunstad, R. J. (2003). Regional Growth in Western Europe: An Empirical Exploration of Interactions with Agriculture and Agricultural Policy. In *European Regional Growth* (pp. 351-374). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
4. Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., & Charlton, M. E. (1996). Geographically Weighted Regression: A Method for Exploring Spatial Nonstationarity. *Geographical Analysis, 28*(4), 281-298. doi:10.1111/j.1538-4632.1996.tb00936.x
5. Charlton, M., & Fotheringham, A. S. (2009). Geographically Weighted Regression. A Tutorial on using GWR in ArcGIS 9.3. Retrieved June 8, 2018, from https://www.geos.ed.ac.uk/~gisteac/fspat/gwr/gwr_arcgis/GWR_Tutorial.pdf.
6. Chocholatá, M., & Furková, A. (2016). Income disparities and convergence across regions of Central Europe. *Croatian Operational Research Review, 7*(2), 303-318. doi:10.17535/crorr.2016.0021
7. Chocholatá, M., & Furková, A. (2017). Does the location and the institutional background matter in convergence modelling of the EU regions? *Central European Journal of Operations Research, 25*(3), 679-697. doi: 10.1007/s10100-016-0447-6
8. Chocholatá, M. (2018). Analysis of income convergence based on different specification of spatial weights: Evidence from NUTS 2 EU regions. In *Proceedings of the*

International Scientific Conference Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIX. Bratislava: Letra Edu, 32-40.

9. Curran, D. (2009). British Regional Growth and Sectoral Trends – Global and Local Spatial Econometric Approaches. *NIRSA Working Paper Series*, No 49 – July 2009.
10. Eckey, H., Kosfeld, R., & Türck, M. (2007). Regional Convergence in Germany: A Geographically Weighted Regression Approach. *Spatial Economic Analysis, 2*(1), 45-64. doi:10.1080/17421770701251905
11. Eurostat, (2017). GISCO – Eurostat. Retrieved February 8, 2017, from http://ec.europa.eu/eurostat/web/gisco/geodata/reference-data/administrative-units-statistical-units.
12. Eurostat, (2018). Database – Eurostat. Retrieved June 5, 2018, from: http://ec.europa.eu/eurostat/data/database.
13. Feldkircher, M. (2006). Regional Convergence within the EU-25: A Spatial Econometric Analysis. *Proceedings of OeNB Workshops „New Regional Economics in Central European Economies: The Future of CENTROPE“ 9*.
14. Fingleton, B., & López-Bazo, E. (2006). Empirical growth models with spatial effects. *Papers in Regional Science, 85*(2), 177-198. doi:10.1111/j.1435-5957.2006.00074.x
15. Fischer, M., & Getis, A. (2010). *Handbook of Applied Spatial Analysis*. Berlin: Springer Berlin.
16. Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. E. (2002). *Geographically Weighted Regression. The Analysis of Spatial Varying Relationships*. Chichester: Wiley.
17. Furková, A. (2016). Spatial pattern of innovative activity in the EU regions: Exploratory spatial data analysis and spatial econometric approach. In *Advances in applied business research: The L.A.B.S. initiative* (pp. 159-186). New York: Nova Science.
18. Furková, A. (2018). Spatial Heterogeneity of Regional Innovation Processes: Geographically Weighted Regression Approach. In *Proceedings of the International Scientific Conference Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIX*. Bratislava: Letra Edu, 127-134.
19. Gallo, J. L., Ertur, C., & Baumont, C. (2003). A Spatial Econometric Analysis of Convergence Across European Regions, 1980–1995. *European Regional Growth Advances in Spatial Science*, 99-129. doi:10.1007/978-3-662-07136-6_4
20. Galor, O. (1996). Convergence? Inferences from Theoretical Models. *The Economic Journal, 106*(437), 1056-1069. doi:10.2307/2235378
21. Getis, A. (2010). Spatial Autocorrelation. In *Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications* (pp. 255-278). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
22. Hančlová, J., Kubicová, I., Macháček, M., Melecký, A., Melecký, L., Melecký, M., Nevima, J., & Ramík, J. (2010). *Makroekonometrické modelování České ekonomiky a vybraných ekonomik EU*. Ostrava: VŠB- Technical University of Ostrava.
23. Leung, Y., Mei, C., & Zhang, W. (2000). Statistical Tests for Spatial Nonstationarity Based on the Geographically Weighted Regression Model. *Environment and Planning A, 32*(1), 9-32. doi:10.1068/a3162
24. López-Bazo, E., Vayá, E., Mora, A. J., & Suriñach, J. (1999). Regional economic dynamics and convergence in the European Union. *The Annals of Regional Science, 33*(3), 343-370. doi:10.1007/s001680050109
25. Nakaya, T. (2016). GWR4.09 User Manual. GWR4 Windows Application for Geographically Weighted Regression Modelling. Retrieved June 8, 2018, from https://gwrtools.github.io/gwr4-downloads.html

26. Paas, T., Kuusk, A., Schlitte, F., & Võrk, A. (2007). Econometric Analysis of Income Convergence in Selected EU Countries and Their Nuts 3 Level Regions. *SSRN Electronic Journal*. doi:10.2139/ssrn.1078863
27. Paci, R. (1997). More similar and less equal: Economic growth in the European regions. *Review of World Economics, 133*(4), 609-634. doi:10.1007/bf02707405
28. Rey, S. J., & Janikas, M. (2005). Regional Convergence, Inequality, and Space. *Journal of Economic Geography, 5*(2), 155-176. doi:10.1093/jnlecg/lbh044
29. Szomolányi, K., Lukáčiková, A., & Lukáčik, M. (2011). The β convergence of the EU27 countries. In *29th International Conference on Mathematical Methods in Economics 2011*, Praha: Professional Publishing, 287-291.
30. Temple, J. (1999). The new growth evidence. *Journal of Economic Literature*, *37*, 112-156. doi:10.1257/jel.37.1.112
31. Vayá, E., & Suriñach, J. (2003). The Spatial Distribution of Labour Productivity in the European Regions: A Study in Spatial Econometrics. In *European Regional Growth* (pp. 183-214). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Credit risk modelling

Lukáš Kalina[1]

Abstract
Credit scoring is a statistical technique that takes into account several characteristics to form a single score that represents the borrower's creditworthiness. It helps to guide the decision process and protects the lender from gaining losses. In our paper we perform a risk analysis of a publicly available credit scoring dataset and build application scorecard to help the investors to estimate the applicant's probability of default.

Key words
Credit Scoring Model, Probability of Default, Scorecard

JEL classification
G17, G21

1 Introduction

Credit scoring is one of the classic application of predictive modelling, to estimate whether or not the facility extended to the borrower will likely result in profit or losses for the lender. The lender expects to be paid back in time with risk of default that is compensated into the interest. Classic credit scorecard are still wildly used in the financial industry thanks to their transparency, ease of use and ability to transform complex relationships into a simple scoring table that evaluates the borrowers riskiness. In our paper we briefly describe the methodology behind the scorecards development process and apply it on real life credit scoring data.

2 Methodology

Credit scoring is a statistical technique that takes into account several characteristics to form a single score that represents the borrower's creditworthiness. Generally higher scores indicate declining risk. The characteristics are called also features, factors or predictors. They represent the individual's background, delinquency history, current amount of debt, socio-demographic information, loan purpose, product details, credit bureau information and many others. The lender uses this score to determine the likeliness of the individual to default on a personal loan, mortgage, or other debt. The model which calculates the score is referred to as scoring table. The total customer score is the sum of the individual scores of the borrower's characteristics.

Engelmann and Rauhmeier (2014) state that the Internal Rating Based (IRB) approach of the New Basel Capital Accord allows banks to use their own rating models for estimation of probabilities of default" and also for RWA calculation as long as they meet specific minimum requirements (p. 1).

According to Baesens, Rösch and Scheule (2016) the logistic regression is the most popular scorecard construction technique used in industry because the predictions can be directly interpreted as default probabilities and the significance of the model and the model coefficients can be statistically tested. It is denoted as follows:

[1] Ing. Lukáš Kalina, SAS Slovakia s.r.o., Lazaretská 12, 811 08 Staré Mesto, Bratislava, lukas.kalina@sas.com

$$P(D = 0|x, \dots, x_k) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k)}} \quad (1)$$

whereby D is set to 1 in case of default and to 0 otherwise. Hence $P(D = 0|x, \dots, x_k)$ and $P(D = 1|x, \dots, x_k)$ are bounded between 0 and 1. When we reformulate the model in terms of the log odds (logit) we become:

$$\ln\left(\frac{P(D = 0|x, \dots, x_k)}{P(D = 1|x, \dots, x_k)}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k \quad (2)$$

The model parameters β_j are estimated using the Maximum likelihood optimization technique. This method selects the parameters in such a way as to maximize the probability of getting the sample at hand. First the likelihood function is constructed. For observation i, the probability of observing either class equals to:

$$P(D = 1|x_{1i}, \dots, x_{ki})^{D_i}(1 - P(D = 1|x_{1i}, \dots, x_{ki})^{1-D_i}) \quad (3)$$

Whereby D_i represents the target value for observation i. The likelihood function across all n observations then becomes:

$$\prod_{i=1}^{n} P(D = 1|x_{1i}, \dots, x_{ki})^{D_i}(1 - P(D = 1|x_{1i}, \dots, x_{ki})^{1-D_i}) \quad (4)$$

The linearity assumption of the independent variable and the log odds is tested by dividing the indicators into bins containing identical number of observations, calculating the historical default rate empirical log odd within each group, and estimating a linear regression of the log odds on the mean values of the ratio intervals. This test allows also the first check as to whether the univariate dependence between the considered factors and the default probability is as expected.

In regards to the assumptions, the logistic regression is less restrictive than any other techniques such as classical regression. It does not require to have a normally distributed error term with constant variance and covariance for all variables. Multicollinearity must be non-existent or very small. The sample size has to be large because the Maximum Likelihood coefficients are large sample estimates and their calculation involve all moments. Small samples lead to increased chance to commit a type II errors.

Categorization or coarse classification is applied to reduce the number of categories. Logistic regression models with a categorical explanatory variable with i categories will have $i - 1$ dummy variables (i.e. 1/0). By grouping the categories we decrease the number model parameters and obtain a more parsimonious and robust models. Categorization can be applied also on continuous variables to treat nonlinear relationships by splitting them into specific ranges. To compare different grouping options we calculate the χ^2 statistic from multiple contingency tables having the target variable (default/non-default) on one axis and the grouping option in the other axis. The grouping option with the highest statistically significant χ^2 is considered to be the best. χ^2-statistic is calculated as it is described in Pacakova (2016, p.250) follows:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{r} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \tag{5}$$

Where c is the number of columns, r the number of rows, O_{ij} the observed frequency in row i and column j and E_{ij} is the theoretical expected frequency in row i and column j obtained from:

$$E_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{c} n_{ij} \sum_{l=1}^{r} n_{ij}}{n} \tag{6}$$

Where n is the number of observations.

The Weight of Evidence (WoE) coding is extensively used in credit scoring. It is a technique to reduce the number of categories for categorical variables and it measures the strength of a grouping for separating non-defaults from defaults. WoE is obtained as follows:

$$WoE_i = \ln\left(\frac{p_i^{non-default}}{p_i^{default}}\right) \tag{7}$$

Where i represents the category and the explanatory variable, the percentage of non-default obligors that belong to category i is denoted as $p_i^{non-default}$ and the percentage of defaults that belong to category i is denoted as $p_i^{default}$. Large negative WoE indicates higher risk of default. This transformation allows maintaining the linear dependence in regard to the logistic function and carries information on the relative risk associated with each category. This transformation is used to reduce the number of categories for categorical variables.

The information value (IV) statistic is based on the weights of evidence. It assumes that the variables are categorized. It can be also used to evaluate categorization options as the χ^2-statistic we described above. The information value is computed as follows:

$$IV = \sum_{i=1}^{k} \left(p_i^{non-default} - p_i^{default}\right) * WoE_i \tag{8}$$

Where k represents the number of categories of the variable. The following rules of thumb are applied for the IV:

- < 0.02 unpredictive,
- 0.02-0.1 weekly predictive,
- 0.01-0.3 moderately predictive,
- +0.3 strongly predictive (Baesens, Rösch & Scheule, 2016, p. 113).

After the logistic regression coefficients are estimated, they are used to scale the scorecard. The process of scaling a scorecard refers to making the scorecard conform to a particular range of scores. Scorecard scaling is developed by specifying certain odds at a certain score and a specified points to double the odds. It is proportional to the good/bad odds and not the bad/good odds that are modelled in logistic regression. Smaller scores indicate a higher risk.

As it is explained by Saddiqi (2017) the relationship between odds and scores is represented by a linear function:

$$Score = Offset + Factor * \ln(odds) \tag{9}$$

In case the scorecard is developed using the odds at a certain score and points to double the odds (pdo) approach, $Factor$ and $Score$ can be calculated using these equations:

$$\begin{gathered} Score = Offset + Factor * \ln(odds) \\ Score + pdo = Offset + Factor * \ln(2 * odds) \end{gathered} \tag{10}$$

By solving the equations we get the following results:

$$\begin{gathered} pdo = Factor * \ln(2) \\ Factor = \frac{pdo}{\ln(2)} \\ Offset = Score - (Factor * \ln(Odds)) \end{gathered} \tag{11}$$

For each risk factor, the WoE and the regression coefficient are multiplied together. Then a fraction of the regression intercept is added. We multiply this by -1 and by $Factor$ and add a fraction of $Offset$. The credit borrower's total score is then proportional to the logarithm of the predicted good/bad of that applicant. The points allocated to risk factor i of characteristic j are calculated by the following formula:

$$-\left(WoE_i\beta_j + \frac{\beta_0}{n}\right) Factor + \frac{Offset}{n} \tag{12}$$

Where n is the total number of characteristics, β_0 is the intercept term, β_j is the regression coefficient for characteristic j and WoE_i is the weight of evidence for the risk factor i of characteristic j (Saddiqi, 2017, p. 240).

Baesens, Rösch and Scheule (2016) state that a popular test for PD back testing is the binomial test. It has three key assumptions:

- The experiment should have only two outcomes.
- The experiment should be repeated multiple times.
- There should be independence between the outcomes of the individual experiment.

PD fulfils two of these requirements. It has two outcomes, default or non-default and multiple obligors are the subject of scoring. Due to the correlation between the default behaviour, the independence assumption is not fulfilled, therefore the binomial test can be used only as an early-warning indicator. The null hypothesis, H_0 states that the PD of a rating category is correct. From the regulatory perspective, it is essential that the capital is not underestimated, so the alternative hypothesis should be one sided with H_A stating that the PD of the rating category is underestimated. The null hypothesis is rejected at a given confidence level α (for example, 5%) if the number of defaulters X is in the rating category greater or equal to k^* where k^* is obtained as follows:

$$k^* = \min\{k | \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} \widehat{PD}_i (1-\widehat{PD})_{n-i} \leq \alpha\} \quad (13)$$

By using the central limit theorem for large n, when $n\widehat{PD} > 5$ and $n(1-\widehat{PD}) > 5$ the number of defaulted obligors can be modelled as:

$$X \sim N(n\widehat{PD}, n\widehat{PD}(1-\widehat{PD})) \quad (14)$$

We look for k^* such that $P(X \leq k^*) = \alpha$. Hence, we have:

$$P\left(z \leq \frac{k^* - n\widehat{PD}}{\sqrt{n\widehat{PD}(1-\widehat{PD})}}\right) = \alpha \quad (15)$$

with z following a standard normal distribution. The critical value k^* can be now obtained as follows:

$$k^* = \mathrm{N}^{-1}(\alpha)\sqrt{n\widehat{PD}(1-\widehat{PD})} + n\widehat{PD} \quad (16)$$

with $\mathrm{N}^{-1}(\alpha)$ the inverse cumulative standard normal distribution. In terms of a maximum observed default rate p^*, we have:

$$p^* = \mathrm{N}^{-1}(\alpha)\sqrt{\frac{n\widehat{PD}(1-\widehat{PD})}{n}} + \widehat{PD} \quad (17)$$

We can reject H_0 at a significance level α if the realized default rate is higher than p^* (Baesens, Rösch & Scheule, 2016, p. 407).

3 Application of the methodology

The dataset used for analysis comes from the US publicly held company Lending Club founded in August 2007. They offer peer-to-peer unsecured personal loans between $ 1,000 and $ 40,000. The standard loan tenor is up to 3 years. The investors can search and browse the loans they want to invest in based on the borrower information, amount of loan, loan grade and loan purpose. They make profit from the loan interest. Lending Club is charging the investor and borrower an upfront service fee.

The dataset is on transaction level and contains complete loan data for all loans issued through from 2007 to 2017, including the current loan status and latest payment information. It can be interpreted as a snapshot taken in the end of the year 2017. The file has over 1 646 778 observations and 75 variables and is accompanied with a data dictionary in a separate file.

Our goal is to perform a risk assessment of the portfolio and create application scorecard to predict the default event.

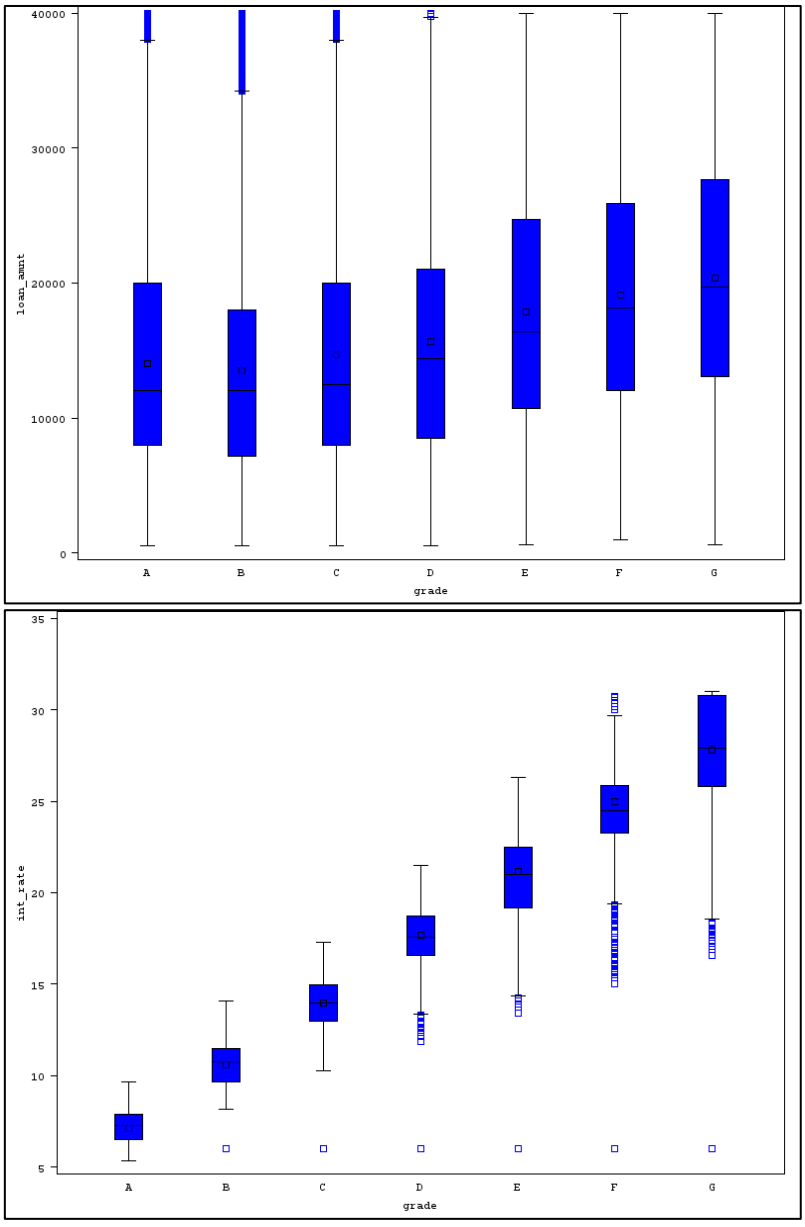
Please note that according to Basel II (2006) the likelihood of default is measured over a particular time horizon, for example 12 months (Engelmann & Rauhmeier, 2014, p. 31). Since we have only 1 snapshot of the loans from 2017 we can´t exactly determine if a loan issued on 01/2007 with 60 months tenor defaulted in 1 year or longer. For sake of this brief demonstration

of the credit risk modelling process we assume that all loans defaulted within the 12 months' time frame. This approach results into a more conservative estimates of the default probabilities (we are overestimating the PD).

3.1 Portfolio analysis

In Fig. 1 there are the Box-Plots of the interest rates and loan amounts against the grade. The grades are presumably the rating grades the Lending Club estimates in order to assess the lenders creditworthiness and sets risk margins to the interest rates. Higher letter in the alphabet indicates higher default risk. It is interesting to see that they don´t apply maximum thresholds on the approved credit limit. For example clients in grade "G" have higher mean and median loan amount than the clients in grade "A".

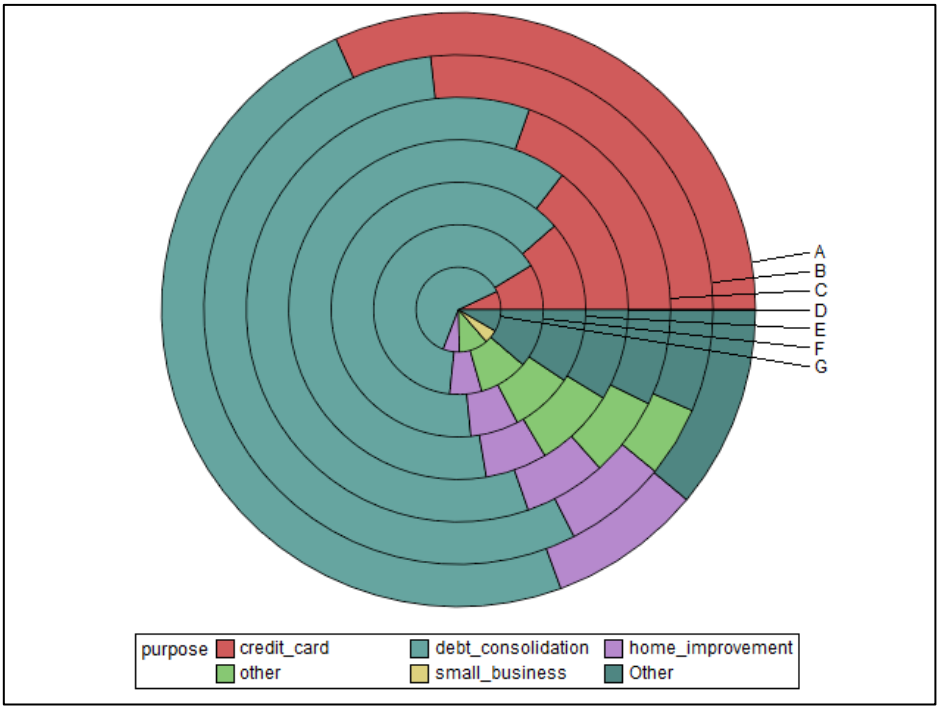
Fig. 1: Box plot of Loan Amount and Interest Rates by Grade



Source: Own Processing in SAS Enterprise Guide

The reason for the strange relationship between the loan amount and grade is the borrower's motivation. In Fig. 2 we can observe the distribution of loan purposes for each grade. As the grades deteriorate the portion of clients having loan purpose Debt Consolidation increases. This effect is called Debt Spiral. It seems that the borrowers fall into a cycle where they pay their debt with debt in order to delay insolvency.

Fig. 2: Stacked Pie Chart of Grade and Loan Purpose



Source: Own Processing in SAS Enterprise Guide

As expected we can observe in Table 1 that the default rate is monotonically increasing as the grade deteriorates.

Table 1: Default rate by Grade

Table of TARGET by Grade									
TARGET		Grade							Total
		A	B	C	D	E	F	G	
0	N	261951	445336	426292	189700	82125	25073	7363	1437840
	%	96.26	92.21	87.53	80.69	74.25	67.97	68.19	
1	N	10188	37620	60713	45388	28475	11814	3435	197633
	%	3.74	7.79	12.47	19.31	25.75	32.03	31.81	
Total	N	272139	482956	487005	235088	110600	36887	10798	1635473
Frequency Missing = 11305									

Source: Own Processing in SAS Enterprise Guide and Excel

3.2 Model development phase

Based on the LOAN_STATUS (Loan Status) variable we will classify the loans into two categories: default and non-default. In Table 2 we can observe three the most frequent categories: Charged Off, Current and Fully Paid. A Charge Off is a declaration by a creditor that an amount of debt is unlikely to be collected. We assume that Charged Off and Fully Paid statuses are terminal. The loans with Current status still carry the uncertainty that they end up as Fully Paid or Charged Off. Based on the high default rate we decided to build a more

conservative scorecard and use for the default event prediction only the loan statuses Charged Off (default event) and Fully Paid (non-default event). The overall event rate is 20.6242 %. The good/bad rate is unbalanced but we cannot consider the negative event as rare, hence sampling techniques to increase the event rate are not necessary.

Table 2: Loan Status distribution

LOAN_STATUS	Frequency	Percent
Charged Off	168,084	10.21
Current	788,950	47.91
Default	70	0.00
Does not meet the credit policy. Status:Charged Off	761	0.05
Does not meet the credit policy. Status:Fully Paid	1,988	0.12
Fully Paid	646,902	39.28
In Grace Period	10,474	0.64
Late (16-30 days)	5,786	0.35
Late (31-120 days)	23,763	1.44

Source: Own Processing in Excel

We split the dataset into 3 partitions: training and validation (split 70:30) containing 428,098 loans issues between the years 2007 and 2015. The 356,276 loans issued between 2015 and 2017 are used for testing the model stability and performance. The loans issued after 2017 are new and are not used for training nor testing due to the close proximity to the dataset snapshot reference date. As it is obvious from Table 3, the event rate of this sample is in comparison to the overall rate and the rates of the other partitions disproportionally low.

Table 3: Data Set Partitions

Sample Type	Time Range	Count	Event Rate
Train, Validation	<2007;2015)	428,098	17.06
Test	<2015;2017)	356,276	22.49
Hold Out	<2017;	30,612	9.92

Source: Own Processing in Excel

After an exhaustive analysis of the variables and their interpretation we had to remove some of them for the following most frequent reasons:

- too many missing values,
- information was not available to the investor at the time of the investment (e.g. total payment received, debt collected after charge off, loan issue date, …)
- too many distinct values (e.g. zip code, loan title, employer name, …).

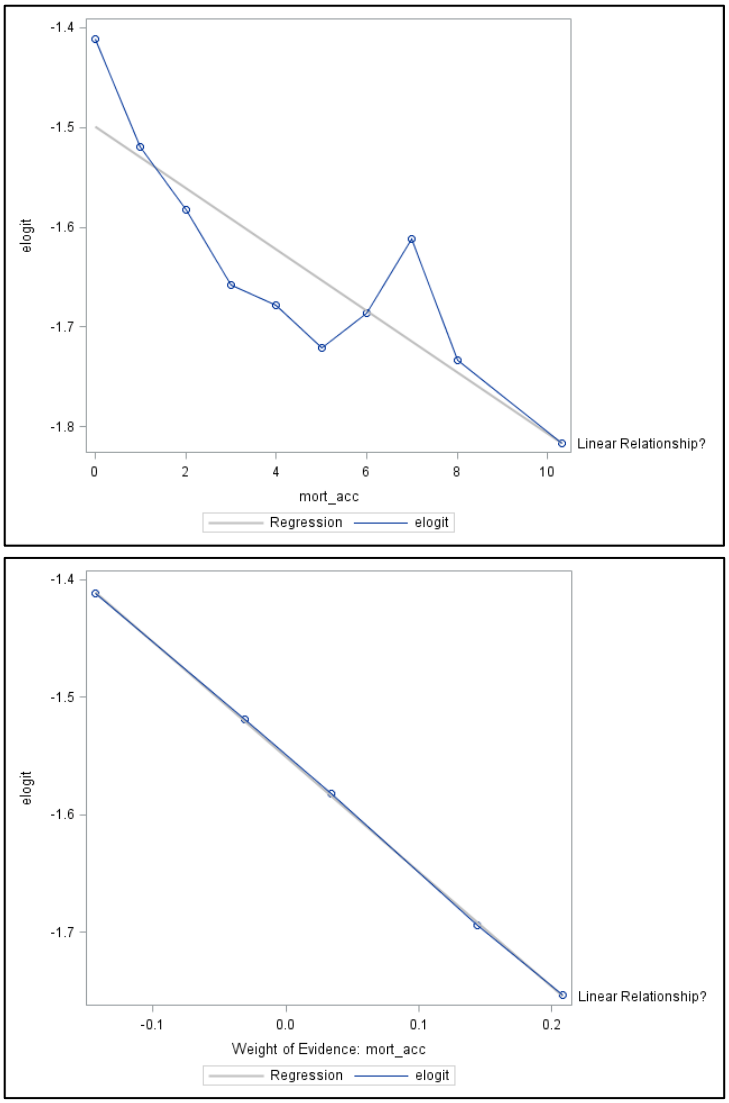
Based on the univariate analysis, the most probable risk driver ANNUAL_INC, interpreted as the self-reported annual income provided by the borrower during registration, indicates data quality issues or presence of outliers. The median annual income is $ 62,000. 1 % of all loans have their annual income over $ 240,000 and the maximal income is $ 7,500,000. Using the mean absolute deviation (MAD) statistics we excluded 17,107 observations by setting the cut-off value to 4 deviations from the median.

After the income filter we dropped from the analysis variables with over 30 % missing values. From the remaining list of variables we dropped additional 3 variables: INSTALLMENT (Monthly Instalment), TOTAL_ACC (Total number of credit lines currently in the borrower's credit file), PUB_REC_BANKRUPTIES (Number of Public Record Bankruptcies) since they have a statistically significant correlation over 0.5 with LOAN_AMT

(Loan Amount), MORT_ACC (Number of Mortgage Accounts), PUB_REC (Number of Derogatory Public Records).

The left variables ADDR_STATE, ANNUAL_INC, DTI, EMP_LENGTH, HOME_OWNERSHIP, INITIAL_LIST_STATUS, LOAN_AMNT, MORT_ACC, OPEN_ACC, PUB_REC, PURPOSE, REVOL_BAL, REVOL_UTIL, TERM, VERIFICATION_STATUS were transformed to WoE.

Fig. 3: Empirical logit of MORT_ACC and WoE_MORT_ACC



Source: Own Processing in SAS Enterprise Guide

The empirical logit plot of the Number of Mortgage Accounts (MORT_ACC) exhibited a nonlinear relationship of respective predictor values with the empirical logit. For example, the plot of logit vs. MORT_ACC demonstrates a logit decrease as the number of owned loans increases to 5, than suddenly from 5 to 7 the logit increases and at 8 decreases again. In the light of above, the WoE version of the variable was chosen instead. As it is obvious from the Fig. 3 this technique solves the violation of the linearity assumption of the logistic regression models. The MORT_ACC is now statistically sound but on the other hand is the variable behaviour expected? As the number of mortgage loan increases the logit decreases. We would

expect exactly the opposite thus we drop also this variable since the direction of the logit vs. MORT_ACC linear relationship is against our hypothesis.

The categorical variable VERIFICATION_STATUS also violates our hypothesis. According to the empirical results the loans that have a verified income have a significantly higher default event rate than loans where the borrower income was not verified. This anomaly should be investigated further by analysing the data flow and/or the internal application processes. This variable will be also dropped from the model, however it seems to have a moderately predictive power (IV over 0.3 on the training dataset).

WoE variables with IV below 0.02 were not used as input for the logistic regression model (namely DIFF_ISSUED_EARL_CR_LINE, INITIAL_LIST_STATUS, REVOL_BAL, PUB_REC, EMP_LENGTH).

The final logistic regression model contains following variables:

Table 4: Estimated Model Parameters

Parameter	Estimate	Error	p-value	Exp(Est)
Intercept	-1.5629	0.00527	<.0001	0.21
WOE_annual_inc	-1.3607	0.0348	<.0001	0.256
WOE_dti	-0.614	0.0223	<.0001	0.541
WOE_loan_amnt	-0.4945	0.0324	<.0001	0.61
WOE_purpose	-0.8215	0.0375	<.0001	0.44
WOE_term	-0.9769	0.011	<.0001	0.376
WOE_addr_state	-0.9035	0.0455	<.0001	0.405
WOE_fico_range_low	-1.0024	0.0176	<.0001	0.367

Source: Own Processing in SAS Enterprise Miner and Excel

We tested the statistical significance of the regression coefficients by stating the H_0: β_j *is equal to* 0 against the alternative hypothesis H_A: β_j *is not equal to* 0. Since the all $p - values$ for each coefficient are below the 5% significance level we can reject the H_0.

Table 5: Application Scorecard

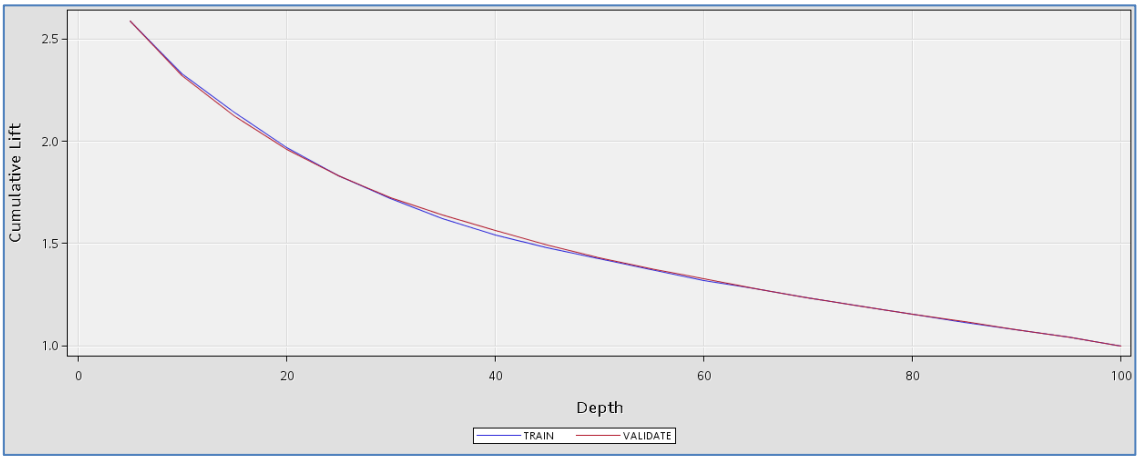
Variable	Category	Score
addr_state	**AL, DE, IA, MS, NE, NV, OK, TN, _MISSING_, _UNKNOWN_**	13
	AR, FL, HI, ID, IN, KY, LA, MD, ME, MI, MO, NC, NJ, NM, NY, OH, PA, RI, VA	17
	AZ, CA, MA, MN, SD, WI	20
	AK, CT, GA, IL, OR, TX, UT, WA	22
	CO, DC, KS, MT, NH, SC, VT, WV, WY	26
annual_inc	**annual_inc< 47000, _MISSING_**	12
	47000<= annual_inc< 72000	17
	72000<= annual_inc< 82000	23
	82000<= annual_inc< 105000	27
	105000<= annual_inc	33
dti	**dti< 8.85**	26
	8.85<= dti< 14.89	22
	14.89<= dti< 18.11	20

	18.11<= dti< 24.28	17
	24.28<= dti, _MISSING_	13
fico_range_low	**fico_range_low< 675, _MISSING_**	10
	675<= fico_range_low< 700	16
	700<= fico_range_low< 720	24
	720<= fico_range_low< 760	33
	760<= fico_range_low	51
loan_amnt	**loan_amnt< 8100**	23
	8100<= loan_amnt< 10500	21
	10500<= loan_amnt< 16000	18
	16000<= loan_amnt< 29775	16
	29775<= loan_amnt, _MISSING_	14
purpose	**MOVING, OTHER, RENEWABLE_ENERGY, SMALL_BUSINESS, _MISSING_, _UNKNOWN_**	14
	DEBT_CONSOLIDATION, HOUSE, MEDICAL, VACATION	17
	EDUCATIONAL, HOME_IMPROVEMENT	22
	CAR, CREDIT_CARD, MAJOR_PURCHASE, WEDDING	24
term	**60 MONTHS, _MISSING_, _UNKNOWN_**	-4
	36 MONTHS	28

Source: Own Processing in SAS Enterprise Miner and Excel

Thanks to the scorecard above we can now easily calculate and interpret the decision making process to approve or reject the borrowers loan application. Let us assume the scorecard cut-off score is 134 points. We have a client from Alabama (AL) who requests a $ 20,000 loan to consolidate his debts. He wants to pay it in 60 monthly instalments. He has a FICO score of 650, annual income $ 80,000 and debt to income ratio of 40 %. His application score is $13 + 23 + 13 + 10 + 16 + 17 - 4 = 88$ that is way below the threshold. Due to his combination of risk factors we can expect that his probably of default will be high. The decision will be to reject his loan application.

Fig. 4: Cumulative Lift Curve on Train and Validate Dataset



Source: Own Processing in SAS Enterprise Miner

Based on the Fig. 4 we can state: If we select randomly 10 % of the population using no model, we should identify 10 % of loans that will default and using the model we should identify 22.32 % of loans that will default.

Table 6: Goodness of Fit Statistics on Train, Validate and Test Dataset

Fit Statistic	Train	Validate	Test
Area Under ROC	0.69	0.69	0.67
Gini Coefficient	0.37	0.37	0.33
Kolmogorov-Smirnov Statistics	0.26	0.27	0.23

Source: Own Processing in SAS Enterprise Miner and Excel

The Table 6 depicts 3 Goodness of Fit Statistics calculated on the training, validation and test data set. By comparing the statistics we can conclude that the model is stable since the statistics are very similar on all subsets.

Let us now validate the risk factors for the annual income 1st and the most risky category "*annual_inc< 47000, _MISSING_"* on the validation data set. The in-sample (training dataset) default rate for this category is 19.94 % computed from the total number of 282,561 loans. We set the H_0 for the out-of-sample set (validation dataset) a value of 19.94 %. We can observe in Fig. 5 the realized default rates are given by the proportion 0.1982. For the first annual income category the 95 % confidence limits are 0.1943 and 0.2021, which include 0.1994. Thus, the test $H_0 = 0.1994$ is not rejected. The in-sample and out-of-sample realized default rates are identical for the risk factor annual incomes 1st category.

Fig. 5: Output from the SAS PROC FREQ procedure

The FREQ Procedure

Grouped: annual_inc=1

TARGET	Frequency	Percent	Cumulative Frequency	Cumulative Percent
0	31915	80.18	31915	80.18
1	7888	19.82	39803	100.00

Binomial Proportion	
TARGET = 1	
Proportion	0.1982
ASE	0.0020
95% Lower Conf Limit	0.1943
95% Upper Conf Limit	0.2021
Exact Conf Limits	
95% Lower Conf Limit	0.1943
95% Upper Conf Limit	0.2021

Test of H0: Proportion = 0.1994	
ASE under H0	0.0020
Z	-0.6112
One-sided Pr < Z	0.2705
Two-sided Pr > |Z|	0.5411

Source: Own Processing in SAS Enterprise Guide

4 Conclusion

The methods presented and applied in above represent only a small grain of sand in the wide Risk Management universe. Each decision made during the scorecard development process, whether it is on the definition of the target, choice of risk factors, applied transformations or used cut-offs begin a chain of events that impact the future performance of the scorecard and the credit health of the lenders portfolio. Therefore each small step has to be taken with caution and in line with the internal credit processes and the regulators guidelines.

References

1. Baesens, B., Rösch, D., & Scheule, H. (2016). *Credit risk analytics measurement techniques, applications, and examples in SAS.* Hoboken, NJ: Wiley.
2. Engelmann, B., & Rauhmeier, R. (2014). *The Basel II Risk Parameters Estimation, Validation, Stress Testing - with Applications to Loan Risk Management.* Berlin: Springer Berlin.
3. Siddiqi, N. (2017). *Intelligent credit scoring: Building and implementing better credit risk scorecards*. Hoboken, NJ: Wiley.
4. Pacakova, V. et al.(2009). *Štatistické metódy pre ekonómov.* Bratislava: Iura Edition.
5. *International convergence of capital measurement and capital standards: A revised framework. Comprehensive version.* (2006). Basilea (Suiza): Bank for International Settlements. Basel Committee on Banking Supervision.

Potenciál a úskalia fenoménu „big data“

Potential and obstacles of the „big data“ phenomenon

Pavol Jurík[1]

Abstrakt

Vďaka prudkému technologickému pokroku, ktorý odštartoval približne v 90. rokoch 20. stor., je ľudstvo v súčasnej dobe schopné zaznamenávať a spracovávať väčšie kvantá údajov ako kedykoľvek predtým. Došlo k masívnemu rozšíreniu prostriedkov na zaznamenávanie údajov, medzi ktoré môžeme zaradiť napr. fotoaparáty s vysokým rozlíšením (desiatky megapixelov), smartfóny, vreckové počítače, notebooky, bezdrôtové senzorické siete, sociálne siete, satelity obiehajúce po obežnej dráhe Zeme, vesmírne teleskopy a pod. Vďaka existencii týchto prostriedkov dochádza k zaznamenávaniu obrovských objemov údajov (tzv. „big data“), a to na každodennej báze. „Big data“ preto v súčasnosti predstavujú často skloňovaný fenomén a sú s nimi spojené veľké očakávania. Cieľom tohto článku je identifikovať potenciálny prínos „big data“ pre rozličné oblasti ľudských aktivít, ako aj úskalia, ktoré sú so spracovávaním a uchovávaním „big data“ spojené.

Kľúčové slová

„Big data“, potenciálne prínosy, marketing, štruktúrované údaje, neštruktúrované údaje

Abstract

Thanks to the rapid technological progression that has started around the 1990s, humanity is currently able to record and process larger amounts of data than ever before. There has been a massive expansion of data capture tools, such as high resolution cameras (tens of megapixels), smartphones, handheld computers, laptops, wireless sensor networks, social networks, earth--orbiting satellites, space-bound telescopes, and so on. Because of the availability of these tools, huge amounts of data (so-called "big data") are recorded on a daily basis. "Big data" are therefore an often discussed phenomenon and are associated with great expectations. The aim of this article is to identify potential benefits of "big data" for different areas of human activities as well as difficulties associated with processing and storing of "big data".

Key words

„Big data“, potential benefits, marketing, structured data, unstructured data

JEL classification

C55

1 Úvod

Vďaka prudkému rozvoju informačných technológií, ktorého sme svedkami približne od 90. rokov 20. stor., postupne vzniklo množstvo možností, pomocou ktorých sa dajú zbierať, uchovávať, prenášať a spracovávať údaje. Zatiaľ čo v minulosti boli hlavnými prostriedkami na uchovávanie údajov knihy, časopisy a rozličné písané či tlačené dokumenty, digitalizácia textu umožnila uchovávanie údajov v mnohých alternatívnych formách, akými sú napr. elektronické dokumenty, e-knihy, počítačové súbory rozmanitých formátov, audio a video

[1] Ing. Pavol Jurík, PhD.: Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, SR, email: pavol.jurik.euba@gmail.com.

záznamy, webové stránky, databázy, dátové sklady a pod. Rozvoj počítačových sietí zasa priniesol pokročilé možnosti ich rýchleho prenosu na geograficky veľmi vzdialené miesta (často presahujúce hranice štátov i kontinentov).

V súvislosti s hromadením obrovských kvánt údajov sa v ostatných rokoch často používa pojem „big data“ (t. j. „veľké údaje“). Spoločnosť Gartner, Inc. definuje „big data“ ako „veľkoobjemové, vysokorýchlostné a/alebo veľmi rozmanité (mnohotvárne) informačné aktíva, ktoré si vyžadujú nákladovo efektívne a inovatívne formy ich spracovania tak, aby nám umožnili získanie lepšieho náhľadu na určitý problém, pomohli pri rozhodovaní a automatizácii procesov.“ (Gartner, 2018). Podľa Infostatu existuje viacero rozličných definícií pojmu „big data“, ale takmer vo všetkých sa spomínajú tri základné charakteristiky (Suja, Infostat, 2014):

- *Množstvo* (*Volume*) – typické sú veľké objemy údajov, ktoré spravidla začínajú na desiatkach terabajtov.
- *Rýchlosť* (*Velocity*) – rýchlosť, s akou údaje vznikajú, príp. rýchlosť, s akou sú spracovávané.
- *Pestrosť* (*Variety*) – rôznorodosť údajových formátov.

Niektorí autori rozširujú definíciu pojmu „big data“ aj o iné charakteristiky. K takýmto autorom patrí napr. Pokorný, podľa ktorého sa k „big data“ vzťahujú aj tieto aspekty (Pokorný, 2014):

- *Vierohodnosť* (*Veracity*) – vo veľkých kvantách údajov sa môže nachádzať množstvo údajov, ktoré sú nepresné a táto nepresnosť často pramení už z ich podstaty.
- *Hodnota* (*Value*) – vo veľkých kvantách údajov sa treba zorientovať a vyselektovať spomedzi nich tie, ktoré sú skutočne užitočné.
- *Vizualizácia* (*Vizualization*) – ide o problém hľadania vhodných foriem vizuálneho zobrazenia údajov tak, aby boli pre človeka prehľadnejšie a zrozumiteľnejšie.
- *Variabilita* (*Variability*) – ide problém spojený s tým, že niektoré množiny údajov môžu mať rozličné významy, resp. kontexty. Tieto významy a kontexty sa pritom môžu odlišovať od tých, na ktoré sa sústredia riešitelia určitého problému v čase spracovania údajov.
- *Nestálosť* (*Volatility*) – údaje rýchlo zastarávajú. S tým súvisí otázka, ako dlho môžu byť údaje uložené a od kedy ich už pre potreby vykonania aktuálnych analýz nemôžeme považovať za relevantné.

Všimnime si, že autori zvyknú jednotlivé vlastnosti „big data“ pomenovávať tak, aby sa v anglickom jazyku začínali písmenom „V“. Ide pravdepodobne o symbolické vyjadrenie toho, že „big data“ nemajú hranice, keďže písmeno „V“ pripomína postupne sa rozširujúci priestor. To však nie je úplne pravda, keďže sme pri práci s „big data“ v skutočnosti limitovaní veľkosťou a cenou disponibilných pamäťových úložísk, výkonnosťou algoritmov a technológií určených na spracovanie údajov, ako aj výkonnosťou a cenou zariadení (servery, klastre a pod.), na ktorých sa tieto algoritmy, resp. technológie môžu realizovať.

2 Potenciál, ktorý sa skrýva v „big data“

Charvát na webových stránkach magazínu MontyRich tvrdí, že: „Okolo pojmu big data sa v ostatných rokoch vytvorila atmosféra úžasu a očakávania možnej revolúcie IT sveta.“ (Charvát, 2014). Dolák na serveri Systemonline.cz zasa uvádza: „BI (Business Intelligence) projekty honosiace sa názvom Big Data sa u zákazníkov v ostatnej dobe tešia veľkej popularite. Nezriedka je nemožné presadiť projekt, ktorý toto slovné spojenie nemá vo svojom názve, a to

bez ohľadu na to, že projekt nemá podľa všeobecne akceptovaných definícií nič spoločné s Big Data. Podstatne horšie než táto skutočnosť sú však nezmyselné očakávania, ktoré manažment od týchto projektov máva, vyplývajúce väčšinou z nepochopenia prínosu Big Data technológií.“ (Dolák, 2015).

Z týchto a mnohých ďalších vyjadrení je evidentné, že podľa mnohých odborníkov sú „big data“ preceňované a pre mnohé firmy pôsobiace v oblasti IT ide skôr o marketingový nástroj určený na podporu predaja ich softvérových a hardvérových produktov. Napriek tomu však nemôžeme poprieť skutočnosť, že „big data“ v sebe skrývajú veľký potenciál. V tejto kapitole si preto priblížime oblasti, v ktorých môže byť práca s „big data“ reálnym prínosom.

Jednou z najdôležitejších oblastí pre prácu s „big data“ je podniková sféra. Informácie sa stávajú nástrojom konkurenčného boja medzi firmami a ich dostupnosť a kvalita môžu rozhodnúť o úspechu alebo neúspechu tej-ktorej firmy na trhu. Z tohto dôvodu sa firmy v súčasnosti usilujú o získanie čo najväčšieho objemu kvalitných údajov za účelom ich ďalšej analýzy a extrakcie nových, často prekvapujúcich informácií alebo poznatkov (datamining). Ide pritom nielen o interné údaje (ako napr. údaje o spokojnosti zamestnancov, o ich produktivite, o kvalitatívnych parametroch vyrábaných produktov alebo poskytovaných služieb, o vlastnom hospodárení firmy a pod.), ale aj externé údaje (spätná väzba od zákazníkov, spotrebiteľské preferencie, údaje o konkurencii, národnej a nadnárodnej legislatíve, o najnovších výsledkoch v oblasti vedy a výskumu a pod.).

Podľa Forbes Insights „neexistuje momentálne asi žiadna oblasť, pre ktorú sú „big data“ väčším prínosom, než oblasť marketingu.“ (Forbes Insights, 2013). Pri tomto pomerne odvážnom tvrdení sa opierajú o štúdiu, ktorú realizovali v spolupráci so spoločnosťou Rocket Fuel, podľa ktorej obchodníci používajúci „big data“ vyťažia zo svojich predajných aktivít viac než tí, ktorí „big data“ nepožívajú. Štúdia sa realizovala na vzorke 211 pracovníkov pracujúcich na pozícii senior predajca v USA. Jedným zo zistení tejto štúdie bolo, že spomedzi firiem, ktoré nepretržite využívajú „big data“ v spojitosti s komunikáciou a pôsobením na zákazníka, 60% presiahlo svoje pôvodne stanovené predajné ciele (Forbes Insights, 2013). Napriek tomu, že výsledky tejto štúdie sú v prevažnej miere pozitívne, môžeme si ich interpretovať aj z opačného pohľadu, a to tak, že investovanie finančných prostriedkov do práce s „big data“, nezaručuje automaticky úspech.

V oblasti marketingu môžu „big data“ priniesť zlepšenia najmä pri realizácii týchto činností:

- *Plánovanie marketingových stratégií* – vďaka údajom o názoroch a preferenciách spotrebiteľov, o ich nákupnom správaní a spôsoboch, akými používajú nakúpené výrobky môžu predajcovia plánovať stratégie určené na oslovenie špecifických skupín zákazníkov. Dôležitá je pritom segmentácia trhu, t. j. snaha o rozčlenenie trhu na niekoľko skupín zákazníkov, ktoré sú vnútorne homogénne vo vzťahu k určitej spoločnej charakteristike. Ak sú zákazníkmi fyzické osoby, potom kritériami môžu byť napr. (ManagementMania.com, 2015):
    - *geografické kritériá* – región, krajina, kontinent a pod.,
    - *demografické kritériá* – vek, pohlavie, etnikum, náboženstvo, rodinný stav a pod.,
    - *socioekonomické kritériá* – socioekonomický status, napr. vzdelanie, povolanie, príjem, spoločenské alebo pracovné postavenie a pod.,
    - *psychologické kritériá* – napr. životné záujmy, postoje, hodnoty a pod.,
    - *kritériá týkajúce sa nákupného správania* – frekvencia a rozsah nákupov, lojalita k danej firme (t. j. či sa zákazník špecializuje na určitú značku, alebo nakupuje od rozličných firiem), postoj k riziku a pod.

Ak sú zákazníkmi právnické osoby, potom kritériami môžu byť napr. (ManagementMania.com, 2015):

- *geografické kritériá*– región, krajina, kontinent a pod.,
- *charakteristiky organizácie* – sektor, odvetvie alebo odbor, v ktorom daná organizácia pôsobí, veľkosť organizácie (malý, stredný či veľký podnik), kultúra organizácie (podnikové zvyky a hodnoty) a pod.,
- *prevádzkové charakteristiky* – typ výroby, organizácia nákupu, naliehavosť dodávok (napr. zásobovanie typu Just-in-Time), kvalitatívne požiadavky na nakupované tovary alebo služby a pod.,
- *kritériá týkajúce sa nákupného správania* – nákupná politika organizácie (nákupná stratégia), kritériá nákupu, frekvencia nákupu a pod.

- *„customizácia"* – ide o snahu prispôsobiť určitý produkt alebo službu potrebám konkrétneho zákazníka. To sa dá realizovať na základe analýz údajov o preferenciách alebo názoroch konkrétneho zákazníka, ale aj na základe analýz obrovských kvánt údajov o názoroch alebo potrebách toho segmentu trhu, do ktorého zákazník patrí. Druhým z týchto dvoch spôsobov však pravdepodobne nedosiahneme tak kvalitné výsledky, keďže názory ľudí patriacich do toho istého segmentu sa môžu od seba výrazne odlišovať a navyše sa môže stať, že ak sa na trh pozeráme z rôznych hľadísk, potom môže tá istá osoba pri rozličných pohľadoch patriť do rozličných segmentov a môže byť náročné vzájomne skĺbiť ich požiadavky.
- *Tvorba cenovej politiky* – na základe dôslednej analýzy dostupných údajov môžu firmy pre svoje produkty a služby stanoviť také ceny, ktoré sú akceptovateľné pre príslušný trhový segment. Pre rôzne trhové segmenty pritom môžu byť stanovené rôzne ceny.
- *Rozpoznávanie vzorcov v nákupnom správaní spotrebiteľov* – on-line slovník BusinessDictionary.com definuje nákupné správanie ako „typický spôsob, akým spotrebitelia nakupujú tovary alebo služby (alebo akým firmy rozosielajú svoje nákupné objednávky) z hľadiska množstva, frekvencie, načasovania a pod." (BusinessDictionary.com, 2018). Analýzou dostupných údajov o zrealizovaných nákupoch sa dajú identifikovať určité vzorce v nákupnom správaní konkrétnych fyzických alebo aj právnických osôb.
- *Analýza ziskovosti reklamy* – vďaka analýze údajov môžu firmy už v priebehu reklamnej kampane vyhodnocovať jej účinnosť a vplyv na rozličné segmenty trhu a podľa toho túto reklamu prispôsobovať tak, aby bola čo najviac účinná a aby nedochádzalo k zbytočnému plytvaniu finančnými prostriedkami.
- *Predpovedanie trendov* – situácia na trhu a spotrebiteľské preferencie sa vyvíjajú v čase. Firmy, ktoré sú schopné tieto trendy do určitej miery predpovedať, môžu skôr na trh umiestňovať vhodné produkty a predbiehať tak svoju konkurenciu. Treba však zdôrazniť, že „big data" určite nie sú čarovnou guľou, ktorá by bola schopná s istotou predpovedať budúcnosť. Ide teda len o odhady, ktoré sa môžu, ale nemusia, naplniť.
- *Analýza návratnosti investícií – návratnosť investície* (z angl. *return of investment*) je pomer medzi čistým ziskom a nákladmi súvisiacimi s investíciou do určitého zdroja. Ide o dôležitý ukazovateľ, ktorý firmu informuje o tom, do akej miery sa oplatilo investovať napr. do výskumu a vývoja za účelom skvalitňovania ponúkaných produktov alebo služieb, do akej miery sa oplatilo vytvoriť nový komunikačný kanál medzi obchodnými zástupcami firmy a jej zákazníkmi a pod.

„Big data“ však nenachádzajú uplatnenie len v podnikovej sfére. Ďalšou oblasťou ľudských aktivít, pri ktorej môžu byť „big data“ veľkým prínosom je medicína. Vďaka analýze údajov o symptómoch tisícov alebo miliónov pacientov a ich zdravotných problémoch, resp. diagnózach môžeme odhaliť skryté súvislosti medzi diagnózami a ich sprievodnými symptómami. To môže byť nápomocné nielen pri určovaní aktuálnych diagnóz pacientov, ale aj pri predpovedaní náchylnosti individuálnych pacientov na výskyt konkrétnych zdravotných problémov a pod. Mnohé pochody a súvislosti v ľudskom organizme zatiaľ zostávajú skryté nášmu poznaniu, alebo sa ich doposiaľ nepodarilo vedecky potvrdiť. V medicínsky orientovaných „big data“ sa preto nachádza obrovský potenciál, ktorý môže mať prínos pre celé ľudstvo.

Ako príklad aplikácie „big data“ v medicíne môžeme uviesť nestráviteľné pilulky vyvinuté spoločnosťou Proteus. Tieto pilulky obsahujú množstvo senzorov a počas ich putovania tráviacim traktom pacienta sú schopné zaznamenávať terabajty údajov. Zaznamenané údaje sú v reálnom čase odosielané na mobilné zariadenie pacienta a následne na cloudové úložisko slúžiace pre ich dlhodobé uchovávanie a ďalšiu analýzu. Vďaka tomu môže lekár získať množstvo aktuálnych informácií priamo zvnútra pacienta a môže tak rýchlejšie prispôsobovať jeho liečbu aktuálnemu stavu pacienta (Proteus, 2018). Ako uvádzajú Bednár a Sarnovský, podľa štatistík zomrie v USA na následky predvídateľných chýb lekárov približne 400 000 pacientov ročne (Bednár, Sarnovský, 2017). Hlavným cieľom „big data“ v oblasti medicíny by preto malo byť poskytnúť lekárom v čo najrýchlejšom čase správne informácie pre stanovenie správnej diagnózy a adekvátneho liečebného postupu pacientov.

Ďalšou oblasťou, ktorá je svojou povahou ideálna pre prácu s „big data“ je šport. Vďaka video záznamom, a taktiež vďaka senzorom, ktoré snímajú obrovské kvantá údajov a v reálnom čase ich odosielajú na stanovené úložisko, je možné prostredníctvom počítača veľmi detailne analyzovať individuálne aj kolektívne športové výkony a rozličné faktory, ktoré ich ovplyvňujú. Tréneri môžu overovať správnosť svojich taktických rozhodnutí, porovnávať výkonnosť vlastného, ale aj cudzieho tímu oproti historickým hodnotám, porovnávať výkonnosť a aktuálnu formu individuálnych hráčov, analyzovať drobné detaily v technike, ktoré môžu rozhodovať o úspechu alebo neúspechu v rozličných herných, resp. športových činnostiach, a pod. Vďaka možnostiam práce s „big data“ sú dnes na pozadí niektorých športových klubov doslova vedecké tímy, ktoré analyzujú nielen svoj vlastný klub, ale aj konkurenčné kluby za účelom stanovenia čo najlepšej hernej stratégie „šitej na mieru“ voči tomu-ktorému klubu, ba dokonca aj voči jeho jednotlivým hráčom.

Senzory môžu byť umiestnené priamo na telách hráčov počas tréningu, čo umožňuje zbierať a vyhodnocovať presné údaje o spôsobe ich pohybu na ihrisku, tepovej frekvencii, tlaku, rýchlosti dýchania, miere zapojenia jednotlivých svalov do konkrétnych pohybov a pod. Vďaka tomu sa dá optimalizovať pohybová technika športovca, čo ho môže „dotlačiť“ k maximálnym športovým výkonom.

Veľmi sľubnou oblasťou pre uplatnenie „big data“ je aj astronómia. Ako uvádza Meyer: „na začiatku tohto roka astronómovia užasli nad fascinujúcim zistením: neďaleko stredu našej galaxie pravdepodobne existujú tisíce čiernych dier. Röntgenové snímky, ktoré umožnili tento objav, nepochádzajú z nejakého špičkového teleskopu. Nepochádzajú ani zo súčasného obdobia – niektoré z údajov, boli zozbierané pred takmer dvadsiatimi rokmi. Vedci teda objavili čierne diery analýzou starých, dlhodobo archivovaných údajov.“ (Meyer, 2018).

Jestvuje veľké množstvo otázok, ktoré už od nepamäti trápia odborníkov z oblasti astronómie. Napr. ako vznikajú galaxie a ako sa vyvíjajú? Ako vznikajú hviezdy a planéty? Aké sú trajektórie nebeských telies? Existuje vo vesmíre život? Je možné, že vďaka analýze „big data“ sa nám v blízkej či vzdialenej budúcnosti podarí získať aspoň čiastkové odpovede na niektoré z nich.

Medzi ďalšie oblasti vhodné pre spracovanie veľkých kvánt údajov môžeme zaradiť najmä *biológiu* (štúdium génov rozličných druhov rastlín a zvierat, predpovedanie ďalšieho vývoja fauny a flóry, analýza vzájomných súvislostí vo výskyte rozličných druhov a pod.), *vulkanológiu* (štúdium a predpovedanie aktivity sopiek), *antropológiu* (štúdium historického a budúceho vývoja človeka), *kultúrnu antropológiu* (štúdium ľudského správania sa a myslenia), *archeológiu* (na základe analýzy údajov o rozličných náleziskách je možné stanovovať pravdepodobné výskyty iných, doposiaľ neobjavených nálezísk), *ekológiu* (štúdium vzájomných vzťahov medzi rozličnými druhmi organizmov a životným prostredím, ako aj štúdium vplyvu človeka na životné prostredie), *farmakológiu* (štúdium účinkov liečiv a liekov od ich požitia až po vylúčenie z organizmu, a to z krátkodobého, ale aj dlhodobého hľadiska, a tiež štúdium vzájomného pôsobenia rozličných liečiv a liekov a ich kontraindikácií), *geomorfológiu* (štúdium reliéfu zemského povrchu a jeho vývoja v čase), *klimatológiu* (štúdium klimatických zmien, posunu klimatických pásiem a vplyvu ľudskej činnosti na klimatické zmeny), *meteorológiu* (predpovedanie počasia, výskytu hurikánov, povodní, požiarov a pod.), *seizmológiu* (analýza zemetrasení a predpovedanie ich výskytu), *sociológiu* (štúdium trendov vo vývoji rodín a ľudských spoločenstiev, štúdium toho, čo drží spoločnosť pohromade, a čo, naopak, spôsobuje rozpad alebo radikálne zmeny v spoločnosti) a *iné vedné disciplíny*.

3 Úskalia práce s „big data“

V kapitole 2 sme sa venovali rozličným oblastiam, pri ktorých môže byť zhromažďovanie a spracovávanie veľkých kvánt údajov skutočným prínosom. „Big data“ sami o sebe však spravidla nie sú dokonalé a istotne ich preto nemožno automaticky považovať za všeliek schopný vyriešiť všetky problémy ľudstva. V tejto kapitole sa zameriame na opis problémov, ktoré sú s prácou s „big data“ úzko spojené. Ide najmä o tieto problémy:

1. **Väčšie množstvo údajov nemusí byť vždy prínosom –** na prvý pohľad sa môže zdať, že čím väčšie množstvo údajov máme k dispozícii, tým lepšie. To však nemusí byť vždy pravda, keďže väčšie kvantá údajov sú náročnejšie na spracovanie a môže byť zložitejšie spomedzi obrovského množstva rozličných údajov vyselektovať práve tie, ktoré sú podstatné z hľadiska riešeného problému (niektoré podmnožiny údajov sa môžu javiť ako relevantné, no v skutočnosti môžu byť iba zavádzajúce). Aj z bežného života vieme, že vo veľkom kvante údajov sa niekedy stráca podstata, a presne toto môže byť problém aj pri spracovávaní „big data“, najmä ak sú tvorené rozmanitými skupinami významovo odlišných údajov.
2. **Nízka kvalita údajov** – veľké množstvo údajov nezaručuje ich kvalitu. V databáze sa môžu vyskytovať porušené, resp. neúplné, chýbajúce, nepresné alebo vyslovene chybné údaje, ďalej údaje, ktoré sa vymykajú očakávaným hraniciam (čo môže, ale nemusí, indikovať chybu), zle označené údaje (chyby vo vzorkovaní) a pod. Všetky tieto nedostatky výrazne komplikujú spracovávanie údajov a môžu spôsobiť, že dosiahnuté výsledky nebudú zodpovedať realite.
3. **Integrácia rozporuplných (alias konfliktných) alebo redundantných (mnohonásobne uchovávaných, nadbytočných) údajov v rozličných formátoch a z rozličných zdrojov** - napr. z rozličných databázových systémov, multimediálnych súborov (obrázky, zvukové a/alebo obrazové záznamy), z rozličných foriem textových súborov (štruktúrovaný alebo neštruktúrovaný text, údaje v slovnej verzus číselnej podobe) a pod.
4. **Nedostupnosť údajov alebo náročnosť zabezpečenia prístupu k nim** – niektoré podmnožiny údajov, ktoré sú nevyhnutné pre komplexnú analýzu riešeného problému, môže byť náročné získať, napr. z dôvodu absencie oprávnení či prílišnej finančnej alebo

technickej náročnosti procesu ich získavania. Analýza vychádzajúca z nekompletných údajov pritom môže viesť ku skresleným výsledkom, príp. sa vôbec nedá zrealizovať.

5. **Obmedzenia v efektívnosti a prispôsobivosti (škálovateľnosti) algoritmov určených na spracovanie „big data“** – ani veľké množstvo kvalitných a relevantných údajov nezaručuje získanie dobrého výsledku, ak tieto údaje nie sú spracovávané adekvátnym spôsobom. Efektívnosťou algoritmu rozumieme jeho schopnosť získať správny výsledok v čo najkratšom čase a s využitím čo najmenšieho počtu prostriedkov – technických, finančných, ľudských a pod. Okrem efektívnosti sa môžu vyskytnúť problémy aj s prispôsobivosťou algoritmu – algoritmus môže napr. očakávať údaje v inej podobe, než sú práve k dispozícii. Potom sa musíme zaoberať otázkou, či sme schopní transformovať údaje do tvaru, ktorý ten-ktorý algoritmus očakáva, alebo či sme nútení hľadať iný algoritmus.
6. **Zastarávanie údajov** – ako sme už spomenuli v kapitole 1, údaje veľmi rýchlo zastarávajú. Je preto treba si položiť otázku, ako staré údaje môžeme ešte z hľadiska konkrétneho výskumu považovať za relevantné. Odpoveď na túto otázku je potrebné hľadať vždy v spojitosti s konkrétnou oblasťou, resp. vednou disciplínou, v ktorej sa výskum realizuje, a tiež v spojitosti so špecifikami konkrétneho výskumného projektu.
7. **Chybné korelácie** – silnou stránkou dataminingu je vyhľadávanie korelácií (čiže vzájomných vzťahov medzi dvoma procesmi alebo veličinami). Výsledkom však často býva nájdenie korelácií medzi javmi, ktoré spolu v skutočnosti nesúvisia. Dobrý príklad uvádza Bekker: „Predpokladajme, že počet predaných albumov hardrockovej skupiny AC/DC počas určitého roku v USA poklesol oproti minulému roku a súčasne poklesla aj kriminalita v USA. Malo by to znamenať, že hudba skupiny AC/DC podnecuje ľudí k porušovaniu zákona? Nie. Ale „big data“ nám túto koreláciu tak či tak ukážu. A takto môžeme strácať čas tým, že budeme hľadať zopár skutočne zmysluplných korelácií v mori nezmyselných.“ (Bekker, 2018).
8. **Vysoké náklady potrebné na nákup a údržbu výkonných softvérových nástrojov, serverov a dátových úložísk** – práca s „big data“ je finančne nákladná, a preto si ju malé a stredné podniky, ako aj nízkorozpočtové vedecko-výskumné organizácie len málokedy môžu dovoliť. Rozvoj technológií cloud computingu však prináša vítanú zmenu, pretože umožňuje prenájom výpočtovej techniky na diaľku od externého poskytovateľa, a to pri nižších nákladoch, než by bolo potrebné vynaložiť pri ich zakúpení a prevádzkovaní „in-house“. Vďaka tomu sa práca s „big data“ stáva prístupnejšia aj pre nízkorozpočtové firmy a organizácie.
9. **Spracovávanie už spracovaných údajov môže viesť ku skresleným výsledkom** – predstavme si, že určitý text prekladáme z ruštiny do japončiny. Vzhľadom na to, že ide o veľmi odlišné jazyky, môže sa stať, že sa prekladom mierne pozmení význam niektorých slovíčok, a tým aj viet ako takých. Pri kvalitnom preklade by podstata mala zostať zachovaná, no predstavme si, že tento text budeme z japončiny ďalej prekladať napr. do portugalčiny. Opäť môže dôjsť k jemným odchýlkam pri preklade, ktoré výsledný text stále viac a viac vzďaľujú od jeho pôvodného významu vyjadreného v ruštine. Tento príklad ilustruje skutočnosť, že ak algoritmy určené na spracovávanie „big data“ pracujú s už spracovanými údajmi (a teda nie so surovými údajmi, ktoré doposiaľ spracované neboli), môže to viesť ku skresleným, nepresným výsledkom. K tomu dochádza vtedy, ak sú výstupy jedného algoritmu určené ako vstupy do iného algoritmu. Čím dlhší je reťazec takto spolupracujúcich algoritmov, tým väčšmi je pravdepodobné, že konečný výsledok bude skreslený oproti realite.

10. **Potreba transformácie neštruktúrovaných údajov do štruktúrovanej podoby** – *štruktúrované údaje* sú také, pre ktoré existuje jasne definovaný samostatný dátový model určujúci *entity* (napr. pacient, liek, symptóm), *atribúty*, ktoré ich opisujú (napr. vek pacienta, pohlavie pacienta, dĺžka užívania lieku) a *kardinality vzťahov medzi entitami* (1:1, 1:N, M:N). Ide teda o údaje zapísané v relačných databázach, multidimenzionálnych dátových skladoch, ale aj údaje zapísané v štruktúrovaných textových súboroch, ako sú dokumenty typu XML (Extensible Markup Language), XBRL (Extensible Business Reporting Language) a pod., keďže údaje zapísané v týchto typoch dokumentov vieme jednoducho pretransformovať do podoby relačnej databázy a naopak. *Neštruktúrované údaje* sú také, ktoré nemajú svoj vlastný dátový model. Ide najmä o údaje uložené v audio záznamoch, video záznamoch, obrázkoch (.jpeg, .png a pod.), animáciách (napr. .gif), neštruktúrované textové údaje (textové odstavce v knihách, časopisoch, novinách, rukou písaných poznámkach, údaje zverejnené v textovej podobe na sociálnych sieťach, webových stránkach, hlavičky a telá e-mailových správ a pod.), senzorické údaje (ide o výstupné údaje zo senzorických zariadení, ktoré sú nastavené tak, aby zaznamenávali určité podnety z fyzického prostredia, ktoré ich obklopuje, napr. aktuálnu teplotu, tlak, vlhkosť, intenzitu hluku, vibrácie a pod.). Ak chceme vykonať algoritmickú analýzu údajov, ktoré máme k dispozícii v neštruktúrovanej podobe, musíme ich transformovať do štruktúrovanej podoby. Ide o pomerne zložitý problém, keďže, údaje, ktoré sú vyjadrené v prirodzenom (t. j. ľudskom) jazyku obsahujú tzv. kontextové vedomosti, teda vedomosti skryté v celých významoch slovných spojení a viet, a tie nie je jednoduché strojovo identifikovať. EMEL a kol. k tomuto problému dodávajú: „Navyše slovenčina je flektívny jazyk, čo znamená, že slová sa ohýbajú, menia svoj tvar. Po zmene tvaru častokrát nie je zachovaný slovotvorný základ slova – koreň, teda slovo zmení svoj tvar oproti základnému tvaru. Následne je veľmi obtiažne strojovo identifikovať základ slova, teda jeho pôvodný význam a ďalej s týmto slovom pracovať.“ (EMEL a kol., 2014). Osobitým problémom je extrakcia štruktúrovaných údajov z neštruktúrovaných zdrojov netextovej podoby, napr. pri identifikácii údajov zachytených na fotografiách a video záznamoch, ktoré neobsahujú nijaké nápisy ani texty (strojové rozpoznávanie objektov a súvislostí), ale aj pri transformácii zvukového záznamu reči v prirodzenom jazyku do textovej podoby (získanie textového prepisu reči v neštruktúrovanej forme) a následnej snahe o extrakciu štruktúrovaných údajov z neštruktúrovaného textu.

6 Záver

Zbieranie a spracovávanie veľkých kvánt údajov môže byť pre ľudstvo veľmi prínosné, no je potrebné sa pritom vysporiadať s množstvom rozličných problémov a prekážok – technických, finančných, etických a pod. Zbieranie „big data“ by sa malo uskutočňovať v rozumnej miere a nie za každú cenu – s rešpektom voči citlivosti osobných údajov, legislatíve, morálnym a etickým aspektom, pravidlám férovej hospodárskej súťaže a pod. Zbieranie údajov by malo byť prísne legislatívne regulované a ľudia by si mali dávať pozor na to, komu a na aké účely poskytujú údaje. „Big data“ sami o sebe nie sú ani dobré ani zlé. Záleží vždy na tom, kto ich zbiera a s akým úmyslom.

Príspevok vznikol v rámci riešenia projektu VEGA č. 1/0373/18 ***Analýza veľkých objemov dát ako nástroj zvyšovania konkurencieschopnosti podnikov a podpory tvorby informovaných rozhodnutí.***

Literatúra

1. BusinessDictionary.com. (2018). Buying pattern. Retrieved August 25, 2018, from www.businessdictionary.com/definition/buying-pattern.html.
2. Bednár, P., Sarnovský, M. (2017). Big Data 1: Technológie spracovania veľkých dát. Retrieved August 27, 2018, from web.tuke.sk/fei-cit/sarnovsky/tsvd/prednaska1.pdf.
3. Bekker, A. (2018, May 29). Big data: a highway to hell or a stairway to heaven? Exploring big data problems. Retrieved August 27, 2018, from https://www.scnsoft.com/blog/big-data-problems.
4. Dolák, O. (2015, November). Spása jménem Big Data? Retrieved August 25, 2018, from https://www.systemonline.cz/business-intelligence/spasa-jmenem-big-data.htm.
5. EMEL a kol. (2014, November 5). Objavovanie znalostí v medicínskych dátach. Posterus, 7(11). ISSN 1338-0087.
6. Forbes Insights. (2013). The Big Potential of Big Data? Retrieved August 25, 2018, from https://images.forbes.com/forbesinsights/StudyPDFs/RocketFuel_BigData_REPORT.pdf.
7. Gartner, Inc. (2018). Big Data. Retrieved August 15, 2018, from https://www.gartner.com/it-glossary/big-data.
8. Charvát, M. (2014, May 26). Big Data: Fenomén nebo bublina? Retrieved August 25, 2018, from https://www.montyrich.cz/novinky/podnikani/1977-big-data-fenomen-nebo-bublina.
9. ManagementMania.com (2015). Segmentácia trhu. Retrieved August 15, 2018 from https://managementmania.com/sk/segmentacia-trhu.
10. Meyer, E. (2018, May 15). Big Data is Transforming How Astronomers Make Discoveries. Retrieved August 25, 2018 from https://www.smithsonianmag.com/science-nature/next-big-discovery-astronomy-scientists-probably-found-it-years-ago-they-dont-know-it-yet-180969073/.
11. Pokorný, J. (2014). Big Data: jejich ukládání, zpracování a použití. DATAKON. Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita.
12. Pour, J., Gála, L., & Šedivá, Z. (2015). Podniková informatika (3. ed.). Praha, Czech Republic: Grada Publishing, a. s. ISBN 978-80-247-5457-4.
13. Proteus. (2018). How does Proteus Discover work?. Retrieved August 15, 2018, from https://www.proteus.com/how-it-works/.
14. Suja, R. (Infostat) (2014). Big Data. Retrieved August 14, 2018, from http://www.infostat.sk/web2015/sk/_publikacie/Big_Data.pdf.

Vnorené dátové typy v objektovo orientovanej .NET aplikácii vytvorenej v jazyku C#

Nested Data Types in a C# object-oriented .NET application

Igor Košťál[1]

Abstrakt
Článok sa zaoberá implementáciou vnorených dátových typov, tried a štruktúr, v objektovo orientovanej C# .NET aplikácii, ktorá pracuje s viacúrovňovým jednosmerným lineárnym zoznamom, s tzv. preskakovaným zoznamom a s jednoduchým jednosmerným lineárnym zoznamom, s tzv. jednoduchým zoznamom. Zaujímalo nás, či sa pomocou hierarchických vzťahov hlavnej triedy a vnorených tried a štruktúr vytvorených v zdrojovom kóde tejto .NET aplikácie dajú modelovať vzťahy medzi hlavnou infraštruktúrou oboch zoznamov a ich dátovými prvkami (elementmi). Tiež nás zaujímalo, či sa dá pomocou uvedených vnorených dátových typov sprehľadniť a zefektívniť vývoj takejto .NET aplikácie. Pomocou analýzy zdrojového kódu našej .NET aplikácie sme sa pokúšali overiť tieto premisy.

Kľúčové slová
vnorené dátové typy, vnorené triedy, vnorené štruktúry, .NET aplikácia

Abstract
The paper deals with the implementation of nested data types, classes and structures in a C# object-oriented .NET application that works with a multi-level one-way linked list, called a skip list, and with a single level one-way linked list, called a simple list. We interested whether it is possible to model relations between the main infrastructure of both lists and their data elements by hierarchical relations between the main class and the nested classes and structures created in the source code of this .NET application. We also interested whether it is possible to make the development of this .NET application more transparent and more effective by these nested data types. We tried to verify these premise using the source code analysis of our .NET application.

Key words
Nested Data Types, Nested Classes, Nested Structures, .NET Application

JEL classification
C88

1 Úvod

Vnorené dátové typy, triedy a štruktúry, môžu v špecifických prípadoch sprehľadniť a zefektívniť vývoj objektovo orientovanej C# .NET aplikácie. Nás zaujímalo, či sa uvedené efekty prejavia pri použití vnorených dátových tried a štruktúr vo vývoji objektovo orientovanej C# .NET aplikácie, ktorá pracuje s viacúrovňovým jednosmerným lineárnym zoznamom, s tzv. preskakovaným zoznamom a s jednoduchým jednosmerným lineárnym zoznamom, s tzv. jednoduchým zoznamom. Chceli sme preveriť, či sa pomocou hierarchických vzťahov hlavnej triedy a vnorených tried a štruktúr dajú modelovať vzťahy medzi hlavnou infraštruktúrou oboch

[1] Ing. Igor Košťál, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: igor.kostal@euba.sk.

zoznamov a ich dátovými prvkami (elementmi). K tomuto účelu sme vytvorili objektovo orientovanú C# .NET aplikáciu, so zdrojovým kódom obsahujúcim hlavnú triedu a do nej vnorené dve triedy a dve štruktúry, v ktorej sme sa pokúšali overiť vyššie uvedené premisy. V nasledujúcich častiach článok obsahuje krátky opis vnorených dátových typov, opis našej C# .NET aplikácie s uvedením časti jej zdrojového kódu obsahujúceho definície hlavnej triedy a do nej vnorených dvoch tried a dvoch štruktúr a analýzu tohto zdrojového kódu z pohľadu prístupu členov hlavnej triedy k vnoreným triedam a k vnoreným štruktúram.

2 Vnorené dátové typy v zdrojovom kóde .NET aplikácie vytvorenej v jazyku C#

Dátový typ definovaný vo vnútri triedy (*class*) alebo štruktúry (*struct*) sa nazýva vnorený. Majme nasledujúcu triedu (Microsoft Corporation, 2018)

```
class kontajner
{
   class vnorena
   {
      vnorena() { }
   }
}
```

Bez ohľadu na to, či je vonkajším (hlavným) dátovým typom trieda alebo štruktúra, vnorený dátový typ má defaultový špecifikátor prístupu *private*. Môžeme mu však priradiť jeden zo špecifikátorov *public, protected internal, protected, internal* alebo *private*. V našom príklade je vnorená trieda *vnorena* neprístupná z externých dátových typov, pretože má defaultový špecifikátor prístupu *private*. Ak chceme, aby bola táto vnorená trieda *vnorena* prístupná z externých dátových typov, tak jej musíme priradiť špecifikátor prístupu *public*

```
class kontajner
{
   public class vnorena
   {
      vnorena() { }
   }
}
```

Vnorený alebo vnútorný dátový typ môže pristupovať k inštancii vonkajšieho (hlavného) dátového typu. Pre zrealizovanie takéhoto prístupu odovzdáme inštanciu vonkajšieho typu vo forme volania konštruktora vonkajšieho typu ako parameter do konštruktora vnoreného typu. Takýto prístup vnoreného dátového typu k inštancii vonkajšieho (hlavného) dátového typu je zrealizovaný v nasledujúcom zdrojovom kóde (Microsoft Corporation, 2018):

```
public class kontajner
{
   public class vnorena
   {
      private kontajner rodic;

      public vnorena() { }
      public vnorena(kontajner rodic)
      {
         this.rodic = rodic;
      }
   }
}
```

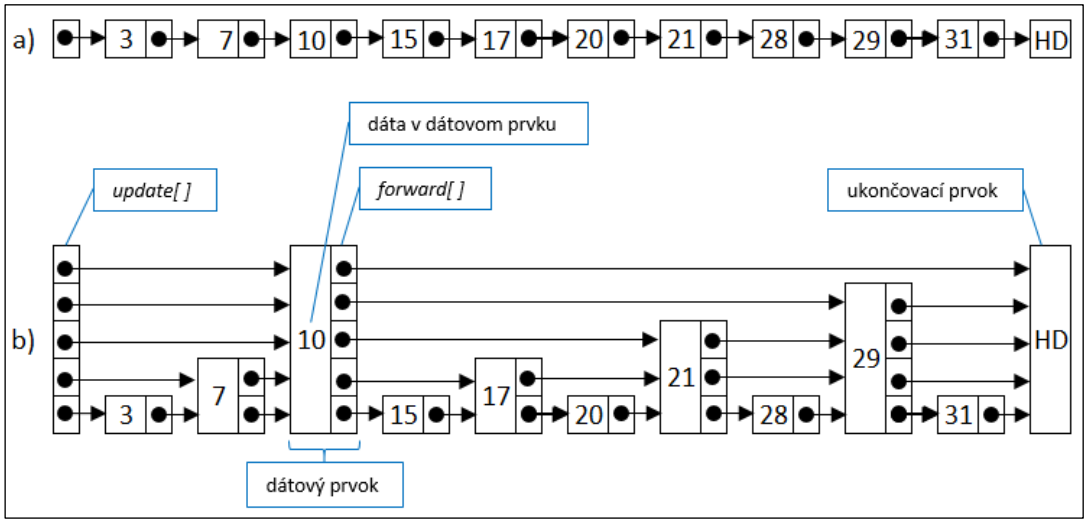
Vnorené typy môžu tiež pristupovať k privátnym (*private*) alebo chráneným (*protected*) členom vonkajšej triedy. Plný názov našej triedy *vnorena* je *kontajner.vnorena*. Tento plný názov vnorenej triedy môže byť použitý pre vytváranie nových inštancií (objektov) tejto triedy:

```
kontajner.vnorena vnor = new kontajner.vnorena();
```

3 Použitie vnorených dátových typov v .NET aplikácii vytvorenej v jazyku C#

Pre demonštrovanie použitia vnorených dátových typov sme v jazyku C# vytvorili .NET aplikáciu, ktorá používa vnorené triedy a vnorené štruktúry deklarované v hlavnej triede. Naša .NET aplikácia dokáže z dát študentov vytvárať dva druhy jednosmerných lineárnych zoznamov, *jednoduchý zoznam* a viacúrovňový zoznam, tzv. *preskakovaný zoznam*.

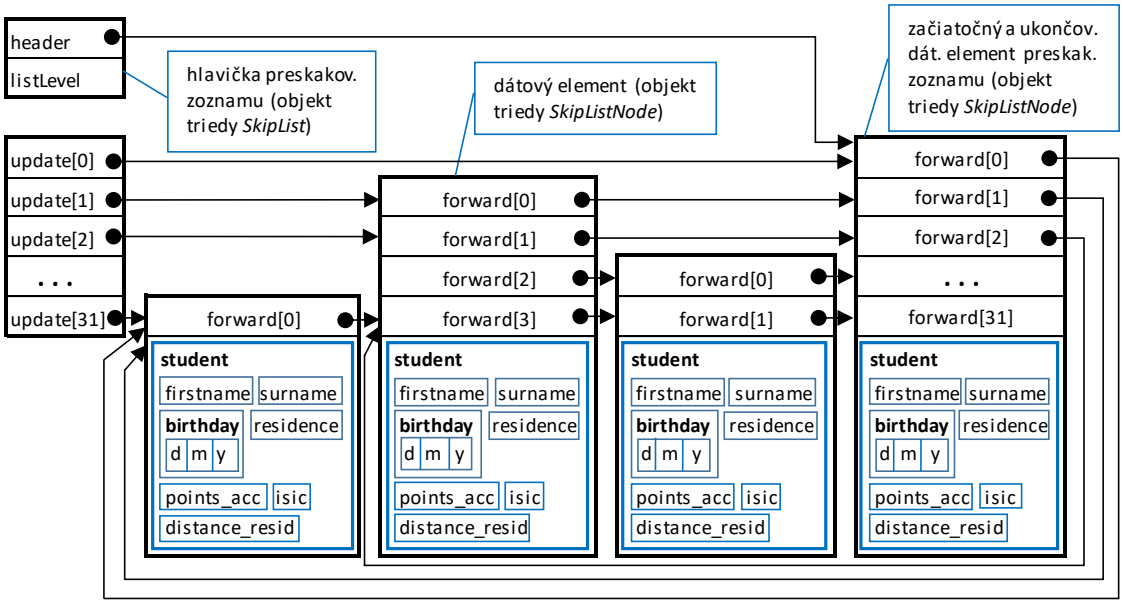
Obr. 1: Jednoduchý (a) a preskakovaný (b) zoznam s jednoduchými neštruktúrovanými dátami v ich dátových elementoch



Zdroj: Vlastné spracovanie inšpirované (Pugh, 1990)

V oboch týchto zoznamoch dokáže naša .NET aplikácia vykonávať základné operácie s ich dátovými prvkami, ako sú vyhľadávacie operácie, vkladacie operácie, dokáže mazať vybrané dátové prvky v oboch zoznamoch atď. Pre vytváranie základnej infraštruktúry oboch zoznamov, hlavičiek zoznamov, ich väzieb na začiatočné a ukončovacie dátové prvky oboch zoznamov, sme použili hlavnú (vonkajšiu) triedu. Do nej sú vnorené dve triedy, ktoré slúžia na vytváranie objektov reprezentujúcich dátové elementy (prvky) preskakovaného a jednoduchého zoznamu a dve štruktúry, ktoré slúžia na vytváranie dátových častí dátových prvkov oboch zoznamov s dátami študentov. Práve takéto usporiadanie hlavnej triedy a do nej vnorených dvoch tried a štruktúr poskytlo vývojárovi viacero výhod. Po vytvorení objektu hlavnej triedy mal k dispozícii objekt, ktorý reprezentoval preskakovaný alebo jednoduchý zoznam a do tohto hlavného objektu, čiže zoznamu, mohol vkladať jednotlivé dátové prvky zoznamu vytvárané pomocou vnorených tried, pričom dátové časti týchto prvkov vytváral pomocou vnorených štruktúr. Vzájomné vzťahy hlavnej (vonkajšej) triedy, vnorenej triedy a vnorených štruktúr presne vyjadrovali hierarchiu vzťahov medzi objektom zoznamu, vytvoreného pomocou hlavnej triedy a objektom dátového prvku, vloženého do zoznamu, ktorý bol objektom vnorenej triedy. Do neho boli vložené dáta študenta, ktoré boli vložené do štruktúrovej premennej vytvorenej pomocou vnorených štruktúr.

Obr. 2: Vnútorná štruktúra preskakovaného zoznamu, ktorú používa naša .NET aplikácia



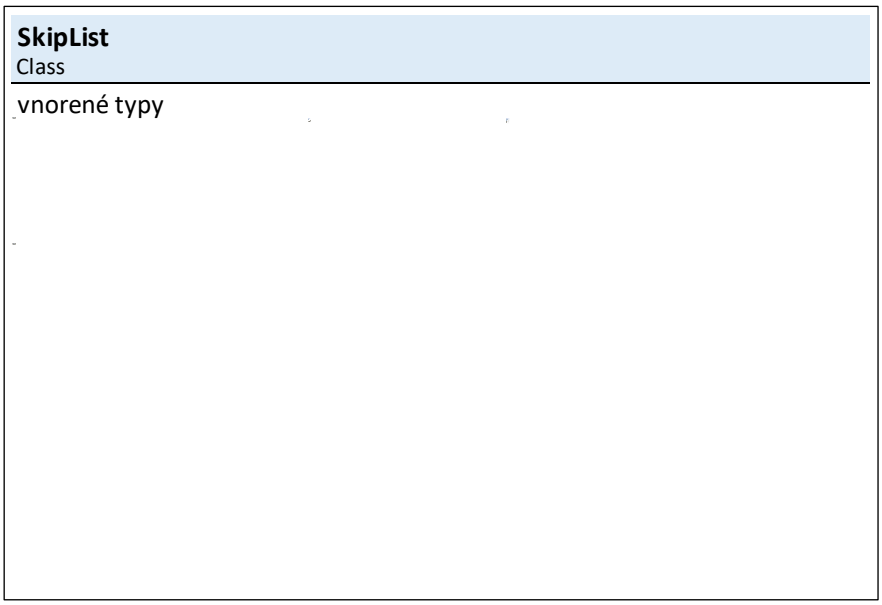
Zdroj: Vlastné spracovanie

Naša .NET aplikácia bola vytvorená vo vývojovom prostredí Microsoft Visual Studio 2013 pre Microsoft .NET Framework 4. Zdrojový kód tejto aplikácie je rozdelený na dve časti, ktoré sú uložené v nasledujúcich zdrojových súboroch:

NestedClasses.cs - tu je definovaná hlavná trieda *SkipList*, ktorá obsahuje členské metódy, ktoré dokážu vykonať všetky, v našej .NET aplikácii dostupné, operácie s dátovými prvkami oboch zoznamov, ako je usporiadané vkladanie študentov (dátových elementov) do oboch zoznamov podľa určených kritérií, vyhľadávanie študentov (dátových elementov) podľa určených kritérií, mazanie študentov (dátových elementov) podľa určených kritérií z oboch zoznamov atď. Ako sme uviedli vyššie, pre vytváranie a usporiadané vkladanie objektov dátových elementov, reprezentujúcich jednotlivých študentov, do oboch zoznamov sú do hlavnej triedy *SkipList* **vnorené** nasledujúce triedy a štruktúry:

- *SkipListNode* - objekty vytvorené pomocou tejto vnorenej triedy reprezentujú dátové elementy preskakovaného zoznamu. Definícia tejto triedy aj s krátkym opisom jej členov je uvedená v Obr. 4.
- *SimpleListNode* - objekty tejto vnorenej triedy reprezentujú dátové elementy jednoduchého zoznamu. Definícia tejto triedy aj s krátkym opisom jej členov je uvedená v Obr. 4.
- *datum* - pomocou tejto vnorenej štruktúry je deklarovaný člen *birthday* v štruktúre *Student*. Deklarácia tejto štruktúry je uvedená v Obr. 4.
- *Student* - pomocou tejto vnorenej štruktúry sa vytvárajú štruktúrové premenné s dátami jednotlivých študentov, tvoriace dátové časti dátových prvkov preskakovaného a jednoduchého zoznamu. Deklarácia tejto štruktúry je uvedená v Obr. 4.

Obr. 3: Hierarchia vzájomných vzťahov hlavnej (vonkajšej) triedy SkipList a do nej vnorených tried SimpleListNode a SkipListNode a vnorených štruktúr Student a datum



Zdroj: Vlastné spracovanie

Zo zdrojového súboru *NestedClasses.cs* bola zostavená dynamická *dll* (dynamic-link library) knižnica do súboru *NestedClasses.dll*, ktorý tvorí dynamický komponent našej .NET aplikácie.

Lists_WinForm1.cs - tu je definovaná trieda *Lists_WinForm1*, ktorá je odvodená od systémovej triedy *System.Windows.Forms.Form*. Táto systémová trieda reprezentuje okno, ktoré tvorí používateľské rozhranie .NET aplikácie. Trieda *Lists_WinForm1* obsahuje obslužné udalostné členské metódy všetkých ovládačov (tlačidiel, textových polí, položiek hlavného menu atď.) hlavného okna našej .NET aplikácie tvoriaceho jej používateľské rozhranie a pomocné členské metódy. Zo zdrojového súboru *Lists_WinForm1.cs* bol zostavený vykonateľný súbor *Lists_WinForm1.exe*. Tento vykonateľný súbor je Windows .NET aplikácia, ktorá používa dynamický komponent, dynamickú *dll* knižnicu *NestedClasses.dll*.

Obr. 4: Časť zdrojového súboru NestedClasses.cs s definíciami hlavnej triedy, vnorených tried a s deklaráciami vnorených štruktúr

```
public class SkipList //definícia hlavnej triedy, v ktorej sú vnorené 2 triedy a 2 dátové štruktúry
{
  //deklarácie a definície členských premenných hlavnej triedy 'SkipList'
  private const int MaxLevel = 32;
  private const double Probability = 0.5;

  //vytvorenie hlavičky preskakovaného zoznamu pomocou volania parametrického konštruktora
  //vnorenej triedy 'SkipListNode'
  private SkipListNode header = new SkipListNode(MaxLevel);

  //vytvorenie hlavičky jednoduchého zoznamu pomocou volania parametrického konštruktora
  //vnorenej triedy 'SimpleListNode'
  private SimpleListNode header_SL_new = new SimpleListNode(1);

  private int listLevel; //členská prem. pre ukladanie aktuálnej maximálnej úrovne preskakov. zoznamu
  private int count; //členská prem. pre ukladanie aktuálneho počtu dátových prvkov v preskak. zozname
  private int count_SL; //členská prem. pre ukladanie aktuálneho počtu dátov. prvkov v jednod. zozname
                                                    . . .

  /* Členská metóda hlavnej triedy 'SkipList', ktorá pomocou volania metódy 'Search_1st_pts' hľadá 1
  dátový prvok v preskakov. zozname s dátami takého študenta, ktorý má 'curr.GetStudent.points_acc
  == pts_f'. Ak metóda 'Search_1st_pts' takýto dátový prvok nájde, tak vráti logickú hodnotu 'true',
  referenciu 'curr', ktorá je jej výstupným parametrom, nastaví na nájdený dátový prvok a následne
  metóda 'Remove_1st_pts' tento dátový prvok s dátami hľadaného študenta odstráni z preskakovan.
  zoznamu */
  public void Remove_1st_pts(Student st, int pts_f) {
    SkipListNode[] update = new SkipListNode[MaxLevel];
    SkipListNode curr;

    if (Search_1st_pts(st, pts_f, out curr, update)) {
      //hľadanie referencií v ich poli 'forward', ktoré ukazujú na dátový prvok, ktorý bude zmazaný
      //a ich prepísanie referenciami na dátové prvky nachádzajúce sa za mazaným dátov. prvkom
      for (int i = 0; i < listLevel && update[i].forward[i] == curr; i++)
      { update[i].forward[i] = curr.forward[i]; }

      curr.free_SkipLNode(); //zmazanie dátového prvku pomocou volania inštančnej metódy
      //ak mal zmazaný dátový prvok v svojom poli 'forward' uloženú najvyššiu úroveň zoznamu, tak
      //po jeho zmazaní musíme znížiť aktuálnu úroveň zoznamu
      while (listLevel > 1 && header.forward[listLevel - 1] == header)
          { listLevel--; }

      found_nodes_count++; //inkrementácia počítadla zmazaných dátových prvkov
      count--; //dekrementácia počítadla aktuálneho počtu dátových prvkov zoznamu
    } }
                                                    . . .
  //deklarácia vnorenej štruktúry v triede 'SkipList'. Pomocou tejto štruktúry je deklarovaný člen
  //'birthday' v štruktúre 'Student'
  public struct datum {  public int d, m, y;  }

  //deklarácia vnorenej štruktúry v triede 'SkipList'. Pomocou tejto štruktúry sa vytvárajú štruktúrové
  //premenné s dátami jednotlivých študentov, tvoriace dátové časti dátových prvkov preskakovaného
  //a jednoduchého zoznamu
  public struct Student {
      public string firstname, surname, residence;
      public datum birthday;
      public int points_acc, distance_resid;
      public long isic;     }
```

```
  //definícia vnorenej triedy v triede 'SkipList'. Objekty tejto vnorenej triedy reprezentujú dátové
  //elementy preskakovaného zoznamu
  private class SkipListNode
  {  //deklarácie členských premenných vnorenej triedy 'SkipListNode'
    public SkipListNode[] forward; //referencia na pole referencií dátového elementu, ktoré budú
                                   //ukazovať na ďalšie dátové elementy preskakovaného zoznamu
    private Student student; //štruktúrová členská premenná obsahuje dáta 1 študenta uloženého
                             //v dátovej časti 1 dátového elementu preskakovaného zoznamu

    //parametrické konštruktory vnorenej triedy 'SkipListNode'
    public SkipListNode(int level)
    { forward = new SkipListNode[level]; }

    public SkipListNode(int level, Student st) {
      forward = new SkipListNode[level]; //vytvorenie poľa referencií dátového elementu, ktoré budú
                                         //ukazovať na ďalšie dátové elementy preskakovaného zoznamu
      student = st; //naplnenie dátovej časti 1 dátového elementu preskakovaného zoznamu
                    //dátami 1 študenta uloženými v štruktúrovej premennej 'st', ktorá je typu 'Student'
    }

    //členská vlastnosť vnorenej triedy 'SkipListNode'
    public Student GetStudent
    {   get { return student; }   }

    //členská metóda vnorenej tr. 'SkipListNode', ktorá odstráni 1 dátový element z preskakov. zoznamu
    public void free_SkipLNode()
    { for (int i = 0; i < forward.Length; i++) { forward[i] = null; } }
  }

  //definícia vnorenej triedy v triede 'SkipList'. Objekty tejto vnorenej triedy reprezentujú dátové
  //elementy jednoduchého zoznamu
  private class SimpleListNode
  { //deklarácie členských premenných vnorenej triedy 'SimpleListNode'
    public SimpleListNode[] Next; //referencia na pole referencií dátového elementu, ktoré budú
                                  //ukazovať na ďalšie dátové elementy jednoduchého zoznamu
    private Student student; //štruktúrová členská premenná obsahuje dáta 1 študenta uloženého
                             //v dátovej časti 1 dátového elementu jednoduchého zoznamu

    //parametrické konštruktory vnorenej triedy 'SimpleListNode'
    public SimpleListNode(int level)
    {   Next = new SimpleListNode[level];   }

    public SimpleListNode(int level, Student st) {
      Next = new SimpleListNode[level]; //vytvorenie poľa referencií dátového elementu, ktoré budú
                                        //ukazovať na ďalšie dátové elementy jednoduchého zoznamu
      student = st; //naplnenie dátovej časti 1 dátového elementu jednoduchého zoznamu dátami
                    //1 študenta uloženými v štruktúrovej premennej 'st', ktorá je typu 'Student'
    }

    //členská vlastnosť vnorenej triedy 'SimpleListNode'
    public Student GetStudent
    {   get { return student; }   }

    //členská metóda vnorenej tr. 'SimpleListNode', ktorá odstráni 1 dát. element z jednoduch. zoznamu
    public void free_SimpleLNode()
    {   Next[0] = null;   }
  }
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Krátka analýza zdrojového kódu triedy SkipList z pohľadu prístupu jej členov k vnoreným triedam a k vnoreným štruktúram. Z uvedeného zdrojového kódu hlavnej triedy *SkipList* (Obr. 4), reprezentujúcej infraštruktúru preskakovaného alebo jednoduchého zoznamu, je zrejmé, že z tejto hlavnej triedy je možné priamo pristupovať k členom vnorených tried *SkipListNode* a *SimpleListNode*, napr. ku konštruktorom týchto tried, pri vytváraní hlavičiek preskakovaného alebo jednoduchého zoznamu nasledovnými príkazmi

```
//vytvorenie hlavičky preskakovaného zoznamu pomocou volania parametrického konštruktora
//vnorenej triedy 'SkipListNode'
private SkipListNode header = new SkipListNode(MaxLevel);

//vytvorenie hlavičky jednoduchého zoznamu pomocou volania parametrického konštruktora
//vnorenej triedy 'SimpleListNode'
private SimpleListNode header_SL_new = new SimpleListNode(1);
```

Rovnako je možné priamo v členských metódach hlavnej triedy *SkipList* (Obr. 4) používať štruktúrové premenné vnoreného dátového typu *Student*, čo ilustrujú parametre členskej metódy *Remove_1st_pts* tejto hlavnej triedy

```
//hlavička členskej metódy hlav. triedy SkipList s parametrom st, ktorý je vnoreného dátov. typu Student
public void Remove_1st_pts(Student st, int pts_f)
```

Tiež vnorené triedy *SkipListNode* a *SimpleListNode* priamo vytvárajú členské štruktúrové premenné vnoreného dátového typu *Student* nasledovným príkazom

```
//deklarácia štruktúrovej členskej premennej vnoreného dátového typu Student vnorenej triedy
//SkipListNode alebo SimpleListNode
private Student student;
```

Možnosť takto priamo pristupovať z hlavnej triedy *SkipList* (Obr. 4) k členom vnorených tried *SkipListNode* a *SimpleListNode*, alebo v tejto hlavnej triede priamo používať štruktúrové premenné vnoreného dátového typu *Student*, alebo priamo v týchto vnorených triedach vytvárať členské štruktúrové premenné vnoreného dátového typu *Student*, presne vystihuje hierarchickú väzbu medzi objektmi hlavnej triedy, reprezentujúcej základnú infraštruktúru preskakovaného alebo jednoduchého zoznamu a objektmi do nej vnorených tried reprezentujúcich dátové prvky oboch týchto zoznamov a tiež hierarchickú väzbu medzi objektmi vnorených tried a dvomi vnorenými štruktúrami, slúžiacimi na vytváranie dátových častí dátových prvkov oboch zoznamov v našej :NET aplikácii.

4 Záver

Z uvedeného použitia hlavnej triedy a do nej vnorených tried a štruktúr v našej .NET aplikácii je zrejmé, že ak vývojár vhodne priradí hlavnú triedu a vnorené triedy a štruktúry k jednotlivým prvkom, v našom prípade preskakovaného alebo jednoduchého zoznamu, tak mu to môže poskytnúť viacero výhod, ako je sprehľadnenie zdrojového kódu všetkých týchto tried a štruktúr a ich stotožnenie s hierarchickými väzbami častí a prvkov oboch týchto zoznamov. To veľmi zefektívňuje vývoj takejto .NET aplikácie a hlavne sprehľadňuje a taktiež zefektívňuje údržbu a prípadné rozširovanie takejto aplikácie iným vývojárom.

Literatúra

1. Microsoft Corporation (2018). MSDN Library on-line. Retrieved September 8, 2018, from http://msdn.microsoft.com.
2. Pugh, W. (1990). Skip Lists: A Probabilistic Alternative to Balanced Trees. *Communications of the ACM, 33*(6), 668-676.

Logické systémy pri riešení ekonomických úloh

Logical systems for solving economic problems

Jaroslav Kultan[1]

Abstrakt

Uvedený príspevok sa zaoberá analýzou rozličných metód riešenia logických úloh v ekonomike. V súčasnosti sa využíva alebo dvojstavová logika, alebo niektoré možnosti fuzzy logiky. V niektorých prípadoch je možné využiť pravdepodobnostnú logiku. Všetky tieto metódy je možné v niektorých prípadoch nahradiť trojstavovou logikou. V príspevku sú uvedené niektoré spoločné a rozdielne prístupy pri využívaní rozličných logických systémov. V bežnom živote je mnohokrát problém odpovedať na zadanú otázku odpoveďou áno/nie. Často pri našich odpovediach existuje nejaká miera neurčitosti. Práve tento neurčitý stav je možné zameniť tretím stavom základnej jednotky merania informácie. Dvojhodnotový *bit sa pokúsime zameniť trojhodnotovou veličinou trit.*

Kľúčové slová

Trit, bit, algebra s trojkovou sústavou, ekonomické úlohy s neurčitosťou, fuzzy logika

Abstract

This paper deals with the analysis of various methods of solving logical problems in the economy. Currently, two-state logic or some fuzzy logic options are used. In some cases, probability logic can be used. All these methods can be replaced in some cases by three-state logic. The paper presents some common and different approaches to using different logic systems. In common life, many times the problem is to answer the given question by the answer yes/no. There is often a degree of indeterminacy in our responses. This indeterminate state can be confused with the third state of the basic unit of measurement. We try to replace the two-bit bit with a three-dimensional trit.

Key words

Trit, bit, algebra with triple system, economic tasks with indeterminacy, fuzzy logic

JEL classification

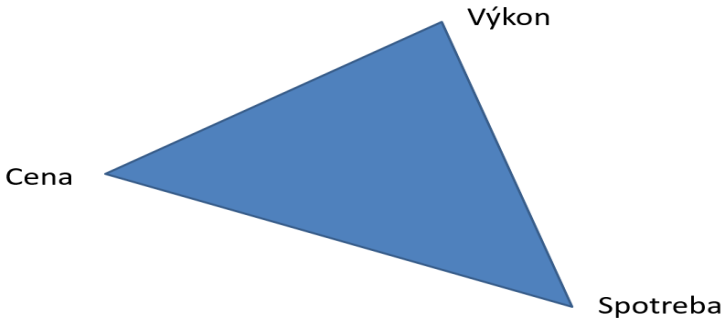
I23, I24, I21

1 Úvod

Pri riešení mnohých úloh z bežného života, ekonomiky, techniky, filozofie a pod., si vyžadujú neštandardný prístup, ktorý nie je možné vyjadriť klasickou logikou využívajúcou dvojstavovú logiku (Kultan 2017). Mnohokrát sa nevieme presne rozhodnúť áno/nie ale často využívame možnosť – možno áno resp. možno nie. Ako príklad uvedieme niekoľko príkladov. Napr. pri nákupe motorového vozidla sa rozhodujeme medzi viacerými parametrami /výkon, cena, spotreba,.../ avšak aj keď budeme vedieť hodnoty daných parametrov, nie vždy sa hneď rozhodneme áno/nie (**Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**). Veľmi často je možné počuť odpoveď – možno.

[1] Ing. Jaroslav Kultan, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, FHI, KAI , Dolnozemská cesta 1, 85335 Bratislava, jkultan@gmail.com

Druhý prípad je napríklad z oblasti rozhodovania v oblasti riadenia výroby na základe poznatkov z oblasti trhu. Niektoré výrobky majú dobrý odbyt na trhu, iné slabší, a niektoré takmer žiadny. Preto často vzniká otázka: „Budeme vyrábať výrobok č.1?“. Klasickou odpoveďou na danú otázku je / áno, nie, možno – ešte sa rozhodneme/.



Obr. 1: Rozhodovanie pri mnoho parametrickom výbere
Zdroj: vlastná práca

Iným prípadom je problém z oblasti medicíny. Na liečenie choroby existuje viacero liekov. Mnohé z nich majú aj vedľajšie účinky. Vytvorte tabuľku pre možnosti použitia liekov (Tab. 1).

Tab. 1: Trojstavové rozhodovanie v medicíne

	Liek1	Liek2	Liek3	Liek4	Liek5	Liek6
Choroba 1	1	1	0	0	-1	-1
Choroba 2	1	0	-1	0	-1	1
Choroba 3	-1	-1	-1	0	0	1
Choroba 4	-1	-	1	1	0	0

Zdroj: vlastná práca

Hodnota v tabuľke sa týka možností používania daného lieku na liečenie niektorých chorôb 1 áno, 0 – náhradný možno, -1 nie. V dôsledku viacerých vedľajších vplyvov daného lieku, tento je možné používať, ale iba v niektorých prípadoch.

Podobné problémy vznikajú a napr. pri výmene oleja (Tab. 2). Veľmi často v servise navrhnú, že daný olej je práve pre vaše auto, iný olej nesmiete použiť a niektorý je možné použiť. Nie je to originál, ale vozidlu neuškodí / 1 –áno /originál/, 0 – môžeme /náhrada/, -1 – nie je vhodný/.

Tab. 2: Trojstavové rozhodovanie v automobilizme

	Olej 1	Olej 2	Olej 3	Olej 4
Auto 1	1	1	0	0
Auto 2	1	0	-1	0
Auto 3	-1	-1	-1	0
Auto 4	-1	-	1	1

Zdroj: vlastná práca

Taktiež v oblasti vzdelávania je možné využívať trojstavové veličiny. Napr. V organizačnej časti je možné zobraziť úspešnosť študentov pri možnosiach prechodu do vyššieho ročníka (Tab. 3).

Tab. 3: Trojstavové rozhodovanie vo vzdelávaní - prevod študentov

č.št	meno	priezvisko	stupeň	ročník	postup
2560	Ján	Kováč	I	2	1
3251	Peter	Novotný	I	1	1
2562	Karol	Opatrný	I	2	-1
4100	Ján	Rybárik	I	1	0
3551	Miloš	Slavík	I	2	0
	poznámka				
	1	prevedný			
	-1	neprevedený / opakuje ročník			
	0	podmienečne prevedený / opakuje predmet			

Zdroj: vlastná práca

V prípade nedosiahnutia plného počtu kreditov napr.55 zo 60 študent je podmienečne prevedený do vyššieho ročníka. V tradičnej logike nie je možné jednoznačne povedať áno/nie.

Takisto je možné ďalšie využívanie napr. v oblasti hodnotenia riešenia zadania. Niektorý študent síce správne vyriešil úlohu, ale riešenie nie je optimálne, alebo nie sú uvedené všetky možnosti. Pre tieto účely okrem 1 – správne alebo -1 – nesprávne je možno zaviesť parameter 0- neoptimálne.

Podobne je možné vytvoriť zoznam študentov na určité akcie, napr. 1 – zaradený, -1 – nezaradený ale nemáme signál pre určenie náhradníka. V danom prípade je možné uviesť parameter 0 – náhradník.

Zaujímavou oblasťou využívania trojstavovej logiky je vytvorenie databázy predmetov, ktoré si študent volí v príebehú štúdia (Tab. 4). V danom prípade, niektoré predmety sú povinné, iné voliteľné a iné v danom ročníku nie je vhodné si voliť alebo dokonca nie je možné, nakoľko študent ešte neabsolvoval predmet, ktorý musí byť absolvovaný pred začatím daného predmetu.

Tab. 4: Trojstavové rozhodovanie vo vzdelávaní - výber predmetov

program	stupeň	ročník	Inf 1	Inf 2	DBS	PocS	Prog1	Prog2	MIS	...
HI	I	1	1	1	0	0	1	-1	-1	
HI	I	2	-1	0	1	1	-1	0	-1	
HI	I	3	-1	0	0	1	0	1	-1	
HI	II	1								
HI	II	2								
MRIT	I	1								
MRIT	I	2								
MRIT	I	3								
MRIT	II	1								
MRIT	II	2								

Zdroj: vlastná práca

Jeden a ten istý predmet, pre určitý študijný program a ročník, môže nadobudnúť hodnotu -1, 0, 1 v závislosti od toho, aké predmety už študent absolvoval.

Veľkú úlohu má zavedenie trojstavovej logiky v oblasti riešenia optimalizačných úloh s využívaním pravdepodobnostných veličín.

2 Dvojková alebo trojková sústava

Je binárna logika matematicky najlepšou voľbou? Špecifická prirodzená logaritmická hustota záznamu informácií je opísaná funkciou.

$$Y(a) = \frac{ln\, y(a)}{a} = \frac{ln\, a}{a} \quad (1)$$

Táto funkcia dosahuje maximum v bode a = e. To znamená, že najväčšou hustotou zaznamenávania informácií je počítací systém so základňou rovnou základni prirodzených logaritmov (e ≈ 2,718281828459045). Takto sa vybral základ pre stanovenie logaritmických tabuliek. V tomto prípade z celočíselných systémov najväčšia hustota zaznamenávania informácií je trojkový, nie binárny systém počítania (Kvasnička 2006).

Systém ternárnych čísel existuje v dvoch verziách: symetrický, s negatívnymi číslami (-1, 0, 1) v súbore a nesymetrický (0, 1, 2). Treba poznamenať, že systém terciálnych symetrických čísel má vlastnosť, ktorá poskytuje jednoduchšie zobrazenie záporných čísiel v pamäti počítača.

Prítomnosť kladných a záporných čísel umožňuje priamo reprezentovať kladné aj záporné čísla. Nie je potreba zaviesť ďalšie kódy pre vykonávanie aritmetických operácií. Znak čísla v trojstavovej symetrickej sústave je daný znamienkom najvýznamnejšieho čísla, ak je kladné, potom je číslo kladné; ak je záporné, potom je číslo záporné. Napríklad,

$79_3 = 100\bar{1}1_3 = 3^4 - 3^1 + 1 = 81 - 3 + 1$ Je to kladné číslo.

$-79_3 = \bar{1}001\bar{1}_3 = -81 + 3 - 1$ Číslo je záporné.

Je zrejmé, že pre zmenu znamienka musia byť zmenené znaky všetkých jeho číslic (t. j. obrátenie kódu). Napríklad:

$$10\bar{1} = 8$$

$$\bar{1}01 = -8$$

Ako viete, na binárnom čísle je potrebné zadať ďalší kód, aby ste nekomplikovali architektúru počítača.

Trojstavový počítač pracuje s trojstavovou logikou, prvou a najznámejšou viachodnotovou logikou. Na rozdiel od binárnej logiky, kde je veta priradená hodnota buď "true" alebo "false", trojzložková fuzzy logika má stav "unknown". Výhodu trojstavovej logiky v porovnaní s dvojstavovou je možné ilustrovať prostredníctvom operácie porovnávania dvoch čísel. Trojstavový princíp hneď zobrazí odpoveď, avšak pri dvojstavovej logike najskôr musím zobraziť tri oceňujú logiky cez binárne najjednoduchšie ilustrovať na operáciu porovnávanie dvoch čísel: tu logiku trojica okamžite zobrazí výsledok (menšie, väčšie alebo rovné), a v binárnej logike musíme najskôr zisti či je číslo väčie a potom rovné alebo menšie.

Nie všetky zákony binárnej logiky sú pravdivé pre trojznačnú logiku, pre niektoré z nich tritierické analógy sú formulované. Niekoľko výskumníkov poukazuje na skutočnosť, že trojstavová logika je oveľa prirodzenejšia a vlastná ľudskému mysleniu ako binárna. Vedci a mnohí používatelia obľubujúci binárnu logiku, tvrdia, že nie je možné vstúpiť do trojstavovej logiky. Vývojom trojstavovej logiky sa zaoberali mnohí vedci, V rôznom čase rozšíriť logiku sa pokúšali viacerí vedci Okkam, Leibnitz, Hegel, Krroll a niektorí iní vedci. Avšak trojkovú

logiku rozpracoval na začiatku 20 storočia poľský vedec Ján Lukasevič, anglický matematik Lewis Carrolla a ďalší (Kultan 2017).

3 Vývoj počítačov s trojstavovou logikou

Niekoľko výskumníkov poukazuje na skutočnosť, že trojstavová logika je oveľa prirodzenejšia a vlastná ľudskému mysleniu ako binárna. Napriek všetkým výhodám trojstavovej logiky a systému trojstavových čísel, v histórii ľudstva existovali len dva najúspešnejšie pokusy o vytvorenie trojstavovéjho počítača (Hardin 2000). Prvý z nich - mechanický - sa datuje do 19. storočia. Drevená Fowler kalkulačka používa symetrickú trojstavovú číselnú sústavu, a Augustus De Morgan robil čo najpresnejší popis, na základe ktorého bol stroj obnovený.

Flower sa obával, že ukradnú jeho nápad, preto sám vyrobil drevenný stroj (**Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**). Na vykompenzovanie nízkej presnosti, vynálezca dal svojmu výrobku veľké rozmery - dĺžku 1,80 metra, hĺbku 90 cm a výšku 30 cm. Predtým Fowler vyvinul metódy práce s číselným systémom používaným v jeho stroji.

Stroj pozostáva zo štyroch častí. V závislosti na prevádzke prvá časť predstavuje násobenec alebo kvocient, druhá - násobič alebo rozdeľovač, tretia - dividenda, štvrtá - prenosové jednotky, ktoré zjednodušujú prácu.

Obr. 2: Trojstavový počítač Flowera

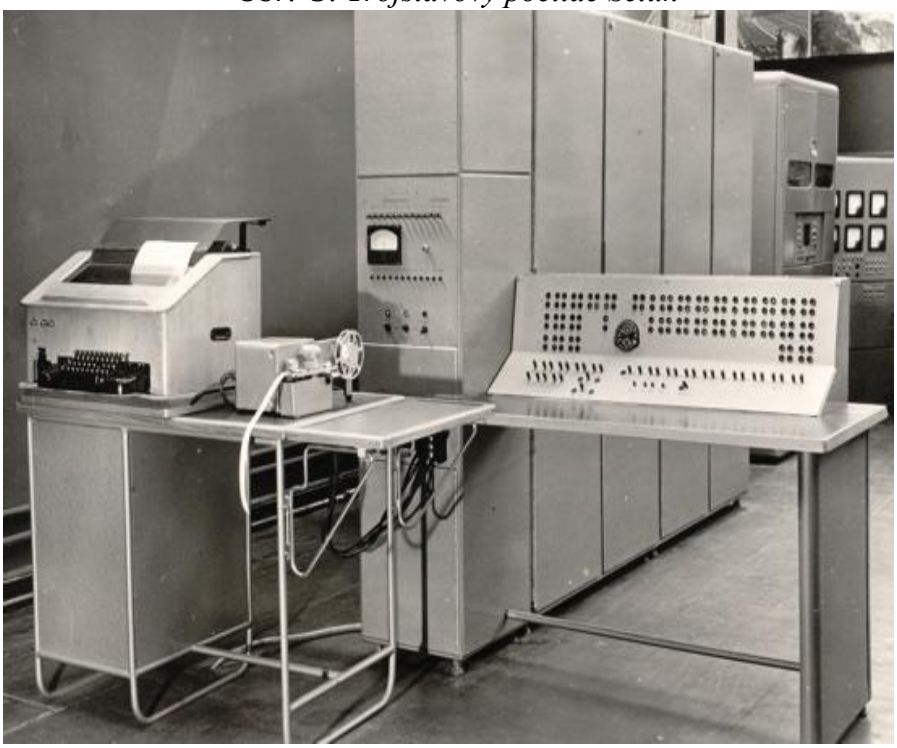
Zdroj: [3]

Druhým najúspešnejším projektom trojstavového počítača je relatívne moderná séria počítača Seturn (Obr. 3). Bolo vyrobených 50 kopií vo výpočtovom centre Moskovskej štátnej univerzity v roku 1959. Jeho tvorcom je sovietsky návrhár Nikolai Petrovič Brusentsov, v spolupráci s EA. Zhogolev, V.V. Verigin, S.P. Maslov, A.M. Tishulina atď. (Brusentsov 1965). Stroj používal symetrický trojstavový číselný systém. Neskôr bol vyvinutý nový model Setun-70, ktorý v MGU pracoval do roku 1987...

Potom bola nejaký čas prestávka vo vývoji. Nepozerajúc na tento fakt, Setun bol jediným sériovo vyrábaným počítačom. Počítač Setun bol na tie pomery nie veľmi veľký. Obsahoval 27 príkazov, kde 3 boli ešte nevyužívané. Programový kód bol veľmi jednoduchý, tak nebolo potrebné vytvárať svoj Assembler

Minimálna adresovateľná jednotka pamäti "Setun" bol tryt[2] rovný šiestim tritom[3] a nadobúdala hodnoty od -364 do 364. Práca s radom záporných hodnôt - funkcia, ktorá odlišuje Treiten binárnych bytov, ktorých hodnoty sú distribuované medzi 0 a 255. Treiten vie kódovať všetky veľké a malé písmená ruskej a latinskej abecedy, potrebné matematické a servisné symboly. Stroj sa realizoval nie na nespoľahlivých vákuových rúrkach alebo drahých tranzistoroch v tom čase, ale na feritových diódových prvkoch. Generátor hodín nastavil hodiny buniek na 200 kHz. Zariadenia boli usporiadané vo funkčných blokoch: prídavné zariadenia, dekodéry s trojitým kódom, posúvače (Brusentsov1975). Pomocou 30-pinového konektora je každá jednotka prepojená s inými jednotkami "Setuni", ktoré tvoria základné komponenty počítača: aritmetické zariadenie a riadiace zariadenie.

Obr. 3: Trojstavový počítač Setun



Zdroj: [2]

Prvý prototyp "Setun" stroj ukázal 95% produktívneho času v priebehu testu (skutočná práca je skúšanie, údržbu a riešenie problémov), zatiaľ čo pri binárnych strojoch produktívny čas 60% bol považovaný za dobrý výsledok. Vzhľadom k jednoduchej technológie "Setun" so všetkými periférami v hodnote 27.500 rubľov (pre porovnanie len s procesorovou jednotkou PDP-8 ktorá stála 20 tisíc dolárov.), O systém prejavili zájem nielen v socialistických krajinách, ale aj na Západe. Československý závod Zbrojka Jana Švermu bola pripravené začať výrobu pre kupujúci v zahraničí.

Druhá etapa vývoja bola začatá firmou Intel. V USA rozpracovali analogický počítač Ternas, Prvé modely trojstavových procesorov Intel Core (budú mať index t namiesto i, napr. Core t3) sa objavia už v budúcom roku, kedy bude hotový aj procesor. Je to senzačná novinka, ale je potrebný krok, ktorý je potrebné urobiť. Trojkové procesory majú veľkú budúcnosť.

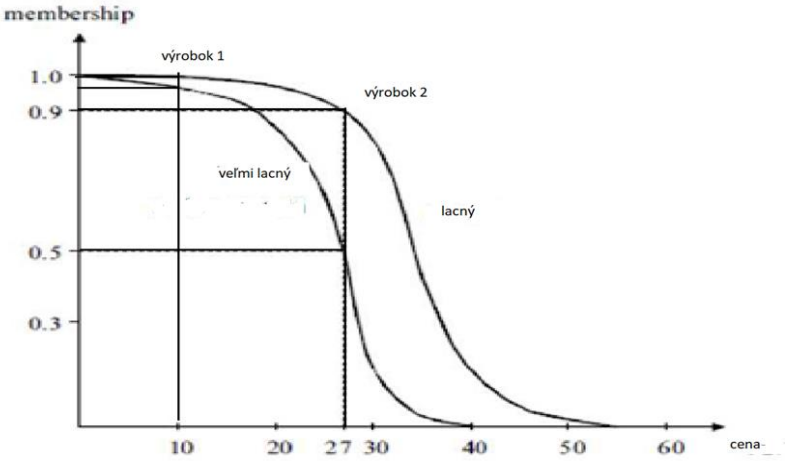
Principiálne sa schéma trojstavového procesora skoro neodlišuje od dvojkového.

[2] Tryt - skupina troch tritov - ekvivalent byt v dvojkovej sústave
[3] Trit - základná jednotka informácie nadobúdajúca tri stavy – ekvivalent bit

4 Niektoré spoločné znaky tritu a fuzzy logiky

Jedný z nových impulzov zavádzania trojstavovej logiky je rozvoj fuzzy logiky a jej využívanie pri riešení mnohých úloh.

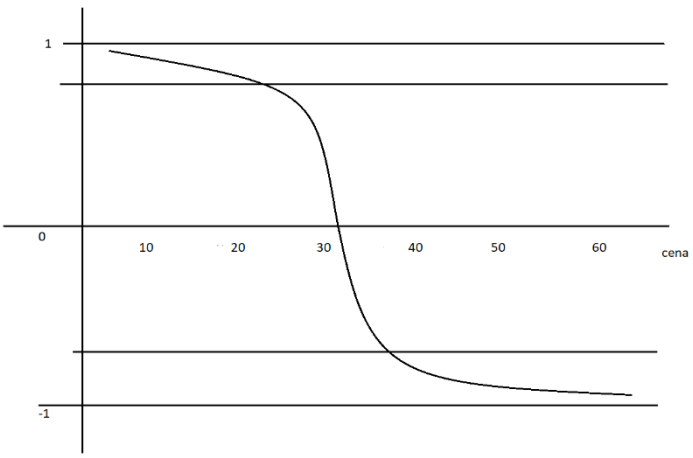
Obr. 4: Membership funkcia na porovnávanie ceny



Zdroj: vlastná práca

Pre jednoduchosť si predstavíme príklad, keď o niektorom výrobku hovoríme, že je drahý, ale nie príliš drahý, resp. že je lacný, ale nie príliš lacný. Uvažujme výrok, že výrobok je lacný. Pojem lacný je nejasný. Aby sme vedeli presn určiť daný pojem, je potrebné si definovať memberschip funkciu. Budeme uvažovať cenu v rozmedzí 0-60 Eur. Horizontálna os ukazuje cenu a na vertikálnej osi sú hodnoty membership funkcie (**Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**). Krivka lacná ukazuje šance, ktoré musia byť vo fuzzy množine lacná. Ak budeme definovať funkciu lacný pomocou danej funkcie, tak ak výrobok má cenu 10 Eur, tak ho zaradíme do množiný lacný a hodnota memberschip funkcie bude 1. Podobne, ak cena bude napr. 27, tak tiež ho môžeme zaradiť do množiny lacný a hodnota funkcie bude .9. Naopak, výrobok s cenou okolo 60 nemôžeme zaradiť medzi lacné výrobky a hodnota funkcie je blízka 0.

Vytvorme funkciu veľmi lacný, potom hodnoty danej funkcie pre cenu 10 EUR bude 0.98 a pre cenu 27 bude 0.5. Potom výrobok s cenou 40 a viac už vôbec nemôžeme priradiť do skupiny veľmi lacných.



Obr. 5: Pravdepodobnostná hodnota trojstavového prvku

Zdroj: vlastná práca

Ako je vidieť z príkladu, využívnie fuzzy logiky umožňuje určité netriviálne rozhodovanie o priradení výrobku do nejakej skupiny. Uvedený postup je však pre mnohé praktické príklady veľmi zložitý. Omnoho jednoduchšie je rozhodovanie pomocou trojstavovej logiky -1 je drahý, 0 – nie je drahý, 1- je lacný. V prípade, že vytvorime pravdepodobnostnú krivku nad množinou ceny (**Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.**), potom interval logickej hodnoty 0 označuje výrobok, ktorý nie je drahý, ale nie je ani lacný.

Využívanie tritov v takýchto a podobných úlohách môže zjednodušiť spôsob rozhodovania, zrýchliť vyhľadávanie optimálnej ceny výrobku pri výbore nedrahých materiálov, z ktorých je vyrobený. Okrem výberu materiálu je možné uvedený zjednodušený výpočet využiť aj pri výstavbe, vyhľadávaní kvázi optimálnej cesty a podobne.

5 Záver

Jedným z najzrejmejších argumentov v prospech trojstavového systému sú logické úlohy, od dávnych čias, problém váženia dvoch nákladov.

Zvážime dva objekty A a B na bežných váhach, ktoré umožnia určiť dva protiklady: hmotnosť A> B alebo hmotnosť A <B. Ale je tiež možné A = B! Problém hmotnosti A a B má teda tri riešenia. A neexistujú žiadne označenia pre takúto situáciu v dvojstavovej logike!

Podobne tretie rozhodnutie prinieslo výsledok futbalového zápasu (remíza). Iný príklad je stav štátov Švajčiarsko a Fínsko počas konfrontácie medzi NATO a Varšavskou zmluvou.

Ďalším prípadom je napr. pohyb Slnka na oblohe. Označme 1 prítomnosťou Slnka na oblohe a 0 absenciu. Ako označiť stav východu Slnka, keď horizont je už osvetlený jasnými lúčmi, ale solárny disk sa ešte neukázal?

Ďalším prípadom je označenie súčasnosti. Minulosť je to, čo bolo, a budúcnosť je to, čo ešte nebolo. A kde je prítomnosť? Zdá sa, že v binárnej logike nie je možné označiť prítomnosť, to znamená, že v binárnom logickom modeli prítomnosť nie je.. Ale žijeme v nej!

Pre produktívnu prácu trojitého počítača je potrebné veľa kvalitného trojstavového softvéru, ktorý teraz neexistuje. K dnešnému dňu sa na niektoré binárne softvérové projekty vynaložilo niekoľko tisíc človeko-rokov a miliardy dolárov a znovu ich vytvoriť od začiatku v trojstavovej logike by bolo príliš drahé.

V opačnom prípade je trojstavový počítač matematicky najlepším riešením čo sa týka logiky alebo práca so zápornými číslami. Zostáva sa dúfať, že náš postoj k trojstavovej logike sa nakoniec zmení.

Uvedený príspevok vznikol ako dôsledok mnohých problémov pri riešení nielen ekonomických úloh ale aj úloh z iných oblastí. Daný problém je natoľko veľký, že ho začínajú riešiť nielen matematici, ale aj firmy, ktoré sa zaoberajú výrobou a vývojom počítačov. Aj firma Intel začína budovať nový druh procesoru, ktorý už bude postavený na trojhodnotovej logike. Trojstavové trity mali v minulosti skoro takú istú šancu ako aj bity. Trit a jeho využitie je jednou z možností zvýšenia efektívnosti využívania výpočtovej techniky. Trit je spôsob využívania prirodzenejšieho spôsobu rozhodovania.

Trit nový smer pre rozvoj nových predmetov v školách rôzneho typu

... Aká bude naša cesta? Budeme prví ?

1 áno - ak začneme

-1 nie - ak počkáme čo urobia iní

0 možno - ak sa budeme dlho rozhodovať

Nie je jasné, akým smerom by sa uberal vývoj a ako by pracovali počítače pri spracovaní hodnoty „možno“ . Navrhujeme preanalyzovať danú otázku.

Literatúra

1. Brusentsov, N. P. (1965). Малая цифровая вычислительная машина Сетунь». Moskva, ZSSR: Moskovskij universitet.
2. Brusentsov, N. P. (1973). *Общая характеристика малой цифровой машины «Сетунь-70». В кн.: Вычислительная техника и вопросы кибернетики, вып.10. Л., 1973, – С. 3-21.*Moskva, ZSSR: Vychislitelnaya technika i voprosy kibernetiky.
3. Hardin, G. (n.d.). *Illustrated Computer Dictionary for Dummies, 4th Edition — by Sandra Hardin Gookin & Dan Gookin*. IDG Books Worldwide/John Wiley & Sons Inc (Computers). doi:ISBN 978-0764581250.
4. Kultan, J. (2017). Three-state logic-trit. *Open Online Journal for Research and Education*. Österreich : Pädagogische Hochschule
5. Kvasnička, V., & Pospíchal, J. (2006). *Matematická logika*. Bratislava, SR: Slovenska technická univerzita.

Moderné trendy vo výrobe a logistike a ich využitie v podnikovom informačnom systéme

Modern Trends in Production Management and Logistic and their Application in Company´s Information System

Júlia Rakovská[1]

Abstrakt
V súčasnosti neexistuje vari žiadna oblasť ľudskej činnosti, ktorá by sa zaobišla bez používania informačných technológií. Mnohé rozvíjajúce sa organizácie zdokonaľujú aj informačné a komunikačné technológie a zavádzajú tiež nové informačné systémy. Úspešnosť podniku a dobre fungujúci manažment v nemalej miere závisí od funkčného informačného systému. V tomto príspevku približujeme súčasnú situáciu v oblasti využívania informačných systémov a poukazujeme na možnosti, ako pomocou nich zvýšiť efektívnosť ľudskej práce. Taktiež predstavujeme niektoré nové trendy vo výrobe a logistike a ich dosah na informačný systém podniku.

Kľúčové slová
nové trendy, informačný systém, výroba, logistika

Abstract
There is currently no area of human activity for which the use of information technology would not be characteristic. Many emerging organizations are also improving information and communication technologies and introducing new information systems. Success and well-functioning enterprise management depend on the functional information system. In this paper, we are reviewing the current situation with regard to the use of information systems and we point out the possibilities of increasing the efficiency of human work. We present some new trends in production and logistics and their impact on the enterprise information system.

Key words
new trends, information system, production, logistic

JEL classification
M 12, M 21

1 Úvod

Počítače a primitívne roboty poznáme už dlhšiu dobu, avšak z pohľadu dejín je to len zanedbateľný časový úsek. Napriek tomu mali a stále majú na formovanie technológii aj celej spoločnosti veľký vplyv vďaka efektu, ktorý v 1965 kompiloval Gordon Moore, zakladateľ Intelu a Fairchild Semiconductor. Každých 18 mesiacov totiž dôjde k zdvojnásobeniu výkonu procesora, teda počítača. Inými slovami, každých 18 mesiacov si môžete kúpiť dvakrát výkonnejší počítač za rovnakú cenu alebo rovnako výkonný za polovicu. Vďaka výkonnejším a lacnejším počítačom sa tak nenávratne približujeme do stavu, kedy budeme pánmi Rubikonu

1 Ing. Mgr. Júlia Rakovská, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového manažmentu, Katedra manažmentu výroby a logistiky, Dolnozemská 1/b, Bratislava, 852 35, e-mail: julia.rakovska@euba.sk

v rozsahu Mliečnej dráhy. S príchodom robotizácie a počítačovej inteligencie vznikajú aj mnohé otázky, čo bude s obyčajnými ľuďmi.

Hnacím motorom súčasných zmien nielen v oblasti výroby a logistiky je už vyššie spomenutý intenzívny rozvoj informačných technológií. Jednak dochádza k zdvojnásobeniu výkonu každých 18 mesiacov, čo zároveň spôsobuje rýchle zastarávanie softwaru a hardwaru. Inými slovami, nastáva prudký pokles nákladov na obstaranie produktov, ktoré ešte prednedávnom patrili k špičke vo svojej triede. Tieto dve skutočnosti vedú k aplikácií digitalizácie do oblastí, kde to bolo ešte pred niekoľkými rokmi neracionálne, najmä vzhľadom na kvalitnejší a lacnejší výkon „živých" zamestnancov. Tieto zmeny vhodne ilustruje napríklad vlastníctvo smartfónov. V súčasnosti vlastní niekoľko miliárd obyvateľov zeme výkonnejší, lacnejší a menší počítač rádovo v desaťnásobkoch v porovnaní s tým, aký vlastnili štáty či výskumne inštitúcie v 60. až 80. rokoch minulého storočia.

Zároveň prirodzene dochádza k vzniku nových odvetví priemyslu a služieb, ako aj k zániku tradičných odvetví, ktoré sa stávajú nepotrebnými. Práve rast výkonu či pokles cien vedie k rozmachu vývoja a výskumu, najmä v takých oblastiach ako robotika, 3D tlač či virtuálna realita, ktoré si prirodzene našli cestu aj do výroby a logistiky. Pozitívne vplyvy aplikácie týchto nových technológií sa v podnikoch prejavujú poklesom nepodarkovosti, rastom produktivity i produkcie a v neposlednom rade i kvalitou výrobkov či služieb. Kvalita týchto zmien vedie k čoraz rýchlejšej a širšej implementácii týchto technológií, a to aj napriek výrazným prvotným nákladom (najmä pri robotizácii), či prirodzeným obavám z nového a nepoznaného.

2 Moderné trendy vo výrobe a ich dopad na spoločnosť

Sme svedkami toho, že „svet" sa stáva menší a vzdialenosti sa minimalizujú informačnými a komunikačnými technológiami. Všetky podnikateľské subjekty musia akceptovať prebiehajúce zmeny a prispôsobovať sa podmienkam v hospodárstve. Kto sa nedokáže prispôsobiť, tak nemá šancu uspieť v tvrdom konkurenčnom boji na trhu. Výsledkom je zánik podnikateľských subjektov, ktoré nedokážu asimilovať s novými podmienkami. Každý podnik si musí stanoviť vlastný postup úspešnosti a byť prispôsobivý neustálym zmenám v hospodárstve. Jedným zo spôsobov, ako to môže dokázať, je prispôsobiť sa súčasným koncepciám v manažmente a využívať ich v podniku (Richnák, 2015).

Ruka v ruke s intenzívnymi a rýchlymi zmenami vyvstáva v spoločnosti nielen technologická, ale hlavne sociálna otázka: „ako sa zmení postavenie človeka vo výrobnom procese budúcnosti?" Už dnes sú zjavné dopady robotizácie a digitalizácie na pracovné pozície, ktoré sú charakteristické monotónnosťou, nízkymi požiadavkami na vzdelanie a zároveň vysokou frekvenciou či rizikom zranenia. Príkladom je Európa, kde postupne dochádza k nahrádzaniu pracovníkov s nízkou kvalifikáciou v oblasti logistiky robotmi (www.consultancy.uk, 2016).

S rastúcou kvalitou robotov budú nahrádzané i pracovné pozície nemanuálneho charakteru, ktoré vyžadujú vysokoškolské vzdelanie. Aktuálny je prípad japonskej poisťovacej spoločnosti Fukoku Mutual Life Insurance, ktorá nahradila až 34 zamestnancov, zaoberajúcich sa výpočtom vyplácaných poistných súm, umelou inteligenciou Watson od IBM4. S rastom počtu činností, ktoré dokážu vykonávať roboty lacnejšie a lepšie ako človek, dochádza k zmene funkcie robotov vo výrobnom procese z komplementu ľudskej práce na jej substitút. Napriek vzniku nových odvetví priemyslu dôjde pravdepodobne k prudkému nárastu nezamestnanosti rádovo v desiatkach percent v globálnom meradle.

Jedným z navrhovaným riešením tejto problematiky je tzv. „basic income" alebo základný príjem. Podstatou tohto konceptu je pravidelné mesačné a bezodplatné vyplácanie jedinej dávky zo strany štátu, ktorá nahrádza všetky ostatné štátne platby občanom. Zástancovia

tejto teórie argumentujú výrazným poklesom transakčných nákladov, vyplývajúcich z vyplácania rôznych dávok (prídavky, dôchodky, dávky) rôznym sociálnym skupinám, ktorý by viac či menej znížil vyššiu náročnosť základného príjmu na štátny rozpočet.

Robotizácia sa uplatňuje vo výrobe od päťdesiatych rokov minulého storočia. Prví priemyselní roboti mali obmedzenú „inteligenciu“, autonómiu a prevádzkový stupeň slobody. Väčšina z nich bola navrhnutá na vykonávanie jedného alebo dvoch súborov opakujúcich sa krokov vo vysoko kontrolovanom prostredí. Vďaka vedeckému pokroku sa i roboti stávajú stále viac „inteligentné“ a všestranné (Robinson, 2015).

Nedávno sa z Číny stala globálna centrála automatizovanej výroby ako reakcia na rastúce mzdové náklady a dopyt po výrobe zapríčinil výrazný rast v oblasti priemyselnej robotiky. Od roku 2013 do roku 2015 sa dodávky viacúčelových priemyselných robotov zdvojnásobili na počet 75 000 a rovnaký efekt sa predpokladá i v súčasnosti. (Juvelosa – House, 2017) Napriek tomu niektorí výrobcovia veria, že väčšia automatizácia je škodlivá a povedie k poklesu inovácií, keďže len človek dokáže vytvárať nápady ako zlepšovať procesy a produkty. Z tohto dôvodu má implementácia robotov v USA a iných vyspelých ekonomikách inú formu. V mnoho prípadoch sa roboti používajú na výpomoc ľudským zamestnancom a nie na ich náhradu. Tento koncept, nazývaný „cobotics“, vedie k spolupráci operátorov vo výrobe a strojov za účelom zrýchlenia, uľahčenia a zjednodušenia jednotlivých komplexných častí kompletizačného procesu. (manufacturing trends, 2016) „Cobotics“ naberá rýchly vývoj a doposiaľ všetky úspešné implementácie sa orientovali prevažne na ergonomicky náročné úlohy v rámci leteckého a automobilového priemyslu.

Medzinárodná federácia robotiky predpokladá aj naďalej dvojciferný rast predaja robotov minimálne do roku 2018 z nasledujúcich dôvodov (Robinson, 2015):

1. Industry 4.0 a spájanie podnikov s virtuálnou realitou bude hrať dôležitú úlohu v svetovej výrobe.
2. Spolupráca „človek – robot“ zažije v tomto období svoj prelom.
3. Zjednodušovanie používania robotov vytvorí veľký priestor na ich aplikáciu aj v malých a stredných podnikoch.
4. Globálna konkurencia povedie k rastu tlaku na modernizáciu výrobných zariadení.
5. Skracovanie životného cyklu produktov a rast požiadaviek na ich rôznorodosť vyžaduje flexibilnú automatizáciu.

Ďalším významným trendom vo výrobe je maximalizácia úrovne digitalizácie výrobného procesu prostredníctvom digitalizácie a prepojenia jednotlivých strojov, nástrojov a prvkov používaných vo výrobnom procese tzv. internet vecí. Digitalizované stroje možno neustále sledovať a zároveň zberať množstvo dát („big data“) rôzneho charakteru v reálnom čase, ktoré sa následne analyzujú a vyhodnocujú za účelom optimalizácie výrobného procesu. Podľa spoločnosti Siemens vedie digitalizácia podnikania k nasledujúcim hlavným prínosom: (siemens.com, 2018)

- pokles nákladov,
- rast kvality produkcie,
- vyššia flexibilita a efektívnosť,
- rýchlejšia reakcia na požiadavky zákazníkov.

Zároveň vznikajú nové a inovatívne oblasti podnikania spojené s expanziou digitalizácie, ako napr. v súčasnosti „big data“ a „internet vecí“ (IoT). Pojem „big data“ predstavuje obrovské súbory údajov, ktoré nedokážu spracovať tradičné aplikácie slúžiace na prácu s dátami. Môžu

mať rôznu formu, napríklad číslo, text, zvuk, obraz či vlnenie. Výsledky ich analýz sa budú postupne uplatňovať vo všetkých oblastiach života.

Nedávne pokroky v počítačovej vede, informačných technológiách a strojárstve umožnili výrobcom „doručovanie“ informácií a podpory v reálnom čase, a to priamo v bode potreby na jednotlivých pracoviskách. Používatelia rozšírenej reality sledujú text, obrázky, zvuk a iné virtuálne vylepšenia pri vykonávaní komplexných úloh na pracovisku. Tieto nástroje zároveň dokážu simultánne merať presnosť a čas vykonávanej úlohy a informovať príslušného zamestnanca o potencionálne nízkej kvalite úkonu.

Niektorí priemyselní výrobcovia používajú tzv. „rozšírenú realitu“ na zabezpečenie tréningu, rýchlejších reakcií na údržbárske požiadavky, sledovania inventáru, zvýšenia bezpečnosti a sledovanie výrobných operácií v reálnom čase. Vo viacerých výrobných oblastiach by sa mohli predávať zariadenia a aplikácie „rozšírenej reality“ ako súčasť samotných strojov, čím by sa vytvoril dodatočný príjem pre ich výrobcov (manufacturing trends, 2016).

Technológia 3D tlače vyrába pevné objekty, podľa digitálneho návrhu, vrstvením množstva vrstiev plastu a ďalších materiálov v presne stanovenom tvare. Prví používatelia 3D tlače spomedzi priemyselných výrobcov používajú 3D tlač na výrobu súčiastok v malých sériách pri produkcií prototypov, skracovaní času medzi návrhom dizajnu a výrobou prototypu, ako aj na ovplyvnenie ekonomiky výroby. Napríklad spoločnosť BAE Systems začala používať 3D tlač, keď sa jej nedarilo zabezpečiť injekčne lisovanú plastovú súčiastku pre regionálne prúdové lietadlo. Uvedenej spoločnosti sa tak podarilo ušetriť 60 % nákladov a skrátiť čas potrebný na prípravu produkcie o dva mesiace. 3D tlač je stále v začiatkoch a samotná technológia je obmedzená výkonnostnými požiadavkami na produkty, ktoré dokáže vytlačiť. Ďalším krokom by mohla byť aplikácia 3D tlače pri výrobe vysoko špecifických častí v malých sériách, ktoré sú komponentmi hotových výrobkov, tiež na výrobu nástrojov slúžiacich na lisovanie, odlievanie alebo formovanie produktov.

3 Podnikové logistické informačné systémy a ich využitie

Logistický informačný systém je interaktívna štruktúra, ktorej súčasťou je personál, zariadenie a technológia prepojená do jedného informačného toku používateľom pre potreby plánovania, riadenia, kontroly a analýzy fungovania logistického systému. Hlavnou úlohou logistického informačného systému vo všeobecnej rovine je vytváranie a trvalé zlepšovanie vzťahov so zákazníkmi, dodávateľmi a zamestnancami pomocou nových spôsobov interakcie s nimi pri použití moderných informačno-komunikačných technológií. Zrejme najpodstat-nejšou úlohou je znižovanie nákladov v každej jednej časti výrobného procesu.

Podstatou logistických informačných systémov je usporiadať signály takým spôsobom, aby používateľovi poskytli určitú informačnú hodnotu spracovanú v slovnej, numerickej alebo grafickej podobe. Význam nadobúdajú predovšetkým pri usmerňovaní fyzického pohybu materiálu, čím sa zabraňuje jeho hromadeniu na skladoch, a pri výmene dát medzi partnermi materiálového toku (zásobovanie Just-in-time). Táto transakcia dát však predpokladá splnenie určitých požiadaviek, najmä spoľahlivosť dát, respektíve informácie vyjadrujúce fyzický stav buď s predstihom alebo s čo najmenším oneskorením, ktoré prekrývajú celú plochu a všetky prvky logistického systému (flowii.com, 2017).

Cieľom logistických informačných systémov je pripraviť a spracovať úplné, správne a aktuálne informácie, ktoré svojím spôsobom predstavujú veľmi cenný tovar. Týmto sa zároveň zabezpečuje plánovanie, realizácia a kontrola úloh v správnom čase a s čo najnižšími nákladmi na ich získanie a spracovanie. Vo všeobecnosti je ich cieľom príprava a spracovanie informácií pre všetky plánovacie, výrobné a kontrolné úlohy podnikateľskej jednotky, ako aj poskytovanie dát všetkým útvarom podnikateľskej jednotky za účelom analýzy a následného rozhodovania.

Okrem uvedeného, cieľom informačných systémov v logistike je taktiež optimálne zabezpečiť proces prijatia aj realizácie zásob v potrebnom množstve, v požadovanom čase a na spoľahlivom mieste, od spoľahlivého dodávateľa k spoľahlivému spotrebiteľovi, s dobrým servisom a hlavne cenovo výhodne (flowii.com, 2017).

Informačné technológie významným spôsobom ovplyvňujú rozvoj logistiky. Jedným z trendov v oblasti plánovania a riadenia procesov, je zmena v systéme výroby zo systému tlaku (tzv. „push system“) na systém ťahu (tzv. „pull system“). Pôvodný systém, t. j. systém tlaku, bol založený na výrobnej kapacite podniku, čo malo za následok zvýšené nároky na skladovanie. Logistické systémy uplatňujúce princíp ťahu, ako napr. systém „Just in time“ (JIT), eliminovali mnohé nedostatky predchádzajúceho prístupu. V podniku sú v rámci tohto systému neustále monitorované požiadavky zákazníkov a vyrábajú sa také množstvá tovarov, ktoré si zákazník žiada. Pri systéme ťahu nie je potrebné vytvárať okrem poistnej žiadne ďalšie rezervy. Skladovanie v rámci tohto systému slúži ako tzv. „prietokové centrum“, ktoré ponúka vyššiu úroveň servisu alebo presúva zásoby bližšie k zákazníkovi.

ERP je aplikačný softvér, ktorý umožňuje riadenie a koordináciu disponibilných podnikových zdrojov a aktivít. Predstavuje komplexné informačné systémy podnikov, ktoré obvykle zahŕňajú činnosti súvisiace s výrobou, financiami, účtovníctvom, dodávateľskými reťazcami, vytváraním a posilňovaním vzťahov so zákazníkmi, riadením ľudských zdrojov a pod.

Vzhľadom na potrebu neustálej informovanosti a aktuálnosti údajov má využitie informačného systému ERP opodstatnenie práve pri systéme ťahu. Koncepcia logistického prostredia jednotným spôsobom sa dosiahne prostredníctvom integrácie všetkých zamestnancov a každej činnosti, ktoré ho tvoria. Zavádzanie ERP v oblasti logistiky posilňuje spoluprácu medzi dodávateľmi, výrobcom a zákazníkmi, tzn. všetkými subjektami zapojenými do logistického procesu.

Prínosom ERP je vytváranie správ pre riadenie vzťahov so zákazníkmi, predaj, plánovanie v dlhodobom horizonte, požiadavky na výrobu či riadenie zásob. K uspokojeniu stále rastúcich požiadaviek zákazníkov je nevyhnutný integrovaný logistický systém, ktorý je podporovaný integrovaným informačným systémom. Zákazníci nevyžadujú len spoľahlivú dodaciu lehotu, vyrovnané cykly objednávok, ale aj vysokú informovanosť, pokiaľ ide o dostupnosť zásob na sklade, očakávaný príchod dodávky, stav objednávok, stav dodávok a pod. Nedokonalá komunikácia môže mať za následok predĺženie cyklu objednávok, stratu zákazníkov, zvýšenie dopravných a skladovacích nákladov, či rast nákladov na udržiavanie zásob. Pre podporu logistických činností sa preto vo veľkej miere využívajú informačné technológie, a to ako pri prijímaní a vybavovaní objednávok, tak v oblasti riadenia zásob a skladu, merania výkonov, ako aj v procese prepravy. Logistický informačný systém je možné využiť taktiež ako podporu strate-gického rozhodovania (flowii.com, 2017).

V súčasnosti existujú rôzne špecializované aplikácie, ktoré presne zodpovedajú požiadavkám výroby a logistiky. Keďže sú požiadavky každého podniku rôznorodé, je nevyhnutné zvážiť súčasné, ale aj budúce podnikové procesy. Podnik si musí uvedomiť, či je systém natoľko flexibilný, aby v ňom bolo reálne zaviesť prípadné zmeny ľahko, rýchlo, bez rizík a bez následkov na používateľa. Dá sa povedať, že špecializovaná aplikácia obvykle v porovnaní s klasickým modulom ERP systému disponuje širšou funkcionalitou a danú problematiku rieši do detailov.

Jednou z takýchto aplikácií môže byť špecializovaný systém pre riadenie skladu. Sklad môže byť riadený buď špecializovaným systémom tzv. WMS („warehouse management system“) alebo skladovým modulom ERP systému. WMS je bezpapierové riešenie pre online riadenie skladov využívajúcich čiarové EAN kódy alebo QR kódy, načítané pomocou

mobilných terminálov, pracujúcich prostredníctvom WiFi siete. Na zavedenie tohto špecializovaného skladového systému je potrebné dodržanie určitých kritérií, ako napr. plocha skladu, počet skladovaných materiálov, počet pracovníkov skladu, typológia skladu (usporiadanie regálov, voľných miest a úložných priestorov a samozrejme aj počet položiek, ktoré sú za časovú jednotku prijaté alebo vydané zo skladu.

Skladové moduly integrované do ERP systémov väčšinou nedokážu plne využívať technológiu automatickej identifikácie (čiarové kódy, QR kódy), čiže ich funkcionalita býva obmedzená. Modernejšie WMS riešenia disponujú štandardnými dátovými rozhraniami na rozšírené ERP systémy, čo v praxi znamená, že tieto WMS systémy dokážu byť prepojené s ERP riešeniami a dokážu z nich čerpať informácie, aj ich ďalej odovzdávať.

Za zmienku stojí špecializovaný systém pre plánovanie distribúcie (TMS). Systém typu TMS je riešený viac do detailov a koncentruje sa na zložitú problematiku distribúcie v logistických podnikoch, či už vnútroštátnej alebo medzinárodnej, prípadne ich kombinácie. Modul ERP systému je zameraný všeobecnejšie, t. j. pre štandardné a normalizované typy prepráv, kde nie je až tak veľa rôznych pravidiel či výnimiek pre každého zákazníka.

4 Záver

Správne fungujúci informačný systém sa stáva dôležitým predpokladom úspechu a rastu podniku. Súčasným trendom v logistickej komunikácii je najmä nárast jej komplexnosti, ale aj automatizácia a rýchlosť. Investičná a časová náročnosť implementácie systému ERP, funkčnosť systému, jeho flexibilita, technologické aspekty, financie a takisto časová náročnosť na školenie zamestnancov síce znamenajú určité znevýhodnenie pri rozhodovaní o zavedení týchto systémov, avšak v celkovom meradle sú pre podnik a logistické činnosti podstatným prínosom. (Heczko, 2013) Ich podstata spočíva najmä v urýchlení a zefektívnení procesov, ale tiež v znížení nárokov na skladovanie, práve vďaka neustálemu monitorovaniu požiadaviek zákazníkov. V súčasnosti existujú rôzne špecializo-vané riešenia a každý výrobný podnik si musí zvážiť výber konkrétnej aplikácie na základe svojich súčasných činností a plánovaných zmien. Aj do budúcnosti iste možno očakávať ďalší rozvoj špecializovaných aplikácií, ktoré budú schopné ešte lepšie a jednoduch-šie komunikovať so systémom ERP. Možno predpokladať, že dôjde k intenzívnej-šej spolupráci medzi dodávateľmi komplexných ERP systémov a špecializovaných riešení v jednotlivých odboroch.

Viaceré skutočnosti, ktoré sa týkajúce rozvoja informačných technológií, povedú v blízkej budúcnosti k značným zmenám nielen vo výrobe, ale aj v samotnej spoločnosti, a to najmä vzhľadom na transformáciu úlohy človeka vo výrobnom procese. Predovšetkým trend rastúceho poklesu hodinových nákladov na robota bude znamenať masovú implementáciu robotizácie v podnikoch všetkých veľkostí a zamerania. Spolu s digitalizáciou, 3D tlačou či rozšírenou realitou môže dôjsť k synergickému efektu, ktorý povedie k exponenciálnemu rastu produktivity podobne ako počas priemyselnej revolúcie. Ďalšia výzva, ktorú ľudstvo očakáva, je skutočnosť, ako sa v budúcnosti vysporiada s vynájdením umelej inteligencie a humanoidných robotov, ktoré dokážu nielen nahradiť, ale aj prekonať kvalitu ľudskej práce. Výzva to teda nebude len vedecká, ale i sociálna a spoločenská. Otázkou zostáva, ako sa zmení spoločenská štruktúra a aká veľká bude regulácia umelej inteligencie.

Literatúra

1. C. (2016, July 19). Logistics robots to make 40% of sector's low skilled workers obsolete. Retrieved from https://www.consultancy.uk/news/12161/logistics-robots-to-make-40-of-sectors-lowskilled-workers-obsolete.

2. Calderone, L. (2017, January 26). Manufactrers That Use Robots. Retrieved from https://www.manufacturingtomorrow.com/article/2017/01/manufactrers--taht-use-robots/9050.
3. Heczko, B. (2013, February 27). Logistika 2013. Retrieved from http://www.informslovakia.sk/konferencia/logistika-2013.
4. Juvelosa, J., & House, K. (2017, February 9). Production Soared After This Factory Replaced 90% of Its Employees With Robots. Retrieved from https://futurism.com/2-production-soars-for-chinese-factory-who-replaced-90-of-employees-with-robots/.
5. McCurry, J. (2017, January 5). Japanese company replaces office workers with artificial intelligence. Retrieved from https://www.theguardian.com/technology/2017/jan/05/japanese-company-replaces-office-workers-artificial-intelligence-ai-fukoku-mutual-life-insurance.
6. People. (2015, July 13). Retrieved from http://www.en.people.cn/n/2015/0715/c900000-8920747.html.
7. Siemens. (2018, June 22). Future of Manufacturing. Retrieved from https://www.siemens.com/global/en/home/company/topic-areas/future-of-manufacturing.html.
8. Richnák, P. (2015). Globalization and its impact on the present concepts in company management. *Globalization And Its Socio-Economic Consequences. Part 2: Proceedings: 15Th International Scientific Conference: 7Th-8Th October 2015, Rajecke Teplice, Slovak Republic*, 608-616.
9. Robinson, A. (2015, December 7). Manufacturing-trends-to-watch-out-for-in-2016. Retrieved from http://www.cerasis.com/2015/12/07/6-manufacturing-trends-to-watch-out-for-in-2016/.
10. 2016 manufacturing trends. (2016, June 15). Retrieved from http://www.stradegyand.pwc.com/trends/2016-manufacturing-trends/.

Integrácia grafických rozhraní s jazykom R

Integration of graphical interfaces with R language

Pavol Sojka[1]

Abstrakt

V posledných rokoch sa veľmi intenzívne rozvíjajú všetky sektory ekonomiky. Tieto sektory generujú veľké množstvo dát, ktoré sa buď nechávajú uložené v dátových skladoch bez ďalšieho využitia alebo sa jednoducho mažú, lebo sú už nepotrebné, zdvojené alebo len dočasného charakteru. Pomaly ale nastupuje doba, keď sa aj zdanlivo nepoužiteľné dáta budú dať spracovať a vyťažiť z nich potrebné informácie za prijateľné náklady. Keďže výkon a kapacita hardvéru rastie každoročne, je aj ekonomicky výhodné uchovávať väčšiu časť dát uloženú a mazať buď už spracované dáta alebo tie naozaj nepotrebné. Spracovaním dát sa komerčne zaoberá čoraz viac firiem a ponúkajú za úplatu svoje softvéry pre spracovanie dát ostatným firmám. Sú to softvéry ako napríklad SAS, Statgraphic, SPSS. Všetky majú spoločné to, že sú to platené aplikácie a ich nákup môže tvoriť významnú položku v rozpočte tej ktorej organizácie alebo firmy. Pre veľké spoločnosti to nie je až tak problematické, ale pre stredne veľké a malé firmy to už môže predstavovať väčšiu finančnú záťaž. V našom príspevku sa zameriame práve na štatistický softvér, ktorý je voľne dostupný a tým je jazyk R. Keďže samotný jazyk R je jazyk založený na báze vkladania textových príkazov, tak pre zefektívnenie práce s ním existujú aj grafické rozhrania, ktoré prácu s ním uľahčujú. Práve na tento aspekt sa v práci zameriame a to konkrétne na integráciu s grafickým rozhraním Shiny.

Kľúčové slová

spracovanie dát, štatistický softvér, jazyk R, grafické rozhranie Shiny

Abstract

In past years there is a large boom in all segments of the economy. These sectors generate vast amount of data, which are being stored in data warehouses without any use or they are deleted, because they are actually not usable anymore or because they are duplicates or temporary ones. But nowadays a new possibilities arise to process these seemingly useless data and get additional information from them for reasonable price. This can be done thanks to growing performance of hardware and decreasing hardware prices. So companies can hold greater amount of data and try to process them faster due to performance growth. Companies can then delete already processed data or unusable ones. Many firms offer their software commercially for further data processing and mining, these applications are e.g. SAS, Statgraphic, SPSS and so on. All these applications are provided for money and their purchase can generate significant item in companies' budget. Large companies absorb these expenditures easier than the smaller ones. In our article we emphasize statistical software, which is accessible for free, it is the R language. R language is based on inserting text commands into the terminal screen which can be difficult to learn for some people. There also exist graphical interfaces that can be integrated with R which make usage of R easier. In article we place emphasis on graphical interface called Shiny.

Key words

data processing, statistical software, R language, graphical interface Shiny

1 Ing. Pavol Sojka, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, pavol.sojka@euba.sk.

JEL classification
M15

1 Úvod

V posledných rokoch sme svedkami rapídneho nástupu nových technológií a zdokonaľovania už existujúcich. Každé zariadenie, ktoré vlastníme generuje nejaké penzum dát, ktoré sa buď ďalej spracovávajú alebo sú to tzv. „jalové dáta“, ktoré sa už ďalej nespracovávajú, pretože sú už zbytočné, alebo je na ich spracovanie nutný dlhý čas, veľký výpočtový výkon, kapacita a podobne. Prekážkou v prípadnom ďalšom spracovaní dát aj neznalosť softvérových nástrojov, ktoré ďalšie spracovanie umožnia.

Firmy môžu disponovať dátami, ktoré by pri lepšej analýze dokázali dať spoločnosti nejaké dodatočné informácie, ktoré by mohli viesť k lepšiemu cieleniu na zákazníka. Dnes sú v ponuke rôzne komerčné riešenia, ktoré takéto štatistické výpočty umožňujú, avšak sú aj pomerne drahé a preto si ich kupujú hlavne väčšie spoločnosti. Medzi najznámejšie softvérové nástroje patria SAS, Statgraphic, SPSS. Pre stredne veľké a malé firmy sú ale investície do týchto softvérov problematické, nakoľko sú pomerne drahé a rovnako potrebuje firma investovať aj do zaškolenia pracovníkov. Na trhu existujú aj rôzne alternatívy, ktoré sú zdarma, ale ich kvalita je veľakrát problematická a v prípade nejakého problému nie je k dispozícii platená technická podpora. Alternatívny softvér zdarma je napríklad PSPP, ktorý vychádza z komerčného SPSS. Potom sú tu rôzne tzv. plug-in moduly do excelu a podobne.

Mimo zainteresovaných kruhov je ale širokej verejnosti pomerne neznámy programovací jazyk, určený primárne na štatistické účely a tým je jazyk R, ktorému sa budeme v ďalšom texte venovať.

2 Jazyk R

R je programovací jazyk a prostredie [5] určené pre štatistickú analýzu dát a ich grafické zobrazenie. Ide o implementáciu programovacieho jazyka S pod slobodnou licenciou. Pretože je zadarmo, R už predstihlo počtom užívateľov komerčné S a stalo sa faktickým štandardom v mnohých oblastiach štatistiky.

Funkcie prostredia R je možné rozšíriť pomocou knižníc označovaných ako balíčky (packages). Pre verziu 3.4 ich bolo v júli 2017 v centrálnom repozitári CRAN k dispozícii približne 11 000 [4]. Príkladom často používaného balíčka je ggplot2 pre grafické zobrazenie dát.

R sa používa z príkazového riadku, existuje však niekoľko rozšírení s grafickým rozhraním ako RKWard, RStudio, R Commander alebo rozšírenie do OpenOffice.org Calc R4Calc.

R býva tiež využívané v komerčných softvéroch, napríklad v prostredí SPSS môžu používatelia priamo písať a spúšťať programy v jazyku R nad otvorenými dátami.

2.1 Štatistické funkcie

R poskytuje širokú škálu štatistických a grafických techník vrátane lineárneho a nelineárneho modelovania, klasických štatistických testov, analýzy časových radov, zhlukovanie a ďalších. R je ľahko rozšíriteľný pomocou funkcií a balíčkov a R komunita je známa ich aktívnymi aktualizáciami. Mnoho štandardných funkcií R je napísaných v samotnom jazyku R, čo uľahčuje užívateľom sledovať vykonané algoritmické zmeny. Pre výpočtovo náročné úlohy je možné kód prepojiť s jazykmi C, C++ a Fortran [3]. Pokročilí používatelia môžu využívať okrem C, C++ aj Java, .NET alebo Python k priamej manipulácii s R objektami.

R je rozšíriteľný pomocou balíčkov vytvorených samotnými používateľmi, ktoré obsahujú konkrétne funkcie, alebo sú využiteľné v určitých vedných oblastiach. Vďaka svojmu predchodcovi, jazyku S, je R silnejšie objektovo orientované než väčšina ostatných štatistických počítačových jazykov.

Ďalšou silnou stránkou R je statická grafika, ktorá vie produkovať grafy vhodné do vedeckých publikácií vrátane napríklad aj matematických symbolov. Dynamická a interaktívna grafika je dostupná prostredníctvom ďalších balíčkov.

R má svoj vlastný formát dokumentácie podobný LaTeXu, ktorý nahrádza kompletnú dokumentáciu, a to ako on-line, tak aj v mnohých formátoch a v tlačenej podobe.

2.2 Programovanie v príkazovom riadku

R je interpretovaný jazyk, ku ktorému používatelia zvyčajne pristupujú pomocou príkazového riadku (interpreter). Ak používateľ zadá "2+2" do príkazového riadku R a potvrdí stlačením klávesou enter, odpoveďou počítača bude "4":

```
> 2 + 2

[1] 4
```

Tento výpočet je interpretovaný ako súčet dvoch jednozložkových vektorov, ktorého výsledkom je tiež jednozložkový vektor. Predpona *[1]* označuje, že zoznam prvkov, ktoré nasledujú na rovnakom riadku, začína prvým prvkom vektora (funkcia, ktorá je užitočná, keď je výstup na viac riadkov).

Rovnako ako iné podobné jazyky, ako je APL a MATLAB, R podporuje matice. Dátová štruktúra programovacieho jazyka R zahŕňa vektory, matice, dátové rámce (podobné tabuľkám v relačnej databáze) a zoznamy (listy). Systém R zahŕňa aj objekty pre (okrem iného): regresné modely, časové rady a geo-priestorové súradnice. Skalárny dátový typ nebol nikdy implementovaný ako dátová štruktúra v R, skaláry sú tu reprezentované ako vektory s dĺžkou jedna.

R podporuje procedurálne programovanie s funkciami, a pre niektoré funkcie objektovo orientované programovanie s generickými funkciami. Generické funkcie sa správajú odlišne v závislosti od typu pridaných argumentov. Inými slovami generická funkcia deleguje operáciu na funkciu (metódu) špecifickú pre daný typ triedy a objektu. Napr. R má generickú funkciu "print ()", ktorá umožňuje vytlačiť takmer každý druh objektu s jednoduchou syntaxou "print (meno-objektu)".

Aj keď je R využívané predovšetkým ako nástroj pre štatistické výpočty a analýzy, môže byť využitý tiež pre všeobecné výpočty s maticami s výkonnosťou porovnateľnou s GNU Octave alebo MATLAB.

2.3 Balíky (packages)

Schopnosti R sú rozšírené pomocou tzv. balíčkov vytvorených samotnými užívateľmi, ktoré umožňujú využitie špecializovaných štatistických nástrojov, grafického zobrazenia (napr. Ggplot2), nástrojov na import / export dát, pre tvorbu reportov (knitr, Sweave), atď. Tieto balíčky sú vyvíjané predovšetkým v jazyku R, niekedy však aj v Jave, C alebo inom jazyku.

Súčasťou inštalácie R je súbor základných balíčkov a viac ako 11 000 ďalších (k júlu 2017) je k dispozícii na webových stránkach Comprehensive R Archive Network (CRAN) [2], Bioconductor, Omegahat, GitHub a ďalších úložiskách. Pre verziu 2.10 ich bolo v júli 2009 v centrálnom repozitári CRAN k dispozícii len okolo 2 000.

Na internetových stránkach CRAN sú vytvorené manuály zoskupujúce balíčky podľa možného typu aplikácie (napr. financie, genetika, medicínske zobrazovanie, sociálne vedy alebo priestorová analýza). FDA označila R ako vhodné tiež pre interpretáciu dát z klinického výskumu.

Ďalšie balíčky pre R môžeme nájsť tiež na stránkach Crantastic, komunitného webu pre kontrolu a hodnotenie všetkých balíčkov z CRAN a R-Forge, ďalej centrálne platformy spolupráce na vývoji balíčkov R, softvérov súvisiacich s R a iné súvisiace projeky. R-Forge obsahuje tiež mnoho nepublikovaných beta balíčkov a vývojové verzie balíčkov CRAN.

Napríklad projekt Bioconductor poskytuje balíky R pre analýzu genomických dát, ako Affymetrix a nástroje pre spracovanie a analýzu cDNA microarray (DNA čip) dát a začal poskytovať tiež nástroje pre analýzu dát z novej generácie vysoko výkonných sekvenčných metód (sekvencovanie DNA).

Ďalšie špecializované balíky možno nájsť voľne na internete alebo na univerzitných stránkach – pre genetické dáta napr. Geneland, Phyloch alebo ParallelStructure. Reprodukovateľný výskum a automatické generovanie reportov môže byť vykonané s balíčkami, ktoré podporujú využitie kódu R implementovaného do LaTeXu, OpenDocument formáty a iné.

3 Grafické užívateľské rozhrania (GUI)

Grafické užívateľské rozhranie môžeme chápať dvojako. Buď ako prostredie, ktoré nám umožní pracovať komfortnejšie so samotným jazykom R. Komfortnejšie znamená, že máme grafickú nadstavbu, kde máme rôzne ponuky, na ktoré môžeme kliknúť ako sme zvyknutí vo väčšine aplikácií. Ako príklad za všetky možno spomenúť inštaláciu balíkov, keď napríklad namiesto písania príkazu na inštaláciu balíka ggplot2 v tvare *install.packages("ggplot2")* si v menu vyberieme inštaláciu toho ktorého balíka a potvrdíme tlačidlom. Samozrejme majú tieto GUI nadstavby omnoho viac možností, stačí si ich len vyskúšať. Najznámejším GUI rozšírením nad jazykom R je aplikácia Rstudio.

Druhé chápanie grafického užívateľského rozhrania je možnosť pre vývojára vlastnej aplikácie urobiť jej používanie komfortným. Teda ja ako vývojár napíšem aplikáciu v R pre štatistické vyhodnocovanie napríklad ekonomických ukazovateľov firmy a aby sa používateľ nemusel učiť pracovať s jazykom R, tak mu dorobím ešte navyše grafickú nadstavbu, kde si pomocou tlačidiel, posuvníkov a iných grafických prvkov môže meniť vstupné parametre výpočtu a výsledok sa mu hneď zobrazí v tabelárnej alebo grafickej podobe.

Teda stručne povedané prvý typ GUI je určený skôr pre vývojárov aplikácií v R a druhý typ poskytuje vývojár používateľom svojho softvéru. V texte sa budeme zaoberať druhou možnosťou a to použitím grafických nadstavieb pre komfortnú prácu používateľov.

Pre tieto účely existuje niekoľko softvérov, ktoré môžeme použiť pre vytvorenie takejto aplikácie. Medzi takéto nástroje patrí napríklad Tcl/Tk, gWidgets, RGtk2, Shiny. Všetky menované okrem Shiny sú klasické grafické rozhrania, aké poznáme z aplikácií nainštalovaných na pracovných staniciach. Na ich beh je nutné si ich stiahnuť a nainštalovať na počítač a rovnako aj jazyk R. To je nevýhoda, nakoľko tento proces zvyšuje prácnosť a jednoduchú nasaditeľnosť pre používateľov, nakoľko je napríklad vo firemnej sfére vždy nutná koordinácia so správcom informačných technológií, ktorý požadované softvéry nainštaluje na počítač používateľa.

Tcl/Tk – Tcl je samostatný programovací jazyk a Tk je grafická nadstavba nielen pre tento jazyk, ale aj pre iné jazyky [6]. Táto grafická nadstavba je dostupná pre rôzne platformy, ako napríklad Windows, Linux, Unix, Mac OS a umožňuje beh raz naprogramovanej aplikácie na všetkých podporovaných platformách bez vykonania zmien v kóde.

gWidgets je implementáciou nástrojov, ktoré sú poskytované komplexným balíkom gWidgetsRGtk2 [7]. gWidgets a RGtk2 využívajú možnosti knižníc GTK2, ktoré sú využívané pre tvorbu grafických aplikácií pre desktop alebo web. Knižnice sú dostupné na stiahnutie pre Windows, Linux a Mac OS. GTK2 umožňuje tvorbu GUI so všetkými prvkami, na ktoré je používateľ zvyknutý, to znamená okná, tlačidlá, posuvníky, zaškrtávacie polia a podobne.

Podľa Verzaniho [8] vyššie spomenuté grafické rozhrania poskytujú viac možností pri tvorbe používateľského rozhrania ako Shiny, avšak Shiny je jednoduchšie z pohľadu písania kódu a má aj modernejší vzhľad ako Tcl/Tk a gWidgets s GTK2.

Autor príspevku si Shiny vybral aj práve kvôli modernejšiemu vzhľadu a použitým technológiám, ktoré sú primárne zamerané na tvorbu webových aplikácií a aj kvôli jednoduchosti implementácie Shiny, keď okrem jazyka R a samotného balíka Shiny nie je nutné inštalovať žiaden ďalší softvér a beh samotnej naprogramovanej aplikácie je možné zabezpečiť cez externé servery. gWidgets na báze gtk2 je tiež možné sprístupniť ako webovú aplikáciu (gWidgetsWWW2.rapache) [8] pomocou modulu rapache pre Apache web server, ale tento prístup si vyžaduje ďalšie znalosti pre správnu konfiguráciu potrebných modulov pre webový server Apache. Autor príspevku vidí hlavný prínos prostredia Shiny pre vývojára v jednoduchosti inštalácie prostredia na počítač a pre používateľa vývojárom naprogramovanej aplikácie možnosť okamžitého použitia bez inštalácie dodatočného softvéru na koncové zariadenie používateľa. Preto bude predmetom ďalšieho popisu prostredie *Shiny*.

4 Grafické prostredie Shiny

Grafické prostredie Shiny kopíruje trendy posledných rokov, kde sa začínajú tvoriť aplikácie, resp. ich väčšina, tak aby boli schopné kompletne bežať v internetovom prehliadači, ako napríklad Google Chrome, Mozilla Firefox, Edge a pod. Pri tomto type vývoja aplikácií odpadá nutnosť inštalovať softvér poskytovaný vývojárom na počítač používateľa a teda je to komfortná cesta ako jednoducho dostať svoj softvér k používateľovi.

Vývojár si v tomto prípade nainštaluje všetky potrebné softvéry len do svojho počítača a po skompletizovaní aplikácie túto nahrá na špecializovaný server buď pod svojou správou alebo na server služby, ktorú do istej miery poskytuje tvorca aplikácie Shiny zdarma. Ďalšou výhodou tohto prístupu je, že v prípade vydávania nových verzií či už kvôli opravám chýb alebo pridávania nových funkcionalít, je nutné túto opravu distribuovať len na náš server a tým pádom má používateľ vždy aktuálnu verziu bez nutnosti čokoľvek inštalovať. Používateľ pre prístup k aplikácii potrebuje vedieť len tzv. URL adresu, čo je adresa zadávaná do webového prehliadača a pre Shiny aplikáciu môže vyzerať napríklad takto https://gallery.shinyapps.io/anova_shiny_rstudio/. V ďalšom texte ukážeme, ako si pripraviť prostredie, aby sme mohli začať vyvíjať našu aplikáciu.

4.1 Inštalácia grafického prostredia Shiny

Pred samotným zahájením inštalácie grafickej nadstavby Shiny je samozrejme nutné si najprv nainštalovať prostredie jazyka R, ktoré nám v základnej inštalácii nahrá do počítača aj najbežnejšie používané knižnice. Inštalačné súbory je možné si stiahnuť zo stránky https://cran.r-project.org/bin/ pre rôzne verzie operačných systémov. Ďalej už treba postupovať podľa pokynov inštalátora.

Po splnení predchádzajúceho povinného kroku už môžeme spustiť samotný jazyk R zo štart menu v prípade inštalácie v operačnom systéme Windows. Otvorí sa základné okno, kde nám beží v podokne tzv. textová konzola, kde zadávame príkazy jazyka R. Keďže prostredie Shiny a jeho súbory nie sú súčasťou základných balíkov jazyka R, musíme tento balíček doinštalovať manuálne. Do okna s príkazovým riadkom vpíšeme príkaz *install.packages("shiny")*. Ak sa nevyskytnú žiadne neočakávané situácie, tak inštalačný proces sa spustí a stiahne si z internetu všetky požadované balíčky, ktoré si môže Shiny vyžadovať v rámci tzv. závislostí. Po skončení inštalácie budeme informovaní o úspešnom ukončení inštalácie a môžeme začať balík Shiny používať [1].

4.2 Vytvorenie základného okna v grafickom prostredí Shiny

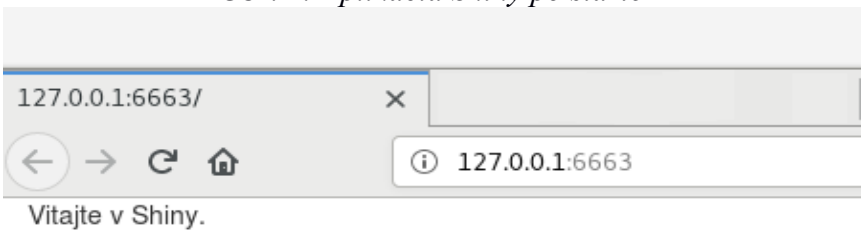
Ešte pred samotným vytvorením jednoduchej aplikácie treba znova zdôrazniť, že pre beh našej aplikácie nepotrebuje používateľ nič viac, len internetový prehliadač a internetové pripojenie.

Pre prvý pokus s novým prostredím nám postačí pár riadkov kódu, na ktorom si demonštrujeme, ako sa vyvolá základné okno.

```
library(shiny)
ui <- fluidPage("Vitajte v Shiny.")
server <- function(input, output) {}
shinyApp(ui = ui, server = server)
```

Najprv musíme zabezpečiť, aby sa nám do operačnej pamäte nahral balík Shiny a to dosiahneme príkazom *library(shiny)*. Následne vytvárame pomocou dvoch povinných vektorov *ui* a *server* samotné používateľské prostredie a následne pomocou príkazu *shinyApp* aktivujeme webový server, ktorý nám spustí všetky nami zadané grafické prvky, či už statické alebo dynamické. Statické sa nemenia, dynamické sa môžu meniť napríklad pri zmene vstupných parametrov v prehliadači, ktoré môžeme meniť priamym zadaním do textových polí alebo posúvaním posuvníkov a pod. Pri tejto jednoduchej demonštrácii sa nám do okna prehliadača vpíše len text “Vitajte v Shiny”. Neskôr si ukážeme a popíšeme tvorbu najbežnejších prvkov, ktoré by sme mohli použiť v našej aplikácií. Pre predstavu je nižšie priložený obrázok, ako vyzerá naša úvodná aplikácia po štarte.

Obr. 1: Aplikácia Shiny po štarte



Zdroj: vlastné spracovanie

Ako vidno z obrázku, aplikácia sa spustí na tzv. lokálnej adrese 127.0.0.1 a porte 6663. Adresa 127.0.0.1 zostáva pri vývoji vždy rovnaká, mení sa ale port. To ale pre našu ďalšiu prácu nie je podstatné, lebo to si manažuje prostredie Shiny automaticky. K problematike adresy sa ale vrátime na konci, keď už bude aplikácia vo finálnej podobe a pôjdeme ju sprístupniť našim používateľom. V tejto fáze je aplikácia dostupná len nám ako vývojárom.

V ďalších krokoch popíšeme už komplexnejšiu aplikáciu, kde si vyvoláme graf, ktorý budeme dynamicky meniť pomocou posuvníka.

4.3 Vytvorenie aplikácie v grafickom prostredí Shiny

Keďže tematika tvorby grafickej aplikácie v prostredí Shiny rozsahovo presahuje možnosti príspevku, ukážeme si niekoľko aktívnych prvkov, ktorými sme schopní ovládať vykresľovanie grafu v modelovej aplikácii a stručne vysvetlíme, čo ktoré príkazy robia. V ukážke kódu budeme demonštrovať, že vytvorenie jednoduchej a efektívnej aplikácie je otázkou pár riadkov kódu a nie je potrebné komplikované programovanie všetkých funkcií. Tie ktoré sú najpoužívanejšie sú už automaticky prístupné v prostredí Shiny. Keďže je Shiny postavená na webových technológiách, tak dokáže pracovať aj s klasickým HTML, CSS a JavaScript-om, ale v tomto príspevku si ukážeme len základné funkcie prostredia. Prehľad

komplexných grafických aplikácií je dostupný napríklad na tejto adrese **https://shiny.rstudio.com/gallery/.**

Ukážka jednoduchej aplikácie:

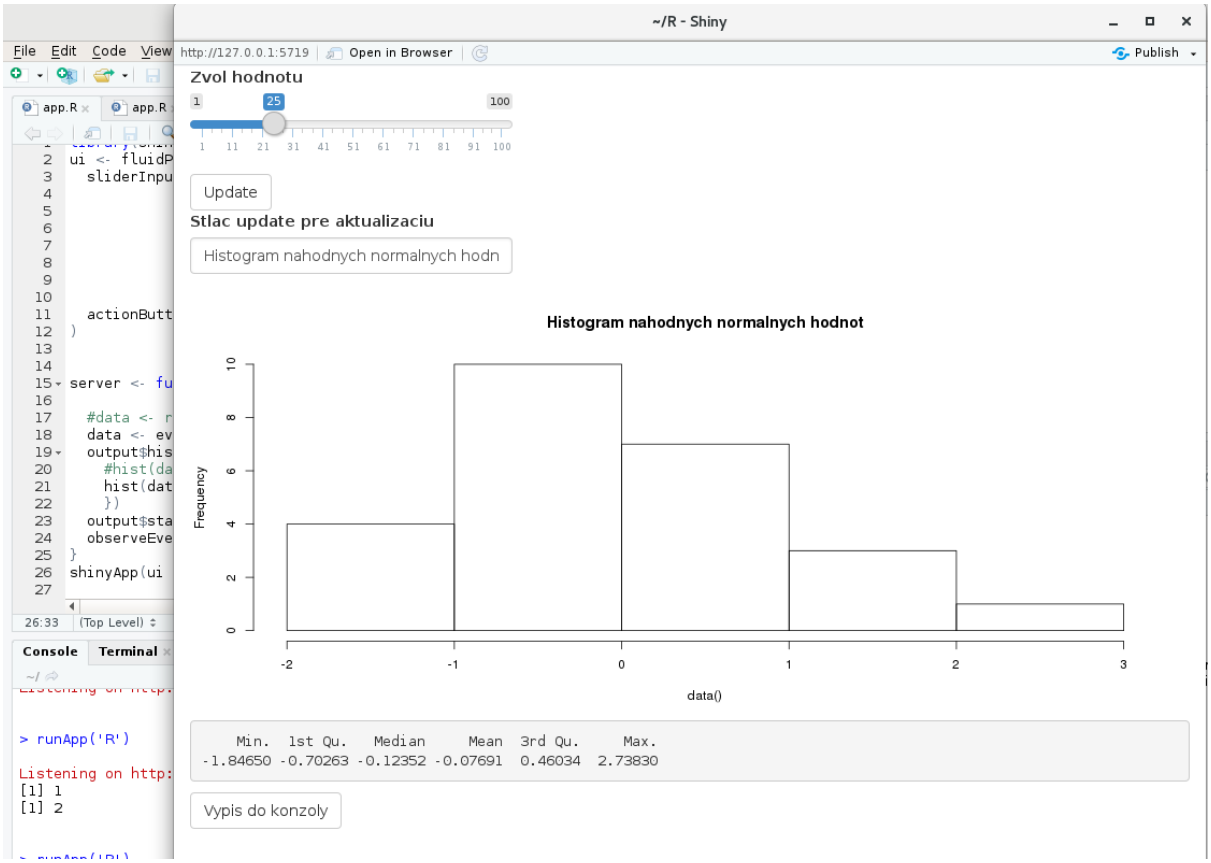
```
library(shiny)
ui <- fluidPage(
  sliderInput(inputId = "num", label = "Zvol hodnotu",
              value = 25,
              min = 1, max = 100),
              actionButton(inputId = "go", label = "Update"),
              textInput(inputId = "titulok", label = "Stlac update pre aktualizaciu",
                        value = "Histogram nahodnych normalnych hodnot"),
              plotOutput("hist"),
              verbatimTextOutput("stats"),
  actionButton(inputId = "clicks", label = "Vypis do konzoly")
)


server <- function(input,  output) {

  #data <- reactive({rnorm(input$num)})
  data <- eventReactive(input$go, {rnorm(input$num)})
  output$hist <- renderPlot({
    #hist(data(), main = isolate({input$titulok})) #tu isolate nie  je vidno, ale je tu na to, aby sa zabranilo updatu grafu pri update titulku
     hist(data(), main = input$titulok)
    })
  output$stats <- renderPrint({summary(data())})
  observeEvent(input$clicks, print(as.numeric(input$clicks)))
}
shinyApp(ui = ui, server=server)
```

Ako vidno z vloženej ukážky kódu, samotný program nie je veľmi dlhý, ale zároveň je to normálna funkčná miniaplikácia. Ako už bolo spomenuté grafická aplikácia sa skladá z dvoch častí (vyznačené nahrubo). Prvou časťou je ***ui***, kde sa definuje vzhľad používateľského rozhrania (ui = user interface) a časť ***server***, kde sa definujú akcie na jednotlivé udalosti, napríklad pri pohybe posuvníkom alebo kliknutím na tlačidlo. V časti ***ui***, teda definujeme samotný priestor stránky (*fluidPage*), do ktorého potom vkladáme grafické prvky. Netreba zabúdať, že je nutné dodržať veľké a malé písmená tak, ako je to v ukážke. Táto vlastnosť sa v programovaní nazýva *case sensitivity*. Takže po poradí to je posuvník s definovanými parametrami a názvom (*sliderInput*), tlačidlo s parametrami (*actionButton*), vloženie textového reťazca (*textInput*), rezervovanie priestoru pre graf (*plotOutput*), ktorý sa vykreslí po stlačení tlačidla, výpis obyčajného textu (*verbatimTextOutput*) a opätovne výpis ďalšieho tlačidla.

V časti ***server*** definujeme akcie, ktoré sú spojené so zmenou nejakého grafického prvku. Prvým je zakomentovaný (# značí komentár, príkazy za ním sa nevykonajú) vektor (premenná) *data*. Tá je tu použitá dvakrát pre účely demonštrácie, prvé *data* slúži ako ukážka, že graf sa dynamicky mení okamžite ako pohnem posuvníkom a nastavím na ňom novú hodnotu. Pre ďalšiu ukážku sa prvé *data* zakomentuje a aplikuje sa druhé priradenie správania do vektora *data*. Priradíme mu, že má reagovať až na stlačenie tlačidla s menom *go* a až následne vykresliť graf. Tu treba ešte podotknúť, že je veľmi dôležité priradiť každému grafickému prvku meno, aby sme ho potom vedeli správne zavolať. Každé meno by malo byť unikátne, aby nedošlo k zámene prvkov pri volaní. Meno sa zapisuje do parametra *inputId* do úvodzoviek a je vhodné mu prideliť meno, ktoré neobsahuje medzery, diakritiku ani iné symboly, ktoré môže interne využívať R alebo Shiny. Po vykreslení grafu sa následne ešte vypíše sumarizácia našich

náhodne vygenerovaných údajov pri dodržaní normálneho rozdelenia pravdepodobnosti dát. Príkaz *shinyApp* spúšťa už samotnú aplikáciu, ktorá vo finále vyzerá tak ako je vidno na obrázku č. 2.

Obr. 2: Aplikácia Shiny s grafickými prvkami



Zdroj: vlastné spracovanie

Ako vidno na obrázku, tak po spustení vo vývojovom prostredí *Rstudio* sa nám spustí samotná aplikácia a môžeme si meniť posuvníkom hodnoty množiny, z ktorej budú generované náhodné čísla a po stlačení tlačidla "Update" sa táto zmena prenesie go grafu, ktorý sa prekreslí. Tlačidlo *výpis do konzoly* je tu len pre ukážku, pretože pri vývoji aplikácií môže chcieť vedieť vývojár aktuálnu hodnotu nejakej premennej, ktorú ale používateľ nepotrebuje vidieť a tak si môže tieto údaje tvorca aplikácie vypísať do tzv. konzoly, ktorá je vidno v pozadí (*Console*).

Vývojové prostredie *Rstudio* nie je nutnou podmienkou pre spustenie aplikácie *Shiny*, ale výrazne zvyšuje svojimi možnosťami pohodlie pri vývoji aplikácií v jazyku *R* a aj *Shiny*.

4.4 Sprístupnenie aplikácie používateľom

Ak sme s vývojom našej aplikácie skončili, tak ostáva pre vývojára posledná úloha a to aplikáciu sprístupniť používateľom. V zásade je to možné troma spôsobmi. Prvý spôsob je, že naše tzv. skripty tvoriace aplikáciu uložené v súboroch publikujeme na internete, či už webovej stránke alebo sociálnych sieťach, prípadne inak a používatelia si ich stiahnu a spustia vo svojich počítačoch. Tento prístup je ale ťažkopádny, neefektívny a neobľúbený používateľmi, lebo si vyžaduje určité znalosti z oblasti informatiky a okrem toho vyžaduje od cieľového počítača mať nainštalované prostredie jazyka R a balík Shiny. Ďalšie negatívum je, že si nemôžme aplikáciu spustiť na iných zariadeniach ako je osobný počítač alebo notebook. Autor tento spôsob použitia neodporúča, uvedený je len pre úplnosť.

Druhý spôsob si vyžaduje od vývojára aj určité znalosti v oblasti správy a zabezpečenia webových serverov. Zo stránky (**https://www.rstudio.com/products/shiny/download-server/**) výrobcu sa dá bezplatne stiahnuť verzia servera, kde pobeží naša aplikácia. Tento spôsob si ale vyžaduje mať vlastný počítač, ktorý bude mať úlohu servera a na ktorý aplikáciu nahrám. Okrem toho potrebujeme minimálne jednu verejnú IP adresu, ktorá bude dostupná pre všetkých používateľov a prípadne aj zakúpenie tzv. doménového mena, teda napríklad **www.mojaaplikacia.sk**. Všetky tieto opatrenia si vyžadujú náklady navyše a aj kvalifikovanú obsluhu. Výhodou tohto prístupu je, že máme našu infraštruktúru kompletne pod kontrolou. Verzia servera "Pro" je platená, základná verzia servera je dostupná bezplatne. Platená verzia obsahuje navyše podporu SSL, ďalšie administrátorské nástroje, technickú podporu a iné.

Tretím spôsobom vhodným hlavne pre účely skúšania ale aj na profesionálne použitie je nahrať našu aplikáciu na servery, ktoré poskytuje tvorca Shiny. Firma poskytuje prístup do istej miery zdarma, hlavne pre výukové a testovacie účely, prípadne pre malé aplikácie s malým počtom používateľov. Pri veľkom množstve používateľov si môžeme zakúpiť balíky, ktoré zodpovedajú našim požiadavkám a sú odstupňované podľa potreby **http://www.shinyapps.io/#pricing**. Aplikácia potom beží na doméne **http://www.shinyapps.io/aplikacia**.

Len pre úplnosť treba dodať, že spoločnosť Rstudio ponúka aj službu Rstudio Connect, v ktorej umožňuje vzdialenú spoločnú prácu tímov na projektoch a aj prácu v aplikáciách, ktoré sme vyvinuli. Poskytuje rôzne úrovne ochrany a prístupových oprávnení, napríklad možnosť prístupu len pre manažment a podobne.

5 Záver

Nakoľko je jazyk R založený na modulárnom prostredí, sú jeho možnosti doslova neobmedzené, pretože nové moduly môže dorábať ktokoľvek podľa potreby. Aktuálny zoznam balíkov je napríklad dostupný na tejto adrese **https://mirrors.nic.cz/R/web/packages/available_packages_by_date.html**. Výhodou jazyka R je okrem jeho modulárnosti aj dostupnosť zdarma, väčšina modulov je taktiež zdarma. Ako bolo už spomenuté, jazyk R má okrem základných príkazov v textovej podobe možnosti ako urobiť aj grafické aplikácie, ktoré sú pre používateľa jednoduchšie na pochopenie a aj na ovládanie.

Cieľom príspevku bolo poukázať na možnosti, ktoré prináša grafické rozhranie Shiny a to hlavne možnosť robiť aplikácie s dnešnými najnovšími webovými technológiami. Tieto aplikácie si dokáže používateľ prehliadať a používať ich na rôznych zariadeniach, a to od osobných počítačov, notebookov, tabletov až po smartfóny. Tento prístup je v súlade s najnovšími trendami v oblasti informačných technológií, nie je závislý na inštalovaní žiadneho dodatočného softvéru do zariadení používateľa a používa k svojej činnosti len internetový prehliadač. Rovnako umožňuje vývojárom rýchlo reagovať na potreby používateľov aplikácie či realizácie opráv chýb v aplikácii. Aplikácia je v okamihu publikovania opráv okamžite aktuálna pre každého jedného používateľa, nakoľko k nej pristupuje cez webový prehliadač. Do budúcna sa preto očakáva prehlbovanie a rast tohto trendu a preto by sa vývojári pracujúci s jazykom R mali viac orientovať na tento druh vývoja.

Literatúra

1. Learn Shiny. (n.d.). Retrieved from https://shiny.rstudio.com/tutorial/.
2. Paradis, E. (2005, September 12). R for Beginners. Retrieved from https://cran.r-project.org/doc/contrib/Paradis-rdebuts_en.pdf.
3. R (programming language). (n.d.). Retrieved from https://en.wikipedia.org/wiki/R_(programming_language).
4. R (programovací jazyk). (n.d.). Retrieved from

https://cs.wikipedia.org/wiki/R_(programovací_jazyk).
5. The R Project for Statistical Computing. (n.d.). Retrieved from z http://www.cran.r-project.org/.
6. Tcl Developer Xchange! (n.d.). Retrieved from https://www.tcl.tk/.
7. Verzani, J. (2014, August 27). Examples for gWidgets. Retrieved from https://cran.r-project.org/web/packages/gWidgets/vignettes/gWidgets.pdf.
8. Verzani, J. (2012, November 12). Comparing Shiny with gWidgetsWWW2.rapache. Retrieved from https://www.r-statistics.com/2012/11/comparing-shiny-with-gwidgetswww2-rapache/.

Digitálne a sociálne nástroje v transformácii obchodu a ich vplyv na predaj
Digital and social tools in business transformation and their impact on sales

Mária Szivósová[1]

Abstrakt
Ako vieme, v dnešnej dobe sa zapájajú moderné digitálne a sociálne nástroje v podnikoch do predaja a zároveň ho ovplyvňujú naozaj vo veľkej miere a na rôznych úrovniach. Donedávna tomu bolo tak, že hlavne mladé spoločnosti tzv. startupy sa realizovali týmto spôsobom. Dnes je to skôr opačne a v tejto dobe plnej nových technológií sa konzervatívnosť nemusí vyplácať. To, ale neznamená, že nástroje internetového marketingu znamenajú automaticky úspech. V príspevku sa zaoberáme niektorými novými poznatkami, ktoré objasňujú účinnosť úspechu predaja.

Kľúčové slová
online marketing, sociálne siete, transformácia obchodu, webová analytika

Abstract
As we know, today's modern digital and social tools are being put up for sale in businesses, and at the same time, it really affects it to a large extent and at different levels. Until recently, it was so that young companies, startups were made in this way. Today it is rather the opposite and at this time full of new technologies, conservativeness does not have to be paid. This, however, does not mean that internet marketing tools automatically mean success. The paper deals with some new knowledge to clarify the effectiveness of sales success.

Key words
online marketing, social networks, business transformation, web analytics
JEL classification
M15

1 Úvod

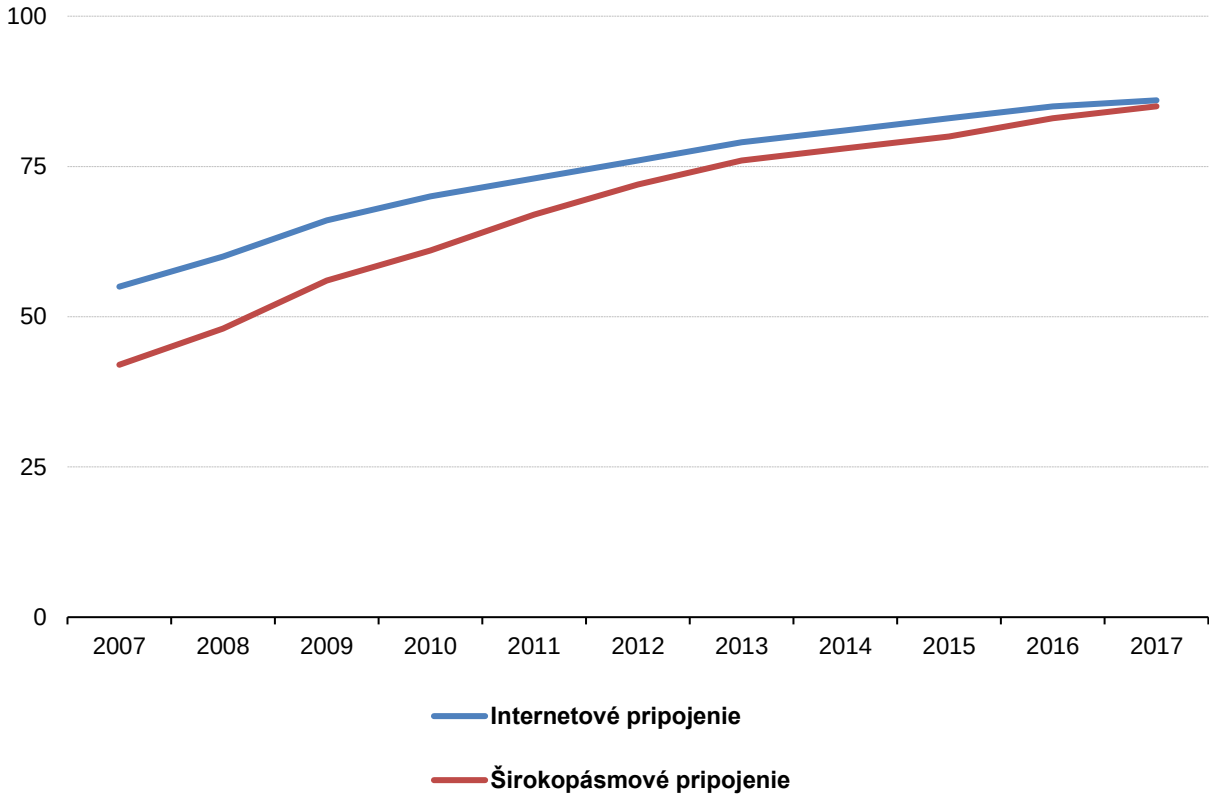
V dnešnej dobe sa zapájajú moderné digitálne a sociálne nástroje v podnikoch do predaja a zároveň ho ovplyvňujú naozaj vo veľkej miere a na rôznych úrovniach. Donedávna tomu bolo tak, že hlavne mladé spoločnosti tzv. startupy sa realizovali týmto spôsobom. Dnes je to skôr opačne a v tejto dobe plnej nových technológií sa konzervatívnosť nemusí vyplácať. To, ale neznamená, že nástroje internetového marketingu znamenajú automaticky úspech. Nezanedbateľný fakt je samozrejme veľkosť podniku, ktorá môže pri implementovaní inovácií vytvoriť nejednu prekážku. Realizáciu marketingu chápeme ako vhodný nástroj komunikácie a propagácie smerom k zákazníkom a potencionálnych záujemcov o naše služby či produkty. Aby sme tieto aktivity dokázali realizovať čo najefektívnejšie, pomáha nám pri tom aj webová analytika.

[1]Ing.Mária Szivósová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: maria.szivosova@euba.sk

2 Digitalizácia spoločnosti - predpoklady úspechu

Na Grafe č. 1 môžeme vidieť údaje o tom, aké percento domácnosti Európskej únie je pokryté internetovým a širokopásmovým pripojením. Interval je 11 rokov. Za istý bod zlomu považujeme rok 2007, v ktorom nastalo to, že sa väčšia polovica domácností EÚ-28 mohla pochváliť internetovým pripojením. Na základe týchto dvoch kriviek vidíme a vieme povedať, že aj keď najväčší nárast už je minulosťou, tak percentá naďalej stúpajú. Aj keď v menej výraznej miere. Čo sa týka širokopásmového pripojenia, tak to je veľmi rozšírený a cenovo dostupný spôsob, ktorý podporuje znalostnú a informačnú spoločnosť.

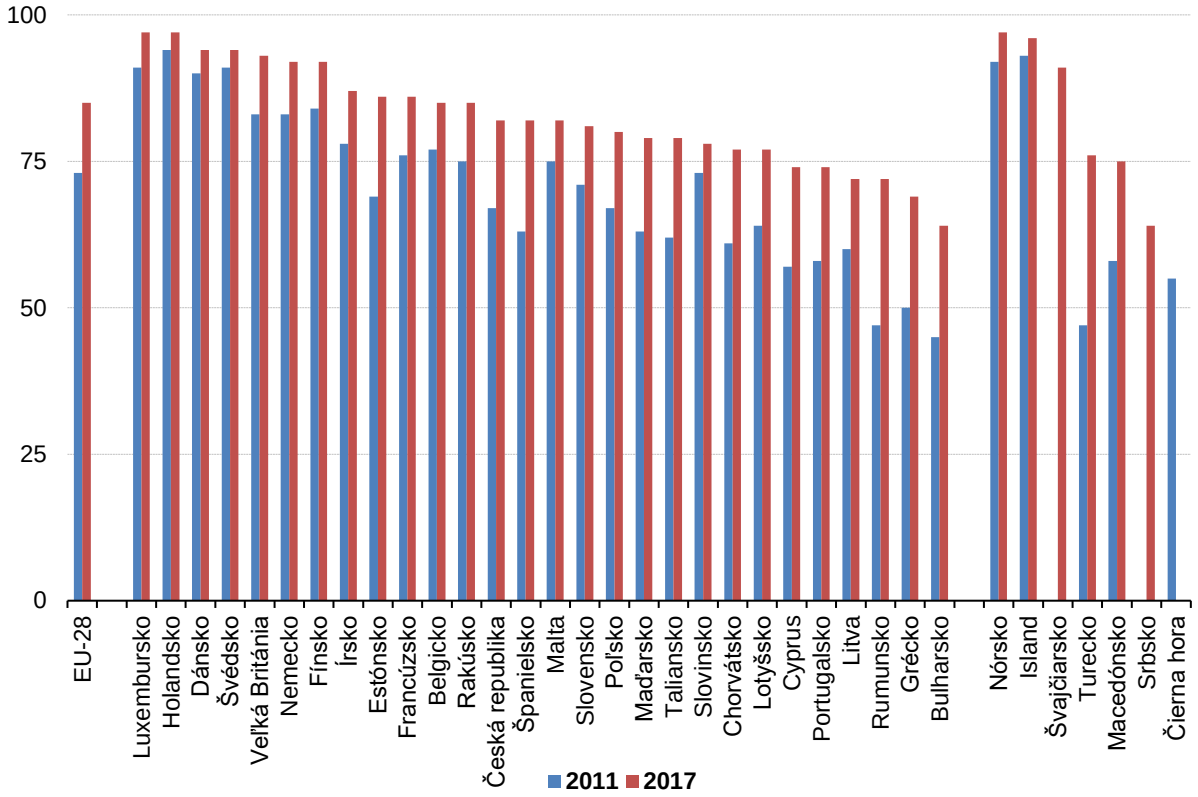
Graf 1: Prístup na internet a širokopásmové internetové pripojenie domácností EÚ za 2007 – 2017



Zdroj: Eurostat. (2018).Štatistika digitálnej ekonomiky a spoločnosti – domácnosti a jednotlivci. (n.d.). Retrieved September 29, 2018, from http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php

Na Grafe č. 2 môžeme vidieť porovnanie prístupu na internet domácností konkrétnych krajín s priemerom EÚ – 28, ale aj inými ďalšími krajinami Európy a rovnako ich zmena v intervale 6 rokov. S najvyšším podielom spomedzi domácností EÚ sa môžu pýšiť občania Luxemburska a Holandska. Krajiny, ktoré neodskočili ďaleko a podiel týchto domácností presahuje 90% sú krajiny Dánsko, Švédsko, Spojené kráľovstvo, Nemecko a Fínsko. Čo sa týka Slovenska, za obdobie šiestich rokov sme zaznamenali nárast o 10 percentuálnych bodov. Pred nami sa umiestnili krajiny ako sú Írsko, Estónsko, Francúzsko, Belgicko, Rakúsko či Česká republika. Naopak za nami sa umiestnili krajiny ako Poľsko, Maďarsko, Taliansko, Slovinsko, či Chorvátsko. Krajiny s najnižším podielom domácností, ktoré majú prístup na internet sú Grécko so 69% a Bulharsko so 64%. Najväčší progres spomedzi všetkých sledovaných krajín zaznamenalo Turecko, ktoré v rozmedzí 2012-2017 dosiahlo nárast o 29%. Naopak najmenší nárast zaznamenali domácnosti Švédska, Holandska, Dánska, či Nórska.

Graf 2: Nárast prístupu na internet domácnosti v EÚ za obdobie 2011 – 2017



Zdroj: Eurostat (2018). Your key to European statistics. (n.d.). Retrieved from https://ec.europa.eu/eurostat/web/products-datasets/-/ert_bil_eur_d

Digitalizácia spoločnosti dnešnej doby vplýva nie len na domácnosti, ale aj na podniky a firmy. Čo sa týka slovenských podnikov, tak už v roku 2012 malo viac než 99% prístup na internet a o rok neskôr malo viac než 80% podnikov vlastnú webovú stránku. Slovenské podniky však stále zaostávajú za západnými krajinami Európy a prispôsobenie online prostrediu trvá dlhšie. Na portáli Eurostat sme sa dočítali, že až 95% slovenských spoločností je online. Väčšinu z týchto firiem však považujeme za neveľmi aktívnu. Len 15% slovenských podnikov prijíma objednávky elektronicky a iba približne 33% využíva na svoju podnikateľskú činnosť sociálne siete. Tie sú najčastejšie využívaným sociálnym médiom. Oproti roku 2012 je to ale nárast z každého štvrtého podniku na každý tretí. Opak v tomto prípade však môže byť pravdou, pretože za posledné obdobie Slovensko zaznamenáva rozmach e-shopov. Podľa štatistických údajov na Eurostate sme zistili, že Slovensko zaznamenalo za obdobie desiatich rokov najvyšší nárast počtu mladých ľudí nakupujúcich prostredníctvom internetu. Pred desiatimi rokmi sme dosahovali 24%, pričom dnes je to 79%. Spomedzi všetkých krajín Európskej únie sme zaznamenali najvyšší progres (Eurostat, 2018).

3 Digitálne marketingové prostredie

Digitálne marketingové prostredie sa od svojho vzniku v rok 1989 neustále vyvíjalo s rozvojom internetu. Vývoj technológii umožnil sofistikovanejšie a integrovanejšie systémy, ktoré stimulujú nové, kreatívne nápady podporujúce priemysel, aby prekonali konkurenciu najinovatívnejšími metódami. Domnievame sa, že tri najdôležitejšie aspekty vytvárania úspešnej digitálnej kampane v dnešnom prostredí je byť inovačný, interaktívny a zaujímavý. Kombinácia týchto troch aspektov maximalizuje jej účinnosť. Digitálne prostredie sa vzťahuje na používanie digitálnych platforiem ako sú operačné systémy, internetové prehliadače,

e-maily, sociálne siete alebo mobilné aplikácie elektronických zariadení ako sú napríklad počítače, tablety alebo smartfóny. Moderné internetové technológie sú mimoriadne dynamické, neustále sa formujú, menia online kontext, ovplyvňujú spoločnosť, správanie kupujúceho, vzorce spotreby, či obchodné alebo marketingové postupy.

Vďaka novým médiám sa marketingu naskytli nie len nové príležitosti a možnosti, ale aj nové nástroje. Postrehnúť všetky nástroje online respektíve digitálneho marketingu a všetky jeho druhy je čím ďalej náročnejšie. V priebehu skoro dvadsiatich rokov dynamickej evolúcie nových médií sa online marketing rozrástol a predstavuje jednu z najvyužívanejších foriem marketingu súčasnosti, ktorá sa navyše stále rozvíja a zlepšuje. Za základný nástroj online marketingu stále považujeme webové stránky, aj keď už zďaleka nejde o jedinú možnosť využitia. Dnešok nám prináša desiatky prostriedkov a druhov marketingu v digitálnom prostredí, ktoré podliehajú nástrojom ako je online PR, internetová reklama, online direct marketing, e-mail marketing, podpora predaja, marketing v sociálnych médiách, mobilný marketing, web TV, SMS marketing a podobne.

Obrázok 1: Diagram online marketingu

Zdroj: Vlastné spracovanie

Webové stránky

Na to, aby nám internetový marketing dobre slúžil a úspešne fungoval, budeme potrebovať webové stránky. Častokrát sú označované za akýsi základný kameň internetového marketingu. V praxi si to môžeme predstaviť na príklade stavania domu. Na to, aby sme si mohli vyberať farbu nábytku, či kvalitu fasády, veľkosť okien alebo typ strešnej krytiny, potrebujeme mať najprv vystavané základy domu. Tie totiž predstavujú webové stránky. Ostatné online marketingové nástroje sú reprezentované spomínaným nábytkom, či oknami, ktoré nám dom skrášlia, zatraktívnia, alebo zlepšia všeobecne.

Webové stránky sú pre podnik základný a najdôležitejší nástroj internetového marketingu. Webová stránka nevystupuje primárne ako platforma na komunikáciu so zákazníkmi, ale predovšetkým sa snaží reprezentovať firmu, služby ktoré ponúka, respektíve produkty, ktoré daná podnik ponúka návštevníkom stránky. Zvyšné nástroje internetového marketingu slúžia ako prostriedok na prilákanie potenciálneho zákazníka na web danej firmy. Čiže v tomto prípade plní úlohu sprostredkovateľa, zatiaľ čo webová stránka vystupuje ako akýsi domov firmy.

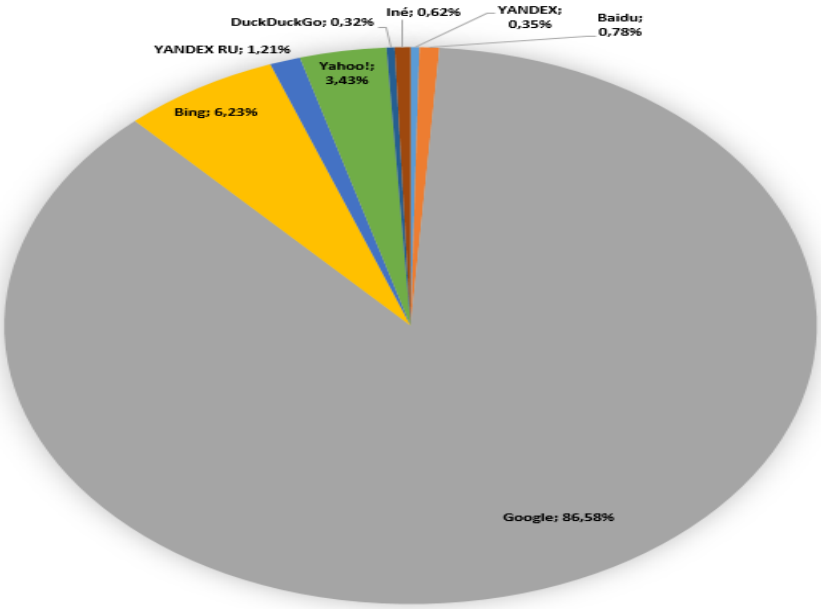
Vyhľadávací marketing - SEM

Názov vyhľadávací marketing, známy aj pod anglickou skratkou SEM (Search Engine Marketing), je jedným z najúspešnejších nástrojov online marketingu. Jeho hlavným cieľom je podobne ako u iných nástrojov zvýšenie návštevnosti. Princíp, na ktorom funguje SEM je jednoduchý. Zákazník hľadá informácie a vyhľadávače sa snažia zákazníkovi doručiť podľa nich tie najrelevantnejšie a najvhodnejšie informácie vo podobe odkazov. Nie len pre vyhľadávače, ale aj pre firmy je zákazník, ktorý niečo hľadá dôkazom toho, že daná osoba chce zistiť viac informácií o konkrétnej službe alebo produkte a tým sa stáva potencionálnym nakupujúcim.

SEM počas svojej činnosti využíva nie len text, ale aj rôzne kombinácie textu, obrázkov, videí, audio obsahu či iných formátov a nových foriem SEM, napr. vyhľadávanie medzi aplikáciami alebo prostredníctvom hlasu. SEM je považovaný za unikátny nástroj online marketingu hneď z niekoľkých dôvodov:

- Vyhľadávanie prostredníctvom vyhľadávačov je neinváznym nástrojom – viacero nástrojov online marketingu zákazníka obťažuje a vyrušuje ho z jeho aktivít. Vyhľadávací marketing SEM je jedinečný v tom, že zákazníkovi informácie ponúkne vo chvíli, kedy o informácie zákazník prejaví záujem.
- Firmy získavajú zákazníkov na základe ich dobrovoľného vyhľadávania, ktoré je ovplyvnené ich potrebami a výsledkami vyhľadávania – zákazníci si vyberajú konkrétny web alebo odkaz z ostatných ponúknutých webov a zároveň zadávajú slovné spojenie, ktorého vyústením je to, že vyhľadávač zobrazí konkrétnu webovú stránku danej firmy.
- Algoritmy organického vyhľadávania spracúvajú množstvo informácií z webových stránok a zároveň zabezpečujú ich kombináciu s externými elementmi – výsledky vyhľadávania, označované aj ako organické výpisy, sa zobrazujú na základe vyhodnocovania konkrétneho vyhľadávača, ktorý používa ako prostriedok viacero algoritmov, vďaka ktorým vie potom používateľom poskytnúť čo najrelevantnejšie výsledky vyhľadávania. Tieto algoritmy sa zaoberajú nie len textom či obrázkami, ktoré sa objavujú na webe, ale tiež ďalšími prvkami, ktoré nie sú obsahom webovej stránky ako napríklad externé odkazy, chovanie používateľa alebo preferencie, ktoré viedli k uspokojujúcemu vyhľadávaniu v rámci konkrétnej domény.

Graf 3: Koláčový graf zobrazujúci najviac používané vyhľadávače



Zdroj: Eurostat (2018). Your key to European statistics. (n.d.). Retrieved from https://ec.europa.eu/eurostat/web/products-datasets/-/ert_bil_eur_d

Partnerský marketing – Affiliate marketing

Partnerský marketing je tiež často označovaný aj ako dílerský. Poznáme ho aj ako moderný a možno jeden z najčerstvejších termínov internetového marketingu, ktorý zatiaľ u nás nie je až tak populárny. Zahŕňa rôzne aktivity internetového marketingu, ktoré sú odmeňované percentami z predaja produktov alebo služieb. Spoločnosť vlastne neplatí za žiadne zobrazenie alebo kliknutie na reklamu, ale len za reálny obchodný prípad. Programy partnerského marketingu využívajú e-commerce projekty, ktorým napomáha zvýšiť obrat alebo dotiahnuť nových zákazníkov. Za hlavú nevýhodu partnerského marketingu môžeme považovať zložitosť nájdenia vhodného partnera a celkové nastavenie spolupráce.

Na pochopenie partnerského marketingu si to môžeme vysvetliť na príklade. V prípade, že odporučíme nejakú reštauráciu alebo bar svojim známym a dotyční reštauráciu na základe nášho odporúčania navštívia, tak príjem podniku sa zvýši vďaka nášmu odporučeniu. Toto môžeme definovať ako „word-of-mouth“ marketing, kedy sa nám zo zisku neujde nič. V prípade, že by nám podnik dal za každého návštevníka odmenu alebo províziu vo výške desiatich percent za návštevníka, tak už sa to trošku približuje partnerskému marketingu na báze offline. Internetový marketing viac zaujíma online partnerský marketing, pretože je ľahšie sledovateľný.

Proces partnerského marketingu pozostáva z trochu krokov:

1. Spoluúčastník predkladá potenciálnemu zákazníkovi internetovú stránku predávajúceho, na ktorej ponúka svoje produkty alebo služby.
2. Z oslovených ľudí sa nájdu takí, ktorých propagácia zaujala a stránku predávajúceho navštívia, prípadne na nej rovno produkt kúpia.
3. Predávajúci odmení svojho spoluúčastníka za požadovanú akciu, ktorá vyplýva z partnerského odkazu. Záleží na dohode oboch partnerov, či sa bude provízia vzťahovať za množstvo dotiahnutých zákazníkov na daný web, alebo až na množstvo predaného tovaru. Vo väčšine prípadov je však predmetom partnerského marketingu hlavne zvýšená návštevnosť.

Výhody:

- Partnerský marketing je pre podniky výhodný, pretože podniky platia svojim promotérom podľa odvedeného výkonu, respektíve zisku.
- Zvyšuje sa schopnosť predávať, čo zároveň ovplyvňuje aj potenciál a rast značky podniku.
- Partnerský marketing prináša jednoduché nároky na vstup, ktorý sa vzťahuje na oboch účastníkov akcie.

Nevýhody:

- Partnerský marketing funguje zriedka na zmluvnej dohode. Preto môže kedykoľvek k ukončeniu spolupráce z oboch strán, čo odrádza od mnohých už na začiatku.
- Na Slovensku nie je veľmi rozšírený.
- Programy partnerského marketingu nie sú ľahko škálovateľné.

Bannery

Zo začiatku slávili bannery veľký úspech, dnes už tomu tak nie je. V súčasnosti môžeme bannery nájsť prakticky na každej webovej stránke. Na to, aby sme si ich vôbec všimli a zaregistrovali, musia byť dobre graficky spracované, aby naše podvedomie zaujali a tým upútali našu pozornosť. Podľa názorov profesionálov, ktorí sa venujú bannerovej reklame upútajú našu pozornosť predovšetkým tváre, text alebo intímne ľudské partie. Pokiaľ ide o reklamy na vzdelávacie kurzy alebo aktivity voľného času, tak vtedy nás vedia zaujať znova tváre, ktoré vyjadrujú nejakú emóciu. Najlacnejší spôsob ako umiestniť banner na cudzom webe je vzájomnou výmenou a následnou propagáciou. Je jasné, že sledovanejšie weby od nášho budú chcieť za tento spôsob propagácie zaplatiť. Pri výbere tohto spôsobu reklamy sa neoplatí za každú cenu šetriť, pretože banner musí byť graficky dobre vyhotovený, aby prilákal množstvo potenciálnych zákazníkov.

Blogy

Ďalším z nástrojov online marketingu je blog. Názov blog vznikol z anglických slov web a log, ktoré môžeme voľne preložiť ako webový denník. Ide v podstate o nejaký webový záznamník, na ktorý blogeri pravidelne uverejňujú príspevky. Blogy píše skupina blogerov, ktorá šíri informácie a vlastné názory na základe osobnej skúsenosti. Príspevky môžu byť politické, profesné alebo záujmové. Komunitu ľudí, ktorý daný blog čítajú, združujú spoločné záujmy, názory alebo rozoberaná problematika na blogu ako taká. Tento nástroj internetového marketingu je pomerne lacný a dostupný v podstate pre všetkých. Blogovanie nám prináša samozrejme aj nevýhody, napr. blogovanie je náročné na čas a ľudské zdroje. Klasický blog obsahuje text, obrázky alebo aj odkaz na iný blog, či webovú stránku, ktorá sa vzťahuje k danej téme. Založenie blogu v súčasnosti je naozaj veľmi jednoduché a učiniť tak môže každý z nás. Tento spôsob využívajú známe osobnosti, politici alebo aj obyčajní ľudia. Najnovšou formou blogovania je **vlog. Vlog** predstavuje blogovanie prostredníctvom videa.
Výhody:

- Možnosť pre obchodníkov nahliadnuť do demografického prostredia a tiež možnosť spojenia sa svojimi zákazníkmi cez nimi preferovaný kanál.
- Možnosť zvýšenia zárobku pre podniky len vďaka pozitívnym hodnoteniam zákazníkov prostredníctvom blogov.

Nevýhody:

- Je potrebné si uvedomiť, že to čo je považované za výhodu sa môže pokojne zmeniť aj v neprospech. Rovnako vedia blogujúci zákazníci aj negatívne ovplyvniť predaj a tým pádom znížiť zárobok.

E-mail marketing

Tento nástroj online marketingu poznáme tiež pod skratkou „emailing“. Ak budeme vychádzať zo základnej definície email marketingu, tak vedzme, že ide o typ priameho marketingu. Tento typ priameho marketingu sa snaží prostredníctvom emailu byť bližšie k potenciálnemu zákazníkovi a touto formou mu zasiela rôzne informácie o ponúkanej službe, či produkte. Emailový marketing sa vyznačuje svojou komplexnosťou, dôležitosťou a má svoje pevné miesto v škále nástrojov internetového marketingu. Rovnako ako aj iné nástroje, tak aj tento si za cieľ určil zlepšovanie vzťahov medzi predávajúcim a súčasným či aj potenciálnym nakupujúcim. K jeho využitiu môže prísť aj pri spolupráci viacerých subjektov prostredníctvom kampaní spriatelených spoločností.
Výhody:

- Cena
- Efektívnosť
- Okamžité fungovanie
- Merateľnosť
- Cielenosť

Nevýhody:

- Spam
- Miera doručiteľnosti

Sociálne siete

Za fenomén dnešnej doby sú z marketingových nástrojov považované práve sociálne siete. Sú to práve sociálne siete, kto sa môže pochváliť najväčšími návštevami zo všetkých webov a starajú sa o zhromaždenie ľudí, ktorí používajú internet bez ohľadu na vek. Môžeme povedať, že sociálne siete prinášajú zrejme najväčšiu príležitosť pokiaľ ide o oslovenie potenciálneho zákazníka spomedzi všetkých nástrojov online marketingu. Je treba dodať, že nie len obyčajní ľudia, ktorí sociálne siete využívajú, ale rovnako aj podniky na svoju činnosť. Podniky sociálne siete využívajú nie len na propagácie svojich ponúknutých služieb, či produktov, ale tiež aj na komunikáciu so zákazníkmi. Pre firmy je byť aktívnym na sociálnych sieťach veľkou výhodou, pretože ako sme už spomínali, tak je na nich najväčšia základňa potenciálnych zákazníkov, ktorých prostredníctvom sociálnych médií môžeme osloviť. Dnes sú už sociálne siete na takej úrovni, že prostredníctvom nich môže dostať firma spätnú väzbu od zákazníka formou hodnotenia o jeho spokojnosti s daným podnikom. Na tomto princípe fungujú predovšetkým reštaurácie a hotely. Vďaka spomínanému hodnoteniu zákazníkov, hovoríme mu aj „hodnotenie z prvej ruky“, sa zlepšuje kvalita služieb, ktorá sa zákazníkom dostáva, pretože podniky si nemôžu dovoliť riskovať svoju reputáciu. Tá sa prostredníctvom sociálnych sietí šíri veľmi rýchlo a môžeme podotknúť, že ta negatívna rýchlejšie než pozitívna. Zlepšovanie služieb ďalej prospieva tiež aj budovaniu dôvery so zákazníkmi. Vďaka sociálnym sieťam sa podnikom zvyšuje návštevnosť ich webov odkazovaním vo svojich príspevkoch alebo tiež prostredníctvom platenej reklamy, čo je rýchly spôsob ako zákazníkom predstaviť novú službu alebo produkt. Podniky môžu podporiť svoj predaj tak, že do umiestnia na svojom profile tlačidlá typu Buy now, viac informácií atď.

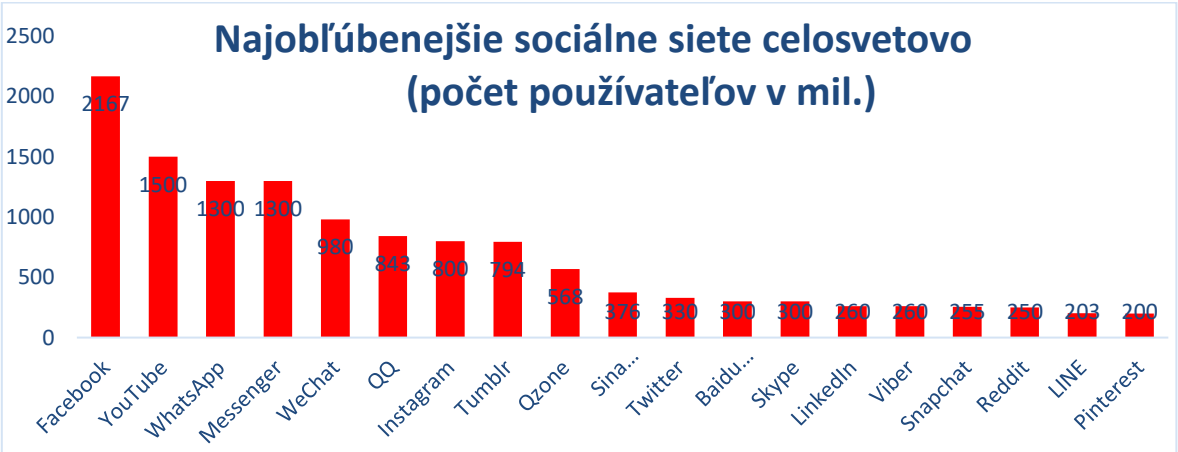
Live stream

Predstavuje krátke, vo väčšine prípadov naživo, video, ktoré sa objavilo už v roku 2016 ako trend. Odvtedy si získal mnoho fanúšikov a má svoje pevné miesto na sociálnych sieťach. Jeho využitie je na viacerých platformách ako Facebook Live, YouTube Live, Periscope Pro alebo Instagram Stories. Musíme podotknúť, že vďaka live streamu môžu spoločnosti získať podstatný priestor na zviditeľnenie sa a brand building. Teda live stream prináša príležitosť na zvýšenie povedomia o danej značke alebo na vybudovanie komunity. Video formát je vďačný online nástroj, lebo nevyžaduje to úsilie, ktoré musíme venovať čítaniu a vedia často lepšie zaujať, prípadne zabaviť a svojou interaktívnosťou udržať pozornosť používateľa.

Obrázok 2: Dôvody na sledovanie online videá

Zdroj: https://www.zonemedia.sk/blogcim-novym-nas-prekvapi-digitalny-marketing-roku-2017/

Graf 4: Stĺpcový graf zobrazujúci popularitu sociálnych sietí



Zdroj: https://www.zonemedia.sk/blogcim-novym-nas-prekvapi-digitalny-marketing-roku-2017/

Facebook

Táto sociálna sieť je jednoznačne najpopulárnejšia a najrozšírenejšia medzi používateľmi nie len na Slovensku, ale aj celosvetovo. Ako sme už videli na grafe, tak v roku 2017 túto sociálnu sieť používalo, resp. bolo na nej zaregistrovaných viac než dve miliardy ľudí. Facebook sa zakladá na priateľstvách medzi používateľmi a na stránkach, ktoré si môžu používatelia „lajknúť" a tým pádom sa im budú novinky danej stránke zobrazovať na svojej

nástenke. Z pohľadu firiem je Facebook rovnako atraktívny, pretože si na ňom môžu vytvoriť svoj profil, ktorému môžu používatelia prejaviť svoj záujem a sledovať tak jeho činnosť. Týmto spôsobom firmy inzerujú naozaj bezplatne. Na používateľov Facebooku je možné presné cielenie, či už podľa demografie, geografie, záujmov používateľov alebo na podobné publikum klientov inzerenta alebo jeho fanúšikov. V prípade, že podnik na tejto sociálnej sieti dostane od zákazníkov hodnotenie, tak by ho mal brať na vedomie. Nie je odporučené vymazávať komentáre s negatívnou skúsenosťou, pretože to môže viesť k strate dôvery zákazníkov k danému podniku a jeho ponúkaným službám, či produktom.

Facebook ponúka tiež možnosť modelu platenej reklamy. Tú môžeme zadať buď rovno prostredníctvom Facebook Ads Manager, alebo prostredníctvom nástrojov tretích strán ako je Salesforce. Facebook nám predkladá formy propagácie:

1. Sponzorovaný príspevok – reklama formou príspevku na ploche používateľa, ktorá sa označuje ako reklama alebo odporúčaný príspevok
2. Inzerát, ktorý sa zobrazuje v pravom paneli, s podobnou formou ako je to u kontextovej reklamy v Google alebo eTarget.

Obrázok 3: Reklama na sociálnej sieti Facebook

Zdroj: vlastné spracovanie

YouTube

Multimédia sú v dnešnej dobe veľmi obľúbené a vyhľadávané. Mali by sme poznamenať, že YouTube je súčasťou spoločnosti Google, čo znamená, že pomocou Google AdWords môžeme umiestniť aj tu reklamné oznámenie prostredníctvom kľúčových slov. V prípade, že vytvoríme video, ktoré vie zaujať s recenziou či odbornou prezentáciou, tak môžeme byť považovaní za znalcov v danej oblasti. Následne vďaka zdieľaniam získať vysoký počet divákov.

Na Slovensku sa YouTube môže pochváliť väčším než 2,5 miliónovým publikom. To je takmer polovica obyvateľov našej krajiny, čo spoločnostiam prináša veľkú príležitosť. YouTube nám núka marketing buď platený alebo neplatený. Na YouTube môžeme tiež využívať platené reklamné formáty in-stream, in-display a in-video. In-stream je viditeľný najviac a zahrňuje spoty, ktoré je používateľovi prehrávané ešte pred videom, ktoré chce sám

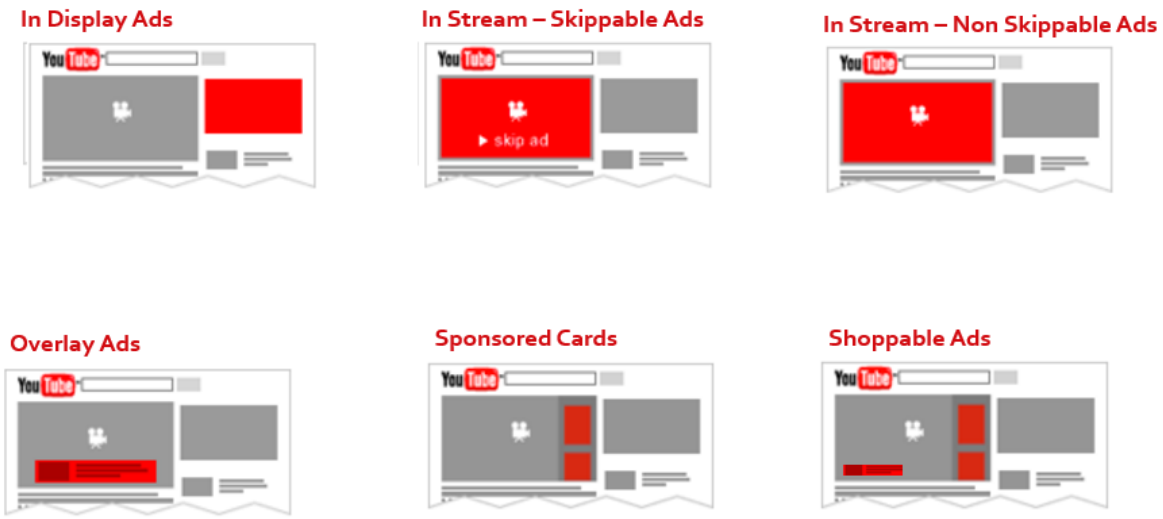
vidieť. V porovnaní s klasickou online videoreklamou je rozdiel ten, že používateľ si môže tento spot po uplynutí piatich sekúnd vypnúť a preskočiť na ním chcené video. V prípade, že používateľ YouTube tak urobí v rozpätí 6 až 30 sekundy reklamy, tak klient za zobrazenie nezaplatí nič. Platiť bude len v prípade, že si používateľ pozrie viac než 30 sekúnd z reklamy, alebo ak ju dopozerá do konca. Treba dodať, že nedopozeraný reklamný spot nestojí vôbec nič, teda inzerent inzeruje počas prvých sekúnd úplne zadarmo.

Pokiaľ ide o in-search formát, tak ten funguje na princípe zobrazenia zaplateného videa na prvom mieste výsledku vyhľadávania. In-video zobrazuje reklamu statickú, ktorá je zobrazená priamo vo videu alebo vpravo hore nad stĺpcom videí. Ak porovnáme formát in-stream s ostatnými, tak vedzme, že za ostatné sa platí už v momente, keď na nich zákazník klikne.

Výhody reklamy na YouTube:

- Nízka cena
- Aktívnosť publika
- Presné cielenie
- Segmentácia
- Priestor na kreativitu
- Získané remarketingové dáta

Obrázok 4: Spôsoby umiestnenia reklamy na YouTube



Zdroj: Triple9media.com. (2017). (n.d.). Retrieved September 29, 2018, from http:// http://www.triple9media.com/services

4 Nové trendy internetového marketingu

Oblasť internetového marketingu a jeho prvky sa z roka na rok menia. To, čo zákazníci chcú, ako myslia a ako sa navzájom ovplyvňujú sa neustále mení. Každý rok je do istej miery považovaný za akúsi revolúciu, či už máme na mysli sociálne siete, vznik alebo zánik nových trendov alebo zmenu preferencie spotrebiteľa. Tieto faktory sú považované za hybnú silu internetového marketingu a jeho evolúcie. Nikto z odborníkov na online marketing nevie s určitosťou garantovať, čo nastane v blízkej alebo ďalekej budúcnosti, ale mnohí sa zhodujú na tom, že druhá polovica roka 2018 bude patriť:

1. Veľkým dátam (Big Data)
2. Nevizuálnym zážitkom
3. Využívaniu aplikácií
4. Natívnej reklame a inteligentnému obsahu
5. Mikromomentom
6. Obsahovému marketingu a ovplyvňovateľom trhu

5 Záver

Záverom môžeme konštatovať, že najväčší vplyv má webová stránka, ktorá je pomyselný základný kameň online marketingu, na ktorú sa návštevníci preklikávajú predovšetkým cez sociálne siete hlavne Facebook. Z tohto dôvodu odporúčame využívať webové stránky vo vysokej aktivite predovšetkým na sociálnych sieťach a webové stránky formou blogovania alebo tiež pridávania zaujímavých článkov, či fotografií nových realizácií. To ale neznamená, že ostatné nástroje internetového marketingu netreba využívať. Môžeme tiež konštatovať, že nástroje internetového marketingu vo veľkej miere ovplyvňujú vzťah so zákazníkmi, predaj podniku a tým pádom aj jeho transformáciu a expandovanie na zahraničný trh. Z tohto dôvodu určite odporúčame podnikom aj naďalej vyvíjať aktivitu v tejto sfére.

Literatúra

1. Eurostat. (2018).Štatistika digitálnej ekonomiky a spoločnosti – domácnosti a jednotlivci. (n.d.). Retrieved September 29, 2018, from http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Digital_economy_and_society_statistics_-_households_and_individuals/sk#Pou.C5.BE.C3.
2. Group.sk. (2018). 7 trendov online marketingu, ktoré budú dominovať v roku 2018. Retrieved from https://www.goup.sk/blog/7-trendov-online-marketingu-ktore-budu-dominovat-v-roku-2018/.
3. Spark.adobe.com. (2018). The Digital Marketing Environment. (n.d.). Retrieved from https://spark.adobe.com/page/vD8km/.
4. Triple9media.com. (2017). (n.d.). Retrieved September 29, 2018, from http:// http://www.triple9media.com/services/.
5. Zonemedia.sk. (2017). Čím novým nás prekvapí digitálny marketing v roku 2017? (2017, September 09). Retrieved September 29, 2018, from https://www.zonemedia.sk/blogcim-novym-nas-prekvapi-digitalny-marketing-roku-2017/.

Nové trendy elektronického podnikania a ich vplyv na podnikanie na internete

New trends in e-business and their impact on doing business on the Internet

Mária Szivósová[1]

Abstrakt
Pri skúmaní nových trendov a vplyvov sme zistili, že internet má významný informačný potenciál a nemôže stáť mimo trendov vývoja modernej informačnej spoločnosti. Vyvíjajú sa technológie a riešenia odstraňujúce bariéry doterajšej viazanosti internetovej konektivity (IC) na konkrétny počítač. Budúcnosť spočíva v mobilite. Príspevok sa zaoberá novými trendami ako: m-biznis, u-biznis a ich potenciálny vplyv v oblasti podnikania.

Kľúčové slová
e-biznis, m-biznis, u-biznis

Abstract
When examining new trends and impacts, we have found that the Internet has significant information potential and can not stand outside the trends of the modern information society. Technologies and solutions are being developed to remove barriers to the Internet's connectivity (IC) to a particular computer. The future lies in mobility. The paper deals with new trends such as: m-business, u-business and their potential impact on business.

Key words
e-business, m-business, u-business

JEL classification
M 15

1 Úvod

Pri skúmaní nových trendov a vplyvov sme zistili, že internet má významný informačný potenciál a nemôže stáť mimo trendov vývoja modernej informačnej spoločnosti. Vyvíjajú sa technológie a riešenia odstraňujúce bariéry doterajšej viazanosti internetovej konektivity (IC) na konkrétny počítač. Budúcnosť spočíva v mobilite.

2 Charakteristika elektronického podnikania –vymedzenie základných pojmov

Na to, aby sa mohli digitálne a sociálne nástroje do obchodu a predaja zaviesť, najprv je ich treba rozšíriť a etablovať medzi širokú základňu používateľov. Za začiatok procesu tohto zavádzania by sme mohli uviesť vznik internetu. Jeho vznik nám mnohé zjednodušil a rovnako aj spustil predstavenie viacerých inovácií v inzercii, ale aj propagácii značiek.

Elektronické obchodovanie, označované aj ako e-commerce, zahrňuje širokú oblasť od prvotnej analýzy podniku, trhu, konkurencie, cez definovanie stratégie podniku v oblasti e-commerce s ohľadom na ciele podniku, výber vhodného prostredia a nástrojov nie len pre

[1]Ing.Mária Szivósová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: maria.szivosova@euba.sk

samotný predaj tovarov, ale aj podporu predaja, budovania značky a to všetko s cieľom vytvorenia pevného vzťahu so zákazníkmi. Dôležitá oblasť je tiež monitorovanie a vyhodnotenie dosiahnutých výsledkov, vďaka čomu môže firma správne reagovať na potreby trhu.

Termín **elektronické podnikanie, (e-biznis**) medzi prvými definoval a použil v roku 1997 riaditeľ spoločnosti IBM Lou Gerstner: „ *E-biznis môže byť aplikovaný cez internet, interný intranet alebo cez súkromné extranety*.

Tiež sme zistili, že existuje evidentný rozkol medzi americkým a európskym pohľadom na terminológiu, pričom každá strana chce vyhrať akceptáciu definície. V Amerike sa používa termín, ktorý zaviedla firma IBM a e-biznis je prezentovaný v širšom meradle ako e-commerce, ktorý predstavuje výlučne elektronický nákup a predaj. V Európe je viac zaužívaný pojem *e-commerce* alebo eCommerce, ktorý predstavuje celkovo elektronické podnikanie.

Definícia elektronického podnikania podľa Európskej komisie znie: „Podnikania prevádzkované elektronicky, založené na elektronickom spracovaní dát vrátane textu, zvukov a videa. Zahŕňa viacero aktivít, ako sú elektronický predaj tovaru a služieb, on-line predaj digitálnych dát, elektronické peňažné transakcie, elektronický obchod s akciami, elektronické účtovanie, komerčné aukcie, vývojovú spoluprácu, verejné objednávky a doplnkové služby zákazníkom“.

Z pohľadu organizácie chápeme **elektronické podnikanie, (e-biznis**) ako aplikáciu internetovských technológií v rámci celého reťazca vytvárania pridanej hodnoty daného produktu alebo služby. Z pohľadu inštitúcie, je e-biznis integrácia procesov, organizácie a systémov riadenia prostredníctvom IKT (Informačné a komunikačné technológie) a internetovských technológií, kde cieľom je vytvoriť nové hodnoty podnikania a konkurenčné výhody pre danú inštitúciu. V podstate sa dá elektronické podnikanie charakterizovať ako elektronická forma už existujúcich činností. Doteraz spotrebitelia dostávali prospekty o tovaroch v papierovej podobe, tu sa preferuje elektronická podoba, napríklad prostredníctvom web stránok alebo elektronickej pošty.

K zjednoteniu rôznych názorov prispela aj aktivita inštitútu NOIE (The National Office for the Information Economy), ktorý definoval v októbri 1999 e-commerce nasledovne a tak definitívne oddelil tieto dva pojmy:

E-commerce - alebo **elektronický obchod** spadá do kategórie e-biznis. Je to generický názov pre všetky typy transakcií uskutočňované cez elektronické médiá. Primárnym médiom pre e-commerce je internet, ale vo vnútropodnikových sieťach možno použiť aj iné štandardy, napr. EDI - Electronic Data Interchange. Tento štandard umožňuje transfer objednávok medzi podnikmi. E-commerce zahŕňa hlavne nákupno-predajné transakcie. Významnou zložkou e-commerce sú tiež transakcie uskutočňované bankami a verejnými inštitúciami. E-commerce zahŕňa viac, integrujú sa v ňom všetky podnikové procesy, ktoré obchod umožňujú ako napríklad marketing, financie, výroba, logistika.

S podobnou charakteristikou stretávame aj u iných autorov (Madleňak, 2004): **E-commerce** – charakterizuje ako biznis transkaciu medzi obchodnými partnermi, kompletizovanú prostredníctvom informačných komunikačných technológií, ktorej dôsledkom je prenos vlastníctva alebo práv na používanie tovarov alebo služieb. E-commerce popisuje transakciu pri predaji respektíve nákupe. A to od objednávky, cez finančné vysporiadanie až po dodávku tovaru zákazníkovi respektíve partnerovi. Realizácia transakcie môže mať aj nulovú hodnotu, ak ide napríklad o sťahovanie voľne šíriteľných aplikácií, e-commerce je **podstatnou zložkou** e-biznisu.

3 Transformácia obchodu

Transformáciu obchodu môžeme definovať ako podstatnú a radikálnu zmenu podnikových procesov v záujme podstatného zlepšenia výkonnostných parametrov. Je však nutné povedať, že v praxi sa od top manažérov vyžaduje vynaloženie úsilia. Je samozrejmé, že radikálne transformačné zmeny ako napríklad zavedenie nových postupov a podnikovej kultúry by mali ísť ruka v ruke spolu s podporou vrcholových manažérov, pretože v opačnom prípade je tu nízka šanca na implementáciu v praxi, keďže sú takéto zmeny náročné na prípravu a realizáciu. Mnohé spoločnosti, ktoré dosahujú popredné pozície či už na lokálnych alebo celosvetových trhoch neustále zlepšujú procesy týkajúce sa dodávateľského reťazca, v oblasti manažmentu, riadenia finančných procesov a rizík, objednávkového procesu ale aj oblasti služieb zákazníkom.

Podnik je komplexná sústava ľudí, procesov, technológií a štruktúra navzájom previazaných vzťahov, a preto je potrebné pozerať sa na všetky časti tejto sústavy, nie len na jednu z nich. Nakoľko je dnes trendom a hnacím motorom akýchkoľvek riešení implementácia informačných technológií do podnikových procesov, nemožno od seba odčleniť vývoj nových produktov, systém organizácie predaja a rozhodovací proces, po prípade smery, segmenty trhu a výrobky, ktoré pre všetkých zvyšujú hodnotu, od tých, ktoré túto hodnotu degradujú.

Pri transformácii podniku sa dominantnými stávajú práve vedomosti o nových systémoch, inovačné riešenia, získavanie porovnateľných údajov o konkurencii a v neposlednom rade príprava a rýchle zavádzanie zmien. Tieto faktory sa následne odrážajú v konečných výsledkoch, ktoré môžeme definovať ako rast, vyššia efektivita, úspory z rozsahu, vyššia kvalita a posilnená pozícia na trhu.

Ak hovoríme o transformácii a digitalizácii podniku je nutné ozrejmiť fakt, že tu nejde o konverziu existujúcich analógových procesov na digitálne, ani o pridávaní digitálnych procesov do bežných pracovných postupov, ale o zmene prístupu a spojenia so zákazníkmi, ako aj o celkovom prevádzkovaní podniku. Ak hovoríme o digitálnom podniku, máme na mysli podnik, ktorý je so zákazníkmi prepojený prostredníctvom mobilných zariadení, sociálnych sietí, ako aj mnohých údajov, ktoré sú dostupné a ich množstvo exponenciálne narastá. Ak podnik skutočne využíva všetko to, čo mu ponúkajú technológie, naskytajú sa nesmierne, ohromné, obrovské príležitosti, ktoré umožňujú nepretržitú a rýchlu inováciu a diferenciáciu. (Dorčák, ,2013)

4 Nové trendy elektronického podnikania a ich vplyv na podnikanie na internete

Pri skúmaní nových trendov a vplyvov sme zistili, že internet má významný informačný potenciál a nemôže stáť mimo trendov vývoja modernej informačnej spoločnosti. Vyvíjajú sa technológie a riešenia odstraňujúce bariéry doterajšej viazanosti internetovej konektivity (IC) na konkrétny počítač. Budúcnosť spočíva v mobilite.

M-biznis, mobile biznis

Mobilné telefóny sa stali realitou každodenného života a v prepájajú milióny nových užívateľov Internetu. M-biznis sa zaoberá obchodovaní s tovarmi, službami prostredníctvom mobilných sietí. Pri tomto obchodovaní sú dôležité nové technológie mobilných sietí, ich spoľahlivosť, dostupnosť siete, ale aj technológie pre koncových používateľov.

V EÚ je najvyššie percento užívateľov mobilných telefónov na svete. Nastáva rozšírenie možností a služieb mobilných telefónov – rýchly a zrozumiteľný prenos audio, video, text.

U-biznis, universe biznis

I keď podľa nášho skúmania ešte nie je exaktne jasné, akým smerom sa bude elektronické podnikanie v budúcnosti uberať, už dnes je isté, že ďalšiu etapu vývoja predstavuje mobilné podnikanie - u-biznis (čo by sme mohli vyjadriť ako všadeprítomný, nezviazaný, neohraničený). U-biznis je prostriedok ako zmeniť existujúce podnikateľské modely. Podľa odborníkov v danej problematike bude povzbudzovať k inovácií:

- zlepšením prevádzkovej efektívnosti. Zamestnanci, ktorí sú vzdialení od pracoviska, budú mať možnosť zostať v trvalom kontakte s centrálnou databázou, u-biznis zvýši efektívnosť pracovníkov,
- umožní rozšírené služby zákazníkom. U-biznis zväčší, rozšíri dosah nízko nákladových kanálov za PC, telefón, televíziu a ďalšie zariadenia,
- zvýši služby personalizácie. Povolené služby budú prispôsobené na individuálne potreby užívateľa a lokalizáciu, u-biznis umožní a zvýši personalizáciu služieb,
- umožní prepojiteľnosť s priebehom dodávkového reťazca, u-biznis bude schopný zabezpečiť kontinuálne prepojenie medzi zákazníkom, zamestnancom.

Nie je to len otázkou transakcií, u-biznis zahŕňa aj tok informácií medzi podnikaním a jeho zamestnancami, partnermi dodávateľského reťazca, zákazníkmi a ponúkne rôzne komfortné prostriedky, ktoré budú buď šetriť peniaze alebo produkovať príjmy.

Náš názor je, že nejedná sa len o technológiu, alebo zakomponovanie u-biznis alebo m-biznis do jednotlivých projektov spoločnosti. Ide o integráciu do všetkých podnikových procesov, pretože dnes už nepostačuje, ak sa na procesy jednotlivých častí podniku pozeráme izolovane. Konkrétna pridaná hodnota pre zákazníka vzniká až pri ucelenom sledovaní všetkých podnikových procesov a oddelení.

5 Nové poznatky v oblasti elektronického podnikania

Na teoretickej úrovni sa venovali elektronickému podnikaniu mnohí autori. Výsledkom ich sociologických analýz je, že všeobecne vládne názor, že rozbehnúť elektronické podnikanie je jednoduchá záležitosť. Prikláňame sa však k názoru, že v praxi má šancu presadiť sa len ten, kto si uvedomí, že ide **o zložitú, jedinečnú a komplexnú záležitosť**. Rozhodnutiu preniesť svoje podnikateľské a obchodné aktivity do elektronického podnikania na internet by mal predchádzať konkrétny **plán a analýza prostredia a segmentu**, ktorý chce podnik osloviť, akým spôsobom zabezpečí realizáciu, presné určenie, čo treba urobiť pre zabezpečenie konkurencieschopnosti na internete.

Pri budovaní elektronického podnikania je potrebné brať do úvahy nielen to, čo je najlepšie pre prezentáciu podniku a jej produktov, ale aj očakávané preferencie potenciálnych zákazníkovú.(Rostecký,2010).

Charakteristické identifikátory potreby presunu aktivít do elektronickej podoby:

Zo strategickej perspektívy:

- Ak konkurencia ponúka substitučný produkt a podnik sa chce odlíšiť na báze služieb a rýchlosti odozvy.
- Ak si zákazníci žiadajú intranetové alebo extranetové riešenia.
- Ak cieľový trh zodpovedá profilu internetového používateľa.
- Ak sú vysoké časové a finančné nároky na prenos informácií a objednávkové systémy.

Z perspektívy ponukového reťazca:

- Ak podnik konkuruje na globálnom trhu, kde geografická izolácia a konkurenčné stratégie nie sú schopné ochrániť podnik pred konkurentmi.
- Ak rast podniku na základe akvizície vedie k nekompatibilite medzi segmentmi. (napr. potreba integrácie)
- Ak sa zákaznícke podniky chystajú zefektívniť ich činnosti a podnik je nútený poskytnúť adekvátnu technológiu a zručnosti kvôli vzájomnej integrácii, ak chce ostať ich dodávateľom.
- Ak je potrebné skrátiť čas obrátky kapitálu, toto je častý prípad hlavne v spracovateľskom priemysle.
- Ak je potrebná automatizácia dopĺňania zásob, alebo potreba uistiť sa, že zásoby sú efektívne transferované k predajcom bez zbytočných prestojov v skladoch.(dôležité hlavne pri sezónnom tovare)
- Ak podnik zakúpi systém od dodávateľov, ktorí ho presne informujú o tom, kde sa jeho tovar nachádza. (číslo vozidla a predpokladaný čas príchodu)
- Ak je pre udržanie náskoku pred konkurenciou rozhodujúca logistika a redukcia oportunitných nákladov dodávky a ponuky

Na základe dostupných informácií a poznatkov Slovenskej asociácie pre elektronický obchod sa dá iba odhadnúť, že na Slovensku existuje stoviek aktívnych a deklarovaných virtuálnych obchodov ponúkajúcich a zároveň predávajúcich tovar alebo služby cez internet s tým, že v drvivej väčšine ide o predaj koncovému spotrebiteľovi, podnik - občan (B2C). Obchodovanie na úrovni podnik - podnik (B2B) má svoje obmedzenia v rámci bezpečnostnej politiky podniku. Pri obchodovaní cez internet musí byť implementovaný systém platieb s využitím bezpečnostného softvéru riešiaceho ochranu a validitu platobných transakcií. Elektronické podnikanie sa intenzívne rozvíja medzi jednotlivými zložkami v rámci podniku a v bankovej sfére (vo vnútri banky, medzi bankami, vo vzťahu banka - klient (Internet banking, home banking)), ktoré je už na požadovanej úrovni. Do elektronického obchodovania a podnikania spadá aj časť činností, ktoré sa vykonávajú vo verejnej správe (segmenty G2C, B2G, G2B).

6 Záver

V súvislosti s využívaním elektronického podnikania ako modernou informačnou technológiu, a s jej vplyvom na efektívnosť a profit podnikov sa vedú polemiky o veľkosti tohto vplyvu, a preto záverom by sme uviedli niekoľko potenciálnych výhod, ktoré by využívanie elektronického podnikania podnikom mohlo priniesť.

Využívanie elektronického podnikania umožňuje podnikom rozšíriť svoje pôsobenie nielen na regionálnom, ale aj na národnom a medzinárodnom trhu.

Využívanie webovej prezentácie pomocou webových stránok predstavuje jednu z najlacnejších a najefektívnejších spôsobov prezentácie podniku.

Využívanie elektronického obchodu (e-shop), elektronických aukcií a elektronických trhov prináša nové oblasti, kde sa podniky môžu realizovať.

Implementácia služieb elektronického podnikania do vnútropodnikových činností predstavuje efektívne a moderné riadenie podniku, prináša flexibilnejšiu komunikáciu, plánovanie a tiež optimalizáciu procesov.

Literatúra

1. Dorčák, P. (2013). *EMarketingové metódy v manažmente malých a stredných podnikov*. Praha: University Press..
2. Jelassi, T., Enders, A., & Martínez-López, F. J. (2014). *Strategies for e-business: Creating value through electronic and mobile commerce: Concepts and cases*. Harlow, England: Pearson Education Limited. Chaffey, D. (2002). Business information systems. *2nd edition, Prentice Hall, Portsmouth*.
3. Rostecký, J. (2010) (n.d.). B2B Marketing. Retrieved from https://mladypodnikatel.cz/stitek/b2b-marketing.

Využitie IS/IT pri výkone činnosti znalca

Use of IS/IT in the performance of an expert's work

Natália Švejdová[1]

Abstrakt
Prvopočiatky znalectva siahajú až do 13. storočia, kedy znalec plnil úlohu akéhosi poradného orgánu v prípadoch, kedy sudca nevedel pre svoje obmedzené znalosti a skúsenosti vyniesť správny rozsudok. Rozvoj ekonomík, ale najmä vedecko-technický pokrok zapríčinili, že úlohy, povinnosti a najmä nároky na znalcov sa zvýšili. V dnešnej dobe nie je postačujúce, aby bol znalec odborníkom len vo svojej oblasti, ale musí ovládať i legislatívu a najmä informačno-komunikačné technológie (IKT). Cieľom tohto príspevku je poukázať na vplyv IKT na znaleckú činnosť, informatizáciu, ktorá prebehla na území Slovenska, ale najmä na možnosti využitia IS/IT v odbornej činnosti znalcov. Účelom tohto článku je pochopenie významu a dôležitosti IKT, ale aj potreby ich neustáleho rozširovania a zlepšovania.

Kľúčové slová
informačný systém, informačno-komunikačné technológie, informatizácia, znalecká činnosť

Abstract
The beginning of the expert activity reach until the 13th century, when the expert fulfilled the role of any advisory body in cases where the judge did not know for his limited knowledge and experience to make the right judgment. The development of economies, but especially scientific and technological progress, has led to increased roles, responsibilities and especially claims on experts. At present, it is not enough to be an expert in the one expert field, but also in legislate and especially in information and communication technologies (ICT). The aim of this contribution is to highlight the impact of ICT on expert activitity, informatization that has taken place on the territory of Slovakia, but also on the use of IS/IT in the professional activity of experts. The purpose of this article is to understand the meaning and importance of ICT, but also the need to continually expand and improve them.

Key words
information system, information and communication technologies, informatization, expert activity

JEL classification
D83, L86

1 Úvod

Znalectvo ako vedný odbor má interdisciplinárny charakter, nakoľko pri znaleckom dokazovaní využíva poznatky prírodných, technických, spoločenských, lekárskych, humanitných a pôdohospodárskych odborov. Z tohto dôvodu sú na znalcov – ako odborníkov, kladené vysoké požiadavky, čo do teoretických vedomostí, tak aj do praktických skúseností a schopností prepájať poznatky z jednotlivých odborov. Zvýšené nároky na znalcov vznikajú

[1] Ing. Natália Švejdová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového manažmentu, Katedra informačného manažmentu, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, natalia.svejdova@euba.sk

aj ako dôsledky rozvoja vedy a techniky, ale najmä neustále meniaca sa legislatíva, upravujúca výkon znaleckej činnosti.

Hlavnou úlohou znalectva je poskytnúť súdom, podnikateľským subjektom ako i občanom vo forme znaleckého posudku poznatky (závery), ktoré pomáhajú pri prijímaní rozhodnutí či už v súdnom konaní alebo pri podnikových rozhodnutiach. Účelom vypracovaného znaleckého posudku je objasnenie odbornej problematiky vo forme, ktorá je zrozumiteľná pre orgány činné v príslušnom konaní, ale aj pre fyzické a právnické osoby, ktoré sú určitým spôsobom späté s príslušným znaleckým posudkom.

Oblasť znalectva sa taktiež nevyhla elektronizácii, a preto aj legislatíva upravujúca znaleckú činnosť na území Slovenskej republiky musela byť upravená o nové paragrafy prikazujúce znalcom využívať informačno-komunikačné technológie (IKT). Dôvodom na informatizáciu znaleckej činnosti bolo nielen zefektívnenie činnosti znalcov, ale taktiež kontrola Ministerstva spravodlivosti SR, ako orgánu dohliadajúceho na výkon znalectva na Slovensku, za pomoci IKT.

2 Informatizácia výkonu znaleckej činnosti

Dôležitosť znaleckej činnosti v poslednej dobe neustále narastá. Dôvodmi na rastúce požiadavky na výkon znaleckej činnosti sú najmä spoločenské pomery vyžadujúce si názor znalca ak odborníka, ako aj globalizácia a rozvoj trhovej ekonomiky. Hospodársky orientované ekonomiky sa postupom času transformujú na globálne informačné spoločnosti, ako najdôležitejší nástroj na zabezpečenie ďalšej celospoločenskej prosperity a nezadržateľného vývoja celej spoločnosti, ktorá ovplyvnila a neustále ovplyvňuje aj znaleckú činnosť.

Vzhľadom na neustále sa zrýchľujúci životný štýl, nedostatok času a zvyšujúci sa objem potrebných vedomostí je nutné správne selektovať informácie. Práve vývoj IKT uľahčil a zrýchlil prácu ľudí, pričom na jednej strane sa zjednodušil prístup k informáciám, avšak na druhej strane vzniká nadbytok irelevantných informácií, ktoré spôsobujú dezinformovanosť. Rozvoj IKT spôsobil, že znalecké posudky sa prestali vyhotovovať na písacích strojoch, nie je potrebné navštevovať úrady na získanie informácií potrebných na vypracovanie znaleckého úkonu a taktiež IKT znížili chybovosť v procese výpočtov, a to najmä využitím rôznych komerčných softvérov. Práve z tohto dôvodu je nutné, aby si znalci popri svojich odborných a právnych vedomostiach osvojili využívanie IKT, rozvíjali svoje zručnosti, ale najmä pochopili ich nutnosť a prínos pri výkone znaleckej činnosti.

Využitie IKT v spojení s vedomosťami sa stali základom pre rast vedomostnej spoločnosti ako aj pre progresiu ekonomiky. Včasné, ľahko dostupné, no najmä správne informácie sa stali strategickou veličinou, o ktorú je potrebné sa starať nielen z hľadiska nadobudnutia, ale aj z hľadiska archivovania a spravovania. Informatizáciu spoločnosti tak môžeme považovať za účinný prostriedok premeny hospodárstva na znalostnú ekonomiku.

Slovenská republika, ako člen Európskej únie, sa taktiež nevyhla informatizácii, a to najmä za pomoci Operačného programu Informatizácia spoločnosti (OPIS), na základe ktorého bola poskytnutá Slovensku podpora zo štrukturálnych fondov EÚ v období rokov 2007 - 2013. Cieľom OPIS-u bolo vybudovať konkurencieschopnú Európsku ekonomiku založenú na inováciách, vedomostiach, ako aj vytvorenie informačnej spoločnosti ako prostriedku pre rozvoj vysoko výkonnej vedomostnej ekonomiky.

Znalecká činnosť ako súčasť národného hospodárstva sa taktiež nevyhla vo svojej podstate elektronizácii. Samotná legislatíva upravujúca znaleckú činnosť vymedzuje ako podmienku vzniku znaleckého oprávnenia (§ 5 zákona č. 382/2004 Z. z. o znalcoch, tlmočníkoch a prekladateľoch) mať materiálne vybavenie postačujúce na výkon činnosti v odbore, alebo odvetví, ktoré je predmetom písomnej žiadosti o zápis. Pod materiálnym vybavením rozumieme aj zabezpečenie IKT, ktoré sú v súčasnosti neoddeliteľnou súčasťou

výkonu znaleckej činnosti na území Slovenskej republiky. Z tohto dôvodu, sú na znalcov – ako odborníkov v určitom odbore, kladené požiadavky týkajúce sa využívania ako hardvérového, tak i softvérového vybavenia svojej kancelárie.

3 Informačné systémy v znaleckej činnosti

V súčasnosti sa už znalci pri výkone svojej odbornej činnosti nevyhnú tomu, aby používali IKT.[2] Pri spracovaní znaleckých posudkov využívajú nielen hardvér a softvér, ale i voľne dostupné alebo platené databázy, internet, a pod. Väčšina znalcov by pravdepodobne namietala, že nemajú svoj vlastný informačný systém (IS), avšak pri naštudovaní teoretických východísk zistíme, že opak je pravdou.

„Informačné systémy zahŕňajú rôzne informačné technológie (IT), ako sú napr. počítače, softvér, databázy, komunikačné systémy, internet, mobilné zariadenia a pod., ktoré slúžia pri plnení úloh, na komunikáciu a informovanie koncových používateľov. Do oblasti IS zaraďujeme aj samotný vývoj, implementáciu, využívanie a vplyv IS v organizáciách ako aj v celej spoločnosti.“ (Boell & Kecmanovic, 2015)

„Informačné systémy sú systémy, ktoré sú určené na zber, prenos, uchovávanie, spracovávanie, distribúciu a prezentáciu údajov. Údaje spracovávané v informačných systémoch získavajú informačný význam.“ (Kokles & Romanová, 2014)

„Informačný systém je integrovaný súbor komponentov, ktorý slúži na zhromažďovanie, ukladanie, spracovanie údajov, na poskytovanie informácií, poznatkov a digitálnych produktov. Hlavnými zložkami informačných systémov sú hardvér a softvér, telekomunikácie, databázy a dátové sklady, ľudské zdroje a činnosti spojené s IKT “ (Zwass, 2017)

Vychádzajúc z hore uvedených definícii by sme preto informačný systém mohli definovať ako súbor ľudí a činností, ktoré zabezpečujú zber, prenos, spracovanie, uchovávanie, výber, distribúciu a prezentáciu údajov, ktoré sa v tomto procese transformujú na informácie za pomoci informačných technológii (hardvéru a softvéru) a slúžia užívateľom, ktorí na ich základe robia rozhodnutia.

Na základe tohto možno teda tvrdiť, že znalci, ako i účtovníci, audítori, notári a iné osoby vykonávajúce odborné činnosti pracujú s informačnými systémami. Keďže znalci prevádzkujú informačný systém, v ktorom spracúvajú osobné údaje (údaje potrebné pre spracovanie znaleckých úkonov), sú povinní dodržiavať Zákon o ochrane osobných údajov č. 18/2018 Z. z. ako z pohľadu prevádzkovateľa, tak i z pohľadu oprávnenej osoby. Podľa tohto zákona je osoba prevádzkujúca informačný systém povinná dodržiavať mlčanlivosť o osobných údajoch a zabezpečiť primerané bezpečnostné opatrenia.

Povinnosť zachovania mlčanlivosti vyplýva znalcovi aj na základe Zákona č. 382/2004 Z. z. o znalcoch, tlmočníkoch a prekladateľoch. Podľa § 13 je znalec „povinný zachovávať mlčanlivosť o všetkých skutočnostiach, o ktorých sa dozvedel pri výkone alebo v súvislosti s výkonom činnosti, ak nie je tejto povinnosti zbavený zadávateľom alebo ministrom, alebo ak osobitný predpis neustanovuje inak; táto povinnosť nie je vyčiarknutím zo zoznamu alebo pozastavením výkonu činnosti dotknutá.“(Zákon č. 382/2004 Z. z., 2004)

Na zabezpečenie primeraných bezpečnostných opatrení, je potrebné, aby informačný systém znalca pracoval so spoľahlivým operačným systémom, ktorý bude chránený pred útokmi ako z interného, tak i externého prostredia. Pred vnútorným zneužitím informácií má znalec možnosť brániť sa najmä zaheslovaním prístupu k informáciám, ako i pridelením

[2] Povinnosť používať prostriedky IKT vyplýva v súčasnosti znalcovi aj priamo zo Zákona o znalcoch, tlmočníkoch a prekladateľoch. Pred 1. júlom 2016 bol znalec povinný viesť priebežne o svojich úkonoch denník – knihu osobitnej evidencie. O úkonoch, ktoré vznikli po 1. júli 2016 musí podľa § 14 zákona č. 382/2004 Z. z. znalec viesť denník v elektronickej podobe prostredníctvom programových a technických prostriedkov schválených Ministerstvom spravodlivosti SR.

určitého stupňa oprávnenia k vymedzeným údajom. Pred vonkajšími útokmi sa znalec chráni najmä spoľahlivým operačným systémom a účinným antivírusovým programom, ktorý má od svojho výrobcu zabezpečené pravidelné aktualizácie.

4 Cieľ a metodika práce

Hlavným cieľom tohto príspevku je zdôrazniť a objasniť vplyv IKT na znaleckú činnosť, informatizáciu, ktorá prebehla na území Slovenska, ale najmä na možnosti využitia IS/IT v odbornej činnosti znalcov. Objektom skúmania bolo využitie IS/IT v znaleckej činnosti, možnosti využitia rôznych informačných systémov a databáz pri vypracovaní znaleckých úkonov. Pri výskume sme využili najmä internetové zdroje, nakoľko ide o veľmi aktuálnu a literatúrou neprebádanú oblasť. Nápomocné nám boli najmä oficiálne informácie a vyhlásenia ministerstiev a úradov, k nami skúmanej problematike, pričom sme využili základné metódy vedeckého skúmania, ako analýzu, syntézu, indukciu, dedukciu a komparáciu.

5 Informatizácia slovenskej justície s dôrazom na znaleckú činnosť (eJustice)

V súčasnej dobe na Slovensku prebieha najintenzívnejšia elektronizácia súdov ako i celého Ministerstva spravodlivosti SR (MS SR) v ich modernej histórií, a to nielen z hľadiska rozsahu, ale najmä vynaložených finančných prostriedkov. Pre využívanie výsledkov informatizácie slovenskej justície postačuje vo väčšine prípadov občiansky preukaz s čipom (eID), čítačka eID a príslušné technické vybavenie s nainštalovaným softvérom dodávaným MS SR.

Elektronický súdny spis

Elektronický súdny spis umožňuje podať žiadosť o sprístupnenie obsahu súdneho spisu, sprístupniť obsah spisu, informácie o konaní a archív nahrávok z pojednávaní, vyhľadávať a prezerať záznamy v danom Elektronickom súdnom spise a zapisovať dokumenty do daného súdneho spisu. Tento modul je určený predovšetkým účastníkom daného súdneho konania, právnym zástupcom účastníkov konania, osobám pribratým do súdneho konania (notár, exekútor, znalec, tlmočník, prekladateľ, kolízny opatrovník) a tretej strane – verejnosti. (Ministerstvo spravodlivosti, 2015)

Elektronický denník znalca (EDZ)

Cieľom EDZ je zabezpečiť efektívny dohľad zo strany MS SR prostredníctvom informácií o znalcovi, jeho činnosti, o počte žiadostí/ úkonov znaleckej činnosti, o aktuálnom zaťažení znalca pre potreby orgánov verejnej moci pri ich rozhodovaní o výbere a ustanovení konkrétneho znalca pre daný súdny proces, ako aj znížiť náklady na vypracovanie a archiváciu znaleckých úkonov. Elektronický denník je prepojený aj na Elektronický súdny spis s cieľom skrátiť resp. odstrániť súdne prieťahy a znížiť administratívnu záťaž orgánov verejnej moci. (Ministerstvo spravodlivosti, 2016)

Elektronická zbierka zákonov (Slov-Lex)

„Projekt s názvom Elektronická zbierka zákonov je kľúčovým pre zefektívnenie a modernizáciu práva a zlepšenie využívania zdrojov práva. Výsledky projektu zabezpečia skutočný efektívny prístup všetkých k platnej legislatíve, umožní riadiť legislatívny proces a poskytne pracovný nástroj pre odbornú ako aj širokú verejnosť.“ (Ministerstvo spravodlivosti, 2015) Správna, ale najmä aktuálna legislatíva je nesmierne dôležitá nielen pre výkon právnickej činnosti, ale i pri výkone znaleckej, nakoľko znalec – ako odborník, musí ovládať najnovšiu legislatívu v odbore, v ktorom bol zapísaný do Zoznamu znalcov (napr. znalec v odvetví

Personalistika musí mať znalosti aktuálnych právnych noriem, napr. Zákonník práce, Zákon o bezpečnosti a ochrane zdravia pri práci a iné). Predpisy, ktoré boli súčasťou starého systému JASPI, ako aj bezplatné internetové zdroje a komerčné systémy vykazujú spoločný problém, a to, že poskytovaný obsah (legislatíva) nie je štátom garantovaná a adresáti práva (občania, podnikatelia, zamestnanci, úradníci, odborná verejnosť) sa pri svojom konaní naň nemôžu odvolávať.

Informačný systém Register úpadcov

„Hlavným cieľom projektu je implementácia elektronického Informačného systému Register úpadcov ako nástroja elektronizácie konkurzov, reštrukturalizácií, oddlžení a zavedenie súvisiacich eGOV služieb pre verejnosť.“ (Úrad podpredsedu vlády SR pre investície a informatizáciu, 2014) Register úpadcov zahŕňa informácie o prebiehajúcich konkurzných, reštrukturalizačných a oddlžovacích konaniach a taktiež umožňuje pohľad na údaje o konaniach pre rôzne skupiny používateľov - pre verejnosť, pre účastníka konania, pre správcu, pre sudcu a pre MS SR, pričom každej skupine sú zobrazované údaje podľa rozsahu ich oprávnení.

6 Znalecké softvéry

Znalci pri svojej činnosti využívajú veľké portfólio programov – a to od operačných systémov, antivírusových programov, až cez textové, tabuľkové či databázové softvéry. Neoddeliteľnou súčasťou programového vybavenia znalca sú znalecké softvéry, ktoré sú špeciálne prispôsobené svojou povahou a obsahom výkonu znaleckej činnosti.

Ekonomické softvéry

Softvérová podpora finančných analytikov ako aj znalcov nezostala bez povšimnutia ani na Slovensku, i keď ponuka programov sa nedá do značnej miery porovnať s ponukou na českom trhu. V kontexte znaleckej činnosti môže znalec pri vypracovaní svojich znaleckých úkonov využiť softvéry, a to najmä na:

- vypracovanie finančného plánu,
- finančnú analýzu ex post a ex ante,
- výpočet všeobecnej hodnoty podniku podnikateľskou (výnosovou) metódou.

Na zostavenie finančného plánu má znalec možnosť využiť softvér od spoločnosti Dominanta, ktorý umožňuje zostavenie finančného plánu až na 10 rokov. Softvér dokáže takisto spracovať aj investičnú politiku podniku a zakomponovať ju do ukazovateľov, takže výrazne uľahčí proces tvorby scenárov budúceho vývoja a predvídaniu rizík. Softvérovú podporu pri zostavovaní finančného plánu považujeme za užitočnú, avšak znalec by mal myslieť na fakt, že každý podnik je jedinečná entita a tvorba jej finančného plánu do budúcnosti vo veľkej miere závisí od budúcich zámerov spoločnosti, a preto nie je možné finančný plán zostaviť len na báze softvérových vzorcov. Z tohto dôvodu je nutné, aby aj pri využívaní softvéru takejto kategórie, znalec a zadávateľ spolu konzultovali ďalšie plány podniku do budúcnosti, aby finančný plán v čo najväčšej miere odrážal budúci vývoj podniku.

Ponuka softvérov na finančnú analýzu ex post a ex ante je na slovenskom trhu o niečo širšia. Znalec má možnosť využiť programy od spoločností ABRA, 5PSOFT software, SOFINA, FAP a mnohé iné. Program na finančnú analýzu si vie však aj priemerne počítačovo zdatný znalec sám vytvoriť za pomoci tabuľkového procesora MS Excel, nakoľko finančná analýza ex post i ex ante je založená na exaktne definovaných vzorcoch, a preto nie je problém s ich zadefinovaním v MS Excel.

Na výpočet všeobecnej hodnoty podniku podnikateľskou metódou na Slovensku neexistuje komplexný softvér, a preto je len na znalcovi, či si výpočet do značnej miery uľahčí

používaním tabuľkového procesora. V Českej republike existuje aj softvérová podpora na ocenenie podnikov prostredníctvom výnosových metód. Softvér EVALENT je možné využívať aj s prepojením na softvér STRATEX R, ktorý slúži na zostavenie finančného plánu.

Stavebné softvéry

Jediným profesionálnym znaleckým softvérom na ohodnocovanie nehnuteľností na Slovensku je program HYPO od spoločnosti KROS. Slúži na komplexné ohodnotenie bytov, pozemkov a všetkým ostatných stavebných objektov podľa aktuálne platnej legislatívy. Softvér umožňuje stanoviť všeobecnú hodnotu objektu porovnávacou metódou, metódou polohovej diferenciácie, kombinovanou metódou (pre stavby) a výnosovou metódou (pre pozemky). HYPO tvorí viacero modulov (textové kapitoly, technická hodnota, všeobecná hodnota, vecné bremená, vyhodnotenie posudku, vytvorenie a úprava posudku) (Kros, a.s., 2015), pričom jedným z nich je aj modul HYPOCAD, kde znalec z oblasti stavebníctva môže jednoducho nakresliť pôdorysy ohodnocovaných objektov. Výstupy z tohto znaleckého softvéru akceptujú všetky inštitúcie a banky na Slovensku.

Softvéry pre cestnú dopravu

Úlohou znalcov v odbore cestnej dopravy je stanoviť technický stav vozidiel, hodnotu cestných vozidiel alebo vypracovať znalecký posudok k nehode v cestnej doprave. V takomto odbore sa okrem technických vedomostí vyžaduje aj znalosť fyziky, matematiky ako aj platnej legislatívy upravujúcej cestnú dopravu.

Na zistenie technického stavu vozidla a odhad jeho hodnoty môže znalec využiť aj softvérovú podporu, a to napr. program AutoTax Office. AutoTax Office umožňuje rýchly výber vozidla z dostupnej databázy, zobrazenie základných údajov o vozidle, výber pneumatík ako i zadanie vplyvu opravy a mimoriadnej výbavy na technickú hodnotu vozidla.

Na vypracovanie znaleckých posudkov zaoberajúcich sa dopravnou nehodou sa využívajú softvéry so zložitým algoritmom, ktorý umožňuje simulovať dopravnú nehodu, zistiť, či tvrdenia účastníkov nehody sú pravdivé a neodporujú pravidlám fyziky. Na takéto rekonštrukcie nehôd slúžia programy ako napr. VirtualCrash, PC-Crash.

7 Informácie dostupné na internete využiteľné v znaleckej činnosti

Rozvoj internetu a elektronizácie prispel k tomu, že zdieľanie informácií sa stalo akousi samozrejmosťou. Preto by mal aj znalec pri svojej činnosti využiť všetky možné zdroje informácií, z dôvodu maximalizácie objektivity znaleckého posudku. Získané informácie by však mali pochádzať z dôveryhodných zdrojov, ani nebola narušená hodnovernosť a odbornosť vypracovaného znaleckého úkonu.

Obchodný a Živnostenský register, Register účtovných závierok

Na vypracovanie znaleckých posudkov najmä v odbore Ekonómia a manažment pre právnické alebo fyzické osoby – živnostníkov, je nutné vedieť spoľahlivo a presne identifikovať subjekt, dátum jeho založenia a predmet jeho podnikania. Tieto informácie v prehľadnej forme umožňuje získať Obchodný resp. Živnostenský register, pričom tieto informácie sú dostupné kedykoľvek na webových stránkach www.orsr.sk resp. www.zrsr.sk.

„Obchodný register je verejný zoznam, do ktorého sa zapisujú zákonom stanovené údaje a ktorého súčasťou je zbierka zákonom ustanovených listín.“ (Národná agentúra pre sieťové a elektronické služby, 2016) Obchodný register sa vedie v elektronickej podobe, avšak výpis má len informatívny charakter (pre znalecké posudky vo väčšine prípadov postačujúci), a preto nie je použiteľný na právne úkony.

„Zbierku listín tvoria dokumenty, ktoré sú podnikatelia povinní sem ukladať. Patria sem spoločenské zmluvy, zakladateľské listiny, jednotlivé zmeny spoločenských zmlúv, vyhlásenie správcu vkladu, živnostenské oprávnenie.“ (Iura Capital, s.r.o., 2013) V minulosti sa do zbierky listín vkladali aj účtovné závierky, avšak v súčasnosti sa evidujú v Registri účtovných závierok. Zbierka listín sa vedie v listinnej a elektronickej forme, avšak nahliadať do nej a robiť odpisy možno len po zaplatení súdneho poplatku (nie je dostupná ani na internete pre verejnosť).

Ďalším veľmi dôležitým zdrojom pre vypracovanie znaleckého posudku sú účtovné závierky a poznámky. V prípade, že nie sú predložené zadávateľom posudku, má znalec možnosť si ich bezodplatne prehliadať ako aj stiahnuť na stránke www.registeruz.sk. Register účtovných závierok je informačným systémom Ministerstva financií SR a svoju úlohu začal plniť na základe zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov od 1. januára 2014. (Ministerstvo financií SR, 2016) Register obsahuje neúplné účtovné závierky za obdobie rokov 2009 až 2012, ktoré majú len informatívny charakter, nakoľko povinne sa začali zverejňovať účtovné závierky zostavené k 31. decembru 2013 a neskôr. Do registra sa podľa § 23 ods. 2 Zákona o účtovníctve ukladajú tieto dokumenty: (Zákon. č. 431/2002 Z. z., 2002)

- riadne a mimoriadne individuálne účtovné závierky,
- riadne a mimoriadne konsolidované účtovné závierky,
- súhrnné účtovné závierky verejnej správy,
- výkazy vybraných údajov z účtovných závierok zostavených podľa IFRS,
- správy audítorov,
- individuálne a konsolidované výročné správy,
- ročné finančné správy emitentov.

Katastrálny portál, Mapový portál katastra nehnuteľností, CICA

Pri vypracovaní znaleckých posudkov najmä z odborov Geodézia a kartografia, Poľnohospodárstvo či Stavebníctvo, sú pre znalca najdôležitejšie katastrálne mapy, ktoré sú zdrojom informácií ako napr. poloha pozemku/ domu, číslo parcely, výmera pozemku, výmera zastavanej plochy, vlastník pozemku alebo či sa pozemok nachádza v intraviláne alebo extraviláne územia obce. Kataster nehnuteľností bol ustanovený 1. januára 1993, a to Zákonom č. 266/1992 Zb. o katastri nehnuteľností. „Kataster nehnuteľností je geometrické určenie, súpis a popis nehnuteľností. Súčasťou katastra sú údaje o právach k týmto nehnuteľnostiam, a to o vlastníckom práve, záložnom práve, vecnom bremene, o predkupnom práve, ak má mať účinky vecného práva, ako aj o právach vyplývajúcich zo správy majetku štátu, zo správy majetku obcí, zo správy majetku vyšších územných celkov, o nájomných právach k pozemkom, ak nájomné práva trvajú alebo majú trvať najmenej päť rokov.“ (Zákon č. 162/1995 Z. z., 1995) Informácie z katastra nehnuteľností môže znalec získať z viacerých zdrojov, a to z Katastrálneho portálu, z Mapového portálu katastra nehnuteľností a z portálu CICA. Informácie získané z týchto zdrojov však majú len informatívny charakter, preto nemôžu byť použité na právne úkony. Takto získané informácie však môže znalec využiť na ohodnotenie nehnuteľností, pričom podklady sú neoddeliteľnou súčasťou vypracovaného znaleckého posudku.

Katastrálny portál

Voľne dostupné služby katastra v elektronickej podobe začali byť poskytované od 1. septembra 2007, kedy Úrad geodézie, kartografie a katastra (ÚGKK) na stránke www.katasterportal.sk sprístupnil databázu všetkých pozemkov zapísaných v slovenskom katastri. Slovensko bolo prvom krajinou v rámci V4, ktorá spustila takúto službu pre svojich občanov bezplatne. Vývoj aplikácie stál 42 miliónov slovenských korún (približne 1 394 145,- Eur) a každoročné náklady na jeho prevádzku sú približne vo výške 300 tisíc Eur. (Ulej, 2007)

Na stránkach katasterportal.sk môže znalec jednak prezerať katastrálne mapy, ale taktiež listy vlastníctva k nehnuteľnostiam.

Mapový portál katastra nehnuteľností (MAPKA)

MAPKA je webová aplikácia ÚGKK, ktorá vznikla v roku 2015 na základe stupňujúceho sa dopytu verejnosti po údajoch z katastra. MAPKA umožňuje interaktívnou formou rýchlo prehliadať a vyhľadávať požadované údaje z informačného systému katastra nehnuteľností. Taktiež umožňuje kombinovať údaje s inými priestorovými údajmi, ako napr. s údajmi základnej bázy pre geografický informačný systém, ortofotosnímkami (satelitné snímky) či mapovými podkladmi od spoločnosti Esri. (Úrad geodézie, kartografie a katastra, 2016) Dôvodom na zavedenie portálu www.mapka.gku.sk bol aj fakt, že zobrazenie mapy cez katasterportal.sk bolo možné len cez internetový prehliadač Internet Explorer alebo po nainštalovaní rozšírenia (plugin) pre iné prehliadače. Vývojom a implementáciou tejto aplikácie sa odstránil problém s prehliadačmi a používatelia majú možnosť využívať aplikáciu na akomkoľvek zariadení (PC, mobil, tablet...).

Webový portál CICA

CICA, z anglického Cadastral Information Correctly Applied, je aplikácia dostupná pre širokú verejnosť na prehliadanie údajov katastra nehnuteľností. Jej cieľom je jednoduchý a rýchly prístup k údajom z katastra vyhľadaním a zobrazením výpisu z listu vlastníctva (aplikácia nezobrazuje údaje na mape, ide o akúsi databázu údajov). CICA je dostupná na internetovej stránke cica.vugk.sk, pričom požadované údaje sa dajú vyhľadávať podľa listov vlastníctva, parcelného čísla, vlastníka/ správcu a podľa súpisného čísla. Výsledkom vyhľadávania je informatívny výpis z listu vlastníctva.

8 Platené zdroje informácií využiteľné v znaleckej činnosti

Pri vypracovaní znaleckých posudkov má znalec možnosť využiť aj informácie poskytované súkromnými spoločnosťami. Ide o databázy s veľkým počtom údajov, ktoré boli získané z viacerých zdrojov a vo väčšine prípadov za dlhšie časové obdobie.

Cenová mapa nehnuteľností SR

Cenová mapa nehnuteľností SR predstavuje platenú internetovú službu od spoločnosti DATALAN a Národnej asociácie realitných kancelárií Slovenska na webovom sídle www.cmn.sk. Cenová mapa umožňuje prístup k relevantným a pravidelne aktualizovaným informáciám o cenách predaja a prenájmu nehnuteľností (ponukových, ale i realizovaných) na Slovensku, pričom poskytuje údaje na rýchle a objektívne ocenenie nehnuteľnosti na ľubovoľnom mieste v SR a v ľubovoľnom čase od roku 2000. Službu môžu využívať jednak realitné kancelárie, finančné inštitúcie, ale napríklad aj znalci pri oceňovaní nehnuteľností. Komplexné štatistiky cenovej mapy sú vytvorené z vyše 23 miliónov inzerátov a z vyše 680 tisíc zrealizovaných transakcií, a preto ich môžeme považovať za veľmi hodnoverný a objektívny zdroj informácií pre vypracovanie znaleckého posudku. Službu možno využiť len jednorázovo alebo získať dlhodobý prístup k službe. Výstupom cenovej mapy po zadaní vstupných parametrov je získanie informácií o veľkosti štatistického súboru, ktorý vyhovuje kritériám, minimálna, maximálna a priemerná cena predaja/ prenájmu a taktiež zobrazenie nehnuteľností na mape.

Univerzálny register Cribis

Cribis je webová aplikácia spoločnosti CRIF – Slovak Credit Bureau, ktorá obsahuje komplexné informácie o všetkých podnikateľských subjektoch na Slovensku. Aplikácia poskytuje online informácie o firmách, ich platobnej disciplíne, vlastníckych a organizačných štruktúrach, obsahuje tiež informácie z katastra nehnuteľností či obchodného vestníka. Pre znalcov z odboru Ekonómia a manažment poskytuje odvetvové analýzy a stredné hodnoty finančných ukazovateľov, ktoré sú potrebné na porovnanie podniku v priestore v rámci finančnej analýzy. Cribis možno považovať za komplexný zdroj informácií o podniku, nakoľko združuje informácie z viac ako dvadsiatich zdrojov (napr. Obchodný register, zdravotné poisťovne, Sociálna poisťovňa, daňové úrady, Colná správa SR, Slovenská konsolidačná, Burza cenných papierov v Bratislave a i.).

FinStat a Index Podnikateľa

Projekty FinStat ako aj Index Podnikateľa slúžia na posúdenie finančného zdravia slovenských podnikov. Podnikatelia ako aj fyzické osoby majú možnosť získať informácie o obchodnom partnerovi, dodávateľovi alebo konkurencii. Všetky informácie a dáta, s ktorými pracujú tieto dve webové aplikácie sú čerpané z verejne dostupných databáz a registrov. Najdôležitejšími dátovými zdrojmi sú Obchodný vestník, Obchodný register, Živnostenský register, Register účtovných závierok, zoznamy dlžníkov z poisťovní, zoznamy Finančnej správy či Súdne rozhodnutia. Z obrovského množstva dát je preto možné vytvoriť aj finančnú analýzu podniku, predikciu, ale aj rôzne štatistické analýzy jednotlivých odvetví či konkrétnych predmetov podnikania. Na tomto mieste je však vhodné upozorniť na fakt, že znalec ako osoba zodpovedná za správnosť vypracovaného znaleckého posudku sa nemôže bezhlavo spoliehať na údaje vypočítané a poskytnuté z externých zdrojov, a preto aj pri využívaní takýchto služieb by si mal informácie a dáta overovať.

9 Záver

Rozvoj internetu umožnil informácie zdieľať v elektronickej podobe, pričom sa stali dostupnými komukoľvek a kdekoľvek. Pri výkone znaleckej činnosti však znalec musí klásť dôraz na hodnovernosť zdroja informácií, aby nebola narušená objektívnosť vypracovaného znaleckého posudku. Najmä pre znalcov z oblasti ekonómie a manažmentu považujeme za veľmi hodnotný informačný zdroj Register účtovných závierok, nakoľko umožňuje rýchlo získať účtovné informácie či už o subjektoch zostavujúcich individuálnu alebo konsolidovanú účtovnú závierku, pričom tieto podklady sú neoddeliteľnou súčasťou vypracovaného znaleckého posudku. Následne z týchto informácií si vie znalec napr. pomocou MS Excel veľmi jednoducho vypracovať analýzu ex post a ex ante, zhodnotiťfinančné zdravie subjektu a stanoviť tak všeobecnú hodnotu podniku.

Po analýze výsledkov informatizácie znaleckej činnosti môžeme konštatovať, že IKT sa stali významnou a neoddeliteľnou súčasťou znaleckej činnosti, ktorej by mali samotní znalci venovať svoju pozornosť. Z tohto dôvodu, by sa znalci – ako odborníci, mali vyjadrovať nielen k samotnej legislatíve, ale viesť aj konštruktívne diskusie z oblasti IKT, aby sa zlepšilo ich využívanie v rámci znalectva.

Literatúra

1. Boell, S. K., & Kecmanovic, D. C. (2015). What is an Information System? *Conference: Proceedings of the 48th Hawaiian International Conference on System Sciences (HICSS)*, 4959-4968. doi:10.1109/HICSS.2015.587.

2. Iura Capital, s.r.o. (2013). Zbierka listín OR. Retrieved September 1, 2018, from http://www.registeructovnychzavierok.sk/zbierka-listin-obchodneho-registra/.
3. Kokles, M., & Romanová, A. (2014). Informačné systémy. In *Informatika* (pp. 139-155). Bratislava: Sprint dva.
4. Kros, a.s. (2015). Moduly a zostavy programu Hypo. Retrieved August 29, 2018, from https://www.kros.sk/hypo/moduly-a-zostavy.
5. Ministerstvo financií SR. (2016). Register účtovných závierok. Retrieved August 29, 2018, from http://www.registeruz.sk/cruz-public/home.
6. Ministerstvo spravodlivosti SR. (2015). Elektronická zbierka zákonov (Slov-Lex). Retrieved September 1, 2018, from https://www.justice.gov.sk/Stranky/Nase-sluzby/Nase-projekty/Elektronicka%20zbierka%20zakonov/ Uvod.aspx.
7. Ministerstvo spravodlivosti SR. (2016). Elektronický denník znalca, tlmočníka a prekladateľa. Retrieved September 3, 2018, from https://www.justice.gov.sk/ Stranky/Nase-sluzby/Nase-projekty/Elektronicky%20sudny%20spis/Elektronicky-dennik-znalca,-tlmocnika,-prekladatea.aspx.
8. Ministerstvo spravodlivosti SR. (2015). Popis modulu Elektronický súdny spis. Retrieved September 3, 2018, from https://obcan.justice.sk/vstup/sudny-spis.
9. Národná agentúra pre sieťové a elektronické služby. (2016). Obchodný register. Retrieved September 1, 2018, from https://www.slovensko.sk/sk/agendy/ agenda/_obchodny-register.
10. Ulej, T. (2007). Kataster je od zajtra zadarmo. Retrieved September 3, 2018, from https://www.sme.sk/c/3464099/kataster-je-od-zajtra-zadarmo.html.
11. Úrad geodézie, kartografie a katastra. (2016). Mapka. Retrieved September 4, 2018, from https://www.geoportal.sk/sk/aplikacie/mapka/.
12. Úrad podpredsedu vlády SR pre investície a informatizáciu. (2014). Národný projekt: Informačný systém registra úpadcov. Retrieved September 1, 2018, from http://www.informatizacia.sk/vdok_simple-narodny-projekt--informacny-system-registra-upadcov/609s19305c.
13. Zákon č. 162/1995 Z. z. o katastri nehnuteľností a o zápise vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam v znení neskorších predpisov, §1 ods. 1 (1995).
14. Zákon č. 382/2004 Z. z. o znalcoch, tlmočníkoch a prekladateľoch v znení neskorších predpisov, §13 (2004).
15. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov, §23 ods. 2 (2002).
16. Zwass, Vladimir. "Information System." *Britannica*, 28 Dec. 2017, www.britannica.com/topic/information-system.

Riadenie nákladov a výnosov v zariadeniach nemocničnej starostlivosti

Cost and revenue management in hospital facilities

Renáta Antalová[1]

Abstrakt
Zdravotná starostlivosť na Slovensku má formu ambulantnej, ústavnej, lekárenskej a ošetrovateľskej starostlivosti. Občania hradia poistné zdravotným poisťovniam a tie uskutočňujú platby poskytovateľom zdravotnej starostlivosti. Pre poskytovateľov zdravotnej starostlivosti majú význam ceny za výkony a vlastné náklady. Aby poskytovatelia zdravotnej starostlivosti dosahovali dobré ekonomické výsledky, je potrebné kvalitne riadiť oblasť nákladov i výnosov.

Kľúčové slová
DRG – skupiny súvisiacich diagnóz, nákladové stredisko, kalkulácia, náklad, výnos

Abstract
Health care in Slovakia takes the form of outpatient, institutional, nursing and nursing care. Citizens pay insurance premiums to health insurance companies and make payments to healthcare providers. For healthcare providers, the agreed performance and costs costs are important. In order for healthcare providers to achieve good economic results, the area of costs and revenues must be well managed.

Key words
DRG – Diagnosis Related Group, cost centre, calkulation, cost, revenue

JEL classification
JEL Code: M41

1 Úvod

Poskytovanie zdravotnej starostlivosti v Slovenskej republike je zabezpečované formou ambulantnej starostlivosti, ústavnej starostlivosti, lekárenskej starostlivosti a ošetrovateľskej starostlivosti. Predmetom predkladaného príspevku je metodika kalkulovania nákladov hospitalizačného prípadu na základe pevne stanoveného nákladového modelu v ústavnej, konkrétne nemocničnej starostlivosti. Ústavná starostlivosť je poskytovaná, ak si zdravotný stav vyžaduje poskytnutie zdravotnej starostlivosti dlhšie ako 24 hodín. Na úhradu zdravotnej starostlivosti môže zdravotná poisťovňa poskytnúť jej poskytovateľom len disponibilné zdroje, t. j. rozdiel poistných príspevkov a povinných platieb na vlastnú prevádzku, prevádzku Úradu pre dohľad nad zdravotnou starostlivosťou, stredísk záchrannej zdravotnej služby a národného zdravotníckeho informačného systému. Keďže objem uvedených disponibilných zdrojov je obmedzený, pre poskytovateľov zdravotnej starosti majú veľký význam ceny za výkony, ktoré sú zmluvne dohodnuté s poisťovňami (Ondruš and Ondrušová, 2017).

Vo všeobecnosti môžu byť služby nemocníc hradené troma spôsobmi. Ako:

[1] Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, renata.antalova@euba.sk.

- Platba za výkon
- Globálny rozpočet
- Úhrady na základe DRG[2].

Každý z uvedených mechanizmov má svoje výhody a nevýhody. Platba za výkon znamená úhradu nákladov na poskytnutú zdravotnú starostlivosť. Pre poskytovateľa zdravotnej starostlivosti je pri danom mechanizme výhodné poskytovať čo najviac výkonov a platitelia riešia neúmerné poskytovanie výkonov zo strany nemocníc stanovením objemových limitov. V prípade globálneho rozpočtu sa poisťovne a nemocnice vopred dohodnú na rozpočte na nasledujúci rok. Ten sa zostavuje napríklad na základe lôžkodní. V takýchto prípadoch je záujmom nemocníc predlžovať dobu hospitalizácie. Tretím mechanizmom sú hospitalizačné paušály za podobné prípady (z rovnakej DRG skupiny) (Szalay, 2015).

Systém DRG vznikol v 70. rokoch 20. storočia v USA na Yale University, kde bola vypracovaná metodika, ktorá klinicky a nákladovo podobné hospitalizačné prípady zoskupovala do skupín a umožňovala porovnávať poskytovanú starostlivosť z hľadiska miery úspešnosti z medicínskeho hľadiska ale aj efektívnosti vynakladania nákladov. Na základe rozhodnutia amerického Kongresu sa v 80. rokoch zaviedol platobný mechanizmus hradiaci hospitalizáciu za vopred známu cenu za daný prípad, ktorý je definovaný v skupine DRG. V USA sa dodnes vyvinulo z pôvodného systému HCFA-DRG z roku 1983 viacero verzií, na ktoré nadviazali systémy DGR ďalších krajín (napríklad Francúzsko 1986, Austrália 1988, Belgicko a Portugalsko 1990, Maďarsko, Anglicko a Wales 1994, ..., Nemecko 2003, Česko 2007, Poľsko 2008).

Projekt zavedenia DRG systému na Slovensku bol súčasťou Programového vyhlásenia vlády SR na obdobie rokov 2010 – 2014. Zavedenie a využívanie systému si vyžadovalo a stále vyžaduje súčinnosť a spoluprácu Ministerstva zdravotníctva SR, Úradu pre dohľad nad zdravotnou starostlivosťou, všetkých zdravotných poisťovní a poskytovateľov ústavnej zdravotnej starostlivosti. Národná rada SR schválila 9.12.2010 novelu zákona 581/2004 Z. z. o zdravotných poisťovniach, dohľade nad zdravotnou starostlivosťou a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov, ktorou sa Úrad pre dohľad nad zdravotnou starostlivosťou stal centrom pre klasifikačný systém diagnosticko-terapeutických skupín. Jeho úlohou bolo okrem zabezpečenia a zavedenia DRG systému aj zabezpečovanie jeho prevádzky a rozvíjanie. Pracovná skupina poverená výberom vhodného zahraničného vzoru DRG systému na základe štúdia historického vývoja i analýzy kritérií, ktoré mal systém spĺňať, nakoniec z amerického, austrálskeho, nemeckého a nordického systému vybrala nemecký G-DRG.

Očakávania Slovenska v súvislosti so zavedením systému DRG spočívali v tom, že využívanie systému:

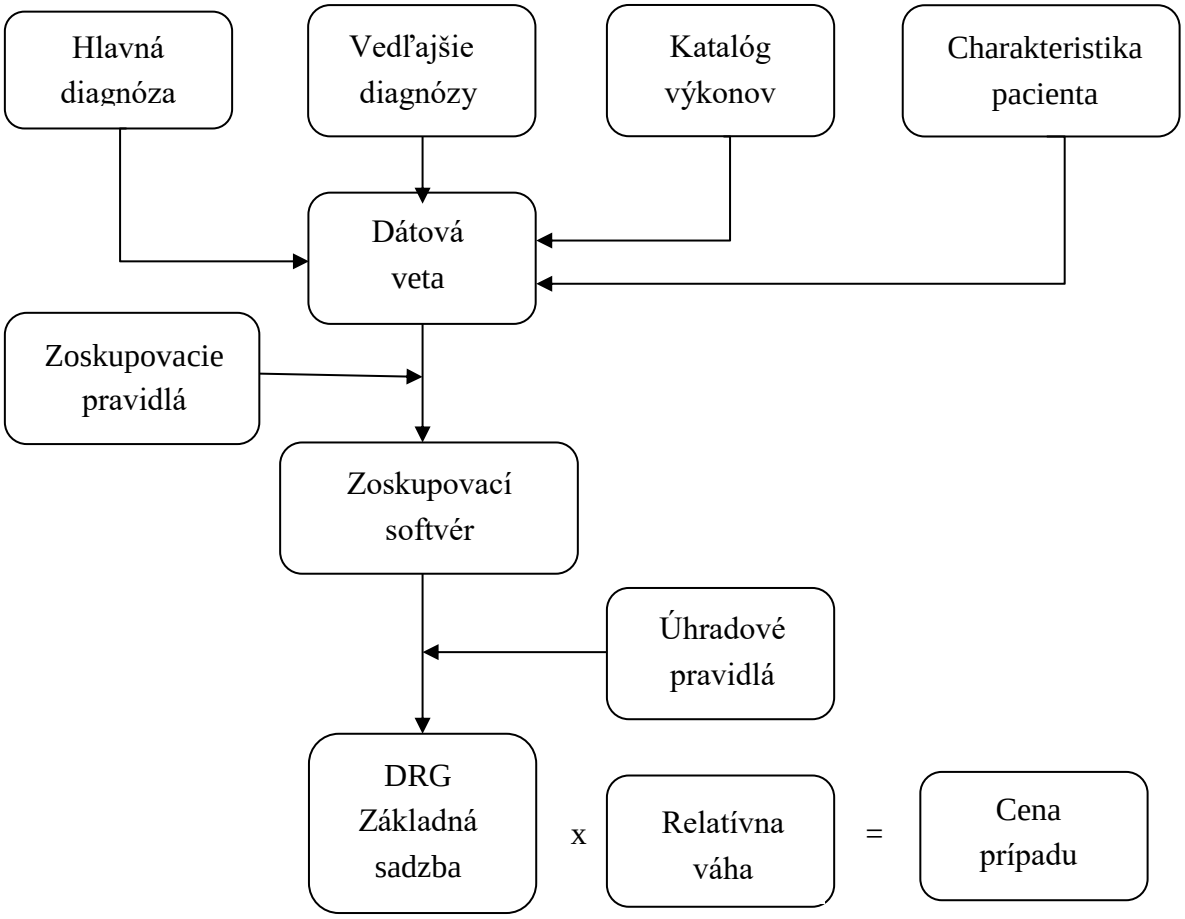
- umožní spravodlivú a transparentnú alokácii zdrojov,
- bude motivovať používateľov systému k efektivite,
- nebude veľmi administratívne náročné,
- umožní merať produkciu nemocníc,
- umožní porovnávať nemocnice, resp. ich oddelenia z hľadiska efektivity, ale aj kvality,
- umožní napomáhať riadenie nemocníc,
- podporí spoluprácou medzi jednotlivými medicínskymi disciplínami,
- umožní zdravotníckym pracovníkom vykonávať zdravotnú starostlivosť jednotnejšie a efektívnejšie,

[2] klasifikačný systém pacientov

- bude pre pacientov cestou k získaniu kvalitnejšej zdravotnej starostlivosti v dôsledku transparentnej súťaže medzi poskytovateľmi zdravotnej starostlivosti,
- umožní spravodlivejšie odmeňovanie za poskytnutú zdravotnú starostlivosť podľa jej medicínsko–ekonomickej náročnosti.
- napomôže zabezpečovať udržateľný systém zdravotníctva a umožní aj lepšie regionálne plánovanie zdravotnej starostlivosti.

Klasifikačný systém pacientov DRG umožňuje zoskupovať prípady hospitalizácie podľa diagnóz do skupín s podobnými klinickými charakteristikami a ekonomickou náročnosťou. Jeho súčasná funkcia však súvisí predovšetkým s úhradami za akútnu lôžkovú starostlivosť. Paušálna platba za pobyt v nemocnici je výsledkom spolupôsobenia rôznych kritérií, ktorými sú hlavná diagnóza, vedľajšie diagnózy, vykonané výkony, vek, pohlavie, spôsob prepustenia z nemocnice, závažnosť zdravotného stavu a podobne. Prostredníctvom zoskupovacieho softvéru sa hospitalizovaný prípad priraďuje k určitej skupine diagnóz. Základná sadzba za skupinu diagnóz sa počíta na základe priemeru skutočných nákladov nemocníc. Metodika výpočtu ceny za prípad je graficky znázornená na obrázku 1:

Obr. 1: Proces stanovenia ceny za prípad



Zdroj: ÚDZS. Koncepcia zabezpečenia a zavedenia DRG na Slovensku [3]

[3] Základná sadzba je suma v absolútnej hodnote, ktorá je uhrádzaná v systéme DRG za jednotlivý prípad s relatívnou váhou 1,0. Metodiku výpočtu základnej sadzby stanovuje Úrad pre dohľad nad zdravotnou starostlivosťou. Relatívna váha je empiricky určená hodnota, ktorá popisuje relatívnym vyjadrením priemerné náklady na prípad príslušnej DRG skupiny. Relatívne váhy sa stanovujú na základe údajov o nákladoch k jednotlivým hospitalizačným prípadom nemocníc.

Slovenský klasifikačný systém pacientov SK-DRG používa zoznam zdravotných výkonov pre klasifikačný systém diagnosticko-terapeutických skupín pripravený pre tento účel. Jeho prvú verzia zostavili slovenské odborné spoločnosti a profesijné organizácie aj s využitím medzinárodnej klasifikácie výkonov – ICPM (International Classification of Procedures in Medicine) v roku 2012. Účinnosť nadobudol Vyhláškou Ministerstva zdravotníctva Slovenskej republiky z 23. októbra 2013, ktorou sa ustanovuje zoznam zdravotných výkonov pre klasifikačný systém diagnosticko-terapeutických skupín. SK-DRG systém 2018 rozlišuje rovnako ako G-DRG-2011 1189 DRG-skupín súvisiacich s ústavnou lôžkovou zdravotnou starostlivosťou.

2 Základné požiadavky pre kalkuláciu nákladov na hospitalizačný prípad

Pre poskytovateľov zdravotnej starostlivosti je z hľadiska nákladového účtovníctva jedným zo základných pojmov náklad na hospitalizovaný prípad.[4] Všetci poskytovatelia zdravotnej starostlivosti sa môžu podieľať na zbere nákladov na prípad. Predpokladom je však, že postupujú podľa metodiky kalkulácie nákladov na hospitalizačný prípad uverejnenej v Kalkulačnej príručke na stránke Úradu pre dohľad nad zdravotnou starostlivosťou. Pre poskytovateľov zdravotnej starostlivosti podieľajúcich sa na zbere údajov o nákladoch je príručka záväzná, pretože poskytnuté údaje z jednotlivých nemocníc musia byť porovnateľné. Pre potreby kalkulácie nákladov na hospitalizovaný prípad je potrebné:

- vytvorenie štruktúry nákladových stredísk
- vytvorenie skupín nákladových druhov
- zadefinovanie štruktúry DRG relevantných a DRG nerelevantných nákladov
- zadefinovanie štruktúry priamych a nepriamych nákladov
- určenie alokačných kľúčov na alokáciu DRG relevantných nákladov zo stredísk označených ako nepriame strediská na strediská označené ako priame strediská.

Predpokladá sa vytvorenie samostatného DRG účtovného okruhu, do ktorého sa z primárneho účtovného okruhu preberajú náklady. Náklady zoskupené podľa druhov do nákladových stredísk sa realokujú medzi strediskami a následne vyčísľujú na kalkulačnú jednotku, ktorou je hospitalizačný prípad. Obdobím kalkulácie nákladov je jeden kalendárny rok. Za uvedené obdobie je potrebné zabezpečiť správne vedenie účtovníctva a kompletnú dokumentáciu medicínskych údajov. Poskytovateľ zdravotnej starostlivosti musí mať z ekonomického hľadiska definovaný číselník nákladových stredísk a to tak, aby zohľadňoval členenie nákladov podľa vzniku a zodpovednosti alebo priestorového rozmiestnenia v požadovanom detaile evidencie. Z medicínskeho hľadiska musia byť k dispozícii v dokumentácii dátum prijatia, dátum prepustenia, dátumy presunov pacienta v rámci oddelení nemocnice i v rámci nemocníc, hlavná a vedľajšie diagnózy, zdravotné výkony podľa pravidiel kótovania zdravotných výkonov. Pri evidovaných výkonoch musí byť zrejmá jednoznačná väzba na stredisko, ktoré výkon vykonalo.

3 Identifikácia nákladových stredísk a priraďovanie nákladov nákladovým strediskám

Nákladový model DRG rozlišuje štyri druhy nákladových stredísk:

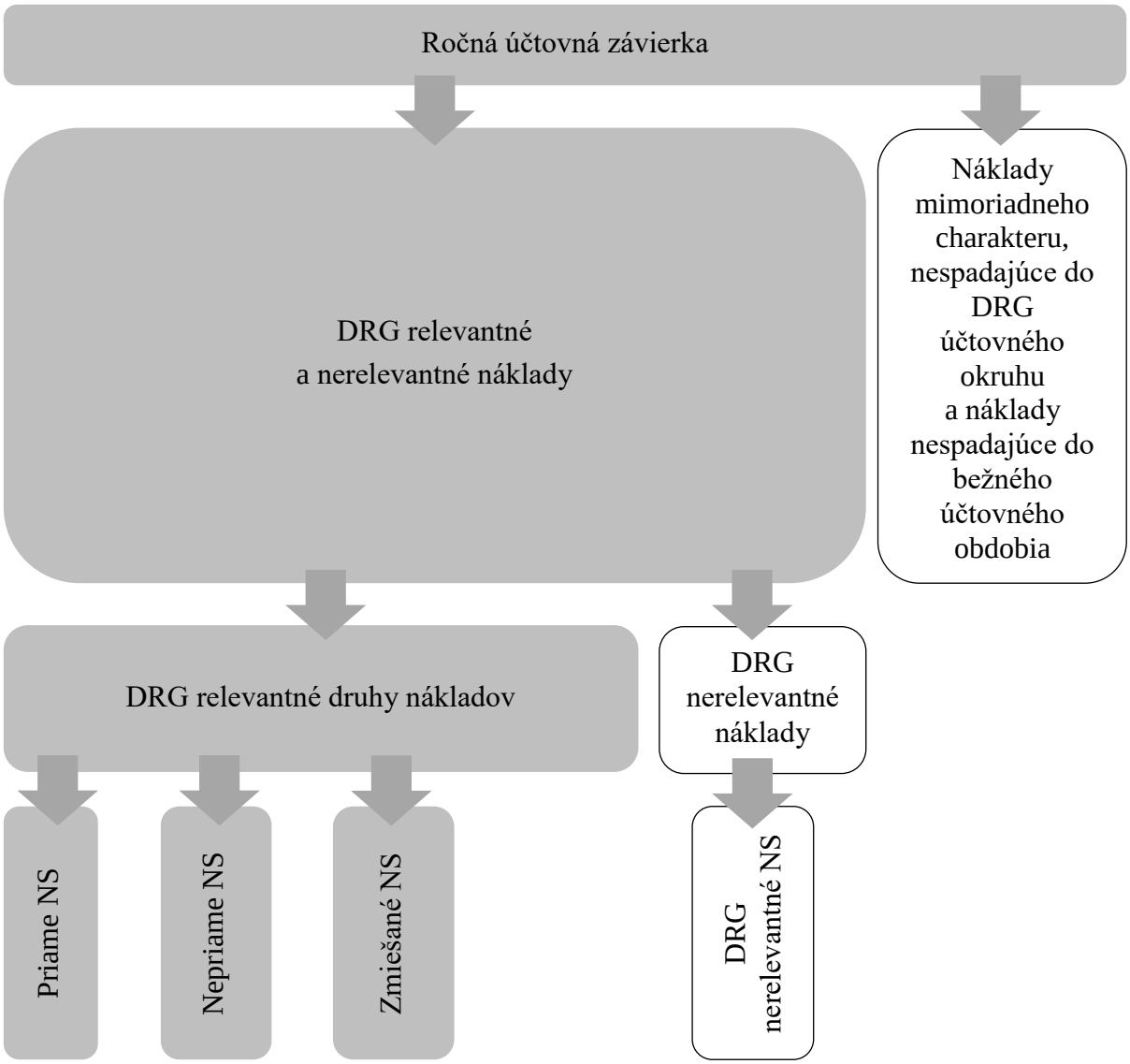
- Priame nákladové strediská
- Nepriame nákladové strediská

[4] Hospitalizačný prípad je hospitalizácia pacienta v lôžkovom zdravotníckom zariadení (v nemocnici) od prijatia pacienta do nemocnice až po jeho prepustenie z nemocnice.

- Zmiešané nákladové strediská
- DRG nerelevantné nákladové strediská.

Grafické znázornenie postupnosti krokov od identifikácie nákladov po ich priradenie jednotlivým druhom nákladových stredísk je znázornené obrázku 2:

Obr. 2: Identifikácia a prerozdelenie nákladov na nákladové strediská



Zdroj: vlastné spracovanie podľa ÚDZS. Kalkulačná príručka 2.1

Strediská poskytujúce zdravotnú starostlivosť priamo hospitalizovanému pacientovi sa nazývajú priamymi nákladovými strediskami a sú označené kódmi SNS 1 až SNS 9[5].

[5] SNS – skupina nákladových stredísk

Tab. 1: Skupiny priamych nákladových stredísk

Kód skupiny	Názov skupiny
SNS 1	Bežná lôžková stanica
SNS 2	Pracovisko intenzívnej medicíny
SNS 3	Operačný trakt
SNS 4	Anestéza
SNS 5	Pôrodná sála
SNS 6	Úsek kardiologickej a endoskopickej diagnostiky a terapie
SNS 7	Rádiológia
SNS 8	Laboratóriá
SNS 9	Ostatné diagnostické a terapeutické úsey

Zdroj: vlastné spracovanie podľa ÚDZS. Kalkulačná príručka 2.1

Strediská, ktoré neposkytujú priamu zdravotnú starostlivosť ale majú prevádzkový alebo administratívny charakter sa nazývajú nepriame nákladové strediská a spadajú do skupiny SNS 10. Sú k nim priraďované DRG relevantné medicínske a DRG relevantné nemedicínske náklady. Nákladovými strediskami medicínskej a nemedicínskej infraštruktúry sú napríklad: centrálna sterilizácia, sádrovňa, spalovňa, nemocničná lekáreň, manažment, sklad potravín, sklad materiálu, doprava, upratovanie, údržba, strážna služba a vrátnica.

Nákladové strediská s DRG relevantnými a aj DRG nerelevantnými nákladmi sa nazývajú zmiešané nákladové strediská. DRG relevantnými nákladmi sú náklady vykonávané pre hospitalizovaných pacientov.

Náklady zo skupiny DRG nerelevantných nákladových stredísk nevstupujú do kalkulácie nákladov hospitalizačného prípadu. V DRG nákladovom modeli sú DRG nerelevantné nákladové strediská označované kódom SNS 11. Patria sem napríklad oddelenia: psychiatrie, gerontopsychiatrie alebo nákladové stredisko domácej ošetrovateľskej starostlivosti.

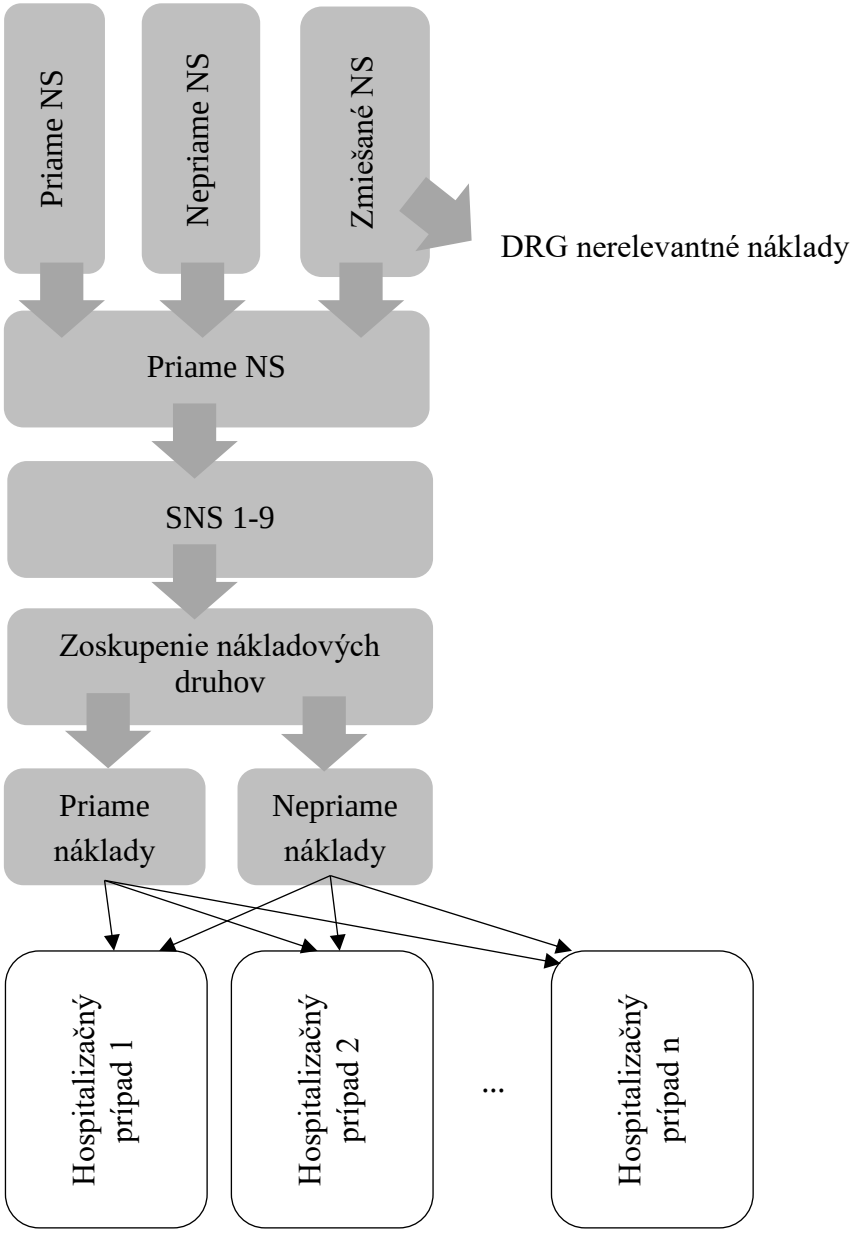
Ak má prevádzkovateľ ústavnej zdravotnej starostlivosti v primárnom účtovnom okruhu stredisko, ktoré eviduje náklady spadajúce do dvoch alebo viacerých skupín nákladových stredísk, je povinný takéto stredisko rozdeliť na dve alebo viaceré samostatné nákladové strediská.

4 Kalkulácia nákladov na hospitalizačný prípad

Keď sú náklady rozčlenené do nákladových stredísk priamych, nepriamych, zmiešaných a DRG nerelevantných, dochádza k realokácii nákladov na priame nákladové strediská. Alokácia nákladov z nepriamych nákladových stredísk sa vykonáva podľa definovaných alokačných kľúčov. Keďže zmiešaným nákladovým strediskám boli v predchádzajúcich krokoch priradené DRG relevantné i DRG nerelevantné náklady, do priamych nákladových stredísk sa zo zmiešaných nákladových stredísk dostávajú len DRG relevantné náklady. Náklady z DRG nerelevantných stredísk sa priamym strediskám nealokujú vôbec. Následne sú náklady roztriedené do ôsmych skupín nákladových druhov SND a alokované na hospitalizačný prípad. Nepriame náklady sa jednotlivým hospitalizačným prípadom priraďujú na základe alokačných kľúčov. Náklady na hospitalizačný prípad sú výsledkom súčinu hodnoty alokačného kľúča na konkrétny hospitalizačný prípad a jednotkovej sadzby. Ak je napríklad alokačným kľúčom doba trvania a prípravy anestézy a nepriamymi kalkulovanými nákladmi na hospitalizačný prípad mzdové náklady lekárov anesteziológov, tak sadzbou je podiel celkových mzdových nákladov a celkovej doby trvania a prípravy všetkých anestéz za sledované obdobie (kalendárny rok). Náklady na konkrétny hospitalizačný prípad súvisia priamo úmerne od doby trvania a prípravy anestézy na tento prípad.

Grafické znázornenie kalkulácie nákladov na hospitalizačný prípad je na obrázku 3:

Obr. 3: Kalkulácia nákladov na hospitalizačný prípad



Zdroj: vlastné spracovanie podľa ÚDZS. Kalkulačná príručka 2.1

5 Záver

Dôvodom zavedenia DRG systému na Slovensku bolo postupné vytvorenie spravodlivého a jednotného spôsobu odmeňovania slovenských nemocníc s cieľom pokryť medicínsku a opatrovateľskú starostlivosť, poskytovanie farmaceutík a terapeutických pomôcok, stravovanie a ubytovanie. Základom je existencia klasifikačného systému pacientov DRG, ktorý umožňuje zoskupovať prípady hospitalizácie podľa diagnóz do skupín s podobnými klinickými charakteristikami a ekonomickou náročnosťou. Ekonomická náročnosť je zisťovaná na základe získavaných údajov o nákladoch zo vzorky nemocníc participujúcich na tvorbe systému. Okrem splnenia primárneho cieľa boli spojené so zavedením

systému ďalšie očakávania. Predpokladalo sa zefektívnenie vykonávaných činností, zvýšenie kvality poskytovaných služieb medicínskeho i nemedicínskeho charakteru. Skutočné pozitíva a negatíva daného systému sa pravdepodobne ukážu až po určitej dobe jeho využívania. V každom prípade je vhodné sledovať skúsenosti krajín, v ktorých sa systém využíva dlhší čas ako na Slovensku. Je pravdepodobné, že sa slabé miesta systému prejavia tam, kde pôjde o snahu využívať ho na viaceré účely súčasne, napr. ako nástroj zodpovednostného riadenia i výkonového riadenia.

Literatúra

1. Ondruš, P., & Ondrušová, I. (2017). *Manažment a financovanie v zdravotníctve – Príručka zdravotníckeho manažéra*. Martin: Matica slovenská
2. Szalay, T. (2015). HPI-Stredoeurópsky inštitút pre zdravotnú politiku. Analýzy a komentáre. Príbeh DRG: (1). Čo to je a na čo to slúži? Retrieved from: http://www.hpi.sk/2015/04/pribeh-drg-1-co-to-je-a-na-co-to-sluzi/
3. ÚDZS. Centrum pre klasifikačný system (DRG). Základné informácie. História DRG na Slovensku. Koncepcia zabezpečenia a zavedenia DRG na Slovensku. Retrieved from:http://www.udzs-sk.sk/documents/14214/21944/Koncepcia_DRG_systemu.pdf/b047987e-5399-4e59-9e82-975ed4c2f998
4. ÚDZS. Centrum pre klasifikačný system (DRG). Metodika kalkulácie nákladov. Kalkulačná príručka 2.1. Retrieved from: http://www.udzs-sk.sk/documents/14214/24311/KALKULACNA_PRIRUCKA+2.1_def.pdf/5f581c22-143e-41ef-a164-927eb698b620

Využitie finančných odhadov vo finančnom riadení podniku

Use of financial estimates in the financial management of the company

Nikoleta Baloghová[1] Zuzana Juhászová,[2]

Abstrakt
Cieľom príspevku je priblíženie problematiky tvorby účtovných odhadov vo finančnom riadení podniku so zameraním na tvorbu, použitie alebo zrušenie rezerv a opravných položiek. Rezervy či opravné položky môžu pri nepravdivom zobrazení skresliť výsledok hospodárenia účtovnej jednotky a následne ovplyvnia používateľov účtovnej závierky. Preto je dôležité postupovať pri tvorbe účtovných položiek podľa právnych predpisov a zároveň dodržiavať zásadu opatrnosti a zásadu verného a pravdivého zobrazenia.

Kľúčové slová
rezervy, opravné položky, výsledok hospodárenia

Abstract
The aim of the paper is to approach the issue of accounting estimates in financial management of an enterprise focusing on the creation, use or cancellation of provisions and adjustments. Reserves or adjustments may misrepresent the entity's profit or loss on a misstatement and subsequently affect the users of the financial statements. Therefore, it is important to follow up on the creation of accounting items under the law, while respecting the principle of prudence and the principle of true and fair view.

Key words
provisions, adjustments, profit or loss

JEL classification
M410, M480, G220

1 Úvod

Finančné riadenie účtovných jednotiek (finančný manažment) je veľmi dôležité pri dosiahnutí vymedzených cieľov účtovníctva. Výsledným efektom každej podnikateľskej činnosti je výsledok hospodárenia, ktorý slúži aj pri rozhodovaní sa externých užívateľov, napríklad o investovaní do konkrétnej účtovnej jednotky. Napriek tomu, že podnikatelia majú stanovené právne predpisy pri vedení účtovníctva, je veľmi náročné vytvoriť vhodné právne prostredie pre všetky veľkosti účtovných jednotiek a pre všetky odvetvia účtovných jednotiek. Ak externý používateľ nahliadne do finančných výkazov účtovnej jednotky prvý krát (súvaha, výkaz ziskov a strát a poznámky), najskôr si spravidla zisťuje výšku celkových tržieb a následne zisťuje, či výsledkom hospodárenia bol zisk alebo strata. Na základe týchto

[1] Ing. Nikoleta Baloghová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, n.baloghova@hotmail.com

[2] doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, zuzana.juhaszova@euba.sk

a mnohých ďalších informácií sa externý používateľ rozhodne o investovaní v prípade, ak ide o investora alebo o udelení pôžičky či úveru, ak ide o banku alebo inú organizáciu.

V tejto súvislosti sa snažia podnikatelia optimalizovať výsledky účtovných jednotiek a preto má samostatný výsledok hospodárenia len obmedzenú vypovedaciu schopnosť pri analýze ziskovosti.

Výsledok hospodárenia býva často skreslený najmä z dôvodu pokrytia požiadaviek štátu, predovšetkým daňových úradov. Skresľovanie údajov hospodárskej evidencie znamená, že účtovné jednotky sa snažia podhodnotiť výsledok hospodárenia za účelom vzniku čo najnižšej daňovej povinnosti. Takto upravené účtovníctvo má veľmi tenkú hranicu medzi tým, aby bolo definované buď ako podvodné finančné výkazníctvo alebo ako alternatívny postup vedenia účtovnej evidencie podľa právnych predpisov (Mokošová, 2013). Typickými príkladmi skreslenia výsledku hospodárenia je aj vytvorenie zisku z činnosti neoperačnej povahy (mimoriadne výnosy ako poistné plnenie od poisťovne, predaj budov, releasing strojov a iné), či vytvorenie zisku nepeňažnými účtovnými operáciami (rozpustenie rezerv alebo opravných položiek do výnosov, precenenie zásob, vytvorenie odloženej daňovej pohľadávky a iné) (Šumanová – Marci, 2016).

Jednou z hlavných techník podvodného účtovníctva je preto nedodržanie zásady opatrnosti (Pakšiová, 2016). V tomto zmysle sa dostávame k vyššie spomínanej problematike tvorby a rozpustenia rezerv, či opravných položiek. Slovenská legislatíva tvorbu rezerv nezakazuje a práve ich tvorbou môžu účtovné jednotky cielene ovplyvňovať výsledok hospodárenia. Pri nadmernej tvorbe rezerv prichádza k znižovaniu výsledku hospodárenia v tom roku, kedy sa rezerva vytvorila. Ak sa rezerva rozpustí, ide o nadhodnotenie výsledku hospodárenia v ďalšom roku. Naopak, pri nedostatočnej tvorbe rezerv dochádza k nadhodnoteniu výsledku hospodárenia v období, kedy by mala daná rezerva byť už vykázaná. V praxi to znamená, že ak účtovná jednotka vytvorí zisk pomocou rozpustenia rezerv, ktoré boli vytvorené v minulých rokoch ale po odpočítaní rezerv z tohto výpočtu je účtovná jednotka reálne v strate, tak tento zisk nie je skutočným výsledkom hospodárenia účtovnej jednotky a čitateľ účtovnej závierky sa tak nemusí rozhodnúť relevantne (Podmanická, 2013).

Podobne, ako aj rezervy, tak aj opravné položky sú tvorené na základe zásady opatrnosti. Tvorbu opravných položiek umožňuje zákon o dani z príjmov a je to jedna z možností daňovej optimalizácie. Výška tvorby opravných položiek nesmie byť zámerne nadhodnotená, ale musí byť v súlade so zákonom č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o účtovníctve“).

2 Charakteristika súčasného stavu poznania problematiky

Súčasný stav problematiky týkajúcich sa rezerv a opravných položiek v Slovenskej republike upravuje najmä zákon o účtovníctve. Tvorba rezerv ako aj opravných položiek súvisí so zásadou opatrnosti, ktorá predstavuje jednu zo základných účtovných zásad (Šlosárová, 2016). Táto zásada je vymedzená v zákone o účtovníctve. Ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, je každá účtovná jednotka povinná upraviť ocenenie hodnôt majetku, vytvoriť potrebné rezervy a odpisovať majetok podľa účtovných zásad a metód. Ocenenie majetku sa musí upraviť o opravné položky, ak je relevantné zníženie hodnoty majetku pod úroveň jeho účtovnej hodnoty. Opravné položky budú zrušené alebo ich výška bude zmenená, ak sa zmení predpoklad tohto zníženia hodnoty (Máziková, Mateášová, Ondrušová, 2016).

Rezerva sa tvorí na možné riziká a straty. Predstavuje záväzok, z ktorého vyplýva povinnosť účtovnej jednotky, ktorá vznikla v minulosti a je vysoko pravdepodobné, že

ekonomické úžitky budú v budúcnosti znížené. V momente, kedy výška tohto záväzku nie je známa, ocení sa ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka a to odhadom rizík a neistôt v sume, ktorá je dostatočná na splnenie tejto povinnosti. Záväzok, ktorého časové vymedzenie aj sumu poznáme sa na účte rezerv neúčtuje ale účtuje sa v záväzkoch. Spôsoby tvorby a použitia rezervy sú podľa postupov účtovania uvedené vo vnútorných predpisoch každej účtovnej jednotky, pričom rezervy môžu byť použité len na účely, na ktoré boli aj vytvorené. Ako bolo už spomínané, rezervy sú okrem iného aj predmetom dokladovej inventúry a je nutné posudzovať ich výšku a relevantnosť. Ak sa je potrebné, výška rezervy sa ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka upraví. (Cenigová, 2014).

Pre rezervy je charakteristické to, že účel ich tvorby je známy. Každá rezerva sa vzťahuje na povinnosť, ktorá vyplýva z uzavretých zmlúv, z právnych predpisov, z dobrovoľného rozhodnutia splniť si povinnosť voči tretej osobe. Rezervy sa tvoria v zmysle postupov účtovania pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva na:

a) náklady spojené s odstránením znečistenia životného prostredia
b) záručné opravy a reklamácie
c) odstránenie obalov a odpadkov
d) rekultiváciu pozemkov
e) demoláciu budov
f) odstupné
g) nevyčerpané dovolenky aj vrátane sociálneho poistenia
h) odmeny členom dozornej rady a iných orgánov spoločnosti
i) nevyfakturované dodávky a služby
j) členské príspevky do zväzov, komôr, spolkov a podobne, ktoré sa týkajú vykazovaného účtovného obdobia
k) bonusy, rabaty, skontá a podobne, ktoré sa týkajú tovaru, služieb a výrobkov predaných pred ukončením vykazovaného účtovného obdobia
l) náklady na zostavenie, zverejnenie a overenie účtovnej závierky a výročnej správy týkajúcej sa vykazovaného účtovného obdobia
m) náklady na zostavenie daňového priznania za vykazované účtovné obdobie
n) pokuty a penále
o) finančné povinnosti vyplývajúce z ručenia a záruk
p) povinnosť spätného odkúpenia obalov
q) prebiehajúce a hroziace súdne spory
r) vyplácanie odmien a prémií
s) vyplácanie obchodného, plnení pre zamestnancov pri životných jubileách, prípadne pracovných jubileách a iných plnení určených pre zamestnancov
t) provízie obchodným zástupcom
u) na stratové zmluvy a nevýhodné zmluvy, ktorými sú napríklad zmluvy, pri ktorých náklady nevyhnutné na splnenie zmluvných povinností prevyšujú ekonomický úžitok, ktorý sa zo zmluvy očakáva
v) náklady na uvedenie prenajatého majetku do predchádzajúceho stavu
w) vypustené emisie do ovzdušia
x) a iné straty a riziká súvisiace s činnosťou účtovnej jednotky.

Z daňového hľadiska je daňovým výdavkom tvorba rezerv účtovaná ako náklad, ktorá je vymedzená v zákone o dani z príjmov (Mintál, 2018) a to:

a) náklad na nevyčerpané dovolenky, vrátane poistného a príspevkov, ktoré je zamestnávateľ povinný platiť za zamestnanca,

b) lesnú pestovateľskú činnosť vykonávanú podľa osobitných predpisov,
c) likvidáciu banských diel, odpadov, lomov,
d) uzavretie, monitorovanie a tiež rekultiváciu skládok po ich uzavretí,
e) nakladanie s odovzdaným elektroodpadom z domácností, ak je výška rezervy preukázaná a vypočítaná daňovníkom v súlade s nákladom spojeným s nakladaním s elektroodpadom,
f) účelová finančná rezerva o nakladaní s odpadom ťažobného priemyslu podľa osobitného predpisu.

Náklad, na ktorý je rezerva tvorená a ktorej tvorba nie je daňovo uznaná ako daňový výdavok sa bude zahŕňať do základu dane iba v tom zdaňovacom období, kedy príde k použitiu tejto rezervy a to len do výšky, v akej bude tento náklad. Rozdiel medzi výškou nákladu a rezervou sa do základu dane nezahŕňa. Zrušenie rezervy sa do základu dane nezahrnie aj v tom prípade ak jej tvorba nie je uznaná ako daňový výdavok.

Podobne ako rezervy, aj opravné položky sa účtujú na základe opatrnosti vtedy, ak je relevantné predpokladať, že zníženie hodnoty majetku oproti jeho oceneniu v účtovníctve nastalo. Predpoklad zníženia tejto hodnoty majetku je opodstatnený vtedy, ak existuje skutočnosť, ktorá je dôvodom na odhad zníženia ekonomických úžitkov v budúcnosti. Ich tvorba je vymedzená v postupoch účtovania podvojného účtovníctva a ich zaradenie medzi daňové výdavky sa posudzuje podľa zákona o dani z príjmov.

Opravné položky k dlhodobému finančnému majetku, ktorého hodnota je ocenená metódou vlastného imania, sú tvorené, ak budúce ekonomické úžitky z majetku sú menšie ako je hodnota majetku, ktorý je ocenený metódou vlastného imania.

Opravné položky k odpisovanému dlhodobému majetku , ktorého hodnota (úžitková) sa znižuje jeho opotrebovaním, sa tvoria, ak budúce ekonomické úžitky z majetku sú menšie ako jeho ocenenie v účtovníctve. Pri ocenení sú zohľadnené aj oprávky a už vytvorené opravné položky. Pri opravných položkách k neodpisovanému dlhodobému majetku je ich tvorba opodstatnená vtedy, ak budúce ekonomické úžitky z majetku sú menšie ako jeho ocenenie v účtovníctve. Výška ocenenia tohto majetku je už po zohľadnení vytvorených opravných položiek. V prípade, ak odhadovaná predajná cena dlhodobého majetku je po odpočítaní nákladov na predaj vyššia ako odhadovaná hodnota iného využitia tohto majetku účtovnou jednotkou, vtedy je pri tvorbe opravných položiek zohľadnená aj odhadovaná predajná cena, ktorá je znížená o všetky relevantné náklady na predaj (Mateášová – Meluchová, 2013).

Opravné položky k zásobám sú tvorené, ak je relevantné predpokladať, že ekonomické úžitky z tohto majetku v budúcnosti budú sú nižšie ako ich ocenenie v účtovníctve. Ak sa pri inventarizácii zásob zistí, že hodnota zásob nezodpovedá oceneniu v účtovníctve, v tom prípade sa prírastky hodnôt neúčtujú a úbytky hodnôt sú predmetom analýzy. Ak nie je zníženie hodnoty zásob definitívne, vytvorí sa opravná položka a ak obstarávacia cena zásob, prípadne vlastné náklady zásob sú vyššie ako ekonomické úžitky z ich predaja alebo použitia v budúcnosti, vytvorí sa opravná položka k zásobám a to vo výške rozdielu medzi ich čistou realizačnou hodnotou a ocenením zásob v účtovníctve. Opravné položky k zásobám sú tvorené vtedy, ak zníženie ocenenia zásob nie je definitívne.

Opravné položky k finančnému majetku sa tvoria, ak ekonomické úžitky z majetku v budúcnosti sú tak isto nižšie ako ich ocenenie v účtovníctve. Ocenenie tohto majetku je už po zohľadnení vytvorenej opravnej položky.

Opravné položky k pohľadávke sa tvoria v prvom rade k pohľadávke, pre ktorej je relevantné predpokladať, že bola plne alebo čiastočne nezaplatená dlžníkom, prípadne ak sa

jedná o spornú pohľadávku voči dlžníkovi, kde sa vedie právny spor o jej uznanie. Hlbšie sa budeme tejto problematike venovať neskôr.

Opravné položky k dlhodobej pohľadávke a tiež k dlhodobému finančnému majetku, ktorými sú pôžičky a ak je jej doba splatnosti dlhšia ako jeden rok, upraví hodnotu existujúcej pohľadávky na jej súčasnú hodnotu. V takýchto prípadoch sa využíva napríklad výpočet metódou efektívnej úrokovej miery.

Ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka je účtovná jednotka povinná posúdiť opodstatnenosť tvorby opravných položiek, doby existencie a jej sumy. Ak sa pri inventarizácii záväzkov zistí, že suma je iná ako je uvedená v účtovníctve, nevytvára sa opravná položka, ale zvýšenie či zníženie sa účtuje priamo záväzkovom účte (Cenigová, 2014).

Z daňového hľadiska sú daňovo uznateľnými:

a) opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam
b) opravné položky voči dlžníkom v konkurznom a reštrukturalizačnom konaní a pohľadávkam voči dlžníkom, ktorým bol prisúdený splátkový kalendár
c) opravné položky k nadobudnutému majetku
d) opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam, ktoré tvoria banky alebo pobočky zahraničných bánk, či Exportno-importná banka Slovenskej republiky
e) opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam z poistenia v tom prípade, ak zanikne poistenie, ktoré tvorí poisťovňa alebo zaisťovňa a pobočka zahraničnej poisťovne či zaisťovne
f) opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam zdravotných poisťovní s výnimkou pohľadávok z verejného zdravotného poistenia prislúchajúcim k výnosom, ktoré sú oslobodené od dane
g) opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam voči osobám v rezolučnom konaní (zákon o. Riešení krízových situácií na finančnom trhu)

Pri opravných položkách k nepremlčaným pohľadávkam existuje riziko, že ju dlžník čiastočne alebo úplne nezaplatí. V takomto prípade sa tvorí opravná položka ak od splatnosti pohľadávky uplynula doba, ktorá je dlhšia ako:

- *360 dní* – zahrnie sa do výdavkov vo výške 20% z menovitej hodnoty pohľadávky, prípadne jej nesplatenej časti bez príslušenstva
- *720 dní* – zahrnie sa do výdavkov vo výške 50% z menovitej hodnoty pohľadávky, prípadne jej nesplatenej časti bez príslušenstva
- *1080 dní* – zahrnie sa do výdavkov vo výške 100% z menovitej hodnoty pohľadávky, prípadne jej nesplatenej časti bez príslušenstva

Tento postup sa nevzťahuje na pohľadávky, ktoré boli nadobudnuté postúpením, prípadne pohľadávky, ktoré možno vzájomne započítať so záväzkami voči dlžníkom.

Počnúc rokom 2018 vznikla možnosť, kde zákon o dani z príjmov na základe rozhodnutia daňovníka pripúšťa alternatívnu možnosť tvorby daňovo uznanej opravnej položky k príslušenstvu pohľadávok. Daňovník bude mať na výber medzi tým, či vytvorí daňovo uznateľnú opravnú položku vo výške 100% v zdaňovacom období, kedy od jej splatnosti uplynulo viac ako 1080 dní alebo takto urobí v zdaňovacom období, kedy táto doba uplynula od splatnosti samotného príslušenstva.

Špecifickým prípadom sú napríklad opravné položky k pohľadávkam voči dlžníkom v konkurznom konaní a reštrukturalizačnom konaní, opravné položky k nepremlčaným pohľadávkam v bankách, opravné položky k pohľadávkam voči osobám v rezolučnom konaní (Mintál, 2018).

3 Záver

Zákon o účtovníctve predstavuje pre účtovné jednotky jednu z najdôležitejších právnych noriem. Účtovníctvo poskytuje prehľad pre externých používateľov účtovných závierok prehľad o stave majetku, záväzkov a výsledku hospodárenia. Avšak výsledok hospodárenia ako aj základ dane môže byť často skreslený a tým pádom nie je dodržaná zásada opatrnosti a ani najdôležitejšia zásada pravdivého a verného obrazu. Ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka je nutné odhadnúť všetky riziká a straty, ktoré hrozia účtovnej jednotke. Medzi tieto účtovné odhady patria najmä rezervy a opravné položky. Tie môžu negatívne či pozitívne ovplyvniť predstavu účtovnej jednotky o skutočnej výške výsledku hospodárenia.

Literatúra

1. Cenigová, A. (2014). Podvojné účtovníctvo podnikateľov. Bratislava.
2. Mateášová, M., & Meluchová, J. (2013) Osobitosti odloženej dane z príjmov v podvojnom účtovníctve na praktických príkladoch. Účtovníctvo - audítorstvo - daňovníctvo : v teórii a praxi. - Bratislava : SÚVAHA, roč. 21, č. 7-8, s. 9-14.
3. Máziková, K., Mateášová, M., & Ondrušová, L. (2016). Účtovníctvo podnikateľských subjektov I. Bratislava: Walters Kluwer.
4. Mintál, J. (2018). Daňové a nedaňové výdavky. Žilina
5. Mokošová, D. (2013). Ako zefektívniť vykazovanie finančných informácií ?. Aiesa – Budovanie Spoločnosti Založenej Na Vedomostiach: Zborník: 15. Medzinárodná Vedecká Konferencia: Bratislava, 25. Október 2013, 1-6.
6. Pakšiová, R. (2016). CSR reporting in Slovakia. International Conference On European Integration 2016: Proceedings Of The 3Rd International Conference On European Integration 2016: May 19 – 20, 2016, Ostrava, Czech Republic, 698-707.
7. Podmanická, M. (2013). Analýza ponímania užitočnosti účtovnej informácie podľa IFRS v minulosti a súčasnosti. Ekonomika A Informatika: Vedecký Časopis FHI EU V Bratislave A SSHI, 11(1), 115-127.
8. Šlosárová a kolektív. (2016). Úctovníctvo. Bratislava: Walters Kluwer
9. Šumanová, R., & Marci, A. (2016) Manipulácia s finančnou situáciou účtovnej jednotky prostredníctvom tichých rezerv. Kreovanie finančnej situácie účtovnej jednotky prostredníctvom nástrojov bilančnej politiky. Vedecká konferencia. Kreovanie finančnej situácie účtovnej jednotky prostredníctvom nástrojov bilančnej politiky : zborník z vedeckej konferencie: Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, s. 119-124.
10. Zákon č.431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov
11. Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov

Komparácia transpozície smernice EP a Rady v účtovníctve Slovenskej republiky a Českej republiky

The Comparison of Directive of European Parliament and the Council´s Transposition in the Accounting of the Slovak Republic and the Czech Republic

Miriama Blahušiaková[1]

Abstrakt
Smernica EP a Rady, ktorá nadobudla účinnosť 26. júna 2013, mala za cieľ „myslieť na malých“, t. j. znížiť administratívne zaťaženie účtovných jednotiek a zlepšiť podnikateľské prostredie mikro účtovných jednotiek a malých účtovných jednotiek. Členské štáty Európskej únie boli povinné transponovať ustanovenia smernice EP a Rady do svojho práva najneskôr do 20. júla 2015. Cieľom príspevku je analyzovať mieru transpozície ustanovení smernice v účtovnej legislatíve Slovenskej republiky a Českej republiky so zameraním na mikro účtovné jednotky a malé účtovné jednotky a následne porovnať dopad tejto implementácie na užitočnosť prezentovaných informácií v účtovnej závierke oboch analyzovaných krajín.

Kľúčové slová
Transpozícia, Smernica Európskeho parlamentu a Rady, mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka, účtovná závierka

Abstract
The aim of the Directive of European Parliament and of the Council of 26 June 2013 was to think small first and to reduce administrative burdens and improve the business environment of micro accounting entities and small-sized enterprises. The Member States of the European Union were obliged to transpose Directive of European Parliament and of the Council into national legislations till 20 July 2015. The aim of the contribution is to analyse the scope of Directive transposition into accounting legislation in the Slovak republic and the Czech Republic pointed on the micro accounting entities and small accounting entities and to compare influence of this implementation on the usefulness of accounting information presented in the financial statements of both analysed countries.

Key words
Transposition, The Directive of European Parliament and the Council, micro accounting entity, small accounting entity, financial statements

JEL classification
M40, M41

1 Úvod

Prostredníctvom smerníc Európskej únie, ktoré sú nástrojom harmonizácie rôznych oblastí, sa uskutočňuje zosúlaďovanie právnej úpravy jednotlivých členských štátov Európskej únie. Dňa 26. júna 2013 bola prijatá Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/34/EÚ o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich

[1] Ing. Miriama Blahušiaková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, miriama.blahusiakova@euba.sk.

správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú sa smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS (ďalej aj „Smernica EP a Rady“), ktorú boli členské štáty Európskej únie povinné prevziať do svojho práva najneskôr do 20. júla 2015. Hlavným dôvodom prijatia smernice EP a Rady bola snaha o zníženie administratívneho zaťaženia účtovných jednotiek a o zlepšenie podnikateľského prostredia. Hlavnou myšlienkou smernice je „myslieť na malých“, preto sú v smernici stanovené požiadavky na účtovníctvo malých podnikov, k nim sa pridávajú povinnosti pre stredne veľké podniky a k nim ďalšie povinnosti pre veľké podniky (Šlosárová & Blahušiaková, 2017).

Slovenská republika prevzala ustanovenia smernice EP a Rady do svojej účtovnej legislatívy s účinnosťou od 1. januára 2015, hoci usmernenia týkajúce sa mikro účtovných jednotiek boli implementované už skôr. V Českej republike nadobudla dňa 1. januára 2016 účinnosť veľká novela zákona č. 563/1991 Sb. o účetnictví v znení neskorších predpisov (ďalej aj „zákon o účetnictví“), ktorou sa implementovali požiadavky smernice EP a Rady aj do českej účtovnej legislatívy. V Slovenskej republike aj v Českej republike sa smernica EP a Rady týka akciových spoločností a spoločností s ručením obmedzeným, v prípade splnenia podmienok aj komanditnej spoločnosti a verejnej obchodnej spoločnosti.

Cieľom príspevku je analyzovať mieru transpozície ustanovení smernice v účtovnej legislatíve Slovenskej republiky a Českej republiky so zameraním na mikro účtovné jednotky a malé účtovné jednotky a následne porovnať dopad tejto implementácie na užitočnosť prezentovaných informácií v účtovnej závierke oboch analyzovaných krajín.

2 Veľkostné skupiny (kategórie) účtovných jednotiek (podnikov)

Smernica EP a Rady zavádza členenie podnikateľských účtovných jednotiek do veľkostných kategórií v závislosti od prekročenia, resp. neprekročenia dvoch z troch kritérií, ktorými sú celková suma majetku, čistý obrat a priemerný počet zamestnancov. Celkovou bilančnou sumou (sumou majetku) sa rozumie hodnota majetku zo súvahy uvedenej v prílohe III alebo v prílohe IV smernice EP a Rady. Čistý obrat predstavuje sumy získané z predaja výrobkov alebo poskytovania služieb po odpočítaní obchodných zliav, dane z pridanej hodnoty a ďalších daní priamo súvisiacich s obratom. Členské štáty môžu do čistého obratu zahrnúť aj výnosy z iných zdrojov. Smernica EP a Rady definuje štyri veľkostné kategórie podnikov[2], a to mikro podniky, malé podniky, stredne veľké podniky a veľké podniky. Členenie účtovných jednotiek do veľkostných kategórií podľa smernice EP a Rady je uvedené v tabuľke 1.

Tab. 1: Veľkostné kategórie podnikov podľa smernice EP a Rady

Ukazovateľ	Mikro podnik	Malý podnik	Stredne veľký podnik	Veľký podnik
Celková suma majetku v eur	< 350 000	< 4 000 000	< 20 000 000	>20 000 000
Čistý obrat v eur	< 700 000	< 8 000 000	< 40 000 000	>40 000 000
Priemerný počet zamestnancov	10	< 50	< 250	>250

Zdroj: vlastné spracovanie podľa smernice EP a Rady

Smernica EP a Rady uvádza aj definíciu subjektu verejného záujmu, a to v *Článku 2 Vymedzenie pojmov*. Subjektom verejného záujmu sú účtovné jednotky, ktoré sa riadia právom členského štátu a ktorých prevoditeľné cenné papiere sú prijaté na obchodovanie na

[2] Okrem veľkostných kategórií podnikov uvádza smernica EP a Rady aj definície a veľkostné kritériá pre skupiny podnikov pre účely konsolidácie. Tejto problematike sa v príspevku venovať nebudeme.

regulovanom trhu ktoréhokoľvek členského štátu (v zmysle smernice o trhoch s finančnými nástrojmi); úverové inštitúcie (banky); poisťovne; príp. účtovné jednotky, ktoré určili členské štáty ako subjekty verejného záujmu (napr. účtovné jednotky, ktoré sú dôležité z verejného hľadiska z dôvodu povahy ich podnikania, veľkosti alebo počtu zamestnancov).

Veľkostné skupiny účtovných jednotiek boli **v Slovenskej republike** do **zákona** č. 431/2002 Z. z. **o účtovníctve** v znení neskorších predpisov (ďalej aj „zákon o účtovníctve“) implementované novelou účinnou od 1. januára 2015. Účtovné jednotky, ktorými sa pre účely členenia do veľkostných skupín rozumejú obchodná spoločnosť, družstvo, fyzická osoba, ktorá podniká alebo vykonáva inú samostatnú zárobkovú činnosť, ak preukazuje svoje výdavky vynaložené na dosiahnutie, zabezpečenie a udržanie príjmov na účely zistenia základu dane z príjmov účtujúca v sústave podvojného účtovníctva; fyzická osoba s trvalým pobytom na území Slovenskej republiky, ktorá je podnikateľom podľa obchodného zákonníka a ktorá sa do obchodného registra zapisuje na vlastnú žiadosť, alebo ak tak ustanoví osobitný zákon; a pozemkové spoločenstvo, sa členia do troch veľkostných skupín, a to na mikro účtovné jednotky malé účtovné jednotky a veľké účtovné jednotky (vrátane subjektov verejného záujmu). Kategória stredne veľkých podnikov nebola do slovenskej účtovnej legislatívy prevzatá. Rovnako ako v smernici EP a Rady, aj v slovenskej právnej úprave sú stanovené tri kritériá, od ktorých prekročenia alebo neprekročenia sa odvíja členenie účtovných jednotiek do veľkostných skupín, a to celková suma majetku, čistý obrat a priemerný prepočítaný počet zamestnancov. Na rozdiel od smernice EP a Rady sú tieto kritériá definované dolnou aj hornou hranicou. Celkovou sumou majetku sa rozumie suma zistená zo súvahy v ocenení upravenom o oprávky a opravné položky, t. j. zo stĺpca netto súvahy. Čistým obratom sa rozumejú výnosy dosahované z predaja výrobkov, tovarov a služieb po odpočítaní zliav. Do čistého obratu sa zahŕňajú aj iné výnosy po odpočítaní zliav tej účtovnej jednotky, ktorej predmetom činnosti je dosahovanie iných výnosov, ako sú výnosy z predaja výrobkov, tovarov a služieb. Členenie účtovných jednotiek do veľkostných skupín podľa zákona o účtovníctve je uvedené v tabuľke 2.

Tab. 2: Veľkostné skupiny účtovných jednotiek podľa zákona o účtovníctve

Ukazovateľ	Mikro účtovná jednotka	Malá účtovná jednotka	Stredne veľká účtovná jednotka	Veľká účtovná jednotka
Celková suma majetku v eur	< 350 000	350 000<M< 4 000 000	nie je definovaná	>4 000 000
Čistý obrat v eur	< 700 000	700 000<ČO< 8 000 000	nie je definovaná	>8 000 000
Priemerný počet zamestnancov	<10	10<ZAM< 50	nie je definovaná	>50

Zdroj: vlastné spracovanie podľa zákona o účtovníctve

Do príslušnej veľkostnej skupiny sa účtovná jednotka zatriedi, ak spĺňa aspoň dve z troch stanovených podmienok. Prvýkrát sa začlenenie účtovných jednotiek do veľkostných skupín uskutočnilo k 1. januáru 2015 podľa splnenia podmienok k 31. decembru 2014. Od 1. januára 2016 sa splnenie podmienok posudzuje za dve po sebe bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobia. Účtovná jednotka, ktorá spĺňa podmienky pre mikro účtovnú jednotku, môže postupovať ako malá účtovná jednotka.

V zákone o účtovníctve je definovaný aj subjekt verejného záujmu ako tá účtovná jednotka, ktorá emitovala cenné papiere a tie boli prijaté na obchodovanie na regulovanom trhu ktoréhokoľvek členského štátu Európskej únie, banka, pobočka zahraničnej banky, Exportno-importná banka Slovenskej republiky, poisťovňa, pobočka zahraničnej poisťovne, zaisťovňa,

pobočka zahraničnej zaisťovne, zdravotná poisťovňa, správcovská spoločnosť, pobočka zahraničnej správcovskej spoločnosti, dôchodková správcovská spoločnosť, doplnková dôchodková spoločnosť, Burza cenných papierov, Centrálny depozitár cenných papierov, obchodník s cennými papiermi, subjekt kolektívneho investovania, dôchodkový fond, pobočka zahraničnej finančnej inštitúcie a obchodná spoločnosť, ktorá zostavuje účtovnú závierku podľa IFRS.

Ako už bolo uvedené, **v Českej republike** boli ustanovenia smernice EP a Rady do **zákona o účetnictví** implementované veľkou novelou účinnou od 1. januára 2016. Touto novelou sa okrem iného zaviedli kategórie účtovných jednotiek podľa ich veľkosti a kategórie konsolidačných skupín. To je rozdiel oproti Slovenskej republike, kde kategórie konsolidačných skupín zavedené neboli. Pre zatriedenie účtovných jednotiek do veľkostných kategórií sa tiež posudzuje prekročenie, resp. neprekročenie dvoch z troch kritérií, ktorými sú celková suma aktív, ročný úhrn čistého obratu a priemerný počet zamestnancov v priebehu účtovného obdobia. Celkovou sumou aktív sa rozumie úhrn aktív zistený zo súvahy. Ročný úhrn čistého obratu predstavuje sumu výnosov zníženú o predajné zľavy, vydelenú počtom začatých mesiacov daného účtovného obdobia a vynásobenú 12. Priemerný počet zamestnancov predstavuje priemerný prepočítaný evidenčný počet zamestnancov podľa metodiky Českého štatistického úradu. V českej účtovnej legislatíve sú definované štyri veľkostné kategórie účtovných jednotiek, a to mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka, stredná účtovná jednotka a veľká účtovná jednotka. Členenie účtovných jednotiek do veľkostných kategórií je uvedené v tabuľke 3.

Tab. 3: Veľkostné kategórie účtovných jednotiek podľa zákona o účetnictví

Ukazovateľ	**Mikro účtovná jednotka**	**Malá účtovná jednotka (nie je mikro účtovnou jednotkou) a**	**Stredná účtovná jednotka (nie je mikro ani malou účtovnou jednotkou) a**	**Veľká účtovná jednotka**
Celková suma aktív v CZK[3]	< 9 000 000	< 100 000 000	< 500 000 000	>500 000 000
Čistý obrat v CZK	< 18 000 000	< 200 000 000	< 1 000 000 000	> 1 000 000 000
Priemerný počet zamestnancov	<10	< 50	< 250	>250

Zdroj: vlastné spracovanie podľa zákona o účetnictví

V prípade účtovných jednotiek v Českej republike je vždy každá vyššia kategória účtovných jednotiek definovaná spôsobom, že nie je účtovnou jednotkou nižšej kategórie a zároveň k súvahovému dňu neprekračuje dve z uvedených hraničných hodnôt. Veľká účtovná jednotka je tá účtovná jednotka, ktorá prekračuje aspoň dve z kritérií uvedených pre strednú účtovnú jednotku, pričom za veľkú účtovnú jednotku sa vždy považuje subjekt verejného záujmu a vybraná účtovná jednotka. Subjektom verejného záujmu je podľa §1a zákona o účetnictví účtovná jednotka so sídlom v Českej republike, ktorá je:

[3] Členské štáty, ktoré neprijali euro, sumy uvádzané v smernici EP a Rady prepočítajú na národnú menu uplatnením výmenného kurzu uverejneného v Úradnom vestníku Európskej únie v deň nadobudnutia účinnosti smernice ustanovujúcej tieto sumy. Sumy v eurách sa môžu zvýšiť alebo znížiť max. o 5 % s cieľom dosiahnuť okrúhle sumy v národných menách.

a) obchodnou spoločnosťou a je emitentom investičných cenných papierov prijatých na obchodovanie na európskom regulovanom trhu, použije pre účtovanie a zostavenie účtovnej závierky medzinárodné štandardy finančného vykazovania;
b) banka podľa zákona upravujúceho činnosť bánk alebo vkladovým a úverovým družstvom podľa zákona upravujúceho činnosť vkladových a úverových družstiev;
c) poisťovňou alebo zaisťovňou podľa zákona upravujúceho činnosť poisťovní a zaisťovní;
d) penzijnou spoločnosťou podľa zákona upravujúceho dôchodkové sporenie alebo doplnkové penzijné sporenie;
e) zdravotnou poisťovňou.

Vybranými účtovnými jednotkami sú podľa § 1 ods. 3 zákona o účetnictví organizačné zložky štátu, štátne fondy podľa rozpočtových pravidiel, územné samosprávne celky, dobrovoľné zväzky obcí, Regionálne rady regiónov súdržnosti, príspevkové organizácie a zdravotné poisťovne.

V prvom účtovnom období po svojom vzniku postupuje účtovná jednotka podľa právnej úpravy pre takú kategóriu účtovných jednotiek, kde predpokladá, že splní jej podmienky k súvahovému dňu prvého účtovného obdobia. Pokiaľ v dvoch po sebe nasledujúcich účtovných obdobiach ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, prekročí alebo prestane prekračovať dve hraničné hodnoty, zmení od začiatku bezprostredne nasledujúceho účtovného obdobia kategóriu účtovnej jednotky, podľa ktorej je stanovený rozsah a spôsob zostavovania účtovnej závierky.

3 Účtovná závierka mikro účtovnej jednotky a malej účtovnej jednotky

Účtovná závierka podľa **smernice EP a Rady** tvorí jeden celok a obsahuje súvahu, výkaz ziskov a strát a poznámky. Údaje sa zverejňujú za dve bezprostredne po sebe nasledujúce účtovné obdobia. Smernica EP a Rady dáva možnosť členským štátom Európskej únie zostavovať súvahu a výkaz ziskov a strát buď v horizontálnej alebo vo vertikálnej forme. Zároveň odporúča vykazovať súvahové položky v členení na neobežné položky a obežné položky, pričom rozhodujúci je účel, na ktorý sa má majetok použiť. Náklady a výnosy vo výkaze ziskov a strát sa môžu členiť buď z hľadiska povahy alebo podľa funkcie. V prílohách smernice EP a Rady sú odporúčané vzory súvahy a výkazu ziskov a strát, pričom členské štáty môžu povoliť podrobnejšie členenie týchto položiek, doplnenie medzisúčtov a nových položiek. Položky označené arabskými číslicami je taktiež možné zlúčiť, ak nie sú významné z hľadiska sumy, alebo ak takéto zlúčenie zabezpečuje lepšiu zrozumiteľnosť. Informácie vykázané v súvahe a vo výkaze ziskov a strát by sa mali doplniť zverejnením údajov prostredníctvom poznámok. Smernica EP a Rady vychádza z predpokladu, že na malé účtovné jednotky nie sú kladené veľké požiadavky týkajúce sa zverejňovania dodatočných informácií, navyše pre ne môže byť nákladné dodatočné informácie zozbierať, preto im smernica EP a Rady dáva možnosť obmedzeného režimu zverejňovania údajov. V poznámkach by mali byť zverejnené najmä informácie týkajúce sa účtovných postupov, ktorými rozumieme zverejnenie oceňovacích veličín, vyhlásenie o súlade účtovných postupov so zásadou nepretržitosti pokračovania v činnosti a akékoľvek závažné zmeny v prijatých účtovných postupoch.

Podľa článku 16 smernice EP a Rady by mali všetky veľkostné skupiny uvádzať v poznámkach tieto informácie:

a) prijaté účtovné postupy,
b) v prípade preceňovania neobežného majetku pohyby vo fonde z precenenia a účtovnú hodnotu, ktorá by sa vykázala v súvahe, keby sa majetok nepreceňoval,
c) doplňujúce informácie v prípade oceňovania vybraných druhov majetku, resp. finančných nástrojov reálnou hodnotou,
d) celkovú sumu všetkých finančných povinností, záruk alebo podmienených záväzkov,

e) výšku preddavkov a úverov poskytnutých členom správnych, riadiacich a dozorných orgánov vrátane ďalších doplňujúcich informácií,
f) výšku a charakter jednotlivých položiek výnosov alebo nákladov výnimočného charakteru,
g) výšku záväzkov so zostatkovou dobou splatnosti presahujúcou 5 rokov,
h) priemerný prepočítaný počet zamestnancov počas účtovného obdobia.

Členské štáty nemajú od malých účtovných jednotiek vyžadovať zverejnenie informácií nad rámec týchto informácií.

Smernica EP a Rady v *Článku 36* uvádza *Výnimky pre mikro účtovné jednotky*, kde sa uvádzajú povinnosti, od ktorých môžu členské štáty oslobodiť mikro účtovné jednotky. Ide o tieto povinnosti:

a) povinnosť vykazovať a teda aj účtovať na účtoch časového rozlíšenia,
b) povinnosť vyhotovovať poznámky účtovnej závierky v súlade s Článkom 16, pokiaľ uvedené informácie uvedú pod súvahou,
c) povinnosť zostavovať správu o hospodárení,
d) povinnosti zverejniť účtovnú závierku, pokiaľ informácie zo súvahy predložia aspoň jednému príslušnému orgánu, ktorý určil členský štát (centrálny register, obchodný register, register spoločností a pod.).

Členské štáty môžu mikro účtovným jednotkám povoliť zostavovať iba skrátenú súvahu, v ktorej samostatne vykazujú aspoň tie položky, ktoré sú označené veľkými písmenami, a skrátený výkaz ziskov a strát, kde uvedú aspoň informácie o čistom obrate, inom príjme, nákladoch na suroviny na materiál, nákladoch na zamestnancov, informácie o úprave hodnoty, ostatných nákladoch, dani, výsledku hospodárenia. Súvahové položky označené veľkými písmenami sú súčtové položky vyššieho rádu a v prípade horizontálnej formy súvahy ide o tieto položky: upísané nesplatené základné imanie, zriaďovacie náklady, neobežný majetok, obežný majetok, náklady budúcich období a príjmy budúcich období, vlastné imanie, rezervy, veritelia, výdavky budúcich období a výnosy budúcich období. Účtovná závierka mikro účtovných jednotiek sa aj napriek týmto výnimkám považuje za účtovnú závierku poskytujúcu pravdivý a verný obraz.

Účtovná závierka podľa **zákona o účtovníctve** tvorí jeden celok a obsahuje súvahu, výkaz ziskov a strát a poznámky. Údaje v účtovnej závierke sa vykazujú za dve bezprostredne po sebe nasledujúce účtovné obdobia. Súvaha sa zostavuje v horizontálnej forme, pričom základné hľadisko členenia majetku v súvahe je hľadisko vzťahu k prevádzkovému cyklu a základné hľadisko členenia zdrojov majetku je hľadisko vlastníctva. Výkaz ziskov a strát sa zostavuje v horizontálnej forme s druhovým členením nákladov, pričom sa samostatne vyčísľuje výsledok hospodárenia z hospodárskej činnosti, výsledok hospodárenia z finančnej činnosti, výsledok hospodárenia za účtovné obdobie pred zdanením a výsledok hospodárenia za účtovné obdobie po zdanení. Údaje v súvahe a výkaze ziskov a strát mikro účtovnej jednotky sa vykazujú za dve po sebe nasledujúce účtovné obdobia, údaje v poznámkach sa uvádzajú iba za bežné účtovné obdobie. Mikro účtovné jednotky neúčtujú o odloženej dani, nemusia (ale môžu) s výnimkou určitých skutočností účtovať na účtoch časového rozlíšenia (ak sa rozhodnú účtovať na účtoch časového rozlíšenia, vykazujú ich podľa charakteru ako súčasť pohľadávok alebo záväzkov), majú stanovené určité výnimky pre oceňovanie majetku a záväzkov reálnou hodnotou. Majetok na strane aktív vykazujú iba v účtovnej hodnote, ktorá vyjadruje pôvodné ocenenie majetku znížené o sumu oprávok a opravných položiek. Mikro účtovné jednotky majú zjednodušené účtovanie v oblasti finančných derivátov. Čo sa týka vykazovania súvahových a výsledkových položiek, mikro účtovné jednotky vykazujú údaje veľmi agregovane, súvaha aj výkaz ziskov a strát majú pomerne malý počet riadkov a sú veľmi stručné. Viaceré účty

podobného charakteru sú vykazované na spoločnom riadku ako jedna súvahová, resp. výsledková položka. Táto skutočnosť vedie k stručnosti a neprehľadnosti prezentácie a pokiaľ účtovná jednotka tieto agregované sumy podrobne nevysvetlí v poznámkach, stráca sa užitočnosť takto prezentovaných informácií pre používateľov. Zjednodušený obsah súvahy mikro účtovnej jednotky je uvedený v tabuľke 4. V tejto súvislosti je dôležité uviesť, že ide v mnohých prípadoch o súčtové položky, ktoré sú v súvahe ďalej podrobnejšie členené do viacerých riadkov.

Tab. 4: Zjednodušený obsah súvahy mikro účtovnej jednotky

Označenie	Strana aktív	Označenie	Strana pasív
	SPOLU MAJETOK		SPOLU VLASTNÉ IMANIE A ZÁVÄZKY
A.	Neobežný majetok	A.	Vlastné imanie
A.I.	Dlhodobý nehmotný majetok	A.I.	Základné imanie
A.II.	Dlhodobý hmotný majetok	A.II.	Kapitálové fondy
A.III.	Dlhodobý finančný majetok	A.III.	Fondy zo zisku
B.	Obežný majetok	A.IV.	Oceňovacie rozdiely
B.I.	Zásoby	A.V.	Nerozdelený zisk alebo neuhradená strata minulých rokov
B.II.	Dlhodobé pohľadávky	A.VI.	Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie po zdanení
B.III.	Krátkodobé pohľadávky	B.	Záväzky
B.IV.	Finančný majetok	B.I.	Dlhodobé záväzky okrem rezerv a úverov
		B.II.	Dlhodobé rezervy
		B.III.	Dlhodobé bankové úvery
		B.IV.	Krátkodobé záväzky okrem rezerv , úverov a výpomocí
		B.V.	Krátkodobé rezervy
		B.VI.	Bežné bankové úvery
		B.VII.	Krátkodobé finančné výpomoci

Zdroj: vlastné spracovanie podľa opatrenia o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky

V poznámkach mikro účtovných jednotiek sa v súlade s prílohou k opatreniu o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky, vykazujú doplňujúce a vysvetľujúce informácie, a to najmä: všeobecné údaje (názov a sídlo účtovnej jednotky, údaje o konsolidovanom celku, priemerný prepočítaný počet zamestnancov), informácie o prijatých postupoch (dodržanie zásady nepretržitosti pokračovania v činnosti, spôsob oceňovania položiek majetku a záväzkov, spôsob zostavenia odpisového plánu, zmeny účtovných zásad a metód a pod.), informácie, ktoré vysvetľujú a dopĺňajú súvahu a výkaz ziskov a strát (náklady a výnosy výnimočného charakteru, záväzky so zostatkovou dobou splatnosti dlhšou ako päť rokov, informácie o vlastných akciách, o orgánoch účtovnej jednotky, o povinnostiach účtovnej jednotky, o udelení výlučného práva poskytovať služby vo verejnom záujme a pod.).

Malé účtovné jednotky vedú účtovníctvo podľa rovnakých postupov účtovania ako mikro a veľké účtovné jednotky, na rozdiel od mikro účtovných jednotiek sa ich už netýkajú výnimky súvisiace s účtovaním odloženej dane, reálnej hodnoty, časového rozlíšenia, či derivátových operácií. Účtovnú závierku, ktorá pozostáva zo súvahy, výkazu ziskov a strát a poznámok, zostavujú podľa samostatného opatrenia upravujúceho oblasť účtovnej závierky malej účtovnej jednotky, avšak vzor súvahy a výkazu ziskov a strát uvedený v prílohe opatrenia o účtovnej

závierke je rovnaký ako v prípade veľkých účtovných jednotiek a subjektov verejného záujmu. Na rozdiel od veľkých účtovných jednotiek však majú udelené určité výnimky týkajúce sa vykazovania údajov v súvahe a vo výkaze ziskov súvisiace s vykazovaním dlhodobého finančného majetku, pohľadávok a záväzkov z obchodného styku, nákladových a výnosových úrokov voči prepojeným účtovným jednotkám a v rámci podielovej účasti, ktoré nemusia tak podrobne členiť ako veľké účtovné jednotky. Zjednodušený obsah súvahy malej účtovnej jednotky je uvedený v tabuľke 5. Súvahové položky uvedené v tabuľke sú ďalej v súvahe podrobnejšie členené.

Tab. 5: Zjednodušený obsah súvahy malej účtovnej jednotky

Označenie	Strana aktív	Označenie	Strana pasív
	SPOLU MAJETOK		SPOLU VLASTNÉ IMANIE A ZÁVÄZKY
A.	Neobežný majetok	A.	Vlastné imanie
A.I.	Dlhodobý nehmotný majetok	A.I.	Základné imanie
A.II.	Dlhodobý hmotný majetok	A.II.	Emisné ážio
A.III.	Dlhodobý finančný majetok	A.III.	Ostatné kapitálové fondy
B.	Obežný majetok	A.IV.	Zákonné rezervné fondy
B.I.	Zásoby	A.V.	Ostatné fondy zo zisku
B.II.	Dlhodobé pohľadávky	A.VI.	Oceňovacie rozdiely z precenenia
B.III.	Krátkodobé pohľadávky	A.VII.	Výsledok hospodárenia minulých rokov
B.IV.	Krátkodobý finančný majetok	A.VIII.	Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie po zdanení
B.V.	Finančné účty	B.	Záväzky
C.	Časové rozlíšenie	B.I.	Dlhodobé záväzky
		B.II.	Dlhodobé rezervy
		B.III.	Dlhodobé bankové úvery
		B.IV.	Krátkodobé záväzky
		B.V.	Krátkodobé rezervy
		B.VI.	Bežné bankové úvery
		B.VII.	Krátkodobé finančné výpomoci
		C.	Časové rozlíšenie

Zdroj: vlastné spracovanie podľa opatrenia o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky

Malé účtovné jednotky nemusia ako súčasť poznámok zostavovať prehľad o pohybe vlastného imania a prehľad peňažných tokov, ktoré v podmienkach Slovenskej republiky povinne zostavujú iba veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu.

Ako bolo uvedené, **v Českej republike** sa rozlišujú štyri kategórie účtovných jednotiek – mikro, malé, stredné a veľké účtovné jednotky. Čo sa týka vedenia účtovníctva a následne zostavovania účtovnej závierky, mikro účtovné jednotky a malé účtovné jednotky sa ešte členia podrobnejšie na účtovné jednotky auditované a bez auditu. Účtovníctvo v Českej republike je možné viesť v plnom alebo zjednodušenom rozsahu a práve mikro a malé účtovné jednotky, ktoré nemajú povinnosť auditu, a sú zároveň spolkom, odborovou organizáciou, organizáciou zamestnávateľov, cirkevnou alebo náboženskou inštitúciou, nadačným fondom a pod., môžu viesť účtovníctvo v zjednodušenom rozsahu. Týmito účtovnými jednotkami sa v našom príspevku nebudeme zaoberať. Z uvedeného vyplýva, že podnikateľské mikro a malé účtovné jednotky, ktoré nemajú povinnosť auditu, musia viesť účtovníctvo v plnom rozsahu.

Zákon o účetnictví stanovuje účtovným jednotkám povinnosť viesť účtovníctvo tak, aby účtovná závierka bola zostavená na jeho základe zrozumiteľne a podávala verný a pravdivý obraz o predmete účtovníctva a o finančnej situácii tak, aby na jej základe mohla osoba, ktorá tieto informácie využíva, uskutočňovať ekonomické rozhodnutia. Účtovná závierka podľa § 18 zákona o účetnictví tvorí jeden celok a tvoria ju súvaha (bilancia), výkaz zisku a straty a príloha, ktorá vysvetľuje a doplňuje informácie obsiahnuté v súvahe a vo výkaze zisku a straty. Účtovná závierka podnikateľských účtovných jednotiek obsahuje aj prehľad o peňažných tokoch a prehľad o zmenách vlastného imania. Malé účtovné jednotky a mikro účtovné jednotky nie sú povinné zostavovať prehľad o peňažných tokoch a prehľad o zmenách vlastného imania.

Účtovná závierka sa zostavuje buď v plnom alebo skrátenom rozsahu. V plnom rozsahu sú ju povinné zostaviť všetky účtovné jednotky, v skrátenom rozsahu ju môžu zostavovať iba mikro účtovné jednotky bez auditu a malé účtovné jednotky bez auditu (Bokšová & Horák, 2017). Súvaha a výkaz zisku a straty v plnom rozsahu obsahujú všetky položky uvedené v prílohe 1 vyhlášky č. 500/2002 Sb., kterou se provádějí některá ustanovení zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, pro účetní jednotky, které jsou podnikateli účtujícími v soustavě podvojného účetnictví (ďalej aj „vyhláška“) a zostavujú ich veľká účtovná jednotka, stredná účtovná jednotka, malá účtovná jednotka, ktorá má povinnosť auditu a mikro účtovná jednotka, ktorá má povinnosť auditu. Súvahu v skrátenom rozsahu zostavuje malá účtovná jednotka bez auditu a mikro účtovná jednotka bez auditu. Podnikateľská malá účtovná jednotka bez povinnosti auditu a mikro účtovná jednotka bez povinnosti auditu zostavujú výkaz ziskov a strát v plnom rozsahu, avšak nezverejňujú ho. Výkaz ziskov a strát v skrátenom rozsahu zostavuje malá účtovná jednotka alebo mikro účtovná jednotka, ktorá nie je obchodnou spoločnosťou a nemá povinnosť auditu.

Súvaha v skrátenom rozsahu v prípade malej účtovnej jednotky, ktorá nemá povinnosť auditu, obsahuje iba tie položky uvedené v prílohe 1 vyhlášky, ktoré sú označené veľkými písmenami a rímskymi číslicami s výnimkou položiek „dlhodobé pohľadávky“, „krátkodobé pohľadávky“ a „časové rozlíšenie aktív“ tak, ako je uvedené v tabuľke 6. V porovnaní so súvahou uvedenou v tabuľke 4, príp. v tabuľke 5, je dôležité uviesť, že súvaha v skrátenom rozsahu malej účtovnej jednotky bez auditu, obsahuje vyslovene iba súvahové položky uvedené v tabuľke 6. Žiadne podrobnejšie členenie položiek sa v súvahe neuvádza.

Tab. 6: Súvaha v skrátenom rozsahu malej účtovnej jednotky v Českej republike

Riadok	Položka	Riadok	Položka
	AKTÍVA CELKOM		PASÍVA CELKOM
A.	Pohľadávky za upísaný základný kapitál	**A.**	Vlastný kapitál
B.	Stále aktíva	**A.I.**	Základný kapitál
B.I.	Dlhodobý nehmotný majetok	**A.II.**	Ážio a kapitálové fondy
B.II.	Dlhodobý hmotný majetok	**A.III.**	Fondy zo zisku
B.III.	Dlhodobý finančný majetok	**A.IV.**	Výsledok hospodárenia minulých rokov
C.	Obežné aktíva	**A.V.**	Výsledok hospodárenia bežného účtovného obdobia
C.I.	Zásoby	**A.VI.**	Rozhodnutie o zálohovej výplate podielov na zisku
C.II.	Pohľadávky	**B.+C.**	Cudzie zdroje
C.II.1.	Dlhodobé pohľadávky	**B.**	Rezervy
C.II.2.	Krátkodobé pohľadávky	**C.**	Záväzky
C.III.	Krátkodobý finančný majetok	**C.I.**	Dlhodobé záväzky
C.IV.	Peňažné pr ostriedky	**C.II.**	Krátkodobé záväzky
D.	Časové rozlíšenie aktív	**D.**	Časové rozlíšenie pasív

Zdroj: vlastné spracovanie podľa vyhlášky

Súvaha v skrátenom rozsahu mikro účtovnej jednotky, ktorá nemá povinnosť overenia účtovnej závierky audítorom, obsahuje iba tie súvahové položky uvedené v tabuľke 6, ktoré sú označené veľkými písmenami abecedy.

Výkaz zisku a straty môže byť zostavovaný na základe druhového členenia alebo účelového členenia. Výkaz zisku a straty v plnom rozsahu zahŕňa všetky položky, ktoré sú uvedené v prílohe 2 (druhové členenie) alebo v prílohe 3 (účelové členenie) vyhlášky a zostavuje ho účtovná jednotka, ktorá je obchodnou spoločnosťou, veľká účtovná jednotka, stredná účtovná jednotka, malá účtovná jednotka, ktorá má povinnosť auditu a mikro účtovná jednotka, ktorá má povinnosť auditu (vyhláška, §3a, ods. 3). Tak, ako odporúča smernica EP a Rady, položky súvahy a výkazu zisku a straty, ktoré sú označené arabskou číslicou, môžu byť zlúčené, pokiaľ nejde o významnú sumu vo vzťahu k povinnosti verného a pravdivého obrazu predmetu účtovníctva a finančnej situácie účtovnej jednotky, alebo pokiaľ ich zlúčenie prispieva k väčšej zrozumiteľnosti informácie a za podmienky, že zlúčené položky budú uvedené jednotlivo v prílohe (vyhláška, § 4 ods. 3). Výkaz zisku a straty v skrátenom rozsahu, ktorý obsahuje iba položky označené rímskymi číslicami, písmenami a výpočtové položky, zostavuje malá účtovná jednotka alebo mikro účtovná jednotka, ktorá nie je obchodnou spoločnosťou a zároveň nemá povinnosť mať účtovnú závierku overenú audítorom. Z uvedeného vyplýva, že podnikateľská účtovná jednotka, ktorá je malou účtovnou jednotkou bez auditu alebo mikro účtovnou jednotkou bez auditu, je povinná zostavovať výkaz zisku a straty v plnom rozsahu, avšak ho nezverejňuje (Műllerová, 2016).

Vyhláška stanovuje aj obsah prílohy účtovnej závierky zvlášť pre veľkú účtovnú jednotku a strednú účtovnú jednotku, zvlášť pre malú účtovnú jednotku s povinnosťou auditu a mikro účtovnú jednotku s povinnosťou auditu, ktoré sú povinné zostaviť prílohu v plnom rozsahu. Malá účtovná jednotka bez povinnosti auditu a mikro účtovná jednotka bez povinnosti auditu zostavujú prílohu v skrátenom rozsahu. Všetky účtovné jednotky musia v prílohe uvádzať informácie o obchodnom mene, sídle, identifikačnom čísle účtovnej jednotky, označenie súvahového dňa, právnu formu, predmet podnikania, informácie o použitých účtovných zásadách a metódach, o použitom oceňovacom modeli a technike pri ocenení reálnou hodnotou, informácie o sume pohľadávok a záväzkov s dobou splatnosti dlhšou ako 5 rokov od súvahového dňa, celkovej sume pohľadávok a záväzkov krytých vecnými zárukami, sume záloh, úverov poskytnutých členom riadiacich, kontrolných, správnych orgánov, sume a povahe jednotlivých položiek výnosov a nákladov mimoriadnych svojím objemom alebo pôvodom, celkovej sume podmienených záväzkov a pohľadávok, priemernom počte zamestnancov.

Malá účtovná jednotka a mikro účtovná jednotka, ktoré majú povinnosť auditu, uvádzajú v prílohe (vyhláška, §39a):

a) pri jednotlivých položkách dlhodobého majetku zostatky na začiatku a konci účtovného obdobia, prírastky a úbytky počas účtovného obdobia, sumu opravných položiek, sume úrokov, ak sa účtovná jednotka rozhodla, že budú súčasťou ocenenia majetku;
b) názov a sídlo účtovnej jednotky, ktorá zostavuje konsolidovanú účtovnú závierku,
c) charakter a obchodný účel operácií účtovnej jednotky, ktoré nie sú zahrnuté v súvahe.
d) informácie o transakciách, ktoré účtovná jednotka uzavrela so spriaznenou stranou, a pod.

Informácie o jednotlivých transakciách môže účtovná jednotka zoskupovať podľa ich charakteru okrem prípadov, keď sú samostatné informácie nevyhnutné k pochopeniu dopadu transakcií na finančnú situáciu účtovnej jednotky. Taktiež účtovná jednotka nemusí uvádzať transakcie uzavreté medzi jednou alebo viacerými účtovnými jednotkami konsolidovaného celku pokiaľ sú konsolidované účtovné jednotky konsolidujúcou jednotkou úplne vlastnené.

Malá účtovná jednotka a mikro účtovná jednotka, ktoré nemajú povinnosť auditu, uvádzajú v prílohe okrem informácií, ktoré sú povinné uvádzať všetky účtovné jednotky, informácie o nadobudnutí vlastných akcií alebo vlastných podielov.

4 Komparácia transpozície smernice EP a Rady v SR a ČR

Na základe vykonanej analýzy implementácie smernice EP a Rady do účtovnej legislatívy v Slovenskej republike a Českej republike, môžeme konštatovať, že každá krajina vykazuje v tejto oblasti spoločné, ale aj rozdielne znaky.

Slovenská republika transponovala ustanovenia smernice EP a Rady do účtovnej legislatívy pomerne skoro. Už s účinnosťou od 1. januára 2015 boli v zákone o účtovníctve definované tri veľkostné skupiny účtovných jednotiek, a to mikro účtovná jednotka, malá účtovná jednotka a veľká účtovná jednotka. Ustanovenia týkajúce sa mikro účtovných jednotiek boli dokonca implementované už skôr. Slovenská republika využila možnosť nevytvorenia samostatnej veľkostnej skupiny strednej účtovnej jednotky. Na zatriedenie do veľkostnej skupiny sa posudzuje prekročenie alebo neprekročenie dvoch z troch kritérií, ktorými sú celková suma majetku, čistý obrat a priemerný počet zamestnancov za dve po sebe bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobia. Následne boli novelizované postupy účtovania a vydané opatrenia upravujúce účtovnú závierku jednotlivých veľkostných skupín.

V Českej republike boli ustanovenia smernice EP a Rady implementované do právnej úpravy novelou zákona o účetnictví účinnou od 1. januára 2016. Zákon o účetnictví tak, ako smernica EP a Rady, definuje štyri veľkostné kategórie a tým, že Česká republika nie je v Eurozóne, hraničné hodnoty kritérií, ktorých prekročenie alebo neprekročenie sa berie do úvahy pri triedení účtovných jednotiek do veľkostných kategórií, sú uvádzané v českých korunách. Rovnako sa posudzujú za dve po sebe idúce účtovné obdobia tri kritériá, a to suma aktív, čistý obrat a priemerný počet zamestnancov. V českom zákone o účetnictví sú na rozdiel od slovenskej právnej úpravy definované aj kategórie skupín účtovných jednotiek pre účely konsolidácie.

Tab. 7: Komparácia veľkostných skupín účtovných jednotiek

Ukazovateľ	Mikro účtovná jednotka	Malá účtovná jednotka	Stredná účtovná jednotka	Veľká účtovná jednotka
Smernica EP a Rady	*	*	*	*
Slovenská republika	*	*	nie je definovaná	*
Česká republika	*	*	*	*

Zdroj: vlastné spracovanie

Všetky podnikateľské účtovné jednotky ***v Slovenskej republike*** vedú účtovníctvo podľa jednotných postupov účtovania, každá veľkostná skupina však zostavuje účtovnú závierku podľa vlastného opatrenia. Mikro účtovné jednotky neúčtujú o odloženej dani, nemusia účtovať na účtoch časového rozlíšenia (okrem pár výnimiek), nepreceňujú majetok na reálnu hodnotu a majú aj značné zjednodušenia v prípade účtovania derivátov. Čo sa týka účtovnej závierky, mikro účtovné jednotky majú značne zjednodušené pravidlá vykazovania v súvahe a vo výkaze ziskov a strát. Mnohé položky sú vykazované sumárne na jednom spoločnom riadku, výkazy sú veľmi stručné. Poznámky obsahujú iba pár doplňujúcich a vysvetľujúcich informácií.

Malé účtovné jednotky zostavujú účtovnú závierku podľa samostatného opatrenia, avšak vzor súvahy a výkazu ziskov a strát je rovnaký ako pre veľké účtovné jednotky. Malé účtovné jednotky však majú stanovené určité zjednodušenia týkajúce sa vykazovania dlhodobého finančného majetku, pohľadávok a záväzkov z obchodného styku, nákladov a výnosov voči prepojeným účtovným jednotkám a v rámci podielovej účasti. Poznámky obsahujú obšírnejšie a podrobnejšie informácie v porovnaní s mikro účtovnými jednotkami.

Mikro a malé účtovné jednotky nemusia zostavovať prehľad peňažných tokov a prehľad o pohybe vlastného imania, ktoré povinne zostavujú iba veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu ako súčasť poznámok. Porovnanie legislatívy a súčastí účtovnej závierky je zobrazené v tabuľke 8.

Tab. 8: Komparácia právnej úpravy a súčastí účtovnej závierky jednotlivých veľkostných skupín účtovných jednotiek v SR

	Mikro účtovná jednotka	**Malá účtovná jednotka**	**Veľká účtovná jednotka**
Vedenie účtovníctva	Postupy účtovania	Postupy účtovania	Postupy účtovania
Zostavovanie účtovnej závierky	Opatrenie o účtovnej závierke pre mikro účtovné jednotky	Opatrenie o účtovnej závierke pre malé účtovné jednotky	Opatrenie o účtovnej závierke pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu
Účtovná závierka	Súvaha Výkaz ziskov a strát Poznámky	Súvaha Výkaz ziskov a strát Poznámky	Súvaha Výkaz ziskov a strát Poznámky (vrátane prehľadu peňažných tokov a prehľadu o pohybe vlastného imania)

Zdroj: vlastné spracovanie podľa slovenskej účtovnej legislatívy

V ***Českej republike*** je vedenie účtovníctva a účtovná závierka upravená zákonom o účetnictví s následnou odvolávkou na vyhlášku, kde sú podrobnejšie uvedené účtovné metódy a definovaný obsah súčastí účtovnej závierky pre všetky veľkostné kategórie účtovných jednotiek. Účtovníctvo je možné viesť buď v plnom alebo zjednodušenom rozsahu, pričom v zjednodušenom rozsahu ho môžu viesť mikro účtovné jednotky bez auditu a malé účtovné jednotky bez auditu, ktoré sú zároveň spolkom, odborovou organizáciou, cirkvou, a pod. Ostatné účtovné jednotky vedú účtovníctvo v plnom rozsahu. Účtovná závierka sa tiež môže zostavovať buď v plnom rozsahu alebo skrátenom rozsahu. Prehľad jednotlivých typov účtovných jednotiek a rozsah vedenia účtovníctva a jednotlivých súčastí účtovnej závierky je uvedený v tabuľke 9.

Tab. 9: Komparácia vedenia účtovníctva a súčastí účtovnej závierky jednotlivých veľkostných kategórií účtovných jednotiek

Veľkostná kategória účtovných jednotiek	Vykazovanie Účtovná závierka v plnom rozsahu					Vykazovanie Účtovná závierka v skrátenom rozsahu		
	Súvaha	Výkaz zisku a straty	Príloha	Prehľad o peňažných tokoch	Prehľad o zmenách vlastného kapitálu	Súvaha	Výkaz zisku a straty	Príloha
Účtovanie v plnom rozsahu								
Veľká účtovná jednotka	*	*	*	*	*			
Stredná účtovná jednotka	*	*	*	*	*			
Malá účtovná jednotka s povinnosťou auditu	*	*	*					
Mikro účtovná jednotka s povinnosťou auditu	*	*	*					
Malá účtovná jednotka bez auditu		*[4]				*[5]		*
Mikro účtovná jednotka bez auditu		*[6]				*[7]		*
Účtovanie v zjednodušenom rozsahu (odborová organizácia, cirkev, náboženská inštitúcia, spolok a pod.)								
Malá účtovná jednotka bez auditu						*	*	*
Mikro účtovná jednotka bez auditu						*	*	*

Zdroj: vlastné spracovanie podľa českej účtovnej legislatívy

Z uvedeného vyplýva, že podmienky účtovania, vykazovania a najmä zverejňovania údajov v Českej republike sú nastavené trochu komplikovanejšie než v Slovenskej republike. Na Slovensku každá účtovná jednotka postupuje podľa rovnakých postupov účtovania a pre zostavenie účtovnej závierky má každá svoje vlastné opatrenie, ktoré stanovuje aj vzory výkazov. V Českej republike je okrem členenia účtovných jednotiek do veľkostných kategórií potrebné pri mikro a malých účtovných jednotkách rozlišovať, či ich účtovná závierka podlieha povinnosti auditu alebo nie a od toho sa odvíja rozsah a obsahová náplň účtovnej závierky. Hoci podnikateľská malá účtovná jednotka bez auditu a mikro účtovná jednotka bez auditu zostavujú výkaz zisku a straty v plnom rozsahu, nemusia ho zverejňovať pre používateľov, preto je ťažké overiť, či výsledok hospodárenia vykázaný v súvahe súhlasí s výsledkom hospodárenia uvedeným vo výkaze zisku a straty. Takisto súvaha týchto dvoch typov účtovných jednotiek je zostavená v skrátenom rozsahu, a to buď v základnej alebo rozšírenej verzii, čím sa informácie stávajú neprehľadné, veľmi stručné, nerelevantné. Používatelia informácií z účtovnej závierky nemajú k dispozícii informácie ohľadne pohľadávok a záväzkov z obchodného styku, o sume peňažných prostriedkov, štruktúre zásob, sume pôžičiek medzi spriaznenými osobami a pod. Je

[4] Nezverejňuje sa pre používateľov informácií z účtovnej závierky.

[5] Súvaha obsahuje iba súvahové položky označené veľkými písmenami a rímskymi číslicami.

[6] Nezverejňuje sa pre používateľov informácií z účtovnej závierky.

[7] Súvaha obsahuje iba súvahové položky označené veľkými písmenami.

náročné na podklade takto zostavenej účtovnej závierky vypočítať ukazovatele zadlženosti, či rentability. Príloha malej účtovnej jednotky a mikro účtovnej jednotky je rovnako ako v prípade Slovenskej republiky veľmi stručná a neobsahuje v dostatočnej miere takú prezentáciu informácií, ktorá by zvýšila užitočnosť informácií vykazovaných v súvahe a vo výkaze ziskov a strát.

5 Záver

Mikro účtovné jednotky a malé účtovné jednotky tvoria viac ako 75 % všetkých podnikateľských účtovných jednotiek v Európskej únii, v niektorých krajín je toto percento ešte vyššie. Preto si Únia dala za cieľ uľahčiť týmto účtovným jednotkám podnikanie v zmysle zjednodušenia administratívnej záťaže, byrokratických pravidiel, zníženia nákladov a skvalitnenia podnikateľského prostredia. Jedným z prostriedkov k tomu vedúcich bolo vydanie smernice EP a Rady, ktorú boli krajiny Európskej únie povinné implementovať do svojej národnej legislatívy. Slovenská republika aj Česká republika transponovali ustanovenia Smernice EP a Rady v rôznych časových intervaloch, Slovenská republika skôr ako Česká republika, výsledkom však bolo vytvorenie veľkostných skupín účtovných jednotiek, do ktorých sa všetky účtovné jednotky definované v príslušnej právnej norme členia na základe prekročenia, resp. neprekročenia troch veľkostných kritérií.

V Slovenskej republike vedú účtovné jednotky účtovníctvo podľa zákona o účtovníctve, postupov účtovania a zostavujú účtovnú závierku podľa opatrení Ministerstva financií Slovenskej republiky. Každá veľkostná skupina účtovných jednotiek (mikro, malá, veľká) má svoje vlastné opatrenie. Mikro účtovné jednotky majú výkazy veľmi stručné, vykazujú sa kumulované položky rovnakého charakteru na jednom spoločnom riadku. Poznámky obsahujú iba základné informácie a pokiaľ účtovná jednotka neuvedie v poznámkach informácie k položkám výkazov aj nad rámec požiadaviek z opatrenia, stráca sa relevantnosť a následne užitočnosť takto prezentovaných informácií. Výkazy malej účtovnej jednotky sú podrobnejšie, rovnako požiadavky na obsah poznámok sú obšírnejšie než v prípade mikro účtovných jednotiek, avšak niektoré informácie, ktoré sú vo výkazoch uvádzane kumulovane na jednom riadku, opatrenie o účtovnej závierke nevyžaduje podrobnejšie vysvetliť v poznámkach. V dôsledku toho dochádza k zníženiu užitočnosti informácií pre používateľov.

V Českej republike vedú účtovné jednotky účtovníctvo podľa zákona o účetnictví a vyhlášky, pričom v týchto právnych normách sú uvedené konkrétne požiadavky na rozsah vedenia účtovníctva, ako aj na obsah a rozsah účtovnej závierky zostavovanej jednotlivými veľkostnými kategóriami účtovných jednotiek (mikro, malá, stredná, veľká). V Českej republike sa navyše v prípade podnikateľskej mikro účtovnej jednotky a malej účtovnej jednotky pri zostavovaní účtovnej závierky rozlišuje, či jej účtovná závierka podlieha auditu, alebo nie. Pokiaľ nepodlieha, požiadavky na vykazovanie informácií v účtovnej závierke sú ešte jednoduchšie. Mikro účtovná jednotka bez auditu a malá účtovná jednotka bez auditu vykazujú v súvahe iba súčtové položky vyššieho rádu, ktoré v sebe kumulujú viacero položiek rovnakého charakteru. Pokiaľ účtovná jednotka tieto položky bližšie nevysvetlí v prílohe, relevantnosť týchto informácií pre používateľa je nulová. Výkaz zisku a straty síce zostavujú v plnom rozsahu, avšak nemajú povinnosť ho zverejniť, čím sa stráca užitočnosť vykazovaných informácií pre používateľov. Veľké množstvo informácií, ako napr. informácie o pohľadávkach a záväzkoch z obchodného styku, informácie o sume peňažných prostriedkoch v hotovosti a na bankových účtoch, informácie o štruktúre zásob, o sume pôžičiek medzi spriaznenými osobami a pod., je pre používateľov týchto informácií nedostupných. S touto skutočnosťou sú následne spojené komplikácie súvisiace s výpočtom ukazovateľov finančnej analýzy, ako napr. zadlženosť, likvidita, či rentabilita.

Na základe uvedeného môžeme konštatovať, že cieľ smernice EP a Rady odľahčiť malé účtovné jednotky a mikro účtovné jednotky od administratívnej záťaže a zbytočných nákladov súvisiacich so získavaním informácií pre zverejňovanie v účtovnej závierke, bol splnený. Otázkou však zostáva, do akej miery sú takto prezentované informácie užitočné pre ekonomické rozhodnutia používateľov a pre zlepšenie kvality konkurenčného prostredia.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy KEGA č. 026EU-4/2016 ***Potreba skvalitnenia účtovných informácií s využitím nadnárodných úprav, osobitne IFRS, v legislatívnych podmienkach Slovenskej republiky.***

Literatúra

1. Bokšová, J. & Horák J. (2017). Reporting ability of financial statements of micro and small accounting entities after amendment of Act on Accounting. *Financial Management Of Firms And Financial Institutions: Proceedings: 11Th International Scientific Conference: 6Th - 7Th September 2017, Ostrava, Czech Republic*, 79-86.
2. Directive 2013/34/EU of the European Parliament and of the Council of 26 June 2013 on the annual financial statements, consolidated financial statements and related reports of certain types of undertakings, amending Directive 2006/43/EC of the European Parliament and of the Council and repealing Council Directives 78/660/EEC and 83/349/EEC.
3. Műllerová, L. (2016). Vliv kategorizace účetních jednotek na účetní závěrku. *Účetnictví v praxi, 2016 (4).*
4. Opatrenie MF SR č. 23054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov.
5. Opatrenie MF SR č. MF/15464/2013-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre mikro účtovné jednotky v znení neskorších predpisov.
6. Opatrenie MF SR č. MF/23377/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu v znení neskorších predpisov.
7. Opatrenie MF SR č. MF/23378/2014-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o individuálnej účtovnej závierke a rozsahu údajov určených z individuálnej účtovnej závierky na zverejnenie pre malé účtovné jednotky.
8. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer.
9. Vyhláška č. 500/2002 Sb., kterou se provádějí některá ustanovení zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, pro účetní jednotky, které jsou podnikateli účtujícími v soustavě podvojného účetnictví.
10. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
11. Zákon č. 563/1991 Sb. o účetnictví ve znění pozdějších předpisů.

Čas a jeho význam pri audite účtovnej závierky

Time and its importance in auditing financial statements

Zuzana Juhászová[1], Ján Užík[2], Miloš Tumpach[3], Zuzana Kubaščíková[4]

Abstrakt

Účtovné jednotky na konci účtovného obdobia zostavujú účtovnú závierku, v ktorej prezentujú svoj majetok, vlastné imanie a záväzky, náklady, výnosy a výsledok hospodárenia. Časť účtovných jednotiek je povinná mať svoju účtovnú závierku následne aj overenú audítorom, ktorý overuje, či je účtovná závierka zostavená správne, v súlade so stanoveným rámcom vykazovania (či už je to národná legislatíva – zákon o účtovníctve a opatrenia Ministerstva financií, alebo nadnárodná legislatíva – Medzinárodné štandardy finančného výkazníctva IFRS). V príspevku sa zameriame na stanovenie plánovanej doby na overenie účtovnej závierky – na dobu trvania auditu, na dôvody potrebné k stanoveniu tejto doby, na analýzu príslušného opatrenia a jeho výhody, resp. nevýhody pre audítorskú prax.

Kľúčové slová

Účtovná závierka, zásada významnosti, informácia z účtovnej závierky, doba trvania auditu

Abstract

At the end of the accounting period, accounting units draw up financial statements in which they present their assets, equity and liabilities, costs, income and profit or loss. Part of the entity is required to have its financial statements subsequently audited by an auditor who verifies that the financial statements are prepared correctly in accordance with the applicable reporting framework (whether national legislation - the Accounting Act and the measures of the Ministry of Finance or transnational legislation - International Financial Reporting Standards (IFRS). In the contribution, we will focus on setting the planned time for the auditing of accounts - the duration of the audit, the reasons for determining the time, the analysis of the measure and its benefits, disadvantages for auditing practice.

Key words

Financial statements, materiality, information from the financial statements, duration of the audit

JEL classification

M40, M42

[1] doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, zuzana.juhaszova@euba.sk

[2] Ing. Ján Užík, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, jan.uzik@euba.sk

[3] prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, milos.tumpach@euba.sk

[4] Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, zuzana.kubascikova@euba.sk

1 Úvod

O význame štatutárneho auditu pre jednotlivé spoločnosti nie je možné pochybovať. Audítor svojím výrokom o tom, či účtovná závierka poskytuje verný a pravdivý obraz o účtovnej jednotke, dáva ubezpečenie, že účtovné operácie sú zaúčtované správne a že účtovná závierka poskytuje relevantné a správne informácie pre jej používateľov.

Štatutárny audit je upravený v *zákone č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov* (ďalej „zákon o štatutárnom audite“) ako overovanie individuálnej účtovnej závierky alebo konsolidovanej účtovnej závierky a overovanie individuálnej výročnej správy alebo konsolidovanej výročnej správy podľa *zákona č.431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov* (ďalej „zákon o účtovníctve“) alebo na základe rozhodnutia účtovnej jednotky, ktorá nemá povinnosť overovania individuálnej účtovnej závierky alebo konsolidovanej účtovnej závierky a overovania individuálnej výročnej správy alebo konsolidovanej výročnej správy.

Výsledkom štatutárneho auditu je vypracovaná správa audítora, ktorá, okrem iného (Bánociová, Tušan, 2016), obsahuje názor štatutárneho audítora, či účtovná závierka poskytuje pravdivý a verný obraz finančnej situácie (Mokošová, 2013) a výsledku hospodárenia (Podmanická, M., 2013), pričom názor môže byť nepodmienený, podmienený alebo záporný. V prípade, že na základe dostupných informácií nie je možné, aby štatutárny audítor vyjadril svoj názor, správa audítora obsahuje vyjadrenie odmietnutia názoru. Na vyjadrenie ktoréhokoľvek druhu názoru potrebuje audítor určitý čas, ktorý sa v prípade výkonu auditu označuje ako doba trvania auditu.

2 Doba trvania auditu

Stanoviť dobu trvania auditu je pre štatutárneho audítora skutočnosť, ktorá musí byť, s pomerne vysokou pravdepodobnosťou, známa pri plánovaní zákazky. Túto dobu upravujú najdôležitejšie predpisy pre štatutárneho audítora nasledovne:

Na dobu trvania upozorňuje Medzinárodný štandard na kontrolu kvality ISQC 1 Kontrola kvality pre firmy, ktoré vykonávajú audity a preverenia finančných výkazov a zákazky na ostatné uisťovacie a súvisiace služby (https://www.iaasb.org/): *Firma*[5] *zavedie pravidlá a postupy na akceptovanie a pokračovanie vzťahov s klientmi a konkrétnych zákaziek, určené na to, aby jej poskytli primerané uistenie, že bude nadväzovať vzťahy a vykonávať zákazky, alebo v nich pokračovať len vtedy, keď: a) je spôsobilá a schopná vykonať zákazku a má na to aj čas a zdroje; ...*

V rámci aplikačných a vysvetľujúcich materiálov v odseku A18 podrobnejšie určuje skutočnosti, ktoré by štatutárny audítor mal zohľadniť pri úvahách o tom, či je audítorská spoločnosť spôsobilá, schopná a má zdroje na prevzatie novej zákazky od nového alebo už existujúceho klienta, vrátane preverenia konkrétnych požiadaviek zákazky a profily štatutárneho audítora a zamestnancov na všetkých príslušných úrovniach.

Zákon o štatutárnom audite v § 21 odsek 10: *Štatutárny audítor alebo audítorská spoločnosť pred uzavretím zmluvy, na základe ktorej je vykonávaný štatutárny audit (ďalej len „zmluva o audite“), alebo obnovením zmluvy o audite posúdi a zdokumentuje, či ... c) má zamestnancov, čas a zdroje potrebné na výkon štatutárneho auditu požadovaným spôsobom...* Uvedený zákon podrobnejšie upravuje požiadavky na štatutárneho audítora, (a to: nestrannosť a nezávislosť, nevedenie účtovníctva v auditovanej spoločnosti, neposkytovanie neaudítorských služieb, nevlastnenie cenných papierov v auditovanej spoločnosti, nevykonávanie manažérskych pozícií), ale na dobu trvania auditu žiadne ďalšie požiadavky neobsahuje.

[5] Pod *firmou* sa rozumie audítorská spoločnosť.

Na základe uvedených dvoch predpisov vypracovala a vydala v roku 2018 Slovenská komora audítorov Usmernenie k dobe trvania zákazky štatutárneho auditu, ktoré je aktualizáciou usmernenia z roku 2010. Aktualizácia vznikla z viacerých dôvodov: na zabezpečenie zvýšenia kvality auditu v súlade s ISA, transparentnejšie plánovať a stanoviť dobu trvania zákazky a, v neposlednom rade, zdôvodniť jej trvanie pri komunikácii s klientom. Novela usmernenia tak obsahuje niekoľko taxatívne vymedzených skutočností, ktoré je nutné pri plánovaní doby auditu zohľadniť.

3 Analýza stanovenia doby trvania auditu

V rámci komparácie sme porovnali všetky tri predpisy v oblasti stanovenia doby trvania auditu. Napriek skutočnosti, že vychádzajú jeden z druhého – po obsahovej náplni zákon o štatutárnom audite z Medzinárodného štandardu na kontrolu kvality ISQC1 a Usmernenie Slovenskej komory audítorov zo zákona o štatutárnom audite a z Medzinárodného štandardu na kontrolu kvality ISQC 1, nie sú totožné a existuje priestor na zosúladenie a zjednotenie požiadaviek. Rozdiely uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

Tab. 1: Požiadavky na dobu trvania pre výkon štatutárneho auditu

ISQC 1	Zákon o štatutárnom audite	Usmernenie SKAU
pracovníci audítorskej spoločnosti majú poznatky o príslušnom odvetví alebo predmete		- predmet zákazky - komplexnosť účtovnej jednotky - odvetvie podnikania - kvalita kontrolného prostredia
pracovníci audítorskej spoločnosti majú skúsenosti s požiadavkami príslušných predpisov alebo požiadavkami týkajúcimi sa predkladania správ, prípadne, či sú schopní účinným spôsobom nadobudnúť nevyhnutné zručnosti a znalosti		účtovný rámec účtovnej jednotky
audítorská spoločnosť má dostatok pracovníkov s potrebnou kvalifikáciou a schopnosťami	audítorská spoločnosť má zamestnancov a zdroje	
sú v prípade potreby k dispozícii experti		- IT systémy - účasť experta
sú k dispozícii osoby, ktoré spĺňajú kritériá a požiadavky oprávnenosti na vykonávanie zákaziek na previerku kontroly kvality, keď to je vhodné		
audítorská spoločnosť dokáže dokončiť práce na zákazke v lehote na predloženie správy		
		- veľkosť účtovnej jednotky (mikro, malá, veľká, subjekt verejného záujmu) - stav zákazky (prvá, obnovená) - riziká auditu - zistenia v predošlom období

Zdroj: vlastné spracovanie

Najstručnejšie vyjadrenie k dobe trvania auditu má zákon o štatutárnom audite, čo je v prípade skutočnosti, že ide o najvyššiu normu, ktorá má rámcovo upravovať vybranú oblasť, pochopiteľné.

V prípade usmernenia, ktoré by malo byť najpodrobnejšie vzhľadom na porovnávané predpisy, je nutné uviesť, že čiastočne túto úlohu spĺňa (pripomína podrobnejšie skutočnosti, ktoré je štatutárny audítor povinný zohľadniť), ale niektoré oblasti rieši len rámcovo. Usmernenie zároveň určuje viaceré spôsoby, ako je možné stanoviť dobu trvania auditu.

4 Prístupy k stanoveniu doby trvania auditu

Stanovenie podľa veľkosti auditovanej účtovnej jednotky predstavuje postup (Kareš, Kicová, Krišková, 2012), ktorý bol od roku 2010 jediný postup, akým sa dala určiť doba trvania auditu. Výhodou tohto postupu bolo, že audítorská spoločnosť zohľadnila veľkosť majetku a výšku obratu a usmernenie uvádzalo na základe tohto súčtu časový interval pre dobu trvania auditu.

Tab. 1: Stanovenie minimálnej doby trvania audiu v závislosti od veľkosti majetku a obratu

majetok + výška obratu (mil.)	0-0,4	0,4-1	1-2	2-4	4-10	10-20	20-63	63-166
min. počet hodín	20-35	30-50	40-60	50-80	70-120	100-200	180-360	300-700

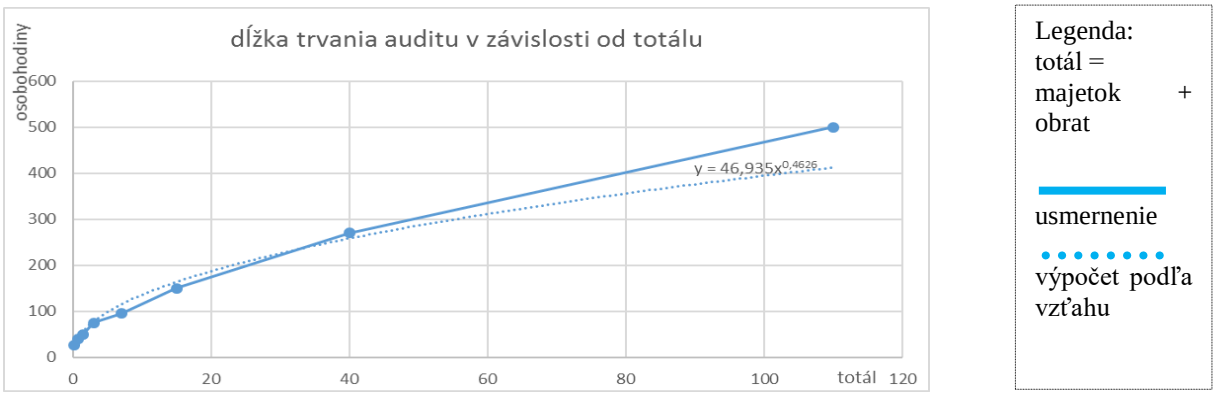
Zdroj: Usmernenie Slovenskej komory audítorov

Uvedený spôsob určoval samostatné časové intervaly pre podnikateľské subjekty a samostatne pre nadácie, politické strany a hnutia, príspevkové a rozpočtové organizácie. Nevýhodou však bolo, že audítorská spoločnosť pri výpočte nevedela zohľadniť, či išlo o prvý alebo následný audit, či išlo o spoločnosť s náročnou výrobou alebo jednoduchým výrobným cyklom, či spoločnosť má jednoduchú štruktúru majetku alebo obsahuje špecifické zložky majetku (Pakšiová, 2016), či šlo o výrobný podnik, alebo finančnú inštitúciu s finančnými nástrojmi (Markovič, 2012), (Markovič, Grančičová, Romanová, 2013) a pod. Audítorská spoločnosť bola povinná v audítorskej dokumentácii zdôvodniť počet hodín mimo stanoveného intervalu, len ak bola potrebná kratšia doba auditu.

Modifikáciu tohto spôsobu upravuje použitie nasledujúceho vzťahu:

$$y = 46{,}935 * x^{0{,}4626} \tag{1}$$

kde x predstavuje hodnotu majetku a výšku obratu a y predstavuje predpokladanú dobu trvania auditu: (Juhászová, Tumpach, Užík, 2016):



Zdroj: Vlastné spracovanie

Stanovenie podľa náročnosti zákazky predstavuje nový spôsob usmernenia na stanovenie doby trvania auditu. V takomto prípade jednoduché zákazky predstavujú časovú náročnosť 50 – 150 hodín, stredne náročné 100 – 400 hodín a komplexné zákazky viac ako 300 hodín. Usmernenie zároveň definovalo kritéria pre stanovenie náročnosti zákazky (zmluva o audite, predmet auditu, účtovný rámec, fázy zákazky, činnosť účtovnej jednotky, odvetvie hospodárstva, vlastnícka štruktúra, veľkosť účtovnej jednotky, metodika auditu, rozsah a povaha audítorských rizík, stanovenie hladiny významnosti, kvalita kontrolného prostredia, zistenia auditu v oblasti účtovníctva, účtovné odhady manažmentu, organizácia účtovnej evidencie, spriaznené strany, použitie práce experta, použitie práce interného audítora, záver auditu a správy). Výhodou tohto spôsobu je už nepochybne podrobnejšie stanovenie kritérií, oproti doteraz platnému spôsobu, naopak nevýhodou sú pomerne široko stanovené časové intervaly.

Stanovenie podľa štandardov ISA predstavuje tretí spôsob na určenie doby trvania auditu. Na určenie počtu hodín sa využíva odhad v zmysle požiadaviek ISA, kde v závislosti od jednotlivých štandardov ISA sa odhadoval plánovaný počet hodín. Takýto spôsob stanovenia doby trvania auditu predstavuje z pohľadu štatutárneho audítora pravdepodobne najpresnejšie určenie a je vhodnou súčasťou audítorskej dokumentácie.

5 Záver

V uvedenom príspevku sme uviedli spôsoby, ako určiť dobu trvania auditu, v súlade s usmernením, ktoré pre štatutárnych audítorov vydala Slovenská komora audítorov. Usmernenie je možné hodnotiť ako posun vpred, pretože presnejšie umožňuje stanoviť dobu, za ktorú by mal byť audítor schopný overiť účtovnú závierku, zdôvodniť trvanie auditu pri komunikácii s účtovnou jednotkou a následne vydať správu audítora.

Túto skutočnosť by mal štatutárny audítor vedieť určiť už pred začiatkom výkonu auditu. Určenie doby trvania auditu je dôležité aj pre určenie ceny za výkon auditu. V mnohých prípadoch sa na výkone auditu nepodieľa len jeden štatutárny audítor, ale viacerí, ako napr. asistenti audítora, experti. Cena za audit by mala pokryť náklady spojené s výkonom auditu, vrátane mzdových nákladov. Na stanovenie primeranej ceny za audit upozorňuje *Etický kódex audítora*, vydaný Slovenskou komorou audítorov v roku 2010, ktorý v Oddiele 240 Honoráre a iné druhy odmien sa odvoláva na Usmernenie o stanovení doby trvania auditu. V zmysle uvedeného kódexu môže štatutárny audítor poskytujúci služby uviesť akýkoľvek honorár, ktorý považuje za primeraný. Môže sa stať, že dvaja štatutárni audítori ponúknu za ten istý audit rozdielnu sumu, neznamená to však, že by takýto prístup bol neetický. Za neetický prístup skôr možno považovať, ak je cena za audit neprimerane nízka a v konečnom dôsledku devalvuje prácu ostatných audítorov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0935/16 *Využitie elektronického finančného vykazovania na báze jazyka XBRL*.

Literatúra

1. Bánociová, A., Tušan, R. (2016) Settings of audit procedures on the auditing of the financial statements of the municipality. *Proceedings of the 11th International Scientific Conference, [Recenzovaný] Zborník Vedeckých Prác,* 9-21.
2. Etický kódex audítora, vydaný Slovenskou komorou audítorov v roku 2010
3. Kareš, L., Kicová, M., & Krišková, P. (2009). *Audítorstvo 1: pratikum*. Bratislava: Iura Edition.
4. Juhászová, Z., Tumpach, M., & Užík, J. (2016). Audit duration: Doba trvania auditu. *Ekonomika, Financie A Manažment Podniku - Rok 2015: Zborník Vedeckých Prác Pri Príležitosti 75. Výročia Založenia Ekonomickej Univerzity V Bratislave*, [1-7].
5. Markovič, P. (2012). *Ohodnocovanie finančných nástrojov* (2. [dopln.] vyd). Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
6. Markovič, P., Grančičová, K., & Romanová, A. (2013). Reálna hodnota derivátových kontraktov - súčasnosť a budúcnosť: Fair value of derivate contracts - present and future. *Manažment Podnikania A Vecí Verejných: [Recenzovaný] Zborník Vedeckých Prác*, 97-102.
7. Mokošová, D. (2013). Ako zefektívniť vykazovanie finančných informácií ?. *Aiesa – Budovanie Spoločnosti Založenej Na Vedomostiach: Zborník: 15. Medzinárodná Vedecká Konferencia: Bratislava, 25. Október 2013*, 1-6.
8. Pakšiová, R. (2016). CSR reporting in Slovakia. *International Conference On European Integration 2016: Proceedings Of The 3Rd International Conference On European Integration 2016: May 19 – 20, 2016, Ostrava, Czech Republic*, 698-707.
9. Podmanická, M. (2013). Analýza ponímania užitočnosti účtovnej informácie podľa IFRS v minulosti a súčasnosti. *Ekonomika A Informatika: Vedecký Časopis FHI EU V Bratislave A SSHI, 11*(1), 115-127.
10. https://www.iaasb.org/
11. Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov
12. Zákon č.431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov

Postup dohľadu ECB zameraný na riešenie stavu problémových úverov

ECB supervisory approach to stock of non-performing loans

Oľga Kadlečíková[1]

Abstrakt

Európska centrálna banka (ECB) 11. júla 2018 oznámila ďalšie kroky v rámci svojho postupu dohľadu zameraného na riešenie stavu problémových úverov v eurozóne. Tento postup nadväzuje na doterajšie opatrenia v tejto oblasti, t. j. stratégie bánk na znižovanie stavu problémových úverov, ako aj dodatok týkajúci sa tvorby opravných položiek k novým problémovým úverom. Postup zavádza konzistentný rámec riešenia stavu problémových úverov ako súčasť dohľadového dialógu prostredníctvom očakávaní dohľadu určených jednotlivým bankám, ktorých cieľom je zabezpečiť primeranú úroveň tvorby opravných položiek k existujúcim problémovým úverom a prispieť tak k odolnosti bankového systému eurozóny ako celku.

Kľúčové slová

Európska centrálna banka, problémové úvery

Abstract

The European Central Bank (ECB) 11 July, 2018 announced further steps in its supervisory approach for addressing the stock of non-performing loans in the euro area. The approach follows the work that has already been undertaken in this area, namely the banks' non-performing loans reduction strategies, and the addendum for provisioning for new non-performing loans. It creates a consistent framework to address the stock of non-performing loans as part of the supervisory dialogue through bank-specific supervisory expectations aimed at achieving adequate provisioning of legacy non-performing loans thereby contributing to the resilience of the euro area banking system as a whole.

Key words

European Central Bank, Non-performing loans

JEL classification

M410, G21

1 Úvod

Medzi hlavné činnosti každej komerčnej banky patrí poskytovanie úverov (Boušková, 2009). Zo splácaných úverov banke plynú úrokové výnosy vďaka ktorým dosahuje zisk. Poskytovanie úverov však so sebou nesie kreditné riziko. Kreditné riziko predstavuje možnosť zlyhania dlžníka z dôvodu jeho neschopnosti plniť si svoje povinnosti vyplývajúce z úverového vzťahu voči banke, čím jej môže byť spôsobená finančná strata. (Tkáčová, Belás, Horvátová, Chovancová, Malacká, 2017). Ak existujú náznaky, že dlžník úver pravdepodobne nesplatí z dôvodu finančných ťažkostí, alebo keď dlžník dohodnuté splátky neplatí dlhšie ako 90 dní, Európske orgány dohľadu takýto úver považujú za problémový.

[1] Ing. Oľga Kadlečíková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, olga.kadlecikova@euba.sk

Znižovanie vysokého stavu problémových úverov v bankách eurozóny je jednou z hlavných priorít bankového dohľadu Európskej centrálnej banky. Za bankový dohľad je zodpovedný Jednotný mechanizmus bankového dohľadu[2]. Jednotný mechanizmus bankového dohľadu je prvým pilierom bankovej únie. Jeho hlavným cieľom je zaisťovať bezpečnosť a odolnosť európskeho bankového systému, zvyšovať mieru finančnej integrácie a stability a zabezpečovať konzistentný dohľad. Tvorí ho Európska centrálna banka a vnútroštátne orgány dohľadu zúčastnených krajín. Európska centrálna banka vykonáva priamy dohľad nad významnými bankovými skupinami vo všetkých krajinách eurozóny. Rozhodnutie o významnosti banky vychádza z viacerých kritérií. Úverová inštitúcia sa považuje za významnú, ak je splnená niektorá z týchto podmienok:

- ak celková hodnota jej aktív presahuje 30 mld. € alebo (pokiaľ celková hodnota jej aktív nie je nižšia ako 5 mld. €) ak presahuje 20 % národného hrubého domáceho produktu;
- ak je jednou z troch najvýznamnejších úverových inštitúcií so sídlom v danom členskom štáte;
- ak je príjemcom priamej pomoci z Európskeho mechanizmu pre stabilitu;
- ak celková hodnota jej aktív presahuje 5 mld. € a pomer jej cezhraničných aktív/pasív vo viac ako jednom ďalšom zúčastnenom členskom štáte k jej celkovým aktívam/pasívam presahuje 20 %.

V rámci priebežného dohľadu sa spoločné dohliadacie tímy stretávali s rozdielnymi prístupmi jednotlivých bánk k identifikácii, meraniu, riadeniu a odpisovaniu problémových úverov. Rada pre dohľad Európskej centrálnej banky preto vytvorila skupinu pozostávajúcu z pracovníkov Európskej centrálnej banky a príslušných vnútroštátnych orgánov zameranú na oblasť problémových úverov a poverila ju vypracovaním konzistentného postupu dohľadu v oblasti problémových úverov. Výsledkom jej práce bolo identifikovanie viacerých optimálnych postupov, vypracovanie a zverejnenie Všeobecných zásad postupu bánk v prípade problémových úverov v marci 2017.

2 Rozsah pôsobnosti Všeobecných zásad postupu bánk v prípade problémových úverov

Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017) sú určené všetkým významným bankových skupinám, ktoré podliehajú priamemu dohľadu v rámci jednotného mechanizmu dohľadu Európskej centrálnej banky. Tieto všeobecné zásady nenahrádzajú žiadne platné regulačné alebo účtovné požiadavky či zásady stanovené v existujúcich nariadeniach a smerniciach Európskej únie. Sú nástrojom, prostredníctvom ktorého orgán dohľadu objasňuje svoje očakávania, pokiaľ ide o identifikáciu, riadenie, meranie a odpisovanie problémových úverov v oblastiach neupravených alebo nedostatočne upravených v existujúcich nariadeniach, smerniciach alebo usmerneniach. Všeobecné zásady poskytujú bankám súbor nástrojov na riešenie otázky problémových úverov.

Za problémové úvery sa považujú úvery neurčené na obchodovanie, ktoré spĺňajú jedno alebo obidve nasledujúce kritériá:

a) významné úvery viac než 90 dní po splatnosti,
b) dlžník na základe hodnotenia pravdepodobne nesplatí svoje záväzky v plnej výške bez realizácie kolaterálu, bez ohľadu na existenciu akejkoľvek splátky po splatnosti alebo počtu dní po splatnosti.

Medzi problémové úvery patria zlyhané úvery a úvery so zníženou hodnotou. Problémové úvery sú podmnožinou problémových expozícií – problémových aktív.

[2] SSM – Single Supervisory Mechanism

Problémové expozície sú úvery, dlhové cenné papiere a podsúvahové položky neurčené na účely obchodovania, ktoré spĺňajú jedno alebo obidve nasledujúce kritériá:

a) významné expozície viac než 90 dní po splatnosti,
b) dlžník na základe hodnotenia pravdepodobne nesplatí svoje záväzky v plnej výške bez realizácie kolaterálu, bez ohľadu na existenciu akejkoľvek splátky po splatnosti alebo počtu dní po splatnosti.

Celkové problémové expozície sú teda súčtom problémových úverov, problémových dlhových cenných papierov a problémových podsúvahových položiek.

Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov sa podľa vysvetlenia Európskej centrálnej banky týkajú i bezproblémových expozícií so zvýšeným rizikom reklasifikácie na problémové, ako napr. expozície na monitorovacom zozname a bezproblémové expozície s upravenými podmienkami splácania a majú sa aplikovať na všetky problémové expozície i na zabavené aktíva a nielen na problémové úvery. Zaoberajú sa celým cyklom riadenia problémových úverov od stratégií riadenia problémových úverov, úpravami podmienok splácania, vykazovaním, kvalitatívnymi zásadami tvorby opravných položiek a odpisovania problémových úverov a aj oceňovaním kolaterálu.

3 Stratégia riadenia problémových úverov

Stratégia riadenia problémových úverov stanovuje strategické ciele pre banky s vysokým objemom problémových úverov. Mala by obsahovať postupy a ciele banky týkajúce sa účinného riadenia (tzn. maximalizácie návratnosti pohľadávok) a znižovania stavu problémových úverov zamerané na ich postupnú redukciu. Prvým základným predpokladom účinného riadenia problémových úverov smerujúceho k ich vymožiteľnosti je analýza a vyhodnotenie operačného prostredia banky, a to tak z interného ako aj externého hľadiska. Na vyhodnotenie vážnosti situácie a určenie nevyhnutných interných krokov zameraných na jej riešenie, by mali banky uskutočniť dôkladné a realistické vlastné hodnotenie svojich interných kapacít, ktoré by sa malo týkať nasledujúcich oblastí:

- veľkosti a vývoja portfólií problémových úverov s primeranou mierou členenia, čo si vyžaduje vhodnú segmentáciu portfólií. Dlžníkov by mali banky zoskupovať do portfólií na základe podobných znakov, ktoré si vyžadujú prijatie podobných opatrení napr. možností reštrukturalizácie alebo likvidácie. Pri segmentácií je možné brať do úvahy viaceré znaky dlžníkov a podľa toho ich zoskupiť do portfólií napr. retailoví klienti, živnostníci, malé podniky a slobodné povolania, malé a stredné podniky, korporátni klienti, podľa dĺžky omeškania so splácaním – krátkodobo omeškané splátky (viac ako 1 deň a najviac 90 dní po splatnosti), dlhodobo omeškané splátky (viac ako 90 a menej ako 180 dní po splatnosti) a stratové úvery viac ako 180 dní po splatnosti, podľa účelu úveru (spotrebný, kontokorentný, kreditná karta, úvery na obstaranie nehnuteľností a pod.), podľa polohy a druhu kolaterálu (vidiek, mesto, vyhľadávaná lokalita, orná pôda, stavebný pozemok, budova – dom, obchod, továreň), podľa perspektívnosti klienta z hľadiska jeho veku, zdravotného stavu, druhu a priebehu zamestnania, vyhliadok zamestnanosti, odborných znalostí, odvetvia v ktorom pôsobí a pod. Pre každý segment sa následne vypracujú špecializované procesy, pričom zodpovednosť za jednotlivé segmenty prevezmú konkrétne expertné tímy;
- faktorov zvyšovania a znižovania problémových úverov, v relevantných prípadoch podľa portfólií,
- výsledkov opatrení prijatých v oblasti problémových úverov v minulosti (druh a povaha zavedených opatrení a ich úspešnosť),
- operačných kapacít (procesov, nástrojov, kvality údajov, informačných technológií,

pracovníkov a ich odbornej kvalifikácie, rozhodovania, interných pravidiel a ďalších oblastí relevantných z hľadiska implementácie stratégie) pre rôzne procesné kroky vrátane včasného varovania, detekcie a vykazovania problémových úverov, úpravy podmienok splácania, tvorby opravných položiek, oceňovania kolaterálu, vymáhania pohľadávok, zabavenia kolaterálu.

V prípade každého procesného kroku by mala banka uskutočniť podrobné hodnotenie zamerané na určenie silných stránok, významných nedostatkov a prípadných oblastí, ktoré si vyžadujú zlepšenie, s cieľom dosiahnuť stanovené ciele redukcie problémových úverov. Výsledná interná správa by mala byť predložená riadiacemu orgánu a dohliadacím tímom.

Banky by mali relevantné aspekty vlastného hodnotenia opakovať alebo aktualizovať minimálne raz za rok a v prípade potreby si dávať k týmto aspektom vypracovať pravidelné nezávislé odborné posudky.

Zásadný význam pri stanovení úspešnej stratégie riadenia problémových úverov má aj poznanie externého operačného prostredia a externých faktorov z neho vyplývajúcich. Takýmito externými faktormi sú napríklad makroekonomické podmienky, posúdenie očakávaní trhu – ratingových agentúr, trhových analytikov, klientov a pod., právne a súdne prekážky vymáhania kolaterálu, daňová legislatíva a vplyv tvorby opravných položiek a odpisovania problémových úverov na základ dane.

Na základe vykonaných analýz externého a interného operačného prostredia by si banky mali vypracovať stratégiu riadenia problémových úverov až na úroveň operatívnych plánov, ktorá by mala byť schválená riadiacim orgánom banky a minimálne raz za rok revidovaná. Operatívne plány by mali zahŕňať kroky vedúce k aktívnemu znižovaniu stavu problémových úverov napr. cestou úpravy podmienok splácania úverov, reštrukturalizáciou úverov, predajom alebo odpísaním problémových úverov s vytvorenými opravnými položkami, ktoré sa považujú za nenávratné, zabavením kolaterálu, zvážením možností mimosúdneho vyrovnania alebo začatím insolvenčného konania a pod.

Banky s vysokým objemom problémových úverov by mali svoju stratégiu ich riadenia vrátane operatívneho plánu predkladať svojmu spoločnému dohliadaciemu tímu priradenému danej banke v rámci jednotného mechanizmu dohľadu v prvom štvrťroku každého kalendárneho roka. Na uľahčenie porovnávania by mali banky zároveň predložiť štandardný formulár (Súhrnný prehľad údajov o problémových úveroch vykazovaných a zverejňovaných na účely dohľadu), ktorý obsahuje súhrn kvantitatívnych cieľov a stav realizácie plánu za posledných 12 mesiacov. Tento štandardný formulár by sa mal predkladať každý rok. Pred predložením orgánom dohľadu by mal tieto dokumenty schváliť riadiaci orgán banky.

4 Meranie zníženia hodnoty a odpisovanie problémových úverov

Tvorba opravných položiek hrá zásadnú úlohu pri zabezpečovaní bezpečnosti a odolnosti bankových systémov a pre orgány bankového dohľadu tak predstavuje jednu z priorít. Pri hodnotení kreditného rizika a kapitálovej primeranosti pracovníci dohľadu musia rozhodovať o tom, či banky tvoria opravné položky v primeranej výške a včas. Ak orgány dohľadu zistia nedostatočnú úroveň opravných položiek, ich povinnosťou je požadovať od bánk, aby ich úroveň prehodnotili a zvýšili.

Orgány dohľadu musia bankám v tomto smere poskytnúť pokyny a informovať ich o svojich očakávaniach, pokiaľ ide o účtovanie úverových strát, aby zabezpečili adekvátnu mieru konzistentnosti medzi všetkými dohliadanými subjektmi. Hoci Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017) nemôžu stanovovať konkrétne požiadavky na spôsob účtovania, predstavujú osvedčené postupy tvorby opravných položiek a metodiku riešenia nesplácaných úverov, ktoré bankám odporúčajú uplatňovať v rámci existujúcich účtovných systémov na splnenie očakávaní dohľadu.

Pri konkrétnom posudzovaní zníženia hodnoty poskytnutých úverov sa od bánk pri odhadovaní budúcich peňažných tokov i oceňovaní kolaterálu v súlade s postupmi uvedenými vo Všeobecných zásadách postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017) očakáva uplatňovanie pravdivého a verného obrazu. Odhad návratnej sumy by mal zodpovedať hodnote vypočítanej ako súčasná hodnota odhadovaných budúcich peňažných tokov (bez nevzniknutých budúcich strát) diskontovanej pôvodnou efektívnou úrokovou sadzbou finančného aktíva. Odhad návratnej sumy zabezpečenej expozície má byť odrazom peňažných tokov z prípadnej likvidácie kolaterálu.

Odhadovanie budúcich peňažných tokov by malo prebiehať vzhľadom na „perspektívnosť" plynutia prevádzkových peňažných tokov dlžníka:

- v „perspektívnom" scenári prevádzkový peňažný tok dlžníka či ručiteľa plynie ďalej a môže sa použiť na splatenie finančných záväzkov voči všetkým veriteľom. Okrem toho prichádza do úvahy realizácia kolaterálu v rozsahu, ktorý neovplyvní prevádzkový peňažný tok;
- v „neperspektívnom" scenári dochádza k realizácii kolaterálu a zániku prevádzkových peňažných tokov dlžníka. Tento prípad môže nastať ak je expozícia po splatnosti už viac ako 18 mesiacov, ak sú budúce prevádzkové peňažné toky dlžníka podľa odhadov nízke alebo záporné, ak sú odhady budúcich peňažných tokov spojené s významnou mierou neistoty, ak nie je k dispozícii dostatok informácií na analýzu perspektívnosti.

Na zistenie reálneho obrazu budúcich peňažných tokoch použiteľných na plnenie pohľadávok je potrebná dôkladná analýza finančnej situácie dlžníka, dostupných peňažných tokov, finančných ukazovateľov, plánov podnikania, prognóz atď.

Úvery považované za nevymožiteľné/nenávratné by sa mali včas odpisovať. Banka by mala finančné aktívum, resp. jeho časť odpísať v období, v ktorom sa úver, resp. jeho príslušná časť začne považovať za nenávratný. Aby sa predišlo pochybnostiam, odpis sa môže uskutočniť pred finálnym uzavretím právneho konania proti dlžníkovi vo veci vymáhania dlhu. Odpisom sa banka nezrieka zákonného práva na vrátenie dlhu; rozhodnutie banky o vzdaní sa tohto zákonného nároku na vrátanie dlhu sa nazýva „odpustenie dlhu". Po odpísaní určitej sumy sa odpísaný úver už nevykazuje v súvahe a túto korekciu už nie je možné vrátiť či stornovať, na rozdiel od opravných položiek, ktoré sa pri zmene odhadov dajú previesť späť prostredníctvom výkazu ziskov a strát. Odpisy úverov by sa nemali stornovať a v prípade, že sa nakoniec podarí získať peňažné plnenie alebo iné aktíva, tieto by sa mali vykazovať ako výnosy vo výkaze ziskov a strát.

Banky by mali orgánom dohľadu na ich žiadosť poskytnúť minimálne údaje o modeloch, ktoré používajú na výpočet opravných položiek k zníženiu hodnoty problémových úverov.

5 Dodatok k všeobecným zásadám Európskej centrálnej banky týkajúcim sa postupu bánk v prípade problémových úverov

V marci 2018 vydala Európska centrálna banka dodatok k Všeobecným zásadám postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017) pod názvom Dodatok k všeobecným zásadám ECB týkajúcim sa postupu bánk v prípade problémových úverov: očakávania dohľadu v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek k problémovým expozíciám (marec 2018). Tento dodatok dopĺňa všeobecné zásady (marec 2017) o očakávania dohľadu Európskej centrálnej banky pri hodnotení úrovne opravných položiek bánk na prudenciálne účely v prípade problémových expozícií. Európska centrálna banka bude v tejto súvislosti okrem iného posudzovať dĺžku obdobia, počas ktorého bola expozícia klasifikovaná ako problémová (tzn. jej „ročník"), ako aj jej (prípadné) zabezpečenie (kolaterál). Cieľom je v budúcnosti zabrániť nadmernej kumulácii nezabezpečených dlhodobých problémových expozícií v súvahách bánk, ktorá by si vyžadovala prijatie opatrení dohľadu.

Dodatok pre banky nie je záväzný – slúži ako základ dohľadového dialógu. Prípadné rozdiely medzi postupmi bánk a očakávaniami v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek stanovenými v tomto dodatku bude Európska centrálna banka posudzovať minimálne raz za rok.

Očakávania v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek uvedené v tomto dodatku dopĺňajú všeobecné zásady tým, že špecifikujú úroveň opravných položiek, ktorú Európska centrálna banka považuje za obozretnú.

Kvantitatívne prudenciálne očakávania môžu ísť nad rámec účtovných pravidiel, no nesmú byť s nimi v rozpore. Ak sa príslušný účtovný režim z hľadiska dohľadu nepovažuje za obozretný, úroveň účtovných opravných položiek sa v plnej miere zahrnie do zásoby kapitálu banky na splnenie očakávania dohľadu. Na odstránenie potenciálnych medzier v plnení prudenciálnych očakávaní sa bankám odporúča zaúčtovať maximálnu možnú úroveň opravných položiek podľa platného účtovného rámca. V rámci dohľadového dialógu, tzn. minimálne raz za rok, bude Európska centrálna banka o prípadných odchýlkach od očakávaní v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek stanovených v dodatku s bankami diskutovať. Pri posudzovaní takýchto odchýlok bude Európska centrálna banka prihliadať na špecifické okolnosti, v dôsledku ktorých môžu byť očakávania v prípade konkrétnych portfólií/expozícií neprimerané. Môže ísť napríklad o situáciu, keď dlžník preukázateľne hradí pravidelné čiastkové splátky predstavujúce významnú časť pôvodných zmluvných splátok, ak takéto splátky umožňujú nápravu expozície. Ak po náležitom zohľadnení špecifických okolností uvedených bankou Európska centrálna banka dospeje k názoru, že prudenciálne opravné položky nekryjú očakávané kreditné riziko adekvátnym spôsobom, môže byť prijaté opatrenie dohľadu.

6 Záver

V záujme lepšieho prehľadu o kvalite úverového portfólia a postupoch riadenia kreditného rizika pre používateľov informácií z finančných výkazov, Rada pre dohľad Európskej centrálnej banky očakáva, že banky budú zverejňovať podrobný súbor kvantitatívnych a kvalitatívnych údajov podľa prílohy 7 Všeobecných zásad postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017) s názvom Súhrnný prehľad údajov o problémových úveroch vykazovaných a zverejňovaných na účely dohľadu.

Tieto všeobecné zásady nenahrádzajú žiadne platné regulačné alebo účtovné požiadavky či zásady stanovené v existujúcich právnych aktoch Európskej únie. Sú nástrojom, prostredníctvom ktorého orgán dohľadu objasňuje svoje očakávania, pokiaľ ide o identifikáciu, riadenie, meranie a odpisovanie problémových úverov v oblastiach neupravených alebo nedostatočne upravených v existujúcej legislatíve. Všeobecné zásady poskytujú bankám súbor nástrojov na riešenie otázky problémových úverov.

Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov nie sú síce pre banky v súčasnosti záväzné, ale orgány dohľadu Európskej centrálnej banky ich v rámci pravidelného procesu hodnotenia berú do úvahy a ich nedodržanie môže mať za následok prijatie príslušných opatrení. Na žiadosť orgánu dohľadu by banky mali prípadné odchýlky vysvetliť a zdôvodniť.

Všeobecná zásady postupu bánk v prípade problémových úverov boli v marci 2018 doplnené o Dodatok k všeobecným zásadám ECB týkajúcim sa postupu bánk v prípade problémových úverov: očakávania dohľadu v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek k problémovým expozíciám. Očakávania dohľadu stanovené v tomto dodatku Európska centrálna banka uplatňuje na nové expozície zaradené medzi problémové expozície od 1. apríla 2018. So zreteľom na špecifiká očakávaní dohľadu sa teda od bánk bude vyžadovať, aby o prípadných rozdieloch medzi ich postupmi a očakávaniami v súvislosti s

prudenciálnou tvorbou opravných položiek informovali Európsku centrálnu banku v rámci dohľadového dialógu od začiatku roka 2021.

Literatúra

1. Boušková, D. (2009). *Bankové operácie.* Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 234 s. ISBN 978-80-225-2859-7.
2. Dodatok k všeobecným zásadám ECB týkajúcim sa postupu bánk v prípade problémových úverov: očakávania dohľadu v súvislosti s prudenciálnou tvorbou opravných položiek k problémovým expozíciám (marec 2018). Európska centrálna banka, Bankový dohľad, 2018.
3. Nariadenie CRR (2013). Nariadenie Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 575/2013 z 26. júna 2013 o prudenciálnych požiadavkách na úverové inštitúcie a investičné spoločnosti a o zmene nariadenia (EÚ) č. 648/2012.
4. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2013/36/EÚ z 26. júna 2013 o prístupe k činnosti úverových inštitúcií a prudenciálnom dohľade nad úverovými inštitúciami a investičnými spoločnosťami (Ú. v. EÚ L 176, 27.6.2013).
5. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2014/59/EÚ z 15. mája 2014, ktorou sa stanovuje rámec pre ozdravenie a riešenie krízových situácií úverových inštitúcií a investičných spoločností a ktorou sa mení smernica Rady 82/891/EHS a smernice Európskeho parlamentu a Rady2001/24/ES, 2002/47/ES, 2004/25/ES, 2005/56/ES, 2007/36/ES, 2011/35/EÚ, 2012/30/EÚ a 2013/36/EÚ a nariadenia Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 1093/2010 a (EÚ) č. 648/2012 (Ú. v. EÚ L 173, 12.6.2014).
6. Tkáčová, D., Belás, J., Horvátová, E., Chovancová, B., Malacká, V. (2017). *Finančné trhy a bankovníctvo.* Praha : Wolters Kluwer, 310 s. ISBN 978-80-7552-528-4.
7. Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov (marec 2017). Európska centrálna banka, 2017.

Zákon o finančnej kontrole a audite je v súlade so zákonom o štatutárnom audite?

Does the Financial Audit and Audit Act comply with the Statutory Audit Act?

Ladislav Kareš[1], Veronika Kňažková[2]

Abstrakt
V našom článku sa pokúsime dať kladnú, alebo zápornú odpoveď na otázku, ktorú sme si definovali v názve článku – a to či je zákon o finančnej kontrole a audite ako záväzná slovenská právna norma v súlade so zákonom o štatutárnom audite, ktorý je záväzným predpisom pre štatutárnych audítorov na Slovensku. Pokúsime sa poukázať na pravdepodobný nesúlad týchto dvoch právnych noriem v niektorých oblastiach - z pohľadu audítorskej profesie ako takej.

Kľúčové slová
zákon o štatutárnom audite, zákon o finančnej kontrole a audite,

Abstract
In our article, we will try to give a positive or negative answer to the question that we have defined in the title of the article - whether the Financial Control and Audit Actis a binding Slovak legal standard in accordance with the Act on Statutory Audit, which is a binding regulation for statutory auditors in Slovakia. Let us try to point out the probablenon-compliance of these two legal norms in some areas - from the perspective of the audit profession as such.

Keywords
The Statutory Audit Act, the Financial Audit and Audit Act

JEL classification
JEL M4, JEL M42

1 Úvod

Účtovná závierka, ktorú každý subjekt zostavuje ku koncu účtovného obdobia, musí poskytnúť pravdivý a verný obraz o aktívach, pasívach, vlastnom imaní a v neposlednom rade o činnosti účtovnej jednotky (Šlosárová, 2014). Každá účtovná jednotka je hospodárskym subjektom, ktorý nesie zodpovednosť za vedenie účtovníctva a zostavenie účtovnej závierky v súlade zo zákonom č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov. V otázkach audítorskej profesie je účtovnou jednotkou aj audítorská spoločnosť (Juhászová, Užík, Tumpach, Kubaščíková, 2018).

Účtovníctvo je dôležitým zdrojom informácií nielen pre externých používateľov (Parajka, 2015), (Ondrušová, Máziková, 2016) ale aj pre interných používateľov z dôvodu prijímania relevantných informácií. V súčasnosti je veľmi často diskutovanou problematikou efektívnosť vykazovania informácií z účtovníctva. Pritom nejde len o vykazovanie finančných, ale aj

[1] doc. Ing. Ladislav Kareš, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, Bratislava, e-mail. – ladislav.kares@euba.sk

[2] Ing. Veronika Kňažková, PhD, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1, Bratislava, e-mail. – veronika.knazkova@euba.sk

nefinančných informácií, ktoré dotvárajú celkový obraz o účtovnej jednotke, ktorá zverejňuje výročnú správu, účtovnú závierku alebo iné správy(napríklad správu audítora). (Mokošová, 2016) K zvyšovaniu efektívnosti, účinnosti a predovšetkým kvality vykazovaných informácií môže prispieť audit regulovaný právnymi normami.

V decembri 2015 bol publikovaný v zbierke zákonov Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o štatutárnom audite“). (Maděra, 2015) V predmetnom roku bol taktiež prijatý Zákon č. 357/2015 Z. z. o finančnej kontrole a audite a o zmene a doplnení niektorých zákonov (ďalej len „ zákon o finančnej kontrole a audite“). Ako už zo samotných názvov zákonov vyplýva, predstavujú aktuálne platnú právnu legislatívu v oblasti auditu. Pri ich preštudovaní sme zistili, že nie sú vo vzájomnom súlade, a preto sa stali objektom nášho skúmania. Zákon o štatutárnom audite sa aplikuje pri overovaní účtovnej závierky podnikateľov, zatiaľ čo zákon o finančnej kontrole a audite pri overovaní verejných finančných prostriedkov vo verejnej správe.

Podľa nášho názoru, zákon o finančnej kontrole a audite absentuje a nerešpektuje zákon o štatutárnom audite, čo nie je prípustné. Už v §1 zákona o finančnej kontrole a audite sa uvádza, že sa ustanovenia predmetného zákona nevzťahujú na audit vykonávaný v súlade so zákonom o štatutárnom audite. Domnievame sa, že zákon o štatutárnom audite by mal predstavovať najvyššiu národnú legislatívu pre výkon auditu v každej sfére hospodárskej praxe.

Z vyššie uvedeného dôvodu sme si stanovili cieľ, ktorým je predmetné zákony skúmať, analyzovať a následne prezentovať významne skutočnosti zistené po vzájomnej komparácií predmetných zákonov.

2 Vymedzenie definície auditu v kontexte skúmaných zákonov

Zatiaľ čo zákon o štatutárnom audite „upravuje:[3]

a) podmienky na výkon štatutárneho auditu,
b) postavenie a činnosť štatutárnych audítorov, audítorských spoločností a asistentov štatutárneho audítora,
c) dohľad nad výkonom štatutárneho auditu,
d) pôsobnosť Slovenskej komory audítorov
e) pôsobnosť Úradu pre dohľad nad výkonom auditu“,

zákon o finančnej kontrole a audite „upravuje[4]:

- základné pravidlá,
- ciele,
- a spôsob vykonania finančnej kontroly a auditu.

Už z predmetu uvedených zákonov vyplýva určitý nesúlad, či už sa týka rozsahu ich pôsobnosti alebo uvádzanej terminológie.

Zákon o štatutárnom audite hovorí o výkone štatutárneho auditu, ktorý definuje v § 2 ako *„overovanie individuálnej účtovnej závierky alebo konsolidovanej účtovnej závierky a overovanie individuálnej výročnej správy alebo konsolidovanej výročnej správy podľa osobitného predpisu alebo na základe rozhodnutia účtovnej jednotky, ktorá nemá povinnosť overovania individuálnej účtovnej závierky alebo konsolidovanej účtovnej závierky a overovania individuálnej výročnej správy alebo konsolidovanej výročnej správy“*.

Pojem „štatutárny" znamená daný stanovami, zodpovedajúci stanovám - štatútu, pravidlám (Rejman, 1966)

[3]§ 1, ods. 1 zákona č. 423/2015Z. z. o štatutárnomaudite a o zmene a doplnenízákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znenineskoršíchpredpisov

[4]§ 1, ods. 1 zákona č. 357/2015o finančnejkontrole a audite a o zmene a doplneníniektorýchzákonov

Zákon o finančnej kontrole a audite abstrahuje od výkonu štatutárneho auditu. Predmetný zákon definuje v § 2 len pojem audit ako *„súhrn nezávislých, objektívnych, overovacích, hodnotiacich, uisťovacích a konzultačných činností zameraných na zdokonaľovanie riadiacich a kontrolných procesov so zohľadnením medzinárodne uznávaných audítorských štandardov“.*

Z uvedených definícií vyplýva ďalší nesúlad skúmaných zákonov. Zatiaľ čo zákon o štatutárnom audite hovorí o overovaní účtovnej závierky, zákon o finančnej kontrole a audite hovorí o súhrne činností uskutočňovaných za účelom zdokonaľovania a zefektívnenia finančného riadenia. V uvedených definíciách, však, vidíme určitú spojitosť, ktorou je dodržanie základného predpokladu výkonu audítorskej profesie, a tým je nezávislosť.

Pri podrobnejšom preštudovaní zákona o finančnej kontrole a audite sme zistili, že sa audit vykonáva ako vnútorný alebo vládny audit. Predmetný zákon tieto pojmy nedefinuje tak jednoznačne, ako zákon o štatutárnom audite. Viac menej sa zaoberá podmienkami ich výkonu. Preto navrhujeme aby sa tieto pojmy konkrétne zadefinovali, čím by sa určili hranice vo vymedzení týchto pojmov a zároveň navrhujeme, aby sa tieto definície doplnili do zákona o finančnej kontrole a audite, nakoľko ich súčasne prezentovanie je značne mätúce.

3 Východiskové aspekty štatutárneho, vnútorného a vládneho auditu

3.1 Ciele auditu a ich komparácia

Cieľom štatutárneho auditu je vyjadriť názor, či účtovná závierka poskytuje verný a pravdivý obraz o finančnej, výnosovej situácií a hospodárnosti účtovnej jednotky a či je účtovná závierka zostavená vo všetkých významných súvislostiach v súlade s platným rámcom finančného vykazovania. (Kareš, 2010)

Cieľom auditu v kontexte §10 zákona o finančnej kontrole a audite je plniť ciele, úlohy, zámery orgánov verejnej moci, prispievať k zvyšovaniu efektívnosti finančného riadenia, overiť systém riadenia rizík[5], hodnotiť hospodárnosť, efektívnosť, účinnosť a účelnosť hospodárenia s verejnými financiami vrátane zhodnotenia podmienok poskytovania a používania verejných financií, overovať a hodnotiť spoľahlivosť a preukázateľnosť vykonávania finančnej operácie alebo jej časti, hodnotiť spoľahlivosť finančného výkazníctva, bezpečnosť informačných systémov, overovať opatrenia prijaté na nápravu nedostatkov zistených auditom, odporúčať zlepšenie riadenia rizík a finančného riadenia na minimalizáciu rizík a pod.

Vymedzenie cieľov auditu v kontexte skúmaných zákonov sú diametrálne odlišné, nakoľko sa štatutárny audit zaoberá komplexným posúdením ekonomických informácií prezentovaných v účtovných závierkach, zatiaľ čo vnútorný, alebo vládny audit len posudzovaním verejných financií a súvisiacich zákonitostí. Z uvedeného vyplýva, že štatutárny audit zohľadňuje zámery podnikateľov a vládny alebo vnútorný audit zámery verejného sektora.

3.2 Subjekty vykonávajúce audit vrátane súvisiacich podmienok na výkon auditu

Štatutárny audit vykonáva štatutárny audítor, ktorý je definovaný v § 2, ods. 2 zákona o štatutárnom audite nasledovne: *„audítor je fyzická osoba, ktorá je zapísaná v zozname štatutárnych audítorov, ktorý vedie úrad a má oprávnenie na vykonávanie štatutárneho auditu“.* Spôsobilosť na výkon štatutárneho auditu sa preukazuje audítorskou skúškou, ktorou sa overuje odborná úroveň teoretických vedomostí a ich aplikácia v praxi.

Vnútorný audit vykonáva vnútorný audítor, vládny audit vládny audítor. Definovanie týchto pojmov v kontexte zákona o finančnej kontrole a audite je podľa nášho názoru značne komplikované. Predmetný zákon v § 12 ods. 1 uvádza, že audítorom môže byť *„zamestnanec*

[5]Súčasťou je aj identifikovanie a hodnotenie rizík súvisiacich s finančným riadením.

správcu kapitoly štátneho rozpočtu, zamestnanec auditujúceho orgánu alebo zamestnanec inej právnickej jednotky" ak spĺňa podmienky uvedené v tabuľke 1.
Pri výkone štatutárneho, vnútorného alebo vládneho auditu je nevyhnutné dodržiavať „podmienky výkonu auditu", ktoré prezentujeme v tabuľke č. 1.

Tabuľka č. 1 Podmienky na výkon profesie audítora v kontexte zákona o štatutárnom audite a zákona o finančnej kontrole a audite

Zákon o štatutárnom audite §3	Zákon o finančnej kontrole a audite §12
Spôsobilosť štatutárneho audítora na právne úkony	Spôsobilosť vnútorného alebo vládneho audítora na právne úkony
Dobrá povesť štatutárneho audítora	Bezúhonnosť
Ukončené vysokoškolské vzdelanie druhého stupňa	Vysokoškolské vzdelanie druhého stupňa
Najmenej päť rokov odbornej praxe v účtovníctve	Odborná spôsobilosť
Účasť na sústavnom vzdelávaní	Najmenej dva roky odbornej praxe v oblasti finančnej kontroly a auditu
Zloženie audítorskej skúšky	

Zdroj: vlastné spracovanie

Z tabuľky 1 možno vidieť spoločné, ale aj rozdielne podmienky výkonu auditu v kontexte zákona o štatutárnom audite a zákona o finančnej kontrole a audite. Značným paradoxom je, že pri výkone štatutárneho auditu je nevyhnutnou podmienkou úspešné zloženie audítorskej skúšky. Avšak, zákon o finančnej kontrole a audite takúto podmienku nemá zakomponovanú do textu zákona, v dôsledku čoho si myslíme, že práve zákon o štatutárnom audite by mal byť východiskovou právnou normou aj pri overovaní verejných financií vo verejnom sektore.

Nami skúmané zákony kladú dôraz na sústavné vzdelávanie v predmetnej oblasti. Štatutárny audítor je povinný absolvovať najmenej 20 hodín ročne počas trojročného vzdelávacieho cyklu. Sústavné vzdelávanie zabezpečuje Slovenská komora audítorov, Vnútorný audítor a vládny audítor sú povinní absolvovať najmenej 20 hodín odborného vzdelávania za podmienky:
a) ak bol audítor zvolený v prvom polroku, absolvuje najmenej 10 hodín odborného vzdelávania v príslušnom kalendárnom roku,
b) ak bol audítor zvolený v druhom polroku, absolvuje najmenej 20 hodín odborného vzdelávania až v nasledujúcom kalendárnom roku.

Okrem iného majú spoločnú požiadavku mlčanlivosti o všetkých zistených skutočnostiach zistených počas vykonania auditu.

4 Vnútorný a vládny audit

4.1 Základné aspekty v oblasti vnútorného a vládneho auditu

V zmysle zákona o finančnej kontrole a audite je audit vykonávaný ako vnútorný audit alebo vládny. Výkon vnútorného auditu realizujú minimálne dvaja zamestnanci kapitoly štátneho rozpočtu z poverenia správcu kapitoly štátneho rozpočtu. Vnútorný audit je podriadený štatutárnemu orgánu správcu kapitoly štátneho rozpočtu, funkčne a organizačne oddelený a nezávislý od iných útvarov správcu kapitoly štátneho rozpočtu a od výkonu finančnej kontroly. Štatutárny orgán správcu kapitoly štátneho rozpočtu nesie zodpovednosť za efektívnosť a účinnosť využívania výsledkov vnútorného auditu za účelom skvalitňovania finančného riadenia. Vnútorný audit vykonáva vnútorný audítor správcu kapitoly štátneho

rozpočtu a zamestnanec správcu kapitoly štátneho rozpočtu len pod vedením vnútorného audítora v súlade so strednodobým, ročným plánom vnútorného auditu a programom vnútorného auditu.

Vládny audit sa vykonáva pre neziskové organizácie ako napríklad vládne organizácie, miestne orgány, školské správy a pod. s cieľom zistiť, či uvedené inštitúcie prekladajú účtovné závierky v súlade s platným rámcom finančného vykazovania a či konajú v súlade s platnými zákonmi a smernicami. Vládne organizácie podliehajú mnohým zákonom a smerniciam, ktorých porušenie môže mať priamy a významný vplyv na účtovné závierky. Audítor by mohol dospieť k názoru, že predmetné účtovné závierky obsahujú významné nesprávnosti a chyby. Preto musí audítor poznať zákony a smernice a zároveň posúdiť mieru ich vplyvu na účtovné závierky vládnych organizácií a na úroveň možného rizika.

Vládny audit vykonáva auditujúci orgán alebo iná právnická osoba, pričom vládny audit je oprávnený vykonávať vládny audítor, zamestnanci auditujúceho orgánu alebo zamestnanci inej právnickej osoby len pod vedením vládneho audítora a na základe písomného poverenia na vykonanie vládneho auditu vydaného štatutárnym orgánom auditujúceho orgánu alebo inej právnickej osoby.

Vykonanie vládneho auditu sa realizuje v:

- v orgánoch verejnej správy (napr. Najvyšší kontrolný úrad Slovenskej republiky, Slovenská informačná služba a pod.),
- obci, vyššom územnom celku, nimi založených právnických osobách (overovanie verejných financií tvoriacich príjmy rozpočtu obce a vyššieho územného celku),
- právnickej osobe, ku ktorej orgán verejnej správy vykonáva funkciu zakladateľa, zriaďovateľa alebo v ktorej orgán verejnej správy vykonáva akcionárske práva alebo práva vyplývajúce z majetkových podielov,
- osobe, ktorej alebo prostredníctvom ktorej sú poskytované verejné financie.

4.2 Východiskové pravidlá vykonania auditu v zmysle zákona o finančnej kontrole a audite

Pri vymedzení základných pravidiel výkonu auditu v súlade so zákonom o finančnej kontrole a audite sa často skloňuje pojem „oprávnená osoba a povinná osoba orgánu verejnej moci.

V § 2 predmetného zákona sa definuje:

a) *„orgánom verejnej moci subjekt verejnej správy podľa osobitného predpisu*[6] *a právnická osoba, prostredníctvom ktorej sa poskytujú verejné financie,*
b) *oprávnenou osobou správca kapitoly štátneho rozpočtu podľa osobitného zákona*[7] *ak vykoná vnútorný audit alebo Ministerstvo financií Slovenskej republiky, Úrad vládneho auditu alebo iná právnická osoba vykonávajúca vládny audit,*
c) *povinnou osobou orgán verejnej správy, jeho vnútorný organizačnú útvar a osoba, ak sa u nich vykonáva vnútorný alebo vládny audit".*

Pri výkone auditu je nevyhnutné v súlade s § 20 až 27 zákona o finančnej kontrole a audite dodržiavať nasledujúce pravidlá auditu:

- Oprávnená osoba je povinná:

[6]Napr. Zákon č. 523/2004 Z. z o rozpočtových pravidlách verejnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

[7]Zákon č. 523/2004 Z. z o rozpočtových pravidlách verejnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

a) vyžadovať a odoberať doklady alebo iné podklady potrebné na výkon auditu od povinnej osoby alebo od osoby, ktorá je vo vzťahu k finančnej operácii alebo jej časti dodávateľom výkonov, tovarov, prác alebo služieb, alebo akejkoľvek inej osoby, ktorá má informácie nutné k vykonaniu finančnej kontroly a auditu,
b) vyžadovať od povinnej osoby alebo od tretej osoby súčinnosť oprávnení v kontexte zákona o finančnej kontrole a audite,
c) vyžadovať od povinnej osoby vypracovanie resp. prepracovanie prijatých opatrení na zistenie príčin a následnú nápravu nedostatkov, ak sa možno domnievať, že prijaté opatrenia sú účinné.

- Oprávnená osoba je pri vykonávaní finančnej kontroly a auditu oprávnená vstupovať do objektu, zariadenia, prevádzky, dopravného prostriedku, na pozemok povinnej osoby alebo tretej osoby alebo vstupovať do obydlia, ak sa používa aj na podnikanie alebo na vykonávanie inej hospodárskej činnosti.
- Oprávnená osoba pri vykonávaní auditu je povinná:

a) potvrdiť povinnej osobe alebo tretej osobe odobratie podkladov8 súvisiacich s auditom a zabezpečiť ich riadnu ochranu pred stratou, zničením, poškodením a zneužitím,
b) oboznámiť povinnú osobu s návrhom čiastkovej správy o zistených nedostatkoch a vyžiadať od povinnej osoby v určenej lehote písomné námietky k zisteným nedostatkom, navrhnutým odporúčaniam alebo opatrení prijatých na nápravu zistených nedostatkov a na odstránenie príčin ich vzniku,
c) preveriť opodstatnenosť námietok k zisteným nedostatkom, navrhnutým odporúčaniam alebo k opatreniam a opatrení prijatých na nápravu zistených nedostatkov a na odstránenie príčin ich vzniku.
d) zaslať čiastkovú správu alebo správu povinnej osobe,
e) oznámiť podozrenie zo spáchania trestného činu, priestupku alebo zo spáchania iného správneho deliktu orgánom príslušným podľa trestného poriadku.

- Povinná osoba je pri vykonávaní auditu oprávnená vyžadovať od oprávnenej osoby alebo od prizvanej osoby potvrdenie o odobratí poskytnutých podkladov súvisiacich s auditom, podať v lehote určenej oprávnenou osobou písomné námietky k zisteným nedostatkom, navrhnutým odporúčaniam alebo opatreniam a k lehote na predloženie písomného zoznamu splnených opatrení prijatých na nápravu zistených nedostatkov a na odstránenie príčin ich vzniku uvedeným v návrhu čiastkovej správy alebo v návrhu správy[9], vyžadovať od oprávnenej osoby zaslanie čiastkovej správy alebo správy, povinná osoba je pri vykonávaní auditu oprávnená okrem iného, vyžadovať od oprávnenej osoby alebo od prizvanej osoby preukázanie sa písomným poverením na vykonanie auditu.

[8]Ako príklad možno uviesť písomností, záznamov, dát na pamäťových médiách prostriedkov výpočtovej techniky, ich výpisov, výstupov, vyjadrení, informácií, dokumentov a pod.

[9]Poznámka: ak povinná osoba k zisteným nedostatkom, navrhnutým odporúčaniam alebo k opatreniam a k lehote na predloženie písomného zoznamu splnených opatrení prijatých na nápravu zistených nedostatkov a na odstránenie príčin ich vzniku uvedeným v návrhu čiastkovej správy alebo v návrhu správy neuplatní námietky v určenej lehote, považujú sa zistené nedostatky a navrhnuté odporúčania alebo opatrenia a lehota na predloženie písomného zoznamu splnených opatrení prijatých na nápravu zistených nedostatkov a na odstránenie príčin ich vzniku za akceptované.

4.3 *Forma prezentácie zistení a výsledkov auditu*

O zistených nedostatkoch počas auditu vykonaného vo verejnej správe sa vypracuje návrh čiastkovej správy alebo návrh správy a následne správa alebo čiastková správa[10]. Návrh správy a návrh čiastkovej správy obsahuje nasledujúce náležitosti:

Tabuľka č. 2 Prvky správy a čiastkovej správy

Označenie oprávnenej osoby
Mená, priezviska, podpisy zamestnancov oprávnenej osoby, ktorí sa podieľali na vykonaní finančnej kontroly a auditu
Označenie povinnej osoby
Cieľ finančnej kontroly a auditu
Opis zistených nedostatkov
Zoznam skutočností preukazujúcich zistené nedostatky
Dátum vyhotovenia návrhu čiastkovej správy
Lehotu na podanie pripomienok k zisteným nedostatkom, navrhnutým odporúčaniam na ich nápravu a na odstránenie príčin ich vzniku
Lehotu na podanie zoznamu opatrení splnených za účelom nápravy zistených nedostatkov

Zdroj: vlastné spracovanie

Náležitosti správy a čiastkovej správy sú rovnaké, ako v prípade návrhu čiastkovej správy a návrhu správy doplnené o dátum jej vyhovenia. Avšak, ak sa zistia nedostatky je nevyhnutné doplniť dátum doručenia návrhu čiastkovej správy, informácie o tom, či oprávnená osoba poskytla námietky k zisteným nedostatkom, opis zistených nedostatkov, zoznam všetkých zistených nedostatkov, lehotu na predloženie zoznamu opatrení navrhnutých, prijatých a realizovaných s cieľom odstrániť nedostatky a príčiny ich vzniku.

Podľa nášho názoru návrh čiastkovej správy a návrh správy a čiastková správa a správa sú z hľadiska rozsahu obšírne, čo umožňuje ich používateľom porozumieť komplexnému procesu overovania verejných financií a upriamiť pozornosť na potenciálne nedostatky vyskytujúce sa v dôsledku získavania a následného používania verejných prostriedkov.

V podmienkach štatutárneho auditu je zákonom o štatutárnom audite vymedzený obsah správy audítora, prostredníctvom ktorej štatutárny audítor prezentuje závery auditu, ku ktorým dospel na základe získaných audítorských dôkazov.

Podľa § 27 zákona o štatutárnom audite musí správa audítora obsahovať nasledujúce prvky:

[10]Poznámka: Bližšia konkretizácia použitia návrhu alebo správy je v zákone o finančnej kontrole uvedená len pre finančnú kontrolu, od ktorej sme pre účely nášho príspevku abstrahovali.

Tabuľka č. 3 Prvky správy štatutárneho audítora

Úvod s vymedzením účtovnej závierky, ktorá bolo predmetom auditu vrátane uvedenia názvu účtovnej jednotky a dňa, ku ktorému sa účtovná závierka zostavuje a obdobia, za ktoré sa účtovná závierka zostavuje,
Vymedzenie rozsahu auditu
Názor štatutárneho audítora či účtovná závierka poskytuje verný a pravdivý obraz finančnej situácie a výsledku hospodárenia
Uvedenie skutočností, ktoré audítor zdôraznil bez vplyvu na vydanie podmieneného názoru
Vyjadrenie k zisteným neistotám, ktoré sú významné
Informáciu o domovskom členskom štáte audítorskej spoločnosti, ak štatutárny audítor vykonáva štatutárny audit v mene audítorskej spoločnosti zapísanej v zozname audítorských spoločností, ktorý vedie príslušný orgán v inom členskom štáte

Zdroj: vlastné spracovanie

Správa štatutárneho audítora sa neustále novelizuje a rozširuje a upravuje o nové prvky za účelom zníženia entropie jej používateľov s cieľom zvýšiť jej vypovedaciu schopnosť a prispieť k transparentnosti prezentácie výsledkov štatutárneho auditu na medzinárodnej úrovni.

5 Záver

Na záver nášho článku by sme chceli v súlade s predloženými premisami uvedenými v predchádzajúcom texte vyjadriť svoje stanovisko a naše závery, ktoré možno chápať ako návrh, alebo neskromne ako návod pre orgány, ktoré majú v kompetencii oblasť legislatívy po a – buď zosúladiť predmetné zákony (Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov a zákon č. 357/2015 Z. z. o finančnej kontrole a audite a o zmene a doplnení niektorých zákonov) v oblasti terminológie auditu, v oblasti predmetu vykonávania samotného auditu, ako aj zhodu v osobe vykonávajúcej audit. Podľa nášho názoru v tomto zjednotení uvedených skutočností musí jednoznačne dominovať zákon o štatutárnom audite a jeho ustanovenia.
b – ako druhú možnosť alebo alternatívu k bodu a vidíme v úprave názvu zákona o finančnej kontrole a audite, kde v názve zákona ako aj v texte celého zákona navrhujeme odstrániť slovo audit a nahradiť ho adekvátnym termínom pre vykonávané činnosti a postupy podľa tohto zákona. Podľa nášho názory tieto činnosti a postupy nie sú audítorskými postupmi, tak ako ich chápe a pozná celá audítorská obec.

Samozrejme na záver musíme dodať, že ide čisto o náš názor a sme úprimne zvedaví na reakciu kompetentných osôb, respektíve orgánov, ako aj na reakciu odbornej (audítorskej) verejnosti.

Literatúra

1. Juhaszová, Z., Užik, J., Tumpach, M., Kubasčíková, Z. (2018). *What is price of audit?* Conference: International Scientific Conference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP 13-15, 2016 Sponsor(s): UnivEcon Prague; UnivEcon Bratislava UCETNICTVI A AUDITING V PROCESU SVETOVE HARMONIZACE, Published: 2016
2. Kareš, L. (2010). *Audítorstvo I.* 1. vyd. Bratislava: Iura Edition
3. Maděra, F. (2016) *Slovak act on statutory audit: Reflection on terminology*. Conference: International Scientific Conference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP

13-15, 2016 Sponsor(s): UnivEconPrague; UnivEcon Bratislava UCETNICTVI A AUDITING V PROCESU SVETOVE HARMONIZACE, Published: 2016

4. Mokošová, D. (2016). *Effectiveness of international reporting.* Conference: International ScientificConference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP 13-15, 2016 Sponsor(s): UnivEcon Prague; UnivEcon Bratislava UCETNICTVI A AUDITING V PROCESU SVETOVE HARMONIZACE, Published: 2016
5. Ondrušová, L., Máziková, K. (2016). *The revaluation at fair value in merger.* Conference: International Scientific Conference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP 13-15, Published: 2016
6. Parajka, B. (2015). Are informationneeds of financial entities served by financial statements in the Slovak Republic. In Financial management of firms and financial institutions. International scientific conference. Financial management of firms and financial institutions : proceedings : 10th international scientific conference : 7th - 8th september 2015, Ostrava, Czech Republic [elektronický zdroj]. - Ostrava : VŠB - Technical university of Ostrava. s. 950-957
7. Rejman, L. (1966). Slovník cudzích slov. Praha : SPN, 1966, 589 s.
8. Šlosárová, A. (2014). Analýza účtovnej závierky. 1. vyd. Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM.
9. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov
10. Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite v znení neskorších predpisov
11. Zákon č. 357/2015 Z. z. o finančnej kontrole a audite

Finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu v účtovnej závierke na všeobecné použitie vo verejnom sektore

Financial Reporting on Budget Information in the General Purpose Financial Statements by Public Sector

Marianna Kicová[1]

Abstrakt
Finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu patrí k špecifickým problémom vykazovania v účtovnej závierke na všeobecné použitie vo verejnom sektore. Príspevok sa zaoberá požiadavkami na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu pre subjekty verejného sektora, od ktorých sa vyžaduje alebo ktoré sa rozhodnú vykazovať informácie o svojom schválenom rozpočte. Subjekty verejného sektora tiež zverejňujú v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie vysvetlenie dôvodov významných rozdielov medzi rozpočtom a skutočnosťou. Finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu vo verejnom sektore zvyšuje transparentnosť účtovnej závierky na všeobecné použitie a tieto informácie sú užitočné za účelom prevzatia zodpovednosti a prijímania rozhodnutí.

Kľúčové slová
verejný sektor, rozpočet, finančné vykazovanie, účtovná závierka na všeobecné použitie

Abstract
Financial reporting on budget information belongs to the specific problems of reporting on general purpose financial statements by the public sector. The paper deals with requirements for the financial reporting on budget information of public sector entities that are required to, or elect to, make publicly available their approved budget. Public sector entities also disclosure in the notes to the general purpose financial statements of an explanation of the reasons for material differences between the budget and actual amounts. The financial reporting on budget information by public sector entities is useful to enhance the transparency of general purpose financial statements and provide transparent information that is useful for accountability and decision-making purposes.

Key words
Public Sector, Budget, Financial Reporting, General Purpose Financial Statements

JEL classification
M40, M41, H83

1 Úvod

Súčasný vývoj ekonomiky vo svete, vrátane európskych krajín, charakterizuje proces medzinárodnej globálnej integrácie. V procese medzinárodnej harmonizácie má osobitné miesto aj finančné vykazovanie informácií v rámci verejného sektora v súlade s medzinárodnými účtovnými štandardmi pre verejný sektor (International Public Sector Accounting Standards – IPSAS). Finančné vykazovanie a zverejňovanie informácií o rozpočte

[1] Ing. Marianna Kicová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, marianna.kicova@euba.sk.

verejného sektora v účtovnej závierke na všeobecné použitie predstavuje špecifickú problematiku subjektov verejného sektora. Účtovná závierka na všeobecné použitie je charakterizovaná ako taká účtovná závierka, ktorá je určená na uspokojenie špecifických informačných potrieb tých používateľov, ktorí nemôžu zo svojej pozície požadovať výkazy šité na mieru ich špecifickým informačných potrebám, napríklad členovia zákonodarného zboru, daňovníci, veritelia, dodávatelia, zamestnanci, médiá a podobne (Kicová, 2018).

V mnohých jurisdikciách zákonodarné alebo iné orgány vyžadujú od subjektov verejného sektora (vláda alebo jej špeciálne subjekty) vykazovať a zverejňovať schválený rozpočet, za ktorý preberajú zodpovednosť. Toto vykazovanie a zverejňovanie sa vyžaduje za účelom zabezpečenia prehľadnosti a transparentnosti činnosti vlády. Schválený rozpočet vyjadruje finančné parametre plánov vlády alebo iných subjektov na nasledujúce obdobie a vzhľadom k činnostiam financovaným z rozpočtu vlády znamená právomoc čerpať tieto prostriedky. Vykazovanie a zverejňovanie výsledkov plnenia rozpočtu podľa finančných plánov zvyšuje prehľadnosť účtovnej závierky na všeobecné použitie a je dôležitým prvkom pri prevzatí zodpovednosti u tých subjektov verejného sektora, od ktorých sa vyžaduje, aby svoj rozpočet vykazovali a zverejňovali alebo ktoré si to dobrovoľne zvolili. Zahrnutie porovnania rozpočtu so skutočnosťou do účtovnej zvierky na všeobecné použitie poskytuje používateľom informácie, ktoré im pomôžu vyhodnotiť, či boli prostriedky získané v súlade s očakávaním a či boli použité v súlade s rozpočtom schváleným zákonodarným alebo iným oprávneným orgánom.

Cieľom tohto príspevku je ucelene spracovať poznatky o požiadavkách na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v medzinárodnom kontexte, konkrétne charakteristiku pojmov súvisiacich s rozpočtom, vykazovanie a zverejňovanie porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu, odsúhlasenie skutočných údajov na porovnateľnej základni a skutočných údajov v účtovnej závierke na všeobecné použitie a zverejňovanie informácií o rozpočtovej základni, rozpočtovej klasifikácii a rozpočtovom období v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie.

2 Metodológia

Zámerom príspevku je ucelene spracovať poznatky o požiadavkách na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v medzinárodnom kontexte. Tieto požiadavky sú upravené v príslušných medzinárodných účtovných štandardoch pre verejný sektor.

Pri vedeckom skúmaní danej problematiky je aplikovaná gnozeológia ako základná metóda skúmania. Ďalej sa používajú štandardné vedecké metódy skúmania, ako je selekcia, analýza a syntéza, ktoré predstavujú základný metodický prístup k spracovaniu skúmanej problematiky. Na základe použitia kombinácie daných vedeckých metód skúmania je vytvorená nová, vyššia úroveň vedomostí v skúmanej oblasti. Za účelom pochopenia a vysvetlenia základných požiadaviek na finančné vykazovanie a zverejňovanie informácií o rozpočte v účtovnej závierke na všeobecné použitie sa aplikujú induktívno-deduktívne a analyticko-syntetické vedecké metódy skúmania. Vedeckým prínosom skúmania danej problematiky je ucelený súbor poznatkov o požiadavkách na finančné vykazovanie informácií o rozpočte subjektov verejného sektora v medzinárodnom kontexte. V závere vyslovujeme názor, kde vyzdvihujeme dôležitosť finančného vykazovania informácií o plnení rozpočtu vo verejnom sektore, ktoré zvyšuje transparentnosť kontroly porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu subjektov verejného sektora a tým aj účtovnej závierky na všeobecné použitie a tieto informácie sú užitočné za účelom prevzatia zodpovednosti a prijímania rozhodnutí.

Problematika požiadaviek na finančné vykazovanie informácií o rozpočte subjektov verejného sektora je skúmaná z dôvodu jej aktuálnosti a dynamického vývoja. Informácie o skúmanej problematike sú čerpané z literárnych zdrojov (knihy, časopisy, zborníky z konferencií), ako aj z poznatkov z našej vedecko-výskumnej činnosti. Pracovali sme s aktuálnou literatúrou publikovanou v roku 2018, ktorá je v anglickom jazyku. Použité literárne zdroje sú uvedené v zozname literatúry. Skúmanou problematikou sa zaoberajú najmä ustanovenia príslušných štandardov IPSAS uvedené v Príručke medzinárodných účtovných vyhlásení pre verejný sektor, ktorá bola zverejnená v roku 2018 na internetovej stránke IFAC a rozdelená do dvoch zväzkov (IFAC, 2018a) a (IFAC, 2018b). Využili sme aj poznatky z našej vedecko-výskumnej činnosti uvedené v monografii týkajúcej sa medzinárodnej harmonizácie finančného vykazovania vo verejnom sektore (Kršeková, 2011), ako aj články vo vedeckých časopisoch a zborníkoch z konferencií (Kicová, 2018), (Kordošová, 2016), (Ondrušová, 2016) a (Pakšiová, 2016). Získané poznatky tvoria základ pre spracovanie príspevku a vyvodenie záverov.

3 Výsledky a diskusia

Väčšina subjektov verejného sektora vykazuje svoj schválený rozpočet a rozpočtované položky vo výkazoch účtovnej závierky na všeobecné použitie a zverejňuje doplňujúce informácie o rozpočte v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie, v správach a analýzach vedenia alebo v správach o čerpaní rozpočtu vydaných spoločne s účtovnou závierkou na všeobecné použitie a súčasne zverejňuje vysvetlenie dôvodov významných rozdielov medzi rozpočtom a skutočnosťou v prípade, keď pri porovnaní rozpočtu a skutočnosti subjekt verejného sektora zistí prekročenie rozpočtu.

Spôsob vykazovania a zverejňovania informácií o rozpočte je upravený samostatným štandardom IPSAS 24 – Prezentovanie informácií o rozpočte v účtovnej závierke (IPSAS 24 – Presentation of Budget Information in Financial Statements). Štandard IPSAS 24 podrobne špecifikuje požiadavky na vykazovanie a zverejňovanie informácií o rozpočte, vrátane výkazu porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu (Statement of Comparison of Budget and Actual Amounts) ako samostatnej súčasti účtovnej závierky na všeobecné použitie. Ostatné súčasti účtovnej závierky na všeobecné použitie sú špecifikované v štandarde IPSAS 1 – Prezentácia účtovnej závierky (IPSAS 1 – Presentation of Financial Statements). IPSAS 1 stanovuje, že cieľom účtovnej závierky na všeobecné použitie subjektov verejného sektora je poskytovať informácie o finančnej situácii, finančnej výnosnosti a peňažných tokoch a súčasne je možné poskytovať informácie o zhode účtovnej závierky na všeobecné použitie so schváleným rozpočtom. Cieľ účtovnej závierky riešia rovnakým spôsobom autori (Kordošová, 2016), (Ondrušová, 2016) a (Pakšiová, 2016). Ak subjekt verejného sektora zverejňuje svoj schválený rozpočet, porovnanie rozpočtu a jeho skutočného plnenia sa vykáže buď ako samostatný výkaz účtovnej závierky na všeobecné použitie alebo ako osobitný stĺpec s údajmi o rozpočte v ostatných výkazoch (Kršeková, 2011). Súčasti účtovnej závierky na všeobecné použitie subjektov verejného sektora zmysle štandardu IPSAS 1 sú v Tab. 1.

Tab. 1: Súčasti účtovnej závierky na všeobecné použitie subjektov verejného sektora

Súčasti účtovnej závierky na všeobecné použitie subjektov verejného sektora	**IPSAS 1 – Prezentácia účtovnej závierky (anglický ekvivalent)**
Výkaz o finančnej situácii	Statement of Financial Position
Výkaz o finančnej výnosnosti	Statement of Financial Performance
Výkaz zmien čistého majetku/vlastného imania	Statement of Changes in Net Assets/Equity
Výkaz peňažných tokov	Cash Flow Statement
Výkaz porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu	Statement of Comparison of Budget and Actual Amounts
Poznámky	Notes

Zdroj: vlastné spracovanie na základe (IFAC, 2018a)

Ak subjekt verejného sektora zverejňuje svoj schválený rozpočet, postupuje v súlade s ustanoveniami štandardu IPSAS 24. Štandard IPSAS 24 stanovuje vykazovanie a zverejňovanie informácií pre subjekty verejného sektora, ktoré preberajú zodpovednosť za dodržanie vopred stanoveného rozpočtu a postup v súlade s ním, bez ohľadu na to, či rozpočet a účtovná závierka na všeobecné použitie sú alebo nie sú zostavené na rovnakom princípe. Podľa ustanovení štandardu IPSAS 24 postupujú subjekty verejného sektora, ktoré zostavujú a prezentujú účtovnú závierku na všeobecné použitie na akruálnom princípe účtovníctva.

Pred vydaním štandardu IPSAS 24 štandard IPSAS 1 odporúčal, ale nevyžadoval v účtovnej závierke na všeobecné použitie porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočných údajov v prípade, ak bola účtovná závierka na všeobecné použitie a rozpočet zostavené na rovnakom princípe. Účtovná závierka na všeobecné použitie a rozpočet nemusia byť zostavené a zverejnené na rovnakom princípe a subjekt verejného sektora sa môže rozhodnúť vykázať a zverejniť porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočných údajov. IPSAS 1 neuvádza detailný návod o tom, aké informácie a akým spôsobom majú byť vykázané a zverejnené.

Ustanovenia štandardu IPSAS 24 používajú subjekty verejného sektora, ktoré zostavujú schválený rozpočet v súlade s príslušnou legislatívou alebo inými požiadavkami, ktoré sú predpísané subjektom verejného sektora alebo na dobrovoľnom základe za účelom zlepšenia prehľadnosti finančného vykazovania. V zmysle štandardu IPSAS 24 sa vyžaduje od týchto subjektov verejného sektora vykázať a zverejniť informácie o rozpočtovaných údajoch a skutočnom plnení rozpočtu v účtovnej závierke na všeobecné použitie alebo v iných výkazoch. Štandard nevyžaduje zverejniť schválený rozpočet a ani nevyžaduje, aby účtovná závierka na všeobecné použitie obsahovala informácie alebo porovnanie so schváleným rozpočtom, ktorý nebol zverejnený. Schválené rozpočty sú zostavené za všetky činnosti, ktoré sú kontrolované subjektom verejného sektora. Subjekty verejného sektora môžu zverejniť schválené rozpočty aj za určité činnosti, skupinu činností alebo za subjekty zahrnuté v účtovnej závierke na všeobecné použitie vlády alebo iného subjektu verejného sektora. Schválený rozpočet odráža očakávané príjmy, ktoré vzniknú v ročnom alebo viacročnom rozpočtovom období a sú založené na očakávaných ekonomických podmienkach počas rozpočtového obdobia a tiež odráža očakávané výdavky schválené príslušným zákonodarným orgánom. Schválený rozpočet

neobsahuje budúce odhady alebo návrhy založené na predpokladaných budúcich udalostiach alebo možných činnostiach vedenia, o ktorých nie je možné predpokladať, že nastanú.

Charakteristika pojmov vzťahujúcich sa k rozpočtu v zmysle IPSAS 24 je v Tab. 2.

Tab. 2: Základná charakteristika pojmov vzťahujúcich sa k rozpočtu

Pojmy vzťahujúce sa k rozpočtu	Charakteristika
Základňa účtovníctva (Accounting Basis)	účtovníctvo zostavené na akruálnom princípe alebo na hotovostnom princípe podľa medzinárodných účtovných štandardov pre verejný sektor
Ročný rozpočet (Annual Budget)	schválený ročný rozpočet, ktorý neobsahuje budúce odhady alebo návrhy za iné obdobie ako je rozpočtové obdobie
Povolenie (Appropriation)	oprávnenie udelené príslušným orgánom rozdeľovať prostriedky za účelom špecifikovaným zákonodarným zborom
Schválený rozpočet (Approved Budget)	výdavky upravené zákonom, vládnymi nariadeniami alebo inými rozhodnutiami vzťahujúce sa k očakávaným príjmom za rozpočtové obdobie
Rozpočtová základňa (Budgetary Basis)	akruálny, hotovostný alebo iný princíp účtovníctva prijatý v rozpočte, ktorý je schválený príslušným zákonodarným orgánom
Porovnateľná základňa (Comparable Basis)	skutočné údaje sú prezentované na rovnakom princípe účtovníctva pre tie isté subjekty a to isté obdobie ako schválený rozpočet
Konečný rozpočet (Final Budget)	pôvodný rozpočet upravený o rozpustené rezervy, prenesené sumy, transfery, pridelené sumy a ostatné zmeny vzťahujúce sa k rozpočtovému obdobiu
Viacročný rozpočet (Multi-year Budget)	schválený rozpočet na viac ako jeden rok, ktorý neobsahuje budúce odhady alebo návrhy za iné obdobie ako je rozpočtové obdobie
Pôvodný rozpočet (Original Budget)	prvotný schválený rozpočet za rozpočtové obdobie

Zdroj: vlastné spracovanie na základe (IFAC, 2018a)

V zmysle štandardu IPSAS 24 účtovná závierka na všeobecné použitie subjektov verejného sektora, ktoré zostavujú a zverejňujú schválený rozpočet, obsahuje:

- porovnanie skutočných údajov s údajmi uvedenými v pôvodnom a konečnom rozpočte, pri porovnaní sa musí použiť rovnaký princíp účtovníctva ako pri zostavení rozpočtu v prípade, keď je pre zostavenie účtovnej závierky na všeobecné použitie prijatý odlišný princíp,

- vysvetlenie dôvodov významných rozdielov medzi rozpočtovanými údajmi a skutočným plnením rozpočtu, ak toto vysvetlenie už nie je zahrnuté v ostatných verejných dokumentoch vydávaných v súvislosti s účtovnou závierkou na všeobecné použitie,
- odsúhlasenie skutočných údajov z plnenia rozpočtu so skutočnými údajmi prezentovanými v účtovnej závierke na všeobecné použitie v prípade, ak subjekt verejného sektora používa rozdielny princíp pre zostavenie účtovnej závierky na všeobecné použitie a rozpočtu.

Subjekt verejného sektora prezentuje porovnanie zverejnených rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu takto:

- ako samostatný oddelený výkaz účtovnej závierky na všeobecné použitie alebo
- ako osobitný stĺpec v účtovnej závierke na všeobecné použitie v súlade s medzinárodnými účtovnými štandardmi pre verejný sektor (IPSAS, 2018a).

Porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu subjekt verejného sektora prezentuje oddelene ako porovnanie údajov uvedených v pôvodnom a konečnom rozpočte, skutočných údajov na porovnateľnom základe a vysvetlenie dôvodov významných rozdielov medzi rozpočtovanými a skutočnými údajmi uvedené v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie, ak toto vysvetlenie nie je zahrnuté v iných verejných dokumentoch a správach vydaných v súvislosti s účtovnou závierkou na všeobecné použitie. V tomto prípade musia byť v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie zverejnené dokumenty a správy, ktoré obsahujú uvedené vysvetlenia. Vysvetlenie významných rozdielov medzi skutočným plnením rozpočtu a rozpočtovanými údajmi pomáha používateľom informácií z účtovnej závierky na všeobecné použitie pochopiť dôvody významných odchýlok od schváleného rozpočtu. Prezentácia porovnania údajov uvedených v pôvodnom a konečnom rozpočte a skutočných údajov na porovnateľnom základe v súlade so zverejneným rozpočtom v účtovnej závierke na všeobecné použitie umožňuje používateľom informácií z účtovnej závierky na všeobecné použitie určiť, či boli zdroje získané a použité v súlade so schváleným rozpočtom.

Porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu v účtovnej závierke na všeobecné použitie sa vykazuje ako osobitný stĺpec iba v prípade, ak sú účtovná závierka na všeobecné použitie a rozpočet zostavené na porovnateľnom základe (rovnaký princíp účtovníctva, rovnaký subjekt, rovnaké vykazované obdobie a rovnaká klasifikácia) alebo alternatívne porovnanie v samostatnom výkaze porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu, ktorý sa zahrnie ako súčasť účtovnej závierky na všeobecné použitie podľa IPSAS 1. Osobitné stĺpce identifikujú pôvodný a konečný rozpočet, ako aj rozdiely medzi rozpočtom a skutočnosťou.

V prípade, ak rozpočet a účtovná závierka na všeobecné použitie nie sú zostavené na porovnateľnom základe (odlišná rozpočtová základňa a základňa účtovníctva), porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu sa môže uskutočniť iba v samostatnom výkaze porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu. Aby používatelia informácií z účtovnej závierky na všeobecné použitie chybne neinterpretovali tieto informácie zostavované na rozdielnej základni, malo by byť z účtovnej závierky na všeobecné použitie zrejmé, že rozpočtová základňa a základňa účtovníctva sú odlišné a výkaz porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu je zostavený na rozpočtovej základni.

Každé porovnanie rozpočtovaných údajov a skutočných údajov sa uskutočňuje na porovnateľnom základe k rozpočtu. Porovnanie rozpočtu a skutočnosti sa uskutočňuje na rovnakej základni účtovníctva (akruálna, peňažná alebo iná) a rovnakej klasifikácii, pre rovnaké subjekty a rovnaké obdobie ako schválený rozpočet. Týmto sa zabezpečí, že vykázanie a zverejnenie porovnania rozpočtovaných údajov a skutočných údajov v účtovnej závierke na všeobecné použitie v súlade s rozpočtom je na rovnakej základni ako samotný rozpočet.

V niektorých prípadoch sa môže porovnanie rozpočtu a skutočnosti uskutočniť na odlišnej základni účtovníctva, pre odlišnú skupinu činností a v odlišnom formáte predkladania a klasifikácie ako je tá, ktorá bola prijatá pre účtovnú závierku na všeobecné použitie. Vláda môže zostaviť účtovnú závierku na všeobecné použitie na akruálnom princípe a schválený rozpočet je zostavený na peňažnom princípe. Formát a klasifikácia používaná pri predložení schváleného rozpočtu môžu byť odlišné od formátu a triedenia používaného v účtovnej závierke na všeobecné použitie. Schválený rozpočet môže triediť položky na rovnakej základni ako účtovná závierka na všeobecné použitie, napríklad podľa ekonomickej podstaty (spotreba materiálu, náhrady zamestnancov) alebo účelu (vzdelávanie, zdravotníctvo), alebo na odlišnej základni ako účtovná závierka na všeobecné použitie, napríklad podľa špeciálnych programov a zložiek programov (počet ukončených doktorandov na vysokej škole, počet uskutočnených operácií v nemocnici). V tomto prípade účtovný systém zaznamená a vykáže relevantné informácie tak, aby bolo možné uskutočniť porovnanie rozpočtu a skutočnosti.

Skutočné údaje prezentované na porovnateľnej základni k rozpočtu budú v prípade, keď účtovná závierka na všeobecné použitie a rozpočet nie sú zostavené na porovnateľnej základni, odsúhlasené s nasledujúcimi skutočnými údajmi vykázanými a zverejnenými v účtovnej závierke na všeobecné použitie:

- s celkovými výnosmi, celkovými nákladmi a čistými peňažnými tokmi z prevádzkovej, investičnej a finančnej činnosti, ak je rozpočet zostavený na akruálnom princípe, alebo
- s čistými peňažnými tokmi z prevádzkovej, investičnej a finančnej činnosti, ak je rozpočet zostavený na inom ako akruálnom princípe (IPSAS, 2018a).

Pri každom údaji sa určia rozdiely v základni (ak je rozpočet zostavený na inej základni ako účtovná závierka na všeobecné použitie), v období (ak sa rozpočtové obdobie líši od účtovného obdobia uvedeného v účtovnej závierke na všeobecné použitie) a vo vymedzení subjektu (ak rozpočet neobsahuje programy alebo subjekty, ktoré sú súčasťou subjektu zostavujúceho účtovnú závierku na všeobecné použitie). Odsúhlasenie sa vykazuje priamo vo výkaze porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu alebo zverejňuje v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie. Toto odsúhlasenie umožňuje subjektu verejného sektora určiť hlavné zdroje rozdielov medzi skutočnými údajmi na rozpočtovej základni a údajmi vykázanými a zverejnenými v účtovnej závierke na všeobecné použitie. Odsúhlasenie sa nevyžaduje v prípade, keď účtovná závierka na všeobecné použitie a rozpočet sú zostavené na porovnateľnej základni (rozpočet je zostavený na rovnakej základni, zahŕňa rovnaké subjekty a používa rovnaký formát prezentovania účtovnej závierky na všeobecné použitie) a subjekt verejného sektora určí len rozdiely medzi skutočnými údajmi z plnenia rozpočtu a ekvivalentnými údajmi v účtovnej závierke na všeobecné použitie.

Subjekt verejného sektora zverejňuje v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie tieto informácie:

- vysvetlenie dôvodov vzniku rozdielov medzi pôvodným a konečným rozpočtom, vrátane toho, či tieto rozdiely vznikli z presunov v rámci rozpočtu alebo v dôsledku iných faktorov, ako sú politické zmeny, prírodné katastrofy alebo iné neočakávané udalosti,
- rozpočtovú základňu a klasifikáciu prijatú pri zostavení schváleného rozpočtu za účelom vysvetlenia vzťahom medzi rozpočtom a skutočnými informáciami vykázanými a zverejnenými v účtovnej závierke na všeobecné použitie,
- obdobie, na ktoré sa schválený rozpočet zostavuje a
- subjekty zahrnuté v schválenom rozpočte za účelom určenia rozsahu, v ktorom sú činnosti subjektu predmetom schváleného rozpočtu a ako sa rozpočtový subjekt líši od subjektu vykázaného v účtovnej závierke na všeobecné použitie (IPSAS, 2018a).

Tieto zverejnenia môžu byť okrem poznámok k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie uvedené v rámci správy vydanej pred, v rovnakom období alebo spoločne s účtovnou

závierkou na všeobecné použitie. V zmysle štandardu IPSAS 24 sa nevyžaduje zverejňovanie porovnateľných informácií z predchádzajúceho obdobia.

4 Záver

Rozpočet predstavuje dôležitý nástroj pre finančné riadenie a kontrolu subjektov verejného sektora. Subjekty verejného sektora zverejňujú svoj schválený rozpočet, ktorý nemusí byť zostavený na rovnakom princípe ako účtovná závierka na všeobecné použitie týchto subjektov. Informácie o rozpočte sú preto v účtovnej závierke na všeobecné použitie subjektov verejného sektora prezentované v samostatnom výkaze porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu alebo ako osobitný stĺpec v účtovnej závierke na všeobecné použitie.

Cieľom tohto príspevku bolo ucelene spracovať poznatky o požiadavkách na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v medzinárodnom kontexte, konkrétne o charakteristike pojmov súvisiacich s rozpočtom, vykazovaní a zverejňovaní porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu, odsúhlasení skutočných údajov na porovnateľnej základni a skutočných údajov v účtovnej závierke na všeobecné použitie a zverejňovaní informácií o rozpočtovej základni, rozpočtovej klasifikácii a rozpočtovom období v poznámkach k výkazom účtovnej závierky na všeobecné použitie. Tieto požiadavky sú špecifikované v príslušných medzinárodných účtovných štandardoch pre verejný sektor.

Vedeckým prínosom skúmania danej problematiky je ucelený súbor poznatkov o požiadavkách na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v medzinárodnom kontexte.

Výsledkom skúmania požiadaviek na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora je zistenie, že uplatňovanie požiadaviek na finančné vykazovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v súlade s príslušnými medzinárodnými účtovnými štandardmi pre verejný sektor umožňuje poskytovanie transparentných informácií účtovnou závierkou na všeobecné použitie subjektov verejného sektora pre používateľov a tieto informácie sú užitočné za účelom prevzatia zodpovednosti a prijímania rozhodnutí. Zverejňovanie informácií o plnení rozpočtu subjektov verejného sektora v účtovnej závierke na všeobecné použitie sa uskutočňuje za účelom zlepšenia a posilnenia vnímania transparentnosti finančného vykazovania vlád a ostatných subjektov verejného sektora. Tým je pre používateľov zabezpečená transparentnosť kontroly porovnania rozpočtovaných údajov a skutočného plnenia rozpočtu subjektov verejného sektora s cieľom vyhodnotiť, či boli prostriedky získané a použité v súlade so schváleným rozpočtom.

Literatúra

1. International Federation of Accountants. (2018, February 22). *2017 Handbook of International Public Sector Accounting Pronouncements. Volume I*. Retrieved August 5, 2018 from IFAC: http://www.ifac.org/system/files/publications/files/IPSASB-2017-Handbook-Vol-I.pdf.
2. International Federation of Accountants. (2018, February 22). *2017 Handbook of International Public Sector Accounting Pronouncements. Volume II*. Retrieved August 5, 2018 from IFAC: http://www.ifac.org/system/files/publications/files/IPSASB-2017-Handbook-Vol-II.pdf.
3. Kicová, M. (2018). Financial Reporting for Public Sector Entities by Conceptual Framework. *New trends in process control and production management (MTS 2017)*, 247-252. Leiden: CRC Press/Balkema.

4. Kordošová, A. (2016). Volunteering in non-profit accounting entities. *Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace,* 105-111. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, Nakladatelství Oeconomica.
5. Kršeková, M. (2011). *Medzinárodné účtovné štandardy pre verejný sektor – IPSAS*. Bratislava: IURA EDITION.
6. Ondrušová, L. (2016). Management decisions in transfer pricing. *Strategic Management: international Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management,* 21(1), 3-7. Subotica: Faculty of Economics in Subotica University of Novi Sad.
7. Pakšiová, R. (2016). Reporting of non-financial information on companies in the context of sustainable development in Slovakia. *Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace*. 153-160. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, Nakladatelství Oeconomica.

Charitatívna lotéria a charitatívna reklama v neziskových účtovných jednotkách

Beneficent lottery and beneficent advertisement in non-profit accounting entities

Alena Kordošová[1]

Abstrakt
Charitatívna lotéria a charitatívna reklama sa zaraďujú medzi alternatívne finančné zdroje neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike. Príspevok je zameraný na skúmanie týchto alternatívnych finančných zdrojov v podmienkach neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike. Charitatívna lotéria je definovaná ako hazardná hra, v ktorej sa kombinujú niektoré znaky lotériových hier a stávkových hier. Charitatívna reklama je taká reklama, ktorá je určená na podporu charitatívneho účelu. Výsledkom skúmania nových špecifických finančných zdrojov je poukázanie na význam a osobitosti charitatívnej lotérie a charitatívnej reklamy v neziskových účtovných jednotkách a ich zhodnotenie.

Kľúčové slová
finančné zdroje, charitatívna lotéria, charitatívna reklama, neziskové účtovné jednotky

Abstract
Beneficent lottery and beneficent advertisement are classified as the alternative financial resources of non-profit accounting entities in the Slovak Republic. The paper is focused on examining these alternative financial resources in the conditions of non-profit accounting entities in the Slovak Republic. Beneficent lottery is defined as a gambling game, which combines some features of lotteries and betting games. Beneficent advertisement is such advertisement, which is intended to support charitable purpose. The result of the examination of new specific financial resources is to point out the importance and the particularities of beneficent lottery and beneficent advertisement in non-profit accounting entities and their assessment.

Key words
financial resources, beneficent lottery, beneficent advertisement, non-profit accounting entities

JEL classification
L30, L31

1 Úvod

Viaceré alternatívne finančné zdroje sú veľmi potrebné pre neziskové účtovné jednotky z dôvodu kontinuálneho napĺňania ich poslania. Rôznorodosť týchto finančných zdrojov je dôležitá, nakoľko závislosť len na jednom finančnom zdroji sa môže prejaviť ako ohrozenie existencie neziskovej účtovnej jednotky v prípade, že by došlo k jeho výpadku.

Finančné zdroje neziskových účtovných jednotiek môžeme rozdeliť do troch základných kategórií:

[1] Ing. Alena Kordošová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, alena.kordosova@euba.sk

- finančné prostriedky získané od iných subjektov, ako sú dary, príspevky, granty, dotácie zo štátneho rozpočtu, z rozpočtov obcí a vyšších územných celkov, dedičstvo, verejné zbierky, príjmy z podielu zaplatenej dane z príjmov fyzických a právnických osôb, charitatívna lotéria, charitatívna reklama, dobrovoľnícka činnosť,
- finančné prostriedky získané od členskej základne,
- finančné prostriedky z vlastnej činnosti, ktorými sú príjmy z hlavnej činnosti a príjmy z podnikateľskej činnosti. (Kordošová, 2015)

Charitatívnu lotériu a charitatívnu reklamu zaraďujeme medzi alternatívne finančné zdroje získané od iných právnických a fyzických osôb. Kým charitatívna lotéria predstavuje zbližovanie neziskového sektora s občianskou spoločnosťou, tak charitatívna reklama je nástrojom zbližovania podnikateľského sektora a neziskového sektora.

Príspevok je zameraný na skúmanie alternatívnych finančných zdrojov v podmienkach neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike, ktorými sú charitatívna lotéria a charitatívna reklama. Výsledkom skúmania nových špecifických finančných zdrojov je poukázanie na význam a osobitosti charitatívnej lotérie a charitatívnej reklamy v neziskových účtovných jednotkách a ich zhodnotenie.

2 Charitatívna lotéria

Charitatívna lotéria je definovaná ako hazardná hra, v ktorej sa kombinujú niektoré znaky lotériových hier a stávkových hier. V súčasnosti je charitatívna lotéria v Slovenskej republike právne upravená zákonom č. 171/2005 Z. z. o hazardných hrách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov. K vytvoreniu legislatívnych podmienok pre prevádzkovanie charitatívnej lotérie ako nového druhu hazardnej hry došlo 1. januára 2010, kedy nadobudol účinnosť zákon č. 478/2009 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 171/2005 Z. z. o hazardných hrách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.

Charitatívna lotéria je hazardná hra, ktorá má niektoré znaky lotériových hier vrátane znakov číselnej lotérie a niektoré znaky stávkových hier vrátane znakov nešportovej stávkovej udalosti. (zákon o hazardných hrách, 2005, v znení neskorších predpisov)

Z neziskových účtovných jednotiek je možné udeliť individuálnu licenciu na prevádzkovanie charitatívnej lotérie len nadáciám – účelovým združeniam majetku, ktorý slúži na podporu verejnoprospešného účelu a záujmovým združeniam nadácií – právnickým osobám vytváraných na ochranu svojich záujmov alebo na dosiahnutie iného účelu. Rovnako nadácie ako aj záujmové združenia nadácií musia mať sídlo na území Slovenskej republiky.

Nadácie alebo záujmové združenia nadácií na podanie žiadosti o udelenie individuálnej licencie na prevádzkovanie charitatívnej lotérie musia splniť tieto podmienky:

- nadačné imanie nadácie je najmenej 166 000 eur alebo takúto výšku dosahuje súčet nadačných imaní všetkých členov záujmového združenia nadácií,
- za posledných päť rokov poskytla nadácia alebo členovia záujmového združenia nadácií spoločne na verejnoprospešné účely občianskym združeniam, neziskovým organizáciám poskytujúcim všeobecne prospešné služby alebo iným nadáciám najmenej 5 000 000 eur, pričom každý rok poskytla najmenej 830 000 eur pre najmenej 100 občianskych združení, neziskových organizácií poskytujúcich všeobecne prospešné služby alebo iných nadácií,
- za posledných päť rokov v každom roku preukáže nadácia alebo členovia záujmového združenia nadácií overenie svojej účtovnej závierky audítorom. (zákon o hazardných hrách, 2005, v znení neskorších predpisov)

Žiadosť o udelenie licencie na prevádzkovanie charitatívnej lotérie sa podáva Ministerstvu financií Slovenskej republiky. Individuálnu licenciu možno udeliť najviac na päť rokov. Rozhodnutím o udelení licencie na prevádzkovanie charitatívnej lotérie sa súčasne

schvaľuje herný plán, cieľ prevádzkovania charitatívnej lotérie, určuje sa jej začiatok, lehota, na ktorú sa táto licencia udeľuje, prípadne sa môžu určiť ďalšie podmienky na prevádzkovanie charitatívnej lotérie.

Nadácia alebo záujmové združenie nadácií ako prevádzkovateľ charitatívnej lotérie musí uložiť na účet daňového úradu miestne príslušného podľa sídla nadácie alebo záujmového združenia nadácie finančnú zábezpeku, ktorá slúži len na vysporiadanie záväzkov prevádzkovateľa charitatívnej lotérie, ktorými sú odvody, úrok z omeškania a výplata výhier hráčov. Nadácia alebo záujmové združenie nadácií nesmie použiť na uloženie finančnej zábezpeky finančné prostriedky z pôžičiek, úverov alebo iných cudzích zdrojov. Finančnú zábezpeku prevádzkovateľ charitatívnej lotérie musí zachovávať aj po uplynutí platnosti licencie až do vysporiadania všetkých záväzkov a predloženia potvrdeného ročného vyúčtovania odvodov Ministerstvu financií Slovenskej republiky. Ak by z akýchkoľvek dôvodov výška finančnej zábezpeky klesla pod stanovenú minimálnu výšku, je povinný ju prevádzkovateľ charitatívnej lotérie do 30 dní doplniť.

Minimálna výška finančnej zábezpeky je pri charitatívnych lotériách 200 000 eur. (zákon o hazardných hrách, 2005, v znení neskorších predpisov)

Zároveň nadácia alebo záujmové združenie nadácií sú povinné realizovať odvod do štátneho rozpočtu, ktorého výška je pri charitatívnej lotérii 6 % z hernej istiny (zákon o hazardných hrách, 2005, v znení neskorších predpisov), pričom hernou istinou sa pri charitatívnej lotérii rozumie rozdiel medzi prijatými vkladmi a vyplatenými výhrami. Ministerstvo financií Slovenskej republiky môže z príjmov z odvodov poskytnúť dotáciu nadácii alebo záujmovému združeniu nadácií, ktoré prevádzkujú charitatívnu lotériu.

O poskytnutie dotácie z výdavkov štátneho rozpočtu môže nadácia alebo záujmové združenie nadácií ako prevádzkovateľ charitatívnej lotérie požiadať Ministerstvo financií Slovenskej republiky najviac do výšky 50 % ním zaplatených odvodov za príslušný kalendárny rok. (zákon o hazardných hrách, 2005, v znení neskorších predpisov)

Výťažok z prevádzkovania charitatívnej lotérie po úhrade nákladov spojených s jej prevádzkovaním vrátane úhrady odvodov a dotáciu zo štátneho rozpočtu musí prevádzkovateľ charitatívnej lotérie použiť výlučne na verejnoprospešný účel, ktorým je najmä rozvoj a ochrana duchovných a kultúrnych hodnôt, realizácia a ochrana ľudských práv alebo iných humanitných cieľov, ochrana a tvorba životného prostredia, zachovanie prírodných hodnôt, ochrana zdravia, ochrana práv detí a mládeže, rozvoj vedy, vzdelania, telovýchovy a plnenie individuálne určenej humanitnej pomoci pre jednotlivca alebo skupinu osôb, ktoré sa ocitli v ohrození života alebo potrebujú naliehavú pomoc pri postihnutí živelnou pohromou. (zákon o nadáciách, 2002, v znení neskorších predpisov) Dotáciu zo štátneho rozpočtu musí prevádzkovateľ charitatívnej lotérie použiť najneskôr do konca kalendárneho roka nasledujúceho po roku, v ktorom bola prevádzkovateľovi charitatívnej lotérie dotácia poskytnutá.

Hoci k legislatívnej úprave charitatívnej lotérie došlo už v roku 2010, doteraz nebol tento inštitút charitatívnej lotérie zavedený do praxe. V súčasnosti prebiehajú ďalšie rokovania ohľadne spustenia prvej charitatívnej lotérie v Slovenskej republike. V roku 2016 odštartovala spoločnosť TIPOS, národná lotériová spoločnosť, a. s. v spolupráci s Nadáciou Kvapka Nádeje predaj charitatívneho žrebu s názvom O kvapku bohatší. Časť z výťažku z predaných charitatívnych žrebov v sume 30 000 eur poputoval onkologicky chorým deťom v Detskej fakultnej nemocnici s poliklinikou v Bratislave. Aj táto spolupráca odráža potrebu vytvárania finančných tokov aj inštitútom charitatívnej lotérie ako alternatívneho finančného zdroja nadácií a ich záujmových združení.

3 Charitatívna reklama

Charitatívna reklama je taká reklama, ktorá je určená na podporu charitatívneho účelu. Charitatívnym účelom sa rozumejú tieto činnosti: ochrana a podpora zdravia, prevencia, liečba, resocializácia drogovo závislých v oblasti zdravotníctva a sociálnych služieb, podpora a rozvoj športu, poskytovanie sociálnej pomoci, zachovanie kultúrnych hodnôt, podpora vzdelávania, ochrana ľudských práv, ochrana a tvorba životného prostredia, veda a výskum, organizovanie a sprostredkovanie dobrovoľníckej činnosti. (zákon o dani z príjmov, 2003, v znení neskorších predpisov) V súčasnosti je charitatívna reklama v Slovenskej republike právne upravená zákonom č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov, ktorý upravuje príjmy z reklám, ktoré sú určené na charitatívne účely. K vytvoreniu legislatívnych podmienok pre inštitút charitatívnej reklamy, ako ďalšieho finančného zdroja neziskových účtovných jednotiek, došlo 1. januára 2018, kedy nadobudol účinnosť zákon č. 344/2017 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov. Všeobecné požiadavky na reklamu ustanovuje zákon č. 147/2001 Z. z. o reklame a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.

Reklamou sa rozumie predvedenie, prezentácia alebo iné oznámenie v každej podobe súvisiace s obchodnou, podnikateľskou alebo inou zárobkovou činnosťou s cieľom uplatniť produkty na trhu. (zákon o reklame, 2001, v znení neskorších predpisov) Ako doplnkový finančný zdroj hlavnej činnosti mohli do roku 2014 reklamu využívať len tie druhy neziskových účtovných jednotiek, ktorým osobitné predpisy umožňujú realizovať aj podnikateľskú činnosť. Ďalšie druhy neziskových účtovných jednotiek, ktoré túto možnosť nemajú, nemohli do roku 2014 používať reklamu ako doplnkový finančný zdroj svojej hlavnej činnosti. S úmyslom zmeniť tento stav a umožniť využívať reklamu ako doplnkový finančný zdroj svojej činnosti všetkým neziskovým účtovným jednotkám, pristúpilo Ministerstvo hospodárstva Slovenskej republiky na podnet Úradu splnomocnenca vlády SR pre rozvoj občianskej spoločnosti k zadefinovaniu inštitútu charitatívnej reklamy. Cieľom zadefinovania tohto inštitútu je stanoviť požiadavky šírenia charitatívnej reklamy a zároveň ju odlíšiť od klasickej reklamy. Taxatívne vymenované neziskové účtovné jednotky, ktorých predmet činnosti má charitatívny charakter by mohli takýmto spôsobom získať ďalšie finančné zdroje svojej hlavnej činnosti. Súčasne aj podnikatelia by boli motivovaní k finančnej podpore neziskových účtovných jednotiek, a to prostredníctvom daňovej uznateľnosti výdavkov na podporu charitatívnych účelov pri súčasnom šírení charitatívnej reklamy ich produktu. (Ministerstvo hospodárstva SR, 2014) Ustanovené zadefinovanie charitatívnej reklamy sa však nestretlo s pochopením u všetkých zainteresovaných strán, bolo viackrát z rokovania vlády stiahnuté a nakoniec nebolo prijaté. Problémovými oblasťami boli najmä oblasť oslobodenia príjmov z charitatívnej reklamy, oblasť uznania výdavkov na charitatívnu reklamu ako daňovo uznateľné výdavky u poskytovateľov a oblasť stanovenia väzby medzi výdavkami poskytovateľa na charitatívnu reklamu a darovaním prostriedkov neziskovým účtovným jednotkám. Jediné, čo sa podarilo právne upraviť a považujeme aj to za určitý prínos pre neziskové účtovné jednotky je, že nástroj reklamy, ako ďalší finančný zdroj, bol umožnený viacerým druhom neziskových účtovných jednotiek a právne to upravil zákon č. 102/2014 Z. z., ktorý novelizuje zákon č. 147/2001 Z. z. o reklame a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov. S účinnosťou od 1. mája 2014 bolo v zákone o reklame vypustené, že šíriteľom reklamy je len taká právnická osoba, ktorá šíri reklamu v rámci svojej podnikateľskej činnosti, čo znamená, že neziskové účtovné jednotky môžu v súlade so súčasne platným zákonom o reklame šíriť reklamu bez živnostenského oprávnenia. Pojem charitatívnej reklamy však v tomto období zostáva naďalej nezavedený do právnej legislatívy Slovenskej republiky.

Základný rámec toľko diskutovanej charitatívnej reklamy bol vytvorený schválením zákona č. 344/2017 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v

znení neskorších predpisov. S účinnosťou od 1. januára 2018 sú v uvedenom zákone upravené príjmy z reklám, ktoré sú určené na charitatívne účely, čím sa vytvoril priestor pre určité druhy neziskových účtovných jednotiek na rozšírenie ich finančných zdrojov. Príjmy z reklám, ktoré sú určené na charitatívne účely môžu v súčasnosti využívať iba tieto druhy neziskových účtovných jednotiek:

- nadácie – účelové združenia majetku, ktorý slúži na podporu verejnoprospešného účelu,
- neinvestičné fondy – neziskové právnické osoby, ktoré združujú peňažné prostriedky určené na plnenie všeobecne prospešného účelu,
- neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby – právnické osoby, ktoré poskytujú všeobecne prospešné služby za vopred určených a pre všetkých používateľov rovnakých podmienok,
- občianske združenia – právnické osoby slobodne združujúce občanov, prípadne iné právnické osoby, do postavenia ktorých môžu štátne orgány zasahovať len v medziach zákona.

Uvedené príjmy z reklám sú oslobodené od dane z príjmov najviac do výšky 20 000 eur za príslušné zdaňovacie obdobie, pričom tieto príjmy sú neziskové účtovné jednotky povinné použiť len na účel vymedzený v zákone o dani z príjmov, a to najneskôr do konca roka nasledujúceho po roku, v ktorom tieto príjmy prijali. Ak neziskové účtovné jednotky do uplynutia tejto lehoty nepoužijú príjmy z reklám oslobodené od dane z príjmov na charitatívny účel, sú povinné zahrnúť tieto príjmy alebo ich nepoužitú časť do základu dane najneskôr v zdaňovacom období, v ktorom uplynie táto lehota. (zákon o dani z príjmov, 2003, v znení neskorších predpisov)

Do základu dane z príjmov sa nezahŕňa príjem z reklám plynúci neziskovým účtovným jednotkám, ktoré účtujú v sústave podvojného účtovníctva v zdaňovacom období, v ktorom bolo o ňom účtované vo výnosoch podľa zákona o účtovníctve, ale tento príjem z reklám sa zahrnie do základu dane neziskových účtovných jednotiek v zdaňovacom období, v ktorom ich prijali.

Forma charitatívnej reklamy nie je záväzne stanovená, a preto sa tu vytvára priestor pre neziskové účtovné jednotky, aby si sami určili jednotlivé formy charitatívnej reklamy. Môže sa jednať o rôzne marketingové nosiče, na ktorých budú neziskové účtovné jednotky prezentovať reklamy podnikateľských subjektov, napríklad reklama na webových stránkach jednotlivých neziskových účtovných jednotiek, reklama vo forme plagátov, reklamných nápisov, reklamných pútačov, rôzne prospekty, katalógy, reklamné tabule, bannery, prílohy tlače a časopisov.

To, že sa jedná o charitatívnu reklamu, by malo byť presne uvedené v zmluve o charitatívnej reklame, ktorá sa stáva svojím obsahom špecifickou zmluvou o reklame, ktorú je potrebné odlíšiť od bežnej komerčnej zmluvy o reklame. Zmluva o charitatívnej reklame by mala obsahovať aj náležitosti, ktoré vychádzajú zo zákona o dani z príjmov, a v ktorej by mal byť vymedzený:

- charitatívny účel použitia prostriedkov, ktoré objednávateľ reklamy zaplatil poskytovateľovi reklamy ako odplatu za poskytnutie reklamy,
- záväzok prijímateľa prostriedkov použiť príjem zo zmluvy výhradne na verejnoprospešné účely,
- záväzok prijímateľa prostriedkov použiť príjem na verejnoprospešné účely najneskôr do konca kalendárneho roka nasledujúceho po roku, v ktorom tieto príjmy daňovník prijal,
- záväzok, že ak prijímateľ prostriedkov (daňovník) do uplynutia ustanovenej lehoty nepoužije príjmy z reklám oslobodené od dane na vymedzený verejnoprospešný účel,

je povinný zahrnúť tieto príjmy alebo ich nepoužitú časť do základu dane najneskôr v zdaňovacom období, v ktorom uplynie táto lehota. (Sepešiová, 2018)

4 Záver

Charitatívna lotéria a charitatívna reklama predstavujú v neziskových účtovných jednotkách nové alternatívne finančné zdroje ich hlavnej činnosti. V neziskových účtovných jednotkách je významné rozširovať finančné zdroje, nakoľko obmedzené prostriedky určené na financovanie realizovaných činností jednotlivými druhmi neziskových účtovných jednotiek môžu viesť k zníženiu vykonávaných činností týchto účtovných jednotiek alebo dokonca až k ich zániku. Charitatívna lotéria aj charitatívna reklama ako alternatívne finančné zdroje sú určené na financovanie presne zadefinovaných činností. Výťažok z prevádzkovania charitatívnej lotérie musí nezisková účtovná jednotka ako prevádzkovateľ charitatívnej lotérie použiť výlučne na verejnoprospešný účel. Príjmy z charitatívnej reklamy sú určené výlučne na charitatívne účely. V tabuľke 1 sú porovnané jednotlivé účely použitia prostriedkov neziskovými účtovnými jednotkami medzi dvomi skúmanými finančnými zdrojmi.

Tab. 1: Účel použitia prostriedkov charitatívnej lotérie a charitatívnej reklamy

	Charitatívna lotéria	**Charitatívna reklama**
Účely použitia	*ochrana zdravia*	*ochrana* a podpora *zdravia*
	realizácia a *ochrana ľudských práv* alebo iných humanitných cieľov	*ochrana ľudských práv*
	ochrana a tvorba životného prostredia	*ochrana a tvorba životného prostredia*
	rozvoj a ochrana duchovných a *kultúrnych hodnôt*	zachovanie *kultúrnych hodnôt*
	rozvoj *vedy, vzdelania, telovýchovy*	*veda* a výskum
	ochrana práv detí a mládeže	podpora *vzdelávania*
	zachovanie prírodných hodnôt	podpora a rozvoj *športu*
	plnenie individuálne určenej humanitnej pomoci	poskytovanie sociálnej pomoci
		prevencia, liečba, resocializácia drogovo závislých v oblasti zdravotníctva a sociálnych služieb
		organizovanie a sprostredkovanie dobrovoľníckej činnosti

Zdroj: vlastné spracovanie

Napriek rozdielnemu zadefinovaniu účelu použitia získaných finančných prostriedkov z charitatívnej lotérie (verejnoprospešný účel) a charitatívnej reklamy (charitatívny účel), môžeme konštatovať, že väčšina uvádzaných činností je uplatniteľná v obidvoch finančných zdrojoch.

Charitatívnu lotériu a charitatívnu reklamu môžu využívať ako doplnkové finančné zdroje len vymedzené druhy neziskových účtovných jednotiek. Prevádzkovať charitatívnu lotériu môžu len dva druhy neziskových účtovných jednotiek a príjmy z reklám, ktoré sú určené na charitatívne účely môžu v súčasnosti využívať iba štyri druhy neziskových účtovných jednotiek. V tabuľke 2 sú zhrnuté jednotlivé druhy neziskových účtovných jednotiek, ktoré môžu tieto nové inštitúty financovania použiť v rámci uskutočňovania svojich aktivít.

Tab. 2: Druhy neziskových účtovných jednotiek, ktoré môžu využívať charitatívnu lotériu a charitatívnu reklamu

	Charitatívna lotéria	Charitatívna reklama
Druh neziskovej účtovnej jednotky	nadácia	nadácia
	záujmové združenie nadácií	neinvestičný fond
		nezisková organizácia poskytujúca všeobecne prospešné služby
		občianske združenie

Zdroj: vlastné spracovanie

Charitatívna lotéria a charitatívna reklama sa stále vyvíjajú, a preto neziskové účtovné jednotky môžu rôznym spôsobom doplňovať finančné zdroje na realizáciu svojich aktivít. Vytvorenie legislatívnych podmienok pre prevádzkovanie charitatívnej lotérie v nadáciách a záujmových združeniach nadácií nastalo 1. januára 2010. V súčasnosti však v Slovenskej republike nie je ešte táto forma financovania zavedená aj do praxe. Stále prebiehajú rokovania a dúfame, že ich vyústením bude spustenie prvej charitatívnej lotérie v Slovenskej republike. Vytvorenie legislatívnych podmienok pre charitatívnu reklamu realizovanú v nadáciách, neinvestičných fondoch, neziskových organizáciách poskytujúcich všeobecne prospešné služby a občianskych združeniach nastalo 1. januára 2018. Ostatné druhy neziskových účtovných jednotiek môžu reklamu ako doplnkový finančný zdroj tiež využívať, ale bez možnosti oslobodenia od daňových povinností. Obidva skúmané finančné zdroje – charitatívnu lotériu aj charitatívnu reklamu a ich zavedenie do slovenského právneho poriadku, považujeme za významný krok vo viaczdrojovom financovaní neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike.

Literatúra

1. Kordošová, A. (2015). *Osobitosti účtovníctva neziskových účtovných jednotiek.* Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
2. Michalovičová, L. (2017, December 13). TANS: Rozhovor s tvorcom inštitútu charitatívnej reklamy. Retrieved May 30, 2018, from http://itretisektor.sk/clanok-0-5613/TANS_Rozhovor_s_tvorcom_institutu_charitativnej_reklamy.html.
3. Ministerstvo hospodárstva SR (2014). *Dôvodová správa - Rokovania legislatívnej rady vlády SR*. Retrieved September 7, 2017 from lrv.rokovania.sk/data/att/145556_ subor.docx.
4. Ministerstvo hospodárstva SR (2014). *Vlastný materiál - Rokovania legislatívnej rady vlády SR*. Retrieved September 7, 2017 from lrv.rokovania.sk/data/att/1455561_ subor.docx.
5. Sepešiová, S. (2018, April 5). UčPS tím: FAQ – charitatívna reklama. Retrieved June 18, 2018, from http://www.ucps.sk/FAQ_charitativna_reklama.
6. TIPOS. (2016, February 1). Dnes sa začína predaj charitatívneho žrebu O kvapku bohatší. Retrieved June 13, 2018, from http://www.tipos.sk/Default.aspx?CatID=100&NewsID=734.
7. Tím AK GPL (2015, December 10). Tím AK GPL: Právne stanovisko advokátskej kancelárie GARANT PARTNER legal s.r.o. k reklame vo vzťahu k MNO. Retrieved http://itretisektor.sk/TANS_Tlacova_sprava_advokatskej_kancelarie_GARANT_PARTNER_legal_s_r_o__k_reklame_vo_vztahu_k_MNO. pdf.
8. Zákon č. 40/1964 Zb. Občiansky zákonník v znení neskorších predpisov.
9. Zákon č. 83/1990 Zb. o združovaní občanov v znení neskorších predpisov.

10. Zákon č. 147/1997 Z. z. o neinvestičných fondoch a o doplnení zákona NR SR č. 207/1996 Z. z. v znení neskorších predpisov.
11. Zákon č. 213/1997 Z. z. o neziskových organizáciách poskytujúcich všeobecne prospešné služby v znení neskorších predpisov.
12. Zákon č. 147/2001 Z. z. o reklame a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.
13. Zákon č. 34/2002 Z. z. o nadáciách a o zmene Občianskeho zákonníka v znení neskorších predpisov.
14. Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.
15. Zákon č. 171/2005 Z. z. o hazardných hrách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.

Analýza účtovného výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií

Analysis of profit or loss of the accounting entity of budgetary organizations

Antónia Kovalčíková[1]

Abstrakt
Výsledok hospodárenia patrí k tradičným ale stále aktuálnym oblastiam skúmania v rámci vedeckovýskumnej a odbornej činnosti z rôznych hľadísk. Príspevok je zameraný na účtovný výsledok hospodárenia – kladný alebo záporný výsledok hospodárenia tradičných subjektov verejnej správy v Slovenskej republike – rozpočtových organizácií. Pri analýze vychádzame z poznatkov o zisťovaní účtovného výsledku hospodárenia, jeho ekonomickej podstate, účtovaní a vykazovaní v individuálnej účtovnej závierke v kontexte právnej úpravy účtovníctva vrátane účtovnej závierky platnej v Slovenskej republike v súčasnosti (od roku 2008). V samostatnej časti tohto príspevku prezentujeme výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia, ktorú sme urobili na základe individuálnych účtovných závierok vybraných účtovných jednotiek – konkrétnych rozpočtových organizácií za obdobie 5 rokov.

Kľúčové slová
výsledok hospodárenia, akruálny princíp, účtovníctvo, rozpočtová organizácia

Abstract
Profit or loss of the accounting entity belongs to traditional but still relevant areas of research from various aspects within the scientific research and expert activities. The article will focus on the profit or loss of the accounting entity - positive or negative result of traditional public sector subjects in Slovakia – budgetary organizations. We perform the analysis based on the knowledge of determination of the profit or loss of the accounting entity, its economic substance, accounting and presentation in the individual financial statements in accordance with accounting regulation and financial statements regulation in the Slovak republic valid into present (from the year 2008). The standalone part of the article presents results of the analysis of profit or loss of the accounting entity, that we performed on the individual financial statements of the selected accounting subjects - specific budgetary organizations over the period of 5 years.

Key words
Profit or loss of the accounting entity, Accrual basis, Accounting, Budgetary organization

JEL classification
M40, M41

[1] doc. Ing. Antónia Kovalčíková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, antonia.kovalcikova@euba.sk

1 Úvod

Rozpočtové organizácie patria k tradičným subjektom verejnej správy na Slovensku. V súčasnosti rozpočtovými organizáciami sú ministerstvá, ústredné orgány a orgány štátnej správy, ústavy, úrady a organizácie pôsobiace v prevažnej miere v školstve, v oblasti vedy a výskumu, sociálnej starostlivosti, plnia úlohy obrany a bezpečnosti štátu (armáda, bezpečnosť, prokuratúra, súdy) a ďalšie organizácie, agentúry. (Kovalčíková, Kordošová, & Kršeková, 2015) V zmysle súčasne platného zákona o rozpočtových pravidlách verejnej správy rozpočtovú organizáciu možno zriadiť zákonom alebo rozhodnutím zriaďovateľa, ktorým je ústredný orgán štátnej správy, ak osobitný predpis neustanovuje inak, obec alebo vyšší územný celok, a to na plnenie úloh štátu, obce alebo vyššieho územného celku vyplývajúcich z osobitných predpisov.

Vo vzťahu k téme tohto príspevku, t. j. k analýze účtovného výsledku hospodárenia, v porovnaní s ďalšími druhmi subjektov verejnej správy za špecifické považujeme podstatu ich financovania a hospodárenia. Podstatu financovania rozpočtových organizácií považujeme za špecifickú z toho dôvodu, že na jednej strane rozpočtové organizácie hradia rozpočtové výdavky z prostriedkov príslušného rozpočtu a na druhej strane rozpočtové príjmy odvádzajú do príslušného rozpočtu. Rozpočtová organizácia je v súčasnosti definovaná ako právnická osoba štátu, obce alebo vyššieho územného celku, ktorá je svojimi príjmami a výdavkami zapojená na štátny rozpočet, rozpočet obce alebo vyššieho územného celku. (zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Zo základného zákonného vymedzenia rozpočtových organizácií vyplýva, že rozpočtová organizácia hospodári samostatne podľa schváleného rozpočtu s prostriedkami, ktoré jej určí zriaďovateľ v rámci svojho rozpočtu. V rozšírení podľa zákona o rozpočtových pravidlách verejnej správy „Rozpočtová organizácia hospodári s rozpočtovými prostriedkami vrátane prostriedkov prijatých od iných subjektov.“ (zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Rozpočtová organizácia nemôže tvoriť osobitné fondy, iba ak tak ustanoví osobitný predpis – zákon č. 152/1994 Z. z. o sociálnom fonde a o zmene a doplnení zákona č. 286/1992 Zb. o daniach z príjmov v znení neskorších predpisov. (zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.) Podľa platného zákona o rozpočtových pravidlách verejnej správy rozpočtová organizácia nemôže vykonávať podnikateľskú činnosť, ak osobitný predpis neustanovuje inak. Osobitným predpisom je napríklad zákon č. 131/2002 Z. z. o vysokých školách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v z. n. p.. (zákon č. 523/2004 Z. z. v z. n. p.)

Rozpočtová organizácia ako právnická osoba spĺňa definíciu účtovnej jednotky a je v súlade so zákonom o účtovníctve považovaná za účtovnú jednotku. Rozpočtové organizácie účtujú v sústave podvojného účtovníctva a pri účtovaní používajú rámcovú účtovú osnovu pre rozpočtové organizácie, príspevkové organizácie, štátne fondy, obce a vyššie územné celky. V súlade so zákonom o účtovníctve súčasťami účtovnej závierky rozpočtových organizácií sú súvaha, výkaz ziskov a strát a poznámky. Účtovným obdobím je kalendárny rok. Účtovné závierky ukladajú rozpočtové organizácie do registra účtovných závierok. (zákon č. 431/2002 Z. z. v z. n. p., opatrenie MF SR č. MF/25755/2007-31 v z. n. p.) Súčasťou predmetu účtovníctva je účtovanie výsledku hospodárenia účtovnej jednotky a jeho vykazovanie v účtovnej závierke. V príspevku analyzujeme účtovný výsledok hospodárenia rozpočtových organizácií v kontexte s jeho vymedzením zákonom o účtovníctve. Pri analýze vychádzame z poznatkov o zisťovaní účtovného výsledku hospodárenia, jeho ekonomickej podstate, účtovaní a vykazovaní v individuálnej účtovnej závierke v kontexte právnej úpravy účtovníctva vrátane účtovnej závierky platnej v Slovenskej republike v súčasnosti – od roku 2008. V samostatnej časti tohto príspevku prezentujeme výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia, ktorú sme urobili na základe individuálnych účtovných závierok vybraných účtovných jednotiek – konkrétnych rozpočtových organizácií za obdobie 5 rokov. Zdrojom individuálnych účtovných závierok bol register účtovných závierok.

2 Účtovný výsledok hospodárenia rozpočtových organizácií

V kontexte zákona o účtovníctve výsledkom hospodárenia sa rozumie ocenený výsledný efekt činnosti účtovnej jednotky dosiahnutý v účtovnom období. V období platnosti zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve, od roku 2003 doteraz, sú rozdiely v zisťovaní, účtovaní i vykazovaní v účtovnej závierke účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových organizáciách vzhľadom na vývoj ich účtovníctva. Medzníkom bol rok 2008, v ktorom nadobudli účinnosť významné zmeny v právnej úprave účtovníctva platnej pre rozpočtové organizácie.

V súčasnosti – od roku 2008 sa v účtovníctve rozpočtových organizácií zisťuje výsledok hospodárenia za účtovnú jednotku na základe akruálneho princípu. Výsledok hospodárenia bežného účtovného obdobia sa vypočíta ako rozdiel výnosov a nákladov. Ak sú výnosy vyššie ako náklady, hovoríme v rozpočtových organizáciách o účtovnom kladnom výsledku hospodárenia. Ak sú výnosy nižšie ako náklady, v rozpočtových organizáciách hovoríme o účtovnom zápornom výsledku hospodárenia. Účtovný výsledok hospodárenia sa rovná nule, ak sa výnosy rovnajú nákladom.

Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie sa zisťuje v účtovníctve ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, ako rozdiel výnosov účtovaných na účtoch účtovej triedy 6 – Výnosy a nákladov účtovaných na účtoch účtovej triedy 5 – Náklady, konkrétne na uzávierkovom účte 710 – Účet výsledku hospodárenia. Účtovný výsledok hospodárenia kladný alebo záporný sa pri uzavretí účtovných kníh – účtov hlavnej knihy zaúčtuje na príslušné strany uzávierkových účtov 710 – Účet výsledku hospodárenia a 702 – Konečný účet súvahový. Pri otvorení účtovných kníh – účtov hlavnej knihy sa zaúčtuje výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na účet 431 – Výsledok hospodárenia so súvzťažným zápisom na účte 701 – Začiatočný účet súvahový. Následne v priebehu účtovného obdobia podľa opatrenia Ministerstva financií SR sa na účte 431 – Výsledok hospodárenia účtuje rozdelenie účtovného kladného výsledku hospodárenia alebo usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia. Tento účet nemá ku dňu uzatvorenia účtovných kníh zostatok; v prípade, že účtovný výsledok hospodárenia nie je usporiadaný, zaúčtuje sa na účet 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov. (opatrenie MF SR č. MF/16786/2007-31 v z. n. p.)

Postup účtovania rozdelenia alebo usporiadania účtovného výsledku hospodárenia v rozpočtových organizáciách môžeme považovať za osobitný v porovnaní s mnohými ďalšími druhmi účtovných jednotiek, nakoľko v rozpočtových organizáciách sa v prípade rozdelenia účtovného kladného výsledku hospodárenia účtuje použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov a v prípade usporiadania účtovného záporného výsledku hospodárenia účtuje usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov. V rozpočtových organizáciách ide o súvzťažnosť účtov 431 – Výsledok hospodárenia a 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov. Postup účtovania na účte 431 v súvzťažnosti s účtom 428 v rozpočtových organizáciách môže mať rôzne varianty podľa hodnoty výsledku hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia a nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov. Napríklad, ak rozpočtová organizácia mala účtovný kladný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie menší ako nevysporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov, účtovný kladný výsledok hospodárenia rozpočtovej organizácie sa použije sa usporiadanie časti účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov; ak rozpočtová organizácia mala účtovný kladný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie väčší ako nevysporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov, časť účtovného kladného výsledku hospodárenia rozpočtovej

organizácie sa použije na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých rokov; ak rozpočtová organizácia mala účtovný kladný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie a nevysporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov, účtovný kladný výsledok hospodárenia zvyšuje nevysporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov. A naopak, napríklad, ak rozpočtová organizácia mala účtovný záporný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie menší ako nevysporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov, účtovný záporný výsledok hospodárenia rozpočtovej organizácie sa usporiada z časti účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov; ak rozpočtová organizácia mala účtovný záporný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie väčší ako nevysporiadaný účtovný kladný výsledok hospodárenia minulých rokov, časť účtovného záporného výsledku hospodárenia rozpočtovej organizácie sa usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov; ak rozpočtová organizácia mala účtovný záporný výsledok hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie a nevysporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov, účtovný záporný výsledok hospodárenia zvyšuje nevysporiadaný účtovný záporný výsledok hospodárenia minulých rokov. (Kovalčíková, 2017)

V súlade s opatrením Ministerstva financií SR na účte 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov sa účtujú okrem iných skutočností ustanovených týmto opatrením aj významné opravy chýb minulých účtovných období a rozdiely zo zmien použitých účtovných metód a účtovných zásad. (opatrenie MF SR č. MF/16786/2007-31 v z. n. p.)

Ak zohľadníme základné poznatky o činnostiach, ktoré vykonávajú rozpočtové organizácie, obmedzení vo vykonávaní podnikateľskej činnosti, finančnom hospodárení rozpočtových organizácií a o zisťovaní účtovného výsledku hospodárenia v účtovníctve rozpočtových organizácií v súčasnosti účtovný výsledok hospodárenia v rozpočtových organizáciách je tvorený vo väčšine rozpočtových organizácií výsledkom hospodárenia z hlavnej činnosti t. j. činnosti financovanej v rámci rozpočtového hospodárenia.

Vzhľadom na špecifickú podstatu finančného hospodárenia rozpočtových organizácií aj ich účtovný výsledok hospodárenia v svojej podstate má osobitosti a skúmame ho v troch základných súvislostiach: vo vzťahu výnosy z činnosti rozpočtovej organizácie a náklady z odvodu príjmov, vo vzťahu výnosy z transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie a vo vzťahu výnosy z ostatných transferov a zodpovedajúce náklady na činnosť rozpočtovej organizácie. Z podstaty účtovania výnosov z činnosti rozpočtovej organizácie, nákladov z odvodu príjmov, výnosov z transferov od zriaďovateľa, výnosov z ostatných transferov a nákladov na činnosť rozpočtovej organizácie vyplýva, že účtovný výsledok hospodárenia v hlavnej činnosti vzniká / môže vzniknúť ako rozdiel výnosov z bežných transferov od zriaďovateľa a zodpovedajúcich nákladov hradených z týchto transferov. Pri účtovaní výnosov z bežných transferov od zriaďovateľa je uplatnená zásada: zúčtovanie bežného transferu do výnosov sa účtuje vo vecnej a v časovej súvislosti s výdavkami. (Kovalčíková, 2017)

V prípadoch, ak osobitný predpis ustanovuje rozpočtovej organizácii možnosť vykonávať podnikateľskú činnosť a rozpočtová organizácia ju vykonáva, účtovný výsledok hospodárenia za účtovnú jednotku je súčtom výsledku hospodárenia v hlavnej a podnikateľskej činnosti. Účtovný výsledok hospodárenia v podnikateľskej činnosti vzniká ako rozdiel výnosov z podnikateľskej činnosti a nákladov na podnikateľskú činnosť.

3 Prezentácia informácií o výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií v individuálnej účtovnej závierke

Účtovný výsledok hospodárenia za bežné účtovné obdobie sa vykazuje v obidvoch výkazoch účtovnej závierky – v súvahe a vo výkaze ziskov a strát.

V súvahe prezentujú rozpočtové organizácie účtovný výsledok hospodárenia ako súčasť vlastného imania. Sú to dve súvahové položky v poradí Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov a Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie. Okrem toho je obsahom súvahy súhrnná súvahová položka Výsledok hospodárenia. V závislosti od hodnoty sa uvádzajú s príslušným znamienkom /+/ alebo /–/. V súvahe sú informácie o výsledku hospodárenia ako položky na strane pasív prezentované za bežné /20xx/ a bezprostredne predchádzajúce /20xx-1/ účtovné obdobie. (opatrenie MF SR č. MF/25755/2007-31 v z. n. p.)

Vo výkaze ziskov a strát sa v časti Výnosy, daň z príjmov a výsledok hospodárenia vykazuje výsledok hospodárenia za účtovné obdobie v označení Výsledok hospodárenia po zdanení. Okrem toho sa vo výkaze ziskov a strát vykazuje Výsledok hospodárenia pred zdanením. Sú uvádzané s príslušným znamienkom /+, –/. Vo výkaze ziskov a strát sú informácie o výsledku hospodárenia vykazované za bežné účtovné obdobie /20xx/ v členení na hlavnú činnosť, podnikateľskú činnosť a spolu, teda v troch stĺpcoch a za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie /20xx-1/ spolu v jednom stĺpci. Okrem výsledku hospodárenia sa vo výkaze ziskov a strát prezentujú aj výnosy a náklady, nakoľko úlohou výkazu ziskov a strát je vysvetliť tvorbu výsledku hospodárenia v konkrétnej účtovnej jednotke za presne vymedzené obdobie, spravidla za účtovné obdobie. (Šlosárová & Blahušiaková, 2017) Výkaz ziskov a strát, ktorý zostavujú rozpočtové organizácie v súčasnosti, má dve časti a to Náklady a hore uvedenú časť Výnosy, daň z príjmov a výsledok hospodárenia. Pri vykazovaní nákladov je ako základné členenie uplatnené druhové členenie t. j. členenie nákladov podľa druhov. Náklady ako aj výnosy sa vykazujú v usporiadaní priamo nadväzujúcom na účty účtových tried 5 – Náklady a 6 – Výnosy rámcovej účtovej osnovy platnej pre rozpočtové organizácie. Účty nákladov a výnosov sú v účtových triedach 5 a 6 usporiadané podľa činností – náklady a výnosy na prevádzkovú činnosť, finančnú činnosť, mimoriadne náklady a výnosy. Účty na účtovanie dane z príjmov v účtovej skupine /ÚS/ 59 nie sú členené podľa činností. Majú svoje osobitné miesto vo výkaze ziskov a strát tak ako je to zohľadnené už v samotnom názve druhej časti výkazu. V časti Náklady sa vykazujú náklady okrem nákladov na daň z príjmov. Špecifickými nákladmi rozpočtových organizácií sú náklady z odvodu príjmov, ktoré sa účtujú v rozpočtových organizáciách na dvoch syntetických účtoch ÚS 58 a vykazujú vo výkaze ako dve samostatné nákladové položky Náklady z odvodu príjmov a Náklady z budúceho odvodu príjmov. Špecifickými výnosmi s osobitným významom pre rozpočtové organizácie sú výnosy z transferov účtované na účtoch ÚS 68, ak ide o štátne rozpočtové organizácie alebo ÚS 69, ak ide o rozpočtové organizácie zriadené obcou alebo vyšším územným celkom. Vo výkaze ziskov a strát sa vykazujú konečné stavy jednotlivých syntetických účtov. V rozpočtových organizáciách sú výnosové položky pre výnosy z transferov rozdelené na výnosové položky štátnych rozpočtových organizácií /osem položiek – účty 681 až 688/ a výnosové položky rozpočtových organizácií zriadených obcou alebo vyšším územným celkom /osem položiek – účty 691 až 698/. V účtových triedach 5 a 6 sa na syntetických účtoch účtujú náklady a výnosy rozpočtovej organizácie ako účtovnej jednotky. Členenie nákladov a výnosov súvisiacich s ich hlavnou a podnikateľskou činnosťou sa zabezpečuje v rámci analytického členenia ale vo výkaze ziskov a strát, ako bolo uvedené, je toto členenie zohľadnené pri ich vykazovaní za bežné účtovné obdobie v samostatných stĺpcoch. Súčasťou účtov nákladov účtovej triedy 5 sú náklady na tvorbu rezerv a na tvorbu opravných položiek /v ÚS 55 a 57/, súčasťou účtov výnosov účtovej triedy 6 sú výnosy so zúčtovania rezerv a so zúčtovania opravných položiek /v ÚS 65 a 67/. Vo výkaze ziskov a strát sú to samostatné výsledkové položky.

Informácie, ktoré vysvetľujú a dopĺňajú údaje vo výkazoch účtovnej závierky, sa uvádzajú v poznámkach. V poznámkach v článku IV. Informácie o údajoch na strane pasív súvahy v časti Vlastné imanie sa uvedie prehľad o pohybe vlastného imania v členení podľa jednotlivých položiek v súvahe podľa predpísaného obsahu a štruktúry v opatrení Ministerstva financií SR. Z hľadiska analýzy účtovného výsledku hospodárenia rozpočtových organizácií za významný zdroj informácií pre analýzu považujeme tabuľku pre prezentáciu vlastného imania, ktorá je súčasťou tabuľkovej časti poznámok.

4 Výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia konkrétnych rozpočtových organizácií

Analýzu účtovného výsledku hospodárenia konkrétnych rozpočtových organizácií sme rozdelili do troch krokov. V prvom kroku sme skúmali výsledok hospodárenia za účtovné obdobie. V druhom kroku sme skúmali vplyv výsledku hospodárenia za účtovné obdobie na nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov. V treťom kroku sme sa zamerali na celkovú hodnotu výsledku hospodárenia k 31. 12. príslušného roka ako súčtu výsledku hospodárenia za účtovné obdobie a nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov. Konkrétne rozpočtové organizácie sme vybrali z oblasti školstva v počte 6 rozpočtových organizácií. Údaje sme analyzovali za obdobie 5 rokov, konkrétne roky 2013 až 2017. Uvedené obdobie korešponduje s dostupnosťou individuálnych účtovných závierok rozpočtových organizácií v registri účtovných závierok v čase spracovania výsledkov analýzy. Pri analýze sme sa zamerali na charakter výsledku, t. j. či má hodnotu kladnú, zápornú alebo sa rovná nule. V tabuľkách sú znázornené príslušným znamienkom +, – alebo hodnotou 0. Preto v tabuľkách neuvádzame konkrétne sumy výsledku hospodárenia.

4. 1 Výsledky analýzy výsledku hospodárenia za účtovné obdobie

V nasledujúcej tabuľke 1 sú zobrazené výsledky analýzy účtovného výsledku hospodárenia – výsledku hospodárenia za účtovné obdobie /VH za ÚO/ šiestich rozpočtových organizácií RO 1 až RO 6 v rokoch 2013 – 2017.

Tab. 1: Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie v ***RO 1 – RO 6***

VH za ÚO		2013	2014	2015	2016	2017
RO 1		–	+	+	+	–
RO 2		–	+	+	–	+
RO 3		+	–	0	+	+
RO 4		–	–	–	–	–
RO 5		–	+	+	–	+
RO 6	HČ	–	+	+	–	+
	PČ	+	+	+	+	+
	Spolu	–	+	+	–	+

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 1 – RO 6 za uvedené roky z registra účtovných závierok

Prvých päť rozpočtových organizácií vykazovalo vo výkaze ziskov a strát len náklady, výnosy a výsledok hospodárenia z hlavnej činnosti. Jedna rozpočtová organizácia RO 6 vykazovala náklady, výnosy a výsledok hospodárenia za bežné obdobie z hlavnej činnosti /HČ/, podnikateľskej činnosti /PČ/ a spolu. Základom výsledku hospodárenia za účtovné obdobie aj v tejto rozpočtovej organizácii je výsledok hospodárenia z hlavnej činnosti. Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie z hlavnej činnosti v piatich rozpočtových organizáciách mal rôzne hodnoty v jednotlivých rokoch – kladné, záporné a v jednom prípade

sa rovnal nule. V jednej organizácii – RO 4 v celom skúmanom období vo všetkých piatich rokoch mal výsledok hospodárenia za účtovné obdobie zápornú hodnotu.

Percentuálny podiel výsledku hospodárenia za účtovné obdobie z hlavnej a podnikateľskej činnosti na výsledku hospodárenia za účtovnú jednotku spolu v RO 6 v rokoch 2013 až 2017 uvádzame v tabuľke 2. Najvyšší podiel výsledku hospodárenia za účtovné obdobie z podnikateľskej činnosti na výsledku hospodárenia za účtovnú jednotku spolu bol v organizácii v roku 2014 a predstavoval 13, 6 %.

*Tab. 2: Percentuálny podiel VH za ÚO z hlavnej a podnikateľskej činnosti v **RO 6***

% podiel VH za ÚO		**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
RO 6	HČ	104,1 %	86,4 %	88,1 %	102,3 %	98,0 %
	PČ	- 4,1 %	13,6 %	11,9 %	- 2,3 %	2,0 %
	Spolu	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 6 za uvedené roky z registra účtovných závierok

4. 2 Výsledky analýzy nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov

V nasledujúcich tabuľkách 3 až 8 zobrazujeme výsledky analýzy vplyvu výsledku hospodárenia za účtovné obdobie na nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov /Nevysp. VH min. r./ skúmaných rozpočtových organizácií RO 1 až RO 6 v rokoch 2013 – 2017. V jednotlivých tabuľkách uvádzame podľa jednotlivých rokov začiatočný stav nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov, presun – usporiadanie výsledku hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia, ďalšie zmeny – prírastky alebo úbytky a konečný zostatok nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov. Symbolom ≈ zobrazujeme nezistené alebo nejasné údaje v RO 1.

*Tab. 3: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 1***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	≈	+	–	+	+
Presun	≈	≈	≈	≈	≈
Ďalšie zmeny	≈		≈	≈	≈
Konečný zostatok	+	–	+	+	+

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 1 za uvedené roky z registra účtovných závierok

*Tab. 4: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 2***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	0	–	–	+	+
Presun	–	–	+	+	–
Ďalšie zmeny					
Konečný zostatok	–	–	+	+	+

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 2 za uvedené roky z registra účtovných závierok

*Tab. 5: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 3***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	–	–	–	–	–
Presun	–	+	–	0	+
Ďalšie zmeny					
Konečný zostatok	–	–	–	–	–

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 3 za uvedené roky z registra účtovných závierok

*Tab. 6: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 4***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	+	+	+	+	–
Presun	–	–	–	–	–
Ďalšie zmeny		+		+	
Konečný zostatok	+	+	+	–	–

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 4 za uvedené roky z registra účtovných závierok

*Tab. 7: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 5***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	+	+	+	+	+
Presun	+	–	+	+	–
Ďalšie zmeny	–	–			
Konečný zostatok	+	+	+	+	+

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 5 za uvedené roky z registra účtovných závierok

*Tab. 8: Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov v **RO 6***

Nevysp. VH min. r.	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Začiatočný stav	+	+	+	+	+
Presun	+	–	+	+	–
Ďalšie zmeny	–	–	–	–	–
Konečný zostatok	+	+	+	+	+

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 6 za uvedené roky z registra účtovných závierok

V piatich organizáciách RO 2 až RO 6 sme identifikovali vplyv výsledku hospodárenia za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie na nevysporiadaný výsledok hospodárenia v príslušnom roku. V poznámkach v tabuľke o vlastnom imaní v organizáciách RO 2 a RO 3 neboli uvádzané ďalšie zmeny, v organizáciách RO 4 až RO 6 boli uvádzané ďalšie zmeny ako prírastky alebo úbytky. Ako je zobrazené v tabuľke 8, rozpočtová organizácia RO 6 uvádzala ďalšie zmeny v každom roku. Skúmaný vplyv výsledku hospodárenia za účtovné obdobie a ďalšie zmeny na nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov sme v organizácii RO 1 nevedeli identifikovať, nakoľko uvedené tabuľky o vlastnom imaní v poznámkach účtovných závierok v registri účtovných závierok neboli nám jasné a účtovnú závierku za rok 2013 táto organizácia nemala uloženú v registri účtovných závierok.

4. 3 Výsledky analýzy výsledku hospodárenia

Celková hodnota výsledku hospodárenia k 31. 12. príslušného roka ako súčet výsledku hospodárenia za účtovné obdobie a nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov bola v skúmaných rozpočtových organizáciách rôzna. Znovu sme sa zamerali na jej charakter – či je kladná alebo záporná hodnota, ktoré vyjadrujeme príslušným znamienkom. Pri tejto analýze sme skúmali aj zmenu výsledku hospodárenia v porovnaní s bezprostredne predchádzajúcim účtovným obdobím. Vyhodnotenie zmeny celkovej hodnoty výsledku hospodárenia vyjadrujeme ako „zvýšenie“ alebo „zníženie“ resp. „bez zmeny“.

*Tab. 9: Výsledok hospodárenia k 31. 12. v **RO 1 – RO 6***

VH k 31. 12.	2013	2014	2015	2016	2017
RO 1	–	+ zvýšenie	+ zvýšenie	+ zvýšenie	+ zníženie
RO 2	–	+ zvýšenie	+ zvýšenie	+ zníženie	+ zvýšenie
RO 3	–	– zníženie	– bez zmeny	– zvýšenie	– zvýšenie
RO 4	+	+ zníženie	– zníženie	– zníženie	– zníženie
RO 5	+	+ zníženie	+ zvýšenie	+ zníženie	+ zvýšenie
RO 6	+	+ zvýšenie	+ zvýšenie	+ zníženie	+ zvýšenie

Zdroj: vlastné spracovanie z údajov v individuálnych účtovných závierkach RO 1 – RO 6 za uvedené roky z registra účtovných závierok

Tak ako je zobrazené v tabuľke 9, celková hodnota výsledku hospodárenia k 31. 12. príslušného roka bola v dvoch organizáciách RO 5 a RO 6 vo všetkých rokoch kladná, v jednej organizácii RO 3 vo všetkých rokoch záporná, v dvoch organizáciách RO 1 a RO 2 zo zápornej hodnoty v roku 2013 sa zmenila na kladné hodnoty v ďalších štyroch rokoch, a naopak v jednej organizácii RO 4 z kladnej hodnoty výsledku hospodárenia k 31. 12. v rokoch 2013 a 2014 sa zmenila na záporné hodnoty v ďalších troch rokoch.

Čo sa týka zmien celkovej hodnoty výsledku hospodárenia k 31. 12. príslušného roka v porovnaní s bezprostredne predchádzajúcim účtovným obdobím, iba v jednej organizácii RO 4 sme identifikovali vo všetkých skúmaných rokoch zníženia celkovej hodnoty výsledku hospodárenia a v ostatných piatich organizáciách sme identifikovali rôzne zmeny v jednotlivých rokoch.

5 Záver

V príspevku analyzujeme účtovný výsledok hospodárenia rozpočtových organizácií v kontexte s jeho vymedzením zákonom o účtovníctve. Pri analýze účtovného výsledku hospodárenia sme vychádzali z poznatkov o jeho zisťovaní, ekonomickej podstate, účtovaní a vykazovaní v individuálnej účtovnej závierke. V súčasnosti – od roku 2008 rozpočtové organizácie zisťujú v účtovníctve výsledok hospodárenia za účtovnú jednotku uplatnením akruálneho princípu. Účtovný výsledok hospodárenia sa zistí ako rozdiel výnosov účtovaných na účtoch účtovej triedy 6 – Výnosy a nákladov účtovaných na účtoch účtovej triedy 5 – Náklady. V rozpočtových organizáciách sa na účte 431 – Výsledok hospodárenia v prípade rozdelenia účtovného kladného výsledku hospodárenia účtuje použitie účtovného kladného výsledku hospodárenia na usporiadanie účtovného záporného výsledku hospodárenia minulých

rokov a naopak účtovný záporný výsledok hospodárenia sa usporiada z účtovného kladného výsledku hospodárenia minulých rokov. Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov sa účtuje na rovnomennom účte 428. Okrem zúčtovania výsledku hospodárenia bezprostredne predchádzajúceho účtovného obdobia sa na účte 428 účtujú významné opravy chýb minulých účtovných období a rozdiely zo zmien použitých účtovných metód a účtovných zásad. Informácie o výsledku hospodárenia prezentujú rozpočtové organizácie v účtovnej závierke, a to vo všetkých troch jej súčastiach – v súvahe, vo výkaze ziskov a strát a v poznámkach. Účtovné závierky v súčasnosti rozpočtové organizácie ukladajú do registra účtovných závierok. Pre analýzu účtovného výsledku hospodárenia sme využili práve individuálne účtovné závierky vybraných rozpočtových organizácií z registra účtovných závierok.

Päť zo šiestich skúmaných rozpočtových organizácií vykazovalo vo výkaze ziskov a strát len náklady, výnosy a výsledok hospodárenia z hlavnej činnosti. Jedna rozpočtová organizácia vykazovala náklady, výnosy a výsledok hospodárenia za bežné obdobie z hlavnej činnosti aj podnikateľskej činnosti. Základom výsledku hospodárenia za účtovné obdobie aj v tejto rozpočtovej organizácii bol výsledok hospodárenia z hlavnej činnosti. Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie z hlavnej činnosti v piatich rozpočtových organizáciách mal rôzne hodnoty v jednotlivých rokoch – kladné, záporné a v jednom prípade sa rovnal nule. V jednej organizácii v celom skúmanom období – vo všetkých piatich rokoch mal výsledok hospodárenia za účtovné obdobie zápornú hodnotu. Celková hodnota výsledku hospodárenia k 31. 12. príslušného roka ako súčet výsledku hospodárenia za účtovné obdobie a nevysporiadaného výsledku hospodárenia minulých rokov bola v skúmaných rozpočtových organizáciách rôzna.

Literatúra

1. Individuálne účtovné závierky organizácií RO 1 až RO 6 za roky 2013 – 2017. Retrieved August 15, 2018, from http://www.registeruz.sk/
2. Kovalčíková, A., Kordošová, A., & Kršeková, M. (2015). *Účtovníctvo rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií*. Bratislava: EKONÓM.
3. Kovalčíková, A. (2017). Výsledok hospodárenia v účtovníctve rozpočtových organizácií a príspevkových organizácií. Profit or loss of the accounting entity in the accounting of budgetary organizations and allowance organizations. *Aiesa – Budovanie Spoločnosti Založenej Na Vedomostiach : Zborník : 17. Medzinárodná Vedecká Konferencia :* 85 – 97, *Bratislava,*.
4. *Opatrenie Ministerstva financií SR č. MF/25755/2007-31, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky, termíny a miesto predkladania účtovnej závierky pre rozpočtové organizácie, príspevkové organizácie, štátne fondy, obce a vyššie územné celky v znení neskorších predpisov.*
5. *Opatrenie Ministerstva financií SR č. MF/16786/2007-31, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre rozpočtové organizácie, príspevkové organizácie, štátne fondy, obce a vyššie územné celky v znení neskorších predpisov.*
6. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky.* Bratislava: Wolters Kluwer.
7. *Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.*
8. *Zákon č. 523/2004 Z. z. o rozpočtových pravidlách verejnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.*

Analýza nefinančných údajov z výročných správ

Annual Reports Narrative Data Analysis

Zuzana Kubaščíková[1], Miloš Tumpach[2], Zuzana Juhászová[3]

Abstrakt

Pri posudzovaní súčasnej a budúcej finančnej výkonnosti podnikov majú zainteresované strany k dispozícii rôzne zdroje informácií. Výročné správy v rámci ktorých spoločnosti odhaľujú svoju činnosť, výsledky, vývoj a trendy do budúcnosti sú jedným z najdôležitejších zdrojov informácií. Výročné správy obsahujú popri finančných údajoch aj nefinančné informácie, ktoré poskytujú širší pohľad na podnikanie a výkonnosť spoločnosti. S rastúcim rozsahom výročných správ v posledných rokoch môžeme pozorovať aj rastúci záujem investorov alebo analytikov o nefinančné informácie z výročných správ, ktoré využívajú na podporu svojich rozhodnutí. Cieľom tohto príspevku je prijať alebo zamietnuť tvrdenia, že nefinančné údaje môžu byť použité aj na posúdenie finančnej situácie a finančnej výkonnosti spoločnosti.

Kľúčové slová

účtovná závierka, analýza textu, nefinančné údaje, výročná správa

Abstract

When assessing a firm‘s current and future financial performance, various information sources are available to interested parties. Annual reports, within which companies reveal their activities, results, developments and trends, are one of the most important information sources. Such a report contains, alongside financial data, narrative disclosure of contextual non-financial information providing broader insight into a company´s business and performance. With the increasing average length of narratives in recent years we may also observe the growing interest of investors or analysts in information revealed here as a means of supporting their decisions. The aim of this paper is to accept or reject the claims that non-financial "narrative" data could also be used for the assessment of the financial position and financial performance of a company.

Key words

financial statements, sentiment analysis, narrative data, annual report

JEL classification

JEL Code M41

1 Úvod

Niektorí autori (Magnusson, 2005; Hajek a kol., 2014) zdôrazňujú význam kvalitatívnych informácií z výročných správ pri predikcií finančného vývoja. Argumentujú tým, že kým finančné informácie odrážajú iba súčasnú finančnú situáciu spoločnosti,

[1] Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: zuzana.kubascikova@euba.sk

[2] prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: tumpach@euba.sk

[3] doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: zuzana.juhaszova@euba.sk

kvalitatívne informácie zahŕňajú aj plány do budúcnosti, budúce trendy a očakávania manažmentu. (Ondrušová, 2016) Zmeny kvalitatívnych môžu spôsobiť zmeny finančných ukazovateľov v budúcnosti. (Parajka, 2015)

Tento príspevok skúma platnosť hypotézy, či je možné použiť kvalitatívne informácie z výročných správ na predikciu finančného vývoja, prostredníctvom textovej analýzy kvalitatívnych informácií. Zameriava sa hlavne na analýzu sentimentu použitého v texte, ale tiež analyzuje zložitosť textu a analyzuje tématický obsah textu. Kvalitatívne informácie obsiahnuté vo výročných správach dopĺňajú účtovnú závierku perspektívnymi a retrospektívnymi informáciami o rôznych oblastiach spoločnosti, vrátane rizík a neistôt, informáciách o ekonomickej a prevádzkovej výkonnosti, stratégií a štruktúre spoločnosti, inováciách, dodávateľskom reťazci, riadení spoločnosti, o vplyve spoločnosti na životné prostredie a o sociálny a etický vplyv spoločnosti. (Pakšiová, 2014)

Sajjad (2011, s. 3) z ACCA uviedol: „Súčasné vykazovanie presahuje jeho historické poslanie [...] výročné správy sa presunuli z ich pôvodného zamerania na finančnú výkonnosť na nové zameranie a to na celkovú výkonnosť podnikov.“ Nové výzvy vyžadujú, aby odborníci v oblasti financií pripravili správy, ktoré by poskytli čitateľovi relevantné a vhodné vysvetľujúce informácie, ktoré dopĺňajú finančné informácie.

„Aj keď investori do určitej miery robia rozhodnutia na základe kvantitatívnych informácií zo súvahy, z výkazu ziskov a strát a z výkazu peňažných tokov, dôležitá časť ich rozhodnutí je založená aj na subjektívnom hodnotení činností spoločnosti“ (Ahmad, 2011 , s. 101). Textové informácie môžu teda tiež ovplyvniť rozhodovací proces používateľov.

Nefinančné informácie predstavujú informácie, ktoré je potrebné zohľadniť ak chceme komplexne pochopiť výkonnosť spoločnosti. Podľa Beattie et al. (2004, s. 222), kvantitatívne finančné informácie predstavujú len asi 20% všetkých informácií obsiahnutých vo výročných správach.

Finanční analytici tiež uznali užitočnosť nefinančného vykazovania, viac ako

80% z nich označilo manažérsku diskusiu o výkonnosti, ktorá je súčasťou výročných správ ako mimoriadne dôležitú alebo veľmi dôležitú pri hodnotení podnikovej hodnoty (Balakrishnan et al., 2010, s. 791). Preto je potrebné dôkladne zvážiť aj analýzu textových informácií, aby bolo možné riadne posúdiť finančnú výkonnosť spoločnosti.

2 Metodológia a zdroje údajov

Pre účely tohto príspevku sme analyzovali výročné správy spoločností rozdelené do dvoch skupín na základe Altmanovho predikčného modelu. Prvú skupinu spoločností tvorili finančne krízové spoločnosti, ktoré pravdepodobne budú bankrotovať v najbližších dvoch rokoch a druhú skupinu tvorili finančne stabilné spoločnosti. Altmanov model predikuje bankrot na základe finančných ukazovateľov založených na súčasných finančných výsledkoch. Preskúmali sme, či kvantitatívne informácie obsiahnuté vo výročných správach analyzovaných spoločností naznačujú bankrot a doplnili sme ich analýzou kvalitatívnych informácii. Analyzovali sme, či spoločnosti, ktoré pravdepodobne zbankrotujú majú v porovnaní s finančne stabilnými spoločnosťami odlišné výročné správy, hlavne čo sa týka sentimentu textu. Na tento účel sme vybrali 20 spoločností zo zoznamu Fortune 1000 (Fortune, 2016) a rozdelili sme ich do dvoch rovnakých skupín podľa Altmanovho Z-skóre získaného z databázového portálu Factiva. Ďalej sme zhromaždili výročné správy amerických spoločností z databázy EDGAR (EDGAR, 2016). Celkovo sme preskúmali 20 výročných správ za rok 2015.

Zoznam podnikov z „krízovej zóny“ spolu s informáciami o výsledkoch Altmanovho Z-skóre sú k dispozícii v tabuľke 1:

Tabuľka 1: Spoločnosti zaradené do „krízovej zóny“ podľa Altmanovho Z-skóre

Poradie	Spoločnosť	Z-skóre
1.	Anadarko Petroleum Corp.	0,71
2.	Apache Corp.	0,55
3.	Caesars Entertainment Corp.	-0,24
4.	Darling Ingredients	1,53
5.	Freeport-McMoRan, Inc.	0,22
6.	Leucadia National Corp.	0,46
7.	Post Holdings, Inc.	1,06
8.	The ADT Corp.	0,99
9.	WestRock Co.	1,35
10.	Windstream Holdings, Inc.	0,62

Zdroj: Factiva Companies and Executives, 2016

Nasledujúca tabuľka zahŕňa spoločnosti patriace do „bezpečnej zóny“ podľa ich Altmanovho Z-skóre:

Tabuľka 2: Spoločnosti zaradené do „bezpečnej zóny“ podľa Altmanovho Z-skóre

Poradie	Spoločnosť	Z-skóre
1.	Applied Materials, Inc.	4,17
2.	Campbell Soup	3,19
3.	Cisco Systems	3,14
4.	Citrix Systems, Inc.	3,83
5.	Exxon Mobil	3,72
6.	Johnson & Johnson	5,09
7.	McDonalds Corp.	5,25
8.	PepsiCo, Inc.	4,01
9.	Phillips 66	3,56
10.	The Walt Disney Co.	4,5

Zdroj: Factiva Companies and Executives, 2016

Spoločnosti boli vybrané tak, aby patrili do rôznych priemyselných odvetví a snažili sme sa o zastúpenie rovnakých odvetví v rámci bezpečnej zóny a aj v rámci krízovej zóny, aby atribúty špecifické pre daný priemysel neohrozili výsledky analýzy. Spoločnosti v obidvoch skupinách tak patria do odvetvia telekomunikačného priemyslu, potravinárskeho priemyslu, zábavného priemyslu, petrochemického priemyslu a vývoja bezpečnostných systémov a softvéru.

Na posúdenie sentimentu použitého vo výročnej správe sme spracovávali a analyzovali údaje pomocou programu textovej analýzy LIWC2015 (Jazykové vyhľadávanie a Word Count). Tento program analyzuje text na rôznych kategóriách sentimentu, vrátane pozitívnych emócií, negatívnych emócií, stupňa istoty, zamerania sa na riziká a ďalších.

Jazykové vyhľadávanie a počet slov (LIWC) je textový počítačový analytický program, ktorý produkuje výstup vo forme percenta slov obsiahnutých v texte rozdelený do uvedených kategórií. Napríklad, ak text obsahuje 1000 slov a slovník nájde 50 slov, ktoré sa v texte vyskytujú a vyjadrujú pozitívne emócie, priradí skóre 5 k pozitívnemu sentimentu. V rámci každej kategórie môže byť konkrétnemu textu priradené skóre od 0 do 100. Čím viac slov softvér analyzuje, tým spoľahlivejšie sú výsledky. Keďže naše vzorky obsahovali texty v rozsahu od 7 000 do 22 000 slov, považujeme získané výsledky za spoľahlivé.

Tento počítačový slovník bol použitý na analýzu sentimentu vo výročnej správe. Každá výročná správa vyššie spomenutých spoločností bola analyzovaná v niekoľkých kategóriách sentimentu. Výsledky sme syntetizovali pre spoločnosti z „bankrotnej zóny“ a spoločnosti z „bezpečnej zóny“, aby sme získali úplný obraz o rozdieloch medzi týmito dvoma skupinami.

3 Výsledky

Na účely tohto článku sme analyzovali spoločnosti podľa Altmanového Z-skóre, aby sme určili, či sa kvalitatívne informácie obsiahnuté vo výročných správach líšia medzi spoločnosťami s vysokou pravdepodobnosťou bankrotu a finančne stabilnými spoločnosťami. Môžeme teda predpokladať, že výročná správa finančne slabších spoločností vykazuje sentiment, ktorý je negatívnejší a neistý ako výročná správa finančne zdravých spoločností.

Finančne zdravé spoločnosti dosiahli mierne vyššie skóre v pozitívnych emóciách v porovnaní s krízovými podnikmi (2,79 vs. 2,77). Keď sme hlbšie preskúmali samotné spoločnosti zistili sme, že spoločnosti z bankrotnej skupiny, ktoré utrpeli stratu v roku 2015 obsahovali menej pozitívne, dokonca až negatívne emócie v porovnaní so spoločnosťami, ktoré dosiahli zisk.

Pri skúmaní negatívnych emócií sme zistili, že spoločnosti s pravdepodobnými finančnými problémami mali tendenciu používať negatívnejší tón než skupina podnikov bez finančných problémov (0,26 vs. 0,21). To môže byť spôsobené tým, že spoločnosti v kríze sa obávajú budúcnosti. I napriek tomu, že spoločnosti ešte nemajú výrazné finančné ťažkosti je pravdepodobný ich výskyt v priebehu nasledujúcich dvoch rokov. Preto spoločnosti vyjadrili svoje znepokojenie v textovej časti ešte predtým, než sa objaví platobná neschopnosť alebo bankrot. Keď však zvážime len spoločnosti, ktoré v skupine s problémami utrpeli stratu v roku 2015, majú oveľa nižšiu úroveň negatívnych emócii v porovnaní so zvyškom skupiny (0,20 vs. 0,30) a mierne vyššiu úroveň istoty (0,79 vs. 0,76).

Zaujímavé je, že finančne krízové spoločnosti sa zhoršili v dvoch takmer protikladných kategóriách: istota (0,77 – krízové spoločnosti vs. 0,84 – spoločnosti z bezpečnej zóny) a neurčitosť, váhavosť (1,79 – krízové spoločnosti vs. 1,94 – spoločnosti z bezpečnej zóny). Spoločnosti v kríze s horšími finančnými výsledkami sú oveľa istejšie a zároveň sú neisté, váhavé vo svojich vyjadreniach v porovnaní s podnikmi s lepšou výkonnosťou. Táto protichodnosť môže byť spôsobená tým, že tieto spoločnosti na jednej strane spájajú neurčité vyjadrenia s finančnou situáciou a na druhej strane určité vyjadrenia s aktivitami na zvládnutie zlej finančnej situácie. Preto by sme v našom prípade mohli použiť argumentáciu, že krízové firmy majú väčšiu tendenciu zvládnuť svoju finančnú situáciu, napríklad zavádzaním nových stratégií, reštrukturalizačných programov a iných iniciatív na zabránenie možnému bankrotu (tu sa prejavuje ich istota). Avšak stále viac sú neisté ohľadom ich budúcej finančnej situácie v porovnaní s podnikmi z bezpečnej zóny, ktoré môžu byť takmer isté, že v budúcich rokoch nezbankrotujú.

Preskúmali sme aj ďalších päť kategórií – príslušnosť, výsledky, výkon, zameranie sa na odmeny a zameranie sa na riziká. Všetky patria do kategorizácie LIWC2015. Mohli by poskytnúť dôležité informácie o tom, čo špecificky riadi výkonnosť spoločnosti a / alebo na

ktoré kategórie by manažéri chceli klásť najväčší dôraz pri hodnotení finančnej výkonnosti spoločnosti.

Spoločnosti v rámci bezpečnej zóny dosahujú vyššie skóre v prvých štyroch kategóriách – príslušnosť (2,6 vs. 2,5), výsledky (1,8 vs. 1,65), výkon (2,74 vs. 2,69), zameranie sa na odmeny (1 vs. 0,65). Finančne ohrozené spoločnosti ich prekonali iba v rizikovej kategórii (0,96 vs. 1,09). Kategória výkonu, na ktorej obidve skupiny dosahujú najvyššie skóre (2,74 a 2,69) vyjadruje záujem o status spoločnosti a dominantnosť. Táto kategória pravdepodobne obsahuje slová ako „šéf“, „prezident“ alebo „silný“. Je teda zrejmé, že takéto slová sú uvedené vo výročných správach spoločností. Preto táto kategória nemá na účely našej analýzy veľkú vypovedaciu schopnosť.

Zaujímavosťou je skutočnosť, že krízové spoločnosti vidia vyššie riziko spojené s ich finančnou výkonnosťou a vidíme, že sa to odráža aj v textoch ich výročných správ. Preto môže táto analýza pomôcť do určitej miery predvídať finančnú výkonnosť firiem. Úplný obraz, ktorý spája všetkých týchto päť kategórii nám môže poskytnúť určité dôkazy o zhoršujúcom sa finančnom výkone spoločnosti, ktorý je vyjadrený v textovej časti výročných správ.

4 Záver

Finančné údaje obsiahnuté vo výročných správach sú dôležitými ukazovateľmi súčasnej finančnej výkonnosti, ale môžu tiež naznačovať budúci finančný vývoj pri využití predikčných modelov ako napríklad Altmanovo Z-skóre. Finančné údaje však neposkytujú prehľad o všetkých okolnostiach, ktoré viedli k týmto výsledkom, informácie o budúcich trendoch, vývoji a očakávaniach manažérov. Na tento účel sú obzvlášť užitočné kvalitatívne údaje.

Na účely tomto príspevku boli testované výročné správy 20 vybraných spoločností. Spoločnosti boli náhodne vybrané z databázy Fortune 1000. Ich Altman Z-skóre bolo získané z databázového portálu Factiva. Vybrali sme spoločnosti v rôznych priemyselných odvetví. Sústredili sme sa hlavne na sentiment, ktorý používajú manažéri v diskusii o výkonnosti, pozícii spoločnosti a budúcich vývojových trendoch vo výročnej správe. Na tento účel sa použil počítačový program na analýzu textu.

Napriek tomu, že textové časti výročných správ sú oveľa subjektívnejšie v porovnaní s finančnými údajmi a môžu naznačovať budúci finančný vývoj. Bol použitý textový analytický program s cieľom prijať alebo zamietnuť tvrdenia, že aj nefinančné údaje môžu byť použité na posúdenie finančnej situácie a finančnej výkonnosti spoločnosti. Naša analýza sa sústredila na časti výročných správ v ktorej tvorcovia komentujú finančnú výkonnosť, ale tiež vyjadrujú prediktívne výpovede o budúcich trendoch, očakávaniach a výzvach. Informácie obsiahnuté v týchto častiach výročných správ preto naznačujú budúcu finančnú výkonnosť.

Výsledky našej analýzy podporili hypotézu, že krízové spoločnosti používajú vo svojich výročných správach iný jazyk v porovnaní s finančne stabilnými spoločnosťami. Tieto zistenia potvrdili vzťah medzi vyjadreniami manažérov, ktoré boli použité pri zostavovaní výročných správ a finančnou výkonnosťou spoločnosti. Preto je vhodné, aby sa do predikčných modelov zakomponovali aj nefinančné údaje. Toto je možné zakomponovať do predikčných modelov založených na neurónových sieťach.

Predložený výskum má však aj svoje obmedzenia, ktoré by mohli následne ovplyvniť spoľahlivosť a presnosť dosiahnutých výsledkov a na ktorých sú založené naše odporúčania. Je však možné odstrániť tieto obmedzenia tým, že sa na riešenie využijú neurónové siete, vyžaduje sa však väčšia vzorka údajov a automatizované spracovanie vstupných údajov.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu grantovej agentúry Vedecká grantová agentúra MŠ SR a Slovenskej akadémie vied (VEGA) č. 1/0512/16 (2016-2018) „Zachovanie a rast majetkovej podstaty ako relevantný nástroj trvalo udržateľného rozvoja podniku.“

Literatúra

1. Ahmad, K. (2011). *Affective computing and sentiment analysis: Emotion, metaphor and terminology*. Dordrecht: Springer.
2. Balakrishnan, R. Qui, X.Y. & Srinivasan, P. (2010). On the predictive ability of narrative disclosures in annual reports. *European Journal of Operational Research.,* 202(3), 789-801.
3. Beattie, V., Mcinnes, B. & Fearnley, S. (2004). A methodology for analyzing and evaluating narratives in annual reports: a comprehensive descriptive profile and metrics for disclosure quality attributes. *Accounting Forum.,* 28(3), 205-236.
4. Courtis, J. K. (2004). Corporate report obfuscation: artefact or phenomenon? In *The British Accounting Review.* 36(3), 291–312.
5. EDGAR Company Filings. (2018). Retrieved March 25, 2018, from https://www.sec.gov/edgar/searchedgar/companysearch.html6. Fortune. (2016). Fortune 500. Retrieved March 20, 2018, from http://fortune.com/fortune500/
6. Hajek, P., Olej, V., & Myskova, R. (2014). Forecasting financial performance using sentiment in annual reports for stakeholders´ decision-making. *Technological and Economic Development of Economy*., 20(04), 721-738
7. Magnusson, C. et al. (2005). The language of quarterly reports as an indicator of change in the company´ financial status. *Information & Management.*, 42(4), 561-574.
8. Ondrušová, L. (2016) Company in crisis form the point of view of accounting. *Journal Of East European Science And Research: Scientific Peer-Reviewed Journal*, *8*(1), 338-345..
9. Pakšiová, R. (2014). *Majetková podstata podniku.* Bratislava: Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
10. Parajka, B. (2015). Are information needs of financial entities served by financial statements in the Slovak Republic. *Financial Management Of Firms And Financial Institutions: Proceedings: 10Th International Scientific Conference: 7Th - 8Th September 2015, Ostrava, Czech Republic*, 950-957.
11. Sajjad, A. (2011). Writing the narrative: The triumphs and tribulation. Retrieved August 15, 2018, from https://www.accaglobal.com/content/dam/acca/global/PDF-technical/narrative-reporting/writing_the_narrative.pdf

Nové formy podnikania s akcentom na digitálne platformy

The new forms of business with the emphasis on digital platforms

Martina Mateášová[1], Milan Gedeon[2]

Abstrakt

Digitálnou platformou sa rozumie *hardvérová platforma alebo softvérová platforma potrebná na vytvorenie aplikácií a správu aplikácií* (§ 2 písm. ag) zákona o dani z príjmov). Dôvodom zavedenia tohto inštitútu do právnej úpravy v SR bola reakcia na nové formy podnikania založené na poskytovaní sprostredkovateľských služieb v oblasti prepravy alebo ubytovania prostredníctvom digitálnych platforiem. Táto forma podnikania sa vyznačuje absenciou fyzickej prítomnosti daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou na území štátu, v ktorom sú poskytované služby. Výkon ľudskej činnosti je nahradený automatizovanými procesmi, ktoré vykonáva počítačový algoritmus častokrát lokalizovaný v jurisdikcii s nízkou alebo žiadnou úrovňou zdanenia. Preto cieľom príspevku je analyzovať legislatívnu úpravu nových trendov podnikania predovšetkým z pohľadu daní.

Kľúčové slová

digitálna platforma, digitálny jednotný trh, stála prevádzkareň

Abstract

A digital platform is a hardware or software platform that is necessary to create applications and manage applications (article 2 (ag) of the Income Tax Act). This was established in the legal framework of the Slovak Republic as response to new forms of business based on the commissions on brokering services in the field of transport or accommodation via digital platforms. Form of business mentioned above is characterized by the absence of physical presence of a taxpayer with limited tax liability in the territory of a state in which the services are provided. The performance of human activity is replaced by automated processes with help a computer algorithm often located in a jurisdiction with low or no level of taxation. Therefore, the purpose of this paper is the analyse of the legislative of these new business trends, particularly in terms of taxes.

Key words

Digital platform, Digital Single Market, Permanent Establishment

JEL classification

F23, K34, M48

1 Úvod

Digitalizáciu možno vo všeobecnosti definovať ako prevod informácií do digitálnej formy, teda binárneho kódu. Mnohí odborníci v nej vidia budúcnosť spoločnosti, pretože nepochybne prispieva k zefektívňovaniu procesov, k transparentnosti dát, k triedeniu dát a k ich lepšiemu využitiu a v konečnom dôsledku vytvára priestor pre nové formy podnikania

[1] Ing. Martina Mateášová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, mateasova.martina@gmail.com.

[2] Ing. Milan Gedeon, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, milangedeon@gmail.com.

(CECGA, 2016). Novým možnostiam je však nevyhnutné prispôsobiť právne prostredie. V príspevku sme sa preto zamerali na právnu úpravu digitálnej platformy, a to najmä z pohľadu daní. Nakoľko je Slovenská republika súčasťou Európskej únie, tak sme sa venovali skúmanej problematike aj z hľadiska európskeho práva.

2 Stála prevádzkareň

Od 1. januára 2018 nadobudla účinnosť novela zákona[3] č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o dani z príjmov"), v zmysle ktorej sa rozširuje okruh subjektov povinných zriadiť si na území Slovenskej republiky stálu prevádzkareň. V novelizovanom znení je explicitne uvedené, že stálou prevádzkarňou sa rozumie okrem iného aj „opakované sprostredkovanie služieb prepravy a ubytovania, a to aj prostredníctvom digitálnej platformy".

Koncept stálej prevádzkarne slúži na to, aby daný štát mohol zdaniť časť zisku rezidenta iného štátu, ktorá plynie z jeho podnikateľskej činnosti, ktorú v tomto štáte vykonáva. Na stálu prevádzkareň sa v tomto kontexte pozeráme ako na daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou a svojimi definičnými znakmi stanovuje objektívne kritériá merania ekonomickej prítomnosti podnikateľa v konkrétnej krajine. Naplnenie kritérií v praxi znamená, že ekonomická prítomnosť zahraničného podnikateľa dosiahla dostatočnú integráciu podnikateľa do ekonomiky zmluvného štátu na to, aby zmluvný štát mohol oprávnene vykonať svoje právo na zdanenie zisku podnikateľa. Pri posúdení vzniku stálej prevádzkarne je nevyhnutné zohľadniť viaceré aspekty, aby sa determinovalo či ide, alebo nejde o stálu prevádzkareň. Hlavnou právnou normou v Slovenskej republike, ktorá upravuje stálu prevádzkareň je zákon o dani z príjmov.

Stálou prevádzkarňou sa v zmysle § 16 ods. 2 zákona o dani z príjmov rozumie „trvalé miesto alebo zariadenie na výkon činnosti, prostredníctvom ktorého daňovník s obmedzenou daňovou povinnosťou vykonáva úplne alebo sčasti svoju činnosť na území Slovenskej republiky". Toto miesto alebo zariadenie sa musí vyznačovať geografickou a časovou stálosťou. V uvedenom ponímaní ide o tzv. „klasickú" stálu prevádzkareň.

Časová stálosť trvalého miesta je vymedzená nasledovne: miesto alebo zariadenie na výkon činnosti je považované za trvalé, ak sa na výkon činnosti využíva sústavne alebo opakovane. Ak ide o jednorazovo vykonávanú činnosť, miesto alebo zariadenie, v ktorom je činnosť vykonávaná, sa považuje za trvalé, ak doba výkonu činností presiahne šesť mesiacov (jednorazovo vykonávaná činnosť je vykonávaná šesť mesiacov a jeden deň), a to súvisle alebo v niekoľkých obdobiach v akomkoľvek období dvanástich po sebe nasledujúcich mesiacov.

Geografická stálosť trvalého miesta je vymedzená zoznamom príkladov: miesto, z ktorého je činnosť daňovníka organizovaná, pobočka, kancelária, dielňa, pracovisko, miesto predaja, technické zariadenie alebo miesto prieskumu a ťažby prírodných zdrojov, pričom je potrebné zdôrazniť, že predmetné ustanovenie uvádza iba príkladný zoznam takýchto trvalých miest.

V súlade s § 16 ods. 2 zákona o dani z príjmov možno stále prevádzkarne kategorizovať okrem základného typu aj na niekoľko špecifických typov. Prvým z nich je tzv. „stavebná" stála prevádzkareň. Stavenisko, miesto vykonávania stavebných projektov a montážnych projektov sa považuje za stálu prevádzkareň, len ak výkon činnosti daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou, alebo jeho závislých osôb na nich presiahne šesť mesiacov. Podmienkou vzniku

[3] Novela zákona bola prijatá 7. decembra 2017 zákonom č. 344/2017 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov a ktorým sa mení zákon č. 563/2009 Z. z. o správe daní (daňový poriadok) a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov s účinnosťou od 1. januára 2018 (s výnimkou niektorých ustanovení zákona, ktoré nadobúdajú účinnosť až 1. januára 2019).

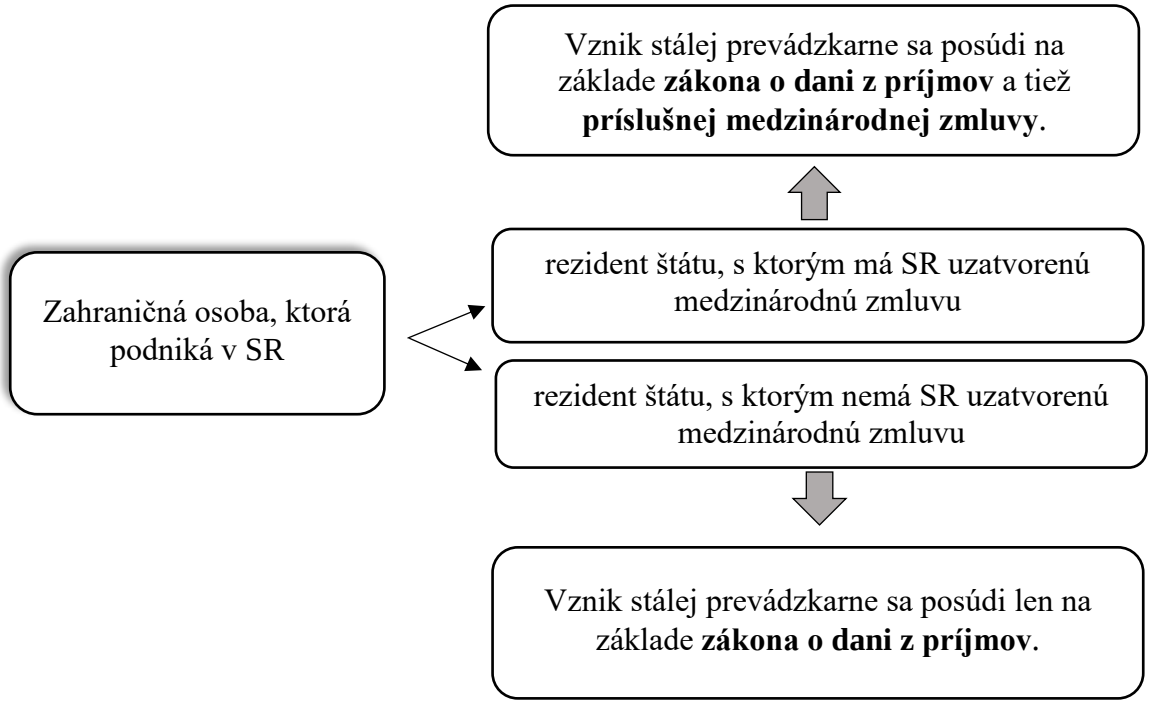
stavebnej stálej prevádzkarne je teda existencia osobitného staveniska alebo miesta vykonávania projektu na území iného štátu ako je daňová rezidencia daňovníka, na ktorom vykonáva daňovník stavebné, montážne, či inštalačné služby. Časová hranica na vznik stálej prevádzkarne je v súlade so zákonom o dani z príjmov šesť mesiacov, ale môže sa tiež líšiť v závislosti od medzinárodnej zmluvy o zamedzení dvojitého zdanenia skôr smerom nahor. Typickým príkladom je výstavba a rekonštrukcia ciest, mostov, budov a iné.

Ďalším typom stálej prevádzkarne môže byť tzv. „služobná“ stála prevádzkareň. Jej podstata spočíva v poskytovaní služieb daňovníkom alebo osobami pre neho pracujúcimi na území SR, ak doba výkonu tejto činnosti presiahne 183 dní, a to súvisle alebo v niekoľkých obdobiach v akomkoľvek období dvanástich po sebe nasledujúcich mesiacov. Príkladom na služobnú stálu prevádzkareň môžu byť rôzne poradenské, konzultačné, prepravné služby, služby cestovného ruchu a podobne.

Stálou prevádzkarňou je aj osoba, ktorá koná v zastúpení daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou a sústavne alebo opakovane prerokováva, uzatvára, sprostredkováva uzavretie zmlúv alebo zohráva hlavnú úlohu smerujúcu k uzatváraniu zmlúv, ktoré sú následne uzatvorené daňovníkom bez zmeny ich podstatných náležitostí a tieto zmluvy sú uzatvorené v mene daňovníka. Predmetom zmlúv môže byť aj prevod vlastníckeho práva alebo udelenie práva na užívanie majetku vo vlastníctve daňovníka alebo majetku, ktorý má daňovník právo užívať. Tento typ stálej prevádzkarne sa označuje ako tzv. „agentská“ stála prevádzkareň, pričom osoba koná v zastúpení daňovníka na základe jeho pokynov a daňovník výsledky jej činnosti kontroluje a nesie za ne podnikateľské riziko. Do tohto typu stálej prevádzkarne spadá napríklad predaj kozmetiky prostredníctvom agenta v inom štáte ako je rezidencia kozmetickej spoločnosti.

Pri posudzovaní vzniku stálej prevádzkarne daňovníkovi s obmedzenou daňovou povinnosťou na území SR a zdaňovania príjmov z výkonu jej činnosti je nevyhnutné zohľadniť, či Slovenská republika má s príslušným štátom (v ktorom má daňovník rezidenciu) uzatvorenú medzinárodnú zmluvu o zamedzení dvojitého zdanenia alebo nie. K 1. januáru 2018 je v zozname platných a účinných zmlúv o zamedzení dvojitého zdanenia 68 štátov, v rámci ktorých sú zastúpené všetky kontinenty (väčšina európskych štátov vynímajúc napr. Albánsko, Lichtenštajnsko a ďalej napríklad Čína, Japonsko, Indonézia, Juhoafrická republika, Austrália, Brazília, Mexiko, USA, Kanada a mnoho iných). Kompletný zoznam štátov s uvedením konkrétnych typov stálej prevádzkarne vymedzených v medzinárodných zmluvách je dostupný na stránke finančnej správy: https://www.financnasprava.sk/_img/pfsedit/Dokumenty_PFS/Obcania/Dan_z_prijmov/2014/2014.06.12_typSP.pdf. V roku 2015 boli ešte uzatvorené zmluvy s Arménskom, Spojenými arabskými emirátmi a Malajziou. Obrázok 1 znázorňuje proces posúdenia vzniku stálej prevádzkarne.

Obr. 1: Posúdenie vzniku stálej prevádzkarne



Zdroj: spracované podľa zákona o dani z príjmov

3 Digitálne platformy

Digitálnou platformou sa rozumie hardvérová platforma alebo softvérová platforma potrebná na vytvorenie aplikácií a správu aplikácií (zákon o dani z príjmov, § 2 písm. ag). Dôvodom zavedenia tohto inštitútu do právnej úpravy bola reakcia na nové formy podnikania založené na poskytovaní sprostredkovateľských služieb v oblasti prepravy alebo ubytovania prostredníctvom digitálnych platforiem. Táto forma podnikania sa vyznačuje absenciou fyzickej prítomnosti daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou na území štátu, v ktorom sú poskytované služby. Výkon ľudskej činnosti je nahradený automatizovanými procesmi, ktoré vykonáva počítačový algoritmus častokrát lokalizovaný v jurisdikcii s nízkou alebo žiadnou úrovňou zdanenia.

Zahraniční operátori digitálnych platforiem mali zaregistrovať stálu prevádzkareň v Slovenskej republike najneskôr do konca februára 2018, ak boli služby sprostredkovania opakovane poskytnuté v januári 2018 (stálu prevádzkareň je potrebné zaregistrovať najneskôr do konca kalendárneho mesiaca nasledujúceho po mesiaci, v ktorom vznikla stála prevádzkareň). Do tohto obdobia daňovníci, ktorí využívali na sprostredkovanie predaja svojich služieb zahraničné digitálne platformy, boli povinní zrážať daň z platieb za sprostredkovanie plateným zahraničným operátorom digitálnej platformy, ak si tieto platby uplatňujú ako daňový náklad. Pri zdaňovaní platieb tzv. zrážkovou daňou sa uplatňuje sadzba dane vo výške 19 % alebo 35 %, ak sú prijímateľom platby daňovníci z nezmluvných štátov.

Daňovníkom nezmluvného štátu je podľa § 2 písm. x) zákona o dani z príjmov fyzická osoba, ktorá nemá trvalý pobyt alebo právnická osoba, ktorá nemá sídlo v štáte uvedenom v zozname štátov uverejnenom na webovom sídle Ministerstva financií SR. Ministerstvo do zoznamu zahrňuje okrem štátov, s ktorými má Slovenská republika uzatvorenú medzinárodnú zmluvu o zamedzení dvojitého zdanenia aj štáty, s ktorými má Slovenská republika uzatvorenú medzinárodnú zmluvu o výmene informácií týkajúcich sa daní, a tiež štáty, ktoré sú zmluvnými štátmi medzinárodnej zmluvy obsahujúcej ustanovenia o výmene informácií pre daňové účely

v obdobnom rozsahu, ktorou je konkrétny štát a Slovenská republika viazaná. Daňovníka zmluvného štátu možno vymedziť negatívne, ako daňovníka, ktorý nespĺňa vyššie uvedenú definíciu, t. j. fyzická osoba, ktorá má trvalý pobyt alebo právnická osoba, ktorá má sídlo v štáte uvedenom v spomínanom zozname. Podľa zoznamu na webovej stránke Ministerstva financií SR k 1. januáru 2018 Slovenská republika eviduje platné a účinné medzinárodné zmluvy podľa vyššie uvedeného ustanovenia so 116 štátmi. Aktuálny zoznam je zverejnený na stránke: http://www.finance.gov.sk/Default.aspx?CatID=9501.

Zrážkovú daň je potrebné odviesť správcovi dane do 15. dňa mesiaca nasledujúceho po mesiaci, v ktorom bola vykonaná platba. Daňovníkom využívajúcim digitálne platformy vznikla táto povinnosť prvýkrát 15. februára 2018.

Ustanovené podmienky by sa mali uplatniť v prípade každej digitálnej platformy (využívanej na sprostredkovanie služieb prepravy alebo ubytovania) bez ohľadu na to, či Slovenská republika má s daným štátom daňovníka s obmedzenou daňovou povinnosťou uzatvorenú zmluvu o zamedzení dvojitého zdanenia. V Slovenskej republike sú využívané viaceré digitálne platformy, pričom má ísť minimálne o 15 subjektov, z ktorých uvádzame aspoň niektoré:

- digitálne platformy zamerané na ubytovanie – AirBnb, Booking.com, Expedia, HRS, TravelClick,
- digitálne platformy zamerané na dopravné služby – Taxify, Uber,
- digitálne platformy poskytujúce reklamné služby – Facebook, Google a iné.

V prípade, že si zahraniční operátori nesplnia povinnosti, správca dane zaregistruje stálu prevádzkareň z úradnej moci (Adame, 2018). Možnosť spätnej registrácie nie je možná, stála prevádzkareň vzniká až právoplatnosťou rozhodnutia o registrácii. Okrem toho, slovenskí daňovníci využívajúci digitálne platformy by mali zrážať daň z platieb operátorom do momentu registrácie stálej prevádzkarne. V konečnom dôsledku to znamená, že napr. ubytovacie zariadenie zaplatí operátorovi digitálnej platformy nižšiu platbu za sprostredkovanie ubytovania a zvyšok odvedie do štátneho rozpočtu. To však môže narušiť obchodné vzťahy, pretože operátori neuznávajú takýto prístup a odvolávajú sa na platné medzinárodné zmluvy. Je preto v záujme poskytovateľov služieb prepravy a ubytovania spolupracovať so správcom dane na identifikácii zahraničných digitálnych platforiem sprostredkujúcich služby prepravy a ubytovania, pretože sa týmto zbavia viacerých problémov, ktoré im môže novela zákona o dani z príjmov spôsobiť.

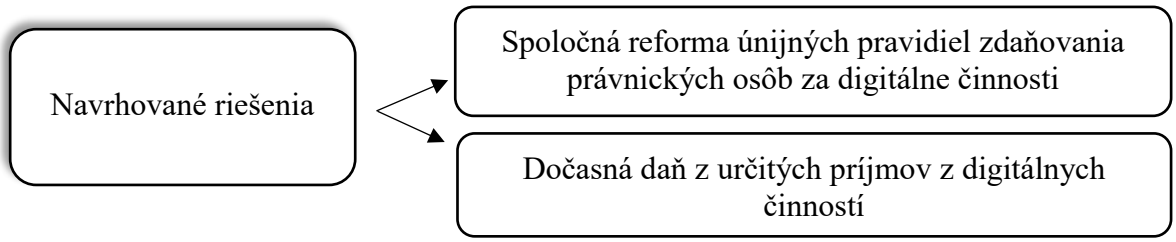
4 Digitálny jednotný trh

Európska komisia už v máji 2015 položila základy jednotnej a udržateľnej európskej digitálnej spoločnosti návrhom stratégie digitálneho jednotného trhu (Európska komisia, 2015). Cieľom stratégie sa má zabezpečiť, aby európske hospodárstvo, priemysel a spoločnosť v plnej miere využívali výhody nového digitálneho veku. V rámci jednotného európskeho trhu existuje voľný pohyb ľudí, tovaru, služieb a kapitálu, avšak v súvislosti s online obchodovaním sa členské štáty Európskej únie stretávajú s viacerými nedostatkami a trhové možnosti jednotlivých subjektov sú v značnej miere obmedzené. Európska únia preto začala budovať voľný a bezpečný digitálny jednotný trh, na ktorom ľudia môžu nakupovať online bez ohľadu na hranice a podniky môžu predávať online v rámci celej Európskej únie. V rámci stratégie boli stanovené tri základné piliere:

1. lepší prístup spotrebiteľov k digitálnym tovarom a službám v celej Európe,
2. vytváranie priaznivých podmienok rovnakej východiskovej pozície pre rozmach digitálnych sietí a inovačných služieb,
3. maximalizácia rastového potenciálu digitálneho hospodárstva.

Od prijatia stratégie sa podarilo dosiahnuť viaceré opatrenia, ktoré by mali prispieť k vytýčeným cieľom. Európska únia zrušila poplatky za roaming v rámci EÚ, zabezpečila cezhraničnú prenosnosť online obsahu, prijala právnu úpravu týkajúcu sa ochrany osobných údajov a tiež nariadenie o zákaze neodôvodneného geografického blokovania. Európska komisia sa venovala aj oblasti digitálnych platforiem. V oznámení z mája 2016 „Online platformy a jednotný digitálny trh, príležitosti a výzvy pre Európu“ predložila celkové posúdenie online platforiem ako súčasti svojej stratégie pre jednotný digitálny trh. V oznámení takisto zdôrazňuje potrebu prijatia politických a regulačných prístupov, ktoré budú reagovať na konkrétne problémy a ktoré budú pružné a uplatniteľné aj v budúcnosti. Do roku 2018 však nebola prijatá žiadna legislatíva, ktorá by stanovila jednotné pravidlá zdaňovania príjmov dosiahnutých v danom členskom štáte prostredníctvom digitálnej platformy bez fyzickej prítomnosti. Európska komisia reagovala až na jednostranné riešenia členských štátov, ktoré vedú k neistote a k nesystematickému zdaňovaniu digitálnych spoločností. V súčasnosti je deväť z dvadsiatich najväčších spoločností z hľadiska trhovej kapitalizácie digitálnych, zatiaľ čo pred desiatimi rokmi bola len jedna spoločnosť z dvadsiatich digitálna (Európska komisia, 2018). Je teda žiaduce, aby Európska únia prijala také opatrenia, ktoré zabezpečia, aby digitálne spoločnosti odvádzali spravodlivý podiel daní do rozpočtu príslušného členského štátu, v ktorom dosahujú príjmy. Harmonizované riešenie pomôže k vyriešeniu súčasnej nestabilnej situácii. Európska komisia navrhla dve riešenia, ktoré znázorňuje obrázok 2.

Obr. 2: Navrhované riešenie Európskej komisie na zdaňovanie digitálnych činností



Zdroj: spracované podľa návrhu Európskej komisie na zdaňovanie v digitálnej oblasti (Európska komisia, 2018)

Spoločná reforma únijných pravidiel zdaňovania právnických osôb za digitálne činnosti by umožnila členským štátom zdaňovať zisky, ktoré vznikajú na ich území, aj keď tam podnik fyzicky nesídli. V návrhu je definovaná tzv. „digitálna prítomnosť“, teda virtuálna stála prevádzkareň v členskom štáte, ktorá sa bude považovať za zdaniteľnú, ak bude platforma spĺňať jedno z nasledovných kritérií:

- ročné príjmy v danom členskom štáte budú presahovať hodnotu 7 miliónov eur,
- v členskom štáte v priebehu daňového roka bude mať viac než 100 tisíc používateľov,
- medzi podnikom a odberateľmi jeho služieb vznikne v rámci daňového roka viac než 3 tisíc obchodných zmlúv.

Druhý návrh spočíva v zdaňovaní len určitých príjmov z digitálnych činností. Išlo by najmä o príjmy, kde používatelia zohrávajú významnú úlohu pri vytváraní hodnôt a ktoré sa najťažšie zachytávajú súčasnými daňovými pravidlami:

- príjmy z online predaja reklamného priestoru,
- príjmy z digitálnych sprostredkovateľských činností, ktoré používateľom umožňujú vzájomnú interakciu a ktoré dokážu uľahčiť predaj tovaru a služieb medzi nimi,
- príjmy z predaja údajov získaných na základe informácií, ktoré poskytli používatelia.

Daňové príjmy by sa vyberali v tých členských štátoch, kde sa nachádzajú používatelia, a uplatňovali by sa len na spoločnosti s celkovými ročnými celosvetovými príjmami vo výške aspoň 750 miliónov eur a príjmami v EÚ vo výške minimálne 50 miliónov eur. Veľkostné

kritériá sú zvolené tak, aby menšie začínajúce a rozširujúce sa podniky zostali nezaťažené. Ak sa daň stanoví na úrovni 3 %, členské štáty by mohli získať príjem v objeme 5 miliárd eur ročne. Druhý návrh sa bude uplatňovať len ako predbežné opatrenie, kým nebude zavedená komplexná reforma. Oba legislatívne návrhy budú predložené Rade na schválenie a Európskemu parlamentu na konzultáciu.

5 Záver

V porovnaní s minulým rokom nevyplývala zahraničným operátorom digitálnych platforiem žiadna povinnosť zdaňovania zisku (základu dane) zo sprostredkovania služieb na území SR. Od roku 2018 sú povinní zahraniční operátori zaregistrovať stálu prevádzkareň a prostredníctvom nej zdaňovať všetky príjmy, ktoré tu dosiahli. Povinnosť sa však týka len operátorov, ktorí prostredníctvom digitálnej platformy sprostredkovávajú služby prepravy a ubytovania. Po uplynutí zdaňovacieho obdobia je operátor digitálnej platformy povinný podať aj daňové priznanie z príjmov dosahovaných prostredníctvom jeho stálej prevádzkarne. Zároveň je dôležité podotknúť, že už účinné ustanovenie zákona o dani z príjmov sa má uplatniť aj v prípade nezmluvných štátov, čo znamená, že zákon bude mať prednosť pred medzinárodnou zmluvou. Podľa vyjadrenia Slovenskej komory daňových poradcov je však takýto postup v rozpore so zmluvami o zamedzení dvojitého zdanenia a tak už len čas ukáže, či je prístup Ministerstva financií SR správny a v súlade s európskym právom.

Ministerstvo financií SR zverejnilo k zdaňovaniu príjmov dosiahnutých prostredníctvom digitálnej platformy aj stanovisko, ktoré vypracovala riaditeľka odboru priamych daní Ing. Ľubica Adame, LL.M., PhD. Stanovisko je dostupné na stránke finančnej správy: https://www.financnasprava.sk/_img/pfsedit/Dokumenty_PFS/Zverejnovanie_dok/Dane/Novinky_leg/Medzinarodne_zdanovanie/2018.03.28_dig_platform.pdf.

Rozdielny prístup k danej problematike zo strany členských štátov EÚ vedie k nespravodlivému výberu daní z príjmov z digitálnych činností. Európska komisia preto navrhuje nové opatrenia, ktoré majú zabezpečiť spravodlivý a udržateľný výber daní z digitálnych činností. Harmonizovaná legislatívna úprava pomôže vyriešiť súčasnú situáciu a prispeje k budovaniu digitálneho jednotného trhu.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia projektu mladých vedeckých pracovníkov a doktorandov I-18-111-00 *Rozvoj digitalizácie v podnikateľskom subjekte v kontexte účtovnej a daňovej legislatívy*.

Literatúra

1. Adame, Ľ. (2018, March 23). Stanovisko. Retrieved August 21, 2018, from https://www.financnasprava.sk/_img/pfsedit/Dokumenty_PFS/Zverejnovanie_dok/Dane/Novinky_leg/Medzinarodne_zdanovanie/2018.03.28_dig_platform.pdf.
2. Allen, C. R. (2018). How data-hosting services affect independence. *Journal of Accountancy*. Retrieved August 21, 2018, from https://www.journalofaccountancy.com/issues/2018/jan/how-data-hosting-services-affect-independence.html.
3. CECGA. (2016, November 11). Budúcnosť správy a riadenia spoločností je v digitalizácii a transparentnosti. Retrieved September 07, 2018, from http://cecga.org/19th-european-corporate-governance-conference-2016/.
4. Európska komisia. (2015, May 6). Oznámenie Komisie Európskemu parlamentu, Rade, Európskemu hospodárskemu a sociálnemu výboru a Výboru regiónov: Nová stratégia EÚ pre jednotný digitálny trh. Retrieved September 07, 2018, from https://eur-lex.europa.eu/legal-content/SK/LSU/?uri=celex:52015DC0192.

5. Európska komisia. (2016, May 25). Oznámenie Komisie Európskemu parlamentu, Rade, Európskemu hospodárskemu a sociálnemu výboru a Výboru regiónov: Online platformy a jednotný digitálny trh, príležitosti a výzvy pre Európu. Retrieved September 07, 2018, from https://eur-lex.europa.eu/legal-content/SK/ALL/?uri=CELEX:52016DC0288.
6. Európska komisia. (2018, March 21). Zdaňovanie v digitálnej oblasti: Komisia navrhuje nové opatrenia, aby všetky podniky v EÚ platili spravodlivé dane. Retrieved August 07, 2018, from http://europa.eu/rapid/press-release_IP-18-2041_sk.htm.
7. Finančná správa (2014, June 12). Prehľad typov stálych prevádzkarní vymedzených v článku 5 príslušných zmlúv o zamedzení dvojitého zdanenia v odbore daní z príjmov, resp. z príjmov a z majetku, ktorými je viazaná Slovenská republika. Retrieved August 07, 2018, from https://www.financnasprava.sk/_img/pfsedit/Dokumenty_PFS/Obcania/Dan_z_prijmov/2014/2014.06.12_typSP.pdf.
8. Finančná správa (2018, February 12). Oznámenie pre poskytovateľov služieb prepravy a ubytovania sprostredkovaných prostredníctvom digitálnej platformy. Retrieved August 07, 2018, from https://www.financnasprava.sk/sk/podnikatelia/dane/digitalne-platformy.
9. Zákon č. 344/2017 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov a ktorým sa mení zákon č. 563/2009 Z. z. o správe daní (daňový poriadok) a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov s účinnosťou od 1. januára 2018 (s výnimkou niektorých ustanovení zákona, ktoré nadobúdajú účinnosť až 1. januára 2019).
10. Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.

Účtovníctvo v kontexte globálneho ekonomického vývoja

Accounting in the context of global economic development

Jitka Meluchová[1], Martina Mateášová[2]

Abstrakt

Účtovníctvo v poslednom desaťročí zažíva významné zmeny najmä v oblasti automatizácie, robotizácie a unifikácie jednotlivých činností a nastavenia procesov. Účtovník, ktorý vedie účtovníctvo ručne a sám pre jednu firmu, v mieste jej sídla, sa stáva pomaly minulosťou. Nastupujú špecializované centrá zdieľaných služieb, ktoré zabezpečujú komplexné pokrytie ekonomických činností vrátane účtovníctva bez ohľadu na lokalitu, jazyk či predmet činnosti. Umožňujú znižovanie nákladov, efektívnejšie využitie aktív, štandardizáciu procesov, flexibilitu pri implementovaní zmien atď. Všetky tieto zmeny, ktoré prináša prax najmä veľkých korporátnych a nadnárodných spoločností, je potrebné preniesť aj do prípravy študentov pre ich budúce uplatnenie na trhu práce. Článok mapuje súčasnú situáciu, analyzuje prínosy a riziká týchto trendov a identifikuje oblastí a činností nevyhnutné pre súčasnú prax.

Kľúčové slová

Účtovníctvo, centrum zdieľaných služieb, automatizácia, nadnárodná spoločnosť

Abstract

In the past decade, an accounting has undergone significant changes in process automation, robotization, and unification of individual activities. An accountant who manages the accounting manually and alone for a single company is slowly becoming a past. Shared services centers (SSC) are specialized centers set up to provide comprehensive coverage of economic activities, including bookkeeping. Shared services centers perform their activity regardless of location, language and subject of activity. SSC enable lower costs, more efficient asset utilization, process standardization, flexibility of implemented changes, etc. All these changes brought by the practice of large corporations and multinationals must also be implemented into the preparation of students for their future employment in the labor market. The article maps the current situation, analyzes the benefits and risks of these trends and identifies the areas and activities necessary for current practice.

Key words

Accounting, Shared Services Center, Automation of Activities, Transnational Company

JEL classification

M48, G15, G17

1 Úvod

Vývoj účtovníctva na Slovensku bol ovplyvňovaný štátnym usporiadaním, v ktorom sa Slovensko historicky nachádzalo (Soukupová, Šlosárová, & Baštincová, 2001). Významný

[1] doc. Ing. Jitka Meluchová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail:, jitka.meluchova@euba.sk

[2] Ing. Martina Mateášová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: mateasova.martina@gmail.com

posun nastal so zmenou požiadaviek kladených na informácie poskytované účtovníctvom, ku ktorým došlo zmenou režimu a rozvojom súkromného podnikania. Od 1. januára 1992 vstúpil do platnosti zákon č. 563/1991 Zb. o účtovníctve, ktorý zásadným spôsobom zmenil základnú filozofiu účtovníctva v súlade so zásadami platnými pre trhovú ekonomiku (Šlosár, 2008). Druhou významnou etapou bol rok 2002, kedy vstúpil do platnosti nový zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve, ktorý prijala Národná Rada SR a nahradil predchádzajúci federálny zákon, ktorý bol prijatý ešte Federálnym zhromaždením Českej a Slovenskej Federatívnej Republiky. Vypracovanie a schválenie nového zákona o účtovníctve súviselo s aproximáciou právnych noriem Slovenskej republiky s právom Európskej únie (Šlosár, 2008). Účtovníctvo v súčasných podmienkach i v jeho ďalšom vývoji musí reagovať na rozvoj a zmeny nielen v národnom, ale aj nadnárodnom ekonomickom prostredí. Všetky zmeny globálneho ekonomického prostredia, vyvolané konjunktúrou či stagnáciou, sa odrážajú aj v postavení a úlohách, ktoré plní účtovníctvo.

Globálne ekonomické prostredie vyžaduje, aby boli jednotne uplatňované všeobecne uznávané účtovné zásady účtovníctva a bola dosiahnutá jeho harmonizácia. Cieľom harmonizácie účtovníctva bolo je a bude zabezpečiť ekvivalentnosť (rovnocennosť) informácií poskytovaných účtovníctvom na účely ich porovnateľnosti (Soukupová, Šlosárová, & Baštincová, 2001). Smery, ktorými sa harmonizácia úprav účtovníctva už niekoľko desiatok rokov uskutočňuje, sú realizované prostredníctvom smerníc Rady EÚ, aplikáciou Medzinárodných štandardov pre finančné vykazovanie (IFRS) i aplikáciou amerických všeobecne uznávaných účtovných zásad (GAAP).

2 Globalizácia verzus účtovníctvo

Harmonizácia účtovníctva umožňuje, aby informácie poskytované účtovníctvom spĺňali rovnaké kvalitatívne charakteristiky a stali sa tak užitočné pre široký okruh externých používateľov, ktorí na základe nich prijímajú ekonomické rozhodnutia (Vašek & Procházka, 2018). Dosiahnutím tohto statusu sa stáva irelevantné kde (v akej krajine), kým a kedy sa účtovníctvo spracováva a vedie. Táto skutočnosť je dôležitá najmä pre veľké korporácie a nadnárodné spoločnosti, ktorým umožňuje v rámci unifikácie sústrediť výkon určitých činností do jednej lokality (krajiny). Účelom je zabezpečiť vyššiu efektívnosť a špecializáciu, zjednodušiť resp. štandardizovať jednotlivé procesy a tak dosiahnuť celkovú úsporu nákladov (Tumpach & Baštincová, 2014). Činnosti, kde je možné procesy takto nastaviť sú predovšetkým z oblasti zákazníckych služieb, ľudských zdrojov, vedy a výskumu, financií, účtovníctva, auditu, nákupu či informačných technológií. Zmeny v podnikateľskom prostredí v posledných dvoch desaťročiach (ovplyvnených globalizáciou, harmonizáciou legislatívy a obmedzením regulačných zásahov), prepojili národné trhy európskych ekonomík a umožnili voľný pohyb tovaru, služieb, kapitálu a pracovnej sily. Integrácia trhov mala vplyv aj na zmeny mikroekonomického prostredia.

V súčasnosti nielen veľké a nadnárodné spoločnosti ale aj stredné a malé podniky riešia vedenie účtovníctva a výkon participujúcich činností spôsobom, kedy vyčlenenia tieto vedľajšie aktivity zo svojich hlavných činností. Outsourcing podnikových služieb je v súčasnosti celosvetovým trendom. Outsourcing, označovaný ako *Business Process Outsourcing* (ďalej BPO), je pojem americkej obchodnej angličtiny a označuje strategické využitie externých zdrojov. Je to novotvar odvodený z anglických slov outside, resource, using a jeho preklad do slovenčiny je iba opisný - ako vyčlenenie, vytesnenie, presunutie alebo využívanie externých služieb. Outsourcingom sa obecne rozumie prax, kedy podnik určité svoje ekonomické činnosti nevykonáva sám ale si ich zaisťuje prostredníctvom externého poskytovateľa, ktorý sa špecializuje na realizáciu týchto činností. Ide o prevzatie zodpovednosti za ucelenú časť aktivít smerom od objednávateľa k poskytovateľovi na základe zmluvy. V

tomto smere predstavuje Slovensko atraktívnu lokalitu, a to nielen z geografického či menového hľadiska, ale aj z hľadiska kvalifikovanej pracovnej sily s potrebným jazykovým vybavením. Nadnárodné spoločnosti nepresúvajú na Slovensko už len jednoduché transakčné činnosti podliehajúce rýchlej automatizácii, ale stále viac ide o sofistikované aktivity, ktoré vyžadujú menej, ale o to kvalifikovanejších pracovníkov. Zabezpečenie externou formou však musí vhodným a efektívnym spôsobom dopĺňať činnosti podniku (objednávateľa), ktorý si ich tak nebude zaisťovať sám vo vlastnej réžii, ale spoľahne sa na externý subjekt (poskytovateľa).

Podľa koncepcie MH SR (BSCF, 2016) existujú dva typy centier podnikových služieb z hľadiska vzťahu ku klientom. Jedným sú centrá zdieľaných služieb označované ako *Shared Services Centres* (ďalej aj SSC), ktoré realizujú špecifické interné procesy napríklad finančné služby, účtovníctvo, IT podporu alebo služby v oblasti ľudských zdrojov, čím podporujú kľúčové činnosti materskej a dcérskych spoločností a druhým sú centrá externého poskytovania služieb označované ako *Business Process Outsourcing* (ďalej aj BPO), ktoré fungujú ako externí poskytovatelia služieb v oblasti podnikových procesov a s nimi spojených zodpovedností pre tretie strany.

Ak sa napríklad nadnárodná spoločnosť rozhodne vytvoriť centrum zdieľaných služieb a teda zdieľať účtovníctvo ako jeden z hlavných procesov, bude to znamenať, že sa vedenie účtovníctva pre všetky pobočky centralizuje na jedno miesto do vybranej lokality (krajiny). Tento krok môže priniesť množstvo výhod ale aj množstvo nevýhod a to vo väzbe na poskytovanie kvalitných informácií, ich včasnosť, dostupnosť, zrozumiteľnosť, úplnosť atď. Centrá zdieľaných služieb garantujú, na základe tzv. *Service Level Agreement* (ďalej aj SLA) poskytovanie služieb v požadovanej kvalite a rozsahu, ktoré vychádzajú z konkrétnych potrieb a požiadaviek danej spoločnosti. Na druhej strane sa však objednávateľ týchto služieb môže stretnúť s nedostatkami a to v prípade, že SLA nie je v praxi implementované dostatočne a na požadovanej úrovni. Hlavným dôvodom býva: (1) nedostatočné nastavenie kľúčových hodnôt (napr. vytvorenie objednávky ku každej vydanej faktúre alebo včasné uhrádzanie faktúr), (2) nedostatočné definovanie procesov (napr. pravidelné čistenie salda zálohových platieb), (3) nedostatočné zainteresovanie ľudských zdrojov (napr. nekvalifikovaná pracovná sila na určitej pracovnej pozícii, slabo nastavená motivácia), ako aj (4) nedostatočná procesná kontrola. Týmto sa zvyšuje pôsobnosť podnikateľských rizík (Kubaščíková & Pakšiová, 2014), a to najmä:

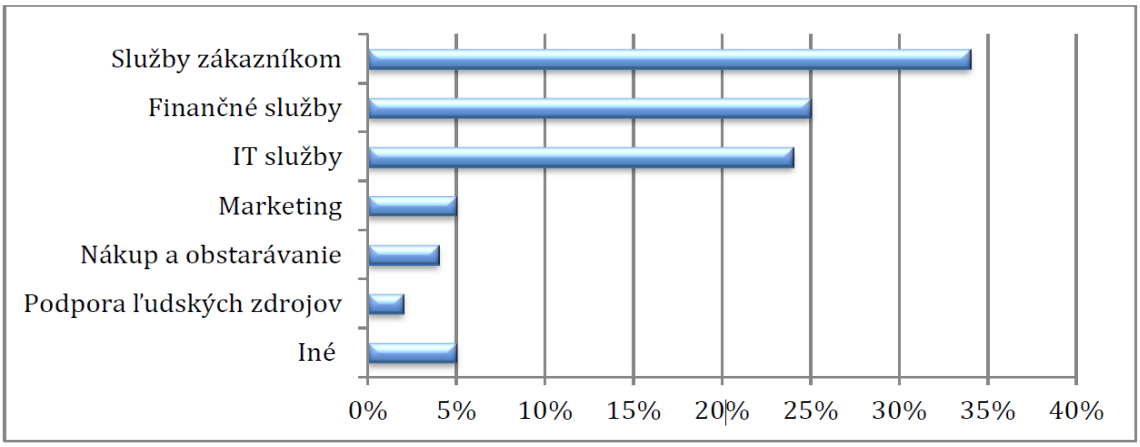
- strategického rizika (napr. neschopnosť flexibilne reagovať na požiadavky trhu, vysoká konkurencia v danej oblasti podnikania),
- operačného rizika (napr. kvalita služieb, informačné technológie, zmena legislatívy, prírodné udalosti, ochrana osobných údajov),
- finančného rizika (napr. likvidita, výnosnosť, úvery, náklady),
- rizika nesúladu (napr. rozdielna fiškálna politika alebo účtovná legislatíva). Výsledkom rizika nesúladu môže byť finančná transakcia, vykonaná v akejkoľvek krajine, podľa rovnakých pravidiel a rovnakým spôsobom, avšak nezohľadňujúca lokálne legislatívne požiadavky, keďže sa spracováva štandardizovane.

Tieto riziká majú vplyv na kvalitu a porovnateľnosť prezentovaných informácií v účtovnej závierke a v iných reportoch. Eliminovať a riadiť tieto riziká je zložitý proces, ktorý si vyžaduje kvalitné a včasné informácie, prepracované metódy a techniky, pretože jednotlivé riziká spolu navzájom často súvisia (Mokošová, Bednárová, & Tkáčová, 2013).

Všetky veľké korporácie, nadnárodné spoločnosti či iné podniky (ďalej len podnik), ktoré na Slovensku prevádzkujú SSC alebo BPO sú združované *Fórom centier podnikových služieb* (ďalej aj BSCF), ktoré funguje v rámci *Americkej obchodnej komory* na Slovensku. Obidva typy centier sú svojím zameraním a fungovaním podobné t. j. umožňujú centralizáciu a optimalizáciu vybraných procesov, s cieľom ich štandardizácie a zvýšenia efektívnosti.

Primárny rozdiel je vo vzťahu ku klientom, ktorým poskytujú tieto služby. SSC realizujú vedľajšie prevádzkové a podporné činnosti a vnútropodnikové procesy, čím podporujú kľúčové aktivity v rámci korporácie alebo nadnárodnej spoločnosti na rozdiel od BPO, ktoré poskytujú tieto služby v oblasti podnikových procesov pre rôzne tretie strany. Oba typy centier podnikových služieb, označované ako *Business Service Center* (ďalej BSC), vykonávajú široké spektrum činností. Podiel jednotlivých činností na celkových aktivitách BSC na Slovensku je znázornený v nasledujúcom grafe.

Obr. 1: Služby poskytované BSC na Slovensku



Zdroj: Spracované podľa (BSCF, 2016)

3 Outsourcing verzus účtovníctvo

Outsourcing je chápaný ako súčasť strategického riadenia podniku (Juhászová, Markovič, & Mokošová, 2014). Hlavné problémy, ktoré musí manažment riešiť sú otázky: (1) aké činnosti vyčleniť, (2) finančné efekty vyčlenenia, (3) konkurenčná výhoda vyčlenenia a (4) dlhodobé dôsledky vyčlenenia, ktoré sa musia flexibilne prispôsobovať aktuálnej stratégii podniku so zohľadnením vnútorných ako aj vonkajších dopadov. To ovplyvní aj stupeň outsourcingu, ktorý podnik nakoniec zvolí.

Tab. 1: Stupeň využitia outsourcingu

Stupeň spolupráce	Charakteristika	Výhody pre podnik
1. Jednorazový outsourcing	Využitie outsourcingu na individuálny resp. jednorazový projekt.	• riešenie jednej parciálnej situácie resp. činnosti • získanie skúseností s outsourcingom • potvrdenie či zmena dodávateľa príp. potvrdenie rozhodnutia zriadiť vlastné centrum zdieľaných služieb
2. Opakovaný outsourcing či preferovaný dodávateľ	Opakované využívanie outsourcingu pre menšie či väčšie vybrané činnosti či procesy.	• overenie riešení pre rôzne činnosti či projekty • analýza hlavných výhod a nevýhod resp. rizík outsourcingu • výber vhodného dodávateľa príp. zriadenie vlastného centra zdieľaných služieb

3. Strategické partnerstvo	Spoločné dlhodobé strategické plánovanie vyčlenených vedľajších alebo podporných činností či procesov. Kombinácia rôznych druhov outsourcingových služieb. Previazanosť vlastných a outsourcovaných činností a aktivít. Štruktúrované zdieľanie rizík a zodpovednosti	• outsourcing činností ako dlhodobý strategický nástroj a taktický nástroj flexibility • detailná znalosť výhod a nevýhod resp. rizík outsourcingu • vývoj služieb na mieru a vytváranie pridanej hodnoty • využitie synergie obidvoch subjektov (objednávateľa a dodávateľa) na dlhodobej báze a prehĺbenie spolupráce

Zdroj: Vlastné spracovanie

Outsourcing účtovníctva umožňuje vedenie účtovníctva a výkon súvisiacich činností (interný, externý reporting, daňové poradenstvo, správa aktív, on-line účtovníctvo, interný audit atď.) mimo hlavnú entitu podniku. SSC je spravidla umiestnené v krajine s nízkou cenou práce, ale vysokokvalifikovanou pracovnou silou, s možnosťou optimalizácie daňového zaťaženia či výhodnej strategickej polohy. Na rozdiel od outsourcingu formou BPO sú tieto centrá zakladané vlastným podnikom, a to buď vo forme spoločného podnikania alebo sú založené ako samostatná dcérska spoločnosť, do ktorej je daná činnosť delegovaná. Pracovníci v týchto centrách sú vysoko špecializovaní, vykonávajú parciálne činnosti a preto najväčšou výzvou manažmentu ľudských zdrojov je získanie správnych a kvalifikovaných uchádzačov o zamestnanie. Väčšina BPO má vypracované a aktívne využíva vlastné nástroje na získanie potenciálnych zamestnancov, spolupracuje so strednými a vysokými školami, personálnymi agentúrami, organizuje stretnutia v rámci kariérnych dní a pod. Získanie, rozvoj a ďalšie vzdelávanie zamestnancov sú základom úspechu pre dosiahnutie požadovanej výkonnosti, motivácie a zastabilizovania pracovnej sily v BPO. Centrá prispievajú svojim zamestnancom na získanie certifikácií, ako ACCA, Lean Six Sigma, CIMA a iné.

Nasledujúca tabuľka uvádza, ktoré pracovné pozície v oblasti účtovníctva a financií považuje koncepcia MH SR (BSCF, 2016) za žiadané pre centrá BPO.

Tab. 2: Pracovné pozície pre BPO

Pracovné pozície v oblasti účtovníctva a financií
finančný analytik, finančný poradca
špecialista na účtovníctvo, účtovník junior
špecialista na fakturáciu
špecialista na mzdy a personalistiku
pracovník pre riadenie pohľadávok
pracovník pre platobný styk
daňový asistent a daňový špecialista

Zdroj: spracované podľa koncepcie (BSCF, 2016)

Prieskum agentúry (Sario, 2017) potvrdil, že medzi top dôvody, prečo sú na Slovensku zriaďované SSC a BPO, patrí najmä kvalifikovaná pracovná sila, nízka miera fluktuácie, dobré jazykové znalosti a priaznivá geografická poloha. Ďalšími dôvodmi sú: (1) bezpečné investičné prostredie, (2) politická a ekonomická stabilita, (3) ekonomický rast, (4) mena euro, (5) deviate miesto na svete v oblasti adaptovania nových technológií a vysokého inovačného potenciálu, (6) kontinuálny rast siete infraštruktúry, (7) investičné stimuly a (8) vysoká adaptabilita pracovníkov na rôzne podnikové kultúry a typy vedenia. V BSC najčastejšie pracujú ľudia vo

veku do 30 rokov. Z prieskumu (Grafton Slovakia, 2017) vyplynulo, že viac ako 50 % zamestnancov na Slovensku pracuje v BSC so 100 zamestnancami a menej. Až 62 % BSC nepredpokladá znižovanie počtu zamestnancov v horizonte nasledujúcich 12-tich mesiacov.

Časy, kedy bolo účtovníctvo vedené priamo v podniku a účtovník bol interným zamestnancom a (v závislosti od veľkosti podniku) vykonával komplexné vedenie účtovníctva, miezd, zabezpečoval platobné, odvodové a daňové povinnosti, sú na ústupe. Od outsourcingu týchto činností podnik očakáva vysokú pridanú hodnotu v podobe: (1) komplexnosti a kvality služieb, (2) flexibility, (3) štandardizácie procesov, (4) špecializácie činností,(5) prístupu k inováciám a novým technológiám ako aj elimináciu operačného rizika.

Všetky tieto aspekty je potrebné mať na zreteli pri vzdelávaní budúcich uchádzačov o tieto pracovné pozície, aby nadobudnuté vedomosti a zručnosti uplatnili pri výbere profesie a obstáli tak na trhu práce. Odvetvia s najväčším počtom ponúk vhodných pre absolventov vysokých škôl zverejnený portálom (Profesia, 2017):

1. Administratíva
2. Obchod
3. Ekonomika, financie, účtovníctvo
4. Výroba
5. Informačné technológie

Z pohľadu rôznych prieskumov vykonaných mnohými agentúrami či nadáciami nie je možné urobiť si jednotný názor, ktoré povolania budú mať aj v budúcnosti perspektívu, nakoľko sa líši tak profesia ako aj ich poradie v skúmaných rebríčkoch. Ak by sme však mali posúdiť najčastejšie uvádzané povolania, ktoré sa v odvetví *ekonomika, financie a účtovníctvo* objavujú a predpokladá sa, že o ne bude aj v nasledujúcich rokoch záujem, boli by to tieto:

Tab. 3: Povolania budúcnosti

Odvetvie: Ekonomika, financie, účtovníctvo
programátor (C++, Java, .NET, Android)
správca IT systému/siete
pracovník helpdesku v centre zdieľaných služieb
účtovník špecialista
finančný analytik
štatistik
obchodný manažér
špecialista IT bezpečnosti
audítor
IT architekt
poradca v oblasti osobných financií

Zdroj: vlastné spracovanie

4 Nové trendy v účtovníctve

V centrách zdieľaných služieb bude podľa prieskumov pokračovať automatizácia a robotizácia činností. Všetky rutinné a opakujúce sa úkony sa postupne nahradia robotmi. Hlavným prínosom robotickej automatizácie bude zníženie rutinných úloh vykonávaných pracovníkom a zvýšenie kvality robotizovaných procesov. Podľa výsledkov zistených audítorskou spoločnosťou (Deloitte, 2018) má v súčasnosti do projektov robotickej automatizácie investovať až 58 % BSC. V minulosti bola robotizácia využívaná iba pre rutinné úlohy typu tvorby reportov alebo pre mechanické prepisovanie dát z jedného systému do druhého, avšak tie sa rozširujú o ďalšie činnosti, ako je tvorba zmlúv, elektronické bankovníctvo alebo procesy spojené s nástupom nového zamestnanca. Robotická automatizácia

procesov (ďalej aj RPA) prináša konfiguráciu softvéru tak, aby dokázal pracovať s aktuálnymi dátami a aplikáciami, reagoval na udalosti, dokázal bez zásahu ľudského faktora spracovávať transakcie a komunikovať s ďalšími systémami, čo dáva možnosti automatizovať nielen jednotlivé procesy ale aj vzájomnú komunikáciu medzi nimi. Do kategórie takto automatizovaných činností patrí najmä reporting dát, analýzy, vypĺňanie formulárov, práca s databázami, vytváranie a účtovanie faktúr, ktoré je možné vykonávať pomocou makier a tzv. softvérových agentov. V kombinácii s kognitívnymi technológiami môže byť automatizácia formou RPA veľmi pokročilá. Príkladom môže byť prijatý e-mail s dotazom na faktúru, ktorý príde do systému podniku. Robot e-mail prijme, pochopí základný obsah, prepojí sa s účtovným softvérom, zistí príslušnú informáciu a pošle odpoveď späť klientovi (HN, 2017).

V oblasti rutinných operácií súvisiacich s vedením účtovníctva je v súčasnosti najčastejšou realitou automatizované spracovanie faktúr a automatické účtovanie rutinných transakcií. Ďalším trendom sa stáva: (1) vedenie bezpapierovej kancelárie, (2) digitalizácia účtovných dokladov a ich elektronická archivácia, (3) elektronické bankovníctvo, (4) elektronická komunikácia pri odosielaní výkazov, hlásení a správ finančnej správe, sociálnej poisťovni atď. alebo (5) prevádzkovanie elektronickej schránky. Technologické trendy v účtovníctve umožnila aj slovenská legislatíva, nakoľko znižuje povinnosť používania papierových dokumentov, napríklad umožňuje po dohode s odberateľom zasielať elektronické faktúry a následne ich aj v elektronickej podobe archivovať. Umožňuje podniku prostredníctvom on-line aplikácie vyhotovovať doklady, ktoré je možné následne exportovať do účtovného softvéru účtovníka.

Súčasným trendom je kompletné on-line účtovníctvo, ktoré poskytuje časovo neobmedzený prístup a zdieľanie dát užívateľom účtovného systému (on-line ERP, systémy ako Microsoft Dynamics NAV tzv. Navision, SAP, Pohoda, MRP K/S, Softip, Omega, Money, ABRA, Humanet, Helios, Vema atď.). Účtovný systém umožňuje prevádzkovať bežné vedenie účtovníctva (vystavovanie objednávok a faktúr, sledovanie stavu pohľadávok, priebežné zisťovanie výsledkov atď.) ako aj on-line prepojenie účtovného systému so mzdovým alebo s bankovým systémom pre on-line automatickú úhradu faktúr a miezd, ako aj automatickú tvorbu databáz, rôznych reportov atď. On-line verzie účtovných programov sú dostupné cez internet čím sa výrazne mení technologický aj obchodný model podnikového softvéru. Namiesto toho, aby si podnik softvér kupoval a inštaloval do počítača, nastupuje trend mesačného alebo ročného prenájmu aplikácie cez internet. Model, keď si podnik platí softvér ako službu, sa označuje ako *Software as a Service (SaaS)* alebo technologicky *Cloud*. Podniku, ktorý využíva tento spôsob vedenia účtovníctva prináša úspory nákladov na: (1) obstaranie účtovného softvéru, (2) platenie údržby, legislatívne či technické aktualizácie (3) pracovnú silu, čím šetrí čas a zvyšuje efektivitu práce.

Trendy smerujú ďalej, k takmer úplnej automatizácii účtovných procesov, kedy sa napríklad dodávateľské faktúry účtujú skenovaním čiarového alebo QR kódu a automaticky párujú v systému s vytvorenou objednávkou a následne uhrádzajú.

5 Záver

V najbližších rokoch možno očakávať rast trhu outsourcingu v rôznych oblastiach činností podnikových procesov. Outsourcing bude v plnej miere kombináciou technologických, organizačných, ekonomických a ľudských aspektov. S týmto trendom sa bude stále viac prelínať robotická automatizácia, ktorá bude mať výrazný vplyv na štruktúru profesií. Ako uviedol Jonathan Appleton (ABSL, 2017). *"Ľudská činnosť sa vďaka fenoménu robotizácie posúva od rutinných operácií k sofistikovanejším úlohám. Vzniká nová generácia odborníkov, ktorí vďaka svojim znalostiam procesov a IT môžu naprogramovať pre robotov tie správne*

algoritmy a potom už iba sledovať ich výkonnosť a riešiť neštandardné situácie. Mení sa preto profil najčastejšie žiadaných zamestnancov".

To poukazuje na skutočnosť, že práve účtovník patrí medzi povolania, ktoré budú v budúcnosti vo veľkej miere nahradené robotmi. Predpokladá sa 84 %-tná pravdepodobnosť, že práca účtovníka bude vykonávaná robotom (Frey & Osborne, 2018). Ak zvládnu účtovné programy komunikovať medzi sebou, môžu účtovnú agendu vykonávať rýchlejšie, presnejšie aj lacnejšie. Zo súčasných účtovníkov by sa tak stali „učitelia" softvérových robotov (HN, 2018). Pokrok pôjde ďalej a už teraz sa testujú tzv. chytré stoje, ktoré zásadne menia to, ako sa v podnikoch pracuje a ako je vytváraná pridaná hodnota (HN, 2017). Cieľom je, aby robot zvládol nielen rutinné operácie za pracovníka ale dokázal aj vyhodnocovať rôzne situácie a tomu prispôsobovať riešenia. Takýmto prístupom je tzv. digitálne dvojča resp. model, ktorý zachytáva v reálnom čase dáta zo senzorov fyzickej predlohy (pracovníka) a s využitím ďalších informácií, algoritmov, matematicko-štatistických metód či analýzy pomocou umelej inteligencie a kognitívnych technológií, spresňuje simuláciu fungovania modelu pomocou dát popisujúcich reálny stav fyzického dvojčaťa.

Stále však budú zostávať špecializované oblasti, kde si účtovný odborník, audítor či daňový poradca udrží svoju profesiu. Pridanou hodnotou bude kreativita, empatia, komunikácia s klientmi, schopnosť riešiť neštandardné situácie, zvládať konflikty a vyhodnocovať problémy. Je preto predpoklad, že činnosti v oblasti účtovníctva, interného auditu, controlingu, forenzného a štatutárneho auditu či daňového poradenstva, u ktorých je nevyhnutná táto pridaná hodnota, budú aj naďalej vykonávané kvalifikovanými odborníkmi teda ľuďmi.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy KEGA č. 026 EU-4/2016, *Potreba skvalitnenia účtovných informácií s využitím nadnárodných úprav, osobitne IFRS, v legislatívnych podmienkach Slovenskej republiky.*

Literatúra

1. ABSL. (2017). Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: https://ictrevue.ihned.cz/c3-65746740-0ICT00_d-65746740-asociace-absl-ma-nove-predstavenstvo-ota-kulhanek-a-jonathan-appleton-ve-svych-rolich-zustavaji
2. BSCF. (2016). *Koncepcia MH SR.* Cit. 8. august 2018. Dostupné na Internete: Koncepcia podpory centier podnikových služieb na Slovensku: http://www.economy.gov.sk/podnikatelske-prostredie/centra-podnikovych-sluzieb.
3. Deloitte. (2018). Cit. 8. august 2018. Dostupné na Internete: https://www2.deloitte.com/sk/sk/pages/DeloitteDigital/Topics/roboticprocessautomation.html
4. Frey, C. B., Osborne, M. (2018). *Will Robots Take My Job?* Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: https://www.replacedbyrobot.info/
5. Grafton Slovakia. (2017). Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: https://www.grafton.sk/pre-firmy/nase-prieskumy
6. HN. (2017). Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: https://ictrevue.ihned.cz/c3-65648000-0ICT00_d-65648000-umela-inteligence-automatizace-a-robotika-je-v-podnikovem-prostredi-na-vzestupu
7. HN. (2018). Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: https://archiv.ihned.cz/c1-66040270-ucetni-jako-ohrozena-profese-jejich-praci-zvladnou-roboti
8. Juhászová, Z., Markovič, P., Mokošová, D. (2014). Fair value and its importance for financial decision-making. *IFRS: global rules & local use. Proceedings of the 2nd International scientific conference* (s. 64-69). Prague: Anglo-American University.

9. Kubaščíková, Z., Pakšiová, R. (2014). Risk in finance from the perspective of an accounting theory. *Finance and risk: proceedings of the 16th international scientific conference* (s. 125-128). Bratislava: Ekonóm.
10. Mokošová, D., Bednárová, B., Tkáčová, L. (2013). Impact of fair value adoption in national and international frameworks for the business accounting and reporting. *Financial management of firms and financial institutions: proceedings: 9th international scientific conference. VŠB. Ostrava. PTS I-III Book Series*, s. 589-596. Ostrava: VŠB. Ostrava.
11. Profesia. (2017). Cit. 12. august 2018. Dostupné na Internete: http://firma.profesia.sk/kto-boduje-na-trhu-prace-najviac-toto-je-rebricek-najziadanejsich-absolventov-vysokych-skol/
12. Sario. (2017). Cit. 15. august 2018. Dostupné na Internete: http://www.sario.sk/sk/investujte-na-slovensku/preco-investovat-na-slovensku.
13. Soukupová, B., Šlosárová, A., Baštincová, A. (2001). *Účtovníctvo.* Bratislava: Iura Edition.
14. Šlosár, R. (2008). *Dejiny účtovníctva na Slovensku.* Bratislava: KPMG.
15. Tumpach, M., Baštincová, A. (2014). Cost and Benefit of Accounting Information in Slovakia: Do We Need to Redefine Relevance? *European Financial Systems, proceedings of the 11th International Scientific Conference* (s. 655-676). Lednice: Masaryk University.
16. Vašek, L., Procházka, D. (2018). *Účetnictví-Výkaznictví vybrané oblasti IFRS.* Praha: Institut certifikace účetních.

Zdroje finančných informácií o účtovnej jednotke v Slovenskej republike

Sources of Financial Information of an Accounting Entity in the Slovak Republic

Branislav Parajka[1], Lucia Ondrušová[2]

Abstrakt
Cieľom účtovnej závierky je poskytovať finančné a iné informácie o účtovnej jednotke, ktoré sú užitočné širokému okruhu používateľov, ktorí na základe týchto informácií prijímajú rozhodnutia. V súčasnosti sa účtovné závierky v Slovenskej republike zverejňujú prostredníctvom registra účtovných závierok, kde sú bezplatne dostupné verejnosti. V minulosti sa však uplatňoval iný postup zverejňovania údajov prostredníctvom Obchodného registra a vo vybraných prípadoch aj prostredníctvom Obchodného vestníka. Tento článok poskytuje prehľad spôsobov zverejňovania účtovných závierok ako aj spôsobov získavania finančných informácií o účtovnej jednotke s porovnaním výhod/nevýhod jednotlivých prístupov.

Kľúčové slová
účtovná závierka, vykazovanie, zverejňovanie

Abstract
The objective of financial statements is to provide financial and other information of an accounting entity that is useful to a wide range of users in their decision making. In the Slovak republic financial statements are nowadays published by the Register of financial statements where information is publicly available free of charge. There was a different approach for publication of financial statements - by the Business register or in some cases by the Commercial bulletin. This article is about methods of publication of financial statements and about retrieving financial information about an accounting entity with pros/cons comparisons of each method.

Key words
Financial statements, financial reporting, publication

JEL classification
JEL Code M41

1 Úvod

Úlohou účtovného systému v trhovej ekonomike je poskytovať informácie o účtovnej jednotke prostredníctvom zverejnenia jej účtovných závierok. Mackenzie et al. (2014), Tumpach (2006), Šlosárová and Blahušiaková (2017) a ďalší autori uvádzajú, že informácie poskytované v účtovnej závierke by mali byť užitočné širokému okruhu používateľov pre prijímanie rozhodnutí v súvislosti s vybranou účtovnou jednotkou alebo skupinou účtovných jednotiek. Na to, aby účtovná závierka plnila uvedený účel, musí byť zverejnená, čím sa

[1] Ing. Branislav Parajka, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: branislav.parajka@euba.sk

[2] Ing. Lucia Ondrušová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: lucia.ondrusova@euba.sk

informácie v nej obsiahnuté stanú dostupnými pre používateľov (Kubaščíková & Pakšiová 2015). Na zabezpečenie spoľahlivosti a porovnateľnosti informácií z účtovníctva je potrebný, aby účtovný systém bol do určitej miery regulovaný či už právnymi predpismi alebo inou, všeobecne uznávanou a záväznou formou. Ako sa uvádza v odbornej literatúre, regulácia účtovníctva a vykazovania môže byť dosiahnutá:

a) reguláciou vykazovania, alebo
b) reguláciou vedenia účtovníctva a vykazovania. (Šlosárová 2014)

Na spoločenské, sociálne a ekonomické zmeny, ktoré nastali po roku 1989 reagovalo aj účtovníctvo. Účtovný systém používaný do roku 1991 bol chápaný ako súčasť sociálno-ekonomických informácií pre centrálne riadené hospodárstvo, čo nemohlo vyhovovať potrebám trhovej ekonomiky. Ako sa uvádza v odbornej literatúre, etapy vývoja účtovníctva na Slovensku možno rozdeliť do nasledovných etáp (Šlosárová et al. 2016):

I. (1946 – 1951) – Obdobie jednotnej organizácie podnikového počtovníctva.
II. (1952 – 1965) – Obdobie národohospodárskej evidencie.
III. (1966 – 1991) – Obdobie jednotnej sústavy sociálno-ekonomických informácií.
IV. (1992 – 2002) – Obdobie uplatňovania nového účtovného systému prispôsobeného požiadavkám trhového hospodárstva.
V. (od 2003) – Obdobie harmonizácie a implementácie európskych právnych noriem do právnej úpravy účtovníctva SR.

Účtovný systém v Slovenskej republike je od svojej premeny na účtovný systém ekonomiky trhového typu založený na pomerne striktnej regulácií vedenia účtovníctva a vykazovania prostredníctvom právnych noriem. Dostupnosť informácií o účtovnej jednotke je podmienená ich zverejnením. Poskytovanie finančných informácií o účtovnej jednotke prostredníctvom zverejnenia účtovnej závierky sa postupom času menilo a vyvíjalo. Z historického hľadiska sa zverejnenie zabezpečovalo nasledovnými spôsobmi:

- zverejnením prostredníctvom Obchodného vestníka,
- uložením účtovnej závierky do Obchodného registra,
- uložením účtovnej závierky do Registra účtovných závierok,
- iným spôsobom.

V súvislosti s etapami vývoja účtovníctva je vidieť rozdielny pohľad zákonodarcu na informačné potreby externých používateľov informácií z účtovníctva, ktoré čerpajú zo zverejnených účtovných závierok. Počas IV. etapy je povinnosť zverejňovať účtovné závierky stanovená len pre presne vymedzený okruh účtovných jednotiek:

- účtovné jednotky, ktoré musia mať overenú účtovnú závierku audítorom,
- obchodné spoločnosti, ktoré povinne vytvárajú základné imanie, a družstvá, ktoré spĺňajú nasledovné kritériá:
  - výška ich čistého obratu bola viac ako 40 000 000,– Sk, alebo
  - výška ich čistého obchodného imania bola viac ako 20 000 000,– Sk.

Povinnosť zverejnenia sa vzťahovala aj na všetky konsolidované účtovné závierky. Účtovné závierky sa zverejňovali prostredníctvom Obchodného vestníka, pričom sa nezverejňovali celé účtovné závierky vrátane všetkých súčastí, ale len výkazy: súvaha, výkaz ziskov a strát. Vzhľadom na uvedené legislatívne požiadavky bola informačná funkcia, ktorú má účtovný systém plniť, značne obmedzená.

Uvedený nedostatok bol upravený až počas V. vývojovej etape účtovníctva, kedy, vzhľadom na požiadavku harmonizácie právnej úpravy účtovníctva SR a implementácie európskych právnych noriem do nášho právneho poriadku, dochádza k novelizáciám viacerých právnych noriem, najmä zákona o účtovníctve a obchodného zákonníka. Doterajšie taxatívne vymedzené okruhy účtovných jednotiek, ktoré boli povinné zverejňovať údaje z účtovných

závierok boli nahradené všeobecnou povinnosťou platnou pre všetky účtovné jednotky zapísané v obchodnom registri.

2 Zdroje finančných informácií

Možnosti a povinnosti zverejňovať účtovné závierky, prípadne údaje z účtovných závierok prešli od roku 1992 postupným vývojom. V nasledujúcej časti sú jednotlivé spôsoby zverejňovania údajov uvádzané chronologicky.

Obchodný vestník je najstarším zdrojom informácií o účtovných jednotkách. Vznikol na základe požiadaviek Obchodného zákonníka prostredníctvom nariadenia vlády č. 100/1993 Z. z. o Obchodnom vestníku. Úlohou Obchodného vestníka je poskytovať informácie všetkým používateľom. Do roku 2002 bol Obchodný vestník jediným verejným zdrojom informácií z účtovníctva, pričom povinnosť zverejňovať informácie mali, vzhľadom na nastavené kritériá, len veľké účtovné jednotky, ktorých účtovné závierky podliehali overeniu audítorom. Do roku 2003 bol Obchodný vestník dostupný výlučne v tlačenej podobe, čo obmedzuje dostupnosť historických údajov ako aj ich následné automatizované spracovanie. V súčasnosti je Obchodný vestník definovaný ako informačný systém verejnej správy sprístupnený na webovom sídle vydavateľa, prostredníctvom ktorého povinné osoby zverejňujú údaje o sebe, o svojej činnosti alebo o činnosti tretích osôb podľa osobitných predpisov. Vydavateľom, resp. prevádzkovateľom Obchodného vestníka je Ministerstvo spravodlivosti SR. Od roku 2012 má výlučne elektronickú podobu a vychádza prakticky na dennej báze vzhľadom na doručovanie požiadaviek (podaní) na zverejnenie dokumentov. Okrem údajov o účtovnej jednotke sa v Obchodnom vestníku zverejňujú aj ďalšie informácie, ktoré nie sú predmetom aktuálneho skúmania. Obchodný vestník umožňuje sprístupnenie štruktúrovaných údajov vo formáte XML. Rôzne komerčné subjekty poskytujú prístup k údajom Obchodného vestníka vrátane niektorých štatistických funkcií a vybraných finančných ukazovateľov, pričom zväčša ide o platené služby. Výhodou komerčných produktov je ich lepšia prehľadnosť.

Zbierka listín obchodného registra predstavuje ďalší zdroj informácií o účtovných jednotkách. Zbierka listín obchodného registra bola zriadená novelizáciou Obchodného zákonníka s účinnosťou od roku 2002. Nachádzajú sa v nej informácie o všetkých obchodných spoločnostiach uložené v listinnej podobe. Ide najmä o dôležité právne dokumenty týkajúce sa vzniku a fungovania obchodných spoločností. Vytvorenie zbierky listín obchodného registra súviselo aj s požiadavkou nového zákona o účtovníctve, v ktorom sa ustanovila povinnosť zverejňovať účtovné závierky všetkým účtovným jednotkám, ktoré sú zapísané do obchodného registra. Uvedenou zmenou sa začala uplatňovať informačná funkcia účtovného systému tak, ako je to bežné pre účtovné systémy v trhovej ekonomike. Zbierka listín je v zmysle zákona o obchodnom registri prevádzkovaná ako verejná, pričom prístup k jednotlivým uloženým listinám a možnosť vyhotovenia kópie je podmienená len úhradou súdneho poplatku. V súvislosti so zavádzaním služieb e-government je možné získať kópie listín uložených v zbierke listín cez elektronickú službu Ústredného portálu verejnej správy www.slovensko.sk.

Register účtovných závierok je informačným systémom verejnej správy, ktorého správcom je Ministerstvo financií SR. Kľúčovým prínosom realizácie Registra je významné zlepšenie dostupnosti a zvýšenie kvality ekonomických a ďalších informácií o účtovných jednotkách v Slovenskej republike, pretože uložením účtovnej závierky do Registra sa zabezpečí jej zverejnenie. Dostupnosť informácií je základný predpoklad pre rôzne analýzy potrebné pri posudzovaní jednotlivých účtovných jednotiek. Zriadenie Registra zamedzilo viacnásobnému ukladaniu účtovnej závierky (Zbierka listín Obchodného registra, Daňový úrad ako príloha daňového priznania a iné). Dostupnosť údajov z Registra je ovplyvnená tým, že jeho spustenie bolo viackrát posunuté. Účtovné jednotky mali povinnosť uložiť účtovné závierke do Registra zostavené k 31. decembru 2013 a neskôr. Register však sprístupňuje aj

účtovné závierky skoršieho dáta, ktoré sú dostupné vo forme digitalizovaných dokumentov (naskenovaných dokumentov) vo formáte TIFF; ich dostupnosť je však podmienená kvalitou spracovania doručených dokumentov. Zverejnené sú údaje z neúplných účtovných závierok za roky 2009 až 2012, čiže len výkazy súvaha, výkaz ziskov a strát. Pochádzajú z viacerých zdrojov (DataCentrum, Štátna pokladnica, Centrálny konsolidačný systém, Obchodný vestník, Finančné riaditeľstvo SR), pričom pri každom výkaze účtovnej závierky je uvedený zdroj, odkiaľ historické údaje pochádzajú. V súvislosti so zavádzaním elektronickej komunikácie so správcom dane postupne, od roku 2013 zlepšuje dostupnosť účtovných závierok ako dokumentov v štruktúrovanej podobe (od 1.1.2014 platí povinnosť pre doručovania podaní správcovi dane elektronickými prostriedkami pre daňový subjekt, ktorý je platiteľom dane z pridanej hodnoty, od 1.1.2018 pre všetky právnické osoby zapísané v obchodnom registri a od 1.7.2018 aj pre fyzické osoby – podnikateľov). Register umožňuje sprístupnenie údajov v štruktúrovanej podobe prostredníctvo verejného API rozhrania. Rovnako tak ako pri údajoch z Obchodného vestníka, tak aj údaje z Registra účtovných závierok sú dostupné ako komerčné produkty s pridanou hodnotou v podobe analýz vybraných ukazovateľov a podobne.

3 Využitie zdrojov finančných informácií

V tejto súvislosti je potrebné si uvedomiť, že údaje do roku 2002 sú k dispozícii len vo forme vybraných údajov z účtovnej závierky – teda len výkazy súvaha a výkaz ziskov a strát bez poznámok, ktoré v tom čase boli označované ako príloha, v ktorých sú bližšie vysvetlené vykázané číselné údaje z jednotlivých výkazov vrátane vplyvov bilančnej politiky na vykázané údaje. Ďalším obmedzením je skutočnosť, že zverejnené údaje sú dostupné len za malé množstvo účtovných jednotiek, ktoré prekračovali veľkostné kritériá ustanovujúce povinnosť zverejňovať údaje z účtovných závierok. V neposlednom rade treba prihliadať na skutočnosť, že uvedené historické údaje sú dostupné zväčša len v listinnej podobe v Obchodnom vestníku, čo je z hľadiska ich ďalšieho spracovania nepraktické.

Od roku 2002 nastáva posun v oblasti zverejňovania účtovných závierok. Novela obchodného zákonníka a zákona o účtovníctva ustanovila povinnosť uložiť celé účtovnú závierku vrátane všetkých jej súčastí do zbierky listín obchodného registra. Pri zhromažďovaní informácií o účtovnej jednotke však často narážame na fakt, že mnohé účtovné jednotky si túto povinnosť nesplnili včas alebo vôbec. Ďalšou nevýhodou je dostupnosť samotných údajov (za predpokladu, že boli do zbierky listín uložené). Zbierku listín obchodného registra vedú jednotlivé registrové súdy, ktorých je celkovo 8. V minulosti boli údaje poskytované ako kópie uložených dokumentov len v listinnej podobe, v súčasnosti s nástupom politiky e-governmentu je možná aj elektronická komunikácia, ale výsledkom žiadosti o sprístupnenie údajov sú naskenované kópie uložených dokumentov, čo prakticky vylučuje automatizované spracovanie údajov. V neposlednom rade, hoci ide o verejný register, sú jednotlivé výstupy spoplatnené za každú stranu sprístupneného dokumentu. Preto je tento zdroj informácií vhodný len pri skúmaní konkrétnych účtovných jednotiek.

So zmenami vo zverejňovaní súvisia aj zmeny v Obchodnom vestníku, ktorý je od roku 2004 dostupný aj v elektronickej podobe a od roku 2012 má výlučne iba elektronickú podobu. Stále však platí obmedzenie, pre ktoré nie je Obchodný vestník vhodným zdrojom údajov, pretože sa v ňom zverejňujú len informácie za veľmi malú skupinu účtovných jednotiek. Ako konštatujú autori (Tumpach, Juhászová, & Meluchová 2013) v štúdií ohľadne dostupnosti údajov o účtovných jednotkách s využitím Obchodného vestníka ako zdroja údajov, dostupnosť informácií však ešte nemusí nutne znamenať, že bude možné ich využívať ako relevantný zdroj pre rozhodovanie zainteresovaných strán. Problémom je aj veľkosť populácie, pretože auditu podlieha len približne 4 000 účtovných jednotiek.

So spustením Registra účtovných závierok sa odbúrali mnohé problémy s dostupnosťou údajov pre širokú verejnosť. Register poskytuje historické údaje za účtovné jednotky od roku 2008 (ak sú dostupné) vo forme naskenovaných dokumentov, čím sa zvýšila možnosť získať uvedené údaje, pretože údaje boli prevzaté z viacerých zdrojov, pre podnikateľské účtovné jednotky najmä Finančné riaditeľstvo SR, pričom ani jeden zo zdrojov nebol zbierkou listín obchodného registra. Týmto sa vylúčilo obmedzenie nedostupnosti údajov, ak si účtovná jednotka nesplnila povinnosť uloženia účtovnej závierky do zbierky listín. Zavedenie povinnej elektronickej komunikácie so správcom dane pre účtovné jednotky (daňové subjekty), ktoré sú platiteľom dane z pridanej hodnoty umožnilo sprístupňovanie údajov veľkého množstva subjektov. Podľa dostupných údajov Štatistického úradu SR bolo v čase spustenia Registra približne 170 000 obchodných spoločností, z ktorých bolo za platiteľa dane z pridanej hodnoty registrovaných približne 120 000, čo predstavuje pomerne dobrú základňu (podmienkou registrácie za platiteľa dane z pridanej hodnoty je okrem iných aj veľkosť obratu; odhliadnuc od možnosti dobrovoľnej registrácie sa musia povinne registrovať všetky subjekty, ktoré prekročia stanovenú hranicu; údaje za spoločnosti, ktoré nie sú registrované za platiteľa dane ale uskutočňujú svoju ekonomickú činnosť sú dostupné vo forme naskenovaných dokumentov). Bezplatná dostupnosť štruktúrovaných údajov je neoceniteľným nástrojom pre vývojárov vlastných aplikácií, ktoré umožňujú štatistické a ekonomické analýzy uvedených údajov. Na trhu sa vyskytuje niekoľko komerčných (a zväčša platených) produktov či analytických nástrojov. Medzi najvýznamnejšie patrí FinStat, ktorý poskytuje základné prehľady, štatistiky a ukazovatele bezplatne. Opačný prístup predstavujú nekomerčné produkty, napríklad nástroj na hromadné sťahovanie údajov z účtovných závierok, ktorý pochádza z Katedry účtovníctva a audítorstva, ktorý je dostupný na - http://odnakladovkhodnote.sk/

4 Záver

Využitie zdrojov, resp. získaných informácií je podmienené ich dostupnosťou. Ako sa uvádza v príspevku, údaje do roku 2002 boli zverejňované len veľmi obmedzeným okruhom účtovných jednotiek, ktoré mali povinnosť overenia účtovnej závierky audítorom. Navyše, vzhľadom na spôsob zverejnenia v Obchodnom vestníku v tlačenej forme sú prakticky nedostupné. Od roku 2002 prichádza povinnosť ukladať účtovné závierky do zbierky listín obchodného registra pre všetky účtovné jednotky. Možnosti získania uvedených dokumentov sú však obmedzené ich sprístupnením v podobe kópie uloženého dokumentu, resp. od neskoršieho dátumu aj v elektronickej podobe naskenovaného uloženého dokumentu, ale až po uhradení poplatku za každú sprístupnenú stranu. Navyše, pomerne váhavý prístup Ministerstva spravodlivosti SR, do pôsobnosti ktorého spadá obchodný register ako aj zbierka listín, k postihovaniu neplnenia si povinností uloženia účtovných závierok, neprispel k všeobecnej dostupnosti údajov.

Za prelomové možno považovať zriadenie Registra účtovných závierok a zavedenie povinnosti elektronickej komunikácie so správcom dane, čo umožnilo sprístupňovanie údajov veľkého množstva účtovných jednotiek v doposiaľ nevídanom meradle.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia projektu APVV č. APVV-16-0602 *Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR - od nákladov k hodnote.*

Literatúra

1. Kubaščíková, Z., & Pakšiová, R. (2015). Impact of accounting standards on the results of financial analysis. *Ifrs: Global Rules & Local Use: Proceedings Of The 3Rd International Scientific Conference: Prague, October 8–9, 2015: Anglo-American University, Prague - Czech Republic*, 150-155.

2. Mackenzie, B., Coetsee, D., Njikizana, T., Selbst, E., Chamboko, R., Colyvas, B., Hanekom, B. (2014) *Wiley IFRS 2014: Interpretation and Application of International Financial Reporting Standards* (Wiley Regulatory Reporting) 11th ed. Somerset: John Wiley & Sons
3. Šlosárová, A. (2014). *Analýza účtovnej závierky.* 1. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
4. Šlosárová, A. & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky.* Bratislava: Wolters Kluwer
5. Šlosárová, A., Kadlečíková, O., Kovalčíková, A., & Máziková, K. (2016). *Účtovníctvo* (2. preprac. a dopl. vyd.). Bratislava: Wolters Kluwer.
6. Tumpach, M. (2006). *Medzinárodné štandardy na zostavenie účtovnej závierky IFRS/IAS*. Bratislava: IURA EDITION
7. Tumpach, M., Juhászová, Z., & Meluchová, J. (2013). Is there any relevance of business-related financial reporting in Slovakia. *Financial Management Of Firms And Financial Institutions: Proceedings: 9Th International Scientific Conference: 9Th - 10Th September 2013, [Ostrava - Mariánské Hory, Czech Republic]*, 987-994

Pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov do základu dane z príjmov

Interest Limitation Rule and Income Tax Basis

Anna Šlosárová[1]

Abstrakt
V smernici ATAD sú uvedené opatrenia proti vyhýbaniu sa daňovým povinnostiam. K týmto opatreniam patrí aj pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov do základu dane z príjmov, ktoré je objektom skúmania nášho príspevku. Východiskový údaj na výpočet výšky úrokov uznanej za daňový výdavok je ukazovateľ EBITDA. Zámerom príspevku je vysvetlenie podstaty výpočtu ukazovateľa EBITDA na rôzne účely, s cieľom poukázať na jeho špecifické chápanie v prípade uplatňovania pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov. Základným zdrojom informácií na výpočet ukazovateľa EBITDA je vždy účtovníctvo. Relevantné informácie z tejto oblasti by mali byť prostredníctvom účtovnej závierky, najmä poznámok poskytnuté používateľovi.

Kľúčové slová
smernica ATAD, zákon o dani z príjmov, ukazovateľ EBITDA, pravidlá nízkej kapitalizácie, pravidlo o obmedzení zahnutia úrokov

Abstract
There are measures against tax duties avoiding stated in the ATAD directive. Interest limitation rule, that is this contribution´s research object, belongs also to these rules. EBITDA is the basic entry for calculation of interest recognized as tax expense. The aim of the contribution is to explain the calculation of EBITDA nature for various purposes and to point out its specific understanding in case of application interest limitation rule. The basic source of information for EBITDA calculation is always accounting. Relevant information from this area should be through financial statements, especially notes to the financial statements, provided to user.

Key words
ATAD directive, income tax law, EBITDA, low capitalization rule, interest limitation rule

JEL classification
JEL H26, JEL K34, JEL M41

1 Úvod

Rada Európskej únie prijala v roku 2016 Smernicu Rady (EÚ) 2016/1164 z 12. júla 2016, ktorou sa stanovujú pravidlá proti praktikám vyhýbania sa daňovým povinnostiam, ktoré majú priamy vplyv na fungovanie vnútorného trhu (ďalej len „smernica ATAD“). Zverejnená bola v Úradnom vestníku Európskej únie L 193 dňa 19. 7. 2016 a účinnosť nadobudla dvadsiatym dňom po jej uverejnení v Úradnom vestníku Európskej únie. Slovenská republika, ako členský štát EÚ, transponovala všetky povinnosti vyplývajúce z uvedenej smernice do svojho práva, a to predovšetkým do zákona NR SR č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o dani z príjmov“).

Hlavným dôvodom, prečo sa EÚ rozhodla vypracovať smernicu ATAD, bolo, aby členské krajiny mali návod na prijatie opatrení, ktoré budú odrádzať od praktík vyhýbania sa

[1] prof. Ing. Anna Šlosárová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: anna.slosarova@euba.sk.

daňovým povinnostiam a ktorými sa zaistí spravodlivé a účinné zdaňovanie v EÚ dostatočne koherentným a koordinovaným spôsobom. Z dôvodu zvýšenia integrácie národných ekonomík a vzniku nadnárodných spoločností sa objavila nutnosť zabezpečiť, aby sa daň platila tam, kde sa vytvárajú zisky a hodnota.

Ustanovenia smernice ATAD sa majú uplatňovať na všetkých daňovníkov, ktorí podliehajú dani z príjmov právnických osôb v jednom alebo vo viacerých členských štátoch EÚ, vrátane stálych prevádzkarní subjektov, ktorí sú rezidentmi na daňové účely v tretej krajine, v jednom alebo vo viacerých členských štátoch.

Smernica ATAD obsahuje tri kapitoly, pričom v druhej kapitole sa uvádzajú opatrenia proti vyhýbaniu sa daňovým povinnostiam. Ide o konkrétne pravidlá, ktoré sú zamerané na obmedzenia v premiestňovaní (presune) zdaniteľných príjmov, ktoré vytvárajú zisky, zo štátu zdroja príjmov do daňovej jurisdikcie s výhodnejším daňovým zaťažením. V kapitole II čl. 4 je uvedené aj pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov, ktoré je objektom skúmania nášho príspevku.

Pri výpočte podkladových údajov na uplatnenie pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov do základu dane z príjmov právnických osôb má významnú úlohu ukazovateľ EBITDA. Jeho výška vyčíslená z údajov účtovníctva tvorí základ na určenie sumy úrokov uznanej za daňový výdavok.

Príspevok je zameraný na vysvetlenie podstaty výpočtu ukazovateľa EBITDA na rôzne účely, s cieľom poukázať na jeho špecifické chápanie v prípade uplatňovania pravidla o obmedzení úrokov, ktoré vstupujú do základu dane z príjmov účtovnej jednotky – daňovníka. Na tento účel najskôr uvádzame podstatu ukazovateľa EBITDA tak, ako sa interpretuje vo finančnej analýze a potom tak, ako sa interpretuje v súčasne platnom zákone o dani z príjmov pre potreby aplikácie pravidiel nízkej kapitalizácie. Následne interpretujeme ukazovateľ EBITDA podľa smernice ATAD pre potreby aplikácie pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov.

Na základe komparácie teoretických interpretácií ukazovateľa EBITDA ilustrujeme analyzované tri prístupy na jednoduchom príklade tak, aby sme poukázali na vplyv ukazovateľa EBITDA pri rôznych interpretáciách na základ dane z príjmov, daň z príjmov a tiež na výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov. V konečnom dôsledku má ukazovateľ EBITDA vyčíslený pre potreby pravidiel nízkej kapitalizácie a pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov spätný vplyv na EBITDA pre potreby finančnej analýzy. Táto informácia je pre používateľov informácií z účtovníctva relevantná pre ich rozhodovanie sa. Je preto dôležité, aby bola uvedená v poznámkach účtovnej závierky.

2 Interpretácia ukazovateľa EBITDA vo finančnej analýze

Ukazovateľ EBITDA sa často využíva vo finančnej analýze ako vstupný údaj do čitateľa ukazovateľov rentability, napr. pri výpočte rentability majetku, t. j. celkových vložených prostriedkov, rentability celkového kapitálu, t. j. celkových zdrojov majetku, rentability vlastného imania, t. j. vlastného kapitálu. Vyčísľuje sa z údajov, ktoré sú zaznamenané v účtovníctve účtovnej jednotky – daňovníka.

Skrátené označenie ukazovateľa je odvodené z anglických pojmov a je vysvetlené v tabuľke 1.

Tab. 1: Vysvetlenie označenia ukazovateľa EBITDA

Symbol	Anglický výraz	Slovenský ekvivalent	Vysvetlenie
E	Earnings	výnosy prevyšujúce náklady	výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov
B	Before	predtým, ako	predtým, ako k výsledku hospodárenia po zdanení daňou z príjmov pripočítame úroky, dane, odpisy a amortizáciu
I	Interest	úroky	úroky z úverov a pôžičiek
T	Taxes	dane	daň z príjmov
D	Depreciation	odpisy	Odpis je peňažné vyjadrenie opotrebenia dlhodobého hmotného majetku v dôsledku jeho používania v účtovnej jednotke za účtovné/zdaňovacie obdobie.
A	Amortization	amortizácia	Amortizácia je peňažné vyjadrenie zníženia hodnoty dlhodobého nehmotného majetku v dôsledku jeho využívania v účtovnej jednotke za účtovné/zdaňovacie obdobie.

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa: Šlosárová and Blahušiaková, 2017

Pojmy odpisy a amortizácia majú rovnaký význam, odpis sa používa vo vzťahu ku hmotnému majetku a amortizácia vo vzťahu k nehmotnému majetku. V SR sa používa v obidvoch prípadoch len pojem odpis, preto v súvislosti so slovenskou právnou úpravou účtovníctva budeme ďalej pracovať len s pojmom odpisy.

3 Interpretácia ukazovateľa EBITDA pre potreby aplikácie pravidiel nízkej kapitalizácie

Pravidlá nízkej kapitalizácie sa vzťahujú na:

1. daňovníka právnickú osobu (dlžníka), ktorá účtuje v sústave podvojného účtovníctva,
2. daňovníka právnickú osobu (dlžníka), ktorá zostavuje účtovnú závierku podľa IFRS v znení prijatom Európskou úniou,

a to vtedy, ak je:

- daňovníkom s neobmedzenou daňovou povinnosťou,
- daňovníkom s obmedzenou daňovou povinnosťou so stálou prevádzkarňou na území SR.

Pravidlá nízkej kapitalizácie sa nevzťahujú na banku alebo pobočku zahraničnej banky, poisťovňu, pobočku poisťovne z iného členského štátu EÚ alebo pobočku zahraničnej poisťovne, zaisťovňu, pobočku zaisťovne z iného členského štátu EÚ alebo pobočku zahraničnej zaisťovne, subjekt podľa osobitného predpisu (napr. dôchodcovskú správcovskú spoločnosť, doplnkovú dôchodkovú spoločnosť, obchodníka s cennými papiermi, finančného agenta a finančného poradcu, subjekt kolektívneho investovania, správcovskú spoločnosť), lízingovú spoločnosť.

Pravidlá nízkej kapitalizácie stanovujú obmedzenia výšky úrokov platených z úverov a pôžičiek a súvisiacich výdavkov (nákladov) na prijaté úvery a pôžičky tak, že za daňové výdavky sa nepovažujú vo výške, ktorá počas zdaňovacieho obdobia presahuje 25 % hodnoty ukazovateľa vypočítaného ako súčet výsledku hospodárenia pred zdanením daňou z príjmov vyčísleného na základe údajov účtovníctva, ku ktorému sa pripočítajú odpisy dlhodobého hmotného majetku a dlhodobého nehmotného majetku a nákladové úroky. Obmedzenie sa uplatňuje vtedy, ak je veriteľ (osoba, ktorá poskytuje úver alebo pôžičku) závislou osobou vo

vzťahu k dlžníkovi (daňovník, ktorý prijal pôžičku). Závislou osobou sa na účely zákona o dani z príjmov rozumie blízka osoba, ekonomicky, personálne alebo inak prepojená osoba alebo subjekt, osoba alebo subjekt, ktorý je na účely konsolidácie súčasťou konsolidovaného celku. [§ 2 písm. n) zákona o dani z príjmov] Okrem toho sa na účely pravidiel nízkej kapitalizácie považuje za závislú osobu voči dlžníkovi aj veriteľ, ktorý poskytol úver alebo pôžičku dlžníkovi, pričom podmienkou pre jej poskytnutie bolo, že veriteľ prijal na tento účel priamo súvisiaci úver, pôžičku alebo vklad od osoby, ktorá vo vzťahu k dlžníkovi už je závislou osobou podľa § 2 písm. n) zákona o dani z príjmov. [§ 21a ods. 2 zákona o dani z príjmov] Konanie závislých osôb sa prejavuje predovšetkým v tom, že v ich vzájomných transakciách absentuje uplatňovanie trhových princípov. (Máziková, Ondrušová and Seneši, 2016, s. 206)

Výpočet ukazovateľa EBITDA na daňové účely podľa § 21a ods. 1 zákona o dani z príjmov je uvedený v tabuľke 2.

Tab. 2: Výpočet ukazovateľa EBITDA podľa zákona o dani z príjmov

Ukazovateľ	Vysvetlenie
Výsledok hospodárenia pred zdanením daňou z príjmov	Výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov + daň z príjmov
+ **Odpisy dlhodobého hmotného majetku a dlhodobého nehmotného majetku**	t. j. účtovné odpisy zaúčtované na účte *551 – Odpisy dlhodobého nehmotného majetku a dlhodobého hmotného majetku*
+ **Nákladové úroky**	t. j. úroky zaúčtované na účte *562 – Úroky*
+ **Súvisiace náklady**	t. j. náklady súvisiace s poskytnutím úverov a pôžičiek, o ktorých sa účtuje napr. na účte *648 – Ostatné finančné náklady*
= EBITDA	= EBITDA

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa § 21a zákona o dani z príjmov, 2018

Nákladmi súvisiacimi s poskytovaním úverov a pôžičiek sú napríklad: výdavky na znalecké posudky, poplatky za bankové záruky, provízie za sprostredkovanie pôžičky, poplatky za predčasné splatenie úveru a pod.

4 Interpretácia ukazovateľa EBITDA pre potreby aplikácie pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov

Podstata *Pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov* spočíva v tom, že presahujúce náklady na prijaté úvery a pôžičky sú odpočítateľné v zdaňovacom období, v ktorom vznikli, len do výšky 30 % príjmov daňovníka pred započítaním úrokov, daní, odpisov a amortizácie (EBITDA). (smernica ATAD, čl. 4 ods. 1)

Skratka EBITDA, ktorá je použitá aj v slovenskom preklade smernice, je, ako sme uviedli v časti 2 príspevku, odvodená z anglického pojmu *Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization.* Ukazovateľ EBITDA sa používa vo finančnej analýze v poňatí zisk zvýšený o úroky, dane, odpisy a amortizáciu. V smernici v čl. 4 ods. 2 sa uvádza, že „EBITDA sa vypočíta tak, že sa k príjmu, ktorý podlieha dani z príjmov právnických osôb v členskom štáte daňovníka, späť pripočítajú daňovo upravené sumy presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky, ako aj daňovo upravené sumy odpisov a amortizácie. Príjem oslobodený od dane sa z EBITDA daňovníka vylúči.“ Z uvedeného vyplýva, že kým vo finančnej analýze sa za východiskový údaj na výpočet ukazovateľa EBITDA považuje výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov (účtovný zisk alebo účtovná strata), podľa smernice

ATAD je východiskovým údajom základ dane z príjmov. Postup výpočtu je uvedený v tabuľke 3.

Tab. 3: Výpočet ukazovateľa EBITDA podľa pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov

základ dane z príjmov
+ daňovo upravené sumy presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky
+ daňové odpisy a amortizácia
= EBITDA

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa smernice ATAD, 2018

V čl. 4 smernice ATAD sú ešte uvedené aj ďalšie skutočnosti súvisiace s obmedzením zahrnutia úrokov, napr. možnosť odchýlneho práva priznaného daňovníkovi v rôznych prípadoch.

Za *základ dane z príjmov* sa považuje základ dane po úprave o príjmy oslobodené od dane z príjmov.

Na účel určenia daňovo upravených súm presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky sú v smernici ATAD definované nasledujúce dva pojmy (smernica ATAD, kapitola I, čl. 2):

„Náklady na prijaté úvery a pôžičky sú úrokové náklady spojené so všetkými formami dlhu, iné náklady ekonomicky rovnocenné úrokom a výdavkom, ktoré vznikli v súvislosti so získavaním finančných prostriedkov, ako sa vymedzujú vo vnútroštátnom práve, vrátane, ale nie výhradne, platieb v rámci úverov s podielom na zisku, imputovaných úrokov z nástrojov, ako sú prevoditeľné dlhopisy a dlhopisy s nulovým kupónom, súm v rámci alternatívnych mechanizmov financovania, ako je islamské financovanie, prvkov týkajúcich sa finančných nákladov v rámci platieb finančného lízingu, kapitalizovaných úrokov zahrnutých do súvahovej hodnoty súvisiaceho aktíva alebo amortizácie kapitalizovaných úrokov, súm meraných na základe výnosu z finančných prostriedkov podľa pravidiel transferového oceňovania, ak je to relevantné, nominálnych súm úrokov v rámci derivátových nástrojov alebo hedžingových schém súvisiacich s úvermi a pôžičkami subjektu, určitých devízových ziskov a strát v súvislosti s úvermi a pôžičkami a nástrojov spojených so získavaním finančných prostriedkov, poplatkov za záruky v súvislosti so schémami financovania, realizačných poplatkov a iných nákladov súvisiacich s požičiavaním si finančných prostriedkov.

Presahujúce náklady na prijaté úvery a pôžičky predstavujú sumu, o ktorú odpočítateľné náklady daňovníka na prijaté úvery a pôžičky prevyšujú zdaniteľné úrokové výnosy a iné ekonomicky rovnocenné zdaniteľné príjmy, ktoré daňovník prijíma podľa vnútroštátneho práva.“

Z uvedeného vyplýva, že pri výpočte presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky sa berú do úvahy všetky nákladové úroky a všetky výnosové úroky a s nimi súvisiace náklady a výnosy, ak vstupovali do základu dane z príjmov, a to bez ohľadu na to, či vznikli vo vzťahu k závislým alebo nezávislým osobám.

5 Komparácia interpretácií ukazovateľa EBITDA vyčísľovaného na rôzne účely

V tabuľke 4 je uvedená komparácia interpretácií ukazovateľa EBITDA vo finančnej analýze, podľa zákona o dani z príjmov a pre potreby aplikácie pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov.

Tab. 4: Komparácia interpretácií ukazovateľa EBITDA (teoreticky)

	Finančná analýza	**Zákon o dani z príjmov**	**Smernica ATAD**
Východiskový údaj	VH po zdanení daňou z príjmov	VH pred zdanením daňou z príjmov	Základ dane z príjmov
Úprava o	+ daň z príjmov	x	x
Úprava o	+ účtovné odpisy	+ účtovné odpisy	+ daňové odpisy a amortizácia
Úprava o	nákladové úroky z úverov a pôžičiek	nákladové úroky z úverov a pôžičiek a s nimi súvisiace náklady	presahujúce náklady na prijaté úvery a pôžičky (daňovo upravené)
Výsledok je	**EBITDA (FA)**	**EBITDA (NK)**	**EBITDA (ATAD)**

Zdroj: Vlastné spracovanie
kde VH = výsledok hospodárenia, FA = finančná analýza, NK = nízka kapitalizácia

Na ilustráciu rôznych interpretácií ukazovateľa EBITDA sme si stanovili v tab. 5 východiskové údaje, ktoré musí mať účtovná jednotka zaznamenané v účtovníctve. Všetky číselné údaje v príklade sú v eurách.

Tab. 5: Východiskové údaje na ilustráciu výpočtu ukazovateľa EBITDA (v eurách)

	Suma v €	**Suma v €**	**Suma v €**
Výnosy	420 000		
- v tom výnosové úroky		50 000	
- z toho od závislej osoby			10 000
Náklady	380 000		
- v tom nákladové úroky		90 000	
- z toho voči závislej osobe			65 000
- v tom odpisy dlhodobého majetku		110 000	
- z toho daňové			80 000
- z toho rozdiel účtovných a daňových odpisov			30 000
Výsledok hospodárenia pred zdanením daňou z príjmov	+ 40 000	x	x

Zdroj: Vlastné spracovanie

Základ dane z príjmov (ZD) z uvedených údajov vyčíslime tak, že k výsledku hospodárenia pred zdanením daňou z príjmov pripočítame rozdiel účtovných a daňových odpisov.

$$ZD = +40\,000 + 30\,000 = +70\,000 \quad (1)$$

Daň z príjmov zo základu dane 70 000 je 14 700 (21 % zo sumy 70 000).

$$VH\ po\ zdanení\ daňou\ z\ príjmov = 40\,000 - 14\,700 = 25\,300 \quad (2)$$

Tab. 6: Výpočet ukazovateľa EBITDA pri rôznych interpretáciách (v eurách)

	EBITDA (FA)	EBITDA (KÚ)	EBITDA (ATAD)
Východiskový údaj	+ 25 300	+ 40 000	70 000
Úprava o daň z príjmov	+ 14 700	x	x
Úprava o odpisy	+ 110 000	+ 110 000	80 000
Úprava o úroky	+ 90 000	+ 90 000	
Úprava o presahujúce náklady na prijaté úvery a pôžičky	x	x	40 000
Spolu	**240 000**	**240 000**	**190 000**

Zdroj: Vlastné výpočty

Z tabuľky 6 je zrejmé, že ukazovateľ EBITDA sa v prípade aplikácie smernice ATAD výrazne odlišuje od prvých dvoch prípadov, je oveľa nižší.

V nasledujúcom kroku je potrebné určiť sumu z výšky úrokov z úverov a pôžičiek, ktorá sa považuje za daňový výdavok.

$$Daňový\ výdavok\ (NK) = 25\%\ z\ 240\ 000 = 60\ 000 \quad (3)$$

Porovnaním súm 60 000 a výšky úrokov z úverov a pôžičiek voči závislým osobám (65 000) sme zistili, že suma 5 000 nebude uznaná za daňový výdavok a musí sa k základu dane z príjmov pripočítať. Daň z príjmov sa potom vypočíta z upravenej sumy. Daň z príjmov z upraveného základu dane 75 000 je 15 750 (21 %), čo je o 1 050 viac, ako v predchádzajúcom prípade. Následne to má vplyv aj na výpočet ukazovateľa EBITDA pre potreby finančnej analýzy.

$$Daňový\ výdavok\ (ATAD) = 30\%\ zo\ 190\ 000 = 57\ 000 \quad (4)$$

Porovnaním súm 57 000 a presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky (40 000) sme zistili, že celá suma nákladových úrokov bude uznaná za daňový výdavok a základ dane sa nebude upravovať. Číselné údaje budú rovnaké ako v prvom prípade.

V tabuľke 7 je uvedené, aký vplyv na základ dane z príjmov, na daň z príjmov a na výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov má aplikácia analyzovaných pravidiel.

Tab. 7: Vplyv ukazovateľa EBITDA pri rôznych interpretáciách na základ dane z príjmov, na daň z príjmov a na výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov (v eurách)

	Neobmedzované	Pravidlá nízkej kapitalizácie	Pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov
VH pred zdanením daňou z príjmov	+ 40 000	+ 40 000	+ 40 000
Základ dane z príjmov pred úpravou	70 000	70 000	70 000
Úprava o	0	+ 5 000	0
Základ dane z príjmov po úprave	70 000	75 000	70 000
Daň z príjmov	14 700	15 750	14 700
VH po zdanení daňou z príjmov	25 300	24 250	25 300

Zdroj: Vlastné výpočty

V našom príklade aplikácia pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov nemala vplyv na základ dane z príjmov, daň z príjmov a teda ani na výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov. V prípade, že by suma presahujúcich nákladov na prijaté úvery a pôžičky bola vyššia ako 30 % EBITDA, príslušný rozdiel by nebol uznaný za daňový výdavok.

Na základe uvedeného príkladu by sme mohli urobiť záver, že pravidlá nízkej kapitalizácie sú prísnejšie, ako pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov. To je však len v prípade, ak účtovná jednotka – daňovník, má nielen vysoké nákladové úroky, ale aj primerane vysoké výnosové úroky.

Hlavným účelom pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov je zamedzenie znižovania zisku podliehajúcemu dani z príjmov prostredníctvom úverového financovania závislých osôb. Uzatváranie dohôd o poskytovaní úverov a pôžičiek umožňuje právnickým osobám presúvať zisky z jurisdikcie s vysokým daňovým zaťažením do jurisdikcie s výhodnejším daňovým zaťažením.

Všetky daňové úpravy pri výpočte ukazovateľa EBITDA majú spätne vplyv na jeho vyčíslenie pre potreby finančnej analýzy. Zmení sa výška základu dane z príjmov, daň z príjmov a v dôsledku toho aj výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov. Ak sa daň z príjmov zvyšuje (pretože sa mení základ dane z príjmov), výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov sa znižuje. Táto informácia je pre používateľov informácií z účtovníctva relevantná a dostatočne významná na to, aby sa uviedla v poznámkach účtovnej závierky.

6 Záver

Ochrana proti agresívnemu daňovému plánovaniu viedla na úrovni Európskej únie k prijatiu smernice ATAD. V SR sa už od r. 2015 uzákonili pravidlá nízkej kapitalizácie, ktoré sú čiastočne porovnateľné s pravidlom o obmedzení zahrnutia úrokov do základu dane z príjmov. SR využila zatiaľ výnimku, ktorú smernica ATAD umožňuje, a ponechala v zákone o dani z príjmov § 21a Pravidlá nízkej kapitalizácie. Postupne sa však aj u nás bude musieť zaviesť pravidlo o obmedzení zahrnutia úrokov v ponímaní smernice ATAD.

Pre stanovenie obmedzenia výšky úrokov platených z úverov a pôžičiek a súvisiacich výdavkov na prijaté úvery a pôžičky poskytovaných medzi závislými osobami, resp. aj nezávislými osobami je základňou ukazovateľ EBITDA. V príspevku sme sa venovali rôznym interpretáciám ukazovateľa EBITDA a postupu jeho výpočtu, a to teoreticky i na jednoduchom príklade. Všetky úpravy na daňové účely sa uskutočňujú mimo sústavy účtovníctva, základným

zdrojom informácií na výpočet ukazovateľa EBITDA musí však zostať účtovníctvo. Je preto veľmi dôležité, aby v prípade potreby účtovná jednotka – daňovník, ak je to možné, vytvárala vhodnú analytickú evidenciu. A tiež, aby relevantné informácie na pochopenie týchto skutočností pre používateľa informácií z účtovníctva, uvádzala v poznámkach účtovnej závierky.

Vzhľadom na to, že ukazovateľ EBITDA sa často využíva ako vstupný údaj na výpočet rôznych ukazovateľov vo finančnej analýze, najmä ukazovateľov rentability, je dôležité uvedomiť si, že jeho interpretácia a výpočet pre potreby pravidiel nízkej kapitalizácie a pravidla o obmedzení zahrnutia úrokov má spätný vplyv na EBITDA vyčísľovaného pre potreby finančnej analýzy, pretože vplýva na základ dane z príjmov, daň z príjmov a tiež na výsledok hospodárenia po zdanení daňou z príjmov. Táto informácia je pre používateľov informácií z účtovníctva relevantná pre ich rozhodovanie sa. Je preto dôležité, aby bola uvedená v poznámkach účtovnej závierky.

Príspevok bol spracovaný ako jeden z výstupov riešenia projektu APVV č. APVV-16-0602 *„Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR – od nákladov k hodnote“*.

Literatúra

1. EUR-LEX (2018). *Smernica Rady (EÚ) 2016/1164 z 12. júla 2016, ktorou sa stanovujú pravidlá proti praktikám vyhýbania sa daňovým povinnostiam, ktoré majú priamy vplyv na fungovanie vnútorného trhu* Dostupné na: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/SK/TXT/?uri=CELEX%3A32016L1164.
2. Finančná správa (2018). *Pravidlá nízkej kapitalizácie* Dostupné na: https://podpora.financnasprava.sk/663968-Pravidl%C3%A1-n%C3%ADzkej-kapitaliz%C3%A1cie-
3. Máziková, K., Ondrušová, L., & Seneši, N. (2016). *Účtovníctvo vlastníckych transakcií*. Bratislava: Wolters Kluwer.
4. SLOV-LEX (2018). *Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov. Dostupné na:* https://www.slov-lex.sk/static/pdf/2002/431/ZZ_2002_431_20180101.pdf.
5. SLOV-LEX (2018). *Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.* Dostupné na: https://www.slov-lex.sk/static/pdf/2003/595/ZZ_2003_595_20180501.pdf.
6. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2017). *Analýza účtovnej závierky*. Bratislava: Wolters Kluwer.
7. Tumpach, M., Manová, E., & Meluchová, J. (2014). Relevantnosť národného podnikového finančného výkazníctva v Slovenskej republike z pohľadu veriteľov ako neprivilegovaných používateľov. *Ekonomický Časopis : Časopis Pre Ekonomickú Teóriu, Hospodársku Politiku, Spoločensko-Ekonomické Prognózovanie = Journal For Economic Theory, Economic Policy, Social And Economic Forecasting, 62*(5), 495-507.

Analýzy procesu prebytku v spojitom čase založená na využití inverzného Gaussovho rozdelenia

Analysing a surplus process in continuous time using an inverse Gaussian distribution

Galina Horáková[1]

Abstrakt
Analýza stratégie kapitálovej injekcie v literatúre modelov poistných rizík zvyčajne predpokladá, že vždy, keď prebytok smeruje do záporných hodnôt, je aplikované množstvo kapitálu, potrebné pre možnosť pokračovania fungovania spoločnosti, teda na to, aby sa prebytok vrátil na pozitívnu úroveň a odvrátila sa možnosť nastatia insolventnosť. Cieľom príspevku je jednak využiť vlastnosti inverzného Gaussovho rozdelenia na stanovenie mier sledovaného rizika, odôvodniť postup prečo toto rozdelenie súvisí s modelom času vzniku krachu a tento fakt využiť pri analýze hodnôt prebytku v spojitom čase.

Kľúčové slová
proces prebytku, zložený Poissonov proces, model pravdepodobnosti krachu v spojitom čase, inverzné Gaussovo rozdelenie, podmienená hodnota v riziku *CVaR*.

Abstract
The analysis of capital injection strategies in the insurance risk model literature usually assumes that whenever the surplus tends towards negative values a level of capital is injected necessary to permit the company to continue operating, i.e. such that the surplus returns to being positive and possible insolvency is averted. The aim of the paper is first to use the characteristics of the inverse Gaussian distribution to set measures of the followed risk, to justify an approach why this distribution relates to a model of the time to ruin occurring and to use this fact to analyse the values of the surplus in continuous time.

Key words
Surplus process, compound Poisson process, continuous-time ruin models, inverse Gaussian distribution, Conditional Tail Expectation.

JEL classification
G 22

1 Úvod

Analýza kapitálovej stratégie navršovanie kapitálu v literatúre modelov poistného rizika (napr. Pafumi, 1998; Dickson and Waters, 2004) zvyčajne predpokladá, že kedykoľvek prebytok klesne do záporným hodných, výška deficitu sa vstrekuje tak, aby spoločnosť mohla pokračovať v svojom podnikaní. Cieľom príspevku je v rámci zovšeobecnenia kolektívneho modelu v spojitom čase aproximovať zložený Poissonov proces Brownovým pohybom, stanoviť pravdepodobnosť krachu v spojitom čase a využiť fakt, že náhodná premenná čas do krachu v prípade, že tento nastane, má inverzné Gaussovo rozdelenie. Využiť podmienenú

[1] Doc. RNDr.Galina Horáková CSc., KMA, Fakulta hospodárskej informatiky, EU Dolnozemská 1/b, 852 35 Bratislava, e-mail: horakova@euba.sk.

hodnotu v riziku tejto náhodnej premennej, ktorá patrí do exponenciálnej reprodukčnej disperznej triedy rozdelení pre úvahy, ktoré vedú k odhadu potrebnému kapitálu na vloženie v konkrétnom čase tak, aby sa finančný tok dostal na akceptovateľnú úroveň.

2 Matematický aparát

Úlohu načasovanie kapitálovej injekcie a jej veľkosti možno teda splniť využitím zloženého Poissonovho procesu, Brownovho pohybu, stanovenia pravdepodobnosti krachu v čase aj prostredníctvom inverzného Gaussovho rozdelenia. Preto stručne uvedieme niektoré známe tvrdenia, fakty, súvislosti skĺbime tak, aby sme vytvorili postup, využiteľný pri analýze konkrétneho rizika v zmysle deklarovaného cieľa.

2.1 Kolektívny model rizika pre dlhšie časové periódy

Teória krachu v spojitom čase sa zaoberá modelmi kolektívneho rizika pre dlhšie časové obdobie, pomocou ktorých je možno analyzovať priebeh prebytku v časovom intervale niekoľkých rokov. Prebytok poisťovateľa U_t vo fixnom čase je určený začiatočnými rezervami, (hodnotou prebytku U_0 v čase $t = 0$), hodnotou prijatého poistného do času t a hodnotou poistných plnení vyplatených do času t, pričom náhodnou premennou sú náklady na krytie škôd. Aby sme mohli model opísať matematicky, zavedieme nasledujúce označenia. Pre dané počiatočné rezervy U_0 pravdepodobnosť krachu vo vzdialenom spojitom časovom horizonte označíme $\Psi(U_0)$, čo znamená, že prebytok poisťovne klesne do záporných hodnôt niekedy v budúcnosti . Tento fakt vyjadríme aj prostredníctvom náhodnej premennej času krachu T vzťahmi

$$\Psi(U_0) = P\left(T < \infty\right)$$
$$\Psi(U_0) = 1 - P\left(U_t \geq 0\right) \quad \text{pre} \quad t \geq 0 \tag{2.1}$$

Teda vzťahy (2.1) vyjadrujú pravdepodobnosť, že poistné plnenia do času t prekračujú počiatočné rezervy a prijaté poistné do tohto času včítanie prebytku z minulého obdobia vo vzdialenom horizonte.

Pravdepodobnosť krachu v konečnom spojitom čase t označíme $\Psi(U_0; t)$ a definujeme

$$\Psi(U_0; t) = P\left(T \leq t\right) = P\left(U_t < 0\right), \text{ pre } 0 \leq t \leq s \tag{2.2}$$

kde $\Psi(U_0; t)$ predstavuje pravdepodobnosť, že prebytok poisťovne klesne pod nulu v ohraničenom časovom intervale.

Nech $\{N_t\}_{t\geq 0}$ je Poissonov proces s parametrom λ, a nech $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ je postupnosť nezávislých, identicky rozdelených náhodných premenných, nezávislých od N_t pre $t \geq 0$, s jednotnou distribučnou funkciou $F_X(x)$. Potom proces $\{S_t\}_{t\geq 0}$ definujeme vzťahom

$$S_t = X_1 + X_2 + \ldots + X_{N_t} = \sum_{i=1}^{N_t} X_i \tag{2.3}$$

pričom analogicky so zloženým rozdelením pre jednu časovú periódu predpokladáme, že výška individuálnej škody je náhodná premenná nadobúdajúca hodnoty kladné. Proces $\{S_t\}_{t\geq 0}$

je zložený Poissonov proces s Poissonovým parametrom λ. Pre konkrétne hodnoty $t \geq 0$, náhodná premenná S_t má zložené rozdelenie s Poissonovým parametrom $\lambda \cdot t$.

V súvislosti so zloženým Poissonovým procesom vyjadríme príslušný proces prebytku $\{U_t\}_{t\geq 0}$ pre ktorý platí

$$U_t = U_0 + ct - S_t, t \geq 0 \tag{2.4}$$

kde $U_0 = u$ je hodnota rezervného poistného fondu na začiatku sledovaného obdobia, teda prebytok v čase $t = 0$, c je konštantná miera intenzity prijímania poistného v časovom intervale jednotkovej dĺžky. Potom celkové prijaté poistné do času t možno zapísať ako $c \cdot t$, pre $t > 0$ a proces prebytku sa zvyšuje spojito s navýšením hodnoty c za jednotkový čas, a má po sebe idúce skoky z $\{X_1, X_2, ...\}$ v náhodných časoch $\{T_1, T_2, ...\}$. Predpokladáme teda, že za každú jednotku času prijaté poistné prekračuje mieru očakávaného celkového poistného plnenia v jednotkovom časovom intervale, teda napr. v prípade zloženého Poissonovho rozdelenia a kalkulácie poistného podľa princípu strednej hodnoty, ktorý využijeme v aplikačnej ukážke, je

$$c = \lambda \cdot (1+\theta) \cdot \nu_1(X) \tag{2.5}$$

kde θ je riziková prirážka. Potom U_t je náhodná premenná opisujúca prebytok poisťovne na konci časového úseku $\langle 0; t \rangle$.

2.2 Brownov pohyb s posunom a pravdepodobnosť krachu

Brownov pohyb využijeme na aproximáciu procesu prebytku $\{U_t\}_{t\geq 0}$, ktorý súvisí so zloženým Poissonovým procesom. Stochastický proces so spojitým časom $\{W_t\}_{t\geq 0}$ sa nazýva Brownov pohyb, ak

1. $W_0 = 0$,
2. $\{W_t\}_{t\geq 0}$ má stacionárne a nezávislé prírastky,
3. pre každý čas $t > 0$ má W_t normálne rozdelenie so strednou hodnotou 0 a disperziou $\sigma^2 t$.

Stochastický proces so spojitým časom $\{W_t\}_{t\geq 0}$ sa nazýva Brownov pohyb s posunom procesu, ak vyhovuje vlastnostiam Brownovho pohybu a okrem toho platí, že W_t má strednú $\mu \cdot t$, pre $\mu > 0$. Túto definíciu využijeme pri skúmaní proces prebytku $\{Z_t\}_{t\geq 0}$, založenom na zloženom Poissonovom procese rizika, ktorý bude vyhovovať procesu $\{W_t\}_{t\geq 0}$, pretože aj v tomto prípade zvažujeme počet skokov, ktorý s časom narastá a súčasne sa veľkosť týchto skokov zmenšuje.

Pretože predpokladáme, že výšky individuálnej škody $\{X_1, X_2, ...\}$ sú nezávislé, kladné náhodné premenné, pre ktoré existuje momentová vytvárajúca funkcia, proces prebytku sa zvyšuje v spojitom čase v súvislosti s poistným inkasovaným za jednotku času a má po sebe idúce skoky z individuálnych škôd $\{X_1, X_2, ...\}$ v náhodných časoch $\{T_1, T_2, ...\}$.

Nech

$$Z_t = U_t - u = ct - S_t,\ t \geq 0 \tag{2.6}$$

potom $Z_0 = 0$. Pretože S_t má zložené rozdelenie, proces Z_t má strednú hodnotu a disperziu vyjadrenú podľa základných vzťahov platných v kolektívnom modelu rizika pre dlhšie časové periódy, pričom označme strednú hodnotu a disperziu Z_1

$$E(Z_1) = \mu,\ D(Z_1) = \sigma^2 \tag{2.7}$$

$\{S_t\}_{t\geq 0}$ je proces so stacionárnymi a nezávislými prírastkami, a to isté platí aj o procesoch $\{U_t\}_{t\geq 0}$ a $\{Z_t\}_{t\geq 0}$. Prostredníctvom momentovej vytvárajúcej funkcie Z_t dostaneme (vzhľadom na to, že náhodnú premennú vyjadríme vzťahom $X = \alpha Y$),

$$\lim_{\alpha\to\infty} m_{Z_t} = e^{\left(z\cdot\mu\cdot t + \frac{z}{2}\sigma^2\cdot t\right)} \tag{2.8}$$

teda aj pre každý čas $t > 0$ má Z_t v limite normálne rozdelenie so strednou hodnotou $\mu \cdot t$ a disperziou $\sigma^2 \cdot t$. Počet skokových bodov sa zvyšuje, sledovaný proces nie je diferencovateľný, ale cesty Brownovho pohybu sú spojité funkcie premennej t. Aj intuitívne túto spojitosť odôvodníme, pretože skoky sú malé a celkovú vzdialenosť D v čase $(0; t\rangle$ procesu U_t vyjadríme premennou

$$D = ct + S_t = ct + X_1 + ... + X_{N_t} \tag{2.9}$$

ktorej očakávaná hodnota sa však nedá vyjadriť konečným reálnym číslom. Za účelom priblížiť tento fakt a proces Z_t tak, aby ho bolo možné nahradiť Brownovým pohybom. Charakteristiky náhodnej premennej $X = \alpha Y$ pri fixnej strednej hodnote a disperzii premennej Y dosadíme do (2.7) a dostaneme

$$\lambda = \frac{\sigma^2}{E(Y^2)}\frac{1}{\alpha^2} \tag{2.10}$$

a

$$c = \mu + \sigma^2\frac{E(Y)}{E(Y^2)}\cdot\frac{1}{\alpha} \tag{2.11}$$

a pre $\lambda \to \infty$ pripúšťame, že $\alpha \to 0$.

Preto pre očakávanú hodnotu náhodnej premennej D, po využití vzťahov (2.10) a (2.11) platí

$$E(D) = t\cdot\left(c + \lambda\cdot E(X)\right) = t\cdot\left(\mu + 2\sigma^2\cdot\frac{E(Y)}{E(Y^2)}\cdot\frac{1}{\alpha}\right) \tag{2.12}$$

a teda

$$\lim_{\alpha\to 0} E(D) = \infty \tag{2.13}$$

čo znamená, že očakávaná vzdialenosť v ohraničenom čase je nekonečne veľká. Navyše pretože $Z_t = U_t - u$, vzhľadom na rovnosť stredných hodnôt môžeme proces $\{Z_t\}_{t\geq 0}$ priblížiť k Brownomu pohybu s posunom, pričom platí, že s narastajúcim očakávaným počtom škôd a menšími skokmi sa aproximácia spresňuje. Z uvedeného vyplýva, že ak $\{W_t\}_{t\geq 0}$ je Brownov pohyb s posunom so strednou hodnotou $\mu \cdot t$ a disperziou $\sigma^2 \cdot t$ a ak $U_t = u + W_t$ je Brownov pohyb s posunom a prebytkom $U_0 = u$, pravdepodobnosť krachu v konečnom časovom intervale $0;\tau$ môžeme vyjadriť vzťahom

$$\Psi(u;\tau) = P(T < \tau) \quad = P\ \min_{0<t<\tau} U_t < 0 \quad \approx P\ \min_{0<t<\tau} W_t < -u \tag{2.14}$$

ktorý aproximuje pravdepodobnosť krachu pre proces prebytku, pretože sú v ňom zakomponované všetky toky, teda výsledné kladné aj záporné hodnoty prebytku. Pravdepodobnosť krachu v nejakom časovom intervale $0;\tau$ je suma pravdepodobností všetkých takýchto možností, s využitím vzťahu, že pre $\tau \to \infty$ je

$$\Psi(u) = P(T < \infty) = e^{-\frac{2\cdot\mu}{\sigma^2}\cdot u} \tag{2.15}$$

čo je výsledok súvisiaci s Lundbergovou nerovnosťou a odhadom koeficienta korekcie .

Pre ucelenosť priblíženia jednotlivých pojmov, ktoré využijeme v aplikačnej ukážke dodajme, že koeficient korekcie R je miera rizika procesu prebytku a je definovaný ako jediný kladný koreň rovnice $m_{S_1-c}(r) = E\left(e^{r\cdot(S_1-c)}\right) = 1$. Je závislý od celkovej škody poisťovateľa v časovom okamihu $t = 1$ a od prijatého poistného za jednu časovú periódu. Teda jediný kladný koreň rovnice

$$c \cdot r = \lambda \cdot \left(m_X(r) - 1\right) \tag{2.16}$$

v prípade celkovej škody opísanej zloženým Poissonovým rozdelením, príslušný koeficient korekcie nebude závisieť od parametru λ. Teda vo vzdialenom horizonte pravdepodobnosť krachu nezávisí od počtu škôd. Analytické vyjadrenie koeficienta korekcie je vo veľa prípadoch náročné alebo neuskutočniteľné. Jeho odhad je možný napr. aproximáciou pomocou Taylorovho rozvoja. Platí

$$\frac{\ln(1+\theta)}{M} \leq R \leq 2\theta \frac{E(X)}{E(X^2)} \tag{2.17}$$

kde M je horné ohraničenie individuálnej škody. Dosadením odhadu zhora aj zdola jediného kladného riešenia rovnice (2.16) do vzťahu (2.18), Lundbergovej nerovnosti

$$\Psi(U) \leq e^{-R\cdot U},\ U \geq 0 \tag{2.18}$$

dostávame odhad ohraničenia pravdepodobnosti krachu poisťovateľa vo vzdialenom spojitom čase

$$e^{-2\theta\cdot\frac{E(X)}{E\left(X^2\right)}\cdot U} \le \Psi\left(U\right) \le e^{-\frac{U}{M}\cdot\ln(1+\theta)} \tag{2.19}$$

Preto konečné vyjadrenie pravdepodobnosti krachu tesne pred časom τ, vzhľadom na charakteristiky náhodnej premennej Z_1 a využitie napr. dolného ohraničenia pravdepodobnosti krachu vo vzdialenom horizonte vzťahom (2.19) je

$$\Psi(u;\tau) = \Phi\left(-\frac{u+\mu\cdot\tau}{\sqrt{\sigma^2\cdot\tau}}\right) + e^{-\frac{2\cdot\mu}{\sigma^2}\cdot u}\cdot\Phi\left(-\frac{u-\mu\cdot\tau}{\sqrt{\sigma^2\cdot\tau}}\right) \tag{2.20}$$

kde $\Phi(\cdot)$ je distribučná funkcia normálneho rozdelenia.

Vzťah(2.20) však nevyjadruje zákon rozdelenia času krachu. Toto rozdelenie získame úpravou v súvislosti s pravdepodobnosťou krachu vo vzdialenom horizonte, teda rozdelenie času do nastatia krachu, v prípade, že krach nastane $P(T<\tau/T<\infty)$ vyjadríme kľúčovým vzťahom

$$\frac{\Psi(u;\tau)}{\Psi(u)} = e^{\frac{2\cdot\mu}{\sigma^2}\cdot u}\cdot\Phi\left(-\frac{u+\mu\cdot\tau}{\sqrt{\sigma^2\cdot\tau}}\right) + \Phi\left(-\frac{u-\mu\cdot\tau}{\sqrt{\sigma^2\cdot\tau}}\right), \quad \tau>0 \tag{2.21}$$

ktorý využijeme aj v súvislosť s inverzným Gaussovým rozdelením v aplikačnej ukážke.

2.3 Inverzné Gaussovo rozdelenie

Inverzné Gaussovo rozdelenie $X \sim IG(m;\delta)$ úzko súvisí a pravdepodobnosťou krachu vyjadrenou vzťahom (2.21). Vo všeobecnosti funkcia hustoty tohto rozdelenia má tvar

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\delta}{2\pi x^3}}e^{-\frac{\delta(x-m)^2}{2m^2x}} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases} \tag{2.22}$$

Diferencovaním rovnice (2.21) vzhľadom na premennú τ získame funkciu hustoty inverzného Gaussovho rozdelenia $T \sim IG\left(\frac{u}{\mu};\frac{u^2}{\sigma^2}\right)$ v podobe

$$f_T(\tau) = \frac{u}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\cdot\tau^{-\frac{3}{2}}\cdot e^{\left(-\frac{u-\mu\tau}{2\sigma^2\tau}\right)}, \quad \tau>0 \tag{2.23}$$

pričom náhodná premenná T vyjadruje čas krachu v prípade, že tento nastane, so strednou hodnotou

$$E(T) = \frac{u}{\mu} = \frac{u}{\lambda\cdot\theta\cdot E(X)} \tag{2.24}$$

Teda očakávaný čas krachu, v prípade, že tento nastane, vyjadruje vzťah (2.24). Pre prípad zloženého Poissonovho procesu je ľahké získať jednoduchú aproximáciu. Presnosť tejto

aproximácie je samozrejme závislá od relatívnych veľkostí príslušných množstiev, teda od parametrov jednotlivých rozdelení. Pretože pri konkrétnej analýze využijeme aj podmienenú hodnotu v riziku, uvádzame pre vyjadrenie hodnoty $VaR_p(T)$ distribučnú funkciu náhodnej premennej T v tvare

$$F_T(\tau) = 2\Phi\left(-\frac{u}{\sigma \cdot \tau^{\frac{1}{2}}}\right), \quad \tau > 0 \tag{2.25}$$

a vzhľadom na fakt, že hustotu pravdepodobnosti náhodnej premennej s inverzným Gaussovým rozdelením $X \sim IG(m;\delta)$ definovanú vzťahom (2.22) možno vyjadriť ako dvojparametrické rozdelenie z triedy *REDF*

$$f_{X_{REDF}}(x;\theta;\lambda) = e^{\lambda\left(\theta x + \sqrt{(-2\theta)}\right)} \cdot q(x;\lambda) \tag{2.26}$$

aj vyjadriť hodnotu *CVaR* inverzného Gaussovho rozdelenia vzťahom

$$CVaR_p(X) = m + \frac{\frac{m}{\delta}}{\bar{F}_X(x_p, m, \delta)} \cdot$$
$$\cdot\left\{\sqrt{\delta \cdot x_p}\,\varphi\left(\frac{1}{m}\sqrt{\delta \cdot x_p} - \sqrt{\frac{\delta}{x_p}}\right) + e^{\frac{2\delta}{m}}\left[2\delta \cdot \Phi\left(-\frac{1}{m}\sqrt{\delta \cdot x_p} - \sqrt{\frac{\delta}{x_p}}\right) - \sqrt{\delta x_p}\right]\varphi\left(-\frac{1}{m}\sqrt{\delta \cdot x_p} - \sqrt{\frac{\delta}{x_p}}\right)\right\} \tag{2.27}$$

Bližšie sa touto problematikou zaoberá napr. [3].

3 Aplikačná ukážka možnosti analýzy vývoja prebytku v spojitom čase

V predchádzajúcom článku bol predstavený matematický aparát, prostredníctvom ktorého budeme môcť sledovať proces prebytku v súvislosti s pravdepodobnosťou krachu v spojitom čase a v konečnom dôsledku vyvodiť závery, ktoré môžu odvrátiť nepriaznivú situáciu spoločnosti, ale pri ušetrení finančných prostriedkov. Vhodným skĺbením uvedenej teórie, využitím súvislosti vzťahov (2.21) a (2.23) získame nasledujúce výsledky pre sledované konkrétne portfólio nezávislých poistných zmlúv opísaných počtom škôd $N \sim Po(77)$ a výškou individuálnej škody, ktorá je modelovaná lognormálnym rozdelením $X \sim LN(10; 0,9^2)$, rizikovým poistných kalkulovaným princípom strednej hodnoty s rizikovou prirážkou $\theta = 0,2$ a počiatočnými rezervami U. Uveďme vývoj prebytku v čase τ a na základe analýzy výsledkov navrhnime opatrenia odvrátenia insolventnosti vzhľadom na sledované subportfólio poistných zmlúv. Podľa zadania

$$S_t \sim CoPo(77 \cdot t; X \sim LN(10; 0,9^2))$$

Pri analýze rizika sa budeme opierať o zákonitosti platné pre kolektívny model rizika pre dlhšie časové periódy a vzťahy pre stanovenie mier rizika. Najskôr určíme hodnotu $VaR_p\ T$ a $CVaR_p(T)$. Tým stanovíme obdobie, v ktorom budeme sledovať vývoj prebytku.

- *Maximálny čas do nastatia krachu* $VaR_p\ T$ *a jeho využitie.*

Dosadením parametrov jednotlivých roydelení do vzťahu (2.6) pre proces

$$Z_t = U_t - u = ct - S_t$$

dostaneme $\mu = 5{,}085747624 \cdot 10^5$, $\sigma = 4{,}344789215 \cdot 10^5$. Vzhľadom na to, že náhodná premenná T času nastatia krachu má inverzné Gaussovo rozdelenie s funkciou hustoty vyjadrenou vzťahom (2.23), možno vyjadriť kvantily tejto náhodnej premennej pre konkrétny stav počiatočných rezerv a podľa vzťahu (2.27) aj súčet hodnoty konkrétneho kvantilu a strednej hodnoty z hodnôt časov vyšších ako príslušný kvantil, teda hodnoty $CVaR_p(T)$. Podľa vzťahov odvodených napr. v [5] získame údaje o čase krachu pre konkrétny stav počiatočných rezerv.

Tab. 1: Miery času krachu v závislosti od počiatočných rezerv

$U_0 = u$	$VaR_{0,99}(T)$	$CVaR_{0,99}(T)$	$1 - P(T < \tau = 7)$
$U_0 = 15\,000$	0,563240983	1,165426253	0,9223495322
$U_0 = 300\,000$	3,268621861	4,297771733	0,1985367740
$U_0 = 400\,000$	3,778147548	4,845724202	0,1158079083
$U_0 = 500\,000$	4,236797019	5,335715331	0,0675453732
$U_0 = 700\,000$	5,062882751	6,212813759	0,0229687709
$U_0 = 1\,000\,000$	6,171432882	7,382396185	0,0045471090

Zdroj: vlastný

Z hodnôt uvedených v tabuľke 1 sa jednak potvrdzuje fakt, že s narastajúcimi rezervami sa čas, kedy nastane krach odďaľuje, teda s rastom rezerv pravdepodobnosť krachu klesá. Napríklad údaj uvedený v poslednom riadku tabuľky poskytuje informáciu, že pre rezervy $U_0 = 1\,000\,000$ pravdepodobnosť krachu môže nastať tesne pred časom $\tau = 7{,}4$, teda pred siedmym rokom a približne piatimi mesiacmi, s pravdepodobnosťou 0,995. Vidíme, že pravdepodobnosť 0,99 sa zvýšila, pretože sme si za kľúčovú hodnotu vybrali nie hodnotu $VaR_{0,99}(T)$, ale $CVaR_{0,99}(T)$.

Pri nasledujúcej analýze pre jednoduchosť budeme sledovať portfólio poistných zmlúv iba do času $\tau = 7$ pri počiatočných rezervách $U_0 = 1\,000\,000$.

Poznámka 1.V prípade, ak posudzujeme iba jeden časový tok, napr. $t = 7$, pre rezervy uvedené v tabuľke 1 dostávame hodnoty maximálne možnej veľkej straty a podmienenej hodnoty v riziku na základe hodnôt $VaR_{0,99}(S_t)$, $CVaR_{0,99}(S_t)$ a rizikovej prirážky $\theta = 0{,}2$, pričom vo všeobecnosti platí, ak $VaR_p(U_t) > 0$ ide o stratu, v prípade, že $VaR_p(U_t) < 0$ ide o zisk.

Tab. 2: Miery rizika náhodnej premennej $U_{t=7}$ pre konkrétny stav U_0

$U_0 = u$	$VaR_{0,01}(U_{t=7})$	$CVaR_{0,01}(U_{t=7})$
$U_0 = 300\,000$	$-1{,}185832507 \cdot 10^6$	$-4{,}297771733 \cdot 10^5$
$U_0 = 400\,000$	$-1{,}285832507 \cdot 10^6$	$-4{,}845724202 \cdot 10^5$
$U_0 = 500\,000$	$-1{,}385832507 \cdot 10^6$	$-9{,}962980215 \cdot 10^5$
$U_0 = 700\,000$	$-1{,}585832507 \cdot 10^6$	$-1{,}196298021 \cdot 10^6$
$U_0 = 1\,000\,000$	$-1{,}885832507 \cdot 10^6$	$-1.496298021 \cdot 10^6$

Zdroj: vlastný

Z hodnôt uvedených v tabuľke 2 vyplýva, pretože sme sledovali iba náhodnú premennú vyjadrujúcu prebytok v čase $t = 7$, že zvažované rezervy v tabuľke 1 sú pre tento konkrétny finančný tok nadhodnotené. Upozorňujú na dôležitosť rozlíšenia časov t a τ.

• *Počiatočné rezervy a čas do krachu, v prípade, že tento nastane.*

V tabuľke 1 je uvedený údaj, na základe ktorého určíme, že s počiatočnými rezervami $U_0 = 1\,000\,000$ čas krachu ošetrený hodnotou $CVaR_{0,99}(T)$ nastane približne do času $\tau = 7$. Na to, aby sme krachu v sledovanom období zabránili, museli by sme navýšiť počiatočné rezervy. Podľa vzťahu (2.21) pravdepodobnosť času krachu $P(T < 7 \mid T < \infty) = 0,01$ bude splnená pre $U_0 = 6,350529296 \cdot 10^6$, teda na túto hodnotu by sa mali navýšiť začiatočné rezervy. Analogicky získame informácie uvedené v tabuľke 3 o počiatočných rezervách, na základe ktorých pravdepodobnosť, že krach nastane do času $\tau = 1, 2, ..., 6$ bude 0,01.

Tab. 3: Počiatočné rezervy pre prípad nastatia krachu do času $\tau = 1, 2, ..., 7$

$u = U_0$	$P(T < \tau \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 6.350529296 \cdot 10^6$	$P(T < 7 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 5,640086752 \cdot 10^6$	$P(T < 6 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 4,911580952 \cdot 10^6$	$P(T < 5 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 4,159148408 \cdot 10^6$	$P(T < 4 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 3,372873662 \cdot 10^6$	$P(T < 3 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 2,533312126 \cdot 10^6$	$P(T < 2 \mid T < \infty) = 0,01$
$U_0 = 1,589872315 \cdot 10^6$	$P(T < 1 \mid T < \infty) = 0,01$

Zdroj: vlastný

Teda v prípade začiatočných rezerv $u = 6,350529310^6$ bude krach odvrátený do času $\tau = 7$ s pravdepodobnosťou 0,99. Z hodnôt z tabuľky 3 však môžeme s rezervami pracovať tak, že tesne pred konkrétnym časom τ vložíme kapitál v hodnote $\bar{u}_\tau$. Konkrétne tesne pred časom $\tau = 1$ doplníme rezervy $U_0 = 1\,000\,000$ o hodnotu $\bar{u}_1 = 589\,872{,}315$.

Tab. 4: Navŕšenie kapitálu pred časom $\tau = 1,2,...,7$

$u = U_0$	$\bar{u}_\tau$
$P(T<1 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_1 = 589\,872,315$
$P(T<2 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_2 = 943\,439,811$
$P(T<3 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_3 = 839\,561,536$
$P(T<4 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_4 = 786\,274,746$
$P(T<5 \mid T<\infty)$	$\bar{u}_5 = 752\,432,510$
$P(T<6 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_6 = 728\,505,800$
$P(T<7 \mid T<\infty)=0,01$	$\bar{u}_7 = 710\,442,544$

Zdroj: vlastný

Analogicky budeme s týmto navýšením pokračovať vždy pred uvedeným sledovaným časom. Z výsledkov v tabuľke 4 vyplýva možnosť stanovenia rezerv, ktoré poisťovňa nemusí viazať od začiatku sledovaného obdobia.

4 Záver

Z uvedeného vyplýva, že predstavený matematický aparát, alternatívne vyjadrenie jedného a toho isté faktu, umožňuje dospieť k výsledkom, ktoré môže s vopred stanovenou pravdepodobnosťou riziko kryť pri šetrnom nastavení počiatočných rezerv a ich včasnom navyšovaní. Postup možno ešte efektívnejšie využiť pri redukovaní prevzatého rizika poisťovňou optimálnym zaistení a stanovením ďalších ukazovateľov rizika, ktoré prispejú k vyváženosti medzi ziskom a bezpečnosťou. V každom prípade však platí, že očakávaný čas krachu je závislý od štyroch kľúčových hodnôt, ktoré opisujú prebytok procesu. Vyššie začiatočné rezervy zvyšujú čas nastatia krachu a zároveň zvyšujú niektorú z ďalších zložiek klesajúceho očakávaného času krachu. Ak očakávaný počet poistných udalostí je veľký, čas krachu nastáva skôr.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0221/17 *„Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika“*.

Literatúra

1. Dickson, D.C.M., Waters, H., R. (2004). *Some optimal dividens problems*. ASTIN Bulletin. 34 (1), 49-74.
2. Dickson, D.C.M. (2005). *Insurance Risk and Ruin*. Cambridge University Press. ISBN 0-521-84640-4
3. Horáková, G. (2013). Brownov pohyb pre odhad pravdepodobnosti krachu procesu rizika. In *Actuarial science in theory and in practice* : proceedings from the 9th international scientific conference : 7th November 2013, Bratislava, Slovakia. - Bratislava : *Vydavateľstvo EKONÓM*, 2013. ISBN 978-80-225-3639-4, s. 60-69.
4. Horáková, G. (2014). Stochastic approach to determining reserves in non-life insurance. In *Managing and modelling of financial risks*. 7th international scientific conference : 8th - 9th september 2014, Ostrava, Czech Republic [elektronický zdroj]. - Ostrava : VŠB - Technical University of Ostrava, 2014. ISBN 978-80-248-3631-7, p. 265-272.

5. Horáková, G. (2015). Practical applications of the subject Risk theory in insurance. In *Actuarial science in theory and in practice*. International scientific conference. Actuarial science in theory and in practice : proceedings : 10th international scientific conference : 12th - 13th november 2015, Bratislava, Slovakia [elektronický zdroj].. ISBN 978-80-225-4156-5, s. 50-71
6. Horáková, G., Páleš, M., Slaninka, F. (2015). *Teória rizika v poistení*. 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer, 2015. 420 s. ISBN 978-80-8168-273-5.
7. Klugman S., A., Panjer, H., H., Willmot, G., E. (2008). *Loss Models*. John Wiley & Sons. New Jersey. ISBN 928-0-470-18781-4

Analýza vybraných ukazovateľov charakterizujúcich vylúčenie z trhu práce

Analysis of selected indicators characterizing exclusion from the labour market

Ľubica Hurbánková[1]

Abstrakt

V príspevku analyzujeme vybrané ukazovatele, ktoré charakterizujú jednu z dimenzií chudoby a sociálneho vylúčenia – vylúčenie z trhu práce. Cieľom príspevku je zhodnotiť trend vo vývoji ukazovateľov v rokoch 2008 – 2016 v krajinách Európskej únie. Vybrali sme si ukazovatele miera nezamestnanosti celej populácie, miera veľmi nízkej pracovnej intenzity osôb mladších ako 60 rokov, podiel populácie vo veku 18 až 59 rokov žijúcej v domácnostiach bez zamestnania, podiel osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní a mieru mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy. Bližšie sa pozrieme na počet nezamestnaných osôb v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016. Na základe príspevkovej metódy zistíme, ktorá krajina viac prispela k celkovému nárastu počtu nezamestnaných v EÚ. Pomocou Ryabtesovho indexu budeme skúmať, či prišlo k zmene štruktúry tohto extenzitného ukazovateľa v roku 2016 v porovnaní s rokom 2008.

Kľúčové slová

vylúčenie z trhu práce, počet nezamestnaných, príspevková metóda, Ryabtesov index

Abstract

We analyse in the paper selected indicators that characterize one of the dimensions of poverty and social exclusion – exclusion from the labour market. The aim of the paper is to evaluate the trend in the development of indicators in years 2008 – 2016 in European Union countries. We have selected indicators of unemployment rate, very low work intensity rate for people under 60, the share of the 18 – 59-year-old population in non-employment households, the share of early school leavers and they not continuing education and rate of youth people out of employment, education and other training. We will look at the number of unemployed persons in the EU countries in 2008 and 2016. We will find out based on the contribution method which country more contributed to the overall increase in the number of unemployed in the EU. We will use the Ryabtes index to examine whether the structure of this indicator has changed in 2016 compared to 2008.

Key words

exclusion from the labour market, the number of unemployed, the contribution method, Ryabtes index

JEL classification

C43, E24

[1] Ing. Ľubica Hurbánková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: lubica.hurbankova@euba.sk

1 Úvod

Chudoba a sociálne vylúčenie sú viacdimenzionálne javy, na ktoré možno pozerať z rôznych hľadísk. Európska únia na monitorovanie pokroku pri dosahovaní cieľa v boji proti chudobe a sociálnemu vylúčeniu v rámci stratégie Európa 2020 využíva trojdimenzionálny koncept, ktorý posudzuje tri aspekty: príjmovú chudobu, materiálnu depriváciu a vylúčenie z trhu práce. Ukazovatele charakterizujúce tieto sociálne javy sú monitorované národnými štatistickými úradmi (následne Eurostatom). Ako zdroj údajov využívajú zisťovanie EU-SILC, ktoré je medzinárodne porovnateľným nástrojom zhromažďovania údajov o príjmoch a životných podmienkach.

Dajú sa identifikovať a porovnávať rozdiely v stupni sociálno-ekonomického rozvoja regiónov (v našom prípade krajín EÚ). Tieto rozdiely vznikajú ako dôsledok odlišného stavu faktorov, ktoré rôznou mierou ovplyvňujú rozvoj regiónu (Karasová, 2016).

Na meranie vylúčenia z trhu práce používame viaceré indikátory. V príspevku svoju pozornosť upriamime na nasledovné: miera nezamestnanosti, miera veľmi nízkej pracovnej intenzity, podiel osôb žijúcich v domácnostiach bez zamestnania, podiel osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní, miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy.

2 Vývoj vybraných ukazovateľov charakterizujúcich vylúčenie z trhu práce v EÚ v rokoch 2008 až 2016

V tejto časti príspevku budeme analyzovať vývoj vybraných indikátorov vylúčenia z trhu práce v krajinách Európskej únie v rokoch 2008 – 2016, konkrétne vývoj nasledujúcich indikátorov: miera nezamestnanosti celej populácie, miera veľmi nízkej pracovnej intenzity osôb mladších ako 60 rokov, populácia žijúca v domácnostiach bez zamestnania, osoby, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní, miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy. Z dôvodu prehľadnosti v grafoch zobrazíme iba hodnoty indikátorov za roky 2008 a 2016.

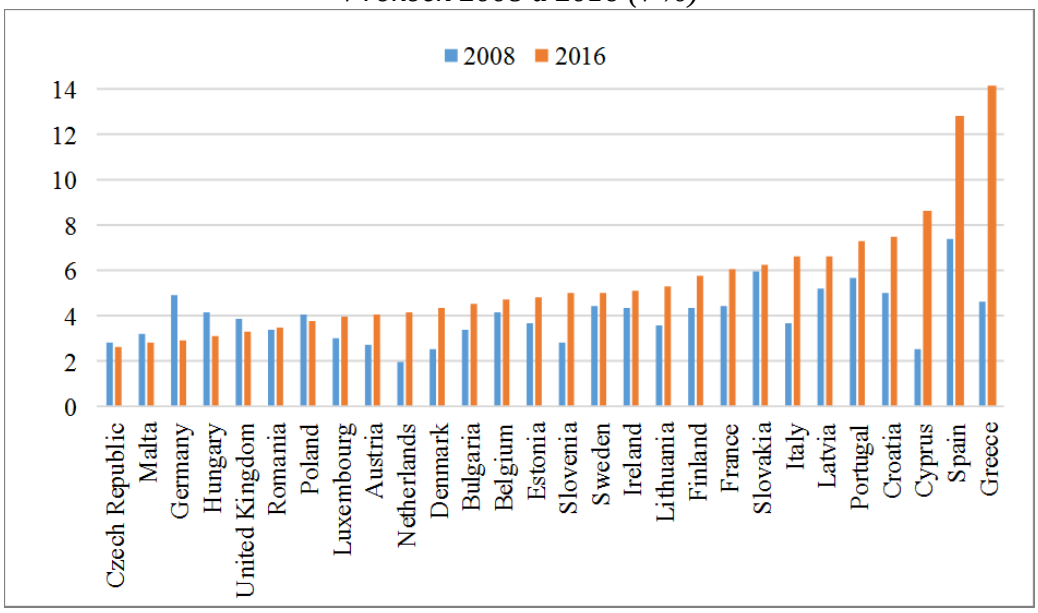
Miera nezamestnanosti celej populácie[2] vyjadruje podiel nezamestnaných osôb vo veku 15 – 74 rokov (ktoré v sledovanom týždni nemajú prácu, ktoré si v posledných štyroch týždňoch aktívne hľadajú prácu – alebo si prácu už našli a do zamestnania nastúpia v priebehu 3 mesiacov – a ktoré sú schopné nastúpiť do práce najneskôr do dvoch týždňov, tieto osoby môžu, ale nemusia byť evidované na úradoch práce, sociálnych vecí a rodiny ako uchádzači o zamestnanie) a celkového počtu obyvateľov.

V krajinách Európskej únie sme zistili rozdiely v miere nezamestnanosti celej populácie, čo možno pozorovať na obrázku 1, kde sú zobrazené hodnoty tohto indikátora v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016. V roku 2008 bola miera nezamestnanosti celej populácie v krajinách EÚ v rozmedzí 2,0 % (Holandsko) až 7,4 % (Španielsko). Do roku 2016 miera nezamestnanosti v Holandsku vzrástla o 2,2 p. b. a dosiahla úroveň 4,2 %. V Španielsku dosiahol tento ukazovateľ v roku 2016 hodnotu 12,8 %, čo predstavuje nárast o 5,4 p. b, v porovnaní s rokom 2008. Miera nezamestnanosti celej populácie v roku 2016 nadobúdala hodnoty od 2,6 % (Česká republika) do 14,1 % (Grécko). Na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozmedzí od 6,0 % v roku 2008 po 9,1 % v roku 2010. V EÚ-28 bola táto miera najnižšia v roku 2008 (4,4 %) a najvyššia v roku 2013 (6,9 %). V porovnaní s ostatnými krajinami Európskej únie je Slovensko na 21. mieste. Za celé sledované obdobie najviac vzrástol analyzovaný indikátor v Lotyšsku v roku 2009 v porovnaní s rokom 2008 (o 6,3 p. b.), najväčší pokles bol zaznamenaný v Estónsku v roku

[2] https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/une_esms.htm

2011 oproti roku 2010 (o 2,8 p. b.). Priemerne ročne najviac poklesla miera nezamestnanosti celej populácie v Nemecku (o 0,25 p. b.) a najviac vzrástla v Grécku (o 1,19 p. b.).

Obr. 1: Porovnanie miery nezamestnanosti celej populácie v krajinách Európskej únie v rokoch 2008 a 2016 (v %)



Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Miera veľmi nízkej pracovnej intenzity osôb mladších ako 60 rokov[3] vyjadruje podiel osôb, ktoré žijú v domácnostiach s veľmi nízkou pracovnou intenzitou (menej než 20 %[4]), k počtu osôb v populácii vo veku 0 – 59 rokov. *Pracovnou intenzitou* vyjadrujeme, v akej miere sa v domácnostiach využíva pracovný potenciál. Predstavuje podiel medzi počtom mesiacov, ktoré členovia domácnosti vo veku od 15 – 59 odpracovali a celkovým počtom mesiacov, ktoré by títo členovia teoreticky mohli odpracovať. Definícia pracovného veku sa vzťahuje na osoby vo veku 18 – 59 rokov, s vylúčením osôb, ktoré sú študentmi vo veku 18 – 24 rokov (Vlačuha a Kováčová, 2017). Domácnosti zložené len z detí, študentov vo veku menej ako 25 rokov a/alebo osoby vo veku 60 rokov alebo viac sú úplne vylúčené z výpočtu tohto ukazovateľa (Ward a Ozdemir, 2013). Intenzita práce domácnosti môže nadobúdať hodnoty od 0 (resp. 0 % – nikto nepracuje) až po 1 (resp. 100 % – všetci členovia pracujú).

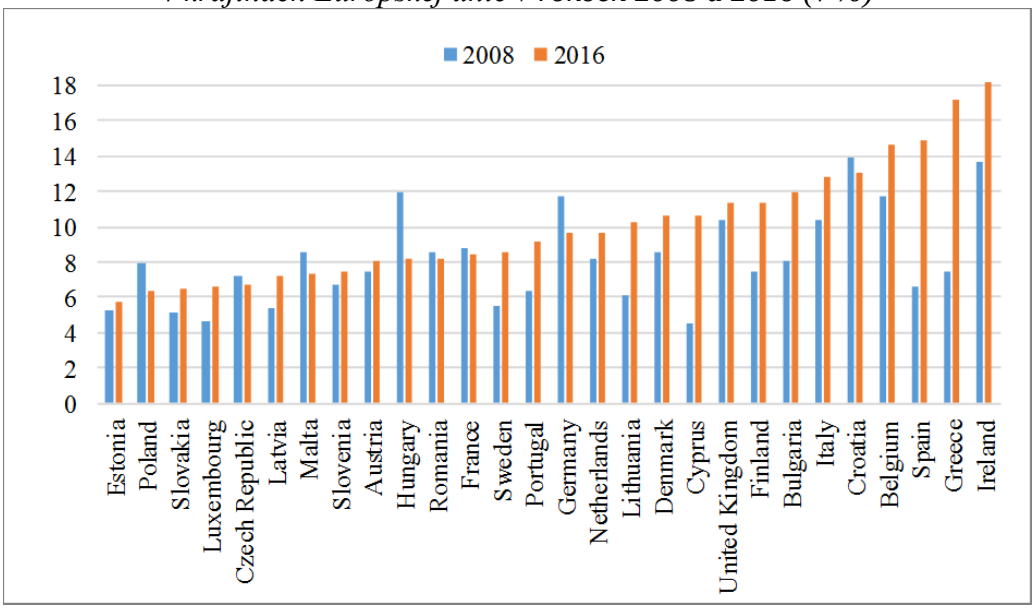
Veľmi nízkou intenzitou práce sa sleduje vylúčenie z trhu práce, ktoré je označované aj ako kvázi-nezamestnanosť. Domácnosti s veľmi nízkou intenzitou práce sú také domácnosti, ktoré využívajú svoj pracovný potenciál na menej ako 20 % (Šoltés, Šoltésová, 2017). Táto definícia však nezahŕňa základný prvok pracovnej intenzity, ktorým je rozsah, v akom sú ľudia zamestnaní na čiastočný úväzok. Tento prvok, rovnako ako ľudia, ktorí pracujú menej

[3] http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Glossary:Persons_living_in_households_with_low_work_intensity

[4] Voľba hranice 20 % nebola náhodná, hoci jej chýbalo silnejšie odôvodnenie. Jedným z dôvodov stanovenia veľmi nízkej intenzity práce na maximálne 20 % celkového pracovného potenciálu bola snaha zachytiť „situácie, keď členovia domácnosti pracujú počas roka tak málo, že nemôžu očakávať, že budú zarábať toľko, aby vyžili len z participácie na trhu práce“ a zvolená hranica 20 % „korešponduje s priemernou pracovnou intenzitou nižšou než jeden deň v týždni alebo dva a pol mesiaca počas jedného roka, čo sú veľmi nízke hodnoty“ (Vojtková, 2017).

ako 12 mesiacov v priebehu roka, je hlavným dôvodom, prečo domácnosti môžu mať ľudí v práci – to znamená, že nie sú domácnosti bez práce, ale sú merané ako domácnosti s veľmi nízkou intenzitou práce. Zanedbávanie práce na čiastočný úväzok odzrkadľuje spôsob, akým bola pracovná intenzita pôvodne meraná pri prvom zavedení systému EU SILC a niekoľko rokov po ňom. Uskutočnila sa úprava ukazovateľa pre osoby, ktoré vyhlásili, že pracujú na čiastočný úväzok – počet mesiacov v ekvivalentoch na plný úväzok sa odhaduje na základe počtu odpracovaných hodín v čase zisťovania. Ukazovateľ používaný na meranie veľmi nízkej pracovnej intenzity zohľadňuje prácu na čiastočnú úväzok ako aj príležitostnú prácu – v prípade pracovníkov so sezónnou prácou (Ward a Ozdemir, 2013).

Obr. 2: Porovnanie miery veľmi nízkej pracovnej intenzity osôb mladších ako 60 rokov v krajinách Európskej únie v rokoch 2008 a 2016 (v %)

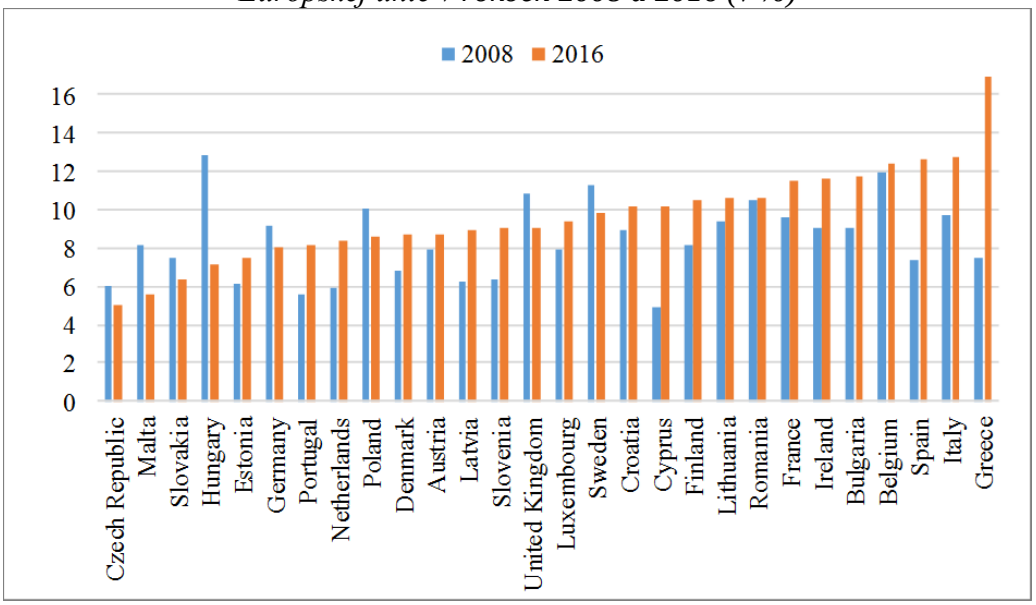


Poznámka: Údaje za Chorvátsko sú z roky 2010 a 2016
Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Miera veľmi nízkej pracovnej intenzity (obr. 2) bola v krajinách EÚ v roku 2008 v rozmedzí 4,5 % (Cyprus) až 13,7 % (Írsko). Do roku 2016 táto miera na Cypre vzrástla o 6,1 p. b. a dosiahla úroveň 10,6 %. V Írsku dosiahol tento indikátor v roku 2016 hodnotu 18,2 %, čo je nárast o 4,5 p. b. v porovnaní s rokom 2008. V roku 2016 evidujeme najnižšiu mieru veľmi nízkej pracovnej intenzity v Estónsku (5,8 %). Na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozpätí od 5,2 % v roku 2008 po 7,9 % v roku 2010. V EÚ-28 bola táto miera najnižšia v roku 2010 (10,5 %) a najvyššia v roku 2014 (11,2 %). Je povšimnutiahodné, že Slovensko eviduje v priestore EÚ relatívne vysokú mieru nezamestnanosti a mieru dlhodobej nezamestnanosti (v celej populácii aj v populácii mladých ľudí), ale spomedzi krajín EÚ má jednu z najnižších mier veľmi nízkej intenzity práce (v roku 2016 3. najnižšiu). Za obdobie rokov 2008 až 2016 analyzovaná miera najviac medziročne vzrástla v Írsku v roku 2009 v porovnaní s rokom 2008 (o 6,3 p. b.) a najväčší pokles bol zaznamenaný v Maďarsku v roku 2015 v porovnaní s rokom 2014 (o 3,4 p. b.). Za celé sledované obdobie najväčší priemerný medziročný pokles, resp. nárast miery veľmi nízkej pracovnej intenzity evidujeme v Maďarsku (pokles o 0,48 p. b.), resp. v Grécku (pokles o 1,21 p. b.).

Populácia žijúca v domácnostiach bez zamestnania predstavuje podiel ľudí vo veku 18 – 59 rokov, ktorí žijú v domácnostiach, kde nikto nepracuje, na celkovej populácii (Džambazovič, Gerbery, 2005).

Obr. 3: Porovnanie populácie žijúcej v domácnostiach bez zamestnania v krajinách Európskej únie v rokoch 2008 a 2016 (v %)



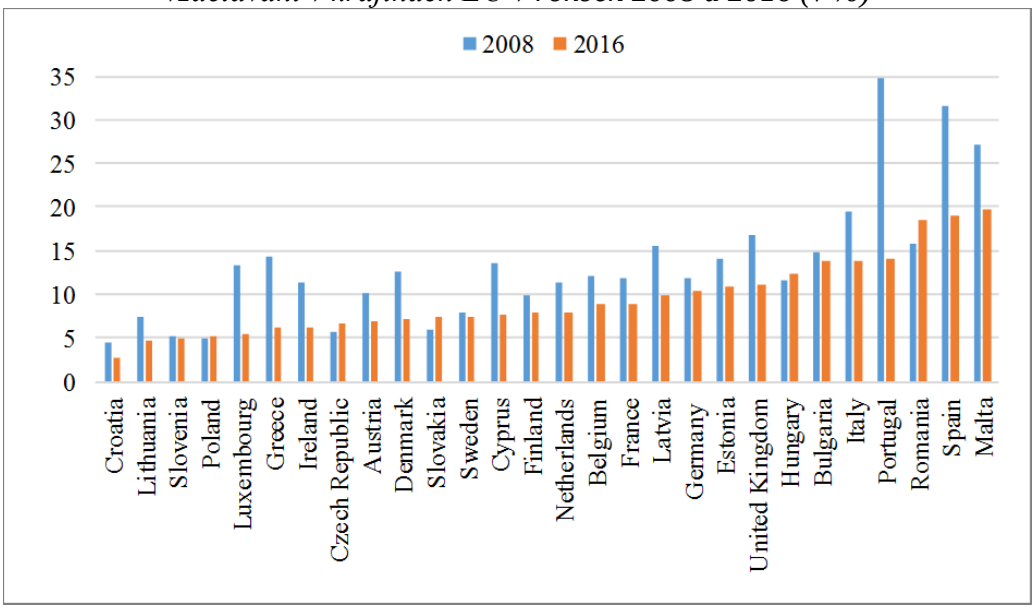
Poznámka: Údaje za Švédsko sú z roky 2009 a 2016
Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Obr. 3 porovnáva podiel osôb vo veku 18 až 59 rokov, ktoré žijú v domácnostiach, kde nikto nepracuje, v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016. V roku 2008 bol tento indikátor v krajinách EÚ v rozmedzí 4,9 % (Cyprus) až 12,9 % (Maďarsko). Do roku 2016 podiel osôb vo veku 18 až 59 rokov, ktoré žijú v domácnostiach bez zamestnania, na Cypre vzrástla o 5,3 p. b. a dosiahla úroveň 10,2 %. V Maďarsku dosiahol tento indikátor v roku 2016 hodnotu 7,1 %, čo predstavuje pokles o 5,8 p. b. v porovnaní s rokom 2008. V roku 2016 evidujeme najnižší podiel v Českej republike (5,0 %) a najvyšší v Grécku (17,1 %). Na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozpätí od 6,4 % v roku 2016 po 9,2 % v roku 2010. V EÚ-28 bol tento indikátor najnižší v roku 2008 (9,2 %) a najvyšší v roku 2013 (11,2 %). V rámci krajín Európskej únie bolo v roku 2016 Slovensko na výbornom 3. mieste. Za celé obdobie rokov 2008 až 2016 analyzovaný indikátor najviac medziročne vzrástol v Estónsku v roku 2009 v porovnaní s rokom 2008 (o 4,0 p. b.) a najväčší medziročný pokles bol zaznamenaný v Maďarsku v roku 2014 v porovnaní s rokom 2013 (o 2,6 p. b.). Priemerne ročne najviac poklesol podiel ľudí vo veku 18 – 59 rokov, ktorí žijú v domácnostiach, kde nikto nepracuje, v Maďarsku (o 0,73 p. b.) a najviac vzrástol v Grécku (o 1,2 p. b.).

Osoby, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní – ide o osoby vo veku 18 – 24 rokov, ktoré majú len nižšie stredné vzdelania (ich najvyššia úroveň vzdelania je 0, 1 alebo 2 podľa medzinárodnej klasifikácie vzdelávania ISCED) a nezúčastňovali sa vzdelávania alebo odbornej prípravy (Džambazovič, Gerbery, 2005).

Tieto osoby môžu čeliť značným problémom na trhu práce – zamestnávateľ môže byť neochotní zamestnať ich vzhľadom na ich vzdelanie. Tieto osoby majú ukončené nanajvýš nižšie sekundárne vzdelanie. Stratégia Európa 2020 prijala kritérium, aby v krajinách Európskej únie do roku 2020 podiel osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní nebol vyšší ako 10 % (EUROSTAT, 2017).

Obrázok 4: Porovnanie podielu osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016 (v %)



Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

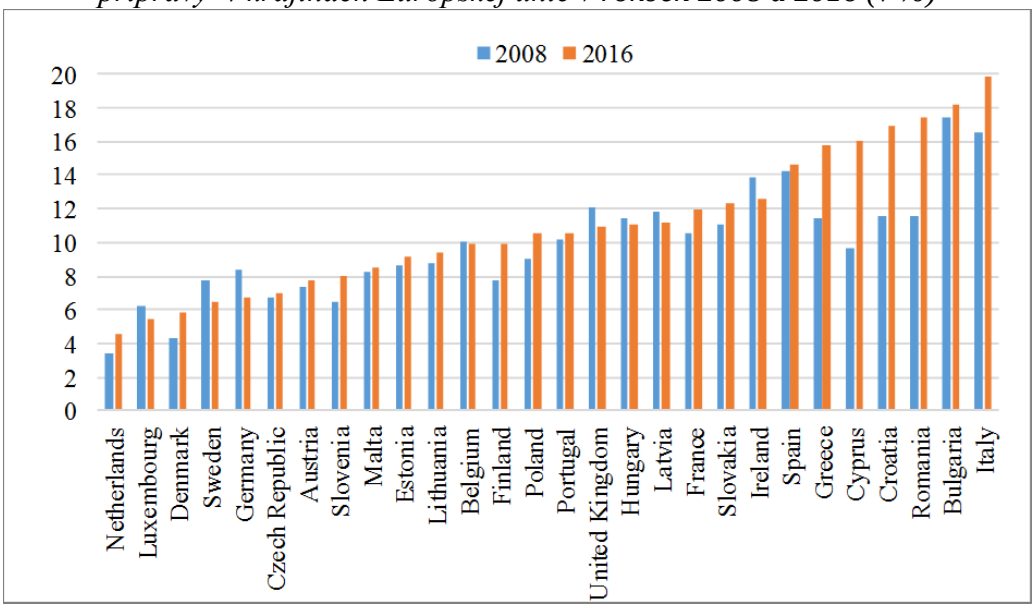
V roku 2008 bol podiel osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní (obr. 4), v krajinách EÚ v rozmedzí 4,4 % (Chorvátsko) až 34,0 % (Portugalsko). Do roku 2016 tento podiel v Chorvátsku poklesol o 1,6 p. b. a dosiahol úroveň 2,8 %. V sledovanom období rokov 2008 až 2016 sledujeme vo väčšine krajín EÚ zníženie tohto podielu, avšak výrazné zníženie hodnoty tohto ukazovateľa zaznamenali najmä krajiny južnej Európy a špeciálne Portugalsko. V Portugalsku dosiahol tento indikátor v roku 2016 hodnotu 14,0 %, čo predstavuje pokles až o 20,0 p. b. v porovnaní s rokom 2008. Za rok 2016 vykazuje najvyšší podiel Malta (19,7 %). Na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozpätí od 4,9 % v roku 2009 po 7,4 % v roku 2016. V EÚ-28 bol tento podiel najnižší v roku 2016 (10,7 %) a najvyšší v roku 2008 (14,7 %). Podobne ako v prípade miery veľmi nízkej pracovnej intenzity detí (obr. 3.8) aj v prípade podielu osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní, v roku 2016 bolo Slovensko v druhej desiatke krajín rebríčka krajín EÚ z pohľadu sledovaného ukazovateľa. Za celé sledované obdobie najväčšie medziročné zmeny analyzovaného indikátora evidujeme v Luxembursku, kde najväčší nárast pozorujeme v roku 2015 oproti roku 2014 (o 3,2 p. b.) a najväčší medziročný pokles pozorujeme v roku 2009 oproti roku 2008 (o 5,7 p. b.). Podiel osôb vo veku 18 až 24 rokov, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní, za sledované obdobie priemerne ročne najviac poklesol v Portugalsku (o 2,61 p. b.) a najviac vzrástol v Rumunsku (o 0,33 p. b.).

Miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy[5] zodpovedá percentuálnemu podielu obyvateľstva danej vekovej skupiny (v našom prípade mladí ľudia vo veku 15 – 24 rokov), ktorí nie sú zamestnaní no nie sú ani súčasťou vzdelávacieho procesu, alebo inej odbornej prípravy. V čitateli indikátora sú zachytení nezamestnaní alebo neaktívni jednotlivci alebo tí, ktorí počas štyroch predchádzajúcich týždňov neboli súčasťou vzdelávacieho alebo iného odborného procesu. V menovateli je sústredená celková populácia rovnakej vekovej skupiny, okrem respondentov, ktorí

[5] http://ec.europa.eu/eurostat/web/products-datasets/product?code=tipslm90

neodpovedali na otázku, či sa zúčastňujú pravidelnej vzdelávacej alebo inej odbornej prípravy.

Obr. 5: Porovnanie miery mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy v krajinách Európskej únie v rokoch 2008 a 2016 (v %)



Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

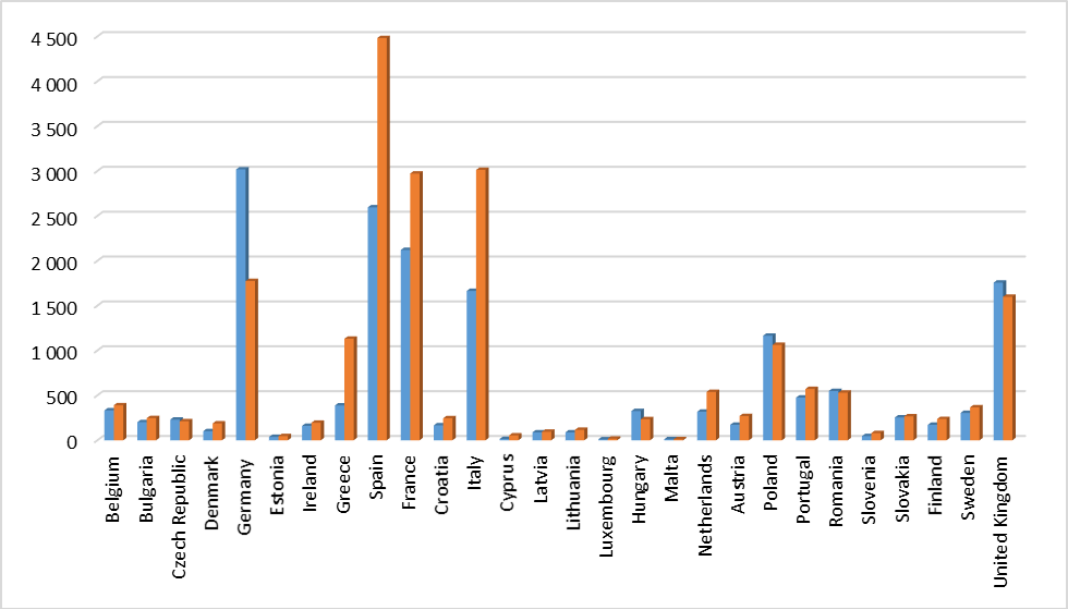
V roku 2008 bola miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy (obr. 5) v krajinách EÚ v rozmedzí 3,4 % (Holandsko) až 17,4 % (Bulharsko). Do roku 2016 táto miera v Holandsku vzrástla o 1,2 p. b. a dosiahla úroveň 4,6 % a v Bulharsku vzrástla iba o 0,8 p. b. a dosiahla úroveň 18,2 %. Na Slovensku mal tento ukazovateľ hodnoty v rozmedzí 11,1 % v roku 2008 až 14,1 % v roku 2010. V porovnaní s ostatnými krajinami Európskej únie bolo Slovensko v roku 2016 až na 20. mieste, čo zvýrazňuje, že v boji proti vylúčeniu z trhu práce sa Slovensko musí osobitne sústrediť na populáciu mladých ľudí. Za celé sledované obdobie analyzovaný indikátor najviac medziročne vzrástol v Estónsku v roku 2009 v porovnaní s rokom 2008 (o 5,8 p. b.). Na druhej strane, najväčší medziročný pokles bol zaznamenaný v Írsku v roku 2013 oproti roku 2012 (o 2,8 p. b.). Z obr. 3.10 je zrejmé, že v sledovanom období rokov 2008 až 2016 miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy najviac poklesla v Nemecku (s priemerným ročným poklesom o 0,21 p. b.) a najviac vzrástla na Cypre (s priemerným ročným nárastom o 0,79 p. b.).

3 Analýza štruktúry počtu nezamestnaných v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016

Keďže jedným z extenzitných ukazovateľov, charakterizujúcich vylúčenie z trhu práce, je počet nezamestnaných, bude nás teraz zaujímať štruktúra tohto indikátora v jednotlivých krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016.

Na obrázku 6 je graficky znázornený počet nezamestnaných v jednotlivých krajinách Európskej únie v rokoch 2008 a 2016. Zistíme, ktorá krajina najviac prispela k nárastu počtu nezamestnaných v roku 2016 v porovnaní s rokom 2008. Na analýzu použijeme príspevkovú (prírastkovú) metódu (Hindls, Hronová, 1997).

Obr. 6: Počet nezamestnaných v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016



Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Príspevková (prírastková) metóda

Príspevková (prírastková) metóda sa používa na analýzu aditívnych (súčtových) veličín *Y*, ktoré vzniknú súčtom jednotlivých zložiek:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1}$$

kde: *Y* je aditívna veličina,
y_i sú jednotlivé zložky.

Postup tejto metódy je nasledovný:

1. Vypočítame relatívny prírastok agregovanej veličiny, ktorý nám vyjadruje, aký relatívny prírastok mal daný agregát oproti predchádzajúcemu obdobiu:

$$k_{dt} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{d(Y)}{Y_{t-1}} = (k_Y - 1) \tag{2}$$

2. Vypočítame relatívne prírastky jednotlivých zložiek, ktoré vyjadrujú, aký relatívny prírastok mali jednotlivé zložky:

$$k_{dt} = \frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i} = \frac{d(y)}{y_{t-1}^i} = (k_y^i - 1) \tag{3}$$

3. Určíme štruktúrne čísla, ktoré vyjadrujú podiel jednotlivých zložiek na danej agregátnej veličine. Štruktúrne čísla počítame v období t-1, pričom predpokladáme, že sa zachová

analogický podiel zložky na agregáte pri plynulom vývoji agregátu:

$$s_{t-1}^{i} = \frac{y_{t-1}^{i}}{Y_{t-1}} \tag{4}$$

4. Vypočítame príspevok, ktorým i-ta zložka prispela na relatívnom prírastku agregovanej veličiny:

$$\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = (k_y^i - 1) * s_{t-1}^i \tag{5}$$

Príspevok každej aditívnej zložky je rovný súčinu jej koeficienta prírastku (porovnávajúceho hodnotu v danom roku oproti predchádzajúcemu roku) a podielu tejto zložky na agregáte v predchádzajúcom období:

$$\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \frac{d\left(y^i\right)}{Y_{t-1}} = \left(k_t^i - 1\right) * \left(s_t^i - 1\right) \tag{6}$$

Relatívny prírastok aditívnej veličiny je rovný súčtu relatívnych príspevkov jednotlivých zložiek:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i}\right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \frac{1}{Y_{t-1}} \sum_{i=1}^{n}\left(y_t^i - y_{t-1}^i\right) = \\ &= \frac{1}{Y_{t-1}}\left(\sum_{i=1}^{n} y_t^i - \sum_{i=1}^{n} y_{t-1}^i\right) = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \end{aligned} \tag{7}$$

V tabuľke 1 je uvedený výpočet príspevkovej metódy počtu nezamestnaných v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016. Zistili sme, že počet nezamestnaných v roku 2016 oproti roku 2008 vo väčšine krajín EÚ vzrástol, najviac na Cypre (o 260 %), pokles bol zaznamenaný iba v Českej republike, Nemecku, Maďarsku, Malte, Poľsku, Rumunsku a Spojenom kráľovstve, pričom najvyšší pokles bol o 41,22 % a to v Nemecku. Najvyšší podiel na celkovom počte nezamestnaných malo v roku 2008 Nemecko (18 %). Na náraste počtu nezamestnaných v roku 2016 v porovnaní s rokom 2008 o 24,88 % najviac prispelo Španielsko 11,24 %, pričom v roku 2008 malo 15,48 %-ný podiel na počte nezamestnaných a v roku 2016 vzrástol v tejto krajine analyzovaný indikátor o 72,61 %.

Tab. 1: Výpočet príspevkovej metódy počtu nezamestnaných v krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016

Počet nezamestnaných	Relatívny prírastok	Štruktúrne číslo	Príspevok
Belgium	0,1712	0,0199	0,0034
Bulgaria	0,2228	0,0120	0,0027
Czech Republic	-0,0783	0,0137	-0,0011
Denmark	0,8515	0,0060	0,0051
Germany	**-0,4122**	**0,1800**	-0,0742
Estonia	0,2368	0,0023	0,0005
Ireland	0,2188	0,0095	0,0021
Greece	1,9149	0,0231	0,0443
Spain	0,7261	0,1548	**0,1124**
France	0,4012	0,1265	0,0507
Croatia	0,4759	0,0099	0,0047
Italy	0,8101	0,0992	0,0804
Cyprus	**2,6000**	0,0009	0,0023
Latvia	0,0795	0,0052	0,0004
Lithuania	0,3182	0,0052	0,0017
Luxembourg	0,8000	0,0006	0,0005
Hungary	-0,2791	0,0194	-0,0054
Malta	-0,0833	0,0007	-0,0001
Netherlands	0,6918	0,0190	0,0131
Austria	0,5698	0,0103	0,0058
Poland	-0,0876	0,0695	-0,0061
Portugal	0,1996	0,0284	0,0057
Romania	-0,0346	0,0327	-0,0011
Slovenia	0,7391	0,0027	0,0020
Slovakia	0,0512	0,0151	0,0008
Finland	0,3779	0,0103	0,0039
Sweden	0,2000	0,0182	0,0036
United Kingdom	-0,0899	0,1048	-0,0094
European Union 28	**0,2488**	**1,0000**	**0,2488**

Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Budeme sledovať, či sa menila štruktúra počtu nezamestnaných v roku 2008 a 2016. Zmeny štruktúry aditívnych veličín, ktoré vzniknú ako úhrn *n* zložiek, možno posudzovať pomocou rôznych mier podobnosti porovnávaných štruktúr: Suslovov koeficient, Gallagherov index, Monroeov index, Gatevov index, Ryabtesov index a Szalaiov index (Vojtková a kol., 2016).

Spoločným znakom všetkých mier je, že pomocou nich porovnávame štruktúry s rovnakým počtom zložiek *n*, pričom štruktúru aditívnej veličiny posudzujeme pomocou štruktúrnych čísiel, ktorých súčet sa rovná 1. Cieľom porovnávania je ukázať, nakoľko sú štruktúry aditívnych veličín v porovnávaných situáciách (rokoch) podobné, resp. odlišné.

Podmienky analýzy

Podmienkou analýzy *n*-zložkových štruktúr je zadefinovať štruktúrne (pomerné) čísla x_i a y_i, ktoré sú podielom *i*-tej časti (zložky *z*) na celkovej hodnote aditívnej veličiny (ukazovateľa) v období *k* a v období *j*:

$$x_i = \frac{z_k}{\sum_{i=1}^{n} z_k} \tag{8}$$

$$y_i = \frac{z_j}{\sum_{i=1}^{n} z_j} \tag{9}$$

kde: z_k je hodnota zložky v *k*-tom období,
y_j je hodnota zložky v *j*-tom období,
$\sum_{i=1}^{n} z_{k,j}$ je aditívna veličina v období *k*, resp. *j*,

pričom $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ $\sum_{i=1}^{n} y_i = 1$ (10)

Spomedzi vyššie spomínaných mier podobnosti štruktúr použijeme na analýzu Ryabtesov index, ktorý definujeme na základe vzťahu:

$$I_{RYABTES} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)^2}} \tag{11}$$

Ryabtesov index nadobúda hodnoty z intervalu ⟨0;1⟩. Čím je hodnota bližšia k 0, štruktúry sú podobné, čím je hodnota bližšia k 1, tým je väčšia odlišnosť porovnávaných štruktúr. Nevýhodou tejto miery je, že nemá logickú interpretáciu čiastkových výsledkov, pretože výsledná hodnota nemá mernú jednotku, čiže poskytuje len celkové zhodnotenie miery podobnosti porovnávaných štruktúr.

V tabuľke 2 je uvedený výpočet Ryabtesovho indexu. V druhom a treťom stĺpci sú uvedené štruktúrne čísla, ktoré vyjadrujú podiel počtu nezamestnaných v rokoch 2008 a 2016 v jednotlivých krajinách na celkovom počte. Pri porovnaní zmien štruktúry počtu nezamestnaných v jednotlivých krajinách pomocou Ryabtestovho indexu sme zistili, že jeho hodnota (0,2264) je bližšia k 0, čo znamená, že zmeny v štruktúre neboli veľmi výrazné, štruktúra počtu nezamestnaných v jednotlivých krajinách EÚ sa v rokoch 2008 a 2016 odlišovala len mierne.

Tab. 2: Výpočet Ryabtesovho indexu pre počet nezamestnaných v jednotlivých krajinách EÚ v rokoch 2008 a 2016

Počet nezamestnaných	x_i	y_i	$(x_i\text{-}yi)^2$	$(x_i+y_i)^2$
Belgium	0,0196	0,0186	0,0000	0,0015
Bulgaria	0,0121	0,0118	0,0000	0,0006
Czech Republic	0,0119	0,0101	0,0000	0,0005
Denmark	0,0058	0,0089	0,0000	0,0002
Germany	0,1853	0,0847	0,0101	0,0729
Estonia	0,0023	0,0022	0,0000	0,0000
Ireland	0,0116	0,0093	0,0000	0,0004
Greece	0,0174	0,0540	0,0013	0,0051
Spain	0,1520	0,2140	0,0038	0,1339
France	0,1217	0,1419	0,0004	0,0695
Croatia	0,0088	0,0117	0,0000	0,0004
Italy	0,0926	0,1438	0,0026	0,0559
Cyprus	0,0008	0,0026	0,0000	0,0000
Latvia	0,0056	0,0045	0,0000	0,0001
Lithuania	0,0053	0,0055	0,0000	0,0001
Luxembourg	0,0006	0,0009	0,0000	0,0000
Hungary	0,0200	0,0112	0,0001	0,0010
Malta	0,0008	0,0005	0,0000	0,0000
Netherlands	0,0162	0,0257	0,0001	0,0018
Austria	0,0101	0,0129	0,0000	0,0005
Poland	0,0671	0,0508	0,0003	0,0139
Portugal	0,0283	0,0273	0,0000	0,0031
Romania	0,0417	0,0253	0,0003	0,0045
Slovenia	0,0026	0,0038	0,0000	0,0000
Slovakia	0,0143	0,0127	0,0000	0,0007
Finland	0,0098	0,0113	0,0000	0,0004
Sweden	0,0175	0,0175	0,0000	0,0012
United Kingdom	0,1181	0,0764	0,0017	0,0378
European Union 28	1,0000	1,0000	0,0208	0,4062
Ryabtesov index	x	x	x	**0,2264**

Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

4 Záver

Z uskutočnených analýz môžeme vyvodiť nasledovné závery:

- v roku 2008 bola miera nezamestnanosti celej populácie v krajinách EÚ v rozmedzí 2,0 % (Holandsko) až 7,4 % (Španielsko), v roku 2016 nadobúdala hodnoty od 2,6 % (Česká republika) do 14,1 % (Grécko), na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ

v rozmedzí od 6,0 % v roku 2008 po 9,1 % v roku 2010, za celé sledované obdobie (2008 – 2016) priemerne ročne najviac poklesla miera nezamestnanosti celej populácie v Nemecku (o 0,25 p. b.) a najviac vzrástla v Grécku (o 1,19 p. b.),

- miera veľmi nízkej pracovnej intenzity bola v krajinách EÚ v roku 2008 v rozmedzí 4,5 % (Cyprus) až 13,7 % (Írsko), v roku 2016 evidujeme najnižšiu mieru v Estónsku (5,8 %) a najvyššiu v Írsku (18,2 %), na Slovensku bol tento ukazovateľ v rozpätí od 5,2 % v roku 2008 po 7,9 % v roku 2010, spomedzi krajín EÚ ide o jednu z najnižších mier veľmi nízkej intenzity práce (3. najnižšia v roku 2016), za obdobie rokov 2008 až 2016 bol najväčší priemerný medziročný pokles, resp. nárast miery veľmi nízkej pracovnej intenzity v Maďarsku (pokles o 0,48 p. b.), resp. v Grécku (pokles o 1,21 p. b.),
- v roku 2008 bol podiel osôb vo veku 18 až 59 rokov, ktoré žijú v domácnostiach, kde nikto nepracuje, v rozmedzí 4,9 % (Cyprus) až 12,9 % (Maďarsko), v roku 2016 evidujeme najnižší podiel v Českej republike (5,0 %) a najvyšší v Grécku (17,1 %), na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozpätí od 6,4 % v roku 2016 po 9,2 % v roku 2010, čo zaraďuje našu krajinu na 3. miesto v rámci krajín EÚ (rok 2016), v rokoch 2008 až 2016 analyzovaný indikátor priemerne ročne najviac poklesol v Maďarsku (o 0,73 p. b.) a najviac vzrástol v Grécku (o 1,2 p. b.),
- podiel osôb, ktoré predčasne ukončili vzdelávanie a nepokračujú vo vzdelávaní bol v roku 2008 v krajinách EÚ v rozmedzí 4,4 % (Chorvátsko) až 34,0 % (Portugalsko), za rok 2016 vykazuje najnižší podiel Chorvátsko (2,8 %) a najvyšší Malta (19,7 %), na Slovensku sa pohyboval tento ukazovateľ v rozpätí od 4,9 % v roku 2009 po 7,4 % v roku 2016, za celé sledované obdobie priemerne ročne najviac poklesol tento indikátor v Portugalsku (o 2,61 p. b.) a najviac vzrástol v Rumunsku (o 0,33 p. b.),
- v roku 2008 bola miera mladých ľudí mimo zamestnania, vzdelania a inej odbornej prípravy v krajinách EÚ v rozmedzí 3,4 % (Holandsko) až 17,4 % (Bulharsko), v roku 2016 evidujeme najnižšiu hodnotu v Holandsku (4,6 %) a najvyššiu v Taliansku (19,9 %) na Slovensku mal tento ukazovateľ hodnoty v rozmedzí 11,1 % v roku 2008 až 14,1 % v roku 2010, v rokoch 2008 až 2016 tento indikátor najviac poklesol v Nemecku (s priemerným ročným poklesom o 0,21 p. b.) a najviac vzrástol na Cypre (s priemerným ročným nárastom o 0,79 p. b.),
- počet nezamestnaných v roku 2016 oproti roku 2008 vo väčšine krajín EÚ vzrástol, najviac na Cypre (o 260 %), pokles bol zaznamenaný iba v Českej republike, Nemecku, Maďarsku, Malte, Poľsku, Rumunsku a Spojenom kráľovstve, pričom najvyšší pokles bol o 41,22 % a to v Nemecku, najvyšší podiel na celkovom počte nezamestnaných malo v roku 2008 Nemecko (18 %),
- na náraste počtu nezamestnaných v roku 2016 v porovnaní s rokom 2008 o 24,88 % najviac prispelo Španielsko 11,24 %, pričom v roku 2008 malo 15,48 %-ný podiel na počte nezamestnaných a v roku 2016 vzrástol v tejto krajine analyzovaný indikátor o 72,61 %,
- z porovnania zmien štruktúry počtu nezamestnaných v jednotlivých krajinách Európskej únie pomocou Ryabtesovho indexu sme zistili, že jeho hodnota je bližšia k 0, čo znamená, že zmeny v štruktúre neboli veľmi výrazné, štruktúra počtu nezamestnaných v jednotlivých krajinách sa v rokoch 2008 a 2016 odlišovala len mierne.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0548/16 *Pokrok SR pri napĺňaní stratégie EURÓPA 2020 v oblasti znižovania chudoby a sociálneho vylúčenia*.

Literatúra

1. Džambazovič, R., Gerbery, D. (2005). Od chudoby k sociálnemu vylúčeniu. *Sociológia*, 37 (2), 143-176.
2. Eurostat. (2017). *Key figures on Europe*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
3. Hindls, R., Hronová, S. (1997). Vývoj hrubého domáceho produktu z hlediska přispění jednotlivých faktorů. *Politická ekonomie*, (5), 669-677.
4. https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/une_esms.htm
5. http://ec.europa.eu/eurostat/web/products-datasets/product?code=tipslm90
6. Karasová, K. (2016). Regional Labour Market Disparities in the Slovak Republic. *Proceedings of 14th International Scientific Conference*. 14. - 16. 9. 2016, Petrovice u Karviné, 303-313.
7. Šoltés, E., Šoltésová, T. (2017). Intenzita práce a kvázi-nezamestnanosť slovenských domácností v roku 2014. *Zborník vedeckých statí. Štatistická analýza chudoby a sociálneho vylúčenia v kontexte stratégie Európa 2020. 2. časť*. Bratislava: Ekonóm, 61-79.
8. Vlačuha, R., Kováčová, Y. (2017). *EU SILC 2016. Indikátory chudoby a sociálneho vylúčenia*. Bratislava: Štatistický úrad Slovenskej republiky.
9. Vojtková, M a kol. (2016). *Demografia podnikov: Teoretické aspekty a empíria*. Pardubice: Univerzita Pardubice.
10. Ward, T., Ozdemir, E. (2013). *Measuring low work intensity – an analysis of the indicator*. (ImPRovE Discussion Paper No. 13/09).

Nezamestnanosť klesá, zaostávajúce regióny pribúdajú

Falling unemployment with increasing number of lagging regions

Katarína Karasová[1]

Abstrakt

Miera nezamestnanosti v Slovenskej republike v súčasnosti dosahuje svoje minimá. Počet ľudí bez práce avšak klesá rýchlejšie v okresoch na západe krajiny ako v chudobnejších okresoch na južnom a východnom Slovensku. Zvyšuje sa počet najmenej rozvinutých okresov. Cieľom článku je analyzovať a vyhodnotiť nezamestnanosť v Slovenskej republike v rokoch 2001 - 2018 na národnej i regionálnej úrovni. Pomocou rôznych štatistických metód sme sa pozreli na nezamestnanosť a jej diferenciáciu nielen z priestorového, ale aj časového hľadiska. Zistili sme, či regionálne disparity v miere nezamestnanosti majú tendenciu pretrvávať, zväčšovať sa alebo vyrovnávať sa.

Kľúčové slová

miera nezamestnanosti, regionálne rozdiely, najmenej rozvinuté okresy, Giniho index

Abstract

The unemployment rate in the Slovak Republic currently reaches its historical minimum. However, the number of people without work decreases faster in districts in the western part of the country than in poorer districts within the southern and eastern parts of Slovakia. The number of underdeveloped districts is increasing. The aim of the article is to analyse and evaluate unemployment in the Slovak Republic between 2001 and 2018 at both national and regional level. Using various statistical methods, we looked at unemployment and its differentiation not only from a spatial but also a time perspective. We have identified whether regional disparities in unemployment rates tend to persist, increase or counterbalance.

Key words

unemployment rate, regional disparities, underdeveloped districts, Gini index

JEL classification

E24, R23

1 Úvod

Nezamestnanosť je aktuálnym spoločenským, ekonomickým, sociálnym a politickým problémom každej spoločnosti. Tento vážny problém sprevádza našu spoločnosť už niekoľko desaťročí. Na jednej strane sa dotýka celej spoločnosti a súčasne na strane druhej sa týka každého z nás. Nemusí sa nás dotýkať osobne, ale môže sa vyskytnúť v našej rodine, u blízkych, známych, priateľov a pod. Nezamestnanosť je spojená s existenciou trhu práce a je prejavom a následkom nerovnováhy medzi ponukou a dopytom na trhu práce. Všeobecná definícia nezamestnanosti je založená na tom, že ľudia schopní práce sú z možnosti pracovať vyradené. Uplatnenie človeka na trhu práce je podmienené radom charakteristík a vlastností, ako napr. vek, zdravotný stav, pohlavie, vzdelanie, dosiahnuté zručnosti a znalosti a pod., ktoré zohrávajú veľmi významnú úlohu pri uplatnení sa v pracovnom procese. Ak človek nedisponuje

[1] Ing, Katarína Karasová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: katarina.karasova@euba.sk.

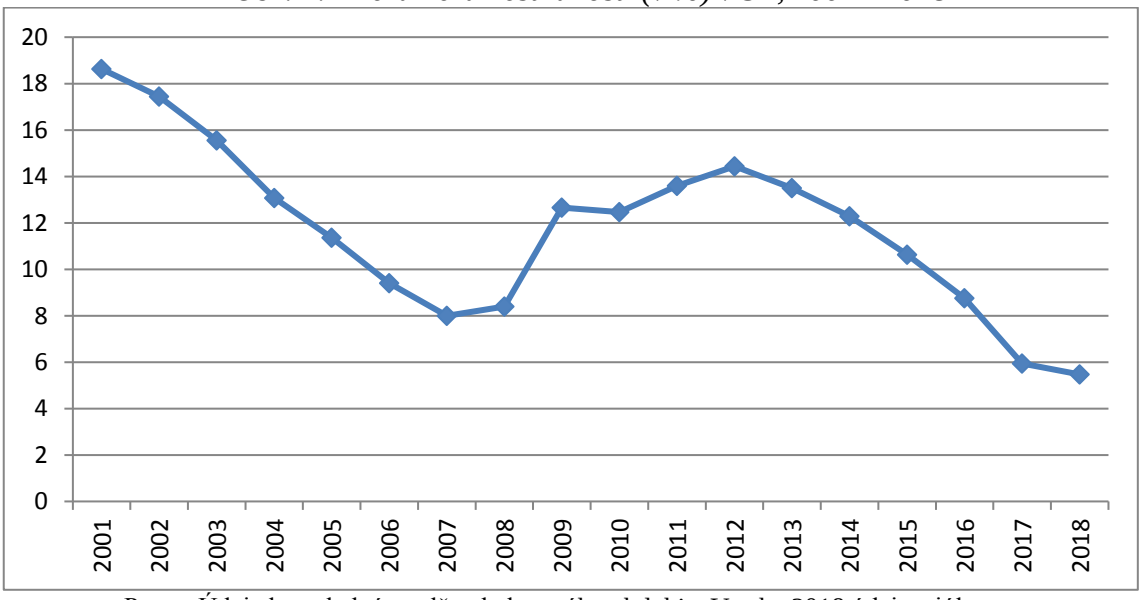
vhodnými charakteristikami a vlastnosťami a nevyhovuje daným podmienkam stáva sa nezamestnaným.

Cieľom článku je analyzovať a vyhodnotiť nezamestnanosť v Slovenskej republike v rokoch 2001 - 2018 na národnej i regionálnej úrovni. Pomocou rôznych štatistických metód sa pozrieme na nezamestnanosť a jej diferenciáciu z priestorového a aj časového hľadiska. Na analýzu využijeme najdôležitejší ukazovateľ trhu práce – mieru nezamestnanosti. Keďže potrebujeme údaje dostupné na lokálnej úrovni LAU 1 – okresy, ako zdroj údajov využijeme štatistiky zo stránky Ústredia práce, sociálnych vecí a rodiny (ÚPSVaR). Dvomi odlišnými štatistickými metódami zistíme, či regionálne disparity v miere nezamestnanosti majú tendenciu pretrvávať, zväčšovať sa alebo vyrovnávať sa.

2 Vývoj nezamestnanosti v Slovenskej republike v rokoch 2001 - 2018

Na obrázku č. 1 je zobrazený vývoj miery nezamestnanosti v Slovenskej republike v rokoch 2001 až 2018. Miera nezamestnanosti mala fluktuačný vývoj. Na začiatku sledovaného obdobia, v rokoch 2001 – 2007, dochádzalo k neustálemu znižovaniu miery nezamestnanosti. V tomto období miera nezamestnanosti klesla až o 10,64 percentuálnych bodov. Bolo to zapríčinené hlavne zvyšovaním priamych zahraničných investícií, prijatím zákona č. 5/2004 Z. z. o službách zamestnanosti (vznik aktívnych opatrení trhu práce), vstupom Slovenskej republiky do Európskej únii (odliv pracovnej sily do zahraničia), prijatím zákona č. 82/2005 Z. z. o nelegálnej práci a nelegálnom zamestnávaní a poskytovaním stimulov investorom investujúcich v regiónoch s vysokou nezamestnanosťou (Rosič a Klamár, 2015). V roku 2008 nastala výrazná zmena. Skončilo sa obdobie trendu znižovania nezamestnanosti. Spôsobila to hospodárska kríza. V tomto období začalo masívnejšie prepúšťanie osôb v Slovenskej republike a začali sa vracať späť na Slovensko ľudia, ktorí prišli o prácu v zahraničí. Miera nezamestnanosti rástla až do roku 2012, kedy dosahovala úroveň 14,44 %. Hospodárske oživenie na trhu práce prišlo až v roku 2013, kedy miera nezamestnanosti začala klesať. Pomohli k tomu hlavne rôzne protikrízové opatrenia a stimuly. V súčasnosti miera nezamestnanosti dosahuje svoje minimá. V júli 2018 dosahovala hodnotu 5,47 %, čo je menej ako dosahovala pred vypuknutím hospodárskej krízy.

Obr. 1: Miera nezamestnanosti (v %) v SR, 2001 - 2018



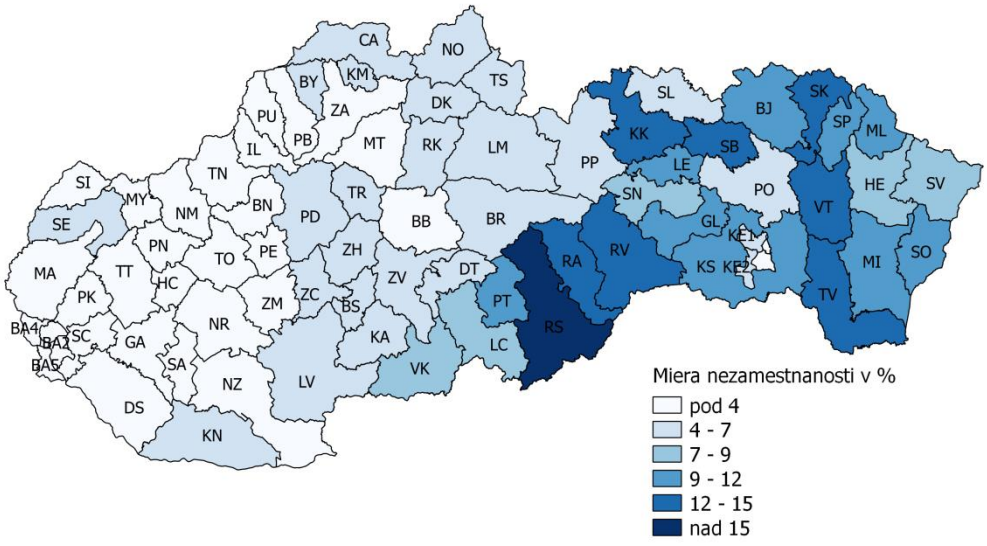
Pozn.: Údaje k poslednému dňu sledovaného obdobia. V roku 2018 údaje z júla.
Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov ÚPSVaR

3 Regionálne disparity v miere nezamestnanosti v Slovenskej republike

Disparity možno definovať ako „rozdielnosti, nerovnosti znakov, javov či procesov, ktorých identifikácia a porovnanie má racionálny zmysel (poznávací, ekonomický, sociologický, psychologický a i.)“ (Kutscherauer a kol., 2010). Regionálne disparity porovnávajú jednotlivé regióny a teda môžeme ich definovať ako „rozdielnosť alebo nerovnosť znakov, javov alebo procesov, ktoré majú jednoznačné územné umiestnenie a vyskytujú sa aspoň v dvoch entitách územnej štruktúry“ (Hučka a kol. 2008). Sú to rozdiely v stupni sociálno-ekonomického rozvoja regiónov, ktoré sa dajú identifikovať a porovnávať. Vznikajú ako dôsledok odlišného stavu faktorov, ktoré rôznou mierou ovplyvňujú rozvoj regiónu. Disparita znamená porušenie rovnovážneho regionálneho rozvoja, porušenie podmienok a predpokladov udržateľného rozvoja (Maier a kol., 2012).

V Slovenskej republike sú viditeľné veľké regionálne rozdiely v jednotlivých častiach územia (obr. 2). Najvýraznejšie disparity v miere nezamestnanosti je možné pozorovať porovnaním západu s východom a juhom Slovenska. Najhoršie ukazovatele vykazuje južná časť stredného Slovenska a východné oblasti. Aj národná stratégia regionálneho rozvoja Slovenskej republiky poukazuje na to, že sa prejavuje západo-východný a severo-južný gradient. „Tento gradient sociálno-ekonomického rozvoja má výrazné ekonomické jadro, ktoré je tvorené Bratislavským krajom a jeho susediacimi krajmi. Hospodárska prosperita i smerujúce investície stále viac prehlbujú rozdiely medzi touto oblasťou a ekonomickou periférioou zahrňujúcou východné a južné Slovensko.“ (Ministerstvo pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky, 2010). Najvyššia miera nezamestnanosti v júli 2018 bola v okresoch Rimavská Sobota (17,32 %), Kežmarok (14,57 %), Rožňava (14,14 %), Revúca (13,64 %) a Vranov nad Topľou (13,03 %). Naopak najnižšia bola v okresoch Galanta (2,09 %), Hlohovec (2,14 %), Trenčín (2,30 %), Trnava (2,34 %), Ilava (2,40 %) a Bratislava V (2,40 %).

Obr. 2: Miera nezamestnanosti v okresoch SR k 31.7.2017

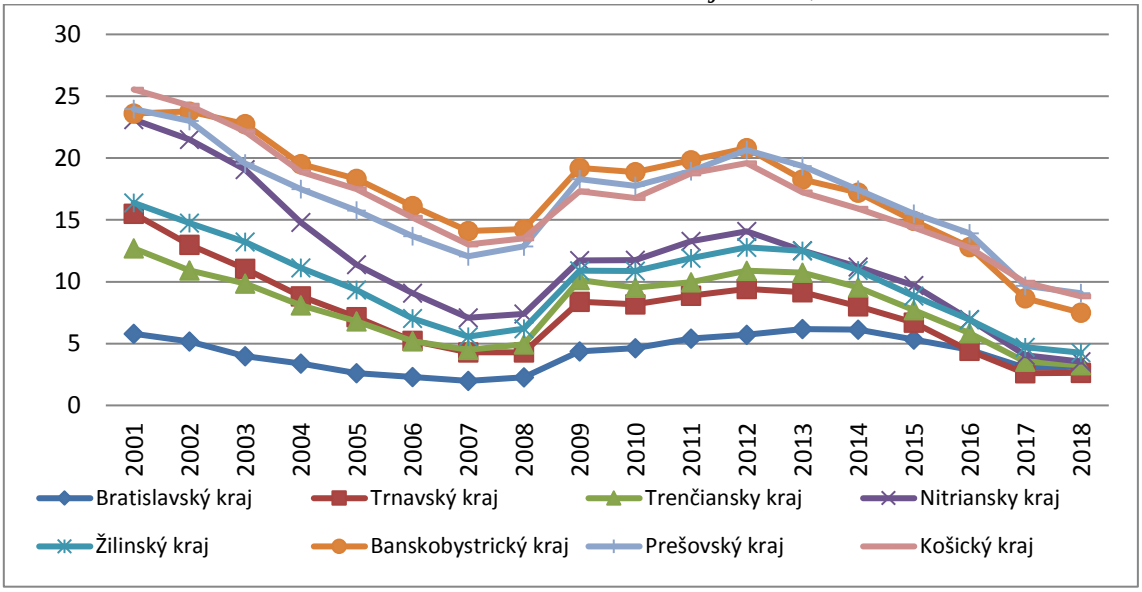


Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov ÚPSVaR

Dôvodom veľkých regionálnych rozdielov v miere nezamestnanosti je hlavne nerovnomerné rozloženie výrobných kapacít, vstup zahraničných investícií hlavne do rozvinutejších regiónov, rozdielne predpoklady územia pre rozvoj súkromno-podnikateľských aktivít, nedostatok voľných pracovných miest v zaostalejších regiónoch, diferencovaná komunikačná vybavenosť, rozdielna veková, vzdelanostná a sociálna štruktúra obyvateľstva,

dostupnosť siete diaľnic a rýchlostných ciest v jednotlivých regiónoch (Švecová a Rajčáková, 2013; Hurbánková, 2007).

Obr. 3: Miera nezamestnanosti v krajoch SR, 2001 - 2018



Pozn.: Údaje k poslednému dňu sledovaného obdobia. V roku 2018 údaje z júla.
Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov ÚPSVaR

Na obrázku č. 3 je zobrazený vývoj miery nezamestnanosti v jednotlivých krajoch Slovenska v rokoch 2001 – 2018. Aj pri vyššom stupni územnej agregácie sú viditeľné veľké odlišnosti medzi jednotlivými regiónmi Slovenska. Najhoršie hodnoty v celom sledovanom období dosahuje Prešovský, Košický a Banskobystrický kraj. Najlepšie hodnoty v období 2001 – 2015 boli v Bratislavskom kraji. Na konci sledovaného obdobia, v rokoch 2016 – 2018, sa na prvú priečku dostal Trnavský kraj. Rozdiely medzi Bratislavských a Trnavským krajom v tomto období však boli minimálne (od 0,1 až 0,5 percentuálnych bodov). Trend vývoja v jednotlivých krajoch je v celom sledovanom období rovnaký aký bol viditeľný v celej Slovenskej republike. Pokles v roku 2001 až 2008 je však oveľa väčší v Nitrianskom kraji z dôvodu, že do tohto regiónu prišlo najviac zahraničných investorov.

4 Tendencie vývoja regionálnych disparít v miere nezamestnanosti v Slovenskej republike

V súčasnosti existuje veľké množstvo štatistických metód, na základe ktorých vieme merať a porovnávať regionálne rozdiely. Nie je však jednoznačne vymedzené, akými štatistickými nástrojmi je potrebné tieto disparity vyhodnocovať. Na riešenie uvedenej problematiky je potrebné poznať metodické východiská, ktoré nám umožňujú získať relevantné informácie o týchto diferenciách a identifikovať mieru regionálnych disparít. Je potrebné poznať jednotlivé teórie, metodológie a koncepty. Aj Kutscherauer a kol. (2008) upozorňuje na to, že problematika regionálnych rozdielov nemá doposiaľ dostatočne prepracovaný teoretický rámec a ani vymedzené systémové a metodologické koncepcie. Upozorňuje tiež na to, že chýbajú jednotné nástroje a mechanizmy kvantifikácie, vzájomného porovnávania a vyhodnocovania regionálnych disparít. Taktiež Diewert (2002) poukazuje na to, že škála použiteľných metód na meranie stavu a hodnotenie vývoja regionálnych rozdielov je takmer neobmedzená. Výber metódy hodnotenia a merania regionálnych disparít závisí od viacerých činiteľov, predovšetkým od analyzovaného cieľa, skúmaných ukazovateľov, dostupných dát a

pod. V súčasnej dobe sa „hľadajú vhodné nástroje na postihnutie ich úrovne, stavu a veľkosti, spôsoby merania a metódy ich hodnotenia, spôsoby identifikácie hlavných príčin súvisiacich najmä s priestorom, sledujú sa zmeny a tendencie priestorových a regionálnych disparít, trendy ich vývoja v závislosti od významných javov a procesov, skúmajú sa nerovnosti v územiach na rôzne veľkých priestorových úrovniach resp. v modelových územiach, zdokonaľujú sa techniky, testujú a rozširujú vhodné indikátory, hľadajú sa skryté zdroje a potenciály pre rozvoj území, regiónov a lokalít a pod.“ (Michálek, 2012).

V tejto časti si ukážeme, k akým rôznym výsledkom vieme prísť pri vyhodnocovaní vývoja regionálnych rozdielov. Ukážeme si aplikáciu najviac využívaných štatistických metód na meranie regionálnych disparít. Je veľmi dôležité uvedomiť si, čo konkrétnou metódou vyrátame a ako výsledky správne interpretovať.

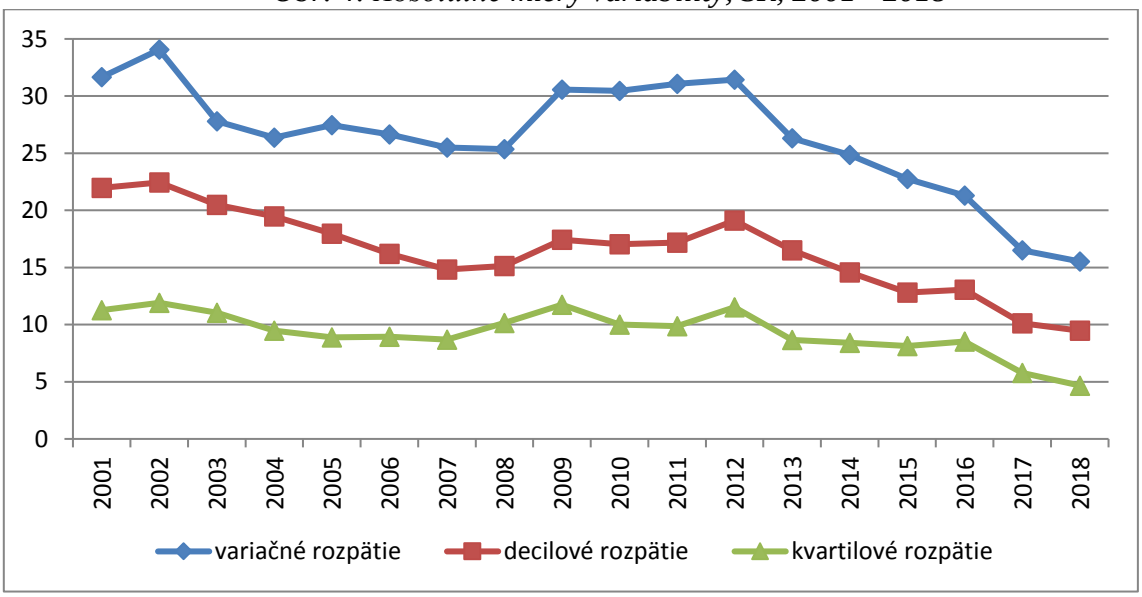
Najjednoduchší spôsob zistenia rozdielov, s ktorým sa stretávame, je porovnať maximálne a minimálne hodnoty miery nezamestnanosti resp. porovnať horný a dolný kvantil, aby sme odstránili citlivosť na extrémne hodnoty (Kotlebová a kol., 2017).

variačné rozpätie $R = x_{max} - x_{min}$

decilové rozpätie $R_Q^{10} = x_{0,90} - x_{0,10}$

kvartilové rozpätie $R_Q^4 = x_{0,75} - x_{0,25}$

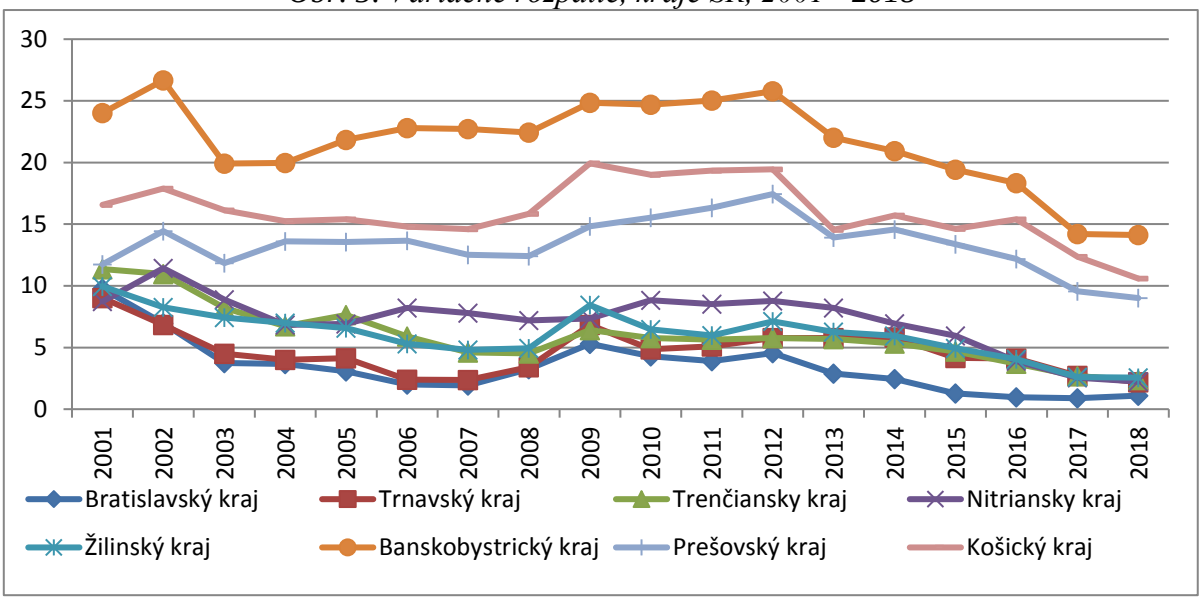
Obr. 4: Absolútne miery variability, SR, 2001 - 2018



Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku č. 4 sú vyrátané tieto absolútne miery variability v rokoch 2001 až 2018. Ako vidíme všetky miery majú v sledovanom období fluktuačný priebeh. Väčšinou kopírujú vývoj miery nezamestnanosti v Slovenskej republike. V posledných rokoch, od roku 2012, dochádza k znižovaniu hodnôt v miere nezamestnanosti v okrese s najvyššou a najnižšou nezamestnanosťou. Ak zoberieme rozdiel kvantilov pokles je miernejší, dokonca v roku 2016 prišlo k miernemu zvýšeniu.

Obr. 5: Variačné rozpätie, kraje SR, 2001 - 2018



Zdroj: vlastné spracovanie

Ak chceme vedieť ako to vyzerá vo vnútri jednotlivých krajov, musíme vypočítať absolútne miery variability pre každý kraj. Pri variačnom rozpätí porovnáme okres s najvyššou nezamestnanosťou s okresom s najnižšou nezamestnanosťou v jednotlivých krajoch (obr. č. 5). Najväčšie rozdiely sú v celom sledovanom období medzi okresmi v Banskobystrickom, Košickom a Prešovskom kraji.

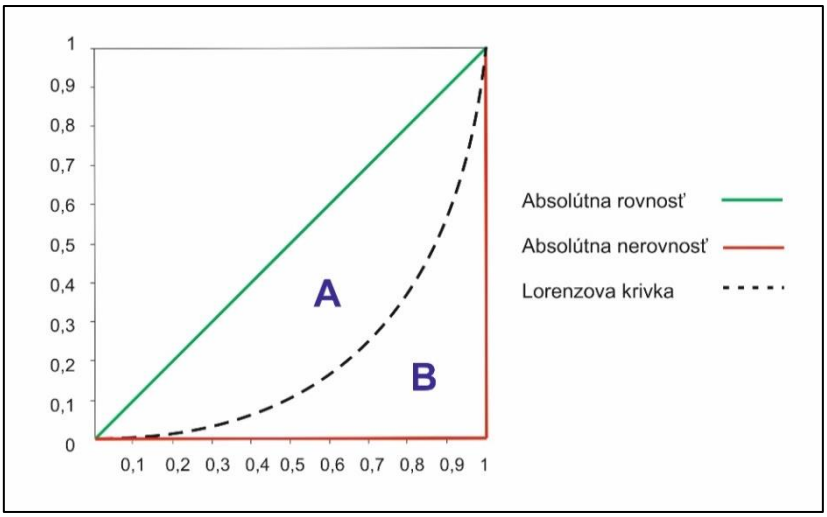
Je to však dobrá metóda na analýzu regionálnych rozdielov? Treba si uvedomiť, že pri tejto metóde neporovnávame všetky okresy navzájom, ale zoberieme len dva okresy, ten čo má najvyššiu mieru nezamestnanosti a ten čo má najnižšiu mieru nezamestnanosti a tie porovnáme. Absolútne miery variability sa zisťujú z krajných hodnôt a preto nevystihujú skutočnú variabilitu vnútri regiónov. Neposkytujú spoľahlivú informáciu o rozptýlení sledovaného ukazovateľa v jednotlivých regiónoch. Ak je v súbore prítomná výrazne vysoká extrémna hodnota, môže veľmi silno ovplyvniť pohľad na variabilitu súboru, čím môže prísť k výraznému skresleniu výsledkov. (Pacáková a kol., 2009)

Ďalšou, asi najviac využívanou metódou je Giniho index. Giniho index vychádza z Lorenzovej krivky zobrazenej na obrázku 6, ktorá graficky znázorňuje sledované javy. V Lorenzovej krivke sú na horizontálnej a vertikálnej osi zobrazené kumulatívne súčty percentuálnych podielov skúmaných javov (hodnoty od 0 do 1 resp. od 0 do 100 %). Pri analýze miery nezamestnanosti sú na horizontálnej osi zobrazené kumulatívne súčty percentuálnych podielov okresov a na vertikálnej osi kumulatívne súčty percentuálnych podielov miery nezamestnanosti. Giniho index vyjadruje číselnú hodnotu odklonu od krivky absolútnej rovnosti. Vypočítame ho ako podiel plochy A a plôch A+B:

$$GI = \frac{A}{A + B}$$

Giniho index nadobúda hodnoty od 0 (absolútna rovnosť – regióny majú rovnakú mieru nezamestnanosti) po 1 resp. 100 % (absolútna nerovnosť). Ak sa index blíži k 0, tým je nerovnosť v spoločnosti menšia, a naopak ak sa blíži k 1 resp. 100%, vtedy je nerovnosť väčšia.

Obr. 6: Lorenzova krivka



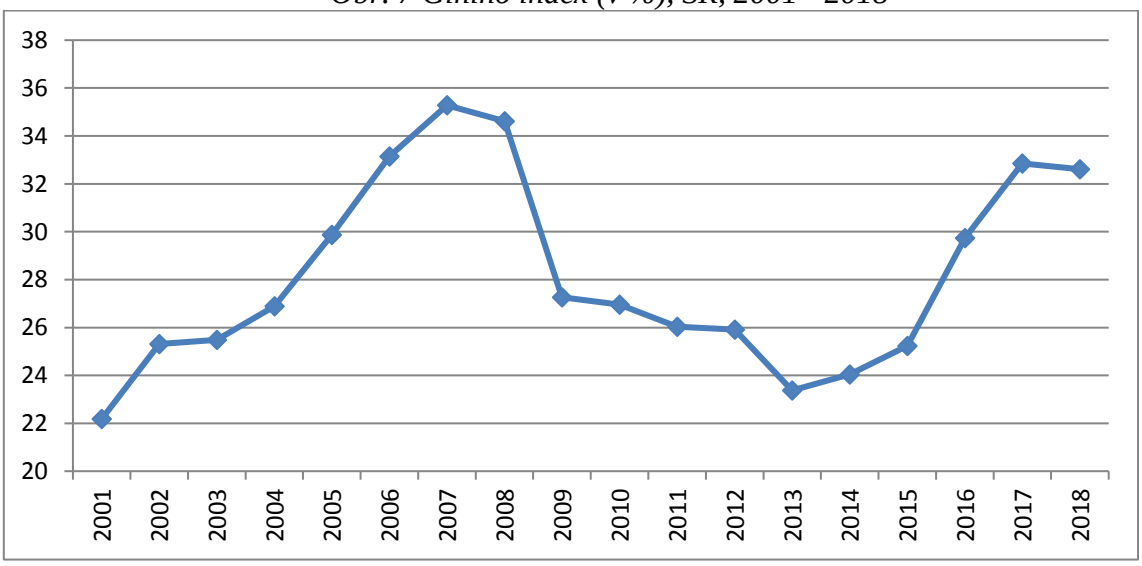
Zdroj: vlastné spracovanie

Pri výpočte využijeme vzťah na výpočet Giniho indexu, kde x_i bude hodnota miery nezamestnanosti v i-tej územnej jednotike a x_j bude hodnota miery nezamestnanosti v j-tej územnej jednotke (Matlovič a kol., 2008):

$$GI = \frac{1}{2n^2\bar{x}} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} (|x_i - x_j|)$$

Pri tejto metóde neporovnávame regionálne rozdiely na základe variability, ale analyzujeme ich priestorovú koncentráciu. Index sleduje nerovnomernosť miery nezamestnanosti medzi regiónmi v jednotlivých územných celkoch – regiónoch. Porovnáva všetky vzájomné rozdiely medzi jednotlivými regiónmi.

Obr. 7 Giniho index (v %), SR, 2001 - 2018

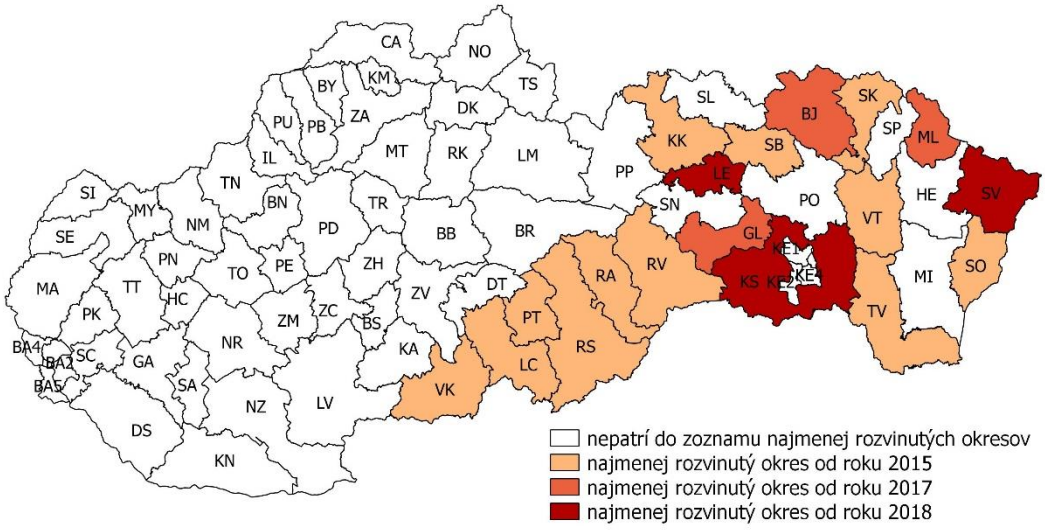


Zdroj: vlastné spracovanie

Na obrázku č. 7 máme vypočítané hodnoty Giniho indexu v rokoch 2001 – 2018 za celú Slovenskú republiku. Do výpočtu vstupovali údaje na úrovni okresov, nie krajov (n = 79). Vidíme, aké veľké boli regionálne rozdiely v porovnaní s inými rokmi a kedy prichádzalo k zmenšovaniu a zväčšovaniu regionálnych rozdielov v miere nezamestnanosti. Ak hodnoty klesajú, regionálne rozdiely konvergujú a ak stúpajú, tak divergujú. Hodnoty Giniho indexu, dá sa povedať, majú zrkadlový vývoj s mierou nezamestnanosti. Ak je miera nezamestnanosti vyššia, Giniho index dosahuje nižšie hodnoty a naopak. Zapríčinené je to hlavne z dôvodu, že ak miera nezamestnanosti na Slovensku klesá, tak klesá rýchlejšie v okresoch na západe krajiny ako v chudobnejších okresoch na južnom a východnom Slovensku.

Svedčí o tom aj zvyšujúci sa počet najmenej rozvinutých okresov (obr. 8). Zákon 336/2015 Z. z. o podpore najmenej rozvinutých okresov definuje najmenej rozvinutý okres ako „okres, v ktorom miera evidovanej nezamestnanosti vypočítaná z disponibilného počtu uchádzačov o zamestnanie, ktorú ústredie vykazuje, bola v období za aspoň deväť kalendárnych štvrťrokov počas predchádzajúcich dvanástich po sebe nasledujúcich kalendárnych štvrťrokov vyššia ako 1,5-násobok priemernej miery evidovanej nezamestnanosti v Slovenskej republike za rovnaké obdobie“. Vznikom tohto zákona (k 31.12.2015) bolo do zoznamu najmenej rozvinutých okresov zapísaných 12 okresov, konkrétne Lučenec, Poltár, Revúca, Rimavská Sobota, Veľký Krtíš, Kežmarok, Sabinov, Svidník, Vranov nad Topľou, Rožňava, Sobrance, Trebišov. V roku 2017, k dátumu 20.7.2017, sa do zoznamu dostala Gelnica, k dátumu 20.10.2017 Bardejov a Medzilaborce. V tomto roku sa zoznam opäť rozšíril o Košice – okolie (k 22.1.2018) a o Levoču a Sninu (k 25.4.2018). Predpokladá sa, že do konca roka 2018 sa zoznam ešte rozšíri o ďalšie okresy. Vyradený zo zoznamu od vzniku zákona nebol žiadny okres. Rok 2018 vykazuje zníženie regionálnych rozdielov, môžete ale nemusí to byť spôsobené tým, že z roku 2018 máme údaje za júl, čiže iný vykazovací mesiac, a tak môžu to mať za následok sezónne vplyvy.

Obr. 8 Najmenej rozvinuté okresy v SR

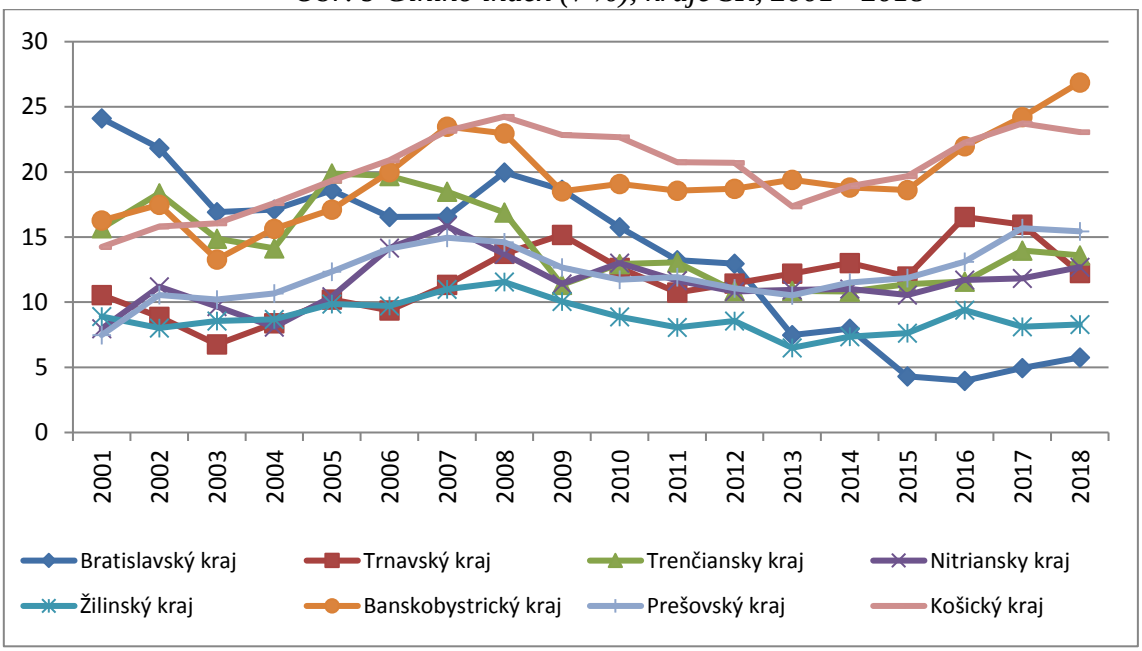


Zdroj: vlastné spracovanie

Obrázok č. 9 zobrazuje hodnoty Giniho indexu pre jednotlivé kraje v rokoch 2001 - 2018. Pri tomto výpočte sme zobrali hodnoty miery nezamestnanosti v okresoch v jednotlivých krajoch. Teda tu sme zisťovali ako to vyzerá vo vnútri krajov. Ako vidíme, v súčasnosti sú najväčšie rozdiely medzi okresmi v Banskobystrickom a Košickom kraji. V Prešovskom kraj, kde dosahuje nezamestnanosť najvyššie hodnoty, medzi okresmi nie sú až tak veľké odlišnosti

ako v spomínaných dvoch okresoch. Zaujímavé je sledovať vývoj regionálnych disparít vo vnútri Bratislavského kraja. Kým v roku 2001 boli rozdiely medzi okresmi v tomto kraji najvyššie, v roku 2018 boli najnižšie zo všetkých krajov na Slovensku.

Obr. 9 Giniho index (v %), kraje SR, 2001 - 2018



Zdroj: vlastné spracovanie

5 Záver

Oživenie trhu práce v Slovenskej republike prišlo v roku 2013, kedy miera nezamestnanosti začala po hospodárskej kríze klesať. V súčasnosti dosahuje svoje minimá (júl 2018 - 5,47 %). Keď sa pozrieme na nižší stupeň územnej agregácie, nie všetky okresy majú takéto nízke hodnoty miery nezamestnanosti. Viditeľné sú rozdiely hlavne porovnaním západu s východom a juhom Slovenska. Počet ľudí bez práce klesá rýchlejšie v okresoch na západe krajiny ako v chudobnejších okresoch na južnom a východnom Slovensku. Spôsobuje to zvyšovanie počtu najmenej rozvinutých okresov.

V článku sme merali a porovnávali regionálne rozdiely aj v čase. V súčasnosti však existuje veľké množstvo štatistických metód na vyhodnocovanie regionálnych disparít a rozdielne výsledky analýz. Neexistuje jednotný teoretický, konceptuálny, systémový a ani metodologický rámec skúmania. Nie je jednoznačne vymedzené, akými štatistickými nástrojmi je potrebné tieto disparity vyhodnocovať. Pri skúmaní regionálnych disparít sme aplikovali dve najčastejšie využívané štatistické metódy v praxi - absolútne miery variability a Giniho index. Ukázali sme, že aplikácia týchto dvoch metód môže pri meraní a hodnotení regionálnych rozdielov toho istého sledovaného javu viesť k rôznym výsledkom. Preto je dôležité, pred uplatnením konkrétnej metódy zadefinovať pojem regionálna disparita, zvážiť metodické východiská, kontext a cieľ analýzy, skúmané ukazovatele a pod. Je nevyhnutné stanoviť jednotné nástroje a mechanizmy na identifikáciu, meranie, vyhodnocovanie a vzájomné porovnávanie týchto disparít. Z analýz sme zistili, že napriek tomu, že rozdiely v miere nezamestnanosti medzi okresmi s najnižšou a najvyššou nezamestnanosťou klesajú, jednotlivé okresy sa medzi sebou viac odlišujú.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0770/17 *Dostupnosť bývania na Slovensku* a APVV-14-0324 *Riešenie spoločenských výziev v oblasti tvorby politiky trhu práce založenej na vedeckých informáciách*.

Literatúra

1. Diewerd, E. (2002). *Similarity and Dissimilarity Indexes: An Axiomatic Approach*. (Discussion Paper No. 02-10).
2. Hučka, M. a kol. (2008). Metodologická východiska zkoumání regionálních disparit. In Hučka M. a kol., *Regionální disparity* (s. 5–32). (Working papers no. 2).
3. Hurbánková, Ľ. (2007). Priame metódy merania úrovne regiónov. *Forum Statisticum Slovacum*, (6), 52-55.
4. Kotlebová, E. a kol. (2017). *Štatistika pre bakalárov v praxi*. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm.
5. Kutscherauer, A. a kol. (2008). *Identifikace, klasifikace a hodnocení regionálních disparit*. Ostrava: Technická univerzita Ostrava.
6. Kutscherauer, A. a kol. (2010). *Disparity v regionálním rozvoji země – pojetí, teorie, identifikace a hodnotení*. Ostrava: Technická univerzita Ostrava.
7. Maier, K. a kol. (2012). *Udržiteľný rozvoj území*. Praha: Grada.
8. Matlovič, R. a kol. (2008). Vývoj regionálnych disparít začiatkov 21. storočia na Slovensku vo svetle vybraných indikátorov. *Regionální studia*, (2), 2-12.
9. Michálek, A. (2012) Teoreticko – konceptuálne východiská výskumu priestorových a regionálnych disparít. In *Acta Geographica Universitatis Comenianae*, 56(1), s. 25-43.
10. Ministerstvo pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky (2010). *Národná stratégia regionálneho rozvoja Slovenskej republiky*. Bratislava: Ministerstvo pôdohospodárstva a rozvoja vidieka Slovenskej republiky.
11. Pacáková, V. a kol. (2009). *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava: Iura Edition.
12. Rosič, M., Klamár, R. (2015). *Trh práce a politika zamestnanosti pre geografov*. Prešov: Prešovská univerzita, Fakulta humanitných a prírodných vied.
13. Švecová, A., Rajčáková, A. (2013). Vývoj nezamestnanosti na Slovensku v kontexte regionálnych disparít v rokoch 2001-2011. *Geographia Cassoviensis*, 7(1), 147-156.

Analýza relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských nechudobných domácností od hranice rizika chudoby prostredníctvom všeobecného lineárneho modelu

Analysis of the relative deviation of the equivalent disposable income of not poor Slovak households from the risk of poverty through the general linear model

Eva Kotlebová[1]

Abstrakt
Príjmová chudoba je popri materiálnej deprivácii a vylúčení z trhu práce kľúčovou zložkou chudoby a sociálneho vylúčenia v kontexte stratégie Európa 2020. Na jej meranie slúži viacero ukazovateľov. Z hľadiska porovnateľnosti a dobrej interpretovateľnosti je vhodnou mierou relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby, analýze ktorej je venovaný príspevok. Prostredníctvom všeobecného lineárneho modelu využitím databázy EU SILC sú identifikované relevantné faktory ovplyvňujúce veľkosť sledovaného ukazovateľa pre slovenské domácnosti, ktorých príjem presahuje hranicu chudoby.

Kľúčové slová
príjmová chudoba, hranica rizika chudoby, relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby, všeobecný lineárny model

Abstract
In addition to material deprivation and exclusion from the labor market, income poverty is a key component of poverty and social exclusion in the context of the Europe 2020 strategy. Several indicators are used to measure it. From the point of view of comparability and good interpretability, the relative measure of equivalent disposable income from the poverty line is an appropriate measure, the analysis of which the contribution deals with. Through the general linear model, using the EU SILC database, relevant factors affecting the size of the indicator are identified for Slovak households whose income is above the poverty line.

Key words
Income poverty, Poverty line, Relative deviation of equivalent disposable income from the poverty line, General linear model,

JEL classification
C19

1 Úvod

Chudoba a sociálne vylúčenie sú negatívnym javom každej spoločnosti. Napriek celkovému nárastu bohatstva a mohutnému technickému pokroku aj dnes existujú skupiny obyvateľov, ktorí trpia núdzou a sú tak vyčlenení na okraj spoločnosti. Chudoba má mnoho podôb, pričom každá z nich výrazne znižuje kvalitu života jednotlivcov aj celých rodín. Deti vyrastajúce v chudobe majú len minimálnu šancu vymaniť sa z nej v dospelom veku, čo je mimoriadne závažné konštatovanie. Na to, aby kompetentné orgány mohli prijať efektívne

[1] RNDr. Eva Kotlebová, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, eva.kotlebova@gmail.com

opatrenia na elimináciu chudoby, je potrebné jej výskyt zmapovať a identifikovať faktory, ktoré zvyšujú riziko toho, že domácnosť bude vystavená chudobe a s ňou spojenému sociálnemu vylúčeniu. V súčasnosti sa na monitorovanie chudoby v Európskej únii používa trojdimenzionálny koncept, v ktorom sú obsiahnuté tri aspekty: príjmová chudoba, materiálna deprivácia a vylúčenie z trhu práce. Identifikácia chudobných jedincov alebo domácností len na základe príjmu je totiž nedostatočná a neodráža všetky podoby chudoby a z nich vyplývajúce dôsledky (Džambazovič, 2010). Každá z uvedených dimenzií sa meria pomocou množstva komplexných ukazovateľov, ktoré sa vyčísľujú na základe spracovania údajov z celoeurópskeho harmonizovaného zisťovania EU SILC. Za hranicu rizika chudoby sa považuje 60 % mediánu ekvivalentného disponibilného príjmu konkrétnej krajiny (Vlačuha a Kováčová, 2017). Štatistické úrady jednotlivých európskych štátov aj Eurostat pravidelne predkladajú komplexné správy o chudobe vo všetkých jej podobách. Osobitnú pozornosť chudobe venuje aj organizácia UNICEF, ktorá sa prednostne zameriava na mapovanie chudoby detí a mládeže. Na Slovensku podľa najaktuálnejších informácií (Vlačuha a Kováčová, 2017) bolo v roku 2016 ohrozených chudobou až 12,7 % obyvateľov, čo predstavuje oproti predchádzajúcemu roku nárast o 0,4 p. b.. Komplexnú a detailnú analýzu chudoby prináša (Želinský, 2014).

V tomto príspevku sa venujeme jednej z dimenzií – príjmovej chudobe, pričom na jej kvantifikáciu využívame relatívny ukazovateľ – relatívnu odchýlku ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby.

2 Charakteristika sledovaného ukazovateľa a výber potenciálnych faktorov ovplyvňujúcich jeho hodnotu

Ekvivalentný disponibilný príjem domácnosti je definovaný ako podiel disponibilného príjmu domácnosti a ekvivalentnej veľkosti domácnosti (Vlačuha a Kováčová, 2017). Tento ukazovateľ slúži na objektívne ohodnotenie príjmu domácností a porovnaním jeho výšky s hranicou chudoby umožňuje (v prípade, že je nižší) jednoznačné zaradenie konkrétnej domácnosti do kategórie príjmovo chudobných. Absolútne porovnanie s hranicou chudoby nám síce poskytuje dôležitú informáciu o konkrétnej domácnosti, ale zo širšieho hľadiska (medzinárodné porovnanie, vývoj v čase) má väčší význam relatívny rozdiel, t. j. o koľko percent sa ekvivalentný disponibilný príjem danej domácnosti líši od hranice chudoby. Zodpovedajúcu mieru – relatívnu odchýlku ekvivalentného disponibilného príjmu (poverty gap PG_i) – určíme pomocou vzťahu

$$PG_i = \frac{z - y_i}{z} \tag{1}$$

v ktorom z označuje hranicu chudoby a y_i výšku ekvivalentného disponibilného príjmu i-tej domácnosti. Pretože pre chudobné domácnosti platí $y_i < z$, ukazovateľ nadobúda kladné hodnoty a informuje nás, o koľko % je ekvivalentný disponibilný príjem domácnosti nižší ako hranica chudoby. Naša analýza sa týka domácností, ktorých príjem prevyšuje hranicu chudoby, takže hodnota ukazovateľa je záporná. Pre lepšiu interpretovateľnosť sme pre tieto príjmovo nechudobné domácnosti pracovali s tvarom

$$PG_i^* = \frac{y_i - z}{z} \tag{2}$$

ktorý nám zaručil jeho kladné hodnoty. Pre obidve skupiny domácností tak platí rovnaká interpretácia: ukazovateľ nás informuje, o koľko % sa ekvivalentný disponibilný príjem konkrétnej domácnosti líši od hranice chudoby. Pre chudobné domácnosti je priaznivá čo

najnižšia hodnota a pre nechudobné domácnosti platí opak: čím je rozdiel vyšší, tým je domácnosť na tom lepšie. Práve analýzu nechudobných domácností považujeme za užitočnú, nakoľko jeho nízke hodnoty indikujú možnosť prepadnutia sa pod hranicu rizika chudoby. Identifikácia faktorov, ktoré majú potenciál znižovať hodnotu ukazovateľa, má tak do určitej miery preventívny význam.

Pri voľbe premenných, ktoré prichádzali do úvahy ako relevantné faktory, sme vychádzali z dlhodobých výskumov a štúdia publikácií, napr. (Dúžik a Šoltésová, 2017), (Vojtková, 2016), (Želinský, 2014). Z databázy EU SILC (v čase písania príspevku sme mali k dispozícii údaje z EU SILC 2016) sme vybrali niektoré premenné týkajúce sa osoby na čele domácnosti: vek (AGE), status ekonomickej aktivity (EAS), stupeň dosiahnutého vzdelania (EDUCATION), rodinný stav (MARITAL STATUS) a zdravotný stav (HEALTH). Popri nich sme analyzovali aj vybrané charakteristiky na úrovni domácností: typ domácnosti (HT – *household type*), hustotu osídlenia miesta, kde býva domácnosť (URBANISATION) a kraj (REGION). Pôvodné vysvetľujúce premenné sme čiastočne pozmenili – kvôli prehľadnosti a lepšej interpretovateľnosti sme zredukovali počty obmien. Zoznam premenných spolu s novovytvorenými obmenami je uvedený v tabuľke 1. V poslednom stĺpci tabuľky sú označené referenčné úrovne jednotlivých faktorov. Zvolili sme ich tak, aby predstavovali najbežnejšiu obmenu (napríklad rodina dvoch dospelých s dvomi deťmi), prípadne takú, ktorá sa považuje za najpriaznivejšiu (osoba na čele domácnosti má dobrý zdravotný stav).

Tab. 1: Opis vysvetľujúcich premenných s novovytvorenými obmenami a s vyznačením referenčnej kategórie

Pôvodné premenné (EU-SILC) – hodnoty a opis[2]		**Názvy nových umelých premenných**	
RB210 – Status základnej ekonomickej aktivity		**EAS**	
1	pracujúci	at Work	
2	nezamestnaný	Unemployed	
3	starobný dôchodca, osoba v predčasnom dôchodku	Retired	**R**
4	iná neaktívna osoba	Inactive_person	
PE040 – Najvyššie dosiahnuté vzdelanie (ISCED)		**EDUCATION**	
0	Nižšie ako primárne vzdelanie	Less_than_Secondary	
1	Primárne vzdelanie		
2	Nižšie sekundárne vzdelanie		
3	Vyššie sekundárne vzdelanie	Upper_Secondary	
4	Post-sekundárne vzdelanie (nie terciárne)	Post_Secondary	
5	Krátky cyklus terciárneho vzdelania	Tertiary_1	
6	Bakalárske vzdelanie		
7	Magisterské vzdelanie alebo jeho ekvivalent	Tertiary_2_3	**R**
8	Doktorandské vzdelanie alebo jeho ekvivalent		
HT – Typ domácnosti		**HT**	
5	Jednočlenná domácnosť	1Adult	
6	Domácnosť 2 dospelých, obaja vo veku do 65 r.	2Adult_0Ch	
7	Domácnosť 2 dospelých, aspoň 1 vo veku 65+	2A_1R	
8	Iné domácnosti bez závislých detí	Other_0Ch	

[2] Pre správnu interpretáciu výsledkov je potrebné vziať do úvahy úplné opisy premenných, ktoré sú dostupné na: http://ec.europa.eu/eurostat/web/income-and-living-conditions/methodology/list-variables (prístup k 8.12.2017).

9	Domácnosť 1 rodiča aspoň s 1 závislým dieťaťom	1A_at_least_1Ch	
10	Domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom	2A_1Ch	
11	Domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi	2A_2Ch	**R**
12	Domácnosť 2 dospelých s 3+ závislými deťmi	2A_at_least_3Ch	
13	Iné domácnosti so závislými deťmi	Other_with_Ch	
PB190 – Rodinný stav		**MARITAL STATUS**	
1	slobodný/á	Never_married	
2	ženatý/vydatá	Married	**R**
4	vdovec/vdova	Widowed	
5	rozvedený/á	Divorced	
PH010 – Všeobecné zdravie		**HEALTH**	
1	Veľmi dobré	Good	**R**
2	Dobré		
3	Priemerné	Fair	
4	Zlé	Bad	
5	Veľmi zlé		
DB100 – Stupeň urbanizácie		**URBANISATION**	
1	Územie s hustým osídlením	Dense	**R**
2	Územie s priemerne hustým osídlením	Intermediate	
3	Územie s riedkym osídlením	Sparse	
KRAJ – Kraj		**REGION**	
1	Bratislavský	Bratislava	**R**
2	Trnavský	Trnava	
3	Trenčiansky	Trencin	
4	Nitriansky	Nitra	
5	Žilinský	Zilina	
6	Banskobystrický	Banska_Bystrica	
7	Prešovský	Presov	
8	Košický	Kosice	
PX010, RX010 – Vek		**AGE**	
	Vek na konci príjmového referenčného obdobia - osoby na čele domácnosti		

Zdroj: EU SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Na identifikáciu vplyvu vybraných faktorov na veľkosť relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských domácností od hranice rizika chudoby sme použili regresnú analýzu. Vzhľadom na fakt, že charakter premenných (vysvetľujúce s výnimkou premennej AGE sú kategoriálne a vysvetľovaná je spojitá číselná premenná) sme zvolili všeobecný lineárny regresný model, ktorý možno považovať za zovšeobecnenie klasického lineárneho regresného modelu a analýzy rozptylu. Na všetky výpočty sme použili analytický softvér SAS Enterprise Guide.

3 Analýza relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby pre slovenské domácnosti nad hranicou rizika chudoby

Ako sme uviedli v 1. časti, závislou premennou v regresnom modeli je veličina definovaná vzťahom (2). Kladné koeficienty v regresnom modeli tak znamenajú pozitívnu

skutočnosť – čím je ich hodnota vyššia, tým viac sa pôsobením konkrétnej obmeny niektorého faktora ekvivalentný disponibilný príjem vzďaľuje od hranice chudoby.

Výstup v tabuľke 2 ukazuje, že všetky navrhnuté vysvetľujúce premenné dostatočnou mierou prispievajú k vysvetleniu variability závislej premennej (všetky p-hodnoty v poslednom stĺpci sú nižšie ako 0,01), preto nie je nutné ktorúkoľvek z nich z modelu vylúčiť.

Tab. 2: Test štatistickej významnosti prínosu vybraných nezávislých premenných k vysvetleniu variability relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
AGE	1	5.391	5.391	8.80	0.0030
EAS	3	42.315	14.105	23.03	<.0001
EDUCATION	4	128.090	32.023	52.29	<.0001
HT	8	340.990	42.624	69.60	<.0001
MARITAL STATUS	3	31.409	10.470	17.09	<.0001
HEALTH	2	12.261	6.131	10.01	<.0001
URBANISATION	2	6.065	3.033	4.95	0.0071
REGION	7	46.409	6.630	10.83	<.0001

Zdroj: EU SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Aj výstup v tabuľke 3 potvrdzuje vhodnosť navrhnutého modelu – nízka p-hodnota testu potvrdzuje štatistickú významnosť navrhnutého modelu ako celku. Vysvetľuje 19,6 % variability závislej premennej.

Tab. 3: Test štatistickej významnosti regresného modelu závislosti relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu od vybraných nezávislých premenných

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	30	753.74	25.12	41.02	<.0001
Error	5039	3086.16	0.61		
Corrected Total	5069	3839.90			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	PG Mean
0.196	89.140	0.783	0.878

Zdroj: EU SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Preto má zmysel prezentovať a interpretovať odhadnuté parametre modelu (výstup v tabuľke 4). Ešte predtým treba upriamiť pozornosť na posledný stĺpec p-hodnôt: s výnimkou jedinej sú všetky menšie ako 0,05, čo znamená, že odhadnuté koeficienty sú štatisticky významné.

Odhad lokujúcej konštanty 1,605 vyjadruje skutočnosť, že za predpokladu referenčných úrovní všetkých faktorov je ekvivalentný disponibilný príjem analyzovanej skupiny domácností v priemere o 60,5 % vyšší od hranice chudoby. Pri tejto interpretácii sa predpokladá, že hodnota jedinej číselnej vysvetľujúcej premennej (AGE) je na úrovni 0, preto má len teoretický význam.

Tab. 4: Odhad parametrov regresného modelu závislosti relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu od vybraných nezávislých premenných

Parameter		Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept		1.605	0.081	19.92	<.0001
AGE		-0.005	0.002	-2.97	0.0030
EAS	Unemployed	-0.412	0.086	-4.78	<.0001
EAS	Inactive_person	-0.267	0.061	-4.40	<.0001
EAS	Retired	-0.256	0.039	-6.51	<.0001
EAS	at Work	0.000	.	.	.
EDUCATION	Less_than_Sec.	-0.540	0.049	-11.05	<.0001
EDUCATION	Upper_Sec.	-0.437	0.031	-13.96	<.0001
EDUCATION	Post_Sec.	-0.368	0.076	-4.84	<.0001
EDUCATION	Tertiary_1	-0.273	0.081	-3.37	0.0008
EDUCATION	z_Tertiary_2_3	0.000	.	.	.
HT	2A_at_least_3Ch	-0.226	0.078	-2.90	0.0038
HT	1A_at_least_1Ch	-0.192	0.088	-2.19	0.0285
HT	1Adult	0.174	0.059	2.97	0.0030
HT	2A_1Ch	0.205	0.053	3.90	<.0001
HT	Other_with_Ch	0.360	0.049	7.35	<.0001
HT	2A_1R	0.469	0.057	8.18	<.0001
HT	2Adult_0Ch	0.663	0.051	13.07	<.0001
HT	Other_0Ch	0.798	0.049	16.15	<.0001
HT	z_2A_2Ch	0.000	.	.	.
MARITAL STATUS	Divorced	-0.094	0.040	-2.33	0.0200
MARITAL STATUS	Never_married	0.087	0.045	1.92	0.0554
MARITAL STATUS	Widowed	0.214	0.040	5.38	<.0001
MARITAL STATUS	z_Married	0.000	.	.	.
HEALTH	Bad	-0.139	0.036	-3.82	0.0001
HEALTH	Fair	-0.110	0.028	-3.88	0.0001
HEALTH	Good	0.000	.	.	.
URBANISATION	Intermediate	-0.096	0.032	-3.03	0.0024
URBANISATION	Sparse	-0.085	0.032	-2.63	0.0085
URBANISATION	z_Dense	0.000	.	.	.
REGION	Presov	-0.327	0.046	-7.06	<.0001
REGION	Banska Bystrica	-0.325	0.046	-7.03	<.0001
REGION	Zilina	-0.300	0.045	-6.64	<.0001
REGION	Nitra	-0.296	0.046	-6.38	<.0001
REGION	Trencin	-0.296	0.046	-6.43	<.0001
REGION	Kosice	-0.283	0.043	-6.56	<.0001
REGION	Trnava	-0.250	0.047	-5.30	<.0001
REGION	z_Bratislava	0.000	.	.	.

Zdroj: EU SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Odhad regresného koeficienta zodpovedajúci premennej AGE vyjadruje, že za predpokladu konštantnosti všetkých ostatných faktorov (ceteris paribus) s každým ďalším rokom veku osoby na čele domácnosti sa relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu znižuje v priemere o 0,5 p. b.

Pre všetky nasledujúce interpretácie je platná podmienka ceteris paribus (pri interpretácii regresného koeficienta zodpovedajúceho konkrétnej obmene niektorého z faktorov predpokladáme, že všetky ostatné faktory majú konštantnú úroveň). Kvôli obmedzenému rozsahu príspevku sa budeme venovať len niektorým vybraným hodnotám. Interpretácie reflektujú porovnanie konkrétnej obmeny faktora s jeho referenčnou úrovňou (ich prehľad je v tab.1). Použité skratky označenia faktorov sú vysvetlené v 2. časti tohto príspevku.

Najproblematickejšou obmenou faktora EAS je *Unemloyed*. Regresný koeficient -0,412 vyjadruje, že v porovnaní s domácnosťami, na čele ktorých je zamestnaná osoba, je relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu domácností s nezamestnaným prednostom v priemere o 41,2 p. b. nižšia. Pri zvyšných obmenách faktora je rozdiel približne rovnaký (okolo 26 p. b.).

Pri analýze faktora EDUCATION sa potvrdili naše očakávania: čím je vzdelanie osoby na čele domácnosti vyššie, tým je jej ekvivalentný disponibilný príjem vzdialenejší od hranice chudoby. V porovnaní s domácnosťami, na čele ktorých je osoba s najvyšším stupňom vzdelania, majú domácnosti v priemere o 54 p. b. nižšiu relatívnu odchýlku ekvivalentného disponibilného príjmu v prípade, že na ich čele je osoba s najnižším stupňom vzdelania. Aj pre ostatné obmeny sledovaného faktora majú regresné koeficienty zápornú hodnotu, čo znamená, že deficit vzdelania prednostu domácnosti približuje jej ekvivalentný disponibilný príjem k hranici rizika chudoby.

Pri faktore HT sa ukázalo, že z hľadiska ekvivalentného disponibilného príjmu nie je zvolená referenčná kategória najpriaznivejšia, pretože s výnimkou dvoch koeficientov sú všetky ostatné kladné – napríklad domácnosti dvoch dospelých bez detí majú v priemere o 66,3 p. b. vyššiu relatívnu odchýlku ekvivalentného disponibilného príjmu. Nás však zaujímajú hlavne tie typy domácností, ktoré majú negatívny dopad na ekvivalentný disponibilný príjem. Dva záporné odhadnuté koeficienty znamenajú, že v domácnostiach dvoch dospelých s aspoň tromi závislými deťmi je v porovnaní s referenčnou kategóriou relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu v priemere o 22,6 p. b. nižšia a v domácnostiach jedného dospelého s aspoň jedným závislým dieťaťom je o 19,2 p. b. nižšia. Uvedené dva typy domácností sa javia ako problematické z hľadiska viacerých ukazovateľov indikujúcich chudobu a sociálne vylúčenie (Vojtková, 2016), (Želinský, 2014).

Aj regresné koeficienty pri faktore MARITAL STATUS majú pre rôzne úrovne odlišné znamienka. V porovnaní s domácnosťami, na čele ktorých je osoba žijúca v manželskom zväzku, sú na tom horšie iba domácnosti s rozvedeným prednostom – ich relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu je o 9,4 p. b. nižšia. Všetky ostatné obmeny sú z hľadiska sledovaného ukazovateľa priaznivejšie; najlepšie sú na tom ovdovené osoby na čele domácnosti.

Analýza faktora HEALTH priniesla očakávané závery: zhoršovanie zdravotného stavu osoby na čele domácnosti znižuje relatívnu odchýlku ekvivalentného disponibilného príjmu domácností – najvyšší rozdiel (13,9 p. b.) je medzi domácnosťami referenčnej kategórie a domácnosťami, na čele ktorých je osoba so zlým zdravotným stavom.

Pri faktore URBANISATION sa referenčná kategória tiež ukázala ako najpriaznivejšia. V domácnostiach s riedkym, resp. stredne hustým osídlením je relatívna odchýlka ekvivalentného disponibilného príjmu nižšia, rozdiel je v oboch prípadoch menší ako 10 p. b.

Tab. 5: Bodové a intervalové odhady marginálnych stredných hodnôt relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby v závislosti od analyzovaných faktorov

EAS	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Unemployed	0,506	0,360	0,652
Inactive_person	0,651	0,548	0,754
Retired	0,662	0,602	0,722
at Work	0,918	0,863	0,973
EDUCATION	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Less_than_secondary	0.468	0.392	0.543
Upper_Secondary	0.571	0.518	0.624
Post_Secondary	0.640	0.515	0.766
Tertiary_1	0.735	0.599	0.870
Tertiary_2_3	1.008	0.941	1.075
HT	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Other_0Ch	1.233	1.161	1.304
2Adult_0Ch	1.097	1.021	1.173
2A_1R	0.903	0.826	0.980
Other_with_Ch	0.794	0.717	0.872
2A_1Ch	0.639	0.551	0.727
1Adult	0.608	0.539	0.677
z_2A_2Ch	0.434	0.343	0.526
1A_at_least_1Ch	0.242	0.104	0.380
2A_at_least_3Ch	0.209	0.076	0.341
MARITAL STATUS	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Divorced	0.539	0.462	0.616
Married	0.633	0.571	0.694
Never_married	0.719	0.632	0.807
Widowed	0.847	0.772	0.921
HEALTH	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Good	0.767	0.702	0.833
Fair	0.657	0.590	0.725
Bad	0.628	0.558	0.699
URBANISATION	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Dense	0.745	0.675	0.815
Intermediate	0.649	0.584	0.714
Sparse	0.659	0.594	0.725
REGION	**PG LSMEAN**	**90% Confidence Limits**	
Bratislava	0.944	0.868	1.020
Trnava	0.693	0.612	0.775
Kosice	0.661	0.586	0.737
Trencin	0.648	0.570	0.726
Nitra	0.648	0.569	0.727
Zilina	0.644	0.567	0.721
Banska Bystrica	0.618	0.540	0.697
Presov	0.617	0.541	0.694

Zdroj: EU SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Všetky regresné koeficienty pri faktore REGION sú záporné. Znamená to, že z hľadiska sledovaného ukazovateľa je na tom najlepšie Bratislavský kraj; v ostatných krajoch sa rozdiely relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu v porovnaní s referenčnou kategóriou pohybujú v rozmedzí 25 – 33 p. b.[3]

Dôležitú informáciu o hodnote relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu od hranice rizika chudoby analyzovanej skupiny domácností nám poskytujú aj jej marginálne stredné hodnoty (tab. 5) zodpovedajúce konkrétnym úrovniam jednotlivých faktorov za predpokladu podmienky ceteris paribus. Ich interpretácia sa (na rozdiel od interpretácie regresných koeficientov) neviaže k referenčnej úrovni faktora.

Aj z marginálnych stredných hodnôt možno jednoznačne usudzovať, ktoré úrovne jednotlivých faktorov sú pre výšku ekvivalentného disponibilného príjmu najpriaznivejšie: napríklad domácnosti, na čele ktorých je osoba s najvyšším dosiahnutým stupňom vzdelania, alebo bezdetné domácnosti majú ekvivalentný disponibilný príjem v priemere viac ako dvojnásobný ako je hranica chudoby. Na druhej strane, tie obmeny jednotlivých faktorov, pri ktorých je marginálna stredná hodnota najnižšia, predstavujú potenciálnu možnosť priblíženia sa k hranici chudoby (v tabuľke 4 im zodpovedali najnižšie hodnoty regresných koeficientov). Osobitnú pozornosť však treba venovať dvom najnižším hodnotám v stĺpci bodových odhadov (0,209, resp. 0,242), ktoré sa týkajú dvoch typov rodín: dvoch dospelých s aspoň tromi závislými deťmi a jednému dospelému s aspoň jedným závislým dieťaťom – ich ekvivalentný disponibilný príjem v priemere nepresahuje hranicu rizika chudoby ani o 25 %, čo ich pri istých nepriaznivých okolnostiach môže posunúť až pod hranicu chudoby. Ako je z tabuľky 5 zrejmé, najvyššie rozdiely medzi marginálnymi strednými hodnotami prislúchajú faktoru HT: bodové odhady sa pohybujú v rozpätí 0,209 až 1,233, čo svedčí o výraznom vplyve tohto faktora na hodnotu relatívnej odchýlky ekvivalentného disponibilného príjmu. Pomerne vysoká variabilita marginálnych stredných hodnôt je aj pri faktoroch EDUCATION (rozpätie 0,468 – 1,008) a EAS (rozpätie 0,506 – 0,918).

4 Záver

Podrobné zmapovanie rôznych foriem chudoby a identifikácia príčin, ktoré ju iniciujú, je nutným predpokladom na opatrenia, ktoré majú za cieľ eliminovať mieru a hĺbku chudoby a s ňou spojených negatívnych javov. Príspevok sa zaoberá relatívnym indikátorom na meranie príjmovej chudoby – relatívnou odchýlkou ekvivalentného disponibilného príjmu domácností. Našu pozornosť sme zamerali na tzv. nechudobné domácnosti, teda také, ktorých ekvivalentný disponibilný príjem je nad hranicou chudoby. Zaujímalo nás, aké faktory a akým spôsobom môžu posunúť ich ekvivalentný disponibilný príjem smerom k hranici chudoby a upozorniť tak na riziko dostať sa pod túto hranicu. Využitím všeobecného regresného lineárneho modelu aplikovaného na údaje z výberového zisťovania EU SILC 2016 sme identifikovali rizikové obmeny niektorých faktorov: pravdepodobnosť zníženia ekvivalentného disponibilného príjmu smerom k hranici chudoby je vyššia u domácností, na čele ktorých je nezamestnaná osoba, rozvedená osoba, osoba s nízkym stupňom vzdelania, prípadne osoba so zlým zdravotným stavom. Medzi najviac ohrozené domácnosti patria aj domácnosti dvoch dospelých s aspoň tromi deťmi a domácnosti jedného dospelého s aspoň jedným dieťaťom. Práve na takéto domácnosti by sa mala upriamiť sociálna pomoc za účelom odvrátenia rizika, že sa ich ekvivalentný disponibilný príjem dostane pod hranicu chudoby.

[3] Priaznivé postavenie Bratislavského kraja z hľadiska analyzovaného ukazovateľa neznamená, že aj ostatné ukazovatele trojdimenzionálneho konceptu chudoby sú najpriaznivejšie v tomto kraji.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantových úloh VEGA 1/0548/16 *Pokrok SR pri napĺňaní stratégie EURÓPA 2020 v oblasti znižovania chudoby a sociálneho vylúčenia* a VEGA 1/0770/17 *Dostupnosť bývania na Slovensku*

Literatúra

1. Atkinson, A. B., Guio, A., C., Marlier, E. (2017). *Monitoring social inclusion in Europe – 2017 edition.* Luxembourg: Publications Office of the European Union.
2. Dúžik, O., Šoltésová, T. (2017). Aplikácia všeobecného lineárneho regresného modelu pri skúmaní hĺbky príjmovej chudoby slovenských domácností (1. časť). *Zborník vedeckých statí. Štatistická analýza chudoby a sociálneho vylúčenia v kontexte stratégie Európa 2020. 2. časť.* Bratislava: Ekonóm, 7-28.
3. Džambazovič, R. (2010). *Nielen nedostatočný príjem znamená chudobu a sociálne vylúčenie*. Dostupné na: http://ec.europa.eu/employment_social/2010againstpoverty/export/sites/default/downloads/Topic_of_the_month/SK_Thematic_article5_Not_only_insufficient_income_means_poverty.pdf (prístup k 10.6.2018).
4. Eurostat. (2017a). *Key figures on Europe.* Luxembourg: Publications Office of the European Union.
5. Eurostat (2017b). *Sustainable development in the European Union*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
6. Európsky sociálny fond. *Chudoba ako sociálny jav.* Dostupné na: http://fpv.uniza.sk/inovacie/predmety/socialne/soc8.pdf (prístup k 1.6.2018).
7. Filadelfiová, J. (2014). *Sociálne vylúčenie a chudoba na Slovensku súčasný stav a trendy*. Dostupné na: http://www.ceit.sk/IVPR/images/IVPR/Narodna_ramcova/komentar.pdf (prístup k 31.1.2018).
8. Fusco, A., Guio, A. C., Marlier, E. (2011). *Income poverty and materiel deprivation in European countries Context: Working Paper No 2011-04*. CEPS/INSTEAD, Luxembourg, IWEPS, Belgium, 13-16.
9. Gerbery, D. a kol. (2010). *Monitoring národných indikátorov v oblasti chudoby a sociálneho vylúčenia*. Bratislava: Inštitút pre výskum práce a rodiny.
10. Gerbery, D. (2009). *Subjektívne prístupy k identifikácii chudoby, deprivácie a sociálneho vylúčenia na základe údajov z EU SILC*. Bratislava: Inštitút pre výskum práce a rodiny.
11. Guagnano, G. Santarelli, E., Santini, I. (2013). *Subjective poverty in Europe: The role of household socioeconomic characteristics and social capital*. SAPIENZA University of Rome. Working paper No. 113, 1-27.
12. Guio, A. C. (2005). *Income Poverty and Social Exclusion in the EU25. Statistics in Focus. Population and social conditions*, (13), 1-7.
13. Guio, A. C., Gordon, D., Marlier, E. (2012). *Measuring deprivation in the EU. Indicators for the whole population and the child-specific indicators*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
14. Halušková, E., Božik, J. (2015). *Chudoba, spoločenské súvislosti a sociálne politiky na jej odstránenie*. Bratislava: IRIS, 2015.
15. Ivančíková, Ľ. (2004). Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach (EU SILC). *Zborník. Otázky merania chudoby*. Bratislava: Friedrich Ebert Stiftung, e. V., zastúpenie v Slovenskej republike, 2004, s 44-51. Dostupné na: http://library.fes.de/pdf-files/bueros/slowakei/04223.pdf (prístup k 31.1.2018).

16. Ivančíková, Ľ., Vlačuha, R. (2011). Materiálna deprivácia obyvateľov Slovenska v mestách a na vidieku. *Forum statisticum slovacum*, 6/2011, 74-78.
17. Kis, B. A., Gábos, A. (2016). Consistent poverty across the EU. *Corvinus Journal of Sociology and Social Policy*, 7 (2), 3-27.
18. Labudová, V., Vojtková, M., Linda, B. (2010). Application of multidimensional methods to measure poverty. *E & M Ekonomie a management*, 13 (1), 6-22.
19. Nolan, B., Whelan, CH. T. (2011). *Poverty and Deprivation in Europe*. Oxford: Oxford University Press.
20. Rochovská, A., Námešný, L. (2011). Chudoba a pracujúci chudobní na Slovensku – analýza údajov EU SILC. *GEOGRAPHIA CASSOVIENSIS V*. (2), 103-117.
21. Save the children (2014). *Child poverty and social exclusion in Europe. A mater of children´s rights.*Save the children, Brussels, Belgium.
22. Stankovičová, I., Vojtková, M. (2007). *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami*. Bratislava: Iura Edition.
23. Šoltés, E., Šoltésová, T., Hrivíková, T. (2016). Spatial analysis of income powerty and social exclusion in European Union – 28 in 2014. *Journal of applied economic sciences*, 11 (8), 1692-1707.
24. Townsend, P. (1979). *Poverty in the United Kingdom: A Survey of Household Resources and Standards of Living*. Harmondsworth, UK: Penguin Books.
25. Unicef (2007). *Child poverty in perspective: An overview of child well-being in rich countries*. Florence: UNICEF, Innocenti research centre.
26. Vlačuha, R., Kováčová, Y. (2017). *EU SILC 2016. Indikátory chudoby a sociálneho vylúčenia*. Bratislava: Štatistický úrad Slovenskej republiky. ISBN 978-80-8121-557-5 (online).
27. Vojtková, M. (2016). Vplyv vybraných faktorov na príjem materiálne deprivovaných domácností. *Zborník vedeckých statí. Štatistická analýza chudoby a sociálneho vylúčenia v kontexte stratégie Európa 2020. 1. časť*. Bratislava: Ekonóm, 44-58.
28. Želinský, T. (2010). Analýza chudoby na Slovensku založená na koncepte relatívnej deprivácie. *Politická ekonomie: teorie, modelování, aplikace*. Praha: Vysoká škola ekonomická. 58(4), 542-565.
29. Želinský, T. (2014). *Chudoba a deprivácia na Slovensku: Metodologické aspekty a empíria*. 1. vydanie. Košice: Equilibria.
30. http://www.ceit.sk/IVPR/images/IVPR/vyskum/2012/Gerbery/gerbery_2266.pdf (prístup k 14.1.2018).
31. http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Glossary:At-rist-of-poverty_rate (prístup k 25.8.2016).
32. http://ec.europa.eu/eurostat/web/products-datasets/-/tepsr_lm440 (prístup k 26.6.2018).

Operačné riziká finančných inštitúcií
Operational Risks of Financial Institutions

Zuzana Krátka[1]

Abstrakt
Operačné riziko je jedným z najstarších rizík, ktorým finančné inštitúcie čelia. Ide o riziko straty v dôsledku zlého nastavenia alebo zlyhania vnútorných mechanizmov a kontrol, v dôsledku ľudského či systémového pochybenia a podobne. Operačné riziko so svojimi špecifickými charakteristikami, ktoré komplikujú jeho meranie, a často aj identifikáciu, sa postupne dostalo do centra pozornosti regulátorov finančných trhov. Narastajúca komplexnosť procesov, čoraz sofistikovanejšie technológie a globalizácia vyžadujú nový prístup k riadeniu operačných rizík finančných inštitúcií. Príspevok sa zameriava predovšetkým na hlavné operačné riziká poisťovní pôsobiacich na slovenskom poistnom trhu a na možnosti ich efektívneho riadenia.

Kľúčové slová
operačné riziko, manažment operačného rizika, Solventnosť II

Abstract
Operational risk is one of the oldest risks faced by financial institutions. This is a risk of loss due to poor adjustment or failure of internal mechanisms and controls, due to human or systemic misconduct and the like. Operational risk, with its specific characteristics that complicate its measurement and often identification, has gradually become the focus of financial market regulators. The growing complexity of processes, increasingly sophisticated technologies and globalization require a new approach to managing the operational risks of financial institutions. The paper focuses primarily on the main operational risks of insurance companies operating in the Slovak insurance market and on the possibilities of their effective management.

Key words
operational risk, operational risk management, Solvency II

JEL classification
G22

1 Úvod

Operačné riziko je jedným z najstarších rizík, ktorým sú poisťovne, banky a ďalšie finančné inštitúcie vystavené. Súvisí s chybami či zlyhaním kontrolných a riadiacich mechanizmov, zlyhaním IT procesov, ľudskými či systémovými chybami, podvodmi a záležitosťami právneho typu (Cipra, 2015). Operačné riziko je riziko straty z dôvodu zlého nastavenia alebo zlyhania vnútorných mechanizmov a kontrol, ale aj následku ľudského pochybenia či systémového pochybenia a externých vplyvov. Môže mať rôzne formy: transakčné riziko (podvody, zložitosť produktov, účtovnícke chyby a pod.), riziko operačného riadenia (rôzne chyby manažmentu), riziko systému (chyby v systéme podpory – v prenosoch dát, v počítačových programoch, v použitých matematických modeloch, nesprávny odhad parametrov v modeloch a pod.) (Páleš, 2016).

[1] Mgr. Ing. Zuzana Krátka, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, Slovenská republika, zuzana.kratka@euba.sk.

Známymi príkladmi operačných rizík sú teroristický útok na Svetové obchodné centrum v New Yorku v roku 2001, pád banky Lehman Brothers v roku 2008, škandál interného podvodu Société Générale, ktorej hlavným aktérom bol jej zamestnanec Jérôme Kerviel (škoda 4,9 mld. eur), či HSBC, ktorá dlhodobo umožňovala presun fondov mexického drogového kartelu (pokuta 1,5 mld. eur).

Dlhú dobu v rámci manažmentu rizík finančných inštitúcií patrili operačné riziká k najviac prehliadaným. Postupne sa však dostali do centra pozornosti regulátorov poisťovní aj bánk a v súčasnosti im finančné inštitúcie venujú stále viac ľudského aj finančného kapitálu.

2 Operačné riziká poisťovní so sídlom v SR

V súčasnosti pôsobí na slovenskom poistnom trhu 15 poisťovní, ktoré majú svoje sídlo v Slovenskej republike. Reálne však podniká len 14 poisťovní, keďže Rapid life životná poisťovňa, a.s. je v konkurze. Ide o nasledujúce spoločnosti:

- AEGON Životná poisťovňa, a.s.
- Allianz - Slovenská poisťovňa, a.s.
- ČSOB Poisťovňa, a.s.
- ERGO Poisťovňa, a. s.
- Generali poisťovňa, a. s.
- KOMUNÁLNA poisťovňa, a.s. Vienna Insurance Group
- KOOPERATIVA poisťovňa, a.s. Vienna Insurance Group
- NN Životná poisťovňa, a.s.
- NOVIS Poisťovňa a.s.
- Poisťovňa Cardif Slovakia, a.s.
- Poštová poisťovňa, a. s.
- Union poisťovňa, a. s.
- UNIQA poisťovňa, a.s.
- Wüstenrot poisťovňa, a.s.

Zameriame sa na vymedzenie pojmu operačné riziko a na najvýznamnejšie operačné riziká každej z uvedených poisťovní. Hlavným zdrojom tejto analýzy sú správy poisťovní o solventnosti a finančnom stave k 31.12.2017. Regulácia Solventnosť II z dôvodu zvýšenia transparentnosti poistného trhu ukladá poisťovniam povinnosť každoročne uverejniť správu o svojej solventnosti a finančnom stave, ktorá obsahuje nasledujúce informácie:

- opis obchodnej činnosti a výkonnosti poisťovne a zaisťovne,
- opis systému správy a hodnotenie jeho vhodnosti z hľadiska rizikového profilu poisťovne a zaisťovne,
- opis vystavenia riziku, koncentrácie, zníženia a citlivosti rizík, a to samostatne pre každú kategóriu rizika,
- opis, a to samostatne pre aktíva, technické rezervy a iné záväzky, podkladov a metód použitých na ich ocenenie spolu s vysvetlením každej väčšej zmeny v podkladoch a metódach použitých na ich ocenenie v účtovných závierkach,
- opis riadenia kapitálu.

Neexistuje jednoznačná, všeobecne uznávaná definícia operačného rizika. V rámci regulácie Solventnosť II je operačné riziko definované ako riziko straty vyplývajúce z nevhodných vnútorných procesov alebo z ich zlyhania, z personálu alebo systémov, alebo z nepriaznivých vonkajších udalostí. Podľa Solventnosti II operačné riziko zahŕňa právne riziká a vylučuje riziká vyplývajúce zo strategických rozhodnutí, ako aj riziko straty dobrého mena. V tabuľke 1 sú uvedené definície operačného rizika poisťovní so sídlom na území Slovenska.

Tab. 1: Definície operačného rizika poisťovní so sídlom v SR

Poisťovňa	Definícia operačného rizika
AEGON Životná poisťovňa	Riziko strát vyplývajúcich z neadekvátnych alebo zlyhaných interných procesov a kontrol, ľudí a systémov alebo externých udalostí.
Allianz - Slovenská poisťovňa	Možnosť vzniku neočakávanej straty, ktorá vznikla následkom neadekvátnych alebo chýbajúcich interných procesov a systémov, dôsledkom ľudského úmyselného alebo omylného konania alebo, ako dôsledok externých udalostí.
ČSOB Poisťovňa	Nastáva v dôsledku neprimeraných alebo nevhodných interných procesov, pracovníkov a systémov alebo z náhlych vonkajších udalostí spôsobených buď ľudským faktorom alebo živelnou udalosťou. Vyplýva z každodenných obchodných činností poisťovne, vzhľadom na to, že sa sústreďuje na samotnú organizáciu, čo znamená, že je priamo spojené so základnými stavebnými kameňmi (ľudia, procesy, systémy). Nezahŕňa obchodné, strategické a reputačné riziko.
ERGO Poisťovňa	Riziko, ktoré môže vzniknúť v dôsledku nevhodných, nesprávnych alebo neprimeraných interných procesov, ako aj v dôsledku chýb alebo podvodného správania zamestnancov alebo obchodných partnerov, nedostatkov v samotnom systéme alebo vonkajších vplyvov.
Generali poisťovňa	Riziko straty plynúce z nevhodných alebo zlyhaných interných procesov, ľudí, systémov, alebo je výsledkom externých udalostí. Riziko dodržiavania súladu s predpismi a riziko finančného vykazovania taktiež spadajú do tejto kategórie. Operačné riziko nezahŕňa strategické a reputačné riziko.
Komunálna poisťovňa	Riziko straty vyplývajúce z nedostatkov či zlyhania vnútorných procesov alebo z personálu a systémov, alebo z vonkajších udalostí.
Kooperativa poisťovňa	
NN Životná poisťovňa	Riziko priamej alebo nepriamej straty vyplývajúcej z nevhodných interných procesov alebo ich zlyhania vrátane informačných technológií a komunikačných systémov, ľudí, systémov alebo vplyvom vonkajších udalostí.
NOVIS Poisťovňa	Operačné riziko predstavuje straty, ktorým je poisťovňa vystavená v dôsledku neadekvátne nastavených interných procesov, kontrol a systémov, ale taktiež externých udalostí, ktoré by zabránili vykonávaniu bežnej obchodnej činnosti.
Poisťovňa Cardif Slovakia	Riziko finančnej straty spôsobené neprimeranými alebo neadekvátnymi vnútornými procesmi alebo vonkajšími udalosťami, či už úmyselnými, náhodnými alebo vyvolanými prirodzeným výskytom. Interné procesy môžu zahŕňať zamestnanca a / alebo informačné systémy. Externé udalosti zahŕňajú povodne, požiare, zemetrasenia, teroristické útoky atď. majúce vplyv na procesy poisťovne.
Poštová poisťovňa	Riziko možnej straty, vrátane škody spôsobenej vlastnou činnosťou poisťovne alebo spôsobenej poisťovni inými skutočnosťami, vyplývajúce z nevhodných alebo chybných vnútorných postupov, zo zlyhania ľudského faktora, zo zlyhania používaných systémov alebo z vonkajších udalostí.
Union poisťovňa	Riziko straty vyplývajúce zo zlyhania procesov, ľudského faktora alebo informačných systémov, alebo je zapríčinené externými udalosťami. Táto strata môže byť vo forme finančnej ale taktiež ako škoda vyplývajúca zo zhoršenej reputácie spoločnosti. Reputačné riziko nie je uvažované ako samostatná kategória rizika, ale je pokryté týmto modulom a vyjadruje škodu, ktorá vznikne spoločnosti v dôsledku zlej reputácie.
UNIQA poisťovňa	Riziko finančných strát spôsobené nedostatočnými vnútornými procesmi, systémami, ľudskými zdrojmi alebo vonkajšími vplyvmi.
Wüstenrot poisťovňa	Riziko potenciálnej straty pre nedostatočne nastavené procesy a postupy, nedostatočne nastavené informačné systémy a rôzne externé vplyvy.

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe správ poisťovní o solventnosti a finančnom stave

V tabuľke 2 sú uvedené hlavné operačné riziká poisťovní so sídlom na území Slovenska.

Tab. 2: Operačné riziká poisťovní so sídlom v SR

Poisťovňa	**Hlavné operačné riziká**
AEGON Životná poisťovňa	• vplyv trhových podmienok a regulácie na vykonateľnosť stratégie • kvalita spracovania klientskych úkonov • riziko zlyhania systémov • personálne riziko (najmä správny výber zamestnancov, fluktuácia)
Allianz - Slovenská poisťovňa	• najvýznamnejším operačným rizikom je riziko spojené so zmenami legislatívy (či už na lokálnej alebo európskej úrovni) a s tým súvisiace riziko nesúladu s legislatívnymi požiadavkami
ČSOB Poisťovňa	• ľudia, procesy, systémy • riziká vyplývajúce z činností, ktoré sa špecificky zameriavajú na prevádzku organizácie (napr. úmyselne založený požiar, externe spôsobený podvod alebo krádež) • riziko náhlych škôd, resp. deštruktívnych externých udalostí, ktoré negatívne ovplyvňujú každodennú činnosť v poisťovni a ktoré sú nefinančnej povahy, ako napríklad vojna alebo teroristický útok
ERGO Poisťovňa	• oblasť spracovania údajov, zmlúv a ich právneho prostredia • podvodné prípady • zlyhanie procesov a ich prevádzkových zdrojov
Generali poisťovňa	• interný podvod, externý podvod • riziká spojené s výkonom ľudských zdrojov a bezpečnosťou na pracovisku • riziká vo vzťahu ku klientom, produktom a obchodným postupom spôsobujúce straty plynúce z neúmyselného zlyhania alebo z nedbanlivostných chýb pri plnení profesijných povinností voči konkrétnym klientom, alebo z povahy, alebo nastavenia produktov • riziko poškodenia hmotného majetku napríklad vplyvom prírodných katastrof alebo iných udalostí • prerušenie prevádzky a zlyhanie systémov • riziko z výkonu, dodávky a riadenia procesov (straty plynúce z neúspešného spracovania transakcií alebo riadenia procesov, zo vzťahov s obchodnými zmluvnými stranami a dodávateľmi) • riziko dodržiavania súladu s predpismi • riziko finančného vykazovania
Komunálna poisťovňa Kooperativa poisťovňa	• know-how koncentračné riziko (nedostupnosť expertov z dôvodu choroby, dovolenky, alebo výpovede zmluvy) • nedostatočné ľudské zdroje • hardvér a riziko infraštruktúry, IT bezpečnostné riziko softvéru, IT riziko vývoja • riziko modelu a riziko kvality dát • projektové riziko • právne a compliance riziká • procesné a organizačné riziko • ľudské chyby • riziko prerušenia činnosti (napr. z dôvodu štrajku, zlyhania ústredia spoločnosti, zlyhania informačných systémov, významných strát personálu, zlyhania dôležitého poskytovateľa služieb, požiaru, prírodnej katastrofy, epidémie, útoku na systémy alebo infraštruktúru, výpadku siete, vojny)

Poisťovňa	Hlavné operačné riziká
NN Životná poisťovňa	• riziko ľudských zdrojov (odmeňovania a rozvoja zamestnancov, osobnej bezpečnosti a správania sa zamestnancov) • riziko finančného výkazníctva • riziko súladu s legislatívou • právne riziko
NOVIS Poisťovňa	• IT riziká • riziko kvality dát • riziko výkazníctva
Poisťovňa Cardif Slovakia	• právne riziká • riziká dodržiavania súladu s predpismi (možné legislatívne zmeny a ich sledovanie, daňové riziká) • riziko finančného výkazníctva
Poštová poisťovňa	• právne riziká vyplývajúce najmä z nevymožiteľnosti zmlúv, hrozby neúspešných súdnych konaní alebo rozsudkov s negatívnym vplyvom na poisťovňu • právne riziká vyplývajúce z nedodržania právnych predpisov a z legislatívnych zmien • zlyhanie ľudského faktora
Union poisťovňa	• procesné riziká • riziká v oblasti ľudských zdrojov • riziká IT
UNIQA poisťovňa	• procesné riziká, najmä pokiaľ ide o vývoj produktov a likvidáciu poistných udalostí • riziká v oblasti ľudských zdrojov (nedostatok personálu a závislosť od jednotlivcov s požadovaným know-how) • riziká IT (najmä bezpečnosť IT a vysoká náročnosť IT prostredia, ako aj riziko prerušenia činnosti) • riziká projektov
Wüstenrot poisťovňa	• riziko týkajúce sa nastavenia produktu • riziká súvisiace s externým podvodom • rôzne právne riziká • riziká v oblasti vykonávania transakcií, dodávky a riadenia procesov

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe správ poisťovní o solventnosti a finančnom stave

3 Regulácia operačných rizík podľa Solventnosti II

Narastajúca komplexnosť procesov poisťovní, čoraz sofistikovanejšie technológie a globalizácia vyžadujú nový prístup k riadeniu ich operačných rizík. Nový systém regulácie poistného trhu Európskej únie Solventnosť II je konštruovaný tak, aby stimuloval poisťovne k meraniu a adekvátnemu riadeniu všetkých ich rizík, a to vrátane rizík operačných. Má snahu zachytávať všetky riziká vplývajúce na poisťovne komplexne, v maximálne reálnej výške a časovo adekvátne a vyžaduje efektívne krytie týchto rizík vlastnými zdrojmi. Činnosť dohľadu má byť zameraná na identifikáciu rizikového profilu dohliadanej poisťovne resp. zaisťovne. Solventnosť II priniesla aj výrazné zmeny v súvislosti s dohľadom nad poisťovňami a zaisťovňami v skupine – poistné skupiny sú dohliadané komplexne, s čím je úzko spojený presun určitých kompetencií pri výkone dohľadu na orgán dohľadu nad skupinou, resp. európsky orgán dohľadu (Európsky orgán pre poisťovníctvo a dôchodkové poistenie zamestnancov). Cieľom tejto regulácie je predovšetkým odhaliť skutočnú finančnú situáciu poisťovateľov a zaisťovateľov a zvýšiť transparentnosť poistného trhu EÚ.

Na vytvorenie funkčného systému regulácie Solventnosť II sa využil trojúrovňový Lamfalussyho proces, kde prvú úroveň predstavuje rámcová smernica, druhú vykonávacie predpisy Európskej komisie a tretiu úroveň tvoria technické štandardy Európskej komisie a odporúčania vydané Európskym orgánom pre poisťovníctvo a dôchodkové poistenie zamestnancov (EIOPA). Smernica Solventnosť II (Smernica Európskeho parlamentu a Rady, 2009) je rámcovou smernicou, ktorá obsahuje hlavné princípy a pravidlá novej regulácie. Smernicu Solventnosť II významne novelizuje tzv. smernica Omnibus II (Smernica Európskeho parlamentu a Rady, 2014), ktorej cieľom je zohľadniť novú architektúru dohľadu nad poistením a zaistením, najmä zriadenie EIOPA. Implementáciu rámcovej smernice do právnych systémov jednotlivých členských štátov bolo potrebné ukončiť do 31. marca 2015. Od začiatku roka 2016 sú všetky poisťovne a zaisťovne pôsobiace na území EÚ povinné dodržiavať pravidlá regulácie Solventnosť II. V Slovenskej republike bola implementovaná predovšetkým prostredníctvom zákona č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve. Veľmi dôležité sú Delegované akty (Delegované nariadenie Komisie EÚ, 2015), ktoré sú vykonávacími predpismi k rámcovej smernici Solventnosť II. Keďže majú právnu formu nariadenia Európskej komisie, sú priamo záväzné v každom členskom štáte Európskej únie, teda aj v Slovenskej republike. Pri uplatňovaní požiadaviek stanovených v tomto nariadení by sa mala zohľadňovať povaha, rozsah a zložitosť rizík spojených s činnosťou poisťovne alebo zaisťovne. Záťaž a zložitosť pre poisťovne by mala byť primeraná ich rizikovému profilu.

Delegované akty okrem iného spresňujú aj kvantitatívne a kvalitatívne požiadavky v oblasti identifikácie, merania, monitorovania a riadenia operačných rizík, a to predovšetkým v článku 204. Kapitálová požiadavka pre operačné riziko ($SCR_{Operational}$) sa vypočítava nasledovne:

$$SCR_{Operational} = min(0{,}3 \cdot BSCR; Op) + 0{,}25 \cdot Exp_{ul} \quad (1)$$

BSCR označuje základnú kapitálovú požiadavku na solventnosť
Op označuje základnú kapitálovú požiadavku na krytie operačného rizika
Exp_{ul} označuje výšku nákladov vynaložených počas predchádzajúcich 12 mesiacov v súvislosti so zmluvami životného poistenia, keď investičné riziko znášajú poistníci

$$Op = \max\left(Op_{premiums}; Op_{provisions}\right) \quad (2)$$

$Op_{premiums}$ označuje kapitálovú požiadavku pre operačné riziko na základe zaslúženého poistného
$Op_{provisions}$ označuje kapitálovú požiadavku pre operačné riziko na základe technických rezerv

$$Op_{premiums} = 0{,}04 \cdot \left(Earn_{life} - Earn_{life-ul}\right) + 0{,}03 \cdot Earn_{non-life} + \quad (3)$$
$$+\max(0; 0{,}04 \cdot \left(Earn_{life} - 1{,}2 \cdot pEarn_{life} - (Earn_{life-ul} - 1{,}2 \cdot pEarn_{life-ul})\right) +$$
$$+\max(0; 0{,}03 \cdot \left(Earn_{non-life} - 1{,}2 \cdot pEarn_{non-life}\right))$$

$Earn_{life}$ označuje zaslúžené poistné počas uplynulých 12 mesiacov za záväzky vyplývajúce zo životného poistenia a zaistenia bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy
$Earn_{life-ul}$ označuje zaslúžené poistné počas uplynulých 12 mesiacov za záväzky vyplývajúce zo životného poistenia a zaistenia, keď investičné riziko znášajú poistníci, bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy
$Earn_{non-life}$ označuje zaslúžené poistné počas uplynulých 12 mesiacov za záväzky vyplývajúce z neživotného poistenia a zaistenia bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy

$pEarn_{life}$ označuje zaslúžené poistné počas 12 mesiacov predchádzajúcich uplynulým 12 mesiacom za záväzky vyplývajúce zo životného poistenia a zaistenia bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy

$pEarn_{life\text{-}ul}$ označuje zaslúžené poistné počas 12 mesiacov predchádzajúcich uplynulým 12 mesiacom za záväzky vyplývajúce zo životného poistenia a zaistenia, keď investičné riziko znášajú poistníci, bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy

$pEarn_{non\text{-}life}$ označuje zaslúžené poistné počas 12 mesiacov predchádzajúcich uplynulým 12 mesiacom za záväzky vyplývajúce z neživotného poistenia a zaistenia bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy

$$Op_{provisions} = 0{,}0045 \cdot max\left(0; TP_{life} - TP_{life-ul}\right) + 0{,}03 \cdot max\left(0; TP_{non-life}\right) \quad (4)$$

TP_{life} označuje technické rezervy na záväzky vyplývajúce zo životného poistenia a zaistenia

$TP_{life\text{-}ul}$ označuje technické rezervy na záväzky vyplývajúce zo životného poistenia, keď investičné riziko znášajú poistníci

$TP_{non\text{-}life}$ označuje technické rezervy na záväzky vyplývajúce z neživotného poistenia a zaistenia

Zaslúžené poistné vo vzorci (3) sa uvádza v hrubom vyjadrení bez toho, aby sa odpočítalo poistné za zaistné zmluvy. Technické rezervy vo vzorci (4) nezahŕňajú rizikovú maržu a vypočítavajú sa bez toho, aby sa odpočítali pohľadávky vyplývajúce zo zaistných zmlúv.

4 Záver

V rámci regulácie Solventnosť II je operačné riziko definované ako riziko straty vyplývajúce z nevhodných vnútorných procesov alebo z ich zlyhania, z personálu alebo systémov, alebo z nepriaznivých vonkajších udalostí. Podľa Solventnosti II operačné riziko zahŕňa právne riziká a vylučuje riziká vyplývajúce zo strategických rozhodnutí, ako aj riziko straty dobrého mena.

K najvýznamnejším operačným rizikám väčšiny poisťovní so sídlom na území Slovenska patrí riziko straty kľúčových zamestnancov a riziko spojené so zmenami legislatívy na lokálnej alebo európskej úrovni, a s tým súvisiace riziko nesúladu s legislatívnymi požiadavkami. Problémom sú predovšetkým nesystémové zmeny v právnych predpisoch a ich retroaktívne uplatňovanie, nedostatočný čas na správnu implementáciu a celková nadmerná regulácia odvetvia. Eliminácia rizík, ktoré vyplývajú zo zmien v právnom prostredí, nie je vo všeobecnosti možná, preto sa poisťovne snažia aspoň o zmierňovanie tohto rizika legislatívnym monitoringom, pripomienkovaním pripravovaných právnych predpisov a intenzívnou komunikáciou s regulátorom a s orgánmi dohľadu s cieľom harmonizovať výklad všeobecne záväzných právnych predpisov.

Regulácia Solventnosť II určuje kapitálovú požiadavku pre operačné riziko ($SCR_{Operational}$) lineárnym vzorcom s hornou hranicou 30 % základnej kapitálovej požiadavky na solventnosť (*BSCR*). Vzhľadom na nedostupnosť modelov a údajov pre kalibráciu faktorov výpočtu nie je táto kapitálová požiadavka citlivá na riziko. Pri výpočte operačného rizika podľa štandardného vzorca daného reguláciou Solventnosť II sú požadovanými vstupmi hrubé zaslúžené poistné za predchádzajúcich 12 mesiacov a 12 mesiacov pred nimi, hrubé technické rezervy (osobitne pre tradičné životné poistenie, investičné a neživotné poistenie), výška nákladov vynaložených počas predchádzajúcich 12 mesiacov v súvislosti so zmluvami investičného poistenia a základná kapitálová požiadavka na solventnosť (*BSCR*), t. j. kapitálová požiadavka na solventnosť (*SCR*) pred zahrnutím operačného rizika a úpravy pre odložené dane.

Operačné riziká sú rôznorodej povahy, poisťovne musia mať vypracovaný proces ich identifikácie, hodnotenia, zmiernenia, monitorovania a vykazovania. Dôležité je pochopenie

kľúčových operačných rizík ohrozujúcich dosiahnutie cieľov poisťovne, schopnosť identifikovať ich, uvedomovať si ich dopad a definovať spôsob ich ošetrenia. Okrem efektívneho merania a mitigácie operačných rizík je nevyhnutné aj ich efektívne výkazníctvo, ktoré pomáha zosúladiť jednotlivé postupy s obchodnou stratégiou a tiež s dlhodobými cieľmi poisťovne.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0221/17 *Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika*.

Literatúra

1. Cipra, T. (2015). *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*. Ekopress, Praha.
2. Delegované nariadenie Komisie (EÚ) 2015/35 z 10. októbra 2014, ktorým sa dopĺňa smernica Európskeho parlamentu a Rady 2009/138/ES o začatí a vykonávaní poistenia a zaistenia (Solventnosť II).
3. Páleš, M. (2016). *Aktuárstvo v režime Solventnosť II*. Vydavateľstvo Ekonóm, Bratislava.
4. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2009/138/ES z 25. novembra 2009 o začatí a vykonávaní poistenia a zaistenia (Solventnosť II).
5. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2014/51/EÚ zo 16. apríla 2014 (Omnibus II).
6. Správy o solventnosti a finančnom stave poisťovní so sídlom v SR.
7. Zákon č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

Prečo využívať simulácie v teórii rizika v neživotnom poistení?

Why use simulations in the risk theory in non-life insurance?

Vladimír Mucha[1]

Abstrakt

Cieľom príspevku je poukázať na výhody využitia simulácií v oblasti teórie rizika, ktorá je aplikovaná v neživotnom poistení. V súvislosti so zloženými rozdeleniami, ktoré sa používajú na popísanie rozdelenia celkovej škody v danom portfóliu poistných zmlúv sa príspevok sústreďuje na prípad diskrétneho rozdelenia individuálnej výšky škody. Dôraz je kladený na komparáciu simulácií realizovaných v jazyku R so štandardnými metódami v rámci konkrétnej štúdie riadenia rizika. Simulačné techniky predstavené v tejto oblasti sú efektívnym riešiteľským nástrojom, ktorý umožňuje realizovať aktuárske analýzy aj v kontexte s parametrami z poistnej praxe. Predstavená metodológia je náhradou extrémne náročných numerických prístupov, resp. niekedy predstavuje jedinú riešiteľskú alternatívu, ktorá ponúka reálne riešenia s požadovanou presnosťou.

Kľúčové slová

neživotné poistenie, teória rizika, simulácie, metóda Monte Carlo, RStudio

Abstract

The aim of the paper is to describe the benefits of using simulations in the field of risk theory in non-life insurance. The contribution focuses on the case of discrete distribution of individual claims in the context of compound distributions. We emphasize the comparison of R-based simulations with standard methods of risk theory. The simulation techniques presented here are an effective solving tool that enables actuarial analysis to be performed in context with real parameters. The presented methodology is a substitute for extremely challenging numerical approaches, or sometimes it is the only solution that offers real solutions with the required precision.

Key words

non-life insurance, risk theory, simulation, Monte Carlo method, RStudio

JEL classification

C63, G22

1 Úvod

S rozvojom informačných technológií prostredníctvom špecializovaného softvéru a dostupných programovacích jazykov sa na analýzu a skúmanie zložitých procesov do popredia dostávajú simulačné metódy. Tento trend súvisí s faktom, že simulačný model je v konečnej podobe počítačový program, ktorý realizuje veľké množstvo iterácií. Simulácie umožňujú vytvorením modelu reálneho systému a uskutočňovania experimentov s ním dosiahnuť lepšie pochopenie správania sa študovaného systému (Hušek, R., & Lauber, J.,1987). Ich použitie je dôležité hlavne v prípade, keď vytvorený model reálneho systému nie je možné

[1] doc. Mgr. Vladimír Mucha, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, vladimir.mucha@euba.sk.

riešiť analytickými postupmi, resp. by to bolo extrémne náročné. Simulácia umožňuje štúdium správania sa systému prostredníctvom jeho modelov v reálnom, v zrýchlenom alebo v spomalenom čase. Dôležitá je hlavne druhá možnosť, pretože väčšina ekonomických procesov je relatívne pomalá. Doba, ktorá uplynie medzi určitým cieleným zásahom do systému a okamihom, kedy môžeme objektívne zhodnotiť dôsledky zásahu, býva dosť dlhá. Pozorovanie činnosti simulačného modelu môže viesť k lepšiemu pochopeniu reálneho systému, skúsenosti získané z výstavby simulačného modelu, v rámci ktorej dochádza ku konfrontácii matematického, programátorského a štatistického pohľadu môžu viesť k návrhom na zlepšenie riadenia, resp. štruktúry modelovaného systému. So simuláciami úzko súvisí metóda Monte Carlo, ktorá numericky rieši pravdepodobnostné úlohy pomocou organizovaných štatistických pokusov. Pri použití tejto metódy získavame potrebné riešenia problémov pomocou umelých realizácií náhodných procesov. Tie sú vytvorené tak, aby niektoré charakteristiky, resp. funkcie, ktoré dané procesy definujú boli zároveň riešením pôvodnej úlohy. Základnou myšlienkou metódy Monte Carlo je hľadanie súvislosti medzi veličinami, ktoré sú riešením skúmaného problému a charakteristikami náhodných procesov modelovaných na počítači. Pretože simulačné metódy sú jedným z prostriedkov riešenia určitých problémov pravdepodobnostného charakteru možno ich využiť aj v oblasti teórie rizika aplikovanej v neživotnom poistení. Prečo je teda také výhodné využívať simulácie v tejto oblasti? Aké sú ich konkrétne výhody v komparácii s inými metódami? Umožňujú realizovať aktuárske analýzy a štúdie aj v portfóliách poistných zmlúv s parametrami, ktoré korešpondujú s praxou? Odpovede na tieto otázky si prezradíme v ďalšej časti príspevku. V záverečnej časti príspevku si na konkrétnej štúdii redukcie rizika ukážeme dôležitosť a nevyhnutnosť využitia simulácií za účelom dosiahnutia požadovaných výsledkov.

Vzhľadom na rozsah uvedenej problematiky sa zameriame na prípad diskrétneho rozdelenia náhodnej premennej X a určenie rozdelenia celkového poistného plnenia po aplikácií určitej formy poistenia s meraním efektu redukcie rizika. Simulácia bude realizovaná v prostredí jazyka R so zvýraznením významu prezentovanej techniky vďaka ktorej sa v porovnaní s inými prístupmi flexibilne a rýchlo dopracujeme k požadovaným výsledkom.

2 Simulácie v teórií rizika aplikovanej v neživotnom poistení

V neživotnom poistení sa na popísanie celkovej škody v danom portfóliu poistných zmlúv používajú zložené rozdelenia. Celková škoda S je vyjadrená ako súčet všetkých individuálnych škôd X, ktorých počet je generovaný náhodnou premenou N. Nech $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ je postupnosť nezávislých, nezáporných, identicky rozdelených náhodných premenných, pričom každá z nich je s náhodnou premennou N vo vzťahu nezávislosti. Celková škoda S sa dá vyjadriť vzťahom (Horáková, G., Páleš, M., & Slaninka, F., 2015).

$$S = X_1 + X_2 + ... + X_N, \tag{1}$$

pričom má spomínané zložené rozdelenie (*compound*, označenie *Co*), čo sa dá zapísať ako

$$S \sim Co\left(p_N(n); F_X(x)\right). \tag{2}$$

Generovanie jej hodnôt metódou Monte Carlo a ich štatistické spracovanie je základným východiskom pre aktuárske analýzy a riadenie rizika. V nasledujúcej časti si priblížime princíp simulácie hodnôt celkovej škody S.

1. v prvom kroku vygenerujeme hodnotu náhodnej premennej N, ktorá popisuje počet škôd v danom portfóliu a označíme ju n_1.
2. v druhom kroku vygenerujeme n_1 hodnôt náhodnej premennej X, ktorých súčtom získame prvú hodnotu celkovej škody s_1

$$s_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + ... + x_{1n_1} \ . \tag{3}$$

Opakovaním tohto algoritmu *m*- krát, dostaneme m simulovaných hodnôt celkovej škody $s_1, s_2, ..., s_m$.

Poznámka 1: popísaný algoritmus je možné realizovať v prípade spojitého aj diskrétneho rozdelenia individuálnej výšky škody.

Presnosť uvedenej metódy budeme deklarovať v rámci určovania chyby pri odhade hodnôt distribučnej funkcie celkovej škody. Jednotlivé simulácie budeme chápať ako opakované nezávislé pokusy, v ktorých sledujeme výskyt udalosti $S^{kol} \le x$. Pre distribučnú funkciu $F_{S^{kol}}(x)$ celkovej škody platí $F_{S^{kol}}(x) = P\left(S^{kol} \le x\right)$ a pravdepodobnosť nastatia tejto udalosti v jednej simulácii označíme p. V prípade dostatočne veľkého počtu vygenerovaných hodnôt škody S je možné použitím zákona veľkých čísel odhadnúť chybu simulácií pri určení hodnôt distribučnej funkcie na základe vzťahu

$$\lim_{m\to\infty} P\left(\left|\frac{Z_m}{m} - p\right| < \varepsilon\right) = 1, \quad \varepsilon > 0 \, . \tag{4}$$

Teda počet nastatí udalosti $S^{kol} \le x$ v sérii m nezávislých realizácií náhodného pokusu sa riadi binomickým rozdelením $Z_m \sim Bi(m; p)$ s charakteristikami $E(Z_m) = m \cdot p$ a $D(Z_m) = m \cdot p \cdot q$. Na základe Moivrovej - Laplaceovej vety použitím určitého maximálneho ohraničenia potom odhadneme s danou pravdepodobnosťou ω interval $(p - \varepsilon, p + \varepsilon)$, do ktorého bude pre daný počet simulácií m patriť relatívna početnosť

$$\frac{Z_m}{m} \in \left(p - u_{\frac{1+\omega}{2}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{m}};\ p + u_{\frac{1+\omega}{2}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{m}} \right). \tag{5}$$

Nasledujúca tabuľka uvádza vypočítané maximálne chyby ε pre pravdepodobnosti $\omega = 0,9$ a $\omega = 0,98$ a pre rôzne počty simulácií m (Horáková, G., & Mucha, *V.*, 2002).

Tab. 1: Maximálne chyby ε pre rôzne počty simulácií m

n	$\varepsilon_{0,9}$	$\varepsilon_{0,98}$
1000	0,026	0,0368
10000	0,0082	0,0116
100000	0,0026	0,0037

Zdroj: Vlastné spracovanie

Ak označíme m_x počet všetkých $s_i, i = 1, 2, ...m$ pre ktoré platí $s_i \le x$, dostaneme odhad distribučnej funkcie celkovej škody S^{kol} podľa vzťahu

$$F_{S^{kol}}(x) \approx \frac{m_x}{n}. \tag{6}$$

V oblasti teórie rizika je určovanie rozdelenia celkovej škody prostredníctvom distribučnej funkcie súčasťou rôznych aktuárskych výpočtov súvisiacich s kalkuláciou poistného, resp. s určovaním mier rizika a ekonomického kapitálu v rámci analytických metód.

Preto si pre názornosť uvedieme vyjadrenie distribučnej funkcie $F_S(x)$ (Klugman, S., A.,Panjer, H. H., & Willmot, G. E., 2012):

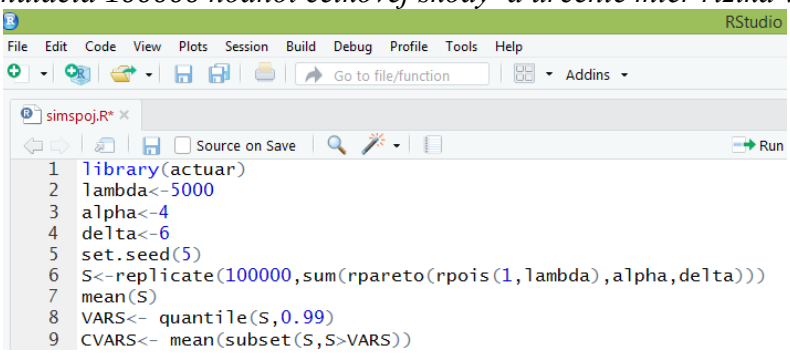
$$F_S(x) = P(S \le x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \sum_{n=0}^{\infty} P(N=n) \cdot F_X^{*n}(x) & x \ge 0 \end{cases}. \tag{7}$$

V prípade spojitého rozdelenia náhodnej premennej X existuje jej exaktné vyjadrenie len v prípade exponenciálneho a gamma rozdelenia. Pri iných rozdeleniach ako napríklad Parertovo, Weibullovo, nie je prakticky možné vyjadriť práve *n*- tú konvolúciu distribučnej funkcie $F_X^{*n}(x)$. Pre dosiahnutie výsledkov v uvedených prípadoch sa často využívajú aproximatívne prístupy, ktoré nemusia byť dostatočne presné (aproximácia normálnym rozdelením), resp. si vyžadujú existenciu začiatočných momentov vyššieho rádu.(aproximácia posunutým gamma rozdelením, Edgeworthová aproximácia). Vzhľadom na uvedené fakty majú simulácie dôležité miesto v riešiteľskom aparáte zložených rozdelení, pričom ich počítačová realizácia napríklad v prostredí jazyka R umožňuje analýzy portfólií s parametrami, ktoré korešpondujú so situáciou z reálnej praxe. V prípade spojitého rozdelenia náhodnej premennej X je teda možné využiť generovanie hodnôt celkovej škody a ich štatistické spracovanie napríklad na nasledujúce aktuárske výpočty:

- určenie distribučnej funkcie celkovej škody (Horáková, G. & Mucha, V., 2002)
- určenie hodnoty *VaR* a *CVaR* (Mucha, V., 2012a)
- aplikovanie rôznych foriem poistenia (Mucha, V., 2012b)

Len pripomenieme, že sa vzhľadom na rozsah príspevku nebudeme zaoberať praktickými ukážkami pre prípad spojitého rozdelenia náhodnej premennej X a len pre názornosť uvedieme na obrázku 1 ukážku kódu z RSudia pre generovanie hodnôt celkovej škody pomocou funkcie `replicate` v prípade zloženého Poissonovho rozdelenia s Paretovým rozdelením individuálnej výšky škody (Páleš, M., 2017).

Obr. 1: Simulácia 100000 hodnôt celkovej škody a určenie mier rizika v RStudiu



Zdroj: Vlastné spracovanie

V prípade diskrétneho rozdelenia náhodnej premennej X sa na určenie rozdelenia celkovej škody najčastejšie využívajú konvolučná metóda a rekurentná Panjerová metóda. Ak nebudeme uvažovať o aproximácii normálnym rozdelením, ktorá nemusí dosahovať presné výsledky, tak pre uvedené dva prístupy je typická numerická náročnosť. Pre názornosť si uvedieme vzťahy, na základe ktorých sa v uvedených metódach určujú hodnoty pravdepodobnostnej funkcie celkovej škody.
Konvolučná metóda:

$$p_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N=n) \cdot p_X^{*n}(x), \tag{8}$$

s uvedenou počiatočnou podmienkou pre $p_S(0)$.
Rekurentná Panjerová metóda:

$$p_S(x) = \frac{\left(p_N(1) - (a+b) \cdot p_N(0)\right) \cdot p_X(x) + \sum_{k=1}^{x} \left(a + \frac{b \cdot k}{x}\right) \cdot p_X(k) \cdot p_S(x-k)}{\left(1 - a \cdot p_X(0)\right)} \quad x = 1, 2, 3... \tag{9}$$

s počiatočnou podmienkou pre $p_S(0)$ a Panjerovými koeficientami a, b.

V prípade vstupných parametrov týkajúcich sa počtu škôd N, ktoré korešpondujú s reálnymi hodnotami, je na dosiahnutie výsledkov nutná počítačová realizácia. Numerickú náročnosť výpočtu samozrejme môže zvýšiť aj zadanie rozdelenia náhodnej premennej individuálnej výšky škody X. V tejto časti sa na základe skúseností so softvérovou podporou realizácie uvedených metód vyjadríme len k situácií v prostredí jazyka R. V ňom dostupný balíček(package) Actuar má síce k dispozícií funkciu `aggregateDist`, ktorá vypočíta hodnoty distribučnej funkcie celkovej škody, avšak s obmedzeniami práve pre parametre počtu škôd (Dutang, C., Goulet, V., & Pigeon, M., 2008). Ak zadáme parametre určujúce „veľké" hodnoty očakávaného počtu škôd, tak nie je možné získať výsledky rozdelenia celkovej škody ani v prípade použitia metódy `convolution`, resp. ani v prípade použitia metódy `recursive`. To znamená, že nie je možné realizovať výpočty na úrovni veľkých portfólií poistných zmlúv z poistnej praxe.

Napriek tomu, že nemáme skúsenosti s iným softvérom, ktorý by podporoval konvolučnú metódu a rekurentnú Panjerovú metódu, je úplne zrejmé, že ich programovanie je určite pre veľké hodnoty očakávaného počtu škôd problematické a náročné. Pri aplikovaní určitej formy poistenia však môže vzniknúť situácia, kedy je využitie počítačovej realizácie nemožné aj pre „prijateľné" parametre. Vzhľadom na uvedené fakty sa v tejto oblasti otvára priestor pre využitie simulácií, pomocou ktorých sa dopracujeme k požadovaným výsledkom efektívne a navyše nám ešte aj ponúknu možnosť interaktívneho vytvárania rôznych štúdií. Ich dôležitosť a význam si ukážeme v nasledujúcej praktickej ukážke, kde sa teda sústredíme len na prípad diskrétneho rozdelenia náhodnej premennej X.

3 Praktická ukážka

Predpokladáme, že sa počet škôd v uvažovanom portfóliu poistných zmlúv neživotného poistenia sa riadi Poissonovým rozdelením s parametrom $\lambda = 100$. Rozdelenie individuálnej výšky škody X je dané pravdepodobnostnou funkciou $p_X(x)$, tabuľka 2.

Tab. 2: Hodnoty pravdepodobnostnej funkcie individuálnej výšky škody X

x	150	250	350	500	800	950	1050	1250	1450	1800
$p(x)$	0,05	0,1	0,15	0,25	0,2	0,15	0,05	0,02	0,02	0,01

Zdroj: Vlastné spracovanie

Pre základné charakteristiky celkovej škody $E(S), D(S)$ platí

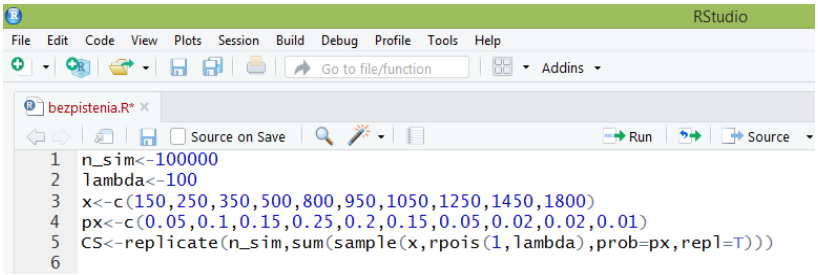
$$E(S) = E(N) \cdot E(X) = 63700 \tag{10}$$

$$D(S) = E(N) \cdot D(X) + E^2(X) \cdot D(N) = 51245000 \tag{11}$$

Poznámka 2: Hodnotu parametra $\lambda = 100$ sme zvolili zámerne, aby sme mohli v tejto ukážke porovnať výsledky simulácií s výstupom metódy `recursive` pri použití funkcie `aggregateDist` v balíčku Actuar. Simulácie, ktoré sme realizovali v prostredí RStudia však dokážu získať požadované výsledky aj v prípade „veľkých" hodnôt tohto parametra, napríklad $\lambda = 20000$ pri počte simulácií $100\,000$ a to v krátkom časovom intervale. Funkcia `aggregateDist` má v tomto smere obmedzenia a vyhlasuje chybu v spustení metódy `recursive` napríklad už pri hodnote $\lambda = 1000$.

V úvode si ukážeme ako využiť metódu Monte Carlo v prostredí RStudia na určenie základných charakteristík celkovej škody $E(S)$ (`str`), $D(S)$ (`disper`), resp. hodnoty jej distribučnej funkcie $F_S(79000)$ (`hdf`) a hodnoty $VaR_{0.95}(S) = x_{0.95}$ (`q`). Simulácie sme realizovali využitím funkcie `sample`, resp. funkcie `replicate`, obrázok 2.

Obr. 2: Generovanie hodnôt celkovej škody S v prostredí RStudia



Zdroj: Vlastné spracovanie

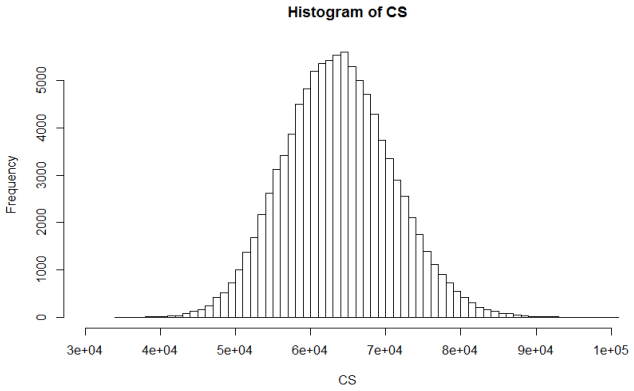
Požadované výsledky a histogram vygenerovaných hodnôt je možné získať na základe ich štatistického spracovania pomocou dostupných funkcií jazyka R (`hist`, `mean`, `var`, `quantile`, `subset` a `length`) obrázok 3, resp. 4 (Páleš, M., 2017).

Obr. 3: Štatistické spracovanie vygenerovaných hodnôt S v prostredí RStudia

```
8  str<-mean(CS)
9  str
10 disper<-var(CS)
11 disper
12 df<-subset(CS,CS < 79000)
13 hdf<-length(df)/n_sim
14 hdf
15 q<-quantile(CS,probs=0.95)
16 q
17 hist(CS,breaks=50,xlim=c(30000,100000),freq=TRUE)
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 4: Histogram vygenerovaných hodnôt celkovej škody S v prostredí RStudia



Zdroj: Vlastné spracovanie

Po zrealizovaní 100000 simulácií sme získali požadované výsledky, obrázok 5. Hodnoty distribučnej funkcie $F_S(x)$ sme porovnali s výsledkami funkcie `aggregateDist` a môžeme konštatovať, že sú porovnateľné. Vzhľadom na rozsah príspevku však nebudeme tento výstup zverejňovať. Na základe metodického usmernenia v súvislosti so zadaním rozdelenia individuálnej výšky škody pomocou funkcie `replace`, je možné uvedené tvrdenie overiť (Mucha, V., 2018). Pri vypisovaní hodnôt distribučnej funkcie v jednotlivých bodoch je však potrebné zadať adekvátny násobok tzv. `knots`.

Obr. 5: Výsledky získané simuláciami uvedené v Console R Studia

```
Console ~/
> str<-mean(CS)
> str
[1] 63674.27
> disper<-var(CS)
> disper
[1] 51532513
> df<-subset(CS,CS < 79000)
> hdf<-length(df)/n_sim
> hdf
[1] 0.98022
> q<-quantile(CS,probs=0.95)
> q
  95%
75800
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Hodnotu $VaR_{0,95}(S) = x_{0,95} \approx 75800$ interpretujeme tak, že maximálna celková škoda, ktorá môže s pravdepodobnosťou $0,95$ nastať v uvedenom portfóliu za dané obdobie je $75800\,p.j.$ (Cipra, T., 2015).

V ďalšej časti praktickej ukážky si ukážeme možnosť využitia simulácií pri určení rozdelenia celkového poistného plnenia po aplikácií poistenia na plnú hodnotu s excedentnou spoluúčasťou (Horáková, G., Páleš, M., & Slaninka, F., 2015). V prezentovanej štúdii je naším cieľom zmerať efekt poistenia na základe hodnoty *VaR*. Uvažujeme o nasledovných parametroch tejto formy poistenia so spoluúčasťou, $F = 400$, $S = 1600$ a $H = 1800$.

Hodnoty celkového poistného plnenia získame podobne ako v rámci popísanej metódy Monte Carlo, upravíme len vygenerovanú hodnotu individuálnej škody podľa nasledujúceho predpisu (Mucha V., 2014)

$$ {}^{P}g_{PH+ES}\ x = \begin{cases} 0 & x \le F \\ \dfrac{S}{H}\cdot(x-F) & x \in (F;H\rangle \end{cases}, \tag{12} $$

pričom takto jej upravené hodnoty reprezentujú hodnoty náhodnej premennej, ktorú označíme ${}^{P}\overline{X}_{PH+E}$. V tejto súvislosti ešte zavedieme náhodnú premennú ${}^{P}X_{PH+E} = {}^{P}\overline{X}_{PH+E}\Big|{}^{P}\overline{X}_{PH+E} > 0$ a náhodnú premennú ${}^{P}N_{PH+E} \sim Co\left(N; A\left(p_F\right)\right)$, kde $p_F = P\left({}^{P}\overline{X}_{PH+E} > 0\right) = P\left(X > F\right)$. Pre základné charakteristiky celkového poistného plnenia $E\left({}^{P}S_{PH+E}\right), D\left({}^{P}S_{PH+E}\right)$ platí

$$E\left({}^{P}S_{PH+E}\right) = 24177,78 \tag{13}$$

$$D\left({}^{P}S_{PH+E}\right) = 12412818,82 \tag{14}$$

Uvedený spôsob generovania hodnôt celkového poistného plnenia ${}^{P}S_{PH+E}$ sme zrealizovali v prostredí RStudia, obrázok 6.

Obr. 6: Generovanie hodnôt celkového poistného plnenia pomocou náhodných premenných N a ${}^{P}\overline{X}_{PH+E}$ *v prostredí RStudia*

simpoisteniePHE.R*

Source on Save | Run | Source

```
1  n_sim<-100000
2  lambda<-100;F<-400;S<-1600;H<-1800
3  x<-c(150,250,350,500,800,950,1050,1250,1450,1800)
4  px<-c(0.05,0.1,0.15,0.25,0.2,0.15,0.05,0.02,0.02,0.01)
5  CPP<-replicate(n_sim,sum(sample(ifelse(x<=F,0,(S/H)*(x-F)),rpois(1,lambda),
6                                  prob=px,repl=T)))
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Štatistickým spracovaním vygenerovaných hodnôt ${}^{P}S_{PH+E}$ sme získali základné charakteristiky $E\left({}^{P}S_{PH+E}\right)$(str), $D\left({}^{P}S_{PH+E}\right)$(disper) a hodnotu $VaR_{0.95}\left({}^{P}S_{PH+E}\right) = x_{0.95}$(q), obrázok 7.

Obr. 7: Výsledky získané simuláciami uvedené v Console R Studia

```
> str<-mean(CPP)
> str
[1] 24195.31
> disper<-var(CPP)
> disper
[1] 12350560
> q<-quantile(CPP,probs=0.95)
> q
     95%
30177.78
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Hodnotu $VaR_{0.95}\left({}^{P}S_{PH+E}\right) = 30177,78$ interpretujeme tak, že maximálne celkové poistné plnenie, ktoré môže s pravdepodobnosťou $0,95$ nastať v uvedenom portfóliu po aplikácii uvedenej formy poistenia so spoluúčasťou za dané obdobie je $30177,78 p.j.$.

Prezentovaný simulačný spôsob určenia rozdelenia celkového poistného plnenia, resp. hodnoty $VaR_{0.95}\left({}^{P}S_{PH+E}\right)$ je možné nahradiť numericky náročnejším prístupom, ktorý sa opiera o rozdelenie náhodných premenných ${}^{P}N_{PH+E}$ a ${}^{P}X_{PH+E}$, tabuľka 3, resp. vzťah (15).

Tab. 3: Hodnoty pravdepodobnostnej funkcie náhodnej premennej $^{P}X_{PH+E}$

x	$88,\overline{8}$	$355,\overline{5}$	$488,\overline{8}$	$577,\overline{7}$	$755,\overline{5}$	$933,\overline{3}$	$1244,\overline{4}$
$p(x)$	0,357143	0,285714	0,214286	0,071429	0,028571	0,028571	0,014286

Zdroj: Vlastné spracovanie

resp.

$$^{P}N_{PH+E} \sim Co\left(N; A(0,7)\right) \tag{15}$$

Jeho realizácia pomocou funkcie `aggregateDist` v balíčku Actuar nie je však vzhľadom na uvedené rozdelenia náhodných premenných $^{P}N_{PH+E}$ a $^{P}X_{PH+E}$ možná. Aj napriek prijateľnej hodnote očakávaného počtu poistných plnení by bola počítačová realizácia konvolučnej metódy extrémne numericky náročná. Vďaka metóde Monte Carlo získame požadované výsledky podľa princípu simulačného algoritmu na generovanie hodnôt celkovej škody, obrázok 8.

Obr. 8: Generovanie hodnôt celkového poistného plnenia pomocou náhodných premenných $^{P}N_{PH+E}$ a $^{P}X_{PH+E}$ *v prostredí RStudia*

simpoisteniePHEalternativa.R*

Source on Save | Run | Source

```
1  n_sim<-100000
2  lambda<-100
3  x<-c(88.888889,355.555556,488.888889,577.777778,755.555556,933.333333,
4       1244.444444)
5  px<-c(0.357143,0.285714,0.214286,0.071429,0.028571,0.028571,0.014286)
6  CPP<-replicate(n_sim,sum(sample(x,sum(rbinom(rpois(1,lambda),1,0.7)),
7                                  prob=px,repl=T)))
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

Túto možnosť generovania prezentujeme aj z dôvodu potvrdenia výsledkov získaných prvým spôsobom simulácie prostredníctvom náhodných premenných N a $^{P}\overline{X}_{PH+E}$. Môžeme konštatovať, že výsledky oboch prístupov sú porovnateľné.

Z určených hodnôt $VaR_{0,95}(S) = x_{0,95} \approx 75800$ a $VaR_{0,95}(^{P}S_{PH+E}) = 30177,78$ je zrejmý efekt aplikácie danej formy poistenia v zmysle redukcie rizika, ktorú je možné pomocou uvedenej miery rizika aj zmerať.

4 Záver

V príspevku sme prezentovali dôležitosť využitia simulácií v oblasti teórie rizika v neživotnom poistení. Nezabudnime spomenúť fakt, že vďaka simuláciám je možné zostrojiť frekvenčný histogram z vygenerovaných hodnôt celkovej škody a získať tak reálnu vizuálnu predstavu o jej rozdelení. Zostrojenie teoretickej hustoty pravdepodobnosti celkovej škody, resp. jej pravdepodobnostnej funkcie je totiž prakticky nemožné, resp. prinajmenšom extrémne náročné. Vzhľadom na rozsah tejto problematiky sme sa zamerali na prípad diskrétneho rozdelenia individuálnej výšky škody. Dá sa konštatovať, že simulácia Monte Carlo realizovaná pomocou funkcií dostupných v prostredí jazyka R umožňuje generovanie hodnôt celkovej škody aj pre parametre korešpondujúce s reálnymi portfóliami poistných zmlúv. V porovnaní so štandardnými prístupmi (konvolučná metóda, rekurentná Panjerová metóda) simulácie nielenže ušetria čas na získanie výsledkov, ale sú často jedinou riešiteľskou alternatívou

(aplikácia poistenia), ktorá ponúka reálne riešenia s požadovanou presnosťou. V príspevku sme overovali realizáciu uvedených metód v prostredí jazyka R pomocou funkcie `aggregateDist` z balíčka Actuar, musíme však konštatovať, že má obmedzenia pre veľké hodnoty očakávaného počtu škôd. Taktiež ju nemožno použiť ani v prípade, keď sú hodnoty individuálnej výšky škody zadané ako desatinné čísla. Len pripomíname, že aproximáciou normálnym rozdelením vzhľadom na fakt, že neposkytuje na koncoch rozdelení presné výsledky, sme sa nezaoberali. Počítačová realizácia numericky náročných metód v prezentovanom sektore má logicky svoje obmedzenia a je komplikovaná, na druhej strane realizácia simulácií v prostredí jazyka R je jednoduchá a prináša požadované výsledky. To platí aj v prípade zložených rozdelení, kde sa v rámci diskrétneho rozdelenia individuálnej výšky škody môže vyskytovať aj nulová hodnota s nenulovou pravdepodobnosťou. Simulácie umožňujú na základe štatistického spracovania vygenerovaných hodnôt získať potrebné výsledky pre aktuárske výpočty. Vytvára sa tak priestor pre vytváranie rôznych štúdií a ich analýzu aj z pohľadu parametrov z poistnej praxe.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II.*

Literatúra

1. Cipra, T. (2015): *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II.* Praha: Ekopress.
2. Dutang, C., Goulet, V., & Pigeon, M. (2008). An R Package for Actuarial Science. *Journal of Statistical Software*, *25*(7), 1-37. Retrieved September 6, 2018, from http://www.jstatsoft.org/v25/i07.
3. Horáková, G. & Mucha, V. (2002). Určenie rozdelenia celkových škôd s využitím metódy Monte Carlo a jeho porovnanie s numericky presným výpočtom v danom portfóliu poistných zmlúv. *Managing and Modelling of Financial Risks* (pp. 77-81). Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava.
4. Horáková, G., Páleš, M., & Slaninka, F. (2015). *Teória rizika v poistení.* Bratislava: Wolters Kluwer.
5. Hušek, R., & Lauber, J. (1987). *Simulační modely*. Praha: STNL.
6. Klugman, S., A.,Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2012). *Loss Models (From Data to Decision).* New York: John Wiley & Sons.
7. Mucha, V. (2012a). Určenie hodnoty CVaR využitím simulácií v kolektívnom modeli rizika. *Ekonomika a informatika*, *10*(2), 113-123.
8. Mucha, V. (2012b). Modelling of the distribution of the claim amount after the application of a given type of insurance in the examined portfolio of contracts of a non-life insurer. *Managing and Modelling of Financial Risks* (pp. 439-447). Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava.
9. Mucha, V. (2014). Riadenie rizika poistením na plnú hodnotu excedentnou spoluúčasťou metódou Monte Carlo. *Ekonomika a informatika*, *12*(2), 25-36.
10. Mucha, V. (2018). Určenie rozdelenia celkovej škody v neživotnom poistení v jazyku R. *Softvérová podpora v ekonomicko-matematických a aktuárskych modeloch* (36-45). Bratislava: Ekonóm.
11. Páleš, M. (2017). *Jazyk R v aktuárskych analýzach.* Bratislava: Ekonóm.

Potreba životného poistenia z pohľadu požiadaviek osobných a rodinných financií

Life insurane need in terms of personal finance

Erika Pastoráková[1], Žaneta Brkalová[2]

Abstrakt
V oblasti osobných financií patrí plánovanie a predvídanie medzi kľúčové aktivity. Uvedomenie si možností negatívneho prejavu rizika je zásadným momentom pre zabezpečenie seba a svojej rodiny. Existujúca poistná teória vníma potrebu životného poistenia, resp. požiadavky na stanovenie poistnej sumy prostredníctvom nákladového a príjmového princípu. Príspevok overuje princípy s použitím reálnych údajov v SR a poukazuje jednak na mimoriadne nízku poistenosť, ako aj na odchýlky pri stanovovaní poistnej sumy životného poistenia v čase, v konkrétnych fázach životného cyklu.

Kľúčové slová
poistenie v osobných financiách, teórie stanovenia poistnej sumy v životnom poistení, empirické overenie na dátach v SR

Abstract
Personal finances include planning and forecasting key activities. Recognizing the possibility of negative risk exposure is a crucial moment for securing yourself and your family. The existing insurance theory sees the need for life insurance or the need for establishing an insured figure according to the cost and income principle. The article examines the principles based on real data in the Slovak Republic and indicates both, the extreme low insurance as well as the deviations in the determination of the life insurance sum over time.

Key words
insurance in personal finance, the theory of the sum insured in life insurance, empirical verification on data from Slovakia

JEL classification
D140, D830, G220

1 Úvod

Osobné a rodinné financie považujú životné poistenie za integrálnu súčasť finančného plánu jednotlivca a rodiny v nadväznosti na vývoj potrieb v rámci jednotlivých fáz životného cyklu. Poistenie má svoje nezameniteľné miesto vo všetkých fázach životného cyklu, a to tak vo fáze nízkych úspor, ako aj vo fáze pôžičiek, tiež vo fáze investícií a rovnako aj vo fáze čerpania majetku (Česká bankovní asociace, 2017). Poistenie, ako forma prenosu rizika z jedného subjektu na iný, predstavuje v rámci osobných financií zhmotnenie subjektívneho sklonu k riziku a k spôsobu jeho spravovania – riadenia. Ide o aplikáciu jedného z mnohých princípov finančnej ekonómie v rámci osobných financií v súvislosti s individuálnymi

[1] prof. Ing. Erika Pastoráková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Národohospodárska fakulta, Katedra poisťovníctva, Dolnozemská cesta 5, 852 35 Bratislava, erika.pastorakova@euba.sk.

[2] Ing. Žaneta Brkalová, Generali Poisťovňa, a. s., Lamačská cesta 3/A, 841 04 Bratislava, zanetabrkalova@gmail.com.

alebo rodinnými rozhodnutiami v oblasti financií (Filip, 2006). Predmetom rozhodovania je teda životné poistenie, ktoré je finančným produktom – službou, a to abstraktnou, komplexnou a vždy smerujúcou k budúcnosti. Je jednou z možností riešenia neistôt a rizík, ktorým je jednotlivec počas svojho životného cyklu vystavený. Ide predovšetkým o neistotu súvisiacu s budúcimi príjmami v nadväznosti na prípadnú chorobu či invaliditu, ako aj o neistotu budúcich príjmov pozostalých v dôsledku tzv. predčasnej smrti živiteľa rodiny. V prípade nastatia spomenutých udalostí sa zmenia dovtedajšie príjmy a môžu byť ohrozené očakávané finančné toky, úroveň spotreby domácnosti, splátky úverov, hypoték, ako aj predpokladaného sporenia či iných investičných zámerov.

Vzhľadom na pretrvávajúcu nízku poistenosť jednotlivcov v SR, našu pozornosť v príspevku zameriame na potrebu životného poistenia v jednotlivých fázach resp. situáciách v rámci životného cyklu. Teoretické prístupy k potrebe životného poistenie z pohľadu osobných a rodinných financií verifikujeme na základe údajov v Slovenskej republike. Cieľom príspevku je overiť potrebu životného poistenia a odpovedať na hypotézu správnosti jedinej (rovnakej) poistnej sumy počas celého obdobia životného cyklu jednotlivca.

2 Teoretické prístupy k stanoveniu poistnej sumy v životnom poistení a súčasný stav v Slovenskej republike

Gottesman, A. A. a Milevsky, M. A. (2002) uvádzajú vo svojej knihe dva prístupy k stanoveniu veľkosti poistnej sumy v životnom poistení. Ide o nákladový a príjmový prístup. Príjmový prístup berie do úvahy veľkosť príjmu, ktorý behom ekonomicky aktívneho života očakávame. Od kompletného príjmu sa odpočítavajú dane a náklady súvisiace so živobytím. Výsledkom je hodnota, ktorú osoba požaduje na poistenie. Východiskom druhého, tzv. výdavkového prístupu (nazývaný aj ako nákladový) sú výdavky rodiny v priebehu životného cyklu. Čiže rodina si zakúpi poistenie podľa krytia výdavkov a nie podľa výšky príjmu Garman a Forgue (2014), ako aj Keown (2016) označujú prístupy k stanoveniu poistnej sumy v životnom poistení ako prístup založený na príjmoch a prístup založený na potrebách.

Teoretický model dopytu po životnom poistení ako prví odvodili Yaari (1965), Hakansson (1969) a Fischer (1973), na ich práce neskôr nadviazali Pissarides (1980), Campbell (1980), Karni and Zilcha (1986), Lewis (1989) a Bernheim (1991). Ich štúdie priniesli teoretický rámec interpretujúci mechanizmus dopytu po životnom poistení. Dopyt po poistení vysvetľovali jednak ako prostriedok na odvrátenie neistoty príjmov v budúcnosti v dôsledku smrti živiteľa (Browne, Kim, 1993), ľudskú túžbu zanechať určité prostriedky svojim pozostalým, či ako snahu o zabezpečenie sa na vlastný dôchodok. Spotrebiteľ teda pomocou poistenia maximalizuje svoj celoživotný úžitok, vzhľadom na úroveň úrokovej miery a výšku cien, vrátane poistného (Beck,Webb, 2003). Tento základný teoretický rámec dopytu po poistení vychádzal z predpokladu, že dopyt je funkciou bohatstva, očakávaného príjmu jednotlivcov, úrovne úrokovej miery a výšky poistného.

Príjmy i potreby, resp. aj náklady sa v priebehu životného cyklu jednotlivca i rodiny menia. Garcia, A. a Gurat, J. (2003) tvrdia, že lineárny životný cyklus jednotlivcov sa vytráca a zamieňa sa za cyklický prístup k životu. Kedysi sa život odohrával v línii narodenie, vzdelávanie, pracovný pomer, manželský vzťah, rodina, dôchodok. Dnes sa niektoré etapy opakujú, ako napríklad vzdelávanie alebo zmena práce. Tieto zmeny v životnom cykle zvyšujú zraniteľnosť jednotlivcov alebo rodiny, čo môže viesť k pocitu neistoty. Aj na Slovensku pozorujeme zmenu z lineárneho obdobia na cyklický priebeh života. Zmeny nastávajú najmä vo veku rodičov rodín – klesá počet mladých rodín s deťmi, rastie stredná dĺžka života a posúva sa i veková hranica pri narodení prvého dieťaťa (Gerbery et al., 2007).

Na základe údajov Národnej banky Slovenska možno konštatovať, že v SR v roku 2008 bolo ku koncu roka uzatvorených 8 738 102 zmlúv životného poistenia (celkovo). V roku 2015 vykazuje NBS 9 085 122 zmlúv životného poistenia (celkovo), čo je o 1 milión zmlúv viac ako v roku 2015. Čo sa týka poistného vynakladaného jednotlivcami na zmluvy životného poistenia, v roku 2008 činilo technické poistné 1 098 999 137 eur. Veľmi zjednodušene by sme teda mohli povedať, že na jednu poistnú zmluvu bolo v roku 2008 zaplatené jednotlivcami poistné vo výške 125,77 eur. V roku 2015 uvádza NBS technické poistné vo výške 1 054 487 504 eur, čo znamená, že poistné na jednu poistnú zmluvu životného poistenia činí menej ako v roku 2008, a to 116,067 eur. Okrem tohto nepriaznivého vývoja je treba priznať aj to, že za poistné vo výške nedosahujúcej ani 150 eur, nemožno očakávať významne vysoké poistné sumy. Nemožno samozrejme generalizovať, v každom prípade však daná suma technického poistného nie je primeraná ani počtu poistených a ani miere poistenosti v porovnaní s vyspelými poistnými trhmi.

3 Dáta a metodológia

Pri výpočte výšky poistného krytia používame postup autorov Garmana a Forgua (2014), priraďujúcich tento výpočet k prístupu založenom na potrebách. Adekvátne životné poistenie má podľa týchto autorov reflektovať okrem výdavkov rodiny aj náhrady príjmu či výšku v prípade straty príjmu počas prispôsobovacieho obdobia, ako aj výšku splácaných dlhov, náklady na školné pre deti, prípadne iné náklady charakteristické pre konkrétnu rodinu – ak sú významné. Teória počíta aj so znížením potreby poistenia, a to v prípade, kedy sú v konkrétnej krajine poskytované vládne benefity a počíta aj s existujúcimi poistnými aktívami.

Za tzv. konečné výdavky považuje teória náklady súvisiace so smrťou osoby, tzn. ide o výdavky súvisiace s pohrebom, pochovávaním alebo kremáciou zosnulého, taktiež jedlo a ubytovanie pre trúchliacich, ale aj výdavky v podobe dedičskej dane a ďalšie právne či správne poplatky. S touto udalosťou súvisí aj následná strata príjmu zosnulého, tzn. v prípade smrti živiteľa rodiny stráca rodina významný príjem a tento by mal byť zo životného poistenia nahradený. Ďalšia položka – strata príjmu počas prispôsobovacieho obdobia slúži na určitý čas, kedy sa rodina vyrovnáva so smrťou blízkej osoby. Môže ísť o výdavky súvisiace s potrebným novým vzdelaním manželky/manžela alebo na úhradu poklesu príjmu počas platenej či neplatenej dovolenky počas tzv. prispôsobovacieho obdobia po smrti živiteľa rodiny. Ďalšie položky sú už jednoznačnejšie. Životné poistenie by malo poskytnúť prostriedky na splatenie ešte nesplatených dlhov, spotrebiteľských a hypotekárnych dlhov alebo úverov na automobil, ktoré si rodina, vzhľadom na dovtedajší príjem vďaka živiteľovi, mohla dovoliť požiadať a aj splácať. Nakoľko smrť rodiča môže brániť plánovaniu štúdia nezaopatrených detí, počíta sa aj s nákladmi na ich vysokoškolské štúdium. Rovnako sa počíta aj s náklady na špecifické potreby, ide napr. o rodiny s postihnutým dieťaťom a pod. Okrem týchto potrieb je možné zohľadniť aj ďalšie, napr. Keown (2016) uvažuje aj o nákladoch závislých osôb, s ktorými sa má počítať, pretože ide o výdavky vznikajúce v súvislosti so štúdiom detí závislých na podpore rodiny. Ďalším faktorom by mohol byť aj dodatočný príjem potrebný pre pozostalého manžela/manželky po odchode do dôchodku, ktorý vyplýva zo zvýšených nákladov pripadajúcich na jednu osobu žijúcu v samostatnej domácnosti.

V našom modelovom príklade stanovujeme výšku poistného krytia pre živiteľa rodiny, ktorým bude v našom prípade manžel. Živiteľ rodiny spĺňa nasledujúce predpoklady: má najvyšší príjem v rodine, má spotrebný úver alebo hypotéku a v prípade jeho úmrtia hrozí rodine významná strata finančnej stability.

Pri výpočte výšky poistného krytia vychádzame z ďalších, nami určených podmienok. Výška mzdy je počas celej dĺžky života manželky a manžela konštantná (1), manželka ani manžel počas života nemenia pracovnú pozíciu (2), obaja manželia sa narodili v rovnakom roku (3), v celom životnom cykle rodiny nenastanú žiadne neočakávané negatívne situácie, ktoré narušia finančný plán a stabilitu rodiny (4), platenie splátok spotrebného úveru a hypotéky je nemenné, nedochádza počas života k predčasnému splateniu (5), živiteľ rodiny má životné poistenie hradené zamestnávateľom s poistnou sumou 10 000 € pre prípad smrti (6), manželia majú spolu dve deti a obe plánujú študovať na vysokej škole v Slovenskej republike (7), manželia žijú v jednej domácnosti a počas života nedochádza k rozvodu manželov (8), ceny statkov a služieb sa pri výpočtoch poistného krytia nemenia v čase (9).

Faktory vchádzajúce do výpočtu výšky poistného krytia možno rozdeliť na dve kategórie – faktory, ktoré sa v jednotlivých etapách nemenia a faktory, ktoré sa v etapách životného cyklu menia vplyvom času. Medzi nemenné faktory zaraďujeme konečné výdavky, náklady na vysokú školu, iné špeciálne náklady. Faktory, ktoré sa v priebehu času menia sú náhrady príjmu a splácanie dlhov. Faktor strata príjmu počas prispôsobovacieho obdobia má prvky oboch z kategórií. Zmeny v tomto faktore pôsobením času závisia od rôznych predpokladov, preto ho v príspevku budeme považovať faktor meniaci sa v čase.

4 Výsledky a diskusia

Životný cyklus sme na základe vyššie zvolených determinantov rozdelili na 5 etáp, ktoré znázorňuje schéma. Jednotlivé etapy sú číslované od 1 do 5 podľa poradia vzniku v živote jednotlivca alebo rodiny. Samotné intervalové vekové rozpätie sa v jednotlivých etapách líši, v závislosti od vzniku/zmeny niektorého zo skúmaných determinantov.

Prvá etapa životného cyklu začína narodením. Ohraničujúcim faktorom tohto obdobia je dosiahnutie dospelosti a vstup na trh práce. Prvá etapa životného cyklu jednotlivcov je z pohľadu osobných financií charakteristická ich nesamostatnosťou, tzn. že všetky výdavky hradia rodičia a teda jednotlivci v tejto fáze svojho života neprijímajú finančné rozhodnutia. V druhej polovici tejto etapy prechádza mladý človek do fázy, v ktorej už môže mať určitý príjem, tento sa ale nevyrovná jeho výdavkom a tak ostáva napojený na rodinný rozpočet svojich rodičov resp. živiteľov. Jednotlivci v tejto etape spravidla sami úspory netvoria a ich finančné rozhodnutia sa týkajú krátkeho časového horizontu.

V prvej etape životného cyklu sú finančné potreby jednotlivca – muža z nášho modelového príkladu vo výške tzv. konečných výdavkov, ktoré sú nemenné v priebehu etáp bez rozdielu na to, či jednotlivec má alebo nemá partnera a deti. Medzisúčet výpočtu by teda bol rovný faktoru prvého riadku nášho výpočtu, čo v podmienkach SR podľa údajov Štatistického úradu činí sumu 1 847,33 €. K tejto etape uvádza teória, že pokiaľ nami skúmaná osoba nemá osobnú alebo rodinnú lekársku históriu, ktorá by v budúcnosti mohla narušiť nákup životného poistenia, mala by počkať na obdobie skutočnej potreby životného poistenia (Garman, Forgue, 2014).

V druhej etape životného cyklu, ktoré trvá do cca 35 roku veku skúmaného jednotlivca, dochádza k viacerým významným zmenám. Podľa údajov Štatistického úradu SR dochádza v tomto období spravidla k sobášom mladých ľudí a tiež aj k narodeniu prvého spoločného dieťaťa manželov. Tým dochádza aj k niekoľkonásobnému nárastu potreby životného poistenia oproti predchádzajúcej etape. Uvedené životné zmeny sa prejavia v potrebe životného poistenia v podobe vzniku nároku na vdovský dôchodok pri neočakávanej smrti manžela, ale aj v podobe výdavkov pre závislé osoby. Potrebu spravidla navýši aj kúpa auta či bytu, spravidla na úver. Celková výška potreby životného poistenia, vychádzajúc zo vstupných dát, je 245 393,18 €, pričom túto sumu sme upravili o vládne benefity a súčasné

poistné aktíva. Konečná výška poistnej sumy životného poistenia potrebnej pri daných potrebách rodiny je 208 376,68 €.

Tabuľka 1. Výpočet veľkosti poistného krytia počas 2. etapy životného cyklu

1. Konečné výdavky	+ 1 847,33 €
2. Náhrady príjmu	+ 190 310,85 €
3. Strata príjmu počas prisp. obdobia	0
4. Splácanie dlhov	+ 53 235,00 €
5. Náklady na vysokú školu	0
6. Iné špeciálne náklady	0
7. Medzisúčet	**245 393,18 €**
8. Vládne benefity	– 27 016,50 €
9. Súčasné poistné aktíva	– 10 000,00 €
10. Potreba ŽP	**208 376,68 €**

Zdroj: vlastné spracovanie na základe modelového výpočtu

Tretia etapa životného cyklu trvá od 35. roku veku jednotlivca do posledného dňa pred dovŕšením 50. roku života. Počas tohto obdobia sa deti narodené v 2. etape spravidla začínajú osamostatňovať, vzniká jav tzv. „prázdneho hniezda“. Na konci 3. etapy prichádzajú i nečakané príjmy v podobe dedičstva. Zároveň predpokladáme, že príjmy jednotlivca i celkovo rodiny narastajú, pričom výdavky začínajú s odchodom detí klesať.

V tretej etape životného cyklu manželka nastupuje opäť do práce a táto zmena vyvolá nárast položky Strata príjmu počas prispôsobovacieho obdobia o 5 490 €. Ďalšou zmenou pôsobiacu na výšku medzisúčtu je splatenie spotrebného úveru na auto a pokles položky Splácanie dlhov o 4 800€. Taktiež sledujeme zmenu v položke Náhrady príjmu a Vládne benefity, ktorých výška závisí od veku sledovanej osoby. Výška poistnej sumy je preto nižšia v porovnaní s 2. etapou. Tento pokles je spôsobený aj tým, že ak by došlo k strate príjmu živiteľa rodiny, jednalo by sa o kratšie obdobie, ako keby k tomu došlo v druhom období životného cyklu. Zníži sa zároveň položka Náhrada príjmu a taktiež klesá aj dlh rodiny.

Tabuľka 2. Výpočet veľkosti poistného krytia počas 3. etapy životného cyklu

1. Konečné výdavky	+ 1 847,33 €
2. Náhrady príjmu	+ 156 959,10 €
3. Strata príjmu počas prisp. obdobia	+ 5 490,00 €
4. Splácanie dlhov	+ 48 435,00 €
5. Náklady na vysokú školu	0
6. Iné špeciálne náklady	0
7. Medzisúčet	**+ 212 731,43 €**
8. Vládne benefity	- 51 553,78 €
9. Súčasné poistné aktíva	- 10 000,00 €
10. Potreba ŽP	**151 177,65 €**

Zdroj: vlastné spracovanie na základe modelového výpočtu

Štvrtá etapa končí posledným dňom 61. roku života jednotlivca. Ovplyvňujúcimi faktormi tohto obdobia je osamostatnenie sa detí a príprava na starobný dôchodok. Modelová

osoba sa nachádza v produktívnom veku, no jej finančné rozhodnutia smerujú k príprave na postproduktívne obdobie. S osamostatnením detí končí aj ich nárok na sirotský dôchodok, v prípade úmrtia živiteľa rodiny. Položka 1 (Konečné výdavky), položka 3 (Strata príjmu počas prispôsobovacieho obdobia) a položka 4 (Splácanie dlhov) ostávajú nezmenené, v porovnaní s ich výškou v tretej etape životného cyklu. Výsledná suma potreby poistného krytia sa teda v porovnaní s predchádzajúcou etapou významne znížila.

Tabuľka 3. Výpočet veľkosti poistného krytia počas 4. etapy životného cyklu

1. Konečné výdavky	+ 1 847,33 €
2. Náhrady príjmu	+ 70 244,55 €
3. Strata príjmu počas prisp. obdobia	+ 5 490,00 €
4. Splácanie dlhov	+ 48 435,00 €
5. Náklady na vysokú školu	0
6. Iné špeciálne náklady	0
7. Medzisúčet	**126 016,88 €**
8. Vládne benefity	- 43 860,67 €
9. Súčasné poistné aktíva	- 10 000,00 €
10. Potreba ŽP	**72 156,21 €**

Zdroj: vlastné spracovanie na základe výpočtu

Posledná skúmaná etapa životného cyklu je charakteristická odchodom manželov do dôchodku, prázdnym hniezdom ale taktiež i splatením záväzkov spojených s kúpou nehnuteľnosti. S týmito zmenami prichádzajú aj významné zmeny vo výpočte. Náhrady príjmu, Strata príjmu počas prispôsobovacieho obdobia ako aj položka Splácanie dlhov sú nulové. Výsledná suma medzisúčtu je teda opäť vo výške konečných výdavkov, ktoré sa nemenia v priebehu života.

Tabuľka 4. Výpočet veľkosti poistného krytia počas 5. etapy životného cyklu

1. Konečné výdavky	+ 1 847,33 €
2. Náhrady príjmu	0
3. Strata príjmu počas prisp. obdobia	0
4. Splácanie dlhov	0
5. Náklady na vysokú školu	0
6. Iné špeciálne náklady	0
7. Medzisúčet	+ 1 847,33 €
8. Vládne benefity	– 29 553,67 €
9. Súčasné poistné aktíva	0
10. Potreba ŽP	**– 27 706,34 €**

Zdroj: vlastné spracovanie na základe výpočtu

Na základe uskutočnených výpočtov môžeme konštatovať, že rovnaká poistná suma počas celého životného cyklu nie je potrebná, ani vhodná, a ani postačujúca. S vývojom rizík sa potreba životného poistenia a krytia priebežne mení v rôznych fázach životného cyklu. Markantné rozdiely sú viditeľné medzi jednotlivými etapami. Preto, podľa nášho názoru, inovatívne druhy životného poistenia, s vyvíjajúcou resp. meniacou sa poistnou sumou,

reálnejšie odrážajú poistné krytie, a to v nadväznosti na konkrétne – odlišné potreby v rôznych fázach životného cyklu.

5 Záver

Poistenie vo všeobecnosti slúži na prenos určitých druhov rizík z jednotlivca na skupinu, v prípade životného poistenia ide o riziko dožitia a riziko úmrtia (Ducháčková, 2009). V súvislosti týmito rizikami vznikajú v oblasti osobných financií dve základné situácie, ktoré môžu negatívne ovplyvniť finančnú stabilitu rodiny. Ide o riziko predčasného úmrtia jednotlivca alebo živiteľa rodiny a o riziko dlhovekosti (Garman, Forgue, 2014). V prípade prvej situácie spočíva riziko v tom, že jednotlivec takzvane „prežije svoje úspory" vytvorené pre spotrebu v postproduktívnom období svojho života. V prípade predčasného úmrtia sa jedná o riziko straty príjmu rodiny. Osobitne v prípade prítomnosti závislých osôb a existencie významnej zadĺženosti rodiny spôsobuje táto druhá situácia významné negatívne dopady na dovtedajšiu životnú úroveň rodiny. V našom modelovom príklade sme identifikovali kľúčové momenty v životnom cykle jednotlivca, stanovili sme mieru ich vplyvu na rodinný rozpočet, a to v čase, tzn. v jednotlivých fázach vývoja životného cyklu človeka.

Našimi výsledkami potvrdzujeme, že jednotlivec nepotrebuje poistné krytie v rovnakej výške počas celého svojho života, ale že potreba poistného krytia sa v čase mení. Na základe výpočtu poistnej sumy sme zistili, že najvyššiu potrebu životného poistenia má živiteľ rodiny v etape, v ktorej si zakladá rodinu a kedy sa mu rozrastajú jeho aktíva. Rezonujúcim faktorom, ktorý vplýva na veľkosť poistnej sumy je situácia, kedy sa k živiteľovi viažu závislé osoby. V prípade úmrtia môže dôjsť k finančnej nestabilite týchto osôb. Preto je potrebné zabezpečiť tieto osoby pred prípadným ohrozením významného prepadu životných štandardov, až finančného kolapsu. Okrem závislých osôb má na veľkosť poistnej sumy veľký vplyv i vlastníctvo nehnuteľností a hnuteľných vecí, ktoré boli obstarané prostredníctvom úveru alebo hypotéky. Samotný záväzok úmrtím živiteľa nezaniká, preto existuje reálna potreba mať schopnosť – alebo zdroj, tieto záväzky uhradiť. Pri stanovení poistnej sumy za jednotlivé etapy sme zistili, že priebeh má v čase konkávny tvar. Tento jav môžeme odôvodniť tým, že v priebehu času vznikajú ale i zanikajú potreby zabezpečenia živiteľa samotného, ako i k nemu sa viažúcich závislých osôb.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0827/18 ***Experimentálne skúmanie faktorov ovplyvňujúcich rozhodovanie ekonomických subjektov***

Literatúra

1. Bernheim, B. D. (1991). How Strong Are Bequest Motives? Evidence Based on Estimates of the Demand for Life Insurance and Annuities. In *Journal of Political Economy*. 1991, ISSN 0022-3808, roč. 99, č. 5, s. 899 - 927.
2. Česká bankovní asociace. (2017). *Životní etapy*. Praha. Dostupné na http://www.financnivzdelavani.cz/ja-ve-svete-financi/zivotni-etapy.
3. Campbell, R. A. (1980). The Demand For Life Insurance: An Application of the Economics of Uncertainty. In *The Journal of Finance*. 1980, ISSN 1540-6261, roč. 35, č. 5, s. 1155 - 1172.
4. Ducháčková, E. (2009). *Principy pojištění a pojišťovnictví*. Praha: Vydavateľstvo Ekopress, 2009, tretie vydanie, 224 s. ISBN 9788086929514.
5. Filip, M. (2006). *Osobní a rodinné bohatství. Kam s penězi*. Praha: C. H. Beck, s. 474. ISBN 80-7179-416-3.

6. Fischer, S. (1973). A Life Cycle Model of Life Insurance Purchases. In *International Economic Review*. 1973, ISSN 1468-2354, roč. 14, č. 1, s. 132 - 152.
7. Garcia, A. – Gurat, J. (2003). *Social protection*. Geneva: International Labour Office, 2003, s. 3. ISBN 92-2-115181-6.
8. Garman, E. T. – Forgue, R. (2014). *Personal finance*. 12 vydanie. Boston: Cengage Learning, 2014, s. 351-352. ISBN 13-978-1-133-59583-0.
9. Gerbery, D. – Lesay, I. – Škobla, D. (2007). *Kniha o chudobe*. Bratislava: Priatelia Zeme-CEPA, 2007, s. 9-10. ISBN 978-80-968918-9-4. Dostupné na <http://globalnevzdelavanie.sk/sites/default/files/kniha_o_chudobe.pdf>.
10. Hakansson, N. H. (1969). Optimal Investment and Consumption Strategies Under Risk, an Uncertain Lifetime, and Insurance. In *International Economic Review*. 1969, ISSN 1468-2354, roč. 10, č. 3, s. 443 -466.
11. Karni, E. – Zilcha, I. (1986). Risk Aversion in the Theory of Life Insurance: The Fisherian Model. In *The Journal of Risk and Insurance*. 1986, ISSN 0022-4367, roč. 53, č. 4, s. 606 - 620.
12. Keown, A. J. (2016). *Personal Finance: Turning Money into Wealth.* PEARSON EDUCATION, 2016. s. 293. ISBN 978-0-13-385643-9.
13. Kotlár, J. a kol. (2016). *Príjmy, výdavky a spotreba súkromných domácností SR*. Bratislava: Štatistický úrad SR. s. 184. ISBN 978-80-8121-473-8.
14. Lewis, F. D. (1989). Dependents and the Demand for Life Insurance. In *The American Economic Review*. 1989, ISSN 0002-8282 , roč. 79, č. 3, s. 452 - 467.
15. Milevsky, M. A. – Gottesman, A. A. (2002). *Insurance Logic. Risk Management Strategies for Canadians*. Toronto: STODDART, 2002. s. 16. ISBN 0-7737-3326-4.
16. Národná banka Slovenska. (2018). *Súhrnné štatistické údaje poistného sektora*. <https://www.nbs.sk/sk/dohlad-nad-financnym-trhom-prakticke-informacie/publikacie-a-vybrane-udaje/vybrane-udaje/suhrnne-statisticke-udaje-poistneho-sektora>.
17. Pissarides, C. A. (1980). The Wealth-Age Relation with Life Insurance. In *Economica*. 1980, ISSN 1468-0335 , roč. 47, č. 188, s. 451 - 457.
18. Yaari, M. E. (1965). Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer. In *Review of Economic Studies*. 1965, ISSN 1467-937X , roč. 32, č. 2, s. 137 - 150.

Vlastnícky vzťah k bývaniu v krajinách EÚ

Housing Tenure Status in the EU Countries

Ľubica Sipková[1], Viera Labudová[2]

Abstrakt

Právo na bývanie patrí k základným ľudským právam. Bolo to zakotvené v celom rade medzinárodných nástrojov v oblasti ľudských práv a jeho plnenie je pravidelne monitorované Organizáciou Spojených národov a Európskou komisiou. Jednotlivé krajiny EÚ sa líšia v štruktúre obyvateľov podľa vlastníckeho vzťahu k svojmu obydliu. V príspevku sme tieto rozdiely medzi vybranými krajinami EÚ kvantifikovali pomocou štatistickej miery podobnosti štruktúr. Použili sme údaje jednotného štatistického zisťovania v EÚ o príjmoch a životných podmienkach (Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach domácností, EU SILC). Súbor obsahoval údaje o rozdelení obyvateľstva podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu (vlastník obydlia zaťaženého pôžičkou alebo hypotékou, vlastník obydlia nezaťaženého pôžičkou alebo hypotékou, podnájomník, ktorý platí trhové nájomné, podnájomník ktorý platí znížené nájomné alebo mu je ubytovanie poskytované bezplatne).

Kľúčové slová

sociálne bývanie, EU SILC, podobnosť štruktúr, kosínusový koeficient

Abstract

The right to housing is a basic human right. This has been established in a range of international human rights instruments and the right is regularly monitored by the United Nations and by European Commission. The individual EU countries differ in the distribution of population by tenure status. We quantified these differences between selected EU countries using a statistical measure of similarity of structures. We used data from the European Union Statistics on Income and Living Conditions (EU SILC). The dataset contained data on distribution of population by tenure status (owner, with mortgage or loan; owner, no outstanding mortgage or housing loan; tenant, rent at market price and tenant, rent at reduced price or free).

Key words

social housing, EU SILC, similarity of structures, cosine coefficient

JEL classification

I32, I33, D63

1 Úvod

Bývanie je nielen základnou ľudskou potrebou, ale patrí aj k základným sociálnym právam (Scanlon, Arrigoitia & Whitehead, 2015). Je preto povinnosťou každej krajiny vytvoriť pre svojich vlastných občanov podmienky pre uplatňovanie takéhoto práva a to bez ohľadu na jej hospodársky rozvoj, politickú situáciu alebo sociálne podmienky (Terminski, 2011). Prístup k vhodnému bývaniu je právom uznávaným medzinárodnou legislatívou už mnoho rokov. Právo na primerané bývanie bolo zakotvené vo Všeobecnej deklarácii ľudských práv v článku

[1] doc. Ing. Ľubica Sipková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, lubica.sipkova@euba.sk.

[2] doc. RNDr. Viera Labudová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, viera.labudova@euba.sk.

25. Deklarácia bola prijatá Organizáciou Spojených národov ešte v roku 1948. Rada Európy rieši otázku práva na bývanie v Európskej sociálnej charte prijatej v roku 1961 a revidovanej v roku 1996. V Európskej únii sa debata o bývaní začala rozvíjať hlavne koncom 90. rokov dvadsiateho storočia. Jej dôležitým referenčným bodom bolo uznesenie Európskeho parlamentu o sociálnych aspektoch bývania. Uznesenie požaduje vytvorenie takej politiky bývania na európskej úrovni, základom ktorej bude snaha o poskytnutie primeraného bývania pre všetkých. Tento záväzok bol konkretizovaný v Charte základných práv Európskej únie, ktorá bola prvýkrát vyhlásená v roku 2000 a zmenená a doplnená v roku 2007. V článku 34 Charty sa uvádza: „Únia uznáva a rešpektuje právo na sociálnu pomoc a podporu bývania, ktoré majú zabezpečiť dôstojnú existenciu všetkým, ktorí nemajú dostatočné prostriedky, podľa podmienok stanovených právom Únie a legislatívou jednotlivých štátov a jej uplatňovaním“ (Scanlon, Arrigoitia & Whitehead, 2015).

V podmienkach trhovej ekonomiky sa zodpovednosť za obstaranie vlastného bývania prenáša na občana. Dostupnosť bývania je tak priamo úmerná ekonomickým možnostiam jednotlivca. V spoločnosti sa však vyskytujú skupiny obyvateľstva, ktoré vzhľadom na charakter bytu ako tovaru nie sú schopné si samé zaobstarať primerané bývanie. Preto je potrebné vytvárať vhodné podmienky najmä pre bývanie znevýhodnených skupín obyvateľstva. Ako sa uvádza aj napr. v Koncepcii štátnej bytovej politiky do roku 2020 pre Slovenskú republiku, riešenie potreby bývania týchto skupín nie je možné zabezpečiť bez intervencií štátu a iných subjektov na trhu s bytmi (Koncepcia štátnej bytovej politiky do roku 2020).

Problematike sociálneho bývania v krajinách Únie sa venuje celý rad autorov. V publikáciách, ktoré sú venované tejto problematike sa môžeme stretnúť s analytickými štúdiami, ktoré sa okrem definovania sociálneho bývania, výziev a fungujúcich modelov sociálneho bývania v Európskej únii venujú opisu niektorých z najdôležitejších trendov v oblasti sociálneho bývania v krajinách Európy (Boelhouwer & Heijden, 1993; Braga & Palvarini, 2013; Cahill, 2014; Dewilde & Lancee, 2013; Harloe, 1994, 1995; Lux, Sunega & Katrňák, 2013; Pittini, 2012; Pittini, Ghekière & Dijol, 2015; Scanlon, Arrigoitia & Whitehead, 2015). Politika sociálneho bývania v Európskej únii je predmetom širších analýz v práci autorov Priemus & Dieleman (2002). Poggio & Whitehead (2017) naznačujú dva rozdielne prístupy k pochopeniu zmyslu sociálneho bývania.

Cieľom tohto článku je ukázať možnosti použitia mier na meranie podobnosti, resp. nepodobnosti štruktúr pri porovnávaní krajín Európskej únie vzhľadom na štruktúru ich obyvateľov vytvorenú podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu.

2 Definovanie sociálneho bývania v krajinách Európskej únie

Európska komisia prenáša zodpovednosť za bytovú politiku na jednotlivé členské štáty, preto v Európskej únii neexistuje jednotná európska definícia pojmu „sociálne bývanie“. Jednotlivé členské štáty majú vlastné definície, ktorých obsahová náplň súvisí aj s tým, na akej úrovni sa v rámci tohto sektora realizujú verejné intervencie. Rozdiely medzi jednotlivými krajinami sú aj v používaní pojmu sociálne bývanie (*social housing*). Napríklad v Rakúsku sa na pomenovanie tohto druhu bývania používajú výrazy „bývanie s obmedzeným ziskom“ (*limited-profit housing*) alebo „ľudové bývanie“ (*people's housing*), Dánsko používa pojmy „spoločné bývanie“ (*common housing*) alebo „neziskové bývanie“ (*not-for-profit housing*), Francúzsko zas výraz „bývanie za mierny nájom“ (*housing at moderate rent*), v

Nemecku sa používa pojem „podporované bývanie“ (*housing promotion*), v Španielsku „chránené bývanie“ (*publically protected housing*) a vo Švédsku pojem „bývanie formou verejnej služby" (*public utility housing*) (Braga & Palvarini, 2013). Pojem sociálne bývanie,

alebo jeho jazykový ekvivalent sa používa v bytovej politike na Slovensku, v Holandsku a v Srbsku.

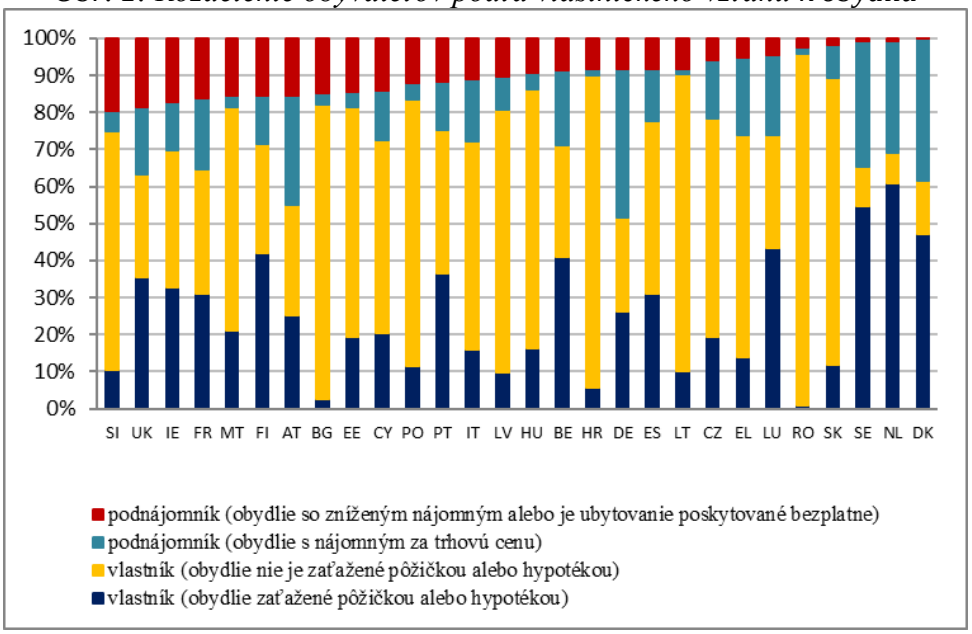
Všetky členské krajiny EU sa aj napriek existujúcim sémantickým rozdielom zhodujú pri vymedzovaní pojmu označujúceho sociálne bývanie na troch spoločných prvkoch: zmyslom sociálneho bývania je verejný záujem, účelom sociálneho bývania je zvýšenie ponuky cenovo dostupného bývania výstavbou, správou, alebo jeho nákupom a určenie konkrétnych cieľových skupín, pre ktoré je určené sociálne bývanie, vychádza zo sociálno-ekonomického statusu príjemcu tohto druhu bývania alebo z prítomnosti rizikových faktorov (Koncepcia štátnej bytovej politiky do roku 2020; Braga & Palvarini, 2013).

3 Sociálne bývanie v krajinách EU na základe údajov EU SILC

Prejavom rôznorodosti v prístupoch k definovaniu sociálneho bývania v jednotlivých krajinách Európskej únie sú veľké rozdiely v objeme sociálneho bývania v jednotlivých krajinách. Údaje o objeme bytového fondu určeného na sociálne bývanie poskytuje organizácia CECODHAS (*Comité Européen de Coordination de l'Habitat Social*). Okrem CECODHASu môžeme pre sledovanie rozsahu sociálneho bývania využiť Štatistiky EÚ o príjmoch a životných podmienkach (EU SILC). EU SILC poskytuje údaje o rozdelení osôb žijúcich v súkromných domácnostiach podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu, typu domácnosti a podľa príjmu (premenná ilc_lvho02). Na základe tohto zisťovania sú obyvatelia rozdelení podľa ich vlastníckeho vzťahu k obydliu na vlastníkov (vlastník obydlia zaťaženého pôžičkou alebo hypotékou, vlastník obydlia nezaťaženého pôžičkou alebo hypotékou) a podnájomníkov (podnájomník, ktorý platí trhové nájomné, podnájomník ktorý platí znížené nájomné alebo mu je ubytovanie poskytované bezplatne). Objem sociálneho bývania možno sledovať cez podiel nájomníkov, ktorým je ubytovanie prenajímané za zníženú cenu alebo bezplatne (Pittini, Ghekière & Dijol, 2015).

V roku 2016 žilo 69,2 % obyvateľov EÚ vo vlastnom obydlí, a 30,8 % obyvateľov žilo v podnájme. V obydliach prenajímaných za nižšie ako trhové nájomné alebo poskytovaných pre účely bývania bezplatne, žilo takmer 11 % obyvateľov.

Obr. 1: Rozdelenie obyvateľov podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu

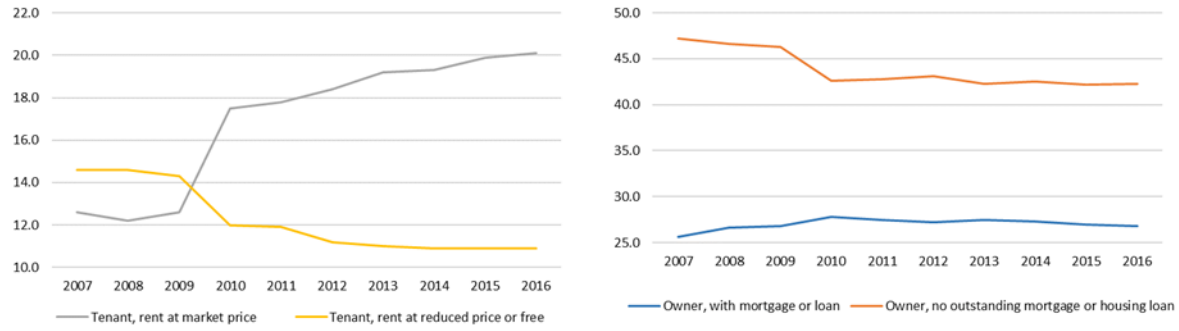


Zdroj: Eurostat (online data code: ilc_lvho02), vlastné spracovanie

Podiel obyvateľov žijúcich v obydlí so zníženou cenou nájmu alebo bývajúcich v obydlí poskytovanom bezplatne bol nižší ako 20,0 % vo všetkých členských štátoch EÚ. Najviac ich bolo v Slovinsku (19,6 %), Spojenom kráľovstve (18,6 %) a v Írsku (17,1 %). Najmenší podiel podnájomníkov v obydlí so zníženým nájomným alebo neplatiacich nájomné mali Švédsko (0,8 %), Holandsko (0,7 %) a Dánsko (0,1 %). Na Slovensku predstavoval podiel takýchto nájomníkov 1,6 % a v Českej republike 5,8 % (Obr. 1).

Pri sledovaní vývoja objemu sociálneho bývania môžeme konštatovať, že dochádza k jeho poklesu. Za posledných 10 rokov klesol podiel obyvateľov žijúcich v obydlí so zníženou cenou nájmu alebo bývajúcich v obydlí poskytovanom bezplatne z maximálnej hodnoty 14,6 % v roku 2007 na 10,9 % v roku 2016 (priemerný koeficient rastu/poklesu mal v tomto období hodnotu 0,968). Naproti tomu podiel osôb žijúcich v nájomných bytoch s trhovou cenou sa medzi rokmi 2007 a 2016 zvýšil (priemerný koeficient rastu mal hodnotu 1,053) približne o 7,5 percentuálneho bodu (obrázok 2).

Obr. 2: Zmeny v štruktúre obyvateľstva podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu v rokoch 2007 až 2016



Zdroj: Eurostat (online data code: ilc_lvho02), vlastné spracovanie

Rozdiely v štruktúre obyvateľov jednotlivých krajín EU podľa ich vlastníckeho vzťahu k obydliu sme sa pokúsili vyčísliť pomocou koeficienta podobnosti štruktúr. Porovnali sme takto vytvorenú štruktúru obyvateľov na Slovensku so štruktúrami ostatných krajín EU. Na porovnanie sme použili kosínusový koeficient, ktorý sa používa na kvantifikáciu podobnosti štruktúr.

V prípade dvoch štruktúr, ktorých komponenty sú vyjadrené relatívne, štruktúry sú zhodné len vtedy, ak platí $p_{1k} = p_{2k}$ kde p_{1k} je podiel *k*-tého komponentu na celku prvej štruktúry, p_{2k} je podiel *k*-tého komponentu na celku druhej štruktúry (k = 1, 2, ..., m) a m je počet komponentov štruktúry.

Jednou z možností merania podobnosti dvoch štruktúr je meranie pomocou uhla, ktorý zvierajú dva nezáporné vektory (štruktúry) $\mathbf{p}_1$ a $\mathbf{p}_2$. Uhlom dvoch nezáporných vektorov je uhol φ, $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

Kosínus uhla, ktorý zvierajú tieto dva nezáporné vektory $\mathbf{p}_1$ a $\mathbf{p}_2$ dané svojimi súradnicami, je kosínusový koeficient podobnosti štruktúr. Vypočítame ho podľa vzťahu:

$$k(p_1, p_2) = \frac{\sum_{k=1}^{m} p_{1k} p_{2k}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m} p_{1k}^2 \sum_{k=1}^{m} p_{2k}^2}} \qquad (1)$$

Ak sú štruktúry zhodné, potom $k(p_1, p_2)=1$, v prípade ich úplnej rozdielnosti $k(p_1, p_2)=0$. Kosínusový koeficient nadobúda teda hodnoty z intervalu $\langle 0,1\rangle$, pričom jeho vyššia hodnota signalizuje vyšší stupeň podobnosti štruktúr (Kahounová, 1994).

Štruktúre obyvateľov Slovenska podľa ich vlastníckeho vzťahu k obydliu sú najpodobnejšie štruktúry obyvateľov Lotyšska, Litvy, Maďarska, Chorvátska, Poľska, Rumunska a Bulharska. Koeficient podobnosti štruktúr nadobudol v tejto skupine krajín hodnoty od 0,9924 až do 0,9770. Príčinou takejto vysokej podobnosti nie je pravdepodobne zložka vyjadrujúca podiel obyvateľov žijúcich v obydlí prenajímanom za nižšiu ako trhovú cenu alebo poskytovanom bezplatne (jej podiel je u týchto krajín v rozmedzí od 14,8 %, v prípade Bulharska po 1,6 %, v prípade Slovenska), ale skôr komponent predstavujúci podiel obyvateľov, ktorí sú vlastníkmi obydlia nezaťaženého pôžičkou alebo hypotékou. Podiel tejto skupiny vlastníkov je v danej skupine krajín od 95 % v Rumunsku do 70,1 % v Maďarsku (Tab. 1).

Najmenšia je podobnosť medzi štruktúrou vytvorenou podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu obyvateľov Slovenska a štruktúrou obyvateľov Holandska ($k(p_1, p_2)=0{,}2971$), Švédska ($k(p_1, p_2)=0{,}3403$) a Dánska ($k(p_1, p_2)=0{,}4065$). Nízky stupeň podobnosti je s najväčšou pravdepodobnosťou spôsobený rozdielmi v objeme komponentu, ktorý je tvorený podielom vlastníkov obydlia nezaťaženého hypotékou. Na Slovensku predstavuje táto skupina vlastníkov 89,5 % obyvateľov, vo Švédsku je ich len 10,4 %, v Holandsku 8 % a v Dánsku 14,4 %. Výrazné rozdiely sú aj v podiele obyvateľov žijúcich v obydlí, ktoré je prenajímané za nižšiu ako trhovú cenu alebo je poskytované bezplatne. Na Slovensku je ich dvakrát viac ako vo Švédsku, približne 2,3-krát viac ako v Holandsku a 16-krát viac ako v Dánsku (Tab. 1).

Tab. 1: Koeficient podobnosti v roku 2016 (porovnanie Slovenska a ostatnými krajinami EU)

LV	**LT**	**HU**	**HR**	**PO**	**RO**	**BG**	**CZ**	**EL**
0.9924	0.9917	0.9898	0.9892	0.9883	0.9854	0.9770	0.9743	0.9729
EE	**IT**	**SI**	**MT**	**CY**	**ES**	**PT**	**IE**	**FR**
0.9678	0.9665	0.9632	0.9574	0.9455	0.8966	0.8041	0.7959	0.7717
AT	**BE**	**LU**	**UK**	**FI**	**DE**	**DK**	**SE**	**NL**
0.7140	0.6890	0.6799	0.6744	0.6706	0.6138	0.4065	0.3403	0.2971

Zdroj: Eurostat (online data code: ilc_lvho02), vlastné spracovanie

V skupine krajín s najväčším podielom sociálneho bývania (SI, UK, IE, FR, MT, FI, AT) mali najpodobnejšiu štruktúru obyvateľstva vytvorenú podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu: Írsko a Francúzsko, Spojené kráľovstvo a Francúzsko, Spojené Kráľovstvo a Fínsko, Slovinsko a Malta (Tab. 2).

Tab. 2: Koeficient podobnosti v roku 2016 (krajiny s najvyšším podielom sociálneho bývania)

	SI	**UK**	**IE**	**FR**	**MT**	**FI**	**AT**
SI	1.0000	0.7399	0.8480	0.8179	**0.9842**	0.7196	0.7526
UK	-	1.0000	0.9808	**0.9884**	0.8101	**0.9876**	0.9519
IE	-	-	1.0000	**0.9916**	0.9077	0.9766	0.9318
FR	-	-	-	1.0000	0.8723	0.9703	0.9703
MT	-	-	-	-	1.0000	0.8106	0.7855
FI	-	-	-	-	-	1.0000	0.9031

Zdroj: Eurostat (online data code: ilc_lvho02), vlastné spracovanie

V skupine krajín s najnižším podielom sociálneho bývania (CZ, EL, LU, RO, SK, SE, NL, DK) mali najpodobnejšiu štruktúru obyvateľstva vytvorenú podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu: Česká republika a Grécko, Švédsko a Holandsko, Švédsko a Dánsko (Tab. 3).

Tab. 3: Koeficient podobnosti v roku 2016 (krajiny s najnižším podielom sociálneho bývania)

	CZ	EL	LU	RO	SK	SE	NL	DK
CZ	1.0000	**0.9936**	0.8166	0.9244	0.9743	0.5300	0.4865	0.5921
EL	-	1.0000	0.7772	0.9286	0.9729	0.4922	0.4386	0.5675
LU	-	-	1.0000	0.5480	0.6799	0.9136	0.8995	0.9242
RO	-	-	-	1.0000	0.9854	0.1756	0.1322	0.2470
SK	-	-	-	-	1.0000	0.3403	0.2971	0.4080
SE	-	-	-	-	-	1.0000	**0.9947**	**0.9907**
NL	-	-	-	-	-	-	1.0000	0.9718
DK	-	-	-	-	-	-	-	1.0000

Zdroj: Eurostat (online data code: ilc_lvho02), vlastné spracovanie

4 Záver

Bývanie, ako jedna zo základných ľudských potrieb, zohráva kľúčovú úlohu pri posilňovaní sociálnej súdržnosti. Hoci je bývanie považované za univerzálne právo a hoci je kvalitné a cenovo dostupné bývanie prioritou každej spoločnosti, viac ako tri milióny ľudí v Európe stále nemajú slušné bývanie. Za sociálny nástroj na riešenie potrieb bývania je považované sociálne bývanie.

V článku sme na opis rozsahu sociálneho bývania použili ako dátový zdroj Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach domácností EU SILC. Na základe výsledkov tohto zisťovania možno rozdeliť osoby žijúce v súkromných domácnostiach podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu, v ktorom žijú na vlastníkov (vlastník obydlia zaťaženého pôžičkou alebo hypotékou, vlastník obydlia nezaťaženého pôžičkou alebo hypotékou) a podnájomníkov (podnájomník, ktorý platí trhové nájomné, podnájomník, ktorý platí znížené nájomné alebo mu je ubytovanie poskytované bezplatne). Rozsah sociálneho bývania sa sleduje cez podiel podnájomníkov ktorí platia znížené nájomné alebo im je ubytovanie poskytované bezplatne. Rozdiely v objeme sociálneho bývania medzi Slovenskom a vybranými krajinami EÚ v roku 2016 boli kvantifikované pomocou miery podobnosti štruktúr. Kosínusový koeficient podobnosti signalizuje vysokú úroveň podobnosti medzi štruktúrou obyvateľstva Slovenska podľa vlastníckeho vzťahu k obydliu a takouto štruktúrou v Lotyšsku (0,9924), Litve (0,9917), Maďarsku (0,9898), Chorvátsku (0,9892), Poľsku (0,9883), Rumunsku (0,9854) a Bulharsku (0,9770).

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0770/17 *Dostupnosť bývania na Slovensku*.

Literatúra

1. Bartošová, J. & Bína, V. (2010). *Influence of the relative poverty on the structure of household expenditures in the Czech Republic*. ICABR 2008–VI. International Conference on Applied Business Research Ras Al Khaimah 29.11. 2010–03.12.
2. Braga, M. & Palvarini, P. (2013). *Social Housing in the EU*. Retrieved June 18, 2018 from: http://www.iut.nu/Literature/EU/EU_and_SocialHousing_Jan_2013.pdf.
3. Cahill, N. (2014). *Financing of Social Housing in Selected European Countries*. NESC Secretariat Papers, Paper No. 11. National Economic and Social Development Office.

Dublin, Ireland, 36 s. From: http://www.nesc.ie/en/publications/publications/nesc-secretariat-papers/secretariat-paper-11/

4. Dewilde, C., Bram Lancee, B. (2013). Income Inequality and Access to Housing in Europe. *European Sociological Review*, 29(6), 1189–1200. https://doi.org/10.1093/esr/jct009.
5. Harloe, M. (1994). Social housing—past, present and future. *Housing Studies*, 9(3), https://doi.org/10.1080/02673039408720796.
6. Harloe, M. (1995). The People's Home? Social Rented Housing in Europe and America. Oxford: Blackwell. Doi:10.1002/9780470712825.
7. Koncepcia štátnej bytovej politiky do roku 2020. Retrieved June 05, 2018, from: http://www.telecom.gov.sk/index/index.php?ids=81554.
8. Lux, M., Sunega, P., Katrňák, T. (2013). Classes and Castles: Impact of Social Stratification on Housing Inequality in Post-Socialist States.“ *European Sociological Review* 29 (2): 274-288. ISSN 0266-7215.
9. P Boelhouwer, P., Heijden, H. (1993). Housing policy in seven European countries: The role of politics in housing. *Netherlands journal of housing and the built environment*, 8 (4), 383-404.
10. Pittini, A. (2012). Social Housing in the European Union. *TECHNE - Journal of Technology for Architecture and Environment*, 4(2012), 21-34. Doi:10.13128/Techne-11486.
11. Pittini, A., Ghekière, L., & Dijol, J. (2015). *The State of Housing in the EU 2015*. Retrieved January 21, 2018, from: http://www.housingeurope.eu/resource-468/the-state-of-housing-in-the-eu-2015.
12. Poggio, T. & Whitehead, CH. (2017). Social Housing after the Global Financial Crisis: Further Evidence. *Critical Housing Analysis*, 4(2), 1-7, ISSN: 2336-2839, doi: 10.13060/23362839.2017.4.2.381.
13. Priemus, H., & Dieleman, F. (2002). Social Housing Policy in the European Union: Past, Present and Perspectives. *Urban Studies*, 39(2), 191–200. Retrieved June 15, 2018, from: http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1080/00420980120102911.
14. Scanlon, K., Arrigoitia, M. F., & Whitehead, Ch. (2015). *Social housing in Europe. European Policy Analysis*, (17), 1–12. Retrieved January 21, 2018, from: http://eprints.lse.ac.uk/62938/1/Fernandez_Social%20housing%20in%20Europe_2015.pdf
15. Terminski, B. (2011). The right to adequate housing in international human rights law: Polish transformation experiences. *Revista Latinoamericana de Derechos Humanos*, 22(2), 219–241.

Pohľad na emigráciu v Európskej únii v roku 2016
View of emigration in the European Union in 2016

Daniela Sivašová[1]

Abstrakt
V príspevku analyzujeme vybrané ukazovatele, ktoré charakterizujú vývoj migrácie v krajinách Európskej únie v roku 2016. Cieľom príspevku je podrobnejšie nahliadnuť do problematiky migrácie, konkrétne emigrácie v Európskej únií a v Slovenskej republike, ktorá je súčasťou tohto integračného celku. Pri spracovaní problematiky sme využili údaje získané zo Štatistického úradu Slovenskej republiky z DATAcube. Prostredníctvom grafických prezentácií, výpočtov a výstupov sme postupne opísali štruktúru emigrácie, smer, akým sa vyvíja a na základe vypočítaných ukazovateľov migrácie sme zhodnotili jej stav.

Kľúčové slová
migrácia, mobilita, emigrant, imigrant, trvalý pobyt

Abstract
We analyse in the paper selected indicators that characterize the evolution of migration in the European Union countries in 2016. The aim of the paper is to look more closely into the issue of migration, namely emigration in the European Union and the Slovak Republic, which is part of this integration unit. When processing the issue, we used the data obtained from the Statistical Office of the Slovak Republic from DATAcube. Using graphical presentations, calculations and outputs, we have gradually described the structure of emigration, the direction in which it evolved, and on the basis of the calculated migration indicators, we have evaluated its status.

Key words
migration, mobility, emigrant, immigrant, permanent residence

JEL classification
J11

1 Úvod

S migráciou obyvateľstva sa stretávame od počiatku ľudstva. Túžba dobývať nové svety je staršia než zámery tento pohyb obmedzovať. Ľudia sa začali sťahovať a neustále sa sťahujú z mnohých dôvodov, či už ide o dôvody politické, ekonomické, náboženské, kultúrne a iné. Dnes žijeme v prvej časti 21. storočia a migrácia i dnes predstavuje významný fenomén súčasnej doby. Emigrácia, ako jedna zložka migrácie, predstavuje dlhodobé alebo trvalé vysťahovanie z krajiny pôvodu do cudzej krajiny, krajiny cieľovej. Európska únia, okrem iného, zaručuje v rámci Schengenského priestoru slobodný pohyb obyvateľov členských štátov a s ním nielen právo pracovať, ale aj hľadať si prácu vo všetkých dvadsiatichôsmich krajinách EÚ, Nórsku, Islande, Lichtenštajnsku a za dodržania určitých podmienok i vo

[1] RNDr. Daniela Sivašová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: daniela.sivasova@euba.sk

Švajčiarsku. To je dôvod, prečo aj pracovná migrácia vzrastá rýchlym tempom. Sťahovanie ľudí ovplyvňuje aj mnoho iných faktorov, zapríčinením ktorých jej čísla naďalej rastú. Migrácia je preto pokladaná za najkontroverznejšiu tému a fenomén 21. storočia.

2 Kľúčové pojmy problematiky migrácie

Migrácia (z lat. *„migratio“* – sťahovanie, premiestnenie, cestovanie) predstavuje sťahovanie jednotlivca alebo skupín z jedného regiónu či štátu do iného regiónu, či štátu. Ide o demografický jav, chápaný na úrovni vnútroštátnej i medzinárodnej úrovne (Gallová Kriglerová, Vylitová, 2007). Je veľmi dôležité, aby migrácia nebola označovaná ako mobilita. Viacerí autori poukazujú na odlišnosť týchto dvoch pojmov. **Mobilita** zahrňuje všetky druhy pohybu osôb, vrátane toho dočasného, s rôznym účelom, smerom, vzdialenosťou či periodicitou. Oproti migrácií je tak širšie a komplexnejšie chápaná. Migrácia je apriórne uvádzaná v súvislosti so zmenou trvalého bydliska (Kalibová, 2005).

Hoci je migrácia významným demografickým, sociologickým, ekonomickým, geografickým a historickým javom, nemá ucelený teoretický základ. Existuje však viacero čiastkových teórií, na základe ktorých možno k danej problematike pristupovať. Tieto koncepty sú v spoločnosti kriticky analyzované a sústavne diskutované.

Podľa kritéria lokalizácie rozlišujeme migráciu na**:**

- **vnútornú** resp. **vnútroštátnu**– sťahovanie bez prekročenia hraníc štátu,
- **vonkajšiu** resp. **medzinárodnú**– sťahovanie s prekročením hraníc štátu.

Na základe kritéria príčiny môže byť migrácia:

- **dobrovoľná** – tá sa ďalej člení na pracovnú, reťazovú, neimigračnú a inovačnú,
- **nedobrovoľná** – ďalej klasifikovaná ako vnútená a vynútená**.**

Posledné kritérium časovosti rozdeľuje migráciu do dvoch nasledujúcich skupín:

- **permanentná** inak stála migrácia, pre ktorú je charakteristické trvalé zmenenie bydliska,
- **dočasná** migrácia, ktorá je ohraničená dobou presídlenia (Palát, 2015).

Okrem týchto troch kritérií je nevyhnuté, vzhľadom k súčasnému rozsahu nelegálnych migrantov, doplniť predchádzajúce členenia o ďalšie a to, podľa legálnosti pohybu a podľa počtu migrantov.

Podľa toho, či je presídľovanie v súlade s príslušným zákonom, delíme migráciu na:

- **legálnu** migráciu,
- **nelegálnu** migráciu (Eurostat, 2018).

V prvom prípade ide o pohyb osôb v súlade so zákonmi vzťahujúcimi sa na určitú krajinu, v ktorej migranti študujú, pracujú alebo žijú. V druhom prípade bol v niektorom bode zákon porušený. Nasledovalo tak ilegálne vniknutie migrantov do krajiny napr. bez víz, bez cestovného dokladu, s falošnými dokladmi, mimo hraničného prechodu a iné. Ďalšou skupinou ilegálnych migrantov sú i osoby, ktoré sa stali obeťami obchodu s ľuďmi.

Podľa počtu migrantov rozlišujeme migráciu :

- **individuálnu** migráciu,
- **masovú** migráciu.

Rovnako dôležité ako členenie samotnej migrácie, je rozlíšenie dvoch základných typov migrantov. **Za migranta** sa podľa OSN považuje osoba, ktorá zmenila svoju krajinu trvalého

pobytu a z tejto krajiny sa presťahovala do inej minimálne na obdobie troch mesiacov. Migranti tak môžu nadobúdať jeden z dvoch statusov migranta a to (Eurostat, 2018):

- **imigrant** inak **prisťahovalec**, t. j. človek migrujúci na územie určitého štátu,
- **emigrant** inak **vysťahovalec**, t. j. človek migrujúci z územia určitého štátu.

Migranti nie vždy majú dôvod oznamovať svoj odchod orgánom krajiny, z ktorej odchádzajú. Aj dôsledkom toho sú relevantné údaje o medzinárodnej migrácii pomerne vzácne. Podľa Masseya za týmto žalostným stavom stoja dve hlavné príčiny.

1. Oproti tradičným imigračným krajinám ako napr. Spojené štáty americké má Európa len **nedávnu históriu zberu** a **zverejňovania** dát o medzinárodnej migrácii.
2. Európe **chýba** všeobecne uznávaný **teoretický rámec**, ktorý by uľahčil akumuláciu týchto informácií (Gallová, Kriglerová, Vylitová, 2007)

Ďalší rozpor súvisí s časovým hľadiskom. Nie každý, kto prekročí hranice, je považovaný za migranta. Aby bola osoba považovaná za medzinárodného migranta, politické smery uvádzajú ako podmienku dĺžku jej pretrvania v cudzej zemi, ktorá sa rovná jednému roku. Napriek tomu nie je jednoduché určiť presnú a jednoznačnú definíciu medzinárodného migranta, pretože údaje, ktoré poskytujú jednotlivé krajiny, často obsahujú určité nezrovnalosti vo výklade tohto pojmu. Dokonca nezhoda nastáva i u tých krajín, ktoré majú rovnakú metodológiu. Problémom sú aj zdroje údajov. Tie môžu pochádzať z cieľovej krajiny alebo zo zdrojovej krajiny. Manželia Kupiszewski tak sformulovali 2 zásady rozhodnutia o použití údajov. Do analýzy medzinárodných migračných tokov tak vstupujú údaje buď iba z **prijímajúcich krajín,** alebo z krajín, ktoré vykazujú **najvyššie hodnoty.** Obe pravidla tak zväčša vedú k rovnakým výsledkom (Kupiszewski, Kupiszewska, 1999).

Dôvody, pre ktoré sa ľudia rozhodnú opustiť svoje domovy, sú rôznorodé. Vo všeobecnosti však tieto motivátory môžeme rozdeliť do dvoch základných kategórií a to na **finančné** a **nefinančné.**

V oblasti teórie migrácie bol priekopníkom anglický geograf a kartograf Ernest Georg Revenstein, ktorý v rokoch 1885 až 1889 sformuloval sedem základných zákonov samotného procesu migrácie. **Revensteinové zákony**:

- Každý migračný tok vytvára spätnú migráciu.
- Najviac migrantov sa presídľuje v krátkej vzdialenosti.
- Pokiaľ sa migranti presídľujú na väčšiu vzdialenosť alebo sekvenciu viacerých kratších vzdialeností, vo väčšine prípadov sa usadia vo veľkých mestách.
- Vidiecke obyvateľstvo migruje viac ako mestské.
- Najväčšiu množinu migrantov tvoria dospelé osoby.
- Veľké mestá rastú skôr dôsledkom migrácie ako prirodzeného prírastku.

I keď boli vyššie uvedené zákony sústredené na dávno prebiehajúce migračné vlny, je nepopierateľné, že sú do značnej miery platné i na tie dnešné. Stále sú základňou na štúdium a analýzu migrácie i pre mnoho ďalších vedných disciplín, nielen pre samotnú demografiu.

3 Analýza emigrácie v súčasnom období v Európskej únie

Analýza emigrácie v členských štátoch Európskej únie sa dotýka dlhodobého alebo trvalého vysťahovanie z krajiny pôvodu do cudzej krajiny, krajiny cieľovej. V rámci EÚ je sledovaný jav pomerne rozsiahly a je významným predmetom štatistického skúmania. V tejto časti analyzujeme údaje získané z Eurostatu: *„Vysťahovalectvo podľa štátneho občianstva za rok 2015“*. So zreteľom na porovnateľnosť hodnôt emigrácie medzi členskými štátmi sme vypočítali percentuálny podiel emigrantov vzhľadom na celkový počet obyvateľov

v jednotlivých členských štátoch EÚ za rok 2015. Na základe našich analyzovaných údajov a výpočtov sa emigrácia v členských štátov EÚ, vzhľadom na celkový počet obyvateľov v týchto štátoch, pohybovala od 0,07% do 2,25%. Podľa percentuálneho podielu emigrantov v danej krajine je každá z nich začlenená do jednej z veľkostne zostavených skupín.

Luxemburské veľkovojvodstvo s **2,25%** emigráciou zastáva prvenstvo v počte emigrantov odchádzajúcich z krajiny. Luxembursko, i keď je rozlohou malá krajina, je pomerne bohaté. Nevýhodou a možným dôvodom, prečo ľudia odchádzajú z tejto krajiny, môžu byť vysoké životné náklady. Spolu s bohatstvom tejto krajiny totižto prudko rastú aj náklady na živobytie.

Druhou krajinou v poradí bola **Cyperská republika** s **2,03%** emigráciou. Od roku 1974 je republika etnicky rozdelená na Cyperských Grékov a Cyperských Turkov, čo je spojené s nepokojmi a neustálym vojenským dozorom. Situácia na ostrove vyvoláva nepokoje v spoločnosti, čo mnohých gréckych a tureckých obyvateľov tlačí do priaznivejšej situácie v samotnom Grécku či Turecku. V roku 2015 stále doznievala cyperská finančná kríza, ktorá mala významný vplyv na nezamestnanosť. Práve kvôli nej, mnoho Cyperčanov odchádzalo za prácou do zahraničia.

Naopak najmenší počet emigrantov v roku 2015, **0,07%**, mala **Slovenská republika** a umiestnila sa tak na poslednom mieste v tomto rebríčku. Slovensko je krajinou s úzkou väzbou na tradície, zvyky, nárečie a najmä na rodinu. Podľa medzinárodného výskumu európskych hodnôt je v slovenskej spoločnosti rodina jednou z najdôležitejších, ak nie práve najdôležitejšou hodnotou. Len malá skupina obyvateľov odchádza zo slovenského trvalého pobytu do cudzej krajiny. Časť Slovákov možno pracuje v zahraničí, ale opätovne sa vracajú za svojimi rodinami do trvalého pobytu v Slovenskej republike. Emigrácia tak v našom štáte dosahuje relatívne nízke čísla. Okrem Slovenska medzi trojicu najmenej emigrujúcich krajín patrí **Talianska republika** (**0,2417%**) a **Česká republika** (**0,2437%**).

4 Analýza emigrácie v súčasnosti na Slovensku

Slovensko je rýchlo starnúcou a vymierajúcou krajinou. Žijeme dlhšie, detí sa rodí menej a trendom posledných rokov je odchod mladých ľudí do zahraničia. I keď Slovenská republika v rámci analýzy emigrácie EÚ dosiahla posledné miesto v rebríčku, trend emigrácie je rastúci. Mnohí mladí ľudia opúšťajú Slovensko a idú študovať, či pracovať do cudziny, kde vidia väčší potenciál a viac príležitostí uplatniť svoje schopnosti.

Na báze údajov z databázy DATAcube., **„Vysťahovaní z trvalého pobytu na území SR“** za rok 2016, sme zhodnotili štruktúru emigrantov, cieľovú krajinu, kam emigranti smerujú a v neposlednom rade vývoj počtu slovenských emigrantov. Zdrojové údaje, doplnkové a výsledné hodnoty sa nachádzajú v *Tab.1*.

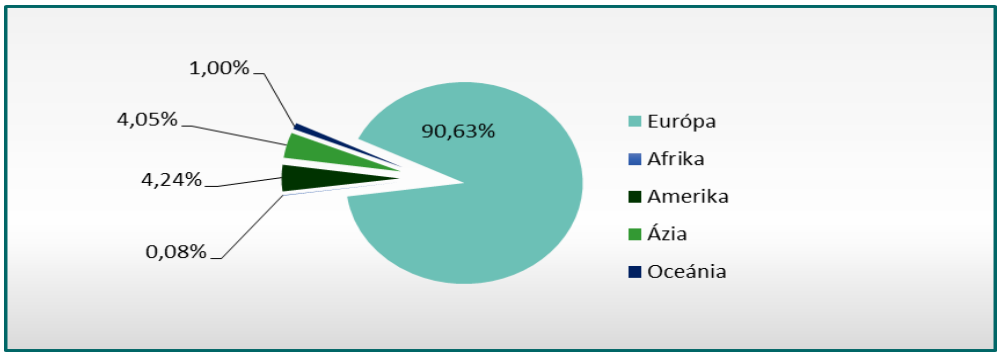
Na *Obr.1* je znázornený percentuálny podiel vysťahovaných emigrantov zo SR, podľa kontinentu, do ktorého sa rozhodli emigrovať. Potvrdzuje sa jeden z Revensteinových zákonov, ktorý tvrdí, že najviac migrantov sa presídľuje v krátkej vzdialenosti. Až 90,63% Slovákov emigruje do geograficky najbližšieho kontinentu. Zastúpenie ostatných kontinentov je oproti Európe relatívne malé.

Tab 1:. Údaje o štruktúre a počte emigrantov zo SR podľa cieľovej krajiny za rok 2016

Kontinenty	Počet emigrantov v r. 2016			%-podiel emigrantov v r. 2016		
	Muži	Ženy	Spolu	Muži	Ženy	Spolu
Európa	1 379	2 066	3 445	36,28%	54,35%	90,63%
Afrika	0	3	3	0,00%	0,08%	0,08%
Amerika	73	88	161	1,92%	2,32%	4,24%
Ázia	71	83	154	1,87%	2,18%	4,05%
Oceánia	12	26	38	0,32%	0,68%	1,00%
Spolu	1 535	2 266	3 801	40,38%	59,62%	100,00%
Rozdiel Ž - M	**731**			**19,23 p.b.**		

Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube.

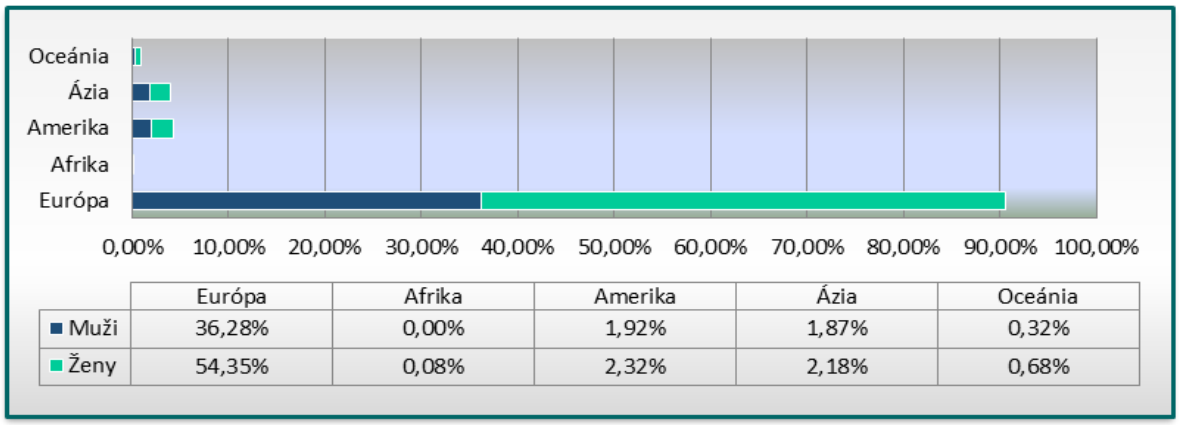
Obr. 1: Emigrácia zo Slovenskej republiky podľa cieľového kontinentu rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube.

Obr.2 prezentuje štruktúru slovenských emigrantov podľa pohlavia súvzťažne s ich cieľovým kontinentom. Vidíme, že percentuálna zložka žien, ktoré emigrovali do zahraničia, bola v každom kontinente väčšia ako mužská zložka. Celkovo tak v roku 2016 zo Slovenska odišlo o 19,23 p.b. viac žien ako mužov, čo v absolútnom vyjadrení predstavuje 731 žien.

Obr. 2: Percentuálny podiel emigrantov zo Slovenskej republiky podľa kontinentu, do ktorého smerujú a údaje o pohlaviach za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube.

Schengenský priestor ponúka pomerne voľný pohyb Slovákov v rámci EÚ, preto z celkového počtu emigrujúcich Slovákov až 84,90% prehlásilo svoj trvalý pobyt do jedného z členských štátov EÚ. Zvyšných 15,10% prešlo hranice Schengenského priestoru.

Tab. 2: Údaje o štruktúre a počte emigrantov zo SR podľa cieľovej členskej krajiny EÚ za rok 2016

Členské štáty EÚ	***Skratky štátov***	***Počet mužov***	***Počet žien***	***Spolu***	***Muži %***	***Ženy %***	***Spolu %***
Belgické kráľovstvo	BE	11	22	33	0,29%	0,58%	0,87%
Bulharská republika	BG	2	1	3	0,05%	0,03%	0,08%
Cyperská republika	CY	2	3	5	0,05%	0,08%	0,13%
Česká republika	CZ	532	701	1 233	14,00%	18,44%	32,44%
Dánske kráľovstvo	DK	2	1	3	0,05%	0,03%	0,08%
Estónska republika	EE	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Fínska republika	FI	3	5	8	0,08%	0,13%	0,21%
Francúzska republika	FR	14	19	33	0,37%	0,50%	0,87%
Grécka republika	GR	1	6	7	0,03%	0,16%	0,18%
Holandské kráľovstvo	NL	14	24	38	0,37%	0,63%	1,00%
Chorvátska republika	HR	8	7	15	0,21%	0,18%	0,39%
Írska republika	IE	24	19	43	0,63%	0,50%	1,13%
Litovská republika	LT	1	0	1	0,03%	0,00%	0,03%
Lotyšská republika	LV	0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%
Luxemburské veľkovojvodstvo	LU	7	9	16	0,18%	0,24%	0,42%
Maďarsko	HU	25	48	73	0,66%	1,26%	1,92%
Maltská republika	MT	1	0	1	0,03%	0,00%	0,03%
Nemecká spolková republika	DE	124	203	327	3,26%	5,34%	8,60%
Poľská republika	PL	15	13	28	0,39%	0,34%	0,74%
Portugalská republika	PT	2	3	5	0,05%	0,08%	0,13%
Rakúska republika	AT	314	563	877	8,26%	14,81%	23,07%
Rumunsko	RO	5	5	10	0,13%	0,13%	0,26%
Slovinská republika	SI	0	3	3	0,00%	0,08%	0,08%
Spojené kráľovstvo Veľkej Británie a Severného Írska	GB	113	172	285	2,97%	4,53%	7,50%
Španielske kráľovstvo	ES	22	22	44	0,58%	0,58%	1,16%
Švédske kráľovstvo	SE	12	24	36	0,32%	0,63%	0,95%
Talianska republika	IT	28	72	100	0,74%	1,89%	2,63%
TRETIE KRAJINY	x	253	321	574	6,66%	8,45%	15,10%
Spolu	**x**	**1 535**	**2 266**	**3 801**	**40,38%**	**59,62%**	**100,00%**

Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube.

Najatraktívnejšou členskou krajinou pre mužov i ženy bola susedná **Česká republika**, kam v roku 2016 odišla takmer tretina Slovákov (32,44%). Hneď za ňou nasledovala **Rakúska republika** (23,07%) a **Nemecká spolková republika** (8,60%). Dôvodom, prečo ich Slováci uprednostňujú pred ostatnými krajinami je ich geografická vzdialenosť. Vedúce postavenie Českej republiky je okrem blízkej vzdialenosti zaistené najmä jazykovou príbuznosťou. Ide o hlavné „pull faktory", vďaka ktorým je doba integrácie v ČR nenáročná a rýchlejšia v porovnaní s ostatnými členskými štátmi.

Najmenej atraktívne členské štáty EÚ pre Slovákov boli **Estónska republika** a **Lotyšská republika**. V roku 2016 tam neemigroval nikto zo Slovenskej republiky. Ide o bývalé socialistické krajiny s väčšími problémami a ako nevyhovujúcou je tiež zrejme jazyková bariéra.

Analýza vnútornej emigrácie obyvateľov s trvalým pobytom na Slovensku

Vnútorná migrácia má iný charakter ako medzinárodná migrácia. Jej základom je „výmena zručností", najmä medzi regiónmi. Hybnou silou migrácie sú ekonomické, kultúrne a sociálne faktory. V tejto časti sú spracované údaje z DATAcube. ***„Vnútroštátne sťahovanie medzi krajmi za rok 2016"***, ktoré sú obsiahnuté v *Tab. 3.* Ide o sťahovanie obyvateľov spojené so zmenou trvalého pobytu, nakoľko ide o najpodrobnejšie zbierané údaje medzi krajmi. Analýza je teda na úrovni NUTS 3 – 8 teritoriálnych jednotiek.

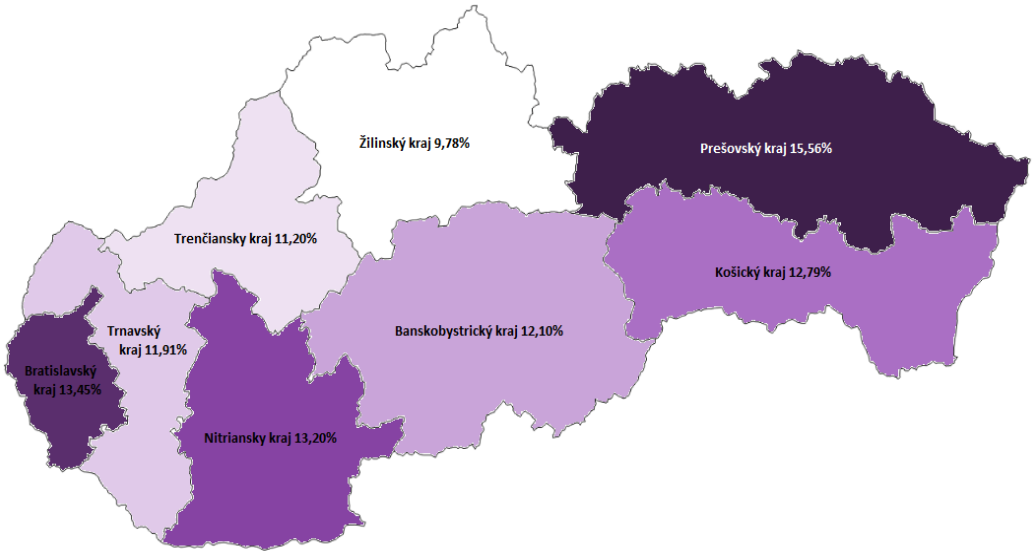
Na *Obr. 3* vidíme, že Slovenská republika je rozdelená do ôsmich krajov, t. j. Bratislavského, Trnavského, Trenčianskeho, Nitrianskeho, Žilinského, Banskobystrického, Prešovského a Košického kraja. Intenzita farieb poukazuje na objem emigrantov odchádzajúcich z jednotlivých krajov, od najtmavšej fialovej, reprezentujúcej najväčší počet emigrantov z tohto kraja až po bielu, ktorá je farbou kraja s najmenšou emigráciou. **Najviac obyvateľov sa sťahovalo z Prešovského kraja**, ktorý je na mape vyznačený najtmavším odtieňom fialovej farby. Z celkového počtu vnútorných emigrantov zastáva až 15,56%. V tomto kraji bola a stále je najvyššia nezamestnanosť, a tak sa ľudia sťahujú za prácou do krajov, ktoré ponúkajú viac pracovných príležitostí. Postupne za Prešovským krajom ide Bratislavský kraj s 13,45%, Nitriansky kraj s 13,20%, Košický kraj s 12,79%, Banskobystrický kraj s 12,10%, Trnavský kraj s 11,91% a Trenčiansky kraj s 11,20% emigrantov. **Najmenej ľudí**, 9,78% z celkového počtu medzikrajových emigrantov, **svoj trvalý pobyt odhlásilo zo Žilinského kraja.**

Tab. 3: Vnútorné sťahovanie medzi krajmi na SR v percentuálnom vyjadrení za rok 2016

		Územie vysťahovania								
		Slovenská republika	*Bratislav-ský kraj*	*Trnavský kraj*	*Trenčian-sky kraj*	*Nitriansky kraj*	*Žilinský kraj*	*Bansko-bystrický kraj*	*Prešovský kraj*	*Košický kraj*
Územie prisťahovania	*Slovenská republika*	100	13,45	11,91	11,20	13,20	9,78	12,10	15,56	12,79
	Bratislav-ský kraj	35,67	x	6,78	4,75	5,42	4,61	5,00	5,40	3,70
	Trnavský kraj	15,73	6,52	x	1,76	3,22	0,90	1,31	1,06	0,97
	Trenčiansky kraj	7,73	1,39	1,44	X	1,41	1,40	0,77	0,66	0,67
	Nitriansky kraj	10,14	1,95	2,24	1,52	x	0,77	2,04	0,84	0,79
	Žilinský kraj	7,31	1,06	0,47	1,70	0,68	x	1,31	1,17	0,91
	Bansko-bystrický kraj	7,48	1,12	0,48	0,76	1,68	1,12	x	1,04	1,29
	Prešovský kraj	7,66	0,79	0,27	0,41	0,44	0,56	0,73	x	4,46
	Košický kraj	8,27	0,63	0,23	0,30	0,35	0,43	0,94	5,39	x

Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube.

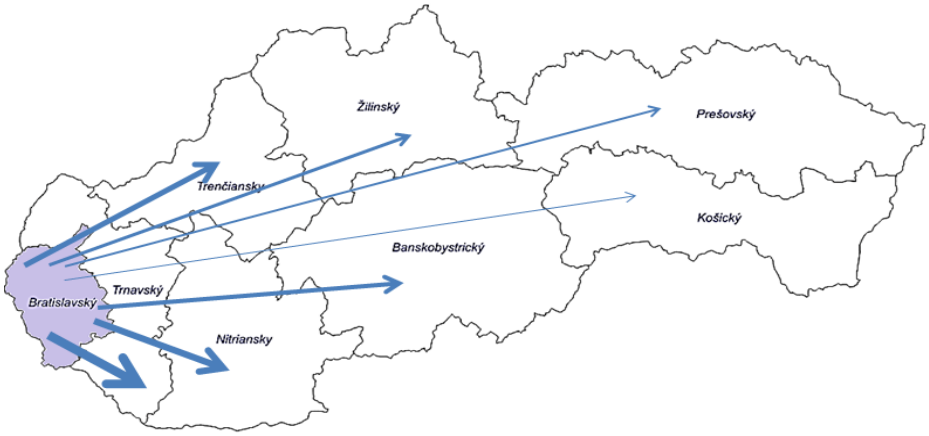
Obr. 3: Vnútorná emigrácia na úrovni NUTS 3 v Slovenskej republike za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

V nasledujúcich obrázkoch je podrobnejšie zobrazená vnútroštátna situácia emigrácie v jednotlivých krajoch SR. Šípka ukazuje smer emigrantov z konkrétneho kraja do ostatných krajov a jej hrúbka stvárňuje veľkosť odlevu obyvateľov z daného kraja. Je zrejmé, že situácia súvisiaca s emigráciou v danom kraji je rôzna. Súvisí hlavne s pracovnými možnosťami, sústredením vzdelávacích a kultúrnych možností. Veľký vplyv na vnútroštátnu emigráciu má samozrejme aj bytová situácia, ktorá komplikuje situáciu obyvateľom na Slovensku. Najviac pracovných príležitosti je sústredených v hlavnom meste Slovenska v Bratislave, avšak sociálnych bytov je veľmi málo a privátov je síce dostatok, ale sú finančne veľmi náročné. Ale aj napriek týmto skutočnostiam mnoho ľudí emigruje do hlavného mesta.

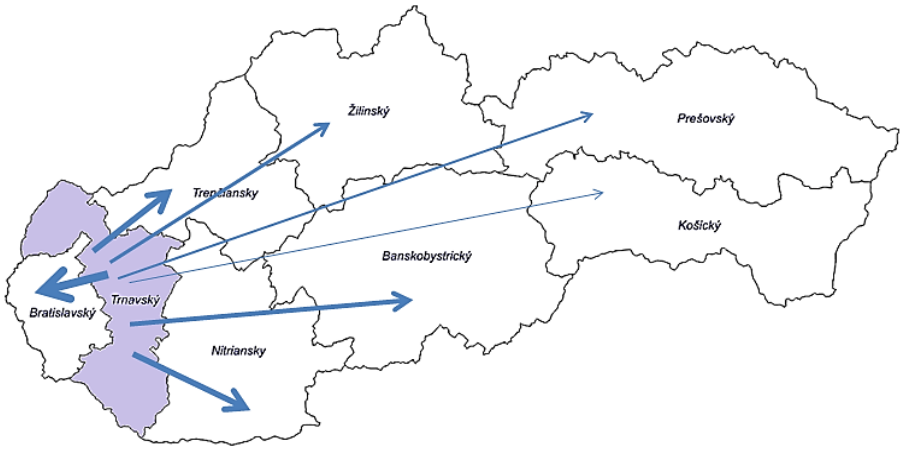
Obr. 4: Emigrácia z Bratislavského kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Na obrázku 4 je viditeľné, že existuje emigrácia aj zo samotného hlavného mesta a ukazuje sa, že najväčšia emigrácia je do najbližších krajov, v ktorých môžu byť lacnejšie náklady pre podnikateľskú činnosť, ale aj tu sú sústredené vzdelávacie a kultúrne strediská, ktoré obyvatelia hlavného mesta radi využívajú.

Obr. 5: Emigrácia z Trnavského kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016

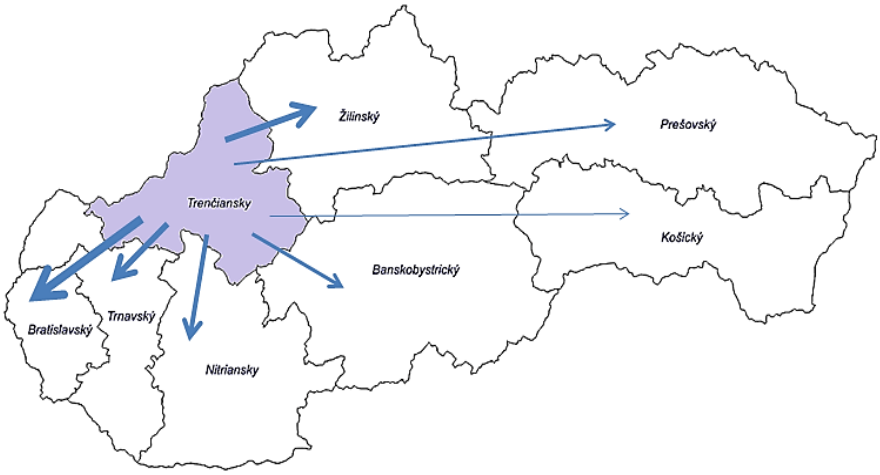


Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Obrázok 5 potvrdil známe skutočnosti, že najviac obyvateľov emigruje hlavne do Bratislavy, do hlavného mesta, kde sa nachádza najviac pracovných ale aj študijných a kultúrnych možností. Veľa obyvateľov emigruje aj opačným smerom a to najviac do najbližšieho okolia. Táto skutočnosť súvisí hlavne s tým, že cestovanie do týchto krajov nie je veľmi komplikované a preto nie je v týchto prípadoch potrebné náhradné ubytovanie.

Situácia s emigráciou v Trenčianskom kraji zobrazená na obrázku 6 je úplne rovnaká ako situácia v Trnavskom kraji. Je to samozrejmé, lebo ide o blízku vzdialenosť od hlavného mesta.

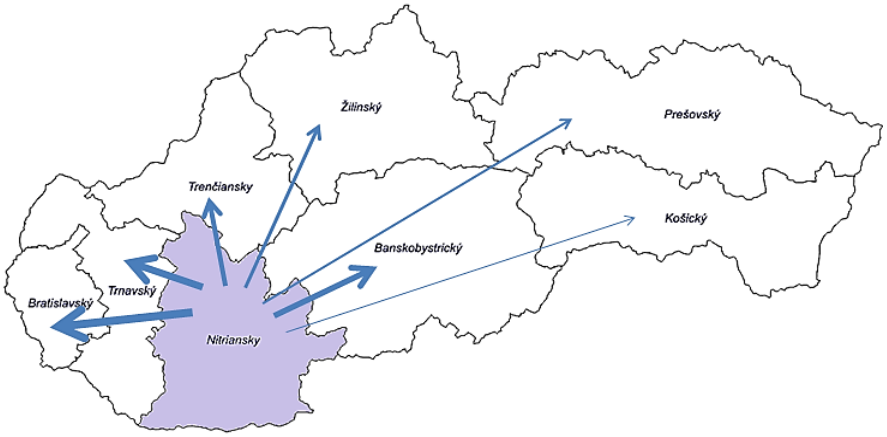
Obr. 6: Emigrácia z Trenčianskeho kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Emigrácia v Nitrianskom kraji zobrazená na obrázku 7 potvrdzuje situáciu z predchádzajúcich grafov. Ide o veľkú emigráciu do najbližších krajov z dôvodu využívania vlastného bývania.

Obr. 7: Emigrácia z Nitrianskeho kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016

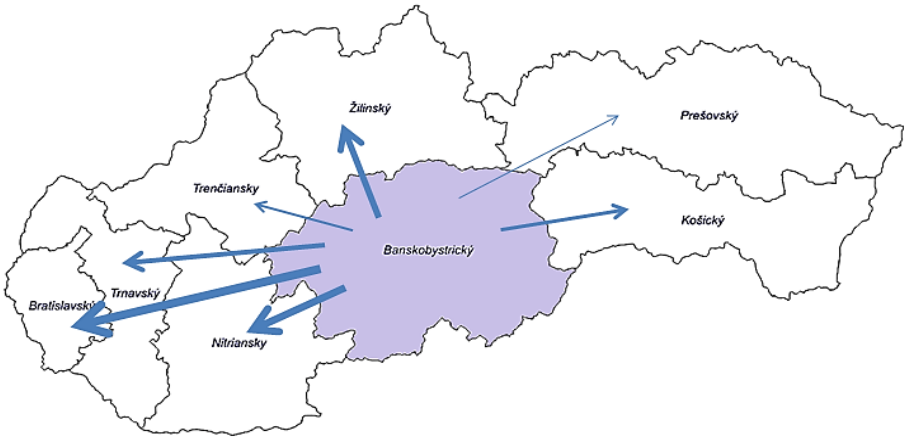


Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Banskobystrický a Žilinský kraj sú dva kraje, ktoré ležia v strede Slovenska, a zobrazená grafická situácia emigrácie na obrázkoch 8 a 9 ukazuje, že najväčšia emigrácia

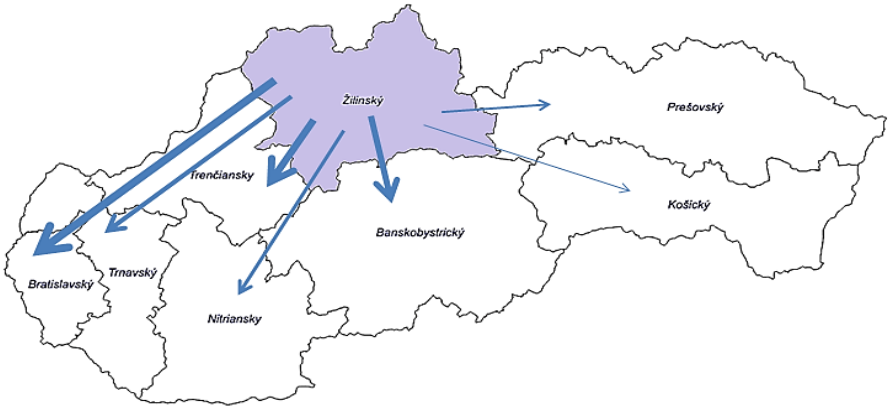
z oboch krajov prúdi do západných okresov Slovenska, ale veľmi významná emigrácia prebieha aj medzi samotnými spomínanými susediacimi krajmi. Menšia vlna emigrácia sa ukazuje do východnej časti Slovenska. V Banskobystrickom kraji je zobrazená aj významná emigrácia do Košického kraja, ktorá je o niečo vyššia ako emigrácia do susedného Trenčianskeho kraja.

Obr. 8: Emigrácia z Banskobystrického kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Obr. 9: Emigrácia zo Žilinského kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016

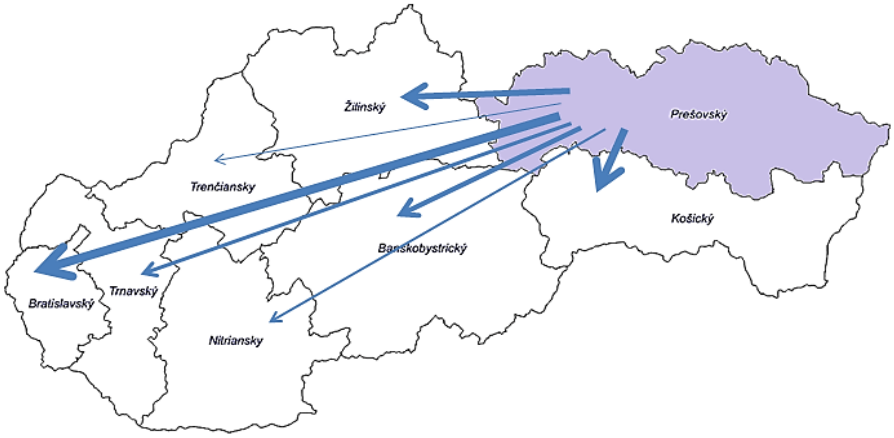


Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Na posledných dvoch obrázkoch máme zobrazenú situáciu vo východných okresoch Slovenskej republiky. Situácia na obrázkoch 10 a 11 je veľmi podobná. Ide o kraje Prešovský a Košický, v ktorých je pracovných príležitosti omnoho menej v porovnaní so západnou časťou republiky. Veľa pracovnej sily odchádza z východných okresov nielen na západ Slovenska, ale veľmi veľa pracuje aj v zahraničí a to hlavne v krajinách Európskej únie. Už po skončení strednej školy odchádza mnoho študentov študovať do hlavného mesta, kde majú širokú ponuku vysokých škôl. Veľkú výhodu vidia v tom, že počas štúdia využijú bohaté možnosti práce popri štúdiu a postupne si vybudujú pracovný, ale aj určitý sociálny vzťah k hlavnému mestu. Tieto skutočnosti ich presvedčia po skončení štúdia vybudovať si ďalší profesijný ale aj osobný život v hlavnom meste.V grafoch sa tiež potvrdzuje známa skutočnosť z ostatných krajov, že značná emigrácia prebieha aj medzi najbližšími susediacimi krajmi. V tomto prípade môže ísť zrejme a staršiu generáciu, ktorá je silne rodinne prepojená

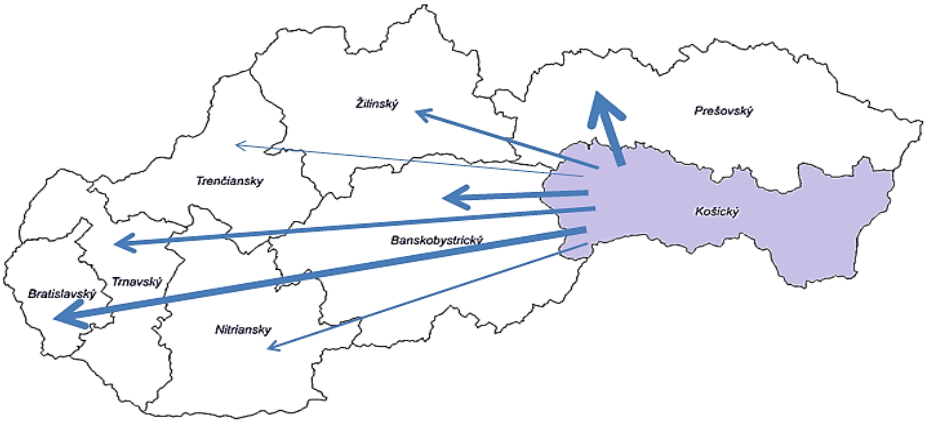
a nie je pripravená opustiť svoje dlhoročné zvyky. Môže samozrejme v týchto krajoch ísť aj o národnostné a sociálne zloženie obyvateľstva.

Obr. 10: Emigrácia z Prešovského kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

Obr. 11: Emigrácia z Košického kraja do ostatných krajov Slovenska za rok 2016



Zdroj: Vlastné spracovanie údajov z DATAcube. (Skicár)

5 Záver

Svet nie je a nikdy nebol idylické miesto pre každého z dnešných siedmych miliárd obyvateľov. Prešiel si vojnami, hladomorom, epidémiami, krutými vládcami a inými negatívnymi skúsenosťami. I keď sa kvalita života väčšiny ľudstva neporovnateľne zmenila, zhruba tri miliardy obyvateľov stále žijú pod hranicou biedy. Môžeme konštatovať, že najväčšia súčasná migrácia v rámci Európskej únie, súvisí s voľným pracovným trhom a otvorenými hranicami v rámci Schengenského priestoru. Zo samotného Slovenska odchádzalo obyvateľstvo v niekoľkých historických vlnách. Tieto historické počty emigrantov súviseli s politickými a veľmi často aj s ekonomickými dôvodmi. V súčasnosti nemožno povedať, že Slovenská republika je krajinou so zlými životnými podmienkami a napriek tomu Úrad pre Slovákov žijúcich v zahraničí odhaduje, že viac ako dva milióny Slovákov žije v zahraničí. Novodobá emigračná vlna na Slovensku súvisí s pádom komunistického zriadenia, vznikom samostatnej Slovenskej republiky, vstupom Slovenska do Európskej únie a to vytvorilo otvorenie hraníc, vznik nových študijných a pracovných

možností, ktoré Slováci hojne využívajú. Jednoznačnú odpoveď, či ide o jav pozitívny alebo negatívny nemôžeme dať. Na jednej strane stoja zástancovia pozitívneho demografického javu, na druhej strane ľudia, ktorí hovoria o množstve negatív, ktoré tento proces prináša. Jedna vec je pravdivá, že ak sa ľudia do svojej vlasti vrátia s mnohými skúsenosťami zo sveta, potom budú môcť svoju krajinu posunúť správnym smerom.

Literatúra

1. Európska komisia. (2018). *Local Integration of Migrants*.
2. Gallová Kriglerová, E.,Vylitová, R. (2007). *Migranti*. Bratislava: Nadácia Milana Šimečku.
3. Kalibová, K. (2005). *Úvod do demografie.* 2. vyd. (4. dotisk). Praha: Karolinum.
4. Palát, M. (2015). *Medzinárodní migrace a ekonomika v Evropské unii, vývoj, determinanty, politiky a trendy*. Ostrava: KEY Publishing s.r.o. ve spolupráci s Vysokou školou Karla Engliše.
5. Smernica Európskeho parlamentu a Rady 2014/36/EÚ z 26. februára 2014 o podmienkach vstupu a pobytu štátnych príslušníkov tretích krajín na účel zamestnania ako sezónni pracovníci (Ú. v. EÚ L 94, 28. 3. 2014)
6. Stanek, V. a kol. (2011). *Sociálna politika: teória a prax.* 2. vyd. Bratislava: Sprint dva.
7. http://ec.europa.eu/eurostat/statisticsexplained/index.php/Migration_and_migrant_population_statistics/sk

Sekuritizácia katastrofických mortalitných rizík

Securitization of catastrophe mortality risks

Lenka Smažáková[1], Ľudovít Pinda[2]

Abstrakt

Katastrofy predstavujú veľký potenciálny problém pre solventnosť nielen neživotných ale aj životných poisťovní. Rozsah následkov ľudských alebo prírodných katastrof, ako napríklad tsunami či zemetrasenie, môže byť fatálny a preto poisťovatelia hľadajú možnosti zaistenia. Keďže kapacita zaistného trhu často nestačí na pokrytie katastrofických udalostí, tak sa hľadajú alternatívy na kapitálovom trhu, ktorý je kapacitne väčší ako poistný. Sekuritizácia mortalitného rizika, ako nový nástroj risk manažmentu, rozšírila kapacitu odvetvia životného poistenia transferom katastrofických strát na finančný trh. V tomto príspevku sa budeme zaoberať modelmi oceňovania dlhopisov naviazaných na riziko úmrtnosti a dlhovekosti. Vzhľadom na to, že pri oceňovaní mortalitných dlhopisov treba uvažovať mortalitné skoky a aj to, že cenné papiere naviazané na čisté mortalitné riziko nemôžu byť replikované inými obchodovanými cennými papiermi, navrhujeme, aby oceňovanie mortalitných dlhopisov bolo v podmienkach neúplného trhu, so skokovými procesmi a Wangovou transformáciou.

Kľúčové slová

Swiss Re dlhopis, EIB dlhopis, Wangova transformácia

Abstract

Catastrophes are a big potential problem for solvency of not only non-life but also life insurance companies. The extent of the consequences of man-made or natural disasters, such as tsunami or earthquakes, can be fatal and therefore insurers are looking for reinsurance possibilities. As the capacity of reinsurance market is often insufficient to cover catastrophic events, insurers are looking for alternative risk transfer on capital market, which has greater capacity than insurance market. Securitization of mortality risk, as a new instrument of risk management, has expanded the life insurance industry's capacity by transferring catastrophic loses to the financial market. In this paper we will discuss models of valuation of bonds linked to mortality and longevity risks. Due to fact, that mortality jumps are needed to take into account and that securities linked to pure mortality risk cannot be replicated by other tradable securities, we suggest that valuation of mortality bonds was in conditions of incomplete markets with mortality jumps.

Keywords

Swiss Re bond, EIB bond, Wang transform

JEL classification

G22

[1] Ing. Lenka Smažáková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, lenka.smazakova@gmail.com

[2] prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, ludovit.pinda@euba.sk

1 Úvod

Sekuritizácia rizík v poistení patrí medzi najvýznamnejšie inovácie na finančných trhoch za posledných 30 rokov. Poskytuje nové možnosti v problematike riadenia rizík pre poisťovne a penzijné fondy, pretože je alternatívou ku klasickému zaisteniu, čo so sebou nesie množstvo výhod. Jednou z najdôležitejších je prenos rizika z poistného na finančný trh, ďalej potom menšiu mieru regulácie, zníženie transakčných nákladov a potreby držby kapitálu na krytie škôd. Dlhodobo najpoužívanejším sekuritizačným nástrojom je katastrofický dlhopis, pričom za katastrofickú udalosť budeme považovať málo pravdepodobnú udalosť s veľkým finančným dopadom. Na rozdiel od štandardného dlhopisu, je jeho výplata závislá na uskutočnení udalosti, ktorá koreluje s kriticky vysokým škodovým plnením poisťovateľa voči poistencom. Keď v stanovenom čase stanovená katastrofická udalosť nastane, výplaty z katastrofického dlhopisu sa znížia, resp. anulujú. Vtedy hovoríme o spustení dlhopisu. Poisťovateľ ušetrí časť z kapitálu, ktorý bol pôvodne určený na výplatu dlhopisu a môže tieto prostriedky použiť na pokrytie náhrad škôd poistencov. Keď dlhopis nie je spustený, investor profituje z nadštandardne vysokého výnosu. Kupónový výnos je pritom vyšší ako očakávaná strata plynúca z dlhopisu.

Katastrofy predstavujú veľký potenciálny problém pre solventnosť nielen neživotných ale aj životných poisťovní. Napríklad zemetrasenie a tsunami v južnej Ázii a východnej Afrike v roku 2004 zabilo 182.340 ľudí a nezvestných bolo 129.897 ľudí. Aj keď väčšina ľudí nemala životné poistenie, tak odvetvie životného poistenia by nemalo dostatočnú kapacitu na aby pokrytie takéhoto typu katastrofických strát, pokiaľ by sa vyskytli v ekonomicky rozvinutejšej oblasti t.j. v oblasti, kde si väčšina ľudí kupuje životné poistenie. Riziko dlhovekosti je druhá strana mortalitného rizika. Aj keď sa úmrtnosť vyvíja v čase, tak je jeho budúci vývoj neistý. Vidíme, že, hlavne v rozvinutých krajinách, očakávaná dĺžka života sa zvyšuje. Z toho vyplýva, že môže byť zvýšený dopyt po životných anuitách. Pri zvyšujúcom sa dopyte po anuitách potrebujú poisťovatelia sa zamerať, vzhľadom na vývoj úmrtnosti, na lepší risk manažment.

Sekuritizácia mortalitného rizika, ako nový nástroj risk manažmentu, rozšírila kapacitu odvetvia životného poistenia transferom katastrofických strát na finančný trh. . Sekuritizácia prináša viac kapitálu a poskytuje inovatívne vlastnosti zmlúv v odvetví životného poistenia na znášanie potenciálnych mortalitných „šokov“, čím sa zabráni narušeniam trhu, ktoré sú spôsobené závratnými cenami zaistenia a dostupnými cyklami. Navyše, keďže cenné papiere naviazané na mortalitu môžu byť nekorelované s finančnými trhmi, tak poskytujú nový cenný zdroj diverzifikácie pre účastníkov trhu.

2 Mortalitné dlhopisy

Prvý cenný papier naviazaný čisto na riziko smrti bol trojročný Swiss Re dlhopis vydaný v decembri 2003. Takmer o rok neskôr vydala European Invest Bank (EIB) prvý cenný papier naviazaný čisto na riziko dlhovekosti. Jednalo sa o 25 ročný, 540milión librový dlhopis, ktorý bol ako súčasť produktu vytvoreného BNP Paribas zameraného na ochranu UK penzijných schém proti riziku dlhovekosti. V roku 2004 Swiss Re vydal 2 ďalšie mortalitné dlhopisy. Cenný papier Swiss Re bol vydaný na ochranu proti katastrofickým stratám na životoch poistených, ktoré sú spôsobené prírodnými alebo človekom vytvorenými katastrofami. EIB cenný papier slúži na prenos opačného konca mortalitného rizika, rizika dlhovekosti, na finančný trh. Zaujímavé je, že dopyt po týchto dlhopisoch bol opačný. Zatiaľ čo dopyt po dlhopise Swiss Re bol veľký, ten od EIB sa predával ťažko.

Aby sme vedeli oceniť tieto dva dlhopisy, potrebujeme model, ktorý dokáže zachytiť a oceniť mortalitné riziká. Rozvoj teórie oceňovania aktív v tejto oblasti je veľmi dôležitý, pretože pomôže účastníkom trhu lepšie pochopiť nové finančné nástroje. Väčšina publikácií

o oceňovaní cenných papierov naviazaných na mortalitu má dva hlavné nedostatky. Prvým je, že ignorujú mortalitné „skoky“ pri modelovaní takýchto cenných papierov. Druhým je, že na oceňovanie používajú metodológiu úplných trhov. Cenné papiere naviazané na čisté mortalitné riziko nemôžu byť replikované obchodovanými cennými papiermi. Preto sa navrhuje, aby oceňovanie mortalitných dlhopisov bolo v podmienkach neúplného trhu, so skokovými procesmi a Wangovou transformáciou.

3 Konštrukcia EIB dlhopisu

Vydanie dlhopisu bolo ohlásené v novembri 2004 a mal byť určený predovšetkým pre penzijné fondy a pre iných poskytovateľov penzií. Pre nedostatočný dopyt bol neskôr v roku 2005 stiahnutý na prepracovanie. Jeho nominálna hodnota bola navrhnutá na 540 miliónov libier so splatnosťou 25 rokov. Plávajúci kupón bol viazaný na index prežívajúcich $S(t)$ v skupine mužov nad 65 rokov v roku 2002 v Anglicku a Walese. Počiatočný kupón bol 50 miliónov libier. Ak čas $t = 0$ predstavuje 31.12.2004, $t = 1$ zodpovedá 31.12.2005 a $m(y, x)$ je hrubá centrálna miera úmrtnosti pre vek x v roku y publikovaná Office for National Statistics (ONS), tak index prežívajúcich je potom definovaný ako

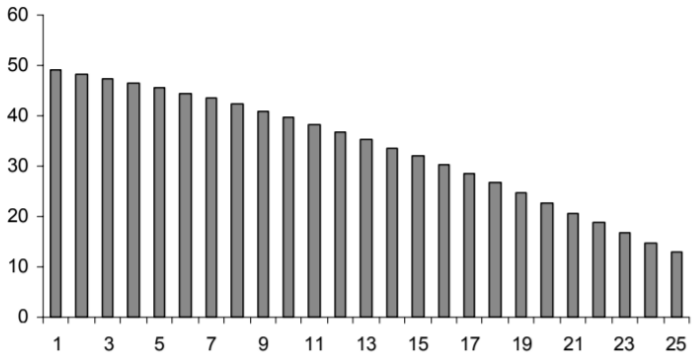
$$\begin{aligned} S(0) &= 1 \\ S(1) &= S(0)\big(1 - m(2003{,}65)\big) \\ S(t) &= S(0)\big(1 - m(2003{,}65)\big) \dots \big(1 - m(2002 + t, 64 + t)\big). \end{aligned} \tag{1}$$

Na konci každého roku do splatnosti mal byť vyplácaný kupón vo výške

$$£50mil. \times S(t).$$

Z toho vyplýva, že finančné toky v čase klesajú. Obr. 1 znázorňuje projektované kupóny (vyplácané ročne), ktoré sú založené na projektovaných mierach prežitia vydanými UK Government Actuary´s Department (GAD). Na vertikálnej osi sa nachádzajú projektované finančné toky v miliónoch libier a na horizontálnej čas v rokoch.

Obr.1: Projektované kupónové výplaty EIB dlhopisu naviazaného na dlhovekosť.



Zdroj: Lin a Cox, 2008

Podľa Blake, Cairns a Dowd (2006) bola pre výpočet ceny dlhopisu použitá predikcia indexu prežívajúcich $\bar{S}(t)$ založená na predikcii úmrtnosti podľa Government Actuary’s Department z roku 2002. Budúce očakávané peňažné toky boli diskontované mierou LIBOR

$(-0{,}35\ \%)$. Pretože výnosová krivka EIB sa pohybovala približne 0,15 % pod krivkou LIBOR, investori mali platiť 0,20 % zo zaistenia rizika dlhovekosti.

Medzi pozitívne vlastnosti tohto dlhopisu patrí to, že peňažné toky sú nastavené tak, aby pomohli penzijným fondom zaistiť ich expozíciu voči riziku dlhovekosti. Ďalej to, že index $S(t)$ je vypočítaný pomocou hrubých úmrtnostných mier publikovaných ONS, u ktorých odpadá potreba vyhladzovania a s tým spojená voľba vhodnej metódy a navyše, tieto miery sú vierohodné a voľne dostupné. Trendy v národnej úmrtnosti by mali zodpovedať trendom úmrtnosti príjemcov dôchodku a preto by mohli pomôcť znížiť riziko neistoty v počiatočných podkladoch pre výpočet dôchodku, čo je taktiež výhodou.

Medzi hlavné nevýhody EIB dlhopisu, ktoré odradili veľa potenciálnych investorov patrí najmä fakt, že 25 ročná splatnosť neposkytuje dostatočne efektívne zaistenie voči riziku dlhovekosti. Taktiež objem požadovaného kapitálu bol relatívne vysoký vzhľadom na redukovanú výšku rizika a index $S(t)$ bol určený na základe centrálnych úmrtnostných mier, čo môže mať za následok podhodnotenie skutočného počtu prežívajúcich.

4 Konštrukcia Swiss Re dlhopisu

Prvým úspešným cenným papierom naviazaným na riziko úmrtnosti sa stal dlhopis od zaisťovne Swiss Re, ktorý bol emitovaný v decembri 2003 a splatnosť mal 1.1.2007, čiže to bol trojročný kontrakt. Jeho nominálna hodnota bola stanovená na 400 miliónov dolárov a mal pomôcť redukovať riziko katastrofickej úmrtnosti. Investori dostali štvrťročne kupón vo výške trojmesačnej sadzby US dollar LIBOR $(+1{,}35\%)$. Výplata istiny bola naviazaná na mortalitné riziko. Mortalitné riziko definujeme indexom q_t pre rok t, ktorý je založený na váženom priemere ročných úmrtnostných mier v USA, UK, Francúzsku a Švajčiarsku. Pokiaľ index q_t pre $t = 2004{,}2005$ alebo 2006 prekročí 130% aktuálnej úrovne v roku 2002, q_0, potom výplata investorom bude redukovaná. Nasledujúca rovnica opisuje percentuálnu stratu istiny, $loss_t$, v roku t:

$$loss_t = \begin{cases} 0 & ak\ q_t \le 1{,}3q_0, \\ 1 - \dfrac{1{,}5q_0 - q_t}{0{,}2q_0} & ak\ 1{,}3q_0 < q_t \le 1{,}5q_0, \\ 1 & ak\ q_t > 1{,}5q_0\,. \end{cases} \qquad (2)$$

Potom výplata pri splatnosti dlhopisu bude rovná

$$400.000.000 \times \begin{cases} 100\% - \sum_{t=2004}^{2006} loss_t & ak \quad \sum_{t=2004}^{2006} loss_t < 100\%\,, \\ 0 & ak \quad \sum_{t=2004}^{2006} loss_t \ge 100\%\,. \end{cases} \qquad (3)$$

Dlhopis bol prijatý pozitívne. Celý emitovaný objem bol upísaný investormi a tí s ním boli spokojní.

5 Model oceňovania na neúplnom trhu

Oceňovanie finančných derivátov na úplných trhoch zahŕňa replikačné portfóliá. Napríklad, keby sme mali obchodovateľný dlhopisom a akciový index, potom opcie na akciový index môžu byť replikované držanými dlhopismi a indexom, ktoré sú ocenené. Analógia napríklad pre Swiss Re dlhopis neexistuje. Tento dlhopis je síce mortalitný derivát ale neexistuje žiadny vhodný obchodovaný mortalitný index, ktorým by sa mohlo vytvoriť replikačné zabezpečenie. Takéto situácie sa nazývajú neúplné trhy. Oceňovanie v týchto

situáciách musí závisieť od iných predpokladov , pretože neexistuje obchodovateľné podkladové aktívum.

Wang (2002) vytvoril unifikované finančné a poistné oceňovacie teórie, ktoré môžeme použiť na situáciu s neúplným trhom. Wangova metóda transformuje podkladové rozdelenie v takom smere, že ceny sú diskontované očakávané hodnoty. Transformácia má veľa užitočných vlastností. Má jasnú ekonomickú interpretáciu, keďže môže nahradiť CAPM model pre podkladové aktíva a Black-Scholesovu rovnicu pre opcie.

Majme náhodnú výplatu X platenú v čase T. Keď distribučná funkcia je $F(x)$, potom jej transformácia sa nazýva Wangovou transformáciou ak transformované rozdelenie $F^*(x)$ je determinované trhovou cenou rizika λ vzhľadom na rovnicu

$$F_X^*(x) = \Phi\left[\Phi^{-1}\left(F_X(x)\right) + \lambda\right], \tag{4}$$

kde Φ(x) je distribučná funkcia normovaného normálneho rozdelenia. $F_X^*(x)$ sa v rovnici nazýva jednofaktorová Wangova transformácia funkcie $F_X(x)$. Vo svete poistenia, trhová cena rizika λ vo Wangovej transformácii odráža úroveň systematického trhového rizika a nezaistiteľného rizika konkrétnej firmy. Myšlienkou je to, že po transformácii by mala byť férová cena X diskontovanou očakávanou hodnotou pri použití transformovaného rozdelenia.

Jednofaktorová Wangova transformácia predpokladá, že pôvodné rozdelenie je známe. Avšak v skutočnosti vieme v najlepšom prípade iba odhadnúť parametre hustoty rozdelenia pravdepodobnosti pomocou vzorky mimo populácie. Na to Wang (2002) navrhuje dvojfaktorovú transformáciu a teda

$$F_X^*(x) = Q\left[\Phi^{-1}\left(F_X(x)\right) + \lambda\right], \tag{5}$$

kde Q je Studentovo t-rozdelenie. Tak ako v jednofaktorovom modeli, diskontovaná očakávaná hodnota transformovaného rozdelenia $F_X^*(x)$ v rovnici (4) je cena X. λ môžeme určiť pomocou rovnice (4) z trhu životného poistenia alebo anuít tak, že v čase 0 je cena zmluvy životného poistenia alebo anuity s výplatou X v čase T jej diskontovaná očakávaná hodnota, ktorá je určená pomocou transformovaného rozdelenia. Potom vzorec pre cenu bude

$$v_T E^*(X) = v_T \int x dF^*(x), \tag{6}$$

kde v_T je diskontný faktor určený trhom bezrizikových dlhopisov v čase 0. Preto pre dané poisťovateľove záväzky X s distribučnou funkciou $F(x)$, bude výsledkom Wangovej transformácie funkcia hustoty upravená o riziko a teda $F_X^*(x)$. Diskontovaná očakávaná hodnota (pri $F_X^*(x)$), označená ako $v_T E^*(X)$, je cena X v čase 0.

Teraz predpokladajme, že poisťovateľ prenáša riziko dlhovekosti na finančný trh pomocou dlhopisov naviazaných na toto riziko. Môžeme odvodiť trhovú cenu rizika λ, na základe trhu s anuitami, a potom použiť rovnakú cenu λ pri ocenení dlhopisu naviazaného na riziko dlhovekosti. Pokiaľ uvažujeme absenciu transakčných nákladov medzi poistným a finančným trhom a anuity boli skutočne obchodované, naša metóda zaručuje, že nevznikne príležitosť arbitráže medzi týmito dvoma trhmi.

Existuje aj druhý pohľad. Poisťovatelia oceňujú tieto životné a anuitné obligácie pomocou rozdelenia budúcej dĺžky života. Pozorujeme ceny poisťovateľov a používame rozdelenie trhu v odvetví $F(x)$. Z cien dokážeme odvodiť trhovú cenu rizika λ tak, že

pozorované ceny životného poistenia alebo anuít sú diskontované očakávané hodnoty vypočítané pomocou $F^*(x)$. Potom prenesieme λ na dlhopisový trh a použijeme $F^*(x)$ na ocenenie dlhopisov naviazaných na mortalitu. Výsledkom je, že poisťovateľ používa rovnaké predpoklady o úmrtnosti aby ocenil mortalitný dlhopis ako tie, ktoré používa pri oceňovaní životného poistenia a anuít.

6 Model pre Swiss Re dlhopis

Väčšina existujúcich dlhopisov viazaných na riziko úmrtnosti viažu svoje výplaty na index úmrtnosti populácie, pretože je transparentný. Nasledujúci model ukazuje, ako opísať dynamiku indexu úmrtnosti.

Tento prístup kombinuje Brownov pohyb a diskrétny Markovov reťazec s lognormálnym rozdelením veľkostí skokov s parametrami m a s. Väčšina mortalitných skokov sú jednorazové udalosti a katastrofy zvyšujú úmrtnostnú mieru populácie len v tom danom nepriaznivom roku. Krivka úmrtnosti po šoku je nezávislá od tej počas šoku a tento model s tým ráta.

Diskrétny Markovov reťazec ráta počet udalostí N_t počas rokov $t = 0,1,2,\ldots$ s počiatočnou hodnotou $N_0 = 0$ a prechodom

$$N_{t+1} = \begin{cases} N_t + 1, & \text{s pravdepodobnosťou } p, \\ N_t, & \text{s pravdepodobnosťou } 1 - p. \end{cases} \tag{7}$$

Opíšeme teraz dynamiku mortalitného indexu populácie, q_t, v čase t ako Brownov pohyb, keď žiadna udalosť nenastane ako

$$\frac{\mathrm{d}q_t}{q_t} = \alpha \mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W_t, \tag{8}$$

kde premenná α je okamžitý očakávaný vplyv indexu mortality populácie, σ je okamžitá očakávaná volatilita mortalitného indexu pokiaľ nenastane skok a W_t je štandardný Brownov pohyb so strednou hodnotou 0 a rozptylom t.

Percentuálnu zmenu v miere úmrtnosti spôsobenú skokom budeme označovať $Y - 1$. Markovov reťazec a rozdelenie efektu skoku Y sú nezávislé. Pokiaľ sa objaví skoková udalosť v čase $[t - h, t]$, vznikne efekt šoku $Y_{[N_t - N_{t-h}]}$ na q_t. Potom môžeme, vo všeobecnosti, mortalitný index $\tilde{q}_t$ v čase $t = 0,1,2,\ldots$ vyjadriť ako

$$\tilde{q}_t = q_t Y_{[N_t - N_{t-h}]}. \tag{9}$$

Veličina $(Y_{[N_t - N_{t-h}]} - 1)$ je impulzná funkcia produkujúca konečný skok z q_t na $q_t Y_{[N_t - N_{t-h}]}$ počas obdobia $[t - h, t]$. Pokiaľ skok nenastane, tak $\tilde{q}_t = q_t$ a $Y_{[N_t - N_{t-h}]} = 1$. Predpokladáme, že Y je log-normálne rozdelený s parametrami m a s, a teda

$$Y = e^{m+su}, \text{ kde } u \sim N(0,1). \tag{10}$$

Kombináciou rovníc (7) a (9) dostaneme

$$\tilde{q}_t = \begin{cases} q_t Y_{[N_t - N_{t-h}]}, & \text{s pravd. } p, \text{ ak skoková udalosť nastane v intervale } [t-h, t], \\ q_t, & \text{\&s pravd. } 1-p, \text{ ak skoková udalosť nenastane v intervale } [t-h, t]. \end{cases} \quad (11)$$

Ak premenné α, σ, p, m, s sú konštanty, tak diferenciálnu rovnicu (8) vieme vyriešiť pre q_t a aplikovať rovnicu (9) aby sme dostali

$$\tilde{q}_{t+h} | \mathscr{F}_t = q_t \exp\left[\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)h + \sigma \Delta W_t\right] Y_{[N_t - N_{t-h}]}. \quad (12)$$

σW_t opisuje okamžitú časť neočakávanej zmeny „normálneho“ indexu úmrtnosti, $Y-1$ opisuje percentuálnu zmenu spôsobenú „abnormálnym“ úmrtnostným šokom s pravdepodobnosťou p, keď $N_{k+1} - N_k = 1$. Keď $N_{k+1} - N_k = 0$ tak rovnica (12) je štandardný stochastický model bez skokov. $\mathscr{F}_t$ sú informácie získané do času t.

7 Záver

Sekuritizácia rizík v životnom poistení zatiaľ nie je tak rozvinutá ako tá v neživotnom poistení, avšak kvôli rozsahu katastrof a škodám na životoch, ktoré spôsobujú, sa dostáva stále viac do popredia. Na druhej strane, problém dlhovekosti a s ním súvisiace nedostatočné dôchodkové zabezpečenie, prioritne v ekonomicky rozvinutejších krajinách, dáva priestor na hľadanie alternatívnych zdrojov kapitálu, nakoľko penzijné schémy sa stávajú nedostatočnými.

V príspevku sme sa zamerali na popis konštrukcie nástrojov naviazaných na riziko úmrtnosti a dlhovekosti a to konkrétne na opis dvoch prvých dlhopisov viazaných na tieto riziká. Zatiaľ čo Swiss Re dlhopis, ktorý bol viazaný na riziko katastrofickej úmrtnosti, sa na trhu predával dobre a mal u investorov úspech, tak EIB dlhopis, viazaný na riziko dlhovekosti, sa nedočkal tak dobrých ohlasov. Emisia týchto dlhopisov ukázala ich pozitívne stránky ale aj nedostatky pri nastavení a ocenení dlhopisov.

Na rozdiel od klasických dlhopisov obchodovaných na kapitálovom trhu, oceňovanie mortalitných dlhopisov musí prebiehať iným spôsobom. Jedným z dôvodov je fakt, že poistný trh je neúplným trhom, takže nie je možné použiť CAPM model na ocenenie. Taktiež CAPM nedokáže vysvetliť kladnú veľmi vysokú rizikovú prirážku mortalitných dlhopisov, ktorých riziko je slabo alebo vôbec korelované s tým, ktoré je na finančných trhoch. Black-Scholesova rovnica pre oceňovanie opcií zase predpokladá log-normalitu rozdelenia pravdepodobnosti, čo nie je v poistení vhodné, pretože aktuársky prístup všeobecne využíva viacero rôznych rozdelení škody. Pri oceňovaní je podľa Wanga (2002) vhodné použiť Wangovu transformáciu. Wangova metóda transformuje podkladové rozdelenie v takom smere, že ceny sú diskontované očakávané hodnoty. Pri oceňovaní týchto cenných papierov je nutné tiež opísať dynamiku indexu úmrtnosti a zahrnúť aj mortalitné skoky. Nami zvolený prístup kombinuje Brownov pohyb a diskrétny Markovov reťazec s lognormálnym rozdelením veľkostí skokov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia výskumného projektu VEGA 1/0221/17, *Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika*.

Literatúra

1. Blake, D., Cairns, A.J.G., Dowd, K. (2006). Living with Mortality: Longevity Bonds and Other Mortality-Linked Securities. *British Actuarial Journal*, 12
2. Lin, Y., Cox, S.H. (2008). Securitization of Catastrophe Mortality Risks. *Insurance: Mathematics and Economics*. Vol. 42 No. 2
3. Wang, S. S. (2002). *A* Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks. *ASTIN Bulletin*. Vol. 32 No. 2
4. Wang, S. S. (2004). CAT Bond Pricing Using Probability Transforms. *Geneva Papers*. Vol. 278

Využitie Vollterovej rovnice pri odhade pravdepodobnosti krachu poisťovne

Use of the Vollter equation in estimating the ruin probability of an insurance company

Anna Strešňáková[1]

Abstrakt
Na odhad pravdepodobnosti krachu poisťovne sa používa veľa spôsobov. Základom pre všetky ale je odhadnúť, kedy klesne rezerva poisťovne pod nulu. Proces, ako taký, je náročný nielen na matematické postupy, ale aj na vstupné premenné, odhad parametrov ovplyvňujúcich model, a na výber samotnej použitej metódy. Článok sa zameriava na využitie Vollterovej integrálnej rovnice pri odhade pravdepodobnosti a jej následnú úpravu do tvaru vhodného na využitie numerických metód.

Kľúčové slová
Pravdepodobnosť krachu, Vollterova integrálna rovnica, numerické integrovanie

Abstract
Many ways are used to estimate the probability of ruin of an insurance company. The basis for all, however, is to estimate when the insurer's reserve falls below zero. The process as such is difficult not only for mathematical procedures, but also for input variables, estimation of parameters affecting the model, and selection of the used method. The article focuses on the use of Vollter's integral equation in probability estimation and its subsequent modification to the form suitable for the use of numerical methods.

Key words
Ruin probability, Vollter's integral equation, numerical integration

JEL classification
G22

1 Úvod

Teória rizika v poisťovníctve sa venuje technikám modelovania a merania rizika spojeného s portfóliom poistných kontraktov. Prvé prístupy pozostávali z modelovania rozdelenia celkovej škody v časovej perióde použitím klasického kolektívneho modelu rizika. Ďalšie prístupy vychádzali zo záujmu poisťovníkov - aktuárov o analýzu vývoja prebytku poistnej spoločnosti vzhľadom na dlhšie časové obdobie. Vytvorené modely slúžia predovšetkým na posúdenie náhodných výkyvov v hodnote prebytku poisťovne v časovom intervale niekoľkých rokov.
Teória krachu poisťovne patrí do jednej z oblastí, ktorou sa zaoberá tória rizika a zaoberá sa analýzou modelu poistných rezerv. Základným problémom je určenie pravdepodobnosti krachu poisťovne, čím sa rozumie skutočnosť, že poistné rezervy by niekedy v budúcnosti mohli z určitej fixnej počiatočnej úrovne klesnúť pod nulovú hodnotu. Na určenie pravdepodobnosti

[1] RNDr. Anna Strešňáková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská ulica 1, 852 35 Bratislava, anna.stresnakova@euba.sk.

krachu poisťovne sú rozpracované približné metódy určenia pravdepodobnosti krachu poisťovne v závislosti od počiatočných rezerv, výšky poistného, rizikovej prirážky a rôznych typov rozdelenia výšky poistných plnení.
Tým, že pravdepodobnosť krachu v konkrétnom čase je závislá od údajov v predchádzajúcom časovom okamihu, jednou z možností, ako v klasickom modeli prebytku v poisťovníctve vypočítať pravdepodobnosť krachu je využiť rekurentné algoritmy. Medzi prvými sa nimi zaoberali De Vylder a Goovaerts (1988) a Dickson a Waters (1991). Dicksom a Waters (1999) odvodili rekurentný algoritmus na výpočet pravdepodobnosti krachu pre všeobecný model použitím diskretizácie, ktorú odvodili De Vylder a Goovaerts (1988) a Dickson a Waters (1991). Tento prístup má nedostatok v tom, že v každom fixnom intervale času maximálny prírastok prebytku je závislý nielen na intenzite prijímania poistného, ale aj od počiatočnej úrovne rezerv na začiatku intervalu. Dôsledok týchto komplikácií je, že výsledný algoritmus je nielen náročný čo sa týka výpočtov, ale aj čo sa týka času na spracovanie.
Numerické hodnoty pravdepodobnosti krachu v konečnom čase pre všeobecný model môže byť vyčíslený aj použitím metód, ktoré odvodili Sundt a Teugels (1995) alebo De Vylder (1996).
Ďalší numerický algoritmus bol prezentovaný Dicksonom a Watersom (1999) a neskôr algoritmus upravili Brekelman a De Waegenaere (2001). Dve posledné autorky rozdelili časový horizont do malých rovnomerných intervalov a odvodili algoritmus na odhad dolnej a hornej hranice pre pravdepodobnosť krachu pričom predpokladali, že poistné je prijímané vždy na začiatku, resp. na konci každého časového intervalu. Spriemerovaním týchto hraníc získali aproximáciu pravdepodobnosti krachu. Získané hodnoty boli rovnaké, ako nasimulované hodnoty pravdepodobnosti krachu.
Delbaen a Haezendonck (1987) použili techniku martingálov na získanie integrálnej rovnice na určenie pravdepodobnosti krachu. Vzťah, odvodený Sundtom a Teugelsom (1995), jednoduchším spôsobom vyjadril hornú hranicu pre pravdepodobnosť krachu či už v konečnom, či nekonečnom časovom horizonte. Tú istú techniku použili aj Boogaert a Crijns (1987), ale oni brali do úvahy aj záporné príjmy. V tomto zjednodušenom modeli rizika nie je potrebná podmienka čistého zisku a poisťovateľ pristúpi na možnosť straty, za podmienky zvýšenia konkurencieschopnosti poisťovne na trhu. Spomínaní autori získali hornú hranicu pravdepodobnosti krachu v konečnom aj nekonečnom časovom horizonte.

2 Stabilný rekurzívny algoritmus na výpočet pravdepodobnosti krachu

Krachom poisťovne budeme rozumieť skutočnosť, že v určitom časovom okamihu prebytok poisťovne po prvý raz klesne na zápornú hodnotu, pričom prebytkom poisťovne na konci časového úseku $\langle 0,t\rangle$, $t \in (0,\infty)$ rozumieme hodnotu počiatočného poistného rezervného fondu, zvýšenú o prijaté poistné v období $\langle 0,t\rangle$ a zníženú o celkové poistné plnenie v období $\langle 0,t\rangle$. A t je časový okamih vyjadrený v príslušných časových jednotkách (obyčajne roky).
Tradične sa pravdepodobnosť krachu aproximuje všeobecne známym vzťahom–Lundbergovou nerovnicou. Pri aproximácii pravdepodobnosti krachu je zvlášť dôležitá dostupnosť výkonných počítačov, nakoľko pri aproximácii je potrebný veľký počet krokov a s nárokom na presnosť sa adekvátne zvyšuje nárok na počítačovú techniku. V roku 1982 Gerber predstavil metódu na aproximáciu rozdelenia celkových škôd, pričom práve táto metóda predstavovala dôležitý krok v numerickom vyhodnocovaní rozdelenia celkového poistného plnenia, pretože predchádzajúce výsledky skúmania boli aplikovateľné len na diskrétne rozdelenia. Táto technika je účinná v určitých prípadoch, keď je dôsledne vybraná škála diskretizácie a tým pádom sa zlepší numerická presnosť odhadovanej hornej a dolnej hranice pravdepodobnosti krachu.

Budeme vychádzať z Vollterovej integrálnej rovnice
Predpokladajme, že funkcia $g(x)$ vyhovuje integrálnej rovnici

$$g(x) = J(x) + \int_0^x K(x, y)g(y)dy, \quad x > 0$$

pričom $J(x)$, $K(x, y)$ sú známe funkcie. Túto rovnicu nazývame Vollterova integrálna rovnica druhého druhu s jadrom $K(x, y)$. Riešiť sa dá napríklad pomocou Laplaceovej transformácie.
Na výpočet pravdepodobnosti krachu v nekonečnom časovom horizonte potrebujeme funkciu, ktorá vyhovuje Vollterovej integrálnej rovnici

$$\psi(U) = \frac{\lambda}{c}\int_0^U \psi(U-y).(1-F(y))\,dy + \frac{\lambda}{c}\int_U^\infty (1-F(y))\,dy \qquad (1)$$

pričom $\psi(U)$ je pravdepodobnosť krachu so začiatočnou rezervou vo výške U. Predpokladáme, že proces počtu poistných plnení je Poissonov proces s intenzitou λ , $F(x)$ je distribučná funkcia výšky poistných plnení a platí, že

$$\psi(0) = \frac{\lambda.\nu_1}{c}, \quad c = \lambda.\nu_1.(1+\theta) \qquad (2)$$

pričom c je intenzita prijímania poistného, θ riziková prirážka, ν_1 začiatočný moment, ktorý môžeme vyjadriť aj nasledovným spôsobom

$$\nu_1 = \int_0^\infty (1-F(y))\,dy \qquad (3)$$

$$\nu_1 = \int_0^\infty (1-F(y))\,dy = \left\{\begin{matrix} u = 1-F(y), & v' = 1 \\ u' = -f(y), & v = y \end{matrix}\right\} = \left[y.(1-F(y))\right]_0^\infty +$$

$$+\int_0^\infty y.f(y)\,dy = \lim_{y\to\infty}\left[y.(1-F(y))\right] - \left[0.(1-F(0))\right] + \int_0^\infty y.f(y)\,dy$$

$$= \int_0^\infty y.f(y)\,dy$$

Následne definujeme funkciu $h(x)$ predpisom

$$h(x) = \int_x^\infty (1-F(y))\,dy \qquad (4)$$

Pre $x = 0$ je hodnota funkcie $h(x)$ rovná začiatočnému momentu prvého rádu ν_1, $h(0) = \nu_1$
Najskôr upravíme rovnicu (1) do tvaru vhodného na aproximáciu.
Z definície funkcie $h(x)$ vidno, že posledný člen rovnice (1) je vlastne súčin $\frac{\lambda}{c}.h(U)$,

$$\psi(U) = \frac{\lambda}{c}\int_0^U \psi(U-y).(1-F(y))\,dy + \frac{\lambda}{c}\int_U^\infty (1-F(y))\,dy$$

takže rovnicu môžeme napísať v tvare

$$\psi(U) = \frac{\lambda}{c}\int_0^U \psi(U-y).(1-F(y))\,dy + \frac{\lambda}{c}\,h(U)$$

Ďalej upravíme prvý člen na pravej strane, pomocou metódy per partes

$$\int_0^U \psi(U-y).(1-F(y))\,dy = \begin{Bmatrix} u = \psi(U-y) & v' = 1-F(y) \\ u' = \psi'(U-y).(-1) & v = h(y) \end{Bmatrix} =$$

$$\left[\psi(U-y).h(y)\right]_0^U + \int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy =$$

$$\psi(0).h(U) - \psi(U).h(0) + \int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy$$

takže celá rovnica (1) prejde do tvaru

$$\psi(U) = \frac{\lambda}{c}.\psi(0).h(U) - \frac{\lambda}{c}.\psi(U).h(0) + \frac{\lambda}{c}\int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy + \frac{\lambda}{c}\,h(U)$$

Ak využijeme vzťahy $\psi(0) = \frac{\lambda.\nu_1}{c}$, $h(0) = \nu_1$, rovnicu upravíme

$$\psi(U) = \frac{\lambda}{c}.\frac{\lambda.\nu_1}{c}.h(U) - \frac{\lambda}{c}.\psi(U).\nu_1 + \frac{\lambda}{c}.\int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy + \frac{\lambda}{c}\,h(U)$$

následne osamostatníme $\psi(U)$

$$\psi(U) + \frac{\lambda}{c}.\psi(U).\nu_1 = \frac{\lambda}{c}.\frac{\lambda.\nu_1}{c}.h(U) + \frac{\lambda}{c}\,h(U) + \frac{\lambda}{c}.\int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy$$

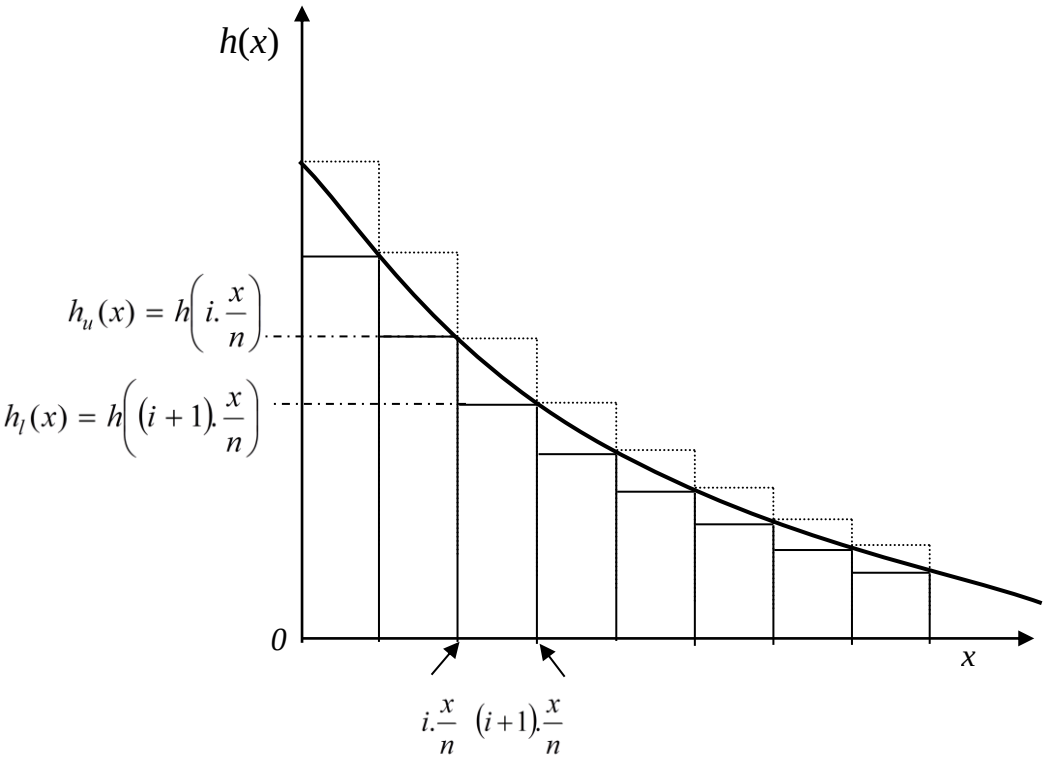
$$\psi(U).\left(1 + \frac{\lambda.\nu_1}{c}\right) = \frac{\lambda}{c}.\left(1 + \frac{\lambda.\nu_1}{c}\right).h(U) + \frac{\lambda}{c}.\int_0^U \psi'(U-y).h(y)dy \qquad (5)$$

získame rovnicu v tvare, na ktorý je vhodné aplikovať aproximačné postupy.
Nech $\psi(k)$ je riešením rovnice (5) v tvare

$$\psi(k).\left(1 + \frac{\lambda.\nu_1}{c}\right) = \frac{\lambda}{c}.\left(1 + \frac{\lambda.\nu_1}{c}\right).h(k) + \frac{\lambda}{c}.\int_0^k \psi'(k-y).h(y)dy \qquad (6)$$

Jednu z možností, ako vyriešiť rovnicu (5) naznačíme v ďalších riadkoch.
Nech funkcia $h(x)$ má nasledovný priebeh (Obr.1)

Obr. 1: Diskretizácia intervalu)



Zdroj: autorka

Interval $\langle 0, x\rangle$ rozdelíme na *n* častí a budeme pracovať s nasledovnými intervalmi

$$\left\langle 0, \frac{x}{n}\right\rangle, \left\langle \frac{x}{n}, 2\frac{x}{n}\right\rangle, \left\langle 2\frac{x}{n}, 3\frac{x}{n}\right\rangle \ldots \left\langle \frac{(n-1)x}{n}, x\right\rangle$$

Ako je naznačené v grafe, namiesto skúmania funkčných hodnôt funkcie na celom intervale $\langle 0, x\rangle$ budeme využívať vždy funkčnú hodnotu funkcie z intervalu $\left\langle \frac{i}{n}x, \frac{i+1}{n}x\right\rangle$. Spojitú funkciu $h(k)$ nahradíme po častiach spojitými funkciami $h_u(k)$ a $h_l(k)$ nasledovným spôsobom:

- funkčná hodnota funkcie $h_u(k) = h\left(\frac{i}{n}x\right)$ pre $k \in \left\langle \frac{i}{n}x, \frac{i+1}{n}x\right\rangle$
- funkčná hodnota funkcie $h_l(k) = h\left(\frac{i+1}{n}x\right)$ pre $k \in \left\langle \frac{i}{n}x, \frac{i+1}{n}x\right\rangle$
-

Je zrejmé, že $\forall k \geq 0 : h(k) \leq h_u(k)$, $\forall k \geq 0 : h(k) \geq h_l(k)$,
Tým, že funkciu nahradíme po častiach spojitou funkciou, prejdeme ku diskretizácii intervalu a tým pádom môžeme použiť niektorú z metód numerického integrovania.

3 Záver

Postup, ktorý sme v článku ukázali, je jedna z možností, ako aproximovať pravdepodobnosť krachu poisťovne. Využitie Vollterovej integrálnej rovnice je netradičné, ale ako sa ukázalo, výhodné riešenie. Numerická integrácia, ktorá je už súčasťou rôznych programových balíkov nám umožňuje výsledný vzťah spočítať pre konkrétne parametre súvisiace s konkrétnymi podmienkami v poisťovniach. Napriek tomu, že výpočtová technika zvláda náročné výpočtové operácie, v niektorých prípadoch riešenie nie je možné nájsť a tak je aproximácia vítaným riešením.

Tento príspevok vznikol v rámci výskumného projektu VEGA č. 1/0618/17 Moderné nástroje na modelovanie a riadenie rizík v životnom poistení.

Literatúra

1. Albrecher, H., Teugels, J. L., & Tichy, R. F. (2001). On a gamma series expansion for the time-dependent probability of collective ruin. *Insurance: Mathematics and Economics*,*29*(3), 345-355. doi:10.1016/s0167-6687(01)00080-4
2. Boogaert, P., & Crijns, V. (1987). Upperbounds on ruin probabilities in case of negative loadings and positive interest rates. *Insurance: Mathematics and Economics*,*6*(3), 221-232. doi:10.1016/0167-6687(87)90016-3
3. Brekelmans, R., & Waegenaere, A. D. (2001). Approximating the finite-time ruin probability under interest force. *Insurance: Mathematics and Economics*,*29*(2), 217-229. doi:10.1016/s0167-6687(01)00083-x
4. Bühlmann, H. (2005). *Mathematical methods in risk theory*. Berlin: Springer.
5. Knessl, C., & Peters, C. S. (1994). Exact and Asymptotic Solutions for the Time-Dependent Problem of Collective Ruin I. *SIAM Journal on Applied Mathematics*,*54*(6), 1745-1767. doi:10.1137/s0036139993250579
6. Knessl, C., & Peters, C. S. (1994). Exact and Asymptotic Solutions for the Time-Dependent Problem of Collective Ruin I. *SIAM Journal on Applied Mathematics*,*54*(6), 1745-1767. doi:10.1137/s0036139993250579
7. Pentikäinen, T. (1988). On the Solvency of Insurers. *Classical Insurance Solvency Theory Huebner International Series on Risk, Insurance, and Economic Security*,1-48. doi:10.1007/978-94-009-2677-6_1
8. Strešňáková, A. (2016). Modelovanie pravdepodobnosti krachu poisťovne v konečnom čase. *Ekonomika a informatika: vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI* [elektronický zdroj] 14 (2), 166-177, ISSN 1339-987X,
9. Vylder, F. D., & Goovaerts, M. (1988). Recursive calculation of finite-time ruin probabilities. *Insurance: Mathematics and Economics*,*7*(1), 1-7. doi:10.1016/0167-6687(88)90089-3
10. Strešňáková, A. (2016). Modelovanie pravdepodobnosti krachu poisťovne v konečnom čase. *Ekonomika a informatika: vedecký časopis FHI EU v Bratislave a SSHI* [elektronický zdroj] 14 (2), 166-177, ISSN 1339-987X,

Application of Generalized Linear Models in Non-Life Actuarial Framework

Marek Strežo[1]

Abstract
One of the main efforts of this paper is to present the methodology behind the generalized linear models, also known by acronym GLMs which represent an important class of the regression models. The actuaries try to find the best model for setting the premium. It involves the statistical analysis of insurance data, taking into consideration various properties of insured object and the policyholder. We state how to achieve the adequacy of model comparing the nested models. The models are compared by analysis of deviance and Akaike information criterion (AIC) used as a comprehensive tool for model selecting. Other purpose of this paper is to introduce tariff analysis, where the actuaries perform to obtain a tariff. Theoretical approach will be demonstrated on practical example of car insurance.

Key words
Exponential Models, Frequency model, Severity model, Residuals, Akaike information criterion (AIC) and Scaled deviance

JEL classification
C10, C21, G22

1 Introduction

In situations where a large amount of data is available, such as in personal lines insurance and, in some cases, in commercial lines insurance or reinsurance, it is possible to rate policyholders according to their individual characteristics rather than with a one-size-fits-all approach. The premium for each policy is then determined by values of a number of variables, also called the rating factors. These are proxies for risk factors and help charge policyholders proportionally to the risk they pose. Using more (relevant) rating factors gives an insurer a competitive advantage over its competitors. The actuaries use the data to find suitable model which describes how the claim frequency and the claim severity depend on the number of explanatory variables, i.e., rating factors (Henckaerts, Antonio, Clijsters, & Roel, 2017). The answer for this is that in non-life insurance data we seldom have a linear relation between response and variables and partly the rule by which the premium is computed for a policyholder, the tariff. The statistical study an actuary performs to obtain a tariff is called a tariff analysis. Table 1 shows the most important key ratios used in actuarial practice in general.

Tab. 1: Key ratios

Exposure w	Response X	Key ratio $Y = X/w$
Duration	Number of Claims	Claim Frequency
Duration	Claim costs	Pure Premium
Number of Claims	Claim costs	Claim Severity
Earned Premium	Claim costs	Loss Ratio
Number of Claims	Number of Large Claims	Proportion of Large Claims

Source: Ohlsson and Johansson, Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models, 2010, p. 6

[1] Ing. Marek Strežo, University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Mathematics and Actuarial Science, Dolnozemská cesta 1, 852 35, Bratislava, strezomarek@gmail.com

There are the ratios between the outcome of a random variable and a volume measure called exposure w. The exposure weight plays important role in the tariff analysis. We introduce three assumptions that will give a foundation for our statistical model building (Ohlsson & Johansson, 2015):

- **Homogeneity** – Consider any two policies in the same tariff cell having the same exposure. Let denote X_i for any response for policy i from the Table 1.Then X_1 and X_2 have the same probability distribution.
- **Policy independence** – There are n different policices in the set. Then the response variables from Table 1 $X_1, X_2, \dots, X_n$ are independent.
- **Time independence –** Consider n disjoint time intervals. For the response variables X_i denote the response in time interval i. Then $X_1, X_2, \dots, X_n$ are independent.

The topic of pricing, i.e. tariff analysis, as described in this paper, is only one part of the whole non-life insurance pricing approach and we seldom make direct use of the pure premium that comes out of the GLM analysis.

2 The structure of Generalized Linear Models

The key concept of all GLMs is these are often used within the framework of the Exponential Dispersion Family (EDF), which generalizes the normal distribution used in linear models (Dobson & Barnett, 2008). In this class of statistical methods certain forms of non-linear models can be fitted. The purpose of these statistical models is to estimate response variable Y which depends on a certain number of explanatory variables X_i (Fox, 2016). The variables $Y_1, \dots, Y_n$ are independent but not identically distributed. The generalized linear models are based on the following three keystones:

- ***Exponential family of distribution***: GLMs allow a broader family of distribution to be used just a normal distribution as required in linear regression. Dependent variable Y_i comes from the exponential (dispersion) family - EDM, which gives much more flexibility for insurance applications. The probability distribution of an EDM is given by following frequency function

$$f_{Y_i}(y_i; \theta_i, \phi) = exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{\phi/w_i} + c(y_i, \phi, w_i)\right\}, \quad (1)$$

where $f_{Y_i}(y_i; \theta_i, \phi)$ is probability function for discrete or continuous random variable Y_i. θ_i is an unknown parameter that is allowed to depend on i. Another unknown parameter is called dispersion parameter $\phi > 0$ same for all i. A cumulant function $b(\theta_i)$ is assumed twice continuously differentiable. For every choice of such a function, we get a family of probability distributions, e.g. normal, Poisson and gamma distributions. Given the choice of $b(\cdot)$, the distribution is completely specified by the parameters θ_i and ϕ. The function $c(\cdot,\cdot,\cdot)$ does not depend on θ_i (Ohlsson & Johansson, 2015). Elementary rules for mean and variance of the dependent variable Y_i according to the (1) can be yield

$$E(Y_i) = \mu_i = b'(\theta_i), \quad (2)$$

$$Var(Y_i) = \phi b''(\theta_i)/w_i. \quad (3)$$

- ***Systematic component:*** The systematic component of the model assigns to every observation a linear predictor η_i

$$\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_r x_{ir} = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta} = \sum_{j=1}^{r} x_{ij}\beta_j\,; \quad \forall\, i \in \{1, \ldots, n\}, \tag{4}$$

where $\beta_1, \ldots, \beta_r$ are unknown parameters, β_0 is an intercept and x_{ij} are covariates. One of the advantages of GLMs is that the structure of linear predictor is familiar structure of linear model.

- ***Link function:*** Using a link function is another generalization of ordinary linear models, concerning the linear structure of the mean. It links the mean to the linear structure through

$$g(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta} = \sum_{j=1}^{r} x_{ij}\beta_j\,; \quad \forall\, i \in \{1, \ldots, n\}. \tag{5}$$

In non-life insurance pricing, the log link is by far the most common one, since multiplicative model is often reasonable. Note, that the link function is not allowed to depend on i. The effect of the covariates is multiplicative, so we can write the log link $g(\mu_i) = \log(\mu_i)$ in the inverse form $g^{-1}(\mu_i) = e^{\mu_i}$. It follows that a log link function is used, rather than estimating additive effects, the GLMs estimates logs of multiplicative effects. Table 2 shows some of used common link functions $g(\mu_i)$.

Tab. 2: Link functions

Link Function	$g(\cdot)$	$g^{-1}(\cdot)$
Identity	μ_i	μ_i
Log	$\ln(\mu_i)$	e^{μ_i}
Logit	$\ln(\mu_i/(1-\mu_i))$	$e^{\mu_i}/(1+e^{\mu_i})$
Reciprocal	$1/\mu_i$	$1/\mu_i$

Source: Processed by the author

3 Model selection

Many people – especially in a business environment – hold (more or less implicitly) the view that more complex a model is more accurate it is. Now it seems quite extraordinary view that no actuary could hold. The main thing we need know to judge is whether a model is good or not and how strong its predictive power is, or, in more technical terms, how large the prediction error is. This is the distance between the true value of the statistic we wish to measure and value predicted by model in range to which the model needs to be applied. Model selection is at core of many activities in actuarial modelling for general insurance: selecting frequency model, selecting a severity model, selecting the correct rating factors (such as age, sex, profession, etc.) for a personal insurance policy and much more. In this evaluation following statistical tests can be used and give some guidance.

3.1 Measuring of a Goodness of fit

Model that has the maximum number of parameters, i.e. the number of parameters equal of response variables $(r = n)$, is called *saturated model*. It is also referred as a *maximum* or a *full model* (McCullagh & Nelder, 1989). While this model is trivial and of no practical interest, it is often used as a benchmark in measuring the goodness-of-fit of other models, since it has a perfect fit. The goodness of fit is measured by following different statistics (Ohlsson & Johansson, 2015):

- ***A scale Deviance D^*:*** the saturated model is used as a baseline. The maximized log-likelihood function of the full model with the maximum possible parameters is denoted by $l(\mathbf{y}; \widehat{\boldsymbol{\theta}}^*, \phi)$, where we assume dispersion parameter ϕ to be fixed. The scaled deviance of the investigated model is then given by

$$D^* = 2\left[l(\mathbf{y}; \widehat{\boldsymbol{\theta}}^*, \phi) - l(\mathbf{y}; \widehat{\boldsymbol{\theta}}, \phi)\right] = \frac{2}{\phi}\sum_{i=1}^{n} w_i \left[y_i(\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i) - \left(b(\hat{\theta}_i^*) - b(\hat{\theta}_i)\right)\right], \quad (6)$$

it is twice the difference between maximum log-likelihood achievable and maximum log-likelihood obtained by the fitted model.

- ***Generalized Pearson chi-square statistic χ^2:*** this another important statistic used for measuring the discrepancy of a fit defined by

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{\mathrm{Var}(Y_i)} = \frac{1}{\phi}\sum_{i=1}^{n} w_i \frac{(y_i - \hat{\mu}_i)^2}{\mathrm{v}(\hat{\mu}_i)}, \quad (7)$$

where $\mathrm{v}(\hat{\mu}_i)$ is the estimated variance function for distribution in concern.

- ***Residuals:*** as with ordinary linear regression, residuals can be used in GLMs to study the model fit to the data and in particular to detect outliers and check the variance assumption (Frees, 2010). The most common choice is *Pearson residuals*

$$r_{P_i} = \frac{y_i - \hat{\mu}_i}{\sqrt{v(\hat{\mu}_i)/w_i}}, \quad (8)$$

the sum of these residuals is unscaled Pearson χ^2, i.e., $\sum_i r_{P_i}^2 = \phi\chi^2$. Alternatively, one may use the *deviance residuals*, defined as

$$r_{D_i} = \sqrt{w_i d(y_i, \hat{\mu}_i)} \times \mathrm{sign}(y_i - \hat{\mu}_i), \quad (9)$$

where $d = 2\{y_i(\hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i) - b(\hat{\theta}_i^*) - b(\hat{\theta}_i)\}$ and thus $\sum_i r_{D_i}^2 = \phi D^*$.

3.2 Testing the significance of explanatory variables

In model fitting it is very important to test for the significance of included explanatory variables, since models give more accurate estimates when not over-parametrized. In the GLM's two types of tests are used.

- ***Likelihood ratio test (LR)*** is based on the comparison of maximized likelihood functions under the model and its respective sub-model. This test is only for two nested models with a null hypothesis $H_0: submodel\ holds$ vs. alternative $H_1: model\ holds$. This test statistic is given by

$$LR = 2\log\left[\frac{L(model)}{L(submodel)}\right] = 2[L(model) - L(submodel)], \quad (10)$$

where LR statistic is always non-negative and under H_0 is approximately χ^2 distributed with p degrees of freedom. The null hypothesis is rejected when the large values of LR are observed. In the distribution of the LR statistic also the parameter ϕ is included and therefore has to be estimated (Wood, 2017).

- ***Akaike information criterion (AIC)*** if there exists question – How it is possible compare models when they are not nested? Simpler way is to use the Akaike information criterion:

$$AIC = -2 \cdot \left(\mathbf{y}; \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\phi}\right) + 2 \cdot (number\ of\ parameters). \tag{11}$$

Thanks to the penalty term $2 \cdot (number\ of\ parameters)$, the model with the smallest AIC achieves a compromise between fit and complexity. Another thing to note is that the AIC tends to overstate the prediction error, and this has the effect that sometimes models are chosen are too simple. A simple criterion to decide whether to add a specific rating factor is to check whether the AIC decreases as a consequence of this addition. It should also be stressed that AIC can be used independently of the method of selection on uses: the AIC can compare two arbitrary models, not only two models that differ for the addition (or subtraction) of one variable (the so-called 'nested models').

4 Empirical Study in Car Insurance

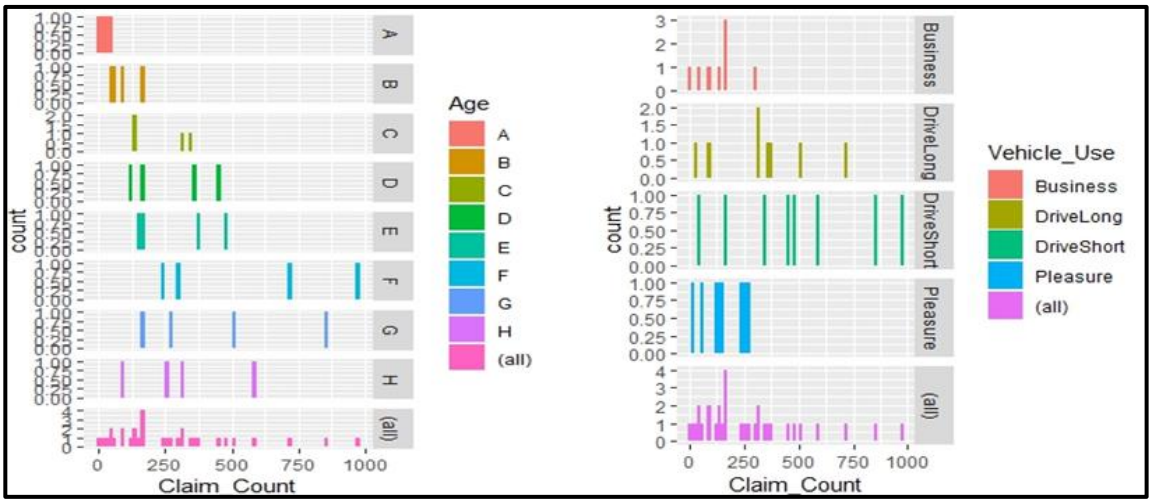
We consider a car insurance example with a dataset AutoCollision from a package. It is solved by standard R software environment. Two rating factors are used to divide drivers into the cells:

- ***Age:*** drivers are divided in several age groups A-H. The youngest drivers belong to age group A and the oldest to age group H.
- ***Vehicle_Use:*** there are following purposes of vehicle use, e.g., 1 – Business, 2 – DriveShort (drive less than 10 miles), 3 – DriveLong (drive less than 10 miles), 4 – Pleasure.

4.1 Claim Frequency

In this part we will focus on number of claims which occurred in the set. For this reason the variable *Claim_Count* is a dependent variable. Following Figure 1 shows conditional histograms separated out by drivers age and vehicle use.

Fig.1: Conditional histograms



Source: Processed by the author

With increasing rating factor age, number of claims also increases and those who drive less than 10 miles had a various number of claims. We fit a Poisson distribution with a logarithmic link function and two rating factors Age and Vehicle_Use.

Estimates of Poisson regression coefficients are shown in following Figure 2

Fig.2: GLM results of Poisson model

```
Call:
glm(formula = Claim_Count ~ Age + Vehicle_Use, family = poisson,
    data = auto)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.7079  -1.7508   0.4497   1.5586   5.8413

Coefficients:
                     Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)           2.37020    0.10979  21.588  < 2e-16 ***
AgeB                  1.42487    0.11806  12.069  < 2e-16 ***
AgeC                  2.34655    0.11096  21.148  < 2e-16 ***
AgeD                  2.51534    0.11020  22.825  < 2e-16 ***
AgeE                  2.58209    0.10993  23.488  < 2e-16 ***
AgeF                  3.22470    0.10809  29.834  < 2e-16 ***
AgeG                  3.00189    0.10860  27.641  < 2e-16 ***
AgeH                  2.63906    0.10972  24.053  < 2e-16 ***
Vehicle_UseDriveLong  0.92463    0.03604  25.652  < 2e-16 ***
Vehicle_UseDriveShort 1.28557    0.03446  37.307  < 2e-16 ***
Vehicle_UsePleasure   0.16591    0.04145   4.002 6.27e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

    Null deviance: 6064.97  on 31  degrees of freedom
Residual deviance:  184.72  on 21  degrees of freedom
AIC: 430.81

Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

Source: Processed by the author

The results are expressed in Fig.2. The column `Estimate` gives the Maximum likelihood estimation (MLE) $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ and the column `Std.Error` the estimated standard deviation. The column `z value` provides the Z-test statistics under the null hypothesis $\beta_j = 0$ and is defined by $z_j = \hat{\beta}_j / \hat{\sigma}_j$. Finally, the last column `Pr(>|z|)` gives the resulting (individual two-sides) p-values for this null hypothesis under asymptotic normality. Note that these tests cannot be used to decide whether a categorical variable should be included in the model or not. From the summary in Figure 2 we can see, that all p-values are lower than 0.05. We would also like to find out whether our model with Poisson regression fits the data reasonably. We can use a residual deviance to perform a goodness of fit test (Jong & Heller,2008).

Fig.3: Residual deviance and p-value for Poisson model

res.deviance	df	p
184.7188	21	3.573655e-28

Source: Processed by the author

As can be seen in Figure 3, p-value is very low, what strongly suggests that the data do not fit the model well. This can be caused by over-dispersion, so the negative binomial regression with logarithmic link would be more appropriate for modelling claim frequency. Fitted negative binomial model is shown in Figure 4.

Fig.4: GLM results of negative binomial model

```
glm.nb(formula = Claim_Count ~ Age + Vehicle_Use, data = auto,
    init.theta = 41.5794641, link = log)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.2359  -0.9445   0.1201   0.6320   2.1397

Coefficients:
                      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)            2.36152    0.14956  15.790   <2e-16 ***
AgeB                   1.42979    0.16591   8.618   <2e-16 ***
AgeC                   2.38290    0.16015  14.880   <2e-16 ***
AgeD                   2.53083    0.15962  15.855   <2e-16 ***
AgeE                   2.59680    0.15941  16.290   <2e-16 ***
AgeF                   3.21348    0.15797  20.342   <2e-16 ***
AgeG                   2.95787    0.15847  18.665   <2e-16 ***
AgeH                   2.63091    0.15931  16.514   <2e-16 ***
Vehicle_UseDriveLong   0.91500    0.08997  10.170   <2e-16 ***
Vehicle_UseDriveShort  1.29057    0.08907  14.490   <2e-16 ***
Vehicle_UsePleasure    0.22522    0.09259   2.432    0.015 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Negative Binomial(41.5795) family taken to be 1)

    Null deviance: 939.184  on 31  degrees of freedom
Residual deviance:  34.589  on 21  degrees of freedom
AIC: 339.25

Number of Fisher Scoring iterations: 1
```

Source: Processed by the author

All p-values from the summary in Figure 4 above are also lower than 0.05, that is the same case as in Poisson regression model. Now, we would like to compare Poisson model and negative binomial model. Using a likelihood ratio test we will check if the negative binomial assumption stays, respectively if the conditional mean is not equal to conditional variance. P-value $3.946 \cdot 10^{-22}$ of negative binomial model comparing to Poisson model is more appropriate – is higher.

The results of chi-squared test show how well the negative binomial model fits data in Figure 5. We have chosen the negative binomial with logarithmic link function as a final claim frequency model even though the goodness of fit test is statistically significant (p-value equals to 0.03130611).

Fig.5: Residual deviance and p-value for negative binomial model

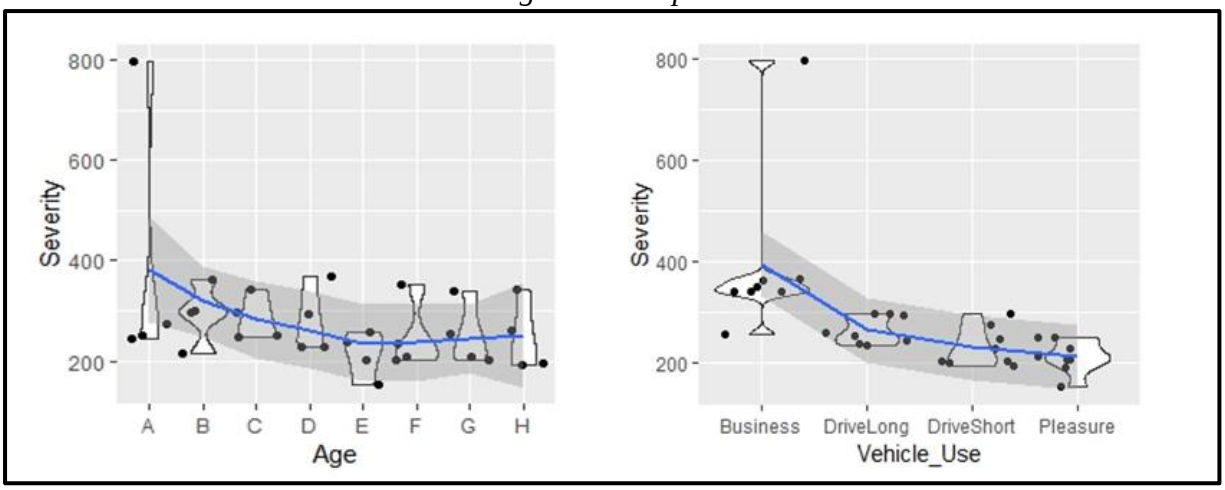
res.deviance	df	p
34.58933	21	0.03130611

Source: Processed by the author

4.2 Claim Severity

In this section we will analyse the average amount of claims in each cell. For better visualisation several plots are created to show dependence between severity and the rating factors.

Fig. 6: Violin plots



Source: Processed by the author

The violin plots in Figure 6 shows, that the highest average amounts of claims was observed for the youngest drivers from the group A and the lowest average amounts of claims have drivers which drive for pleasure.

We fit gamma distribution with a logarithmic link function and two rating factors Age and Vehicle_Use. The results of gamma models are expressed in Figure 7.

Fig.7: GLM results of gamma model

```
Call:
glm(formula = Severity ~ Age + Vehicle_Use, family = Gamma("log"),
    data = auto)

Deviance Residuals:
     Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.36150  -0.07282  -0.00603   0.05880   0.47548

Coefficients:
                      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)            6.24125    0.10148  61.500  < 2e-16 ***
AgeB                  -0.20798    0.12239  -1.699 0.104035
AgeC                  -0.23028    0.12239  -1.881 0.073846 .
AgeD                  -0.26304    0.12239  -2.149 0.043436 *
AgeE                  -0.53105    0.12239  -4.339 0.000289 ***
AgeF                  -0.38201    0.12239  -3.121 0.005165 **
AgeG                  -0.37410    0.12239  -3.057 0.005993 **
AgeH                  -0.39392    0.12239  -3.218 0.004123 **
Vehicle_UseDriveLong  -0.35729    0.08655  -4.128 0.000478 ***
Vehicle_UseDriveShort -0.50531    0.08655  -5.839 8.53e-06 ***
Vehicle_UsePleasure   -0.58859    0.08655  -6.801 1.00e-06 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.0299607)

    Null deviance: 3.20647  on 31  degrees of freedom
Residual deviance: 0.58114  on 21  degrees of freedom
AIC: 343.22

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

Source: Processed by the author

Two p-values from the summary output in Figure 7 are higher than 0.05. In next step we will test the variable *Age*. Figure 8 contains deviance comparison of the full model with deviance of model, where this variable is excluded.

Fig.8: Analysis of deviance

```
Analysis of Deviance Table

Model 1: Severity ~ Vehicle_Use
Model 2: Severity ~ Age + Vehicle_Use
  Resid. Df Resid. Dev Df Deviance Pr(>Chi)
1        28    1.30683
2        21    0.58114  7   0.7257 0.001041 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Source: Processed by the author

Seven degree of freedom chi-square test indicates that *Age*, taken together, is statistically significant predictor that means we will continue working with an original full model.

Table 3 contains fitted gamma distributions with several link functions. To perform a goodness of fit tests for these models we used residual deviance. Also p-values are shown in the table.

Tab. 3: Summary of model comparison

Model	Null deviance	Residual Deviance	p-value
gamma – log link	3.206	0.581	1
gamma – inverse link	3.206	0.426	1
gamma – inverse squared link	3.206	0.318	1

Source: Processed by the author

Even though the gamma with logarithmic link function doesn’t have the lowest residual deviance, we have chosen it as a final model severity. The reason is better interpretability among our examined models.

4.3 Pure Premium

The standard approach in GLM tariff analysis is to do separate econometric modelling for claim frequency and claim severity. There is a question, why we have built our analysis into two GLM models. Ohlsson and Johansson (2010) have shown in section (2.3.4) that:

- claim frequency is usually much more stable than claim severity and often much of the power of rating factors is related to claim frequency: these factors can be estimated with greater accuracy;
- a separate analysis gives more insight in how a rating factor affects the pure premium.

The Pure premium is the expectation of the annual cost of claims of policyholders and is obtained by multiplying given GLMs model for estimated claim frequency and claim severity. For the base cell we have chosen age class A and vehicle use class business. This choice is taken as an expert judgement. The relativities are determined separately using GLMs and multiplied to get relativities for pure premium.

Tab. 4: Relativities from negative binomial GLM and Poisson GLM

Rating Factor	Class	Relativity Frequency	Relativity Severity	Relativity Pure Premium
Age	**A**	**1.0**	**1.0**	**1.0**
Age	B	4.2	0.81	3.4
Age	C	10.8	0.79	8.6
Age	D	12.6	0.77	9.7
Age	E	13.4	0.59	7.9
Age	F	24.9	0.68	17.0
Age	G	19.3	0.69	13.2
Age	H	13.9	0.67	9.4
Vehicle use	**Business**	**1.0**	**1.0**	**1.0**
Vehicle use	Drive Long	2.5	0.70	1.7
Vehicle use	Drive Short	3.6	0.60	2.2
Vehicle use	Pleasure	1.3	0.56	0.7

Source: Processed by the author

5 Conclusion

The use of GLMs for rating factor selection has been a great success story for actuarial science. Actuaries have of course done rating factor selection almost from the start of their involvement in pricing, using multi-way analysis, minimum bias methods, and others, but it is with GLMs that large-scale analysis of rating factors has been put on a firm footing and proper diagnostic tools have been developed. Direct line was one of the first to introduce this actuarial methodology in pricing motor. Now most insurance companies do it. However, the ideas behind GLMs are really simple and most of what actuaries do in practice with GLM is based on a clear understanding of these ideas rather than on a detailed knowledge of the formalism and the algorithms involved.

We have tried here to summarise the main ideas behind GLMs. Claims frequencies are usually modelled by a GLM with a logarithmic (or simply log) link function and Poisson noise. A good reason to use a Poisson to model claims frequency is that results of the model do not depend on the time interval chosen. The log link function has the effect that all outputs are positive (which is a desirable property) and that the effect of the factors is multiplicative, which has been observed to be a realistic assumption in the real world. In practise, prior weight is normally given by exposures such as vehicle years, etc. Claims amounts are usually modelled using gamma noise. The log link function is chosen for claims amounts, for the same reasons as above (positivity, multiplicativity). Note that because the gamma distribution does not allow for zero claims, zero claims are removed from both the frequency and the severity and are modelled at a larger stage if needed.

Table 4 contains relativities from the negative binomial GLM for claim frequency and the log gamma for claim severity and also relativities for pure premium. Eventually, research has shown that drivers in group F have the largest number of claims. On the contrary in case of severity, younger drivers from the rating factor Age and cell B have higher average amount of claims.

We mention that comparing the annual premium in the base cells (highlighted in Table 4) with age F and Vehicle use for Drive short is several time higher (!). Conclusions of this study can be useful for many insurance companies. It is necessary to mention that GLMs can’t

be applied in generalized character, e.g. in all insurance companies or in their portfolios. Every company uses different strategy, benefits and information and it just requires a unique and professional approach to such a GLM model that will be reliably capture the results.

References

1. Dobson, A. J., & Barnett, A. G. (2008). *An introduction to generalized linear models*(Ser. 3). Boca Raton: CRC Press.
2. Fox, J. (2016). *Applied regression analysis and generalized linear models*(3rd ed.). Los Angeles: SAGE.
3. Frees, E. W. (2010). *Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications,*1st ser., 362-382. doi:10.1017/CBO9780511814372
4. Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008). *Modern Actuarial Risk Theory using R,128*, 231-264. doi:10.1007/978-3-540-70998-5_9
5. Henckaerts, R., Antonio, K., Clijsters, M., & Roel, V. (2017). A Data Driven Binning Strategy for the Construction of Insurance Tariff Classes. *SSRN Electronic Journal*. doi:10.2139/ssrn.3052174
6. Jong, P. D., & Heller, G. Z. (2008). *Generalized Linear Models for Insurance Data,136*, 64-80. doi:10.1017/cbo9780511755408.006
7. Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2018). *Loss models from data to decisions*(4th ed.). Hoboken, NJ: John Wiley and Sons.
8. McCullagh, P., & Nelder, J. A. (1989). *Generalized linear models* (Ser. 2). Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.
9. Ohlsson, E., & Johansson, B. (2015). *Non-life insurance pricing with generalized linear models*. Heidelberg: Springer. doi:10.1007/978-3-642-10791-7
10. Wood, S. N. (2017). *Generalized additive models: An introduction with R*(2nd ed.). Boca Raton: CRC Press - Taylor &Francis Group.

Stochastické modely nemocenského poistenia a ich riešenie v open source systéme MAXIMA

The stochastic models of sickness insurance and their solution in the MAXIMA open source system

Lea Škrovánková[1], Jozef Fecenko[2]

Abstrakt
Príspevok je zameraný na možnosť využitia aktuárskej matematiky v zdravotnom poistení. Príspevok využíva pojmový aparát nehomogénnych Markovových procesov a teoretické znalosti tejto problematiky. Taktiež rozoberá spôsoby oceňovania markovových procesov v spojitosti so systémovým modelovaním. Pre kalkulácie poisťovne je dôležité vedieť, aké sú pravdepodobnosti toho, že poistený bude v danom stave po určitom období, t. j. či bude zdravý, chorý alebo mŕtvy. V našom prípade sme riešili päť-stavový model. Riešenie kreovaného modelu bolo dotiahnuté do aplikačnej formy využitím open source systému MAXIMA na riešenie príslušného systému diferenciálnych rovníc.

Kľúčové slová
nemocenské poistenie, viacstavové modely, Markovove procesy, pravdepodobnosť prechodu, matica prechodu

Abstract
The aim of this paper is to show the possibility of using actuarial mathematics in health insurance. The contribution uses the conceptual apparatus of non-homogeneous Markov processes and the theoretical knowledge of the subject. It also discusses ways to evaluate Markov processes in connection with system modeling. For the insurance company's calculations, it is important to know the probability that the insured will be in a given state after a certain period, e.g. whether he will be healthy, sick or dead. In our case, we have solved a five-state model. The solution of the created model was reached into the application form by using the MAXIMA open source system to solve the corresponding differential equation system.

Key words
sickness insurance, multistate models, Markov processes, probability of transition, matrix of transition

JEL classification
C4, I1, K3

[1] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: skrovankova.euba@gmail.com

[2] Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: jozef.fecenko@euba.sk

1 Úvod

Jednou z nevyhnutných podmienok pre dlhý život a zaradenie človeka do spoločnosti je zdravie. So zdravotnou starostlivosťou sa stretávame už pri narodení dieťaťa a sprevádza nás ďalej celým životom. Za posledných niekoľko rokov sa priemerná dĺžka života predĺžila, a preto sa dá predpokladať, že v nastúpenom trende bude aj naďalej pokračovať. Zároveň môžeme konštatovať, že ľudia žijú dlhšie a kvalitnejšie. Avšak bez ohľadu na vek či pohlavie, kvalitu života ľudí čoraz častejšie ohrozujú rôzne tzv. civilizačné choroby. Tieto ochorenia sa veľmi rozšírili a stávajú sa globálnym problémom pre celé obyvateľstvo. Medzi najčastejšie vyskytujúce sa ochorenia patria obezita, vysoký krvný tlak, cukrovka, srdcový infarkt a v neposlednom rade rakovina (www.employment.gov.sk/zmeny-od-1.-aprila-2012-posledna-novela.html, 2018). Dôležitým benefitom je absencia nutnosti dokazovať trvalú invaliditu, či práceneschopnosť spôsobenú závažnou chorobou. Na druhej strane sa však toto poistenie môže zdať neúplným, pretože poistenec môže počas doby poistenia ochorieť na niekoľko vážnych chorôb, ktoré nie sú spomenuté v poistnej zmluve. V tomto príspevku ukážeme, akým spôsobom je možné modelovať priebeh vzniku kritického ochorenia využijúc aktuársku matematiku a časovo spojitý model s Markovovou vlastnosťou. Teoretická časť riešenia modelu bola „upgradeovaná“ do aplikačnej úrovne využitím open source systému MAXIMA na riešenie kreovaného modelu.

2 Modely nemocenského poistenia v súčasnosti

Pri aplikáciách v operačnej analýze a v ekonómii sa najčastejšie využívajú typy náhodných procesov so spojitým parametrom (časom) a diskrétnymi (nespojitými) stavmi (Potocký, 2012). Ide o procesy s jednoduchou väzbou prebiehajúce v spojitom čase, ktoré nazývame Markovove procesy. Príkladmi procesov tohto typu môžu byť napríklad zákazníci vstupujúci do obchodu, t. j. vstup jednotiek do systému obsluhy, rast obyvateľstva, ktorý závisí od počtu narodených a počtu zomretých, t. j. proces zrodov a úmrtí, ale aj rozširovanie infekčnej choroby medzi obyvateľstvom, t. j. počet nakazených predstavuje proces zrodov.

V súčasnosti poisťovne využívajú rôzne aktuárske modely založené na stochastických Markovových procesoch. V druhej polovici minulého storočia sa v poisťovníctve začali používať viacstavové modely, ktoré sa s jednotlivými obmenami používajú až dodnes. Základom modelovania je voľba množiny stavov, v ktorom sa môže osoba v priebehu života nachádzať a ďalej určenie, akým spôsobom dochádza k prechodu medzi jednotlivými stavmi.

Majme konečnú množinu stavov $S(x)=\{1,2,\ldots,n\}$, kde x predstavuje vek poistenca.

Pravdepodobnosť toho, že v čase $x+t$ sa osoba nachádza v stave j, za predpokladu, že v čase x bola v stave i označíme:

$$p_{ij}(x,x+t)=P[S(x+t)=j/S(x)=i] \text{ pre } \quad i,j\in\{1,2,\ldots,n\}\ . \tag{1}$$

Pravdepodobnosti $p_{ij}(x,x+t)$ závisia len od x a nezávisia od informácie o čase pred x. Hovoríme o pravdepodobnosti prechodu zo stavu i do stavu j. Vzhľadom na to, že systém sa zo stavu j v čase x musí dostať v čase $x+t$ do niektorého z existujúcich stavov, musí platiť

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij}(x,x+t)=1, \text{ pre } \forall x,t\geq 0 \text{ a pevné ale ľubovoľné } i\,. \tag{2}$$

Teda

$$\left[S(x) = x : 0 \le x < \omega\right] \tag{3}$$

s vlastnosťou (1) predstavuje nehomogénny Markovov proces s konečným počtom n možných stavov so spojitým časom x, kde ω je jeho horné ohraničenie.

Nakoľko prechody medzi jednotlivými stavmi môžu nastať v spojitom, vyjadríme jednotlivé intenzity prechodu $\mu_{ij}(x)$ nasledovným spôsobom:

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{p_{ij}(x, x+t)}{t} = \mu_{ij}(x) \quad \text{pre } i \neq j, \tag{4}$$

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{1 - p_{ii}(x, x+t)}{t} = \mu_{ii}(x). \tag{5}$$

Matematický aparát takéhoto modelovania tvorí systém diferenciálnych rovníc pomocou ktorých vypočítame potrebné pravdepodobnosti. Pre ich odvodenie potrebujeme najskôr získať vzťahy pre pravdepodobnosti prechodu $p_{ij}(x, x+t)$.

Všeobecné vyjadrenie $p_{ij}(x, x+t)$ pre pevne zvolené indexy i, j, pričom uvažujeme časové okamihy x; $x+t$; $x+t+h$ a s využitím vety o úplnej pravdepodobnosti je:

$$p_{ij}(x, x+t+h) = \sum_{k=1}^{n} p_{ik}(x, x+t) p_{kj}(x+t, x+t+h). \tag{6}$$

Pre $k = j$ použitím vzťahu (2) dostávame:

$$p_{jj}(x+t, x+t+h) = 1 - \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^{n} p_{js}(x+t, x+t+h). \tag{7}$$

Pre $k \neq j$ z definície intenzity prechodu (4), ako parametrov zodpovedajúcich sčítacím procesom, dostaneme:

$$p_{kj}(x+t, x+t+h) \cong h\mu_{kj}(x+t) + o_{kj}(h), \tag{8}$$

pričom $o_{kj}(h)$ reprezentuje funkciu, ktorá konverguje k nule rýchlejšie ako lineárna funkcia. Ide o tzv. funkciu rádu nula (symbol „o“ sa v matematike nazýva Landauov symbol), pre ktorú platí:

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{o_{kj}(h)}{h} = 0. \tag{9}$$

Potom pomocou vzťahu (8) vyjadríme $p_{jj}(x+t, x+t+h)$:

$$p_{jj}(x+t, x+t+h) \cong 1 - h \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^{n} \left[\mu_{js}(x+t) + \frac{o_{js}(h)}{h} \right]. \tag{10}$$

Po postupnom dosadení vzťahov (8) a (10) do (6) dostávame:

$$p_{ij}(x,x+t+h)=p_{ij}(x,x+t)p_{jj}(x+t,x+t+h)+\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}p_{ik}(x,x+t)p_{kj}(x+t,x+t+h)\cong$$

$$\cong p_{ij}(x,x+t)\left\{1-h\sum_{\substack{s=1\\s\neq j}}^{n}\left[\mu_{js}(x+t)+\frac{o_{js}(h)}{h}\right]\right\}+h\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}p_{ik}(x,x+t)\left[\mu_{kj}(x+t)+\frac{o_{kj}(h)}{h}\right]. \qquad (11)$$

Po jednoduchej úprave dostaneme rovnicu:

$$\frac{p_{ij}(x,x+t+h)-p_{ij}(x,x+t)}{h}\cong -p_{ij}(x,x+t)\sum_{\substack{s=1\\s\neq j}}^{n}\left[\mu_{js}(x+t)+\frac{o_{js}(h)}{h}\right]+\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}p_{ik}(x,x+t)\left[\mu_{kj}(x+t)+\frac{o_{kj}(h)}{h}\right]$$

Predpokladáme, že funkcia $p_{ij}(x,x+t)$ je diferencovateľná, potom limitným prechodom pre $h\to 0^{+}$ dostaneme systém diferenciálnych rovníc v tvare:

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{ij}(x,x+t)=-p_{ij}(x,x+t)\sum_{\substack{s=1\\s\neq j}}^{n}\mu_{js}(x+t)+\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n}p_{ik}(x,x+t)\mu_{kj}(x+t),\ i,j=1,2,\ldots,n \qquad (12)$$

Odvodený systém diferenciálnych rovníc (12) možno nájsť aj v práci (Huťka, 2002).

Uvedený systém diferenciálnych rovníc rovnice predstavujú matematický model uvažovaného systému. Môžeme ho postupne riešiť buď všeobecne, ak máme začiatočné podmienky, alebo hľadáme numerické riešenie v prípade známych intenzít prechodu. Z uvedeného systému si pre vopred zvolené i vyberieme pár simultánnych rovníc, v ktorých sa nachádzajú neznáme funkcie $p_{ij}(x,x+t)$. Postupnou úpravou získame jednu diferenciálnu rovnicu vyššieho rádu pre $p_{ij}(x,x+t)$, kde i,j sú konštantné. Ďalej pri riešení používame známe numerické metódy pri zadaných začiatočných podmienkach.

Ďalej sa budeme venovať pravdepodobnosti $p_{ii}(x,x+t)$, t. j. pravdepodobnosti zotrvania v stave i. Definujme nasledovné pravdepodobnosti:

$$p_{ii}(x,x+t)=P\left[S(x+t)=i/S(x)=i\right] \qquad (13)$$

$$p_{\bar{i}\bar{i}}(x,x+t)=P\left[S(x+k)=i;\forall k\in\langle 0,t\rangle/S(x)=i\right],\ \text{pre}\ x\geq 0,\ t\geq 0,\ i=1,2,\ldots,n. \qquad (14)$$

Pravdepodobnosť $p_{ii}(x,x+t)$ vyjadruje prechod zo stavu i do stavu i za časové obdobie $\langle x,x+t\rangle$, avšak nehovorí nič o tom, akými stavmi prechádzala osoba medzi týmito dvoma časovými bodmi. Pravdepodobnosť $p_{\bar{i}\bar{i}}(x,x+t)$ vyjadruje zotrvanie v stave i, t. j. nedošlo počas uvedeného časového obdobia k žiadnemu prechodu.

Z vety o úplnej pravdepodobnosti pre $p_{\bar{i}\bar{i}}(x,x+t)$ vyplýva:

$$p_{\bar{i}\bar{i}}(x,x+t+h)=p_{ii}(x,x+t)p_{ii}(x+t,x+t+h), \qquad (15)$$

kde $p_{ii}(x,x+t)=p_{\bar{i}\bar{i}}(x,x+t)$.

Zo vzťahov (7) a (10) dostávame:

$$p_{ii}(x+t,x+t+h)\cong 1-h\sum_{\substack{s=1\\s\neq i}}^{n}\left[\mu_{is}(x+t)+\frac{o_{is}(h)}{h}\right].$$

Po dosadení a limitným prechodom pre $h \to 0^+$ dostaneme diferenciálnu rovnicu prvého rádu:

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = -p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq i}}^{n} \mu_{is}(x+t) \tag{16}$$

so začiatočnou podmienkou $p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = 1$ pre $t = 0$.

Riešením tejto rovnice je:

$$p_{\bar{i}\bar{i}}(x, x+t) = e^{-\int_0^t \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq i}}^{n} \mu_{is}(x+r)\mathrm{d}r} . \tag{17}$$

V praxi sa veľmi často využívajú štvor a viacstavové modely poistenia (Škrovánková, L., Škrovánková, P., 2010). Ide hlavne o modelovanie v rámci dôchodkového, či nemocenského poistenia. Aktuárske modely založené na stochastických Markovových procesoch však možno využiť aj pri modelovaní poistenia kritických chorôb, ktoré poskytuje poistenému jednorazové plnenie v prípade rôznych rizikových ochorení uvedených v poistnej zmluve. V súčasnosti existujú rôzne modifikácie modelov pre tento druh poistenia (podrobne napr. v (Baione, F., Levantesi, S. 2014) a (Kováč, E. (2008)).

3 Riešenie systému diferenciálnych rovníc

V tejto kapitole sa budeme venovať modelu s piatimi stavmi, ktorý znázorňuje priebeh určitej konkrétnej kritickej choroby, napr. rakovina v niekoľkých štádiách. V ňom sú taktiež uvedené aj možné prechody medzi jednotlivými stavmi. Je nutné poznamenať, že v prípade opustenia nejakého stavu osoby vo veku x, neexistuje už možný návrat späť.

Budeme uvažovať tieto stavy:

stav 1 – rizikový stav, počiatočné štádium choroby, ktoré je liečiteľné,

stav 2 - rozvinuté štádium choroby,

stav 3 - posledné, nevyliečiteľné štádium choroby,

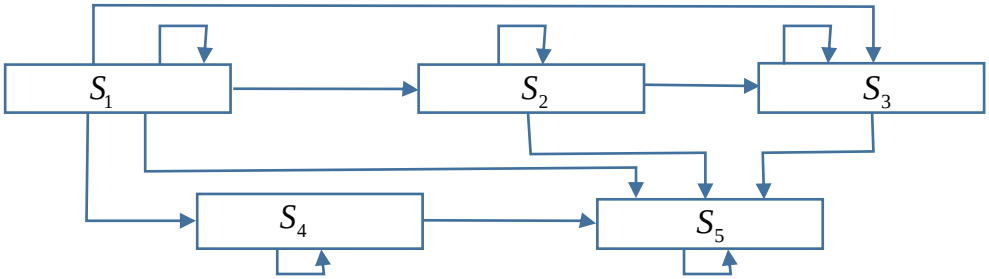
stav 4 - zdravý,

stav 5 - mŕtvy.

Stav rizikový je vstupný stav pre každého jedinca prichádzajúceho do modelu. Postupne sa osoba môže vyliečiť alebo sa choroba zhorší. Samozrejme, pre jednotlivca v stave 1 až 4 je možnosť úmrtia, t. j. prechod do stavu 5. Vzhľadom na konštantnosť intenzít prechodu, doba, ktorú osoba strávi v nejakom stave, nemá vplyv na budúce obdobie, počas ktorého ešte osoba zotrvá v danom stave.

Uvažujme päťstavový systém dôchodkového poistenia, ktorý je daný schémou na obr. 1.

Obr. 1: Päťstavový Markovovský model.



Aktuárske funkcie, napríklad dôchodky, poistenia na úmrtie alebo rezervy počítané pre osobu vo veku x, sú zložitými funkciami intenzít prechodu vo viacstavovom modeli. Ich citlivosť na zmeny intenzít môže byť vysvetlená pomocou výpočtov vedených v rôznych počítačových programoch, niektorým sa venujeme aj v tomto príspevku.

Na matematické vyjadrenie daného modelu opäť využijeme systém Kolmogorových diferenciálnych rovníc, kde $p_{ij}(x, x+t)$ je pravdepodobnosť toho, že x - ročná osoba, ktorá sa nachádza v stave i, po uplynutí t rokov bude v stave j.

Matica pravdepodobností prechodu má tvar:

$$P(x,x+t)=\begin{pmatrix} p_{11}(x,x+t) & p_{12}(x,x+t) & p_{13}(x,x+t) & p_{14}(x,x+t) & p_{15}(x,x+t) \\ 0 & p_{22}(x,x+t) & p_{23}(x,x+t) & 0 & p_{25}(x,x+t) \\ 0 & 0 & p_{33}(x,x+t) & 0 & p_{35}(x,x+t) \\ 0 & 0 & 0 & p_{44}(x,x+t) & p_{45}(x,x+t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a matica intenzít prechodu má tvar:

$$A(x)=\begin{pmatrix} -\sum_{j\neq 1}\mu_{1j}(x) & \mu_{12}(x) & 0 & \mu_{14}(x) & \mu_{15}(x) \\ 0 & -\mu_{23}(x)-\mu_{25}(x) & \mu_{23}(x) & 0 & \mu_{25}(x) \\ 0 & 0 & -\mu_{35}(x) & 0 & \mu_{35}(x) \\ 0 & 0 & 0 & -\mu_{45}(x) & \mu_{45}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Z modelu vyplýva že:

$$p_{ij}(x,x+t)=0 \quad \text{pre } i>j$$

podobne:

$$p_{24}(x,x+t)=p_{34}(x,x+t)=0.$$

Na základe vzťahu (12) dostávame nasledujúce vyjadrenie diferenciálnych rovníc modelu:

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{11}(x,x+t)=-p_{11}(x,x+t)\mu_1$$

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{12}(x,x+t)=p_{11}(x,x+t)\mu_{12}-p_{12}(x,x+t)\mu_2$$

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{13}(x,x+t)=p_{12}(x,x+t)\mu_{23}-p_{13}(x,x+t)\mu_{35}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{14}(x,x+t)=p_{11}(x,x+t)\mu_{14}-p_{14}(x,x+t)\mu_{45}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{15}(x, x+t) = p_{11}(x, x+t)\mu_{15} + p_{12}(x, x+t)\mu_{25} + p_{13}(x, x+t)\mu_{35} + p_{14}(x, x+t)\mu_{45}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{22}(x, x+t) = -p_{22}(x, x+t)\mu_{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{23}(x, x+t) = p_{22}(x, x+t)\mu_{23} - p_{23}(x, x+t)\mu_{35}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{25}(x, x+t) = p_{22}(x, x+t)\mu_{25} + p_{23}(x, x+t)\mu_{35}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{33}(x, x+t) = -p_{33}(x, x+t)\mu_{35}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{35}(x, x+t) = p_{33}(x, x+t)\mu_{35}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{44}(x, x+t) = -p_{44}(x, x+t)\mu_{45}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{45}(x, x+t) = p_{44}(x, x+t)\mu_{45},$$

kde $\mu_1 = \mu_{12} + \mu_{14} + \mu_{15}$ a $\mu_2 = \mu_{23} + \mu_{25}$.

Systém rovníc budeme ďalej riešiť pri nasledujúcich začiatočných podmienkach ($t = 0$):

$$p_{ii}(x, x) = 1,\ p_{ij}(x, x) = 0.$$

4 Riešenie v open source systéme MAXIMA

Pri riešení systému diferenciálnych rovníc sa obmedzíme na riešenie daného viacstavového modelu v prípade, že prvky matice intenzít sú konštanty. V praxi by sme mohli takýmto spôsobom interpretovať výsledky pre osoby, ktorých vek x je v určitom, nie príliš veľkom intervale. Vzhľadom na požiadavky systému Maxima sme zjednodušili zápis jednotlivých riešení. Namiesto označenia funkcií $p_{ij}(x, x+t)$ používame jednoduchší zápis $pij(t)$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$, ktorý je vhodnejší pre zadávanie funkcií do systému MAXIMA.

Zadanie úlohy v programe Maxima:

```
/* Matica pravdepodobnosti prechodu */

P: matrix( [p11(t),p12(t),p13(t),p14(t),p15(t)],
 [0,p22(t),p23(t),0,p25(t)],
 [0,0,p33(t),0,p35(t)],
 [0,0,0,p44(t),p45(t)],
 [0,0,0,0,1] );
```

Výstup matice pravdepodobnosti prechodu v Maxime:

$$\begin{bmatrix} p11(t) & p12(t) & p13(t) & p14(t) & p15(t) \\ 0 & p22(t) & p23(t) & 0 & p25(t) \\ 0 & 0 & p33(t) & 0 & p35(t) \\ 0 & 0 & 0 & p44(t) & p45(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
/* Matica intenzít */
A: matrix( [-(μ12+μ14+μ15),μ12,0,μ14,μ15],
           [0,-(μ23+μ25),μ23,0,μ25],
           [0,0,-μ35,0,μ35],
           [0,0,0,-μ45,μ45],
           [0,0,0,0,0]);
```

Výstup matice intenzít:

$$\begin{bmatrix} -\mu15-\mu14-\mu12 & \mu12 & 0 & \mu14 & \mu15 \\ 0 & -\mu25-\mu23 & \mu23 & 0 & \mu25 \\ 0 & 0 & -\mu35 & 0 & \mu35 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu45 & \mu45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
(%i13) /* Zadanie začiatočných podmienok */

       atvalue(p11(t),t=0,1)$
       atvalue(p22(t),t=0,1)$
       atvalue(p33(t),t=0,1)$
       atvalue(p44(t),t=0,1)$
       atvalue(p12(t),t=0,0)$
       atvalue(p13(t),t=0,0)$
       atvalue(p14(t),t=0,0)$
       atvalue(p15(t),t=0,0)$
       atvalue(p23(t),t=0,0)$
       atvalue(p25(t),t=0,0)$
       atvalue(p35(t),t=0,0)$
       atvalue(p45(t),t=0,0)$
```

Zadanie systému diferenciálnych rovníc

```
eqn1: 'diff(p11(t),t)=-p11(t)*(μ12+μ14+μ15)$
eqn2: 'diff(p12(t),t)=p11(t)*μ12-p12(t)*(μ23+μ25)$
eqn3: 'diff(p13(t),t)=p12(t)*μ23-p13(t)*μ35$
eqn4: 'diff(p14(t),t)=p11(t)*μ14-p14(t)*μ45$
eqn5: 'diff(p15(t),t)=p14(t)*μ45+p13(t)*μ35+p12(t)*μ25+p11(t)*μ15$
eqn6: 'diff(p22(t),t)=-p22(t)*(μ23+μ25)$
```

eqn7: 'diff(p23(t),t)=p22(t)*μ23-p23(t)*μ35$
eqn8: 'diff(p25(t),t)=p23(t)*μ35+p22(t)*μ25$
eqn9: 'diff(p33(t),t)=-p33(t)*μ35$
eqn10: 'diff(p35(t),t)=p33(t)*μ35$
eqn11: 'diff(p44(t),t)=-p44(t)*μ45$
eqn12: 'diff(p45(t),t)=p44(t)*μ45$

Jednotlivé diferenciálne rovnice sme očíslovali. Ak by bol systém diferenciálnych rovníc komplikovaný, mohli by sme ho riešiť postupne, rovnicu po rovnici, pričom vypočítané funkcie by sa postupne mohli priamo dosadzovať do zadaného systému diferenciálnych rovníc.

```
(%i25) /* Príkaz na riešenie systému diferenciálnych rovníc so začiatočnými podmienkami */
       desolve([eqn1,eqn2,eqn3,eqn4,eqn5,eqn6,eqn7,eqn8,eqn9,eqn10,eqn11,eqn12],
       [ p11(t), p12(t), p13(t), p14(t), p15(t), p22(t), p23(t), p25(t), p33(t), p35(t), p44(t), p45(t)]);
```

$$(\%o25)\ [p11(t)=\%e^{-t\ (\mu12+\mu14+\mu15)},p12(t)=\frac{\mu12\ \%e^{-t\ (\mu12+\mu14+\mu15)}}{\mu25+\mu23-\mu15-\mu14-\mu12}-\frac{\mu12\ \%e^{-t\ (\mu23+\mu25)}}{\mu25+\mu23-\mu15-\mu14-\mu12},p13(t)=$$

$$\frac{\mu12\ \mu23\ \%e^{-t\ \mu35}}{\mu35^2+(-\mu12-\mu14-\mu15-\mu23-\mu25)\ \mu35+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu25+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu23}-$$

$$\frac{\mu12\ \mu23\ \%e^{-t\ (\mu23+\mu25)}}{(-\mu12-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\ \mu35-\mu25^2+(\mu12+\mu14+\mu15-2\ \mu23)\ \mu25-\mu23^2+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu23}+(\mu12$$

$$\%e^{-t\ (\mu12+\mu14+\mu15)}\ \mu23)/((-\mu12-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\ \mu35+(-\mu12-\mu14-\mu15)\ \mu25+(-\mu12-\mu14-\mu15)\ \mu23+$$

$$\mu15^2+(2\ \mu12+2\ \mu14)\ \mu15+\mu14^2+2\ \mu12\ \mu14+\mu12^2),p14(t)=\frac{\mu14\ \%e^{-t\ (\mu12+\mu14+\mu15)}}{\mu45-\mu15-\mu14-\mu12}-\frac{\mu14\ \%e^{-t\ \mu45}}{\mu45-\mu15-\mu14-\mu12},$$

$$p15(t)=\frac{\mu14\ \%e^{-t\ \mu45}}{\mu45-\mu15-\mu14-\mu12}-(\%e^{-t\ (\mu12+\mu14+\mu15)}\ ((-\mu14^2-2\ \mu12\ \mu14-\mu12^2)\ \mu15+(-2\ \mu14-2\ \mu12)\ \mu15^2-$$

$$\mu15^3+(\mu15^2+(\mu12+\mu14)\ \mu15)\ \mu23+(\mu15^2+(2\ \mu12+\mu14)\ \mu15+\mu12\ \mu14+\mu12^2)\ \mu25+$$

$$((-\mu12-\mu15)\ \mu25+(-\mu12-\mu15)\ \mu23+\mu15^2+(\mu12+\mu14)\ \mu15)\ \mu35+((-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\ \mu35+$$

$$(-\mu12-\mu14-\mu15)\ \mu25+(-\mu14-\mu15)\ \mu23+\mu15^2+(\mu12+2\ \mu14)\ \mu15+\mu14^2+\mu12\ \mu14)\ \mu45))/((\mu12^2+2\ \mu12\ \mu14+$$

$$\mu14^2+(2\ \mu14+2\ \mu12)\ \mu15+\mu15^2+(-\mu15-\mu14-\mu12)\ \mu23+(-\mu15-\mu14-\mu12)\ \mu25+(\mu25+\mu23-\mu15-\mu14-\mu12)$$

$$\mu35)\ \mu45+(\mu12^2+2\ \mu12\ \mu14+\mu14^2+(2\ \mu14+2\ \mu12)\ \mu15+\mu15^2+(-\mu15-\mu14-\mu12)\ \mu23+(-\mu15-\mu14-\mu12)\ \mu25)$$

$$\mu35+(\mu12^2+2\ \mu12\ \mu14+\mu14^2+(2\ \mu14+2\ \mu12)\ \mu15+\mu15^2)\ \mu25+$$

$$(\mu12^2+2\ \mu12\ \mu14+\mu14^2+(2\ \mu14+2\ \mu12)\ \mu15+\mu15^2)\ \mu23-\mu15^3+(-3\ \mu12-3\ \mu14)\ \mu15^2+$$

$$(-3\ \mu12^2-6\ \mu12\ \mu14-3\ \mu14^2)\ \mu15-\mu14^3-3\ \mu12\ \mu14^2-3\ \mu12^2\ \mu14-\mu12^3)-$$

$$\frac{\mu12\ \mu23\ \%e^{-t\ \mu35}}{\mu35^2+(-\mu12-\mu14-\mu15-\mu23-\mu25)\ \mu35+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu25+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu23}+$$

$$\frac{\%e^{-t\ (\mu23+\mu25)}\ (\mu12\ \mu35-\mu12\ \mu25)}{(-\mu12-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\ \mu35-\mu25^2+(\mu12+\mu14+\mu15-2\ \mu23)\ \mu25-\mu23^2+(\mu12+\mu14+\mu15)\ \mu23}+1,p22(t)=$$

$$\%e^{-t\ (\mu23+\mu25)},p23(t)=\frac{\mu23\ \%e^{-t\ (\mu23+\mu25)}}{\mu35-\mu25-\mu23}-\frac{\mu23\ \%e^{-t\ \mu35}}{\mu35-\mu25-\mu23},p25(t)=\frac{\mu23\ \%e^{-t\ \mu35}}{\mu35-\mu25-\mu23}-$$

$$\frac{\%e^{-t\ (\mu23+\mu25)}\ (\mu35-\mu25)}{\mu35-\mu25-\mu23}+1,p33(t)=\%e^{-t\ \mu35},p35(t)=1-\%e^{-t\ \mu35},p44(t)=\%e^{-t\ \mu45},p45(t)=1-\%e^{-t\ \mu45}]$$

Výsledné riešenie môžeme v MAXIME priamo použiť na vyčíslenie pravdepodobnosti pre dané *t*, za predpokladu, že poznáme maticu intenzít. A končene využitím Math Type Equation a skopirovaním riešenia z MAXIMY pomocou príkazu Copy as LaTeX dostaneme vyjadrenie riešenia vo Worde.

$$\mathrm{p11}(t) = e^{-t\cdot(\mu12+\mu14+\mu15)}$$

$$\mathrm{p12}(t) = \frac{e^{-t\cdot(\mu12+\mu14+\mu15)}\cdot\mu12}{\mu25+\mu23-\mu15-\mu14-\mu12} - \frac{e^{-t\cdot(\mu23+\mu25)}\cdot\mu12}{\mu25+\mu23-\mu15-\mu14-\mu12}$$

$$\mathrm{p13}(t) = \frac{A}{B+C} + \frac{D}{E+F} + \frac{G}{H+I}$$

$$A = e^{-t\cdot\mu35}\cdot\mu12\cdot\mu23$$

$$B = \mu35^2 + (-\mu12-\mu14-\mu15-\mu23-\mu25)\cdot\mu35$$

$$C = (\mu12+\mu14+\mu15)\cdot\mu25 + (\mu12+\mu14+\mu15)\cdot\mu23$$

$$D = e^{-t\cdot(\mu23+\mu25)}\cdot\mu12\cdot\mu23$$

$$E = (-\mu12-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\cdot\mu35 - \mu25^2$$

$$F = (\mu12+\mu14+\mu15-2\cdot\mu23)\cdot\mu25 - \mu23^2 + (\mu12+\mu14+\mu15)\cdot\mu23$$

$$G = e^{-t\cdot(\mu12+\mu14+\mu15)}\cdot\mu12\cdot\mu23$$

$$H = (-\mu12-\mu14-\mu15+\mu23+\mu25)\cdot\mu35 + (-\mu12-\mu14-\mu15)\cdot\mu25$$

$$I = (-\mu12-\mu14-\mu15)\cdot\mu23 + \mu15^2 + (2\cdot\mu12+2\cdot\mu14)\cdot\mu15 + \mu14^2 + 2\cdot\mu12\cdot\mu14 + \mu12^2$$

$$\mathrm{p14}(t) = \frac{e^{-t\cdot(\mu12+\mu14+\mu15)}\cdot\mu14}{\mu45-\mu15-\mu14-\mu12} - \frac{e^{-t\cdot\mu45}\cdot\mu14}{\mu45-\mu15-\mu14-\mu12},$$

$\mathrm{p15}(t) = \ldots$ kvôli rozsiahlemu vyjadreniu neuvádzame

$$\mathrm{p22}(t) = e^{-t\cdot(\mu23+\mu25)},$$

$$\mathrm{p23}(t) = \frac{e^{-t\cdot(\mu23+\mu25)}\cdot\mu23}{\mu35-\mu25-\mu23} - \frac{e^{-t\cdot\mu35}\cdot\mu23}{\mu35-\mu25-\mu23},$$

$$\mathrm{p25}(t) = -\frac{e^{-t\cdot(\mu23+\mu25)}\cdot(\mu35-\mu25)}{\mu35-\mu25-\mu23} + \frac{e^{-t\cdot\mu35}\cdot\mu23}{\mu35-\mu25-\mu23} + 1,$$

$$\mathrm{p33}(t) = e^{-t\cdot\mu35},$$

$$\mathrm{p35}(t) = 1 - e^{-t\cdot\mu35},$$

$$\mathrm{p44}(t) = e^{-t\cdot\mu45},$$

$$\mathrm{p45}(t) = 1 - e^{-t\cdot\mu45}$$

Na základe správnych a komplexných informácií a pri zohľadnení miestnych podmienok možno získať dôležité informácie pri oceňovaní rizika a pri kalkulácii poistného daného poistného produktu.

5 Záver

V príspevku sme sa zaoberali Markovovými procesmi, pomocou ktorých sme zostavili viacstavový model pre kritické ochorenia. Matematický aparát takéhoto modelovania tvorí systém diferenciálnych rovníc pomocou, ktorých využitím open source systému sme vypočítali potrebné pravdepodobnosti. Pre ich odvodenie sme potrebovali najskôr získať vzťahy pre pravdepodobnosti prechodu. Vypočítané pravdepodobnosti predstavujú dôležité informácie pri kalkulácii poistného daného poistného produktu. Pomáhajú pri oceňovaní rizika a pri plnení záväzkov poisťovne, ktorá dokáže a potrebuje nasimulovať očakávaný počet poistných udalostí. Aktuárske funkcie, napríklad dôchodky, poistenia na úmrtie alebo rezervy počítané pre osobu vo veku x, sú zložitými funkciami intenzít prechodu vo viacstavovom modeli. Ich citlivosť na zmeny intenzít môže byť vysvetlená pomocou výpočtov realizovaných v rôznych počítačových programoch, čo bolo hlavným cieľom tohto príspevku. Na matematické vyjadrenie daného modelu sme využili systém Kolmogorových diferenciálnych rovníc.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0221/17 Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika a grantovej úlohy VEGA č. 1/0120/18 - Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II.

Literatúra

1. Baione, F., Levantesi, S. (2014). *A health insurance pricing model based on prevalence rates: Application to critical illnes insurance.* Insurance: Mathematics and Economics.
2. Fecenko, J. (2018). *Teória pravdepodobnosti II v MAXIME.* Bratislava: Letra Edu.
3. Huťka, V. (2002). *Teória pravdepodobnosti II.* Bratislava: Ekonóm.
4. Kováč, E. (2008). *Zdravotné poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
5. Lamoš, F. P. (1998). *Pravdepodobnosť a matematická štatistika. 2. vyd.* . Bratislava: UK.
6. Mojžišová, E., Škrovánková, P. (2010). Transformačné kroky v zdravotnom poistení a analýza zdravotnej starostlivosti v SR. *Ekonomika a informatika*.
7. Páleš, M. (2015). Využitie a konštrukcia úmrtnostných tabuliek v životnom poistení. . *Slovenská štatistika a demografia 2015(1)*.
8. Potocký, R. (2012). *Modely v životnom a neživotnom poistení.* Bratislava: STATIS.
9. Rievajová, E. a. (2011). *Sociálne zabezpečenie.* Bratislava: Ekonóm.
10. Rovný, I. (2009). *Verejné zdravotníctvo.* Bratislava: Ekonóm.
11. Sekerová, V., Bilíková, M. (2005). *Poistná matematika.* Bratislava: Ekonóm.
12. Simonka, Zs., Kaderová, A., Škrovánková, L. (2017). Actuarial modeling of random processes in the health insurance using differential equations. *MITAV: 4. ročník konference.* Brno: FVT UO.
13. Slaninka, F., Simonka, Zs. (2017). Probability distributions in maxima software. *MITAV: 4. ročník konference.* Brno: FVT UO.
14. Škrovánková, L. (2013). *Zdravotné a nemocenské poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
15. Škrovánková, L., Škrovánková, P. (2010). *Dôchodkové, zdravotné a nemocenské poistenie.* Bratislava: Ekonóm.
16. Škrovánková, P. (2011). Modely prerozdelenia poistného v zdravotnom poistení. *Ekonomika a informatika* .
17. Šoltés, M., Delina, R. (2004). Analýza online poisťovníctva. *Ekonomie a management 7(4).*
18. www.employment.gov.sk/zmeny-od-1.-aprila-2012-posledna-novela.html. (2018).

19. www.fmed.uniba.sk/fileadmin/user_upload/admin/Veda-vyskum/zdravotna_starostlivost. (2018).
20. www.hpi.sk. (2018).
21. www.socpoist.sk. (2017).
22. www.unipo.sk/public/media/17467/Syst%C3%A9m%starostlivost. (2017).

Príjmová chudoba a sociálne vylúčenie slovenských domácností vo vzťahu k relevantným faktorom

Income poverty and social exclusion of Slovak households in relationship to relevant factors

Erik Šoltés[1], Tatiana Šoltésová[2]

Abstrakt
Článok sa zameriava na identifikáciu faktorov, ktoré ovplyvňujú riziko chudoby a sociálneho vylúčenia slovenských domácností a na kvantifikáciu vplyvu týchto faktorov. Na tento účel sme využili agregáciu subindikátorov chudoby a sociálneho vylúčenia (miera rizika chudoby, miera závažnej materiálnej deprivácie a miera veľmi nízkej intenzity práce) do ukazovateľa AROPE (miera rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia). Keďže Slovensko má pomerne vysoký podiel obyvateľov, ktorí musia čeliť všetkým trom uvedeným dimenziám, kladieme dôraz na analýzu tejto najzávažnejšej formy chudoby a sociálneho vylúčenia slovenských domácností. Štatistické analýzy boli uskutočnené v analytickom softvéri SAS Enterprise Guide prostredníctvom logistickej regresie. Prezentované výsledky našich analýz sú založené na údajoch zo zisťovania EU-SILC 2016.

Kľúčové slová
chudoba a sociálne vylúčenie, AROPE – miera rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia, EU-SILC, logistická regresia,

Abstract
The article focuses on the identification of factors that impact the risk of poverty and social exclusion in Slovak households and the quantification of the influence of these factors. For that purpose, the aggregation of sub-indicators of poverty and social exclusion (at-risk-of-poverty rate, severe material deprivation rate, very low work intensity rate) into the indicator AROPE (at-risk-of-poverty or social exclusion rate) was used. Since Slovakia has a relatively high share of inhabitants who have to face all three mentioned dimensions, we put emphasis on analysis of this most severe form of poverty and social exclusion of Slovak households. Statistical analyses were carried out in analytics software SAS Enterprise Guide by means of logistic regression. Presented results of our own empirical analyses are based on data from survey EU-SILC 2016.

Key words
poverty and social exclusion, AROPE – at-risk-of-poverty or social exclusion rate, EU-SILC − European Union Statistics on Income and Living Condition; logistic regression

JEL classification
C51, I32, R29

[1] doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: erik.soltes@euba.sk.

[2] Mgr. Tatiana Šoltésová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: tatiana.soltesova@euba.sk.

1 Úvod

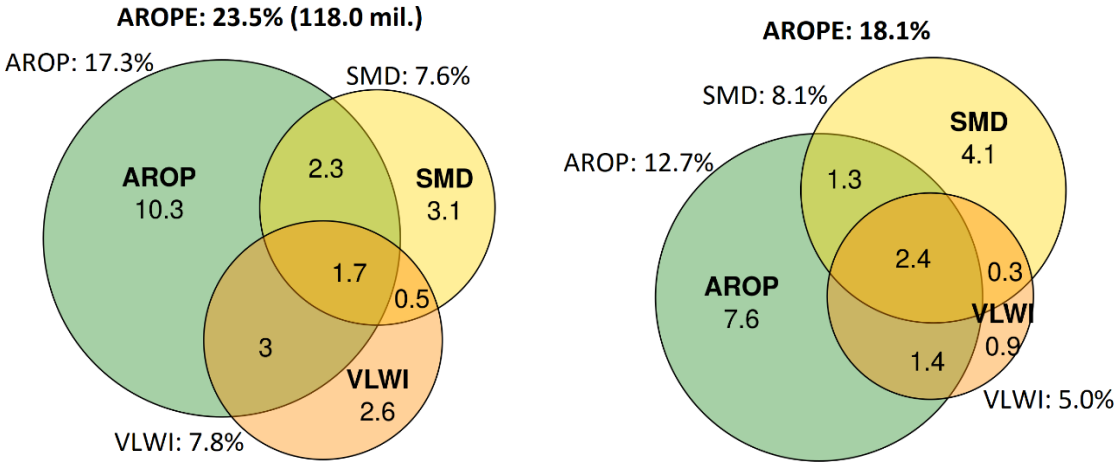
Znižovanie chudoby a sociálneho vylúčenia je jedným zo základných cieľov stratégie Európa 2020. V sociálnej oblasti tejto stratégie si EÚ stanovila cieľ vymaniť z rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia 20 miliónov ľudí. Na monitorovanie dosahovania tohto cieľa bol vytvorený agregovaný ukazovateľ – miera rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia (*AROPE – at-risk-of-poverty or social exclusion*), ktorý zahŕňa 3 dimenzie, a to príjmovú chudobu, materiálnu depriváciu a vylúčenie z trhu práce. Uvedené 3 rozmery chudoby a sociálneho vylúčenia sa do agregátneho ukazovateľa AROPE započítavajú prostredníctvom čiastkových mier:

- miera rizika chudoby (AROP – *at-risk-of-poverty* rate),
- miera závažnej materiálnej deprivácie (SMD – *severe material deprivation* rate),
- miera veľmi nízkej pracovnej intenzity (VLWI – *very low work intensity* rate).

Indikátor chudoby alebo sociálneho vylúčenia je definovaný ako podiel ľudí, ktorí sú ohrození rizikom chudoby a/alebo sú závažne materiálne deprivovaní a/alebo žijú v domácnostiach s veľmi nízkou pracovnou intenzitou. Keďže skupiny obyvateľov, ktoré sú ohrozené chudobou alebo sociálnym vylúčením v niektorej dimenzii, netvoria disjunktné množiny, komplexnejší obraz o miere chudoby alebo sociálneho vylúčenia vytvárajú Vennove diagramy čiastkových ukazovateľov. Tieto diagramy zachytávajú čiastkové miery (AROP, SMD, VLWI), ďalej podiely obyvateľov, ktorí sú v riziku chudoby a sociálneho vylúčenia súčasne v 2 dimenziách a podiel populácie, ktorá je v riziku chudoby a sociálneho vylúčenia vo všetkých 3 dimenziách.

Napriek stanovenému cieľu v stratégii Európa 2020 redukovať chudobu a sociálne vylúčenie, od roku 2008 (referenčný rok pre sociálnu oblasť) do roku 2016 sa hodnota miery AROPE zmenila minimálne, ale počet obyvateľov EÚ, ktorí boli príjmovo chudobní a/alebo závažne materiálne deprivovaní a/alebo žili v domácnostiach, ktoré boli vylúčené z trhu práce, vzrástol o približne 2 milióny na úroveň 118 miliónov. Slovensko v uvedenom období zaznamenalo určitý pokrok v sociálnej inklúzii. Svedčí o tom skutočnosť, že v roku 2008 bola v riziku chudoby alebo sociálneho vylúčenia približne 1/5 populácie SR (20,6 %) a v roku 2016 to bolo o 2,5 p. b. menej (18,1 %).

Obr. 1: Porovnanie agregátneho ukazovateľa AROPE a jeho čiastkových mier v EÚ-28 (vľavo) a v SR v roku 2016 (vpravo)



Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v Eulerr 3.0.0

V roku 2016 bolo v riziku chudoby alebo sociálneho vylúčenia 23,5 % obyvateľov EÚ-28 a 18,1 % obyvateľov SR (obr. 1). Ak sa však pozrieme na najviac postihnutú časť populácie, t. j. obyvateľstvo, ktoré muselo čeliť riziku chudoby a súčasne závažnej materiálnej deprivácii

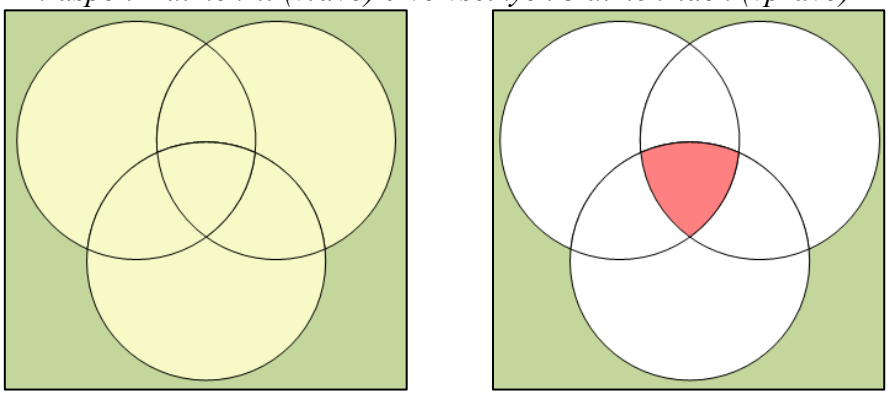
a súčasne vylúčeniu z trhu práce, tak podiel takto postihnutého obyvateľstva v SR (2,4 %) je podstatne vyšší ako v EÚ-28 (1,7 %). Navyše, podiel populácie ohrozenej všetkými 3 dimenziami na Slovensku v období rokov 2008 až 2016 vzrástol o 1,1 p. b., čo je jeden z najväčších nárastov v rámci EÚ (po Grécku, Rumunsku, Španielsku, Cypre a Litve). V roku 2016 SR zaznamenala 7. najvyšší podiel takto ohrozenej populácie po Bulharsku (5,5 %), Grécku (5,0 %), Chorvátsku (2,7 %) a Írsku, Lotyšsku a Belgicku (všetky s podielom 2,6 %).

Relatívne vysoký podiel obyvateľstva Slovenska v riziku všetkých 3 dimenzií chudoby a sociálneho vylúčenia nás motivovali k preskúmaniu vplyvu faktorov, ktoré zásadne determinujú riziko, že domácnosť bude musieť čeliť príjmovej chudobe aj závažnej materiálnej deprivácii a súčasne aj (kvázi-) nezamestnanosti (veľmi nízka intenzita práce). V nasledujúcich častiach článku prostredníctvom logistickej regresie overíme vplyv vybraných faktorov na riziko, že slovenská domácnosť bude v riziku chudoby alebo sociálneho vylúčenia (v aspoň 1 dimenzii) a na riziko, že slovenská domácnosť bude musieť čeliť chudobe a sociálnemu vylúčeniu v najzávažnejšej forme, t. j. vo všetkých 3 dimenziách.

2 Vymedzenie vysvetľovaných premenných a výber vysvetľujúcich premenných

Podľa informácií uvedených v úvode je zrejmé, že budeme odhadovať 2 logistické modely. Vysvetľované binárne premenné však musíme exaktne zadefinovať, k čomu nám poslúžia Vennove diagramy na obr. 2.

Obr. 2: Príjmová chudoba a sociálne vylúčenie v aspoň 1 dimenzii (vľavo) a vo všetkých 3 dimenziách (vpravo)



Zdroj: vlastné spracovanie

Vennov diagram čiastkových indikátorov (AROP, SMD a VLWI) agregátneho ukazovateľa AROPE zobrazený na ľavej strane obr. 2 znázorňuje žltou farbou populáciu (v našom prípade ide o domácnosti), ktorá je v riziku chudoby alebo sociálneho vylúčenia v aspoň 1 dimenzii. K tomuto obrázku sa bude vzťahovať model logistickej regresie s označením 1 vs. 0, v ktorom sa bude porovnávať populácia, ktorá bola v roku 2016 ohrozená aspoň 1 dimenziou (zjednotenie množín zvýraznené žltou farbou, ktoré sa bude označovať „1“) oproti populácii, ktorá nemusela čeliť chudobe a ani sociálnemu vylúčeniu (doplnok do zjednotenia množín zvýraznený zelenou farbou, ktorý sa bude označovať „0“). Obrázok na pravej strane a k nemu prislúchajúci model 3 vs. 0 bude porovnávať populáciu domácností, ktorá musela čeliť všetkým 3 dimenziám chudoby a sociálneho vylúčenia (červená množina) oproti populácii, ktorá nemusela čeliť chudobe a ani sociálnemu vylúčeniu (zelená množina), pričom domácnosti, ktoré museli čeliť práve 2 alebo práve 1 dimenzii (biela množina) sa nebudú brať do úvahy. Výsledky analýz prezentované v ďalších častiach článku vychádzajú zo zisťovania EU-SILC 2016, do ktorého bolo v SR zapojených približne 6 tisíc domácností.

Tab. 1: Opis vstupných vysvetľujúcich premenných

Pôvodné premenné (EU-SILC) – hodnoty a opis		Názvy nových premenných	
RB210 – Status základnej ekonomickej aktivity		**EAS**	
1	pracujúci	at Work	**R**
2	nezamestnaný	Unemployed	
3	starobný dôchodca, osoba v predčasnom dôchodku	Retired	
4	iná neaktívna osoba	Inactive_person	
PE040 – Najvyššie dosiahnuté vzdelanie (ISCED)		**EDUCATION**	
0	Nižšie ako primárne vzdelanie	Less_than_Secondary	
1	Primárne vzdelanie		
2	Nižšie sekundárne vzdelanie		
3	Vyššie sekundárne vzdelanie	Upper_Secondary	
4	Post-sekundárne vzdelanie (nie terciárne)	Post_Secondary	
5	Krátky cyklus terciárneho vzdelania	Tertiary_1	
6	Bakalárske vzdelanie		
7	Magisterské vzdelanie alebo jeho ekvivalent	Tertiary_2_3	**R**
8	Doktorandské vzdelanie alebo jeho ekvivalent		
HT – Typ domácnosti		**HT**	
5	Jednočlenná domácnosť	1Adult	
6	Domácnosť 2 dospelých, obaja vo veku do 65 r.	2Adult_0Ch	
7	Domácnosť 2 dospelých, aspoň 1 vo veku 65+	2A_1R	
8	Iné domácnosti bez závislých detí	Other_0Ch	
9	Domácnosť 1 rodiča aspoň s 1 závislým dieťaťom	1A_at_least_1Ch	
10	Domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom	2A_1Ch	
11	Domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi	2A_2Ch	**R**
12	Domácnosť 2 dospelých s 3+ závislými deťmi	2A_at_least_3Ch	
13	Iné domácnosti so závislými deťmi	Other_with_Ch	
PB190 – Rodinný stav		**MARITAL STATUS**	
1	slobodný/á	Never_married	
2	ženatý/vydatá	Married	**R**
4	vdovec/vdova	Widowed	
5	rozvedený/á	Divorced	
PH010 – Všeobecné zdravie		**HEALTH**	
1	Veľmi dobré	Good	**R**
2	Dobré		
3	Priemerné	Fair	
4	Zlé	Bad	
5	Veľmi zlé		
DB100 – Stupeň urbanizácie		**URBANISATION**	
1	Územie s hustým osídlením	Dense	**R**
2	Územie s priemerne hustým osídlením	Intermediate	
3	Územie s riedkym osídlením	Sparse	
PX010, RX010 – Vek		**AGE**	
	Vek osoby na čele domácnosti na konci príjmového referenčného obdobia -		

Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS EG

Na základe viacerých vedeckých prác ako napr. (Labudová, Vojtková a Linda, 2010), (Gerbery, 2013), (Řezanková a Želinský, 2014), (Mysíková, Večerník a Želinský, 2015), (Kis a Gábos, 2016), (Atkinson, Guio a Marlier, 2017) a na základe vlastných skúseností (napr. (Šoltés a Ulman, 2015)) sme predpokladali, že riziko chudoby alebo sociálneho vylúčenia je ovplyvnené týmito premennými sledovanými v rámci zisťovania EU-SILC: status ekonomickej aktivity, najvyššia dosiahnutá úroveň vzdelania, rodinný stav, všeobecné zdravie a vek osoby na čele domácnosti ako aj typ domácnosti, kraj a stupeň urbanizácie, resp. hustota osídlenia územia, na ktorom domácnosť žije. Pre lepšiu prehľadnosť sme v analýzach použili vlastné označenia premenných a ich obmien (kategórií). Keďže početnosti domácností v niektorých kategóriách boli nízke, zlúčili sme ich s podobnými kategóriami príslušného faktora. Opis vstupných premenných a vyššie uvedené zmeny v názvoch a vo vymedzení kategórií týchto premenných sú zachytené v tab. 1.

Keďže zaradenie niektorých uvažovaných faktorov do modelov 1 vs. 0 a 3 vs. 0 nebolo štatisticky opodstatnené, na výber vysvetľujúcich premenných sme využili metódu postupnej eliminácie, ktorej výsledky sú prezentované v tab. 2. Na ohrozenie aspoň 1 dimenziou (tab. 2 vľavo) v roku 2016 nemal na hladine významnosti 0,1 štatisticky významný vplyv kraj.

Tab. 2: Výsledky metódy postupnej eliminácie pri výbere relevantných premenných ovplyvňujúcich riziko, že slovenská domácnosť bude musieť čeliť chudobe a sociálnemu vylúčeniu v aspoň 1 dimenzii (model 1 vs. 0) a vo všetkých 3 dimenziách (model 3 vs. 0)

Type 3 Analysis of Effects					
Effect	**DF**	**Model 1 vs. 0**		**Model 3 vs. 0**	
		Wald Chi-Square	**Pr > ChiSq**	**Wald Chi-Square**	**Pr > ChiSq**
EAS	3	293.5799	<.0001	143.8118	<.0001
EDUCATION	4	106.5753	<.0001	52.4665	<.0001
HT	8	99.1570	<.0001	55.2883	<.0001
MARITAL_STATUS	3	84.8012	<.0001	–	–
HEALTH	2	40.4217	<.0001	–	–
URBANISATION	2	8.3836	0.0151	7.5655	0.0228
REGION	7	–	–	–	–
AGE	1	9.0093	0.0027	–	–

Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Pre prípad rizika, že domácnosť bude musieť čeliť všetkým 3 dimenziám, sa na hladine významnosti 0,1 nepotvrdila štatistická významnosť vplyvu rodinného stavu, zdravotného stavu a veku osoby na čele domácnosti a ani významnosť vplyvu kraja, v ktorom domácnosť žije (tab. 2 vpravo). V obidvoch modeloch sa na ľubovoľnej bežne používanej hladine významnosti preukázala významnosť vplyvu ekonomickej aktivity a vzdelania osoby na čele domácnosti, ďalej typu domácnosti a stupňa urbanizácie územia, kde domácnosť žije.

3 Kvantifikáciu vplyvu relevantných faktorov na riziko chudoby a sociálneho vylúčenia slovenských domácností

Na odhad parametrov binomických logistických modelov 1 vs. 0 a 3 vs. 0 sme prostredníctvom aplikácie SAS Enterprise Guide využili metódu maximálnej vierohodnosti a Newton-Raphsonov algoritmus (podrobnejšie (Allison, 2012)). Tieto odhady s označením ich

významnosti (na základe Waldovho testu) a odhady pomerov šancí (OR – odds ratio) sú uvedené v tab. 3.

Tab. 3: Odhady parametrov binomických logistických modelov a pomerov šancí (OR)

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Effect		**Model 1 vs. 0**		**Model 3 vs. 0**	
		Parameter	**OR**	**Parameter**	**OR**
Intercept		-2.011***	×	-11.599***	×
EAS	**Unemployed**	2.565***	13.003	6.874***	966.847
	Inactive_person	1.546***	4.691	5.068***	158.792
	Retired	0.199 ns	1.220	-3.456***	0.032
EDUCATION	**Less_than_Sec.**	1.710***	5.531	5.988***	398.795
	Upper_Sec.	0.765***	2.150	3.009**	20.163
	Post_Sec.	0.531*	1.701	3.308*	27.341
	Tertiary_1	-0.136 ns	0.873	-8.454 ns	<0.001
HT	**1A_at_least_1Ch**	0.397 ns	1.488	3.968***	52.870
	2A_at_least_3Ch	0.875***	2.400	0.454 ns	1.574
	2A_1Ch	-0.557***	0.573	-0.245 ns	0.783
	Other_with_Ch	-0.419**	0.658	-0.113 ns	0.893
	1Adult	-0.269 ns	0.764	2.626***	13.821
	2A_1R	-0.720***	0.487	-10.335 ns	<0.001
	2Adult_0Ch	-0.773***	0.462	-1.169 ns	0.311
	Other_0Ch	-0.946***	0.388	-1.798*	0.166
MARITAL STATUS	**Divorced**	0.943***	2.567	–	–
	Never_married	0.718***	2.050	–	–
	Widowed	-0.197 ns	0.821	–	–
HEALTH	**Bad**	0.791***	2.205	–	–
	Fair	0.486***	1.626	–	–
URBANISATION	**Sparse**	0.194*	1.214	1.444**	4.238
	Intermediate	-0.068 ns	0.934	0.604 ns	1.829
AGE		-0.017***	0.983	–	–

Vysvetlivky: štatistická významnosť na hladine významnosti:*** 0,01, ** 0,05, * 0,1, ns – nesignifikantné

Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Na základe štatistiky *c* a ROC krivky (pozri (Stankovičová a Vojtková, 2007)) sme zistili, že model pre ohrozenie aspoň 1 dimenziou má pri predikcii 76,5 % úspešnosť a model pre ohrozenie všetkými 3 dimenziami má dokonca až 99,5 % úspešnosť.

Tak ako sme predpokladali, riziko chudoby a sociálneho vylúčenia je najviac ovplyvnené ekonomickou aktivitou osoby na čele domácnosti. Ak je na čele domácnosti nezamestnaná osoba, šanca, že domácnosť bude aspoň v 1 rozmere, resp. vo všetkých 3 rozmeroch príjmovo chudobná alebo sociálne vylúčená oproti šanci, že domácnosť nebude musieť čeliť príjmovej chudobe a sociálnemu vylúčeniu (ani v jednej dimenzii), je 13-násobne, resp. až 967-násobne vyššia ako keď na čele domácnosti stojí zamestnaná osoba. V porovnaní s referenčnou kategóriou domácností z hľadiska ekonomickej aktivity (zamestnaný prednosta) mali v roku 2016 na hladine významnosti 0,01 signifikantne vyšší pomer šancí aj domácnosti s inak ekonomicky neaktívnym prednostom. V prípade najzávažnejšieho sociálneho vylúčenia sa

ukázalo, že pomer šance byť vylúčený vo všetkých 3 dimenziách oproti „riziku“ nebyť ohrozený žiadnou z dimenzií je v domácnostiach, na ktorých čele stojí dôchodca, približne 31-násobne nižší ako pomer šancí v domácnostiach so zamestnaným prednostom. Pravdepodobne starobné dôchodky alebo predčasné dôchodky sú na Slovensku na takej úrovni, že eliminujú riziko dôchodcov a ich domácností byť v ohrození najzávažnejším sociálnym vylúčením.

Z hľadiska najvyššieho dokončeného vzdelania osoby na čele domácnosti sú najohrozenejšie domácnosti, kde prednosta má nanajvýš nižšie sekundárne vzdelanie a pomer šance, že domácnosť bude v ohrození súčasne všetkých 3 dimenzií oproti šanci, že nebude v príjmovej chudobe a ani v inej forme sociálneho vylúčenia, bola v roku 2016 v domácnostiach s takýmto prednostom až takmer 400-násobne vyššia ako v domácnostiach, na ktorých čele stojí osoba s ukončeným 2. alebo 3. stupňom vysokoškolského vzdelania. Oproti tejto referenčnej kategórii sa na hladine významnosti 0,1 potvrdilo významne vyššie riziko, že domácnosť bude musieť čeliť všetkým 3 formám sociálneho vylúčenia, aj v domácnostiach, kde najvyššie dokončené vzdelanie prednostu je na úrovni ISCED 3 alebo ISCED 4 (vyššie sekundárne alebo post-sekundárne vzdelanie). Rozdiely medzi domácnosťami, na ktorých čele stojí osoba s rôznym stupňom vysokoškolského vzdelania, sa nepotvrdili.

Najohrozenejšími typmi domácností sú domácnosti s 1 dospelým a minimálne 1 závislým dieťaťom a domácnosti s 2 dospelými osobami a 3 a viac závislými deťmi. Kým pomer rizika čeliť príjmovej chudobe alebo sociálnemu vylúčeniu (v aspoň 1 dimenzii) a šance byť v sociálnej inklúzii mali najvyšší domácnosti 2 dospelých s aspoň 3 závislými deťmi (2,4-násobne vyšší pomer ako domácnosti 2 dospelých s 2 závislými deťmi a 6,2-násobne vyšší ako domácnosti typu „iné bez závislých detí“), tak najvyššie riziko čeliť príjmovej chudobe alebo sociálnemu vylúčeniu vo všetkých 3 dimenziách v pomere k šanci byť v sociálnej inklúzii sme kvantifikovali v domácnostiach 1 dospelého s aspoň 1 závislým dieťaťom. Tento typ domácnosti mal takmer 53-násobne vyšší pomer šance vylúčenia súčasne vo všetkých troch dimenziách oproti šanci byť mimo ohrozenia ktoroukoľvek formou príjmovej chudoby alebo sociálneho vylúčenia (model 3 vs. 0) ako referenčný typ domácností – domácnosti 2 dospelých s 2 závislými deťmi a dokonca viac ako 300-násobne vyšší ako domácnosti typu „iné bez závislých detí“. Je zaujímavé, že uvedený pomer mali oproti referenčnému typu domácností signifikantne vyšší aj jednočlenné domácnosti (domácnosti 1 dospelého) s pomerom šance 13,8. Najmenej ohrozenými typmi domácností sa javia domácnosti bez závislých detí (s výnimkou domácností 1 dospelého). Avšak v porovnaní s referenčným typom domácností (2 dospelí s 2 závislými deťmi) sa len v prípade domácností „iné bez závislých detí“ na hladine 0,1 preukázal významne nižší pomer šancí v obidvoch modeloch. Ak sa pozrieme na vylúčenie vo všetkých 3 dimenziách, tak domácnosti „iné bez závislých detí“ mali v roku 2016 približne 6-ńásobne nižšiu šancu tejto najzávažnejšej formy vylúčenia v pomere k šanci, že domácnosť nemusí čeliť príjmovej chudobe a sociálnemu vylúčeniu.

Hustota osídlenia je posledný faktor, ktorý v roku 2016 významne ovplyvňoval pravdepodobnosť, že domácnosť bude príjmovo chudobná alebo sociálne vylúčená v aspoň 1 dimenzii ako aj vo všetkých 3 dimenziách. Z pohľadu tohto faktora sú pri podmienke ceteris paribus najmenej ohrozené domácnosti, ktoré žijú v husto osídlených oblastiach, čo pravdepodobne súvisí s lepšími možnosťami uplatnenia sa na trhu práce ako aj s vyššími príjmami v takýchto oblastiach. Naopak, najrizikovejšie sú riedko osídlené oblasti. V roku 2016 sme pre takéto územia kvantifikovali približne 4-násobene vyšší pomer šance vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách oproti šanci, že domácnosť nebude príjmovo chudobná ani inak sociálne vylúčená.

Štatistická významnosť vplyvu rodinného stavu osoby na čele domácnosti bola logistickým modelom potvrdená pre riziko chudoby a sociálneho vylúčenia v aspoň 1 dimenzii. Najrizikovejšie sú domácnosti s rozvedeným prednostom, ktoré v roku 2016 mali 2,6-násobne,

resp. 3,1-násobne vyšší pomer šance ohrozenia aspoň 1 dimenziou oproti šanci nebyť ohrozený ani jednou dimenziou príjmovej chudoby alebo sociálneho vylúčenia ako referenčná skupina domácností (domácnosti s vydatou/ženatou osobou na čele domácnosti), resp. ako najmenej ohrozená skupina domácností (domácnosti s ovdovenou osobou na čele domácnosti). O niečo nižšie pomery šancí sme zistili pri domácnostiach, na ktorých čele stála osoba, ktorá nikdy nežila v manželskom zväzku. Táto skupina domácností mala podobne ako domácnosti s rozvedeným prednostom signifikantne vyššiu pravdepodobnosť rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia ako domácnosti, na ktorých čele stála osoba žijúca v manželskom zväzku alebo ovdovená osoba.

Tak ako rodinný stav aj zdravotný stav síce nebol relevantným faktorom pre sociálne vylúčenie súčasne vo všetkých 3 dimenziách, ale mal preukázateľný vplyv na riziko vylúčenia v aspoň 1 dimenzii. So zhoršujúcim zdravotným stavom sa riziko sociálneho vylúčenia v aspoň 1 dimenzii zvyšuje.

4 Predikcia najzávažnejšieho stupňa chudoby a sociálneho vylúčenia slovenských domácností v závislosti od signifikantných faktorov

Na základe logistických modelov

$$\operatorname{logit}(p_i) = \ln \frac{p_i}{1-p_i} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} \tag{1}$$

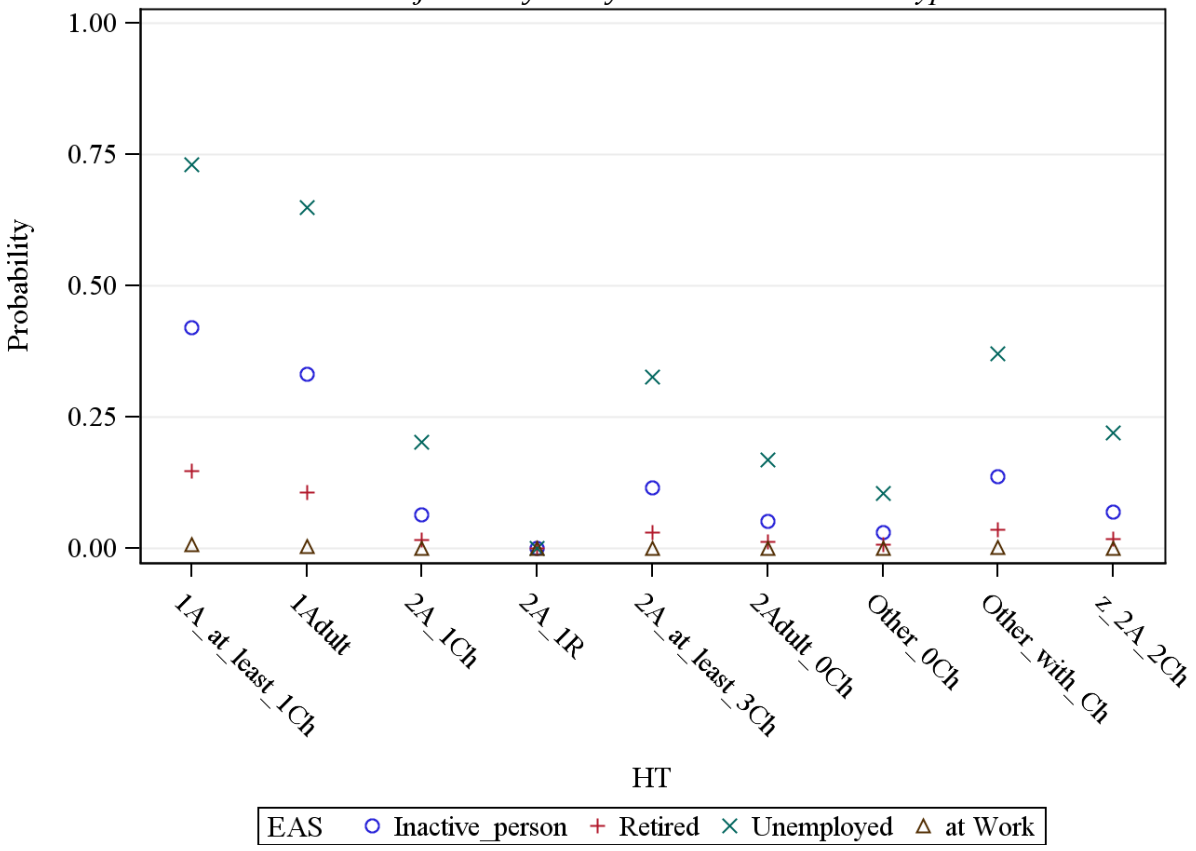
s parametrami odhadnutými v tab. 3 vieme odhadnúť pravdepodobnosť, že domácnosť bude sociálne vylúčená v aspoň 1 alebo vo všetkých 3 dimenziách. Ak sa zameriame na najzávažnejšiu formu sociálneho vylúčenia, teda na vylúčenie súčasne vo všetkých 3 dimenziách a budeme vychádzať z odhadnutého modelu 3 vs. 0, získame až 540 rôznych skupín domácností v členení podľa vyselektovaných faktorov uvedených v tab. 2. Aby sme získali prehľadnejšie výsledky, rozhodli sme sa odhadnúť logistické modely s dvomi vysvetľujúcimi premennými, pričom jednou premennou je ekonomická aktivita osoby na čele domácnosti, teda premenná s najzásadnejším vplyvom, a druhou premennou je jedna z premenných EDUCATION, HT a URBANISATION. Poznamenajme, že na rozdiel od modelu 3 vs. 0 prezentujúceho v predchádzajúcej časti sme na účely odhadu pravdepodobnosti, že domácnosť bude musieť čeliť všetkým 3 dimenziám chudoby a sociálneho vylúčenia, brali do úvahy všetky domácnosti (neabstrahovali sme od domácností, ktoré museli čeliť práve 1 alebo práve 2 dimenziám), pričom vysvetľovaná premenná nadobúdala hodnotu 1, ak domácnosť musela čeliť všetkým 3 dimenziám chudoby a sociálneho vylúčenia (červená množina na obr. 2 vpravo) a hodnotu 0, v prípade, že domácnosť sa nenachádzala v prieniku všetkých 3 dimenzií (zelená množina a biela množina na obr. 2 vpravo). Vychádzajúc z takýchto modelov sme predikovali pravdepodobnosť, že jednotlivé skupiny domácností v členení podľa zodpovedajúcich 2 vysvetľujúcich premenných budú musieť čeliť riziku príjmovej chudoby a súčasne budú v závažnej materiálnej deprivácii a súčasne ich pracovná intenzita bude na veľmi nízkej úrovni. Tieto pravdepodobnosti boli kalkulované podľa vzorca

$$p_i = \hat{P}(y_i = 1) = \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j x_{ij}}}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j x_{ij}}} = \frac{1}{1 + e^{-\hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j x_{ij}}} \tag{2}$$

pričom $\hat{\beta}_0$ je odhad lokujúcej konštanty a $\hat{\beta}_j$ sú odhady regresných koeficientov.

V prípade domácností, na ktorých čele stojí zamestnaná osoba alebo starobný dôchodca (vrátane osoby v predčasnom dôchodku), je sociálne vylúčenie vo všetkých 3 dimenziách veľmi málo pravdepodobné. Preto budeme porovnávať najmä domácnosti s nezamestnaným alebo inak neaktívnym prednostom. Z hľadiska typu domácnosti sme pre rok 2016 kvantifikovali najvyššiu pravdepodobnosť sociálneho vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách v domácnostiach 1 dospelého s aspoň 1 závislým dieťaťom a v domácnostiach 1 dospelého (pozri obr. 3). Ak na čele domácností 1 dospelého s aspoň 1 závislým dieťaťom bola nezamestnaná osoba, tak uvedená pravdepodobnosť bola na úrovni až 75 % a ak na čele stála inak neaktívna osoba, pravdepodobnosť bola na úrovni 40 %. V prípade domácností 1 dospelého to bolo o približne 10 p. b. menej. Nad úrovňou 25 % sme pravdepodobnosť chudoby a sociálneho vylúčenia vo všetkých 3 dimenziách odhadli aj pre domácnosti s nezamestnaným prednostom v prípade, že ide o domácnosti 2 dospelých s aspoň 3 závislými deťmi a domácnosti typu „iné so závislými deťmi“. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že domácnosti so závislými deťmi majú vyššiu pravdepodobnosť, že budú v sociálne najohrozenejšej skupine domácností, ako domácnosti bez závislých detí, pričom hovoríme o domácnostiach, kde osoba na čele nie je ekonomicky aktívna.

Obr. 3: Odhady pravdepodobností sociálneho vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách v závislosti od ekonomickej aktitvity osoby na čele domácnosti a typu domácnosti

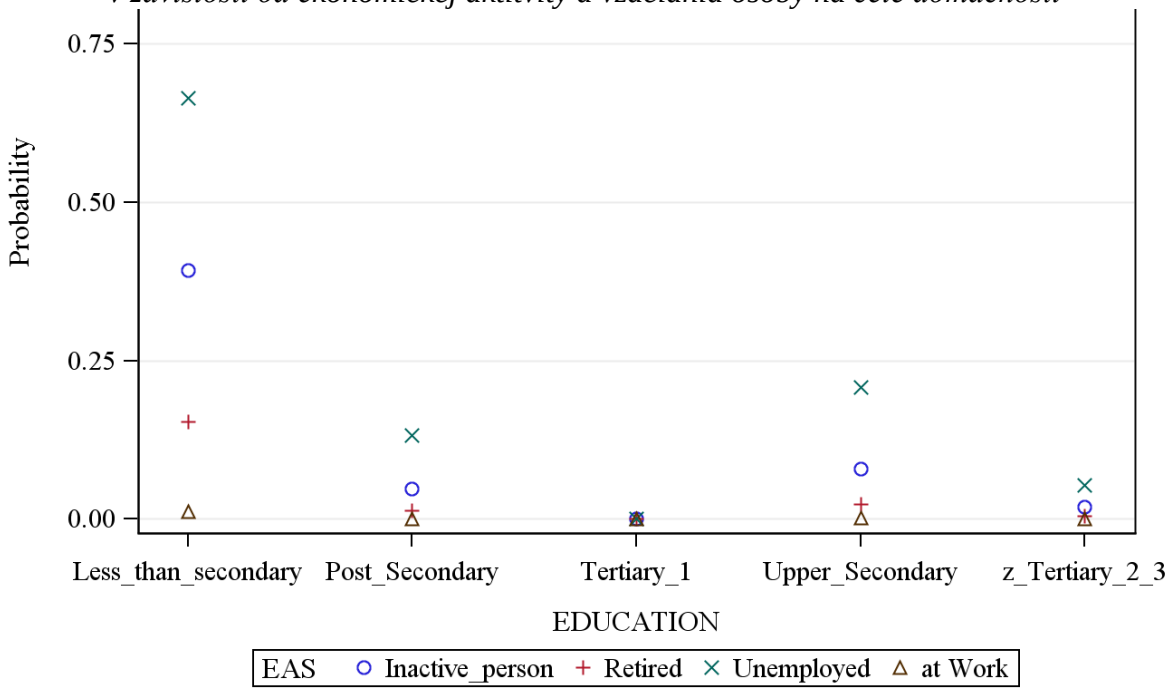


Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Z hľadiska najvyššieho dokončeného vzdelania (obr. 4) je signifikantne najvyššia pravdepodobnosť, že domácnosť bude musieť čeliť všetkým 3 dimenziám sociálneho vylúčenia, v domácnostiach, na ktorých čele stojí osoba s nanajvýš nižším sekundárnym vzdelaním, pričom táto osoba nie je ekonomicky aktívna (domácnosti s nezamestnaným

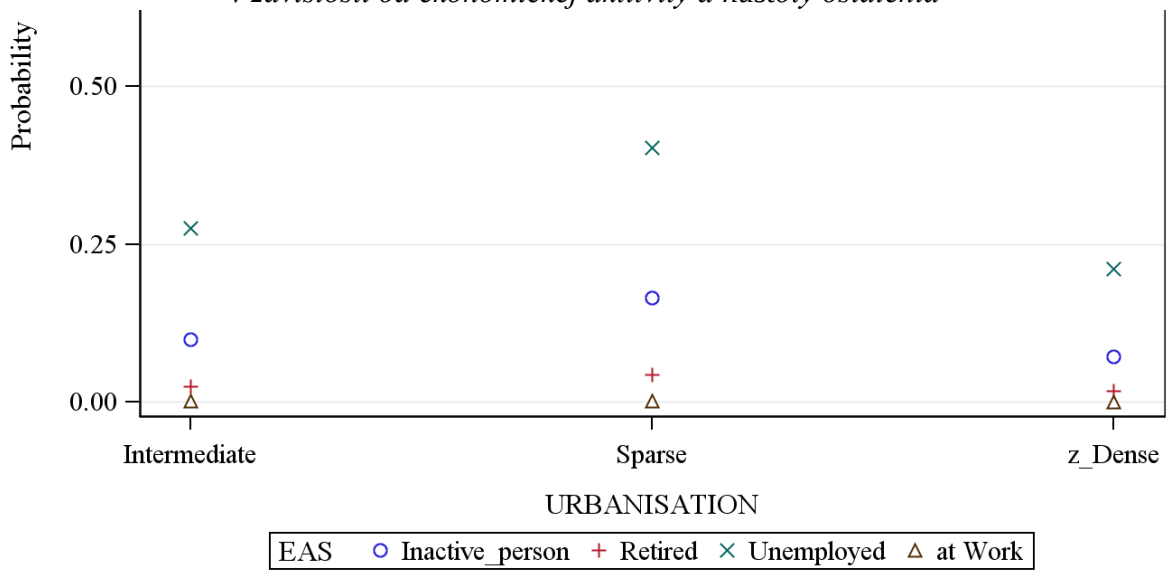
prednostom – pravdepodobnosť na úrovni 65 %; domácnosti s inak neaktívnym prednostom – pravdepodobnosť na úrovni takmer 40 %). V prípade, že prednosta domácnosti mal vyššie dokončené vzdelanie, predmetná pravdepodobnosť bola výrazne pod 25 %, pričom z ostatných vzdelanostných skupín najhoršie výsledky pozorujeme v domácnostiach, kde na čele stojí osoba s vyšším sekundárnym vzdelaním.

Obr. 4: Odhady pravdepodobností sociálneho vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách v závislosti od ekonomickej aktitvity a vzdelania osoby na čele domácnosti



Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Obr. 5: Odhady pravdepodobností sociálneho vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách v závislosti od ekonomickej aktitvity a hustoty osídlenia



Zdroj: EU-SILC 2016, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Stupeň urbanizácie nedeterminoval také rozdiely v sociálnom vylúčení (obr. 5) ako vyššie uvedené faktory, napriek tomu boli tieto rozdiely preukázateľné. Najvyššiu

pravdepodobnosť sociálneho vylúčenia súčasne vo všetkých 3 dimenziách mali domácnosti žijúce v riedko osídlených oblastiach, kde v prípade nezamestnaného prednostu to bolo na úrovni 40 % a v prípade inak neaktívneho prednostu to bolo mierne pod 20 %. V domácnostiach žijúcich v stredne husto a husto osídlených oblastiach bola v roku 2016 táto pravdepodobnosť výrazne nižšia, a to v prípade, že prednosta bol nezamestnaný na úrovni okolo 25 % a v prípade domácností s inak neaktívnym prednostom pod 10 %.

5 Záver

V článku identifikujeme premenné, ktoré signifikantne ovplyvňujú hrozbu, že domácnosť bude v riziku chudoby alebo sociálneho vylúčenia (model 1 vs. 0) ako aj hrozbu, že domácnosť bude musieť čeliť súčasne všetkým 3 dimenziám chudoby a sociálneho vylúčenia (model 3 vs. 0). V zmysle 3-dimenzionálneho konceptu merania chudoby a sociálneho vylúčenia využívaného v stratégii Európa 2020 model 3 vs. 0 teda hodnotí najzávažnejšiu formu chudoby a sociálneho vylúčenia. Ide o prípad, kedy domácnosť je príjmovo chudobná a súčasne závažne materiálne deprivovaná a navyše je (kvázi-) nezamestnaná. Na Slovensku je táto forma v európskom meradle pomerne rozšírená a v roku 2016 bol jej výskyt o 0,7 p. b. nad priemerom EÚ-28.

V obidvoch modeloch sa potvrdilo, že najrizikovejšou skupinou sú domácnosti s nezamestnaným prednostom. Najmenšiu hrozbu chudoby a sociálneho vylúčenia v akejkoľvek podobe (postihnutie 1, 2 alebo 3 dimenziami) sme zistili v domácnostiach, na ktorých čele stála zamestnaná osoba, avšak najmenšiu hrozbu postihnutia všetkými 3 rozmermi chudoby a sociálneho vylúčenia sme odhalili v domácnostiach, na ktorých čele stojí osoba v starobnom dôchodku alebo v predčasnom starobnom dôchodku. Uvedené zistenie potvrdzuje, že dôchodky eliminujú riziko, že domácnosti dôchodcov budú mať ekvivalentný disponibilný príjem pod hranicou rizika chudoby a tým pádom eliminujú aj hrozbu, že takéto domácnosti budú musieť čeliť sociálnemu vylúčeniu súčasne vo všetkých 3 dimenziách.

Najrizikovejšími typmi domácností boli v roku 2016 domácnosti 1 dospelého s aspoň 1 závislým dieťaťom (model 3 vs. 0) a domácnosti 2 dospelých s aspoň 3 závislými deťmi (model 1 vs. 0). Najmenšiu hrozbu sociálneho vylúčenia vo všeobecnosti majú domácnosti bezdetné. Osobitne nízke riziko sociálneho vylúčenia sme kvantifikovali v prípade typu domácností „iné bez závislých detí“, kde bolo najmenšie riziko sociálneho vylúčenia vo všetkých 3 dimenziách Táto skutočnosť pravdepodobne súvisí s tým, že ide o domácnosti s minimálne 3 dospelými, kde sa vzhľadom na vysoký počet dospelých eliminuje riziko, že takéto domácnosti budú (kvázi-) nezamestnané, teda že budú využívať svoj pracovný potenciál na menej ako 20 %. Tým, že sa v takýchto domácnostiach eliminuje riziko vylúčenia z trhu práce, tak sa významne redukuje aj hrozba, že domácnosť bude chudobná a sociálne vylúčená súčasne vo všetkých 3 dimenziách.

Naše analýzy potvrdili, že vzdelávanie môže byť jedným z nástrojov v boji proti chudobe. O tom svedčí zistenie, že vyššie vzdelanie prednostu domácnosti štatisticky významne eliminuje hrozbu chudoby a sociálneho vylúčenia. Vzdelanie osoby na čele domácnosti, podobne ako typ domácnosti, determinuje veľké rozdiely v sociálnom vylúčení (aj keď o niečo menšie ako ekonomická aktivita). Pomer šance, že domácnosť bude sociálne vylúčená súčasne vo všetkých 3 dimenziách, v pomere k šanci, že nebude sociálne vylúčená ani v 1 dimenzii, je pre najrizikovejšiu kategóriu (v prípade typu domácnosti ide o domácnosti 1 dospelého s najmenej 1 závislým dieťaťom a v prípade vzdelania prednostu domácnosti ide o primárne alebo nižšie sekundárne vzdelanie) viac ako 300-násobne vyšší ako pre najmenej rizikovú kategóriu (v prípade typu domácnosti ide o typ „iné bez závislých detí“ a v prípade vzdelania prednostu domácnosti ide o terciárne vzdelanie 2. alebo 3. stupňa).

Z hľadiska hustoty osídlenia územia, na ktorom domácnosť žije, sa sociálne vylúčenie týkalo najmä riedko osídlených území. Rozdiely medzi územiami so strednou a vysokou hustotou osídlenia sa ukázali ako nesignifikantné.

Vplyv ďalších faktorov na najzávažnejšiu formu chudoby a sociálneho vylúčenia sa nepreukázal. Avšak v prípade rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia (bez ohľadu na počet dimenzií, v ktorých sú domácnosti v uvedenom riziku) sa preukázalo, že najväčšej hrozbe museli v roku 2016 čeliť domácnosti s rozvedeným prednostom, ktorý hodnotí svoje zdravie ako zlé alebo veľmi zlé a najmenšej hrozbe boli vystavené domácnosti, na ktorých čele stála osoba žijúca v manželskom zväzku alebo ovdovená osoba, ktorá subjektívne hodnotí svoj zdravotný stav ako dobrý alebo veľmi dobrý.

Článok sa osobitne zameriava aj na odhad pravdepodobnosti, že domácnosť bude trpieť najzávažnejšou formou chudoby a sociálneho vylúčenia, teda že bude musieť čeliť riziku príjmovej chudoby a súčasne bude v závažnej materiálnej deprivácii a súčasne bude mať veľmi nízku intenzitu práce. Na základe odhadnutých pravdepodobností možno kvantifikovať o koľko je hrozba najzávažnejšej formy predmetného sociálneho javu v najrizikovejších skupinách domácností vyššia ako v ostatných skupinách domácností. Odhadnuté pravdepodobnosti potvrdili, že skupiny domácností, ktoré boli pomermi šancí identifikované ako najrizikovejšie, sú skutočne najviac ohrozené najzávažnejšou formou chudoby a sociálneho vylúčenia. Práve na takéto skupiny domácností by sa mali zamerať opatrenia v oblasti sociálnej pomoci, vzdelávania, daňovej politiky a v neposlednom rade v systéme zamestnávania, aby sa sociálne javy ako chudoba, materiálna deprivácia a vylúčenie z trhu práce v záujme inkluzívneho a udržateľného rastu ekonomiky eliminovali.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej VEGA 1/0548/16 *Pokrok SR pri napĺňaní stratégie EURÓPA 2020 v oblasti znižovania chudoby a sociálneho vylúčenia*.

Literatúra

1. Allison, P. D. (2012). *Logistic Regression using SAS. Theory and Application* (Second ed.). North Carolina, USA: SAS Institute.
2. Atkinson, A. B., Guio, A., C., & Marlier, E. (2017). *Monitoring social inclusion in Europe – 2017 edition.* Luxembourg: Publications Office of the European Union.
3. Gerbery, D. (2013). *Nízka intenzita práce a riziko chudoby u pracujúcich v nadväznosti na hodnotenie chudoby a sociálneho vylúčenia* (Publication). Inštitút pre výskum práce a rodiny.
4. Kis, B. A., & Gábos, A. (2016). Consistent poverty across the EU. *Corvinus Journal of Sociology and Social Policy*, 7 (2), 3-27.
5. Labudová, V., Vojtková, M., & Linda, B. (2010). Application of multidimensional methods to measure poverty. *E & M Ekonomie a management*, 13 (1), 6-22.
6. Mysíková, M., Večerník, J., & Želinský, T. (2015). Impact of the Low Work Intensity on Poverty in the Czech Republic and the Slovak Republic. *Ekonomický časopis*, 63 (6), 555-575.
7. Řezanková, H., & Želinský, T. (2014). Factors of material deprivation rate in the Czech Republic by household type. *Ekonomický časopis*, 62 (4), 394-410.
8. Stankovičová, I., & Vojtková, M. (2007). *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami*. Bratislava: Iura Edition.
9. Šoltés, E., & Ulman, P. (2015). Material deprivation in Poland and Slovakia – a comparative analysis. *Zeszyty naukowe Cracow review of economics and management*, 11 (947), 19-36.

Acyklické grafy ako nástroj grafickej analýzy rozhodovacích procesov

Acyclical Graphs as a Graphic Analysis Tool of Decision-making Processes

Ivan Brezina[1], Pavel Gežík[2], Juraj Pekár[3]

Abstrakt
Acyklický graf je taký neorientovaný graf, ktorý neobsahuje ako podgraf uzatvorený cyklus. Špeciálnym typom acyklických grafov je strom, pričom strom je neprázdny súvislý acyklický graf, v ktorom medzi každými dvomi vrcholmi existuje práve jedna cesta. Strom je teda neprázdny konečný súvislý acyklický graf s n vrcholmi a m hranami, pre ktorý platí $n = m + 1$. Koreňový strom je taký strom, ktorý má jednoznačne určený koreň a možno ho zakresliť tak, že vrcholy nižšej úrovne sa umiestňujú nad vrcholy vyššej úrovne, resp. opačne. Koreňové stromy sú v procese rozhodovania základom pre vytvárania rozhodovacích stromov. Rozhodovací strom predstavuje grafické zobrazenie štruktúry rozhodovacieho procesu pomocou koreňových stromov. Rozhodovacie stromy predstavujú zobrazenie rozhodovacieho procesu a umožňujú rozhodovanie na základe pravidiel definovaných v štruktúre stromu. S rozhodovacími stromami sa v bežnom živote stretávame pomerne často z dôvodu ich prehľadnosti a jednoduchej interpretovateľnosti. V príspevku budú prezentované možnosti využitia rozhodovacích stromov v rozhodovacích procesoch.

Kľúčové slová
rozhodovací strom, acyklický graf

Abstract
The acyclic graph is such a non-oriented graph that does not include a closed cycle subgraph. A special type of acyclic graphs is a tree where the tree is a non-coherent continuous acyclic graph in which there is just one path between each of the two vertices. The tree is a non-empty final continuous acyclic graph with nodes and edges for which n = m + 1. The root tree is such a tree that has a uniquely determined root and can be drawn such that the lower level peaks are located above the higher, respectively vice versa. Root trees are the basis for making decision trees in decision making. The decision tree is a graphical representation of the structure of the decision process using root trees. Decision trees represent representation of the decision process and allow decision making based on the rules defined in the tree structure. With decision trees, we encounter fairly often in the ordinary life, for reasons of clarity and simple interpretability. The paper will present the possibilities of using decision trees in decision-making processes.

Key words
Decision Tree, Acyclic Graph

JEL classification C02, C61

[1] prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, ivan.brezina@euba.sk.

[2] Ing. Pavel Gežík, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, pavel.gezik@euba.sk.

[3] prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, juraj.pekar@euba.sk.

1 Procesy rozhodovania

Rozhodovanie predstavuje proces, ktorého cieľom je dosiahnutie určeného cieľa. Jednotlivé kroky rozhodovacieho procesu vedú od sformulovania problému až k určeniu cieľa, ktorý sa má rozhodnutím dosiahnuť, k výberu najvhodnejšieho variantu riešenia problému a prijatiu rozhodnutia. Podľa (Mlynarovič, 1998) rozhodovanie predstavuje pomerne dobre definovaný proces, v priebehu ktorého rozhodovateľ najskôr formuluje problém a svoje zámery, potom identifikuje dostupné alternatívy a zhromaždí relevantné informácie, ktoré možno použiť na ohodnotenie alternatív, výber odporučeného riešenia a implementáciu rozhodnutia.

Charakteristika zhromaždených informácií umožňuje charakterizovať aj rozhodovaciu situáciu, v rámci ktorej môže rozhodovateľ identifikovať údaje o formulovanom procese a to rozhodovaciu situáciu za istoty, v podmienkach neurčitosti a v podmienkach rizika.

Rozhodovanie za istoty (deterministické rozhodovanie) je založené na plnej informovanosti a racionálneho správania sa rozhodovateľa, teda pre rozhodovateľa je dôležité poznať všetky faktory, alternatívy a ich dôsledky a na ich základe prijímať rozhodnutia s najvyššou hodnotou úžitkovosti. Rozhodovanie za istoty predstavuje vlastne extrémnu rozhodovaciu situáciu, v ktorej je k dispozícii dostatok informácií pre presnú charakteristiku rozhodovacieho problému. Výskyt takýchto extrémnych situácií je pomerne zriedkavý, môžu ich predstavovať napr. štandardizované operačné systémy, automatizované výrobné linky a ďalšie produkčné systémy a pod.

Pri rozhodovaní v podmienkach neistoty pozná rozhodovateľ jednotlivé možné varianty rozhodnutia a ich úžitkovosť, pričom jednotlivé varianty nemožno odhadnúť ani len s určitou relevantnou pravdepodobnosťou. Neurčitosť opäť predstavuje extrémnu rozhodovaciu situáciu, v ktorej nie je k dispozícii dostatok informácií pre presnú ani pravdepodobostnú charakteristiku rozhodovacieho problému. Rozhodovateľ teda pozná rozhodovacie varianty a ich dôsledky, ale nevie určiť ich pravdepodobnostné charakteristiky.

Rozhodovanie v podmienkach rizika možno charakterizovať ako stav, keď rozhodovateľ pozná varianty riešenia, ktoré môžu nastať s určitou pravdepodobnosťou a aj dôsledok prijatých rozhodnutí možno odhadnúť len s určitou pravdepodobnosťou. Tento stav vyjadruje určité riziko prijatého rozhodnutia, pričom tento stav môže vzniknúť pri mnohých rozhodovacích problémoch v procese riadenia.

Výsledkom rozhodovacieho procesu je prijatie rozhodnutie, teda výber najvhodnejšieho možného variantu vzhľadom na stanovený cieľ, prostredie rozhodovania, a rozhodovacie varianty. V rozhodovacom procese možno využiť veľkú škálu metód a techník, štandardizovaných, ale aj intuitívnych postupov. Výber a využitie jednotlivých nástrojov závisí od charakteristiky rozhodovacieho problému a od stanovených cieľov. Pomerne jednoduchý, ale pritom efektívnym nástrojom na riešenie rozhodovacích problém môžu byť rozhodovacie stromy, ktoré sú špeciálnym prípadom acyklických grafov.

2 Rozhodovacie stromy

Rozhodovacie stromy sú také acyklické grafy[4], ktoré predstavujú zobrazenie rozhodovacieho procesu a umožňujú rozhodovanie na základe pravidiel definovaných v štruktúre rozhodovacieho stromu.

[4] Neorientovaným grafom nazývame usporiadanú dvojicu $G = (U, H)$, pre ktorú $U = \{u_i\}$ $(i = 1, 2, ..., n)$ je konečná neprázdna množina n vrcholov a $H = \{h_{ij}\}$ $(i, j = 1, 2, ..., n)$ je množina hrán grafu G, hrany h_{ij} $(i, j = 1, 2, ..., n)$ pritom tvorí množina dvojprvkových podmnožín množiny U (H je ľubovoľná podmnožina množiny všetkých kombinácií druhej triedy prvkov množiny U).

Rozhodovací strom predstavuje grafické zobrazenie štruktúry rozhodovacieho procesu pomocou koreňových stromov. S rozhodovacími stromami sa v bežnom živote stretávame pomerne často z dôvodu ich prehľadnosti a jednoduchej interpretovateľnosti. Ako príklady možno uviesť rodokmene, evolučné stromy, vizualizácia rozhodovacieho procesu, určenie optimálnej stratégie rozhodovacieho procesu, priečinky (adresáre) a ich podpriečinky (podadresáre) v počítači, Data Mining, strojové učenie (učenie sa bez učiteľa), posúdenie rizika v podniku a pod. Rozhodovacie stromy predstavujú analógiu s reálnymi stromami v prírode a na základe toho bola aj prevzatá terminológia, a pre rozhodovacie stromy hovoríme raste stromu, jeho vetvení alebo o jeho prerezávaní.

3 Acyklické grafy

Acyklický graf je taký orientovaný graf[5] $\vec{G}$, ktorý neobsahuje cykly a existuje v ňom jeden vrchol začiatočný a jeden vrchol konečný. Vo všeobecnosti platí, že v súvislom orientovanom grafe $\vec{G}$ s n vrcholmi možno všetky vrcholy očíslovať postupnosťou 1, 2, ..., n tak, že čísla vrcholov na každej hrane h_{ij} (i = 1, 2, ..., n–1, j = 2, 3, ..., n) vyhovujú vzťahu $i < j$.

Špeciálnym typom acyklických grafov je strom. *Strom* je neprázdny súvislý acyklický graf (neobsahuje kružnice[6]), v ktorom medzi každými dvomi vrcholmi existuje práve jedna cesta. Strom je teda acyklický graf s minimálnym počtom hrán rovnajúcim sa $n - 1$ (n je počet vrcholov), resp. neprázdny konečný súvislý graf s n vrcholmi a m hranami, pre ktorý platí $n = m + 1$.*Koreňový strom* je strom $G = (U, H)$ s pevne vybraným vrcholom $k \in U$, ktorý nazývame *koreň stromu.* Pre *koreň stromu,* teda vrchol k, platí[7] $\deg^-(u_k) = 0$ a $\deg^+(u_k) > 0$.

Ako *koreňový strom* označujeme taký strom, ktorý má jednoznačne určený koreň, koreň je teda pevne determinovaný vrcholom $u_k \in U$ a koreňový strom môžeme označiť ako $G = (U, H, u_k)$. Koreňový strom možno zakresliť tak, že vrcholy nižšej úrovne sa umiestňujú nad vrcholy vyššej úrovne, resp. vrcholy nižšej úrovne pod vrcholy vyššej úrovne. Vrcholy sa rozvetvujú do ďalších vrcholov a vytvárajú tak štruktúru stromu. Rozhodovacie stromy sa zvyčajne zakresľujú zhora nadol alebo sprava naľavo.

4 Rozhodovací strom

Rozhodovací strom sa skladá zo štyroch základných prvkov – z koreňa stromu, vnútorných vrcholov, listov a orientovaných hrán. Koreň stromu a vnútorné vrcholy označujú jednu konkrétnu vlastnosť (atribút), ktorá sa na danom mieste rozhodovacieho stromu testuje. Každý vrchol predstavuje rozhodovanie podľa jednej vybranej vlastnosti (atribútu) klasifikovaného objektu. Vyberané vlastnosti musia objekty od seba čo najviac odlišovať, aby boli na konci stromu čo najpresnejšie klasifikované.

---

[5] *Orientovaný graf* $\vec{G}$ je taký graf, ktorého všetky hrany sú orientované, teda každá z nich spája usporiadanú dvojicu vrcholov grafu. *Orientovaná hrana* je daná začiatočným vrcholom u_i a koncovým vrcholom u_j, v grafe je označovaná šípkou medzi príslušnými vrcholmi. Je to vlastne usporiadaná dvojica vrcholov $\overrightarrow{(u_i, u_j)}$, (platí $(u_i, u_j) \neq (u_j, u_i)$), ktorú označujeme zvyčajne ako $\overrightarrow{h_{ij}}$. Pomocou orientovaného grafu sa často zachytáva dynamický model reality.

[6] O kružnici v súvislom orientovanom grafe $\vec{G}$ hovoríme vtedy, ak z každého vrcholu vychádza práve jedna orientovaná hrana a takisto jedna orientovaná hrana do neho vchádza.

[7] Označenie $\deg(u_i)$ zodpovedá *stupňu vrcholu* u_i, *je to* počet hrán, s ktorými vrchol u_i súvisí, je teda daný počtom hrán do vrcholu vstupujúcich ($\deg^-(u_i)$) a z vrcholu vystupujúcich ($\deg^+(u_i)$).

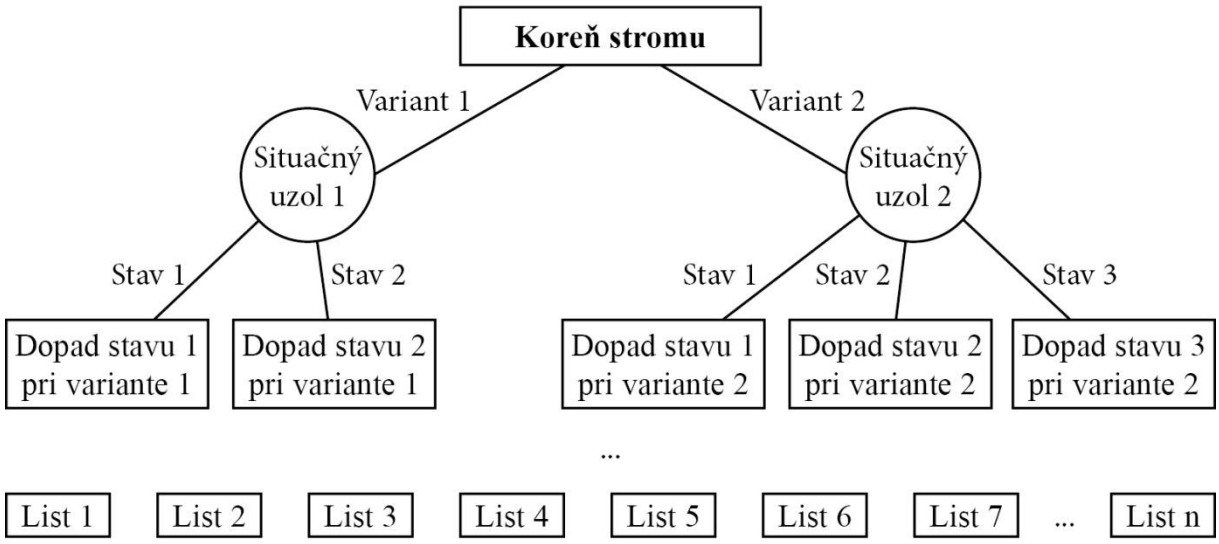
Orientované hrany vychádzajúce z jednotlivých vrcholov obsahujú predikáty pre daný atribút a takto reprezentujú možné výsledky testovania tohto atribútu v danom vrchole. V rozhodovacom strome z koreňa postupne prebieha vetvenie do ďalších vrcholov (strom rastie). Po určení koreňa, ktorý reprezentuje atribút nesúci najväčšie množstvo informácie, v ďalšom kroku rozdelíme množinu variantov na toľko podmnožín, koľko je hodnôt koreňového atribútu. V každej podmnožine sú varianty s jedinou hodnotu tohto atribútu. Ďalej vyhľadáme v každej podmnožine ďalší najvýznamnejší atribút, a takto sa pokračuje pokiaľ nevyčerpáme všetky atribúty.

Vrcholy, ktoré sa už ďalej nedelia, sa označujú ako terminálne vrcholy alebo listy (listové vrcholy, výstupné vrcholy). List stromu indikuje hodnotu cieľovej vlastnosti, označuje teda triedu, ktorou je element označený v prípade, že sa pri klasifikácii dostane v rozhodovacom strome na jeho pozíciu.

Rozhodovacie vrcholy predstavujú zobrazenie fázy realizovaného výberu niektorej možnosti. Je to teda taká fáza rozhodovacieho procesu, v ktorej sa rozhodovací subjekt rozhoduje, ktorý z variantov vyberie (zvyčajne sa zobrazujú vo forme štvorca, resp. obdĺžnika). Hrany vychádzajúce z rozhodovacích vrcholov predstavujú alternatívy, ktoré sú predmetom výberu rozhodovacieho subjektu. Takéto rozhodovacie stromy možno nazvať ako rozhodovacie stromy s deterministickou štruktúrou.

V niektorej literatúre (napr. Pitel) sa vnútorné vrcholy rozdeľujú na rozhodovacie a situačné. Situačné vrcholy reprezentujú ďalší stav, ktorý nezávisí od rozhodnutia rozhodovacieho subjektu a teda reprezentujú fázu nezávislú na rozhodnutí rozhodovacieho subjektu, ale sú výsledkom náhodného procesu (zvyčajne sa zobrazujú vo forme krúžku). List stromu (koncový vrchol vetvy stromu) indikuje cieľovú hodnotu. Rozhodovací strom teda začína v koreni stromu a prechádza cez jednotlivé vnútorné vrcholy až k listu (Obr. 1). Takéto rozhodovacie stromy možno nazvať ako rozhodovacie stromy so stochastickou štruktúrou.

Obr. 1: Vrcholy rozhodovacieho stromu



Zdroj: Vlastné spracovanie

Každý rozhodovací strom predstavuje reprezentáciu rozhodovacieho procesu. Vrcholy v rozhodovacom strome reprezentujú testovací atribút (testovaciu vlastnosť). Hrany rozhodovacieho stromu reprezentujú zodpovedajúce hodnoty testovacieho atribútu. Z každého vrcholu vychádza toľko hrán, koľko zodpovedá hodnotám testovacieho atribútu v danom vrchole.

V koreňovom vrchole sa nachádza celá množina atribútov a pravidiel a z koreňového vrcholu vychádza toľko hrán, koľko zodpovedá východiskovému testovaciemu atribútu. Pre každý vnútorný vrchol (rozhodovací alebo situačný) sa vyberie atribút, ktorý reprezentuje špecifický test, ktorý rozhodovací strom vetví na podstromy pre každú hodnotu zvoleného atribútu. Každý list rozhodovacieho stromu reprezentuje klasifikačnú triedu, do ktorej budú klasifikované všetky prvky množiny všetkých možností (hodnotu cieľovej premennej).

Ako príklad jednoduchého rozhodovacieho stromu bez situačných vrcholov môžeme uviesť Obr. 2, ktorý predpovedá na základe pohlavia a spôsobu platby, či zákazník, resp. zákazníčka kúpi elektrický záhradný gril. Je pritom známa množiny údajov, ktorej jeden záznam by mohol vyzerať ako príklad v tabuľke (Tab. 1).

Tab. 1: Príklad rozhodovacieho stromu

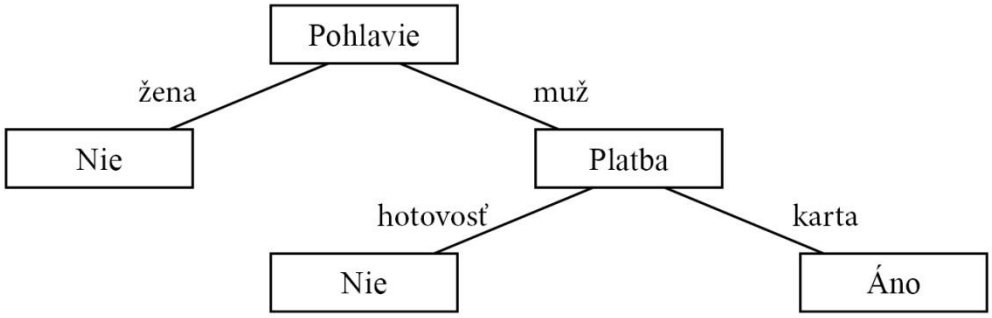
	Atribút		**Trieda**
Predikát	Pohlavie	Spôsob platby	Nákup grilu
	Muž/Žena	Karta/Hotovosť	Áno/Nie

Zdroj: Vlastné spracovanie

Postup vytvorenia rozhodovacieho stromu:

1. Urči koreňový vrchol a ohodnoť ho atribútom pre delenie; pridaj hranu pre každý hodnotiaci predikát (ak sú známe hodnoty predikátu, tak ju ohodnoť),
2. Pre každú hranu na základe deliaceho predikátu vytvor množinu alternatív a pridaj vrchol pre každú podmnožinu,
3. Ak je splnené ukončovacie kritérium, vytvor list a ohodnoť ho príslušnou triedou; ak nie je splnené, ak teda existuje vrchol, pre ktorý nepatria všetky atribúty do tej istej triedy, opakuj pre tento vrchol bodu 2.

Obr. 2: Jednoduchý príklad rozhodovacieho stromu



Zdroj: Vlastné spracovanie

5 Výber najvhodnejšieho testovacieho atribútu

Kľúčovou otázku celého algoritmu vytvorenia rozhodovacieho stromu je výber vhodného atribútu pre jeho vetvenie, teda najlepšej vlastnosti na testovanie v každom rozhodovacom vrchole stromu. Je zrejmé, že treba zvoliť taký atribút, ktorý najlepšie odlíši jednotlivé podmnožiny. Na jeho výber sa používajú charakteristiky z teórie pravdepodobnosti, predovšetkým entropia (neurčitosť daného súboru údajov), na základe možno vypočítať informačný zisk (ďalšími používanými charakteristikami sú Giniho index, χ^2, resp. pomerný informačný zisk). Informačný zisk udáva mieru, do akej atribút rozdeľuje jednotlivé podmnožiny do ich cieľovej klasifikácie a počíta sa ako rozdiel entropie pro cieľový atribút a pre uvažovaný atribút.

Informačný zisk

Pre určenie vhodnosti atribútu, prostredníctvom ktorého možno rozdeliť údaje do čo najodlišnejších vetiev, sa pomerne často využíva tzv. informačný zisk, ktorý udáva mieru, do akej atribút rozdeľuje vlastnosti do ich cieľovej klasifikácie (do jednotlivých klasifikačných tried). Pre jeho výpočet je nutné vypočítať ďalšiu štatistickú charakteristiku, entropiu E charakterizujúcu mieru neusporiadanosti skúmaného systému. Predpokladajme, že varianty $x_1, x_2, ..., x_n$ môžu nastať s pravdepodobnosťami $p(x_1), p(x_2), ..., p(x_n)$, ktoré tvoria úplný súbor pravdepodobností, teda platí $\sum_{j=1}^{n} p(x_j) = 1$. Následne možno entropiu vypočítať

$$E = -\sum_{j=1}^{n} p(x_j) \log_2 p(x_j). \quad (1)$$

Pre vetvenie rozhodovacieho stromu sa potom identifikuje atribút s minimálnou hodnotou entropie E. Na začiatku predstavuje entropia rodičovského vrcholu entropiu koreňového vrcholu, na základe ktorého možno počítať aj entropiu každého vrcholu jeho detí, do ktorých sa bude rozvetvovať. Entropia detí je entropia ďalších vetiev odvíjajúcich sa od rodičovského vrcholu.

Ďalšie vetvy odvíjané od koreňového vrcholu (jeho deti) sa však už budú riadiť informačným ziskom IZ. Označme ako k počet vrcholov detí (v prípade binárneho stromu $k = 2$), $E(i)$ entropie vo vrcholoch detí, n_i je počet atribútov vo vrcholoch detí, n_t je počet atribútov v vo vrchole rodiča, potom informačný zisk IZ možno všeobecne vypočítať ako

$$IZ = E - \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{n_t} E(i). \quad (2)$$

teda

$$IZ = E(atribút_{rodič}) - vážený\ priemer.\ E(atribút_{deti}). \quad (3)$$

V prípade entropie E sa identifikuje atribút s minimálnou hodnotou, v prípade informačného zisku IZ sa identifikuje atribút s maximálnou hodnotou.

6 Záver

Efektívnym nástrojom na riešenie rozhodovacích problém môžu byť rozhodovacie stromy, ktoré sú špeciálnym prípadom acyklických grafov. Výsledkom použitia rozhodovacieho stromu v konkrétnom rozhodovacom procese je prijatie rozhodnutie, teda výber najvhodnejšieho možného variantu vzhľadom na stanovený cieľ, prostredie rozhodovania, a rozhodovacie varianty, teda priradenie do nejakej triedy. V príspevku je opísaný spôsob vytvorenia rozhodovacieho stromu.

Literatúra

1. Brezina, I., Čičková, Z., & Gežík, P. (2012). *Sieťová analýza*. Bratislava: EKONÓM.
2. Clark, P. (1990). Machine Learning: Techniques and Recent Developments. Retrieved September 04, 2018, from http://www.cs.utexas.edu/users/pclark/papers/techniques.pdf
3. Machová, K. (2002). *Strojové učenie princípy a algoritmy*. Košice: ELFA s.r.o..
4. Mlynarovič, V. (2006). Indukcia rozhodovacích stromov. Retrieved September 05, 2018 from http://www2.fiit.stuba.sk/~kapustik/ZS/Clanky0506/mlynarovic/index.html
5. Mlynarovič, V. (1998). *Modely a metódy viackriteriálneho rozhodovania*. Bratislava: Bratislava: EKONÓM.
6. Pitel, J. (1988). *Ekonomicko-matematické metódy*. Bratislava: Príroda.
7. Tkáč, M. (2016). Riziko v podniku. Prípadová štúdia 3, Retrieved September 04, 2018, from http://history.euke.sk/docs/2016-rozhodovacie-stromy.pdf

Hranovo orientované metódy kritickej cesty versus uzlovo orientované metódy kritickej cesty s deterministickou a stochastickou grafovou štruktúrou

Edge-oriented critical path methods versus node-oriented critical path methods with deterministic and stochastic graph structure

Ivan Brezina[1], Juraj Pekár[2], Pavel Gežík[3]

Abstrakt
Najznámejšie kvantitatívne prístupy riadenia projektov predstavujú všeobecne známe metódy kritickej cesty, predovšetkým metódy CPM (Critical Path Method), PERT (Project Evaluation and Review Techniques), MPM (Metra Potencial Method) či už hranovo alebo uzlovo orientované s deterministickou grafovou štruktúrou. Zovšeobecnenie metód riadenia objektov predstavuje metód GERT (Grafical Evaluation and Review Technique). Táto metóda so stochastickou grafovou štruktúrou je založená na predpoklade, že celý projekt a aj jednotlivé činnosti sú realizované na základe určitej podmienenej pravdepodobnosti a všetky navrhnuté činnosti nemusia byť aj zrealizované. Metóda GERT sa realizuje na hranovo orientovanom sieťovom grafe so stochastickou štruktúrou, čo znamená, že aspoň jeden uzol má interpretáciu odlišnú ako konjuktívno-deterministickú. V príspevku budú opísané, porovnané a zhodnotené možnosti realizácie uvedených metód.

Kľúčové slová
riadenie projektov, kriticka cesta, graf, hrana, uzol

Abstract
The most known quantitative approaches to the project management are well-known critical path methods, particularly Critical Path Method (CPM), Project Evaluation and Review Techniques (PERM), MPM (Metra Potential Method), either edgeline or nodal-oriented with a deterministic graph structure. Generalization of object management methods is represented by GERT (Graphic Evaluation and Review Technique). This method with a stochastic graph structure is based on the assumption that the whole project as well as the individual activities are realized on the basis of a certain conditional probability and that all the proposed activities may not be realized as well. The GERT method is implemented on an edge-oriented network diagram with a stochastic structure, meaning that at least one node has an interpretation different from the conjugative-deterministic. In the paper the methods will be described, compared and evaluated.

Key words
Project Management, Critical Path, Graph, Edge, Node

JEL classification C02, C61

[1] prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, ivan.brezina@euba.sk.

[2] prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, juraj.pekar@euba.sk.

[3] Ing. Pavel Gežík, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava – Petržalka, pavel.gezik@euba.sk.

1 Riadenie projektov v sieťovej analýze

Metódami sieťovej analýzy možno riešiť množstvo rôznorodých problémov, ktorých charakteristikou je možnosť ich zobrazenia pomocou grafických prostriedkov. Metódy sieťovej analýzy sa využívajú na riešenie ekonomických rozhodovacích procesov, predovšetkým riadenia projektov a organizácie práce, plánovania operácií, resp. na určovanie časového rozpisu výkonu na seba nadväzujúcich operácií.

Riadenie projektov[4], resp. projektové plánovanie prostredníctvom princípov sieťovej analýzy, sa používa predovšetkým na určenie rôznych harmonogramov procesov a činností[5] alebo riadenie týchto činností z hľadiska ich časového rozvrhovania. Konečným cieľom realizovaných činností je realizácia projektu. Medzi jednotlivými činnosťami môžu existovať väzby časové, technologické a organizačné.

Z hľadiska časových väzieb a korektného riešenia projektu je dôležité týmto činnostiam presne definovať dĺžku ich trvania a ich vzájomnú časovú nadväznosť. Rovnaké relácie môžu byť spojené i s technologickými väzbami, ktoré sú vyvolané technologickou nadväznosťou činností na seba, a organizačnými väzbami, ktoré sú dané časovým a priestorovým usporiadaním zdrojov.

Plánovanie projektov pozostáva predovšetkým z časového plánovania, ktoré vychádza z postupného zostavovania priebehu realizácie činností a určuje tak postupnosť vykonávania týchto činností. Takéto plánovanie vychádza z realizácie projektu, ktorý uvažuje o vlastnom časovom (termínovom) plánovaní činností a prostredníctvom ktorého možno určiť koniec všetkých naplánovaných činností, teda koniec projektu ako celku, resp. naplánovať začiatky a konce jednotlivých činností v projekte. Takéto určovanie začiatkov a koncov činností, určenie najskôr možného termínu dokončenia projektu alebo vymedzenie časových rezerv v projekte sa nazýva časová analýza. Na časovú analýzu nadväzuje nákladová analýza, ktorá sa nezaoberá len samotným trvaním jednotlivých činností, ale viaže sa na náklady spojené s danými činnosťami. Nákladová analýza sa používa na určenie najvhodnejšieho priebehu projektu z hľadiska vzájomného vzťahu trvania projektu a nákladov spojených s projektom.

S realizáciou jednotlivých činností sú spojené i vynakladané zdroje. Ak sú tieto zdroje vyjadrené v peňažných jednotkách, tak sa jedná o náklady, ktoré rieši už uvedená nákladová analýza. Ak sa na činnosti viaže istá technologická či organizačná nadväznosť, tak práve táto nadväznosť môže vychádzať z faktu zdrojovej potreby, resp. náročnosti na rôzne druhy zdrojov (pracovné sily, materiál, technologickú vybavenosť, priestory, energie ...). Práve túto potrebu zdrojov nemusí zohľadniť nákladová analýza a rieši ju analýza zdrojov. Tá predstavuje plánovanie zdrojov a rieši otázku časového rozvrhu využívania zdrojov. Analýza rizika alebo pravdepodobnostná analýza vychádza z faktu, že nie všetky činnosti musia mať deterministicky stanovené ich trvanie, ale môžu byť stanovené s istou stoachastickosťou trvania, ktoré udáva podmienené pravdepodobnosti realizácie jednotlivých činností.

2 Sieťový graf projektu

Základným prvkom riadenia projektov je činnosť, a keďže z činností pozostáva celý projekt, možno ho zaznamenať v sieťovom grafe. Sieťový graf je matematickým modelom projektu, ktorý využíva orientované hrany na znázornenie činností v projekte, kde práve

[4] Projekt je množina činností vymedzená v priestore a čase podľa technických alebo organizačných kritérií, súvisiaca s realizáciou rozsiahlych akcií a ktorej realizácia, resp. uskutočnenie je podmienkou dosiahnutia určitého cieľa.

[5] Činnosť projektu je priestorovo alebo časovo vymedzený súbor prác, ktorých realizácia je spojená s istým výkonom a spravidla si vyžaduje nasadenie pracovných síl, strojového zariadenia, spotrebu materiálu, finančných prostriedkov.

jednej činnosti je priradený práve jeden základný prvok grafu (uzol alebo hrana). Práve podľa toho, či činnosť zodpovedá hrane alebo uzlu možno rozlíšiť hranovo orientované sieťové grafy, kde hrany grafu predstavujú činnosti projektu a uzly reprezentujú udalosti (začiatky a konce činností), respektíve uzlovo orientované sieťové grafy, kde uzly grafu zodpovedajú činnosti projektu a hrany grafu vyjadrujú väzby medzi činnosťami.

Sieťové grafy sa rozdeľujú i podľa ich štruktúry a tá môže byť deterministická alebo stochastická. Ak sú parametre (časové údaje, trvanie činnosti, náklady, zdroje ...) sieťového grafu zadané presnými hodnotami, ide o deterministické sieťové grafy. Ak parametre sieťového grafu využívajú pravdepodobnostné ohodnotenie, ktoré udáva podmienené pravdepodobnosti realizácie jednotlivých činností, *ide o stochastické sieťové grafy.* Parametre sú pritom udané známym, príp. i neznámym pravdepodobnostným rozdelením.

Hranovo a uzlovo orientované sieťové grafy

V hranovo orientovanom sieťovom grafe je každej činnosti priradená práve jedna orientovaná hrana, ktorá sa začína v uzle u_i a končí sa v uzle u_j. Trvanie činnosti t_{ij} predstavuje čas potrebný na realizáciu činnosti, teda ohodnotenie hrany z uzla u_i do uzla u_j.

Uzlovo orientovaný sieťový graf je graf, v ktorom na rozdiel od hranovo orientovaného sieťového grafu uzly grafu reprezentujú činnosti a hrany vyjadrujú väzby medzi činnosťami. Každej činnosti je priradený práve jeden uzol u_i reprezentujúci danú činnosť podľa poradia i. Trvanie činnosti je v uzlovo orientovanom sieťovom grafe označované ako t_i. Väzby medzi činnosťami projektu sú vyjadrené pomocou orientovanej hrany začínajúcej v uzle u_i a končiacej v uzle u_j.

Hranovo aj uzlovo orientovaný sieťový graf musí mať jeden začiatočný uzol, ktorého trvanie je nulové, teda $t_0 = 0$. Sieťový graf musí mať aj jeden koncový uzol, ktorého trvanie je nulové ($t_{n+1} = 0$).

Uzlovo orientované grafy sú na znázorňovanie projektov jednoduchšie, lebo znázorňujú len reálne činnosti a nepotrebujú fiktívne či odstupové činnosti, keďže všetky časové, technologické, organizačné a iné nadväznosti vedia vyjadriť prostredníctvom väzieb, t. j. hrán v grafe.

Pre zostavovanie sieťového grafu platia určité formálne pravidlá. Prvé pravidlo je pravidlo neprípustnosti dvojitých hrán. Druhé pravidlo je pravidlo neprípustnosti cyklov, ktorého porušenie znemožňuje využitie sieťového grafu. Tretie pravidlo sa nazýva pravidlo jedného začiatku a jedného konca, ktoré vychádza z faktu, že projekt sa začne v jednom okamihu, jednou udalosťou a končí sa v jednom okamihu, teda jednou udalosťou, takže i sieťový graf musí mať jeden začiatok a jeden koniec.

3 Hľadanie kritickej cesty

Činnosti v sieťovom grafe sa musia realizovať v stanovenom a logickom poradí, pritom v rámci projektu môžu viaceré činnosti prebiehať súbežne. Množinu všetkých činností projektu možno rozdeliť na podmnožiny, tzv. vetvy činností, pričom jednotlivé činnosti patriace do rôznych skupín vetiev prebiehajú relatívne nezávisle. V rámci sieťového grafu projektu sa rozlišujú „cesty“ spájajúce začiatok a koniec projektu, ktoré zodpovedajú práve vetvám činnosti projektu. Čas potrebný na realizáciu všetkých činností obsiahnutých v rámci jednej vetvy, teda trvanie vetvy zodpovedá „*dĺžke cesty*“. Najdlhšia cesta v grafe, teda cesta zodpovedajúca vetve s najdlhším trvaním činností na nej ležiacich, určuje predpokladaný čas ukončenia projektu, resp. jeho celkové trvanie od začiatku projektu. Takáto cesta sa nazýva „*kritická cesta*“.

Výpočet kritickej cesty spočíva v časovej analýze činností projektov a môže sa realizovať rôznymi metódami v závislosti od parametrov sieťového grafu, ktorý zobrazuje činnosti projektu. V prípade, ak sú parametre jednotlivých činností presne definované, ide o deterministickú úlohu kritickej cesty v sieti, na ktorej riešenie sa používa metóda CPM (*Critical Path Method*), ak sú parametre činností určené len s určitou pravdepodobnosťou, ide o stochastickú úlohu kritickej cesty v sieti, na riešenie možno použiť metódu PERT (*Program Evaluation and Review Technique*). Ak pribudne stochastická štruktúra sieťového grafu a k činnostiam pribudnú pravdepodobnosti, možno použiť metódu GERT (*Graphical Evaluation and Review Technique*). Medzi novšie metódy rozvíjajúce pôvodnú metódu CPM patrí CCPM (*Critical Chain Project Management*).

Tieto všetky metódy sa používajú na hranovo orientované sieťové grafy. Ak ide o uzlovo orientovaný graf, tak je vhodná metóda MPM (*Metra Potencial Method*), ale aj modifikované metódy CPM_u a $PERT_u$ pre uzlovo orientované sieťové grafy (Tab. 1).

Tab. 1: Metódy hľadania kritickej cesty

Sieťový graf	**Štruktúra grafu**	**Interpretácia ohodnotenia**	**Druh ohodnotenia**	**Metóda**
Hranovo orientovaný	Deterministická	Čas	Deterministické	CPM/CCPM
			Stochastické	PERT
		Náklady	Deterministické	CPM/COST
	Stochastická	Čas	Deterministické	GERT[6]
		Náklady	Deterministické	
		Pravdepodobnosť	Stochastické	
Uzlovo definovaný	Deterministická	Čas	Deterministické	CPM_u
			Deterministické	MPM
			Stochastické	$PERT_u$

Zdroj: Vlastné spracovanie

[6] Metóda GERT využíva na analýzu zovšeobecnené hranovo orientované sieťové grafy so stochastickou štruktúrou. Zovšeobecnené sieťové grafy v metóde GERT pozostávajú z konjunktívno-stochastických rozhodovacích uzlov a z orientovaných hrán. Uzly v grafe označujú udalosti a hrany označujú činnosti, pričom všetky hrany (i, j) majú priradenú podmienenú pravdepodobnosť pij jej realizácie a dobu trvania činnosti tij, resp. náklady spojené s danou činnosťou c_{ij}.

Uzly zovšeobecneného sieťového grafu pozostávajú zo vstupnej (udalosť, ktorá predstavuje realizáciu jednej činnosti, niekoľkých činností alebo všetkých činností, pričom hrany jednotlivých činností smerujú do uzla) a výstupnej časti (udalosť, ktorá predstavuje realizáciu všetkých alebo aspoň jednej zo všetkých činností vystupujúcich z uzla).

Rozlišujú sa tri vstupy uzlov: konjunktívny vstup – uzol sa realizuje práve vtedy, keď sa realizujú všetky činnosti, ktoré do uzla vstupujú (realizácia všetkých činností nemusí prebiehať súčasne, uzol sa realizuje po realizácií poslednej zo všetkých vstupujúcich činností), disjunktívny vstup – uzol sa realizuje práve vtedy, keď sa realizuje práve jedna z činností, ktorá do uzlu vstupuje (uskutočnením tejto činnosti sa vylučuje možnosť realizácie ostatných činností), inkluzívny vstup –uzol sa realizuje práve vtedy, keď sa realizuje aspoň jedna z činností, ktorá do uzlu vstupuje.

4 Hľadanie kritickej cesty v hranovo orientovanom grafe

Pre hranovo orientované sieťové grafy existuje viacero metód hľadania kritickej cesty. V tomto druhu sieťových grafov predstavujú hrany grafu jednotlivé činnosti, a tak i kritická cesta sa v týchto grafoch zakresľuje ako súbor hrán, ktoré na seba nadväzujú a tvoria tak cestu z prvého do posledného uzla grafu. Táto cesta má prívlastok i najdlhšia cesta. Hlavným predstaviteľom hľadania kritickej cesty je metóda CPM (*Critical Path Method*).

Metóda CPM (*Critical Path Method*)

Metóda CPM vychádza z časovej analýzy údajov spojených s riadením projektu, resp. jeho realizáciou. Jedná sa najmä o termíny realizácie jednotlivých činností, pričom sa zameriava na určovanie začiatkov a koncov jednotlivých činnosti. Najdôležitejší je pritom koniec poslednej činnosti, ktorý hovorí o konci, resp. termíne ukončenia projektu.

Časová analýza CPM

S projektom je spojené množstvo časových údajov s označením:

T^0 čas začiatku projektu, ktorý sa zadáva ako 0,

T^1 vypočítaný čas trvaniu projektu (dĺžka vypočítanej kritickej cesty),

T^P plánované trvanie projektu, ak $T^P < T^1$, daný projekt sa nedá realizovať v termíne T^P, a ak $T^P > T^1$, kritická cesta v sieti neexistuje,

t_{ij} trvanie činnosti z uzla u_i do uzla u_j,

ZM_{ij} najskôr možný začiatok činností vychádzajúcich z uzla u_i, resp. najskôr možný začiatok činnosti (i, j), t. j. časový okamih, v ktorom sa príslušná činnosť môže najskôr začať,

KM_{ij} najskôr možný koniec činností končiacich v uzle u_j, resp. najskôr možný koniec činnosti (i, j), t. j. časový okamih, v ktorom sa príslušná činnosť môže najskôr skončiť,

ZP_{ij} najneskôr prípustný začiatok činností vychádzajúcich z uzla u_i, resp. najneskôr prípustný začiatok činnosti (i, j), t. j. časový okamih, v ktorom sa musí príslušná činnosť najneskôr začať,

KP_{ij} najneskôr prípustný koniec činností končiacich v uzle u_j, resp. najneskôr prípustný koniec činnosti (i, j), t. j. časový okamih, v ktorom sa musí príslušná činnosť najneskôr skončiť,

TM_i najskôr možný termín uzla i, t. j. najskôr možný koniec všetkých činností, ktoré do tohto uzla ústia, a zároveň predstavuje najskôr možné začiatky všetkých činností, ktoré z tohto uzla vychádzajú,

TP_i najneskôr prípustný termín uzla i, t. j. najneskôr prípustný koniec všetkých činností, ktoré sa v tomto uzle končia.

Rozdiel medzi najskôr možným termínom uzla a najneskôr prípustným termínom uzla predstavuje kritickú rezervu RC_{ij}, celková rezerva činnosti (i, j), ktorá predstavuje čas (počet časových jednotiek), o ktorý možno predĺžiť trvanie činnosti (i, j) alebo najviac odsunúť jej začiatok oproti jej najskôr možnému začiatku s tým, že termín dokončenia, resp. trvanie projektu sa nezmení.

Časová analýza CPM spočíva vo výpočte štyroch základných časov:

- najskôr možný začiatok činnosti $ZM_{ij} = TM_i$,
- najskôr možný koniec činnosti $KM_{ij} = TM_i + t_{ij} = ZM_{ij} + t_{ij}$,
- najneskôr prípustný začiatok činnosti $ZP_{ij} = TP_j - t_{ij} = KP_{ij} - t_{ij}$,
- najneskôr prípustný koniec činnosti $KP_{ij} = TP_j$.

Výpočet týchto časov, teda hľadanie kritickej cesty prostredníctvom CPM, prebieha v 2 etapách:

- 1. etapa - výpočet vpred (od začiatočného uzla ku koncovému), keď sa počítajú najskôr možné hodnoty (TM_i, ZM_{ij}, KM_{ij}) a platí:
  $TM_i = ZM_{ij}$,
  $TM_1 = T^0$, teda $TM_1 = 0$ - ide o začiatočný uzol, ktorý sa začína v čase 0 a má index 1
  $TM_i = \max_h(TM_h + t_{hi}) = \max_h(ZM_{hi} + t_{hi})$, resp. $TM_i = \max_h(KM_{hi})$,
  kde $KM_{hi} = TM_h + t_{hi} = ZM_{hi} + t_{hi}$
  a h predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i,
  následne sa určí celkový čas projektu $T^1 = \max_m(KM_{mn})$, resp. $T^1 = TM_n$, kde n predstavuje posledný uzol grafu a m indexy všetkých uzlov vstupujúcich do posledného uzla.
- 2. etapa - výpočet vzad (od koncového uzla k začiatočnému), keď sa počítajú najskôr možné hodnoty (TP_i, ZP_{ij}, KP_{ij}):
  $TP_j = KP_{ij}$, z prvej etapy je známe $T^1 = TM_n$, preto $TP_n = T^1$ a, resp. $TP_n = TM_n$, kde n predstavuje posledný uzol grafu,
  $TP_i = \min_j(TP_j - t_{ij}) = \min_j(KP_{ij} - t_{ij})$, resp. $TP_i = \min_j(ZP_{ij})$, kde $ZP_{ij} = TP_j - t_{ij} = KP_{ij} - t_{ij}$ a j predstavuje indexy všetkých uzlov, ktorých hrany vystupujú z uzla i.
- Následne sa vypočíta kritická cesta, resp. sa určia kritické činnosti prostredníctvom výpočtu celkovej rezervy RC_{ij}, príp. sa vypočítajú i ďalšie druhy rezerv. Kritickú cestu vytvárajú kritických činností, pre ktoré platí, že majú nulovú rezervu, teda $TM_i = TP_i$, z čoho vyplýva, že $ZM_{ij} = ZP_{ij}$, resp. $KM_{ij} = KP_{ij}$ a celková rezerva $RC_{ij} = KP_{ij} - KM_{ij} = ZP_{ij} - ZM_{ij}$.

Metóda PERT (*Program Evaluation and Review Technique*)

Metóda PERT je skoro zhodná metóda s metódou CPM, preberá jej označenie, vzťahy i spôsoby výpočtu jednotlivých časových charakteristík projektu. Rozdiel medzi metódou PERT a CPM je v zadávaní hodnôt trvania jednotlivých činností. V metóde CPM sú tieto hodnoty zadávané deterministicky, naproti tomu v metóde PERT predstavujú tieto hodnoty náhodnú veličinu vypočítanú na základe istého odhadu.

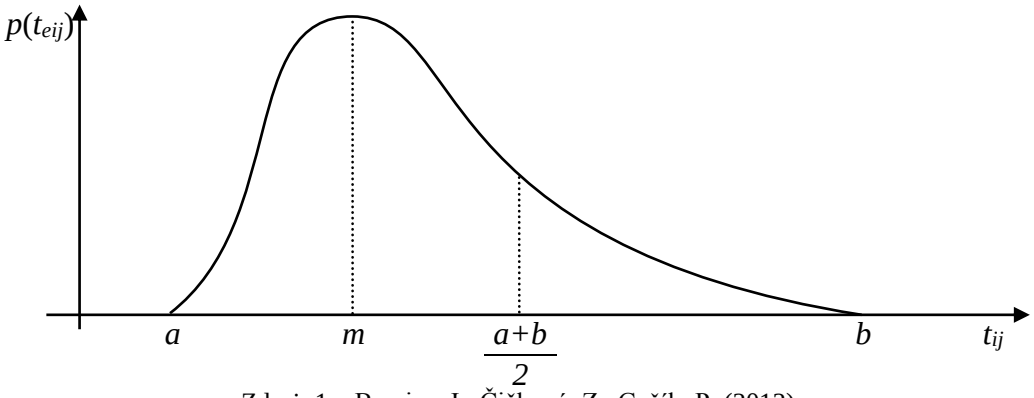
Časová analýza PERT

Časová analýza pri metóde PERT vychádza z tých istých údajov a časových charakteristík projektu ako pri metóde CPM. Označenia týchto časových charakteristík sú preto zhodné s označeniami uvedenými pri metóde CPM. Odlišnosti sú len pri dvoch charakteristikách, a to pri vypočítanom čase trvaniu projektu a pri trvaní činnosti (i, j).

Vypočítaný čas trvaniu projektu (dĺžka vypočítanej kritickej cesty), označovaný v CPM ako T, sa pri PERT označuje ako T_e, a predstavuje odhadovaný čas trvania projektu, resp. odhadovaný termín skončenia projektu, kde je jeho dodržanie dané pravdepodobnosťou 50 %, t. j., že pravdepodobnosť dodržania a porušenia tohto termínu je rovnaká.

Trvanie činnosti z uzla u_i do uzla u_j, teda trvanie činnosti (i, j), označované v CPM ako t_{ij}, sa v PERT označuje t_{eij}. Pri určovaní trvania činnosti t_{eij} sa používa rozdelenie β s pravdepodobnosťou $p(t_{eij})$ trvania činnosti t_{eij}, ktoré najlepšie vyhovuje požiadavkám na určenie strednej hodnoty, a rozptyl trvania činnosti z údajov, ktoré možno pomerne ľahko získať ako expertné odhady. Rozdelenie β je asymetrické rozdelenie, definované na uzavretom intervale (a, b), kde modus m neleží v strede tohto intervalu a nie je totožný ani so strednou hodnotou rozdelenia. Rozdelenie β sa označuje i ako rozdelenie trvania činnosti a je znázornené na obrázku (Obr. 1).

Obr. 1: Rozdelenie trvania činnosti



Zdroj: 1. Brezina, I., Čičková, Z., Gežík, P. (2012)

Rozdelenie trvania činností vychádza z troch odhadov:

a_{ij} *optimistický odhad dĺžky trvania činnosti* (*i*, *j*) (predstavuje dolnú hranicu variačného rozpätia rozdelenia β),

b_{ij} *pesimistický odhad dĺžky trvania činnosti* (*i*, *j*) (ide o hornú hranicu variačného rozpätia rozdelenia β),

m_{ij} *najpravdepodobnejší odhad dĺžky trvania činnosti* (*i*, *j*) (predstavuje vrchol diagramu rozdelenia β).

Na základe uvedených odhadov je trvanie činnosti $t_{eij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$, smerodajná odchýlka činnosti $\sigma_{ij} = \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}$ a rozptyl činnosti $\sigma_{ij}^{\ 2} = \left(\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}\right)$.

Tak, ako miera pravdepodobnosti, že celý projekt bude zrealizovaný za čas kratší alebo za čas dlhší, ako je vypočítané odhadované trvanie projektu, je 50 %, tak i pre činnosti na kritickej ceste platí pravdepodobnosť 50 %, teda že činnosť sa vykoná za čas t_{eij}, resp. že sa činnosť za tento čas nepodarí zrealizovať.

Postup výpočtu je zhodný s postupom výpočtu pre CPM, ale počíta sa aj smerodajná odchýlka trvania projektu $\sigma(T_e) = \sqrt{\sum_{i,j \in K} \sigma_{ij}^{\ 2}}$, kde sa pod odmocninou nachádza súčet rozptylov pre činnosti z kritickej cesty, pričom kritická činnosť sa určí tak ako v CPM.

Pravdepodobnostná analýza PERT spočíva v predpoklade, že trvanie projektu je náhodná veličina, ktorá má normálne rozdelenie pravdepodobnosti so strednou hodnotou T_e a rozptylom $\sigma(T_e)^2$. Pre pravdepodobnostnú analýzu má najväčší význam smerodajná odchýlka $\sigma(T_e)$, ktorá slúži na posúdenie reálnosti dodržania termínu T_e, teda odhadovaného termínu dokončenia projektu. Na základe toho pravdepodobnostná analýza rieši dve úlohy:

1. Odhadnutie pravdepodobnosti $p(T_p)$ dodržania určitého plánovaného termínu realizácie projektu T_p, oproti vypočítanému termínu T_e, $p(T_P) = \Phi\left[\frac{T_P - T_e}{\sigma(T_e)}\right]$.
2. Odhadnutie termínu ukončenia projektu $T_p = z.\sigma(T_e) + T_e$.

5 Hľadanie kritickej cesty v uzlovo orientovanom grafe

Na rozdiel od hranovo orientovaného sieťového grafu v uzlovo orientovanom sieťovom grafe predstavujú uzly grafu jednotlivé činnosti, a tak i kritická cesta sa v týchto grafoch zakresľuje ako súbor uzlov, ktoré na seba nadväzujú a tvoria tak cestu z prvého do posledného uzla grafu.

Metóda CPMu pre uzlovo orientovaný graf

Metóda CPM je totožná pre oba druhy sieťových grafov, len v uzlovo orientovanom grafe sa neviaže na hrany grafu (i, j,) ale len na uzly grafu (u_i). Stále vychádza z časovej analýzy údajov spojených s riadením projektu, resp. jeho realizáciou a zameriava sa najmä na určovanie začiatkov a koncov jednotlivých činností. Najdôležitejší je pritom koniec poslednej činnosti, ktorý hovorí o konci, resp. termíne ukončenia projektu.

Časová analýza CPMu

Keďže stále ide o modifikáciu CPM, aj označenie pri uzlovo orientovaných grafoch ostáva rovnaké ako pri hranovo orientovaných okrem rozdielu v použití indexov, kde sa používa len index i, pretože činnosť nepredstavuje hrana (i, j) ale uzol u_i. Z toho vyplýva, že namiesto označenia časových charakteristík činností t_{ij}, ZM_{ij}, KM_{ij}, ZP_{ij}, KP_{ij}, sa používa na činnosti označenie:

ZM_i najskôr možný začiatok začatia činnosti i (uzla u_i), t. j. časový okamih, v ktorom sa príslušná činnosť môže najskôr začať,

KM_i najskôr možný koniec činnosti i (uzla u_i), t. j. časový okamih, v ktorom sa príslušná činnosť môže najskôr skončiť,

ZP_i najneskôr prípustný začiatok začatia činnosti i (uzla u_i), t. j. časový okamih, v ktorom sa musí príslušná činnosť najneskôr začať,

KP_i najneskôr prípustný koniec činnosti i (uzla u_i), t. j. časový okamih, v ktorom sa musí príslušná činnosť najneskôr skončiť.

Časové charakteristiky TM_i a TP_i v uzlovo orientovanom grafe nie sú potrebné, preetože ich význam prevzali charakteristiky ZM_i, KM_i, ZP_i, KP_i, pretože sú spojené už len s jedným indexom.

Časové charakteristiky spojené s projektom ako celkom (T^0, T^1, T^P) sú rovnaké pri oboch druhoch grafov. Ale označenie rezerv sa tiež viaže už len na uzol u_i, teda kritická rezerva $RC_i = KP_i - KM_i = ZP_i - ZM_i$.

Časová analýza CPMu na uzlovo orientovanom grafe rovnako spočíva vo výpočte štyroch základných časov:

- najskôr možný začiatok činnosti ZM_i,
- najskôr možný koniec činnosti $KM_i = ZM_i + t_i$,
- najneskôr prípustný začiatok činnosti $ZP_i = KP_i - t_i$,
- najneskôr prípustný koniec činnosti KP_i.

Výpočet týchto časov, teda hľadanie kritickej cesty prostredníctvom CPM prebieha v 2 etapách:

- 1. etapa – výpočet vpred (od začiatočného uzla ku koncovému), keď sa vypočítajú najskôr možné hodnoty (ZM_i, KM_i), a platí:
  $ZM_0 = KM_0 = T^0 = 0$ s $t_0 = 0$ - ide o začiatočný uzol u_0, ktorý sa začína v čase 0 a má index 0 (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, ktorej nepredchádza iná činnosť, bude mať táto činnosť index 1 a nemá význam počítať hodnoty $ZM_0 = KM_0 = T^0 = 0$ ale platí $ZM_1 = T^0 = 0$ a vypočíta sa $KM_1 = ZM_1 + t_1$),

$ZM_i = \max_h(ZM_h + t_h)$, resp. $ZM_i = \max_h(KM_h)$,
kde $KM_h = ZM_h + t_h$ a h predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i,
následne je možné určiť celkový čas projektu
$T^1 = ZM_{n+1} = KM_{n+1} = \max_m(KM_m)$ s $t_{n+1} = 0$, kde $n + 1$ predstavuje posledný uzol grafu s nulovým trvaním a m indexy všetkých uzlov vstupujúcich do posledného uzla (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, za ktorou už nenasleduje iná činnosť, bude mať táto činnosť index n a nemá význam počítať hodnoty $ZM_{n+1} = KM_{n+1} = T^1$, ale platí $KM_n = T^1$)

- 2. etapa – výpočet vzad (od koncového uzla k začiatočnému), kedy sa počítajú najskôr možné hodnoty (ZP_i, KP_i).
  $KP_{n+1} = T^1$, kde T^1 je známe z prvej etapy ako $T^1 = ZM_{n+1} = KM_{n+1}$, a teda $KP_{n+1} = KM_{n+1}$, kde $n + 1$ predstavuje posledný uzol grafu (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, za ktorou už nenasleduje iná činnosť, bude mať táto činnosť index n a nemá význam počítať hodnoty KP_{n+1} ale platí $KP_n = KM_n$ a vypočíta sa $ZP_n = KP_n - t_n$).
  $KP_i = \min_j(KP_j - t_j)$, resp. $KP_i = \min_j(ZP_j)$, kde $ZP_j = KP_j - t_j$ a j predstavuje indexy všetkých uzlov, ktorých hrany vystupujú z uzla i.
- Následne sa vypočíta kritická cesta, resp. sa určia kritické činnosti prostredníctvom výpočtu celkovej rezervy RC_i, príp. sa vypočítajú i ďalšie druhy rezerv. Kritická cesta je tvorená z kritických činností, pre ktoré platí, že majú nulovú rezervu, teda $ZM_i = ZP_i$, resp. $KM_i = KP_i$.

Metóda PERTu pre uzlovo orientovaný graf

Metoda PERTu je skoro zhodná s metódou CPM, tak ako pre hranovo orientované grafy i pre uzlovo orientované grafy, a preberá jej označenie, vzťahy i spôsoby výpočtu jednotlivých časových charakteristík projektu.

Časová analýza PERT

Časová analýza pri metóde PERT vychádza z tých istých údajov a časových charakteristík projektu ako pri metóde CPM a možno ju upraviť z metódy CPM pre hranovo orientované grafy i pre uzlovo orientované. Metóda PERT sa líši pre uzlovo orientovaný graf len v nasledovných charakteristikách, ktoré vychádzajú z rovnakých predpokladov ako pre hranovo orientované grafy a to:

t_{ei} predstavuje tú istú hodnotu ako t_{eij}, teda trvanie činnosti i a pri jej určovaní trvania sa rovnako používa rozdelenie β,

a_i *optimistický odhad dĺžky trvania činnosti i,* a rovnako ako pri a_{ij} ide o najkratšie možné trvanie činnosti,

b_i *pesimistický odhad dĺžky trvania činnosti i*, a rovnako ako pri b_{ij} ide o hodnotu, ktorá predstavuje najdlhšie možné trvanie činnosti,

m_i *najpravdepodobnejší odhad dĺžky trvania činnosti i* rovnako ako pri m_{ij} predstavuje bežné trvanie činnosti.

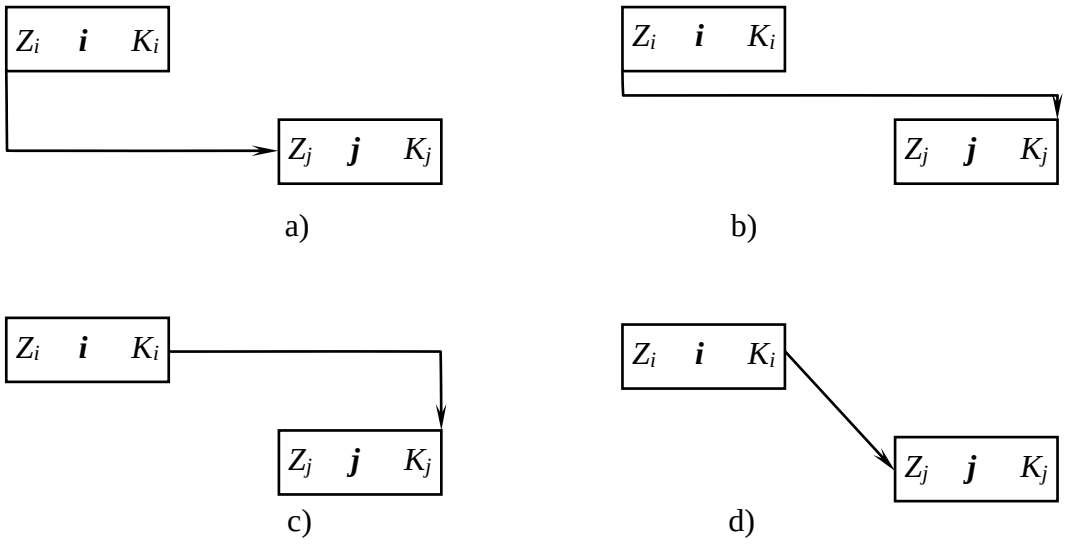
Zároveň sa v indexoch líši i výpočet trvania činnosti $t_{ei} = \frac{a_i + 4m_i + b_i}{6}$, a teda aj smerodajná odchýlka činnosti $\sigma_i = \frac{b_i - a_i}{6}$, či rozptyl činnosti $\sigma_i^2 = \left(\frac{b_i - a_i}{6}\right)$.

Metóda MPM (*Metra Potencial Method*)

Metóda MPM poskytuje väčšie možnosti vyjadrenia väzieb a nadväznosti v sieťovom grafe (Obr. 2):

a) $Z_i - Z_j$, kde väzba predstavuje, že začiatok činnosti *j* nadväzuje na začiatok činnosti *i*,
b) $Z_i - K_j$, kde väzba predstavuje, že koniec činnosti *j* nadväzuje na začiatok činnosti *i*,
c) $K_i - Z_j$, kde väzba predstavuje, že začiatok činnosti *j* nadväzuje na koniec činnosti *i*,
d) $K_i - K_j$, kde väzba predstavuje, že koniec činnosti *j* nadväzuje na koniec činnosti *i*.

Obr. 2: Väzby medzi uzlami ui a uj



Zdroj: 1. Brezina, I., Čičková, Z., Gežík, P.

Metóda CPM pre uzlovo orientovaný graf rieši však iba väzby v tvare $K - Z$, ak sa v grafe vyskytujú aj iné väzby, je potrebné použiť metódu MPM.

Časová analýza MPM

Časová analýza MPM vychádza z rovnakých predpokladov ako CPMu pre uzlovo orientovaný graf, a tak obe metódy používajú rovnaké vzťahy a označenia jednotlivých časových charakteristík. Časové charakteristiky spojené s projektom ako celkom T^0, T^1, T^P sú rovnaké pre obe metódy, ako aj označenia spojené s činnosťami t_i, ZM_i, KM_i, ZP_i, KP_i.

Rovnako ostáva nezmenený i výpočet rezerv, teda času, o ktorý možno maximálne odložiť začiatok určitej činnosti s tým, že termín dokončenia projektu sa nezmení a vychádza zo vzťahu $RC_i = ZM_i - ZP_i$, resp. $RC_i = KM_i - KP_i$, a teda kritická cesta je tvorená z kritických činností, pre ktoré platí, že majú nulovú rezervu a $ZM_i = ZP_i$, resp. $KM_i = KP_i$. Oproti CPMu pre uzlovo orientovaný graf sa v MPM využívajú označenia:

Z_i - začiatok činnosti *i*
K_i - začiatok činnosti *i*
U_i - všeobecné označenie udalosti činnosti *i*

Na väzby sa viažu ďalšie označenia, a to:

a_{ij} minimálny časový odstup medzi udalosťami U_i činnosti *i* a U_j činnosti *j*, ktorý hovorí o tom, aký je najmenší potrebný čas, ktorý musí uplynúť medzi udalosťami U_i a U_j. Hodnota a_{ij} môže dosahovať jednu z týchto možností:
$a_{ij} > 0$ – udalosť U_j môže nastať najskôr a_{ij} časových jednotiek po udalosti U_i,
$a_{ij} = 0$ – udalosti U_i a U_j môžu nastať súčasne,

$a_{ij} < 0$ – udalosť U_j môže nastať najskôr a_{ij} časových jednotiek pred udalosťou U_i.

Pre hodnotu a_{ij} musí vždy platiť vzťah: $t_{Uj} \geq t_{Ui} + a_{ij}$.

b_{ij} maximálny časový odstup medzi udalosťami U_i činnosti i a U_j činnosti j, ktorý hovorí o tom, aký je najväčší možný, resp. prípustný čas, ktorý môže uplynúť medzi týmito udalosťami U_i a U_j. Hodnota b_{ij} môže dosahovať jednu z týchto možností:
$b_{ij} > 0$ – udalosť U_j môže nastať najneskôr b_{ij} časových jednotiek po udalosti U_i,
$b_{ij} = 0$ – udalosti U_i a U_j môžu nastať súčasne,
$b_{ij} < 0$ – udalosť U_j môže nastať najneskôr b_{ij} časových jednotiek pred udalosťou U_i.
Pre hodnotu b_{ij} musí vždy platiť vzťah: $t_{Uj} \leq t_{Ui} + b_{ij}$.

Minimálny i maximálny časový odstup môže byť priradený ku každej väzbe v grafe a každú väzbu možno ohodnotiť súčasne minimálnym aj maximálnym časovým odstupom, avšak musí platiť $a_{ij} \leq b_{ij}$.

Časová analýza CPM na uzlovo orientovanom grafe rovnako spočíva vo výpočte štyroch základných časov ZM_i, KM_i, ZP_i a KP_i. Výpočet týchto časov, teda hľadanie kritickej cesty prostredníctvom MPM, prebieha rovnako v 2 etapách:

- 1. etapa – výpočet vpred (od začiatočného uzla ku koncovému), keď sa vypočítajú najskôr možné hodnoty (ZM_i, KM_i), a platí:
  $ZM_0 = KM_0 = T^0 = 0$ s $t_0 = 0$ - ide o začiatočný uzol u_0, ktorý sa začína v čase 0 a má index 0 (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, ktorej nepredchádza iná činnosť, bude mať táto činnosť index 1 a nemá význam počítať hodnoty $ZM_0 = KM_0 = T^0 = 0$ ale určí sa $ZM_1 = T^0 = 0$ a vypočíta sa $KM_1 = ZM_1 + t_1$), ZM_i sa určí podľa väzby činnosti ako $ZM_i = \max_{efgh}(KM_e + a_{ei}, ZM_f + a_{fi}, KM_g + a_{gi} - t_i, ZM_h + a_{hi} - t_i)$, kde
  e predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i s väzbou K_e - Z_i,
  f predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i s väzbou Z_f - Z_i,
  g predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i s väzbou K_g - K_i,
  h predstavuje indexy všetkých uzlov, z ktorých hrany vstupujú do uzla i s väzbou Z_h - K_i,
  $KM_i = ZM_i + t_i$, pre každé b_{ij} sa preverí podmienka prípustnosti $UM_j - UM_i \leq b_{ij}$, kde UM_j, resp. UM_i predstavuje najskôr možnú udalosť uzla j, resp. i, na ktorú sa viaže hrana väzba i–j (ak podmienka neplatí, výpočet sa preruší a musia sa upraviť hodnoty a_{ij}, b_{ij}, resp. t_i). Následne sa určí celkový čas projektu $T^1 = ZM_{n+1} = KM_{n+1} = \max_p(KM_p)$ s $t_{n+1} = 0$, kde n+1 predstavuje posledný uzol grafu s nulovým trvaním a p indexy všetkých uzlov vstupujúcich do posledného uzla (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, za ktorou už nenasleduje iná činnosť, bude mať táto činnosť index n a nemá význam počítať hodnoty $ZM_{n+1} = KM_{n+1} = T^1$ ale určí sa $KM_n = T^1$).
- 2. etapa – výpočet vzad (od koncového uzla k začiatočnému), keď sa počítajú najskôr možné hodnoty (ZP_i, KP_i).
  $KP_{n+1} = T^1$, kde T^1 je známe z prvej etapy ako $T^1 = ZM_{n+1} = KM_{n+1}$, a teda $KP_{n+1} = KM_{n+1}$, kde $n + 1$ predstavuje posledný uzol grafu (ak existuje v grafe iba jedna činnosť, za ktorou už nenasleduje iná činnosť, bude mať táto činnosť index n a netreba vypočítať hodnoty KP_{n+1}, ale určí sa $KP_n = KM_n$ a vypočíta sa $ZP_n = KP_n - t_n$).
  KP_i sa určí podľa väzby činnosti ako $KP_i = \min_{jklm}(ZP_j - a_{ij} + t_i, KP_k - a_{ik} + t_i, KP_l - a_{il}, ZP_m - a_{im})$, kde
  j predstavuje indexy všetkých uzlov, do ktorých vystupujú hrany z uzla i s väzbou Z_i - Z_j,
  k predstavuje indexy všetkých uzlov, do ktorých vystupujú hrany z uzla i s väzbou Z_i - K_k,
  l predstavuje indexy všetkých uzlov, do ktorých vystupujú hrany z uzla i s väzbou K_i - K_l,
  m predstavuje indexy všetkých uzlov, do ktorých vystupujú hrany z uzla i s väzbou K_i - Z_m,
  $ZP_i = KP_i + t_i$, pre každé b_{ij} sa preverí podmienka prípustnosti $UP_j - UP_i \leq b_{ij}$, kde UP_j, resp. UP_i predstavuje najneskôr prípustnú udalosť uzla j, resp. i, na ktorú sa viaže hrana

väzba *i-j* (ak podmienka neplatí, výpočet sa preruší a musia sa upraviť hodnoty a_{ij}, b_{ij}, resp. t_i).

- Následne sa vypočíta kritická cesta, resp. sa určia kritické činnosti prostredníctvom výpočtu celkovej rezervy $RC_i = KP_i - KM_i = ZP_i - ZM_i$, a určí sa kritická cesta, ktorá je tvorená z kritických činností, pre ktoré platí, že majú nulovú rezervu, teda $ZM_i = ZP_i$, resp. $KM_i = KP_i$. Medzi vypočítanými charakteristikami musí platiť podmienka: $KP_i \geq KM_i$ a $ZP_i \geq ZM_i$.

6 Záver

Metódami sieťovej analýzy možno riešiť množstvo rôznorodých problémov, ktorých charakteristikou je možnosť ich zobrazenia pomocou grafických prostriedkov. Základným prvkom sieťovej analýzy je sieťový graf.

Základným prvkom riadenia projektov sú činnosti, ktoré možno zaznamenať v sieťovom grafe. Sieťový graf je pritom matematickým modelom projektu, ktorý využíva orientované hrany na znázornenie činností v projekte. Možno rozlíšiť hranovo orientované sieťové grafy, kde hrany grafu predstavujú činnosti projektu a uzly reprezentujú udalosti, a uzlovo orientované sieťové grafy, kde uzly grafu zodpovedajú činnosti projektu a hrany grafu vyjadrujú väzby medzi činnosťami.

Sieťové grafy sa rozdeľujú podľa ich štruktúry na deterministické a stochastické sieťové grafy. V prípade, ak sú parametre jednotlivých činností presne definované, ide o deterministickú úlohu kritickej cesty v sieti, na ktorej riešenie sa používa metóda CPM, ak sú parametre činností určené len s určitou pravdepodobnosťou, ide o stochastickú úlohu kritickej cesty v sieti, na riešenie možno použiť metódu PERT. Pre stochastická štruktúru sieťového grafu možno použiť metódu GERT. Tieto všetky metódy sa používajú na hranovo orientované sieťové grafy. Ak ide o uzlovo orientovaný graf, tak je vhodná metóda MPM, ale aj modifikované metódy CPM_u a $PERT_u$ pre uzlovo orientované sieťové grafy. V príspevku boli prezentované jednotlivé algoritmy na riešenie metód CPM, PERT, CPM_u a $PERT_u$

Literatúra

1. Brezina, I., Čičková, Z., & Gežík, P. (2012). Sieťová analýza. Bratislava: EKONÓM.
2. Critical Path Analysis and PERT Charts. Retrieved September 05, 2018 from https://www.mindtools.com/pages/article/critical-path-analysis.htm
3. Kašpar, V . (1998). Vybrané metódy operačnej analýzy vo vojenskej doprave a vojenskom staviteľstve. Žilina: Žilinská univerzita.
4. Simmons, L. F. (2002). Project management-critical path method (CPM) and PERT simulated with ProcessModel. Retrieved September 05, 2018 from https://ieeexplore.ieee.org/document/1166468/
5. Surbhi, S. (2015). Difference Between PERT and CPM. Retrieved September 05, 2018

Bezdrôtová komunikácia ako diskoordinačná hra

Discoordination Game in the Field of Wireless Communication

Zuzana Čičková [1], Matej Zagiba [2]

Abstrakt
V statických hrách v teórii hier často nemožno identifikovať jednoznačné rovnovážne riešenie. Jedným z typických príkladov takejto hry je diskoordinačná hra, ktorá je kombináciou koordinačnej hry a antikoordinačnej hry (rieši sa problém výberu v prípade viacerých rovnovážnych riešení). Tento príspevok poukazuje na možnosti použitia diskoordinačnej hry v oblasti bezdrôtovej komunikácie. Hru budeme formulovať ako hru dvoch hráčov s nulovým súčtom, pričom pôjde o typický komunikačný problém. Jeho podstatou je odosielanie paketov smerom k príjemcovi, pričom snahou jedného z hráčov je takúto komunikáciu realizovať a snahou jeho protihráča je tejto komunikácii zabrániť.

Kľúčové slová
sieťová bezpečnosť, teória hier, maticové hry

Abstract
In static games in game theory, it is often impossible to identify a unique equilibrium solution. One of the typical examples of such a game is a discoordination game, which is a combination of co-ordination game and anti-coordination game (a problem to solve is to choose from multiple equilibrium solutions). In this paper we present the possibility to use a discoordination game in a field of wireless communications. We will formulate the game as a two-player, zero-sum game in a typical communication problem. Its essence is to send packets to the recipient, with one of the players trying to do so, and his opponent attempts to prevent this communication.

Key words
Network security, Game theory, Matrix games

JEL classification
C71, C61

1 Úvod

Teória hier je vednou disciplínou, kde hlavným zámerom je skúmanie prevažne konfliktných rozhodovacích situácií. Jej počiatky sú spojené s menami John von Neumann a Oskar Morgenstern a ich slávnym dielom Theory of Games and Economic Behaviour (Neumann a Morgenstern, 1944). Už pred vydaním tejto knihy sa J. von Neumann preslávil matematickým dôkazom existencie equilibria v zmiešaných stratégiách v hre s nulovým súčtom.

[1] doc. Ing. Zuzana Čičková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, cickova@euba.sk.

[2] Mgr. Matej Zagiba, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava, Matej.Zagiba@uniba.sk..

Aj keď od svojich počiatkov teória hier prešla markantným vývojom a v súčasnosti je jej záberom široká paleta rôznych typov hier, v mnohých rozhodovacích situáciách si aj naďalej vystačíme s formuláciou základných typov hier.

Tento príspevok poukazuje na možnosť použitia jednoduchej hry s nulovým súčtom v pomerne netradičnej oblasti bezdrôtovej komunikácie. Príspevok je štruktúrovaný takto: V prvej časti uvedieme stručné informácie o hrách s nulovým súčtom vo všeobecnosti. Potom si priblížime jednu z hier tohto typu, známu ako hru *Matching pennies*. V druhej časti sa budeme venovať možnej aplikácii tejto hry v oblasti bezdrôtovej komunikácie.

Uvedenú hru možno tiež zaradiť do tzv. bezpečnostných hier, ktoré poskytujú analytický rámec pre modelovanie vzájomného pôsobenia medzi útočníkom (útočníkmi), ktorých cieľom je kompromitácia sietí a medzi inými subjektami (užívateľmi, vlastníkmi alebo admistrátormi týchto sietí). Termínom hra tu označujeme strategický boj o kontrolu siete. Táto oblasť pritom súvisí s tzv. internetom vecí (Internet of Things – IoT), čo je v súčasnosti pomerne používaný pojem v oblasti informačných a komunikačných technológii (ICT). V podstate ide o sieť prepojených objektov (vecí - napr. senzory teploty, vniknutia, vlhkosti, elektrickej spotreby a podobne), ktoré sú jednoznačne adresovateľné s tým, že táto sieť je založená na štandardizovaných komunikačných protokoloch umožňujúcich výmenu a zdieľanie dát a informácií. Prepojené objekty majú často mimoriadne obmedzené zdroje (pamäť, výkon CPU) a očakáva sa funkčnosť niekoľko rokov na jednu baterku. Fenomén IoT stavia výskum v oblasti sieťovej bezpečnosti pred nové a nepreskúmané problémy.

Vzhľadom na predpoklad racionálneho správania sa jedincov a tak prediktívnosť algoritmov používaných v teórii hier, existuje aj možnosť predvídať výsledky hry na základe úplnosti alebo neúplnosti informácií vstupujúcich do rozhodovacieho procesu. Preto existuje zásadný vzťah medzi sieťovou bezpečnosťou a rozhodovaním, pretože v podstate možno hovoriť o prideľovaní obmedzených zdrojov s ohľadom na rozloženie rizika. V špeciálnom prípade bezpečnostných hier možno jednotlivé subjekty (hráčov) rozdeliť na dve skupiny a hovoriť tak o interakcii medzi útočníkmi (attackers) a obrancami (defenders, perpetrators), pričom cieľom je predikcia správania sa útočníkov.

2 Maticové hry

Maticové hry sú jedným z prvých typov skúmaných hier, napriek tomu stále nachádzajú uplatnenie v mnohých aplikačných oblastiach (Čičková a Zagiba, 2017). Ďalej uvedieme ich veľmi stručnú charakteristiku na základe (Chobot a kol, 1991, Goga, 2013). Vo všeobecnosti maticové hry predstavujú najjednoduchší model konfliktnej rozhodovacej situácie (modelovo zaradený pod lineárne programovanie). Hra sa opiera o tieto základné predpoklady: Obaja hráči realizujú jediné rozhodnutie súčasne s ostatnými hráčmi. Hráči sú inteligentní. Obaja hráči volia nezávisle (bez informácie o voľbe protihráča) jednu z konečného počtu variantov správania (stratégií). Záujmy hráčov sú pritom diametrálne protikladné (antagonistický konflikt), t.j. zisk jedného z hráčov je sprevádzaný stratou druhého. Otázkou je akú stratégiu má hráč zvoliť tak, že voľbou inej stratégie nemôže zvýšiť svoj zisk.

Ďalej budeme takúto situáciu formalizovať. Nech $P=\{1,2\}$ označuje množinu hráčov. Hráči majú konečné množiny stratégií (X – hráč 1, Y – hráč 2}, z ktorých volia svoje stratégie. Množinu všetkých možných výsledkov hry možno charakterizovať ako karteziánsky súčin $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in X \times Y$. Vieme tiež ohodnotiť výsledky rozhodnutí hráčov tzv. funkciami platieb, a to: $M_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pre hráča 1 a $M_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pre hráča 2.

Maticová hra je *hra s konštantným súčtom*, teda $M_1(x, y) + M_2(x, y) = c$, kde c je konštanta nezávislá od voľby stratégie (zvyčajne 0), preto platí: $M_2(x, y) = c - M_1(x, y)$.

Jednoznačnou charakteristikou maticových hier je matica platieb, ktorú získame takto: Jednotlivé prvky množín *X* a *Y* možno usporiadať pomocou konečného počtu prirodzených čísel. Prvky množiny *X* usporiadame pomocou indexov *i* = 1, 2, ...*m* a prvky množiny *Y* usporiadame pomocou indexov *j* = 1, 2, ...*n*. Hodnoty $M_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tak možno zapísať do matice $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$, kde a_{ij} udáva platbu hráča pri výsledku (*i*,*j*), kde ak $a_{ij} > 0$, hráč inkasuje a ak $a_{ij} < 0$, hráč platí. Maticu platieb hráča 2 možno vyjadriť ako $\mathbf{C}_{nxm} - \mathbf{A}^T_{mxn}$, kde $\mathbf{C}_{nxm}=\{c\}$.

Riešenie maticových hier spočíva v identifikovaní rovnovážneho stavu (rovnovážnych stratégií) a vychádza z týchto predpokladov: obaja hráči majú úplné informácie o modeli konfliktnej situácie, t.j. poznajú maticu platieb $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$, hráči sú inteligentní, t.j. hráč chce maximalizovať platbu (alebo minimalizovať stratu) a vie, že toto sleduje aj protihráč. Optimálne stratégie sú také stratégie, že voľbou inej stratégie si hráč nemôže polepšiť za predpokladu, že protihráč sa správa racionálne. Rovnovážne stratégie možno charakterizovať z dvoch základných pohľadov:

1. Riešenie je jednoznačné a hovoríme o riešení v čistých stratégiách
2. Ak riešenie (1) neexistuje, uvažujeme o opakovaní sa danej hry a stratégiám priraďujeme pravdepodobnostné rozdelenie. Vtedy hovoríme o riešení v zmiešaných stratégiách.

Ak v matici $\mathbf{A}_{mxn}=\{a_{ij}\}$ platí, že $\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = a_{i_0 j_0}$, tak $a_{i_0 j_0}$ je sedlový bod matice , t.j. hráč 1 si voľbou čistej stratégie i_0 zabezpečí, že platba nebude nižšia ako $a_{i_0 j_0}$ a hráč 2 si voľbou j_0 zabezpečí, že nebude musieť zaplatiť viac ako $a_{i_0 j_0}$. Voľbou inej stratégie si hráči môžu pohoršiť. Ak však platí $\max_i \min_j a_{ij} < \min_j \max_i a_{ij}$ tak neexistuje riešenie hry v čistých stratégiách (neexistuje sedlový bod) a hľadáme riešenie hry v zmiešaných stratégiách (pravdepodobnostné rozdelenie použitia stratégií). Zmiešaná stratégia hráča 1 je potom *m*-rozmerný vektor $\mathbf{x}$, $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, 2, ...m$ a zmiešaná stratégia hráča 2 je *n*-rozmerný vektor $\mathbf{y}$, $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, 2, ..n$. Potom možno formulovať pre každého z hráčov jednoduchú úlohu lineárneho programovania (úlohy sú navzájom duálne) a tak získať rovnovážne zmiešané stratégie a strednú hodnotu hry (Chobot, 1991, Čičková a Zagiba, 2017).

Napriek pomerne jednoduchej formulácii (a tiež aj prijateľným možnostiam riešenia maticových hier) tieto aj v súčasnosti nachádzajú široké uplatnenie. My sa budeme venovať pomerne špecifickej oblasti bezdrôtovej komunikácie a uplatneniu hry známej ako Matching pennies.

3 Uplatnenie hry Matching pennies v oblasti bezdrôtovej komunikácie

V predchádzajúcej časti sme sa venovali možnostiam identifikácie rovnovážnych stratégii v hrách s nulovým súčtom. Takéto typy hier sú podmnožinou všeobecnejšieho typu hier s nenulovým súčtom (ktoré modelovo spadajú pod nelineárne programovanie). Špeciálnym typom hier sú tzv. koordinačné hry, ktoré sú zamerané na výber rovnovážnej stratégie v prípade existencie viacerých rovnovážnych stratégií (Grawford a kol, 2007).

Do tejto skupiny hier patrí aj diskoordinačná hra známa aj ako *Matching pennies*. Hru možno charakterizovať takto (Mookherjee a kol., 1994): Uvažujme s dvoma hráčmi, ktorí súčasne ukazujú jednu stranu mince. Možne výsledky hry (stratégie) sú také, že ukážu rub (stratégia 1) alebo líce (stratégia 2). V prípade, že sa ukázané strany zhodujú, vyhrá hráč 1 (výhru mu vyplatí hráč 2), v prípade, že sú rôzne, vyhrá hráč 2 (výhru mu vyplatí hráč 1).

Bez straty na všeobecnosti možno hodnotu výhry označiť číslom 1 a hodnotu prehry ako -1. Je zrejmé, že ide o hru s nulovým súčtom, pričom zodpovedajúca matica platieb hráča 1 (**A**) je takáto: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, pričom konštanta hry $c = 0$.

Maticu hry hráča 2 možno potom jednoducho vyjadriť ako $\mathbf{B} = \mathbf{C} - \mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Tiež je zrejmé, že matica nemá sedlový bod a teda neexistuje riešenie hry v čistých stratégiách. Rovnovážne riešenie treba identifikovať v stratégiách zmiešaných, keď by hráči pri nekonečnom opakovaní hry mali svoje stratégie striedať v pomere 1:1, t.j, zmiešanou stratégiou hráčov sú vektory $\mathbf{x} = \mathbf{y} = (0.5, 0.5)^T$.

Napriek svojej jednoduchosti sa hra v rámci teórie hier stala pomerne populárnou a stala sa tiež predmetom rôznych výskumov. Výsledky experimentov poukazujú napríklad na to, že hráči sa často pokúšajú vytvoriť náhodné sekvencie tým, že zmenia svoje akcie z rubu na líce a naopak. To umožňuje odborným hráčom predpovedať svoje ďalšie akcie s viac ako 50% pravdepodobnosťou úspechu. Predpokladá sa, že ľudia sa vo všeobecnosti zameriavajú na detekciu vzorov. Pokúšajú sa odhaliť vzory v súperovej stratégii, dokonca aj vtedy, keď takéto vzory neexistujú, a podľa toho prispôsobiť svoju stratégiu (Mookherjee a kol., 1994).

V prípade aplikácie známej hry v oblasti sieťovej bezpečnosti treba terminológiu teórie hier prispôsobiť terminológii tejto oblasti a tak ďalej uvedieme niekoľko pojmov, ktoré patria k základným charakteristikám (Alphan a Baar, 2010, Rontidis et al., 2015):

Hráči vo všeobecnosti predstavujú buď útočníkov a obrancov daného systému alebo útočníkov a používateľov systému. V hre dvoch hráčov používame zovšeobecnenie, kde uvažujeme s jedným útočníkom (ktorý zastupuje všetkých útočníkov) a s jedným obrancom (generalizovaný pojem pre všetky subjekty ako sú správcovia systému a bezpečností pracovníci, s rovnakým cieľom obrany siete) alebo s jedným používateľom.

Množiny stratégií hráčov sú varianty správania jednotlivých hráčov. Napríklad v najjednoduchšom prípade by útočník disponoval len dvoma stratégiami „útočiť“ alebo „neútočiť“. V ďalej rozoberanom prípade to bude útočiť na jeden alebo na druhý prenosový kanál.

Platby hráčov sú výsledkami (ziskom) hráča pre každú kombináciu stratégií hráčov. Hráč tak vie vyhodnotiť dôsledky svojho rozhodnutia sa. Platby vo všeobecnosti závisia od viacerých faktorov (náklady detekcie útoku, náklady na falošný poplach a podobne).

Zamerajme sa ďalej na to, ako možno hru Matching pennies aplikovať v oblasti bezdrôtovej komunikácie, pričom budeme vychádzať z práce (Felegyhazi a Hubaux, 2007) a pokračujme ďalej k interpretácii jednotlivých atribútov tejto hry. V tomto kontexte budeme za hráčov považovať používateľov alebo prevádzkovateľov sietí, ktorí disponujú svojimi zariadeniami. Hra má takéto pravidlá: hráč 1 chce poslať pakety smerom k príjemcovi. Príjemca je vždy schopný zachytiť pakety hráča 1, pokiaľ tento prenos nie je rušený. Budeme tiež predpokladať, že bezdrôtové médium je rozdelené na dva kanály *a* a *b* na základe Frequency Division Multiple Access (FDMA). Každý z hráčov má 2 stratégie (*a*, *b*), čo znamená, že hráč 1 má možnosť na prenos použiť kanál *a* alebo kanál *b* a hráč 2 ruší kanál *a* alebo kanál *b*. Cieľom hráča 2 (útočník) je tak zabrániť hráčovi 1 v úspešnom prenose na rovnakom kanáli (rušenie).

Uvedenú situáciu možno ilustrovať na obrázku 1:

Obr. 1: Výplaty hry

		Stratégie hráča 2	
		a	*b*
Stratégie hráča 1	*a*	1,-1	-1,1
	b	-1,1	1,-1

Zdroj: Autori

Je zrejmé, že cieľom hráča 1 je uspieť v prítomnosti útočníka. Výplatu hráča 1 v prípade úspechu tak možno charakterizovať hodnotou 1 (-1 pre útočníka a naopak), tak ako je znázornené na obrázku 1. Pri formulácii hry možno tiež abstrahovať od nákladov na prenos (*np*), pretože výplaty jednotlivých hráčov by boli (1-*np*, -1 - *np*), čo nič nemení na polohe equilibria, ktoré neexistuje v čistých stratégiách. Ako už bolo uvedené, riešenie tejto hry je pre oboch hráčov rovnaké, a to výber kanála *a* s pravdepodobnosťou 0.5 a výber kanála *b* s pravdepodobnosťou 0.5. Stredná hodnota hry je potom 0. Treba tiež podotknúť, že dané riešenie je Pareto-optimálne, tj. neexistuje možnosť zvýšenia výplaty jedného hráča bez toho, aby došlo k zníženiu hodnoty hráča druhého (čo vyplýva z faktu, že daná hra je hra s nulovým súčtom).

4 Záver

Tento príspevok bol zameraný na aplikáciu jednoduchej hry známej ako hra Matching pennies v oblasti bezdrôtovej komunikácie a s tým súvisiacej oblasti sieťovej bezpečnosti. Sieťová bezpečnosť sa vo svojej podstate zaoberá zabezpečením sietí a sieťových zariadení a tiež sa zaoberá prevenciou a kontrolou neoprávneného prístupu alebo prevenciou odcudzenia dát. Stručný prehľad prác súvisiacich s tematikou možno nájsť v (Čičková a Zagiba, 2017). Zameranie teórie hier na analýzu konfliktných rozhodovacích situácií medzi živými aj neživými subjektmi umožňuje jej použitie aj v oblasti sieťovej bezpečnosti pri zabezpečení sietí a sieťových zariadení. Možnosti predvídať výsledky hry umožňujú obrancom a používateľom sietí predikovať správanie sa útočníkov a tak nastaviť adekvátny spôsob ochrany siete. Spojenie týchto dvoch oblastí možno považovať za otvorený problém. Príspevok poukazuje na to, ako možno jednoduchý známy typ hry použiť v odlišnej oblasti a terminologicky zosúladiť aplikačnú oblasť bezdrôtovej komunikácie s teóriou hier. Preto sme sa zamerali na charakteristiku základných atribútov statických hier (hráči, stratégie a výplaty hráčov). Známe sú aj ďalšie aplikácie napr. bimaticových hier v uvedených oblastiach, čo bude tiež predmetom ďalšieho výskumu autorov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 *Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska*

Literatúra

1. Alphan, T., Baar, T. (2010). *Network Security: A Decision and Game-Theoretic Approach*. New York: Cambridge University Press.
2. Crawford, V. P, Gneezy, U., Rottenstreich, Y. (2007). The Power of Focal Points Is Limited: Even Minute Payoff Asymmetry May Yield Large Coordination Failures. *American Economic Review*, 98(4), 1443–1458.

3. Čičková, Z., Zagiba, M. (2017). Sieťová bezpečnosť a teória hier. *Využitie kvantitatívnych metód vo vedecko-výskumnej činnosti a v praxi XII* [elektronický zdroj]. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
4. Felegyhazi, M., Hubaux, J.P. (2007). *Game Theory in Wireless Networks: A Tutorial*. EPFL Technical report: LCA-REPORT-2006-002.
5. Goga, M. (2013). *Teória hier.* Bratislava: Iura Edition.
6. Chobot, M., Turnovec, F., Ulašín, V. (1991). *Teória hier a rozhodovania*. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.
7. Mookherjee, D., Sopher, B. (1994). Learning Behavior in an Experimental Matching Pennies Game. *Games and Economic Behavior*. 7 (1), 62-91,ISSN 0899-8256
8. Neumann, J., Morgenstern, O. (1994). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton.
9. Rontidis, G., Panaousis, E., Laszka, A., Dagiuklas, T., Malacaria, P., Alpcan, T. (2015). A game-theoretic approach for minimizing security risks in the Internet-of-Things. *IEEE International Conference on Communication Workshop (ICCW)*, London.

Efektívna regulácia sieťových odvetví – impulz rozvoja ekonomiky

Effective Regulation of Network Industries - Impulse of Economy Development

Michal Fendek [1]

Abstrakt

V súvislosti s objektivizáciou a zvyšovaním celospoločenskej efektívnosti pôsobenia prirodzených monopolov sieťových odvetví na trhu sa zvyšuje úloha regulačných mechanizmov, ktorých cieľom je čo najviac priblížiť proporcie medzi cenou a úrovňou ponuky produktu sieťového odvetvia situácii, ku ktorej by na trhu došlo za predpokladu existencie konkurenčných trhových vzťahov. Dôležitou súčasťou reštrukturalizácie trhu s elektrickou energiou, plynom a ostatnými produktmi sieťových odvetví v Slovenskej republike bolo vytvorenie nového regulačného rámca. V auguste 2001 bol založený Úrad pre reguláciu sieťových odvetví, ktorý definoval režim regulácie cien a vypracoval sústavu nových regulačných pravidiel pre tvorbu cien produktov sieťových odvetví.

Cieľom predloženého príspevku je prezentovať metodologické výsledky aplikácie modelu cenovej regulácie sieťových odvetví v Slovenskej republike.

Kľúčové slová

Sieťové odvetvia, regulačný mechanizmus, primeraný zisk v regulovanom odvetví, Úrad pre reguláciu sieťových odvetví, analytické metódy cenovej regulácie

Abstract

Models of regulation mechanisms in network industries take more and more important role as the pressure on the social effectiveness and objectivity of pure monopolies is on the rise. Their proper objective is to create such a price and product supply which would the best correspond to prices created on the open market.

Creation of a new regulatory framework was an important part of restructuring changes on the market with electricity, gas and other goods of network industries in the Slovakia. In August 2001 the Regulatory Office for Network Industries (hereinafter referred to as "RONI") was established to issue licenses and regulate prices and quality standards of goods in network industries. The goal of the submitted paper is to present the methodologic results of application of models for price regulation in network industries in the Slovakia.

Key words

Network industries, regulation mechanisms, reasonable profit in regulated industries, Regulatory Office for Network Industries, analytical methods for price regulation

JEL classification

D42, D43, L51, L13

[1] Prof. Ing. Michal Fendek, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, Slovenská republika,e-mail: michal.fendek@euba.sk

1 Úvod

Otázky regulácie, resp. cenovej regulácie sieťových odvetví sa v súčasnosti stávajú veľmi aktuálnou a relatívne frekventovanou témou diskusií odbornej ale i širšej verejnosti. Je to pochopiteľné a celkom prirodzené, nakoľko komodity, ktoré sú predmetom ponuky subjektov sieťových odvetví, sú významným a často z hľadiska nákladových položiek dominujúcim segmentom spotrebiteľského koša ako domácností, tak aj podnikateľských subjektov. Ceny produktov sieťových odvetví teda zákonite výrazným spôsobom ovplyvňujú úroveň dopytu a sú teda jedným z rozhodujúcich faktorov kreovania rovnováhy na relevantných trhoch ekonomiky.

Objektivizácia a zvyšovanie celospoločenskej efektívnosti pôsobenia prirodzených monopolov na trhu sieťových odvetví kladie zvýšené nároky na kvalitu a argumentačnú silu regulačných mechanizmov, ktorých cieľom je čo najviac priblížiť proporcie medzi cenou a úrovňou ponuky produktu sieťového odvetvia situácii, ku ktorej by na trhu došlo za predpokladu existencie konkurenčných trhových vzťahov.

V trhovej ekonomike slúži ako rozhodujúci regulátor ponuky a dopytu v konečnom dôsledku cena výrobku alebo služby. Poskytuje dôležitú informáciu o možnostiach výroby a spotreby pre výrobcov aj spotrebiteľov. V prípade, že na trhu nie je vytvorené konkurenčné prostredie, trh zlyháva a nastupuje regulácia zo strany štátu. V podmienkach Slovenskej republiky regulácii podliehajú tzv. sieťové odvetvia. Ich názov pochádza z anglického termínu network industries (Carlton & Perloff, 2015) a vyjadruje skutočnosť, že podnikanie v týchto odvetviach je možné len prostredníctvom sietí, t.j. sústav technických prostriedkov, cez ktoré podnikatelia v týchto odvetviach spĺňajúci atribúty prirodzených monopolov dodávajú tovary alebo poskytujú služby, napr. elektrizačnú sieť, plynovú sieť a pod.

V podmienkach transformácie ekonomiky Slovenska na trhový model prebiehal v posledných rokoch v hospodárstve Slovenska proces reštrukturalizácie odvetví ekonomiky SR. Konečným cieľom bolo zvýšenie efektívnosti a konkurencie schopnosti odvetví ekonomiky SR ako zásadný sprievodný proces rozvoja trhovej ekonomiky a ambícií Slovenska začleniť sa do širšieho európskeho ale i svetového ekonomického priestoru. V tejto súvislosti významnou úlohou pre Slovensko bola reštrukturalizácia sieťových odvetví s cieľom zvýšenia ich efektívnosti a odstránenia cenových deformácií.

Pre efektívny rozvoj trhovej ekonomiky v etape transformácie ale aj v kontexte vstupu Slovenska do Európskej únie bolo nevyhnutné so všetkou vážnosťou eliminovať najmä cenové deformácie na trhu produktov sieťových odvetví.

V súvislosti s objektivizáciou a zvyšovaním celospoločenskej efektívnosti pôsobenia prirodzených monopolov sieťových odvetví na trhu sa zvyšuje úloha regulačných mechanizmov, ktorých cieľom je čo najviac priblížiť proporcie medzi cenou a úrovňou ponuky produktu sieťového odvetvia situácii, ku ktorej by na trhu došlo za predpokladu existencie konkurenčných trhových vzťahov.

Významný momentom v procese reštrukturalizácie trhu s elektrickou energiou, plynom a ostatnými produktmi sieťových odvetví v Slovenskej republike bolo v roku 2001 založenie Úrad pre reguláciu sieťových odvetví (ďalej ÚRSO), ktorého úlohou je vydávať licencie a regulovať ceny a normy kvality pre produkty sieťových odvetví. V rokoch 2001 až 2005 a následne definoval ÚRSO režim regulácie cien a vypracoval sústavu nových regulačných pravidiel a mechanizmov, ktorými sa riadili procesy cenotvorby pre produkty sieťových odvetví.

Na základe modelov pre určovanie maximálnych cien a taríf produktov sieťových odvetví postupoval Úrad v oblasti cenovej regulácie pri tvorbe regulačného a právneho rámca, ktorým sa stanovil spôsob výpočtu maximálnej ceny alebo tarify za tovar alebo službu, ktorých dodanie alebo poskytnutie sa považuje za vykonávanie regulovanej činnosti.

V príspevku sa budeme venovať metodologickým aspektom aplikácie modelov cenovej regulácie sieťových odvetví v Slovenskej republike.

2 Všeobecné princípy cenovej regulácie monopolu

Každý stav nerovnováhy môže mať negatívny vplyv na existujúci stav, ale i potenciálny vývoj ekonomického systému. Dokonalá konkurencia ako teoretická koncepcia trhovej štruktúry je v súčasných vyspelých ekonomikách, pravdaže, už zväčša iba určitou ideálnou hypotézou „spravodlivého“ trhového prostredia, keď všetci výrobcovia i spotrebitelia majú približne rovnakú nádej na úspešnú realizáciu svojich ekonomických aktivít (Fendeková & Fendek, 2005). Typickým prostredím ekonomík súčasných vyspelých krajín sú trhy nedokonalej konkurencie a trhy sieťových od vetví sem samozrejme patria.

Zatiaľ čo pre subjekty pôsobiace v dokonale konkurenčnom prostredí platí, že ich priemerné náklady najprv klesajú s rastom produkcie, pričom s približovaním sa k plnému využitiu kapacít začínajú rásť, u prirodzeného monopolu to tak nevyhnutne nie je. Jeho priemerné náklady klesajú tým viac, čím vyššia je jeho produkcia, čo je efektom realizácie úspor z rozsahu produkcie. Z toho vyplýva, že vznik a existencia prirodzeného monopolu sú dané ekonomicko-technologickými podmienkami.

Prirodzeným monopolom je teda len tá časť podnikania, kde jeden monopolný dodávateľ je schopný trvalo uspokojovať dopyt po určitom produkte či službe lepšie a pri nižších nákladoch než by ju mohlo zabezpečovať viac vzájomne si konkurujúcich dodávateľov.

Z uvedeného vyplýva, že prirodzeným monopolom nie je napríklad celý sektor energetiky, všetky v ňom pôsobiace podniky a ich jednotlivé činnosti, ale charakter prirodzeného monopolu majú prenos a rozvod elektrickej energie, nie však výroba elektrickej energie, pretože túto možno reorganizovať tak, aby následne vzniklo konkurenčné prostredie s viacerými vzájomne si konkurujúcimi výrobcami elektrickej energie. O regulácii teda možno hovoriť len v prípade, ak má činnosť, či odvetvie skutočne charakter prirodzeného monopolu, resp. ak v nich nie je na dostatočnej úrovni rozvinutá konkurencia.

Poznamenajme ešte, že v praxi možno odvetvie považovať za prirodzený monopol len vtedy, ak v ňom pôsobí len jeden podnik aj napriek tomu, že boli odstránené administratívne prekážky pre vstup do odvetvia.

Druhá polovica dvadsiateho storočia zaznamenáva výrazné zmeny v regulácii prirodzených monopolov na celom svete. Tieto sú vyvolané jednak technologickými zmenami a jednak pokrokom, ktorý dosiahla teória v príslušnej oblasti. (Bester, 2008). Z hľadiska celospoločenského je problémom hospodárskych subjektov v monopolnom postavení to, že maximálny zisk realizujú pri vyšších cenách a nižšom objeme produkcie, ako firmy pôsobiace v konkurenčnom prostredí. Regulácia monopolov má teda za cieľ čo najviac priblížiť trhovú rovnováhu v odvetví stavu, ktorý by nastal na konkurenčnom trhu.

Pod reguláciou (Fendeková & Fendek, 2008) sa pri tom, čím ďalej tým viac chápe regulácia v širšom zmysle, to znamená určenie štruktúry trhu, vrátene vlastníckej, regulácia správania sa prirodzených monopolov, definícia postavenia regulátora a regulácia výkonu (to znamená ceny, množstva a kvality produkcie, ale i oprávnených nákladov). Z hľadiska cenovej regulácie smerujú trendy od tradičných spôsobov založených na sledovaní nákladov k stimulujúcej regulácii založenej na podnietení rastu vnútornej efektívnosť firmy. Regulácia štruktúry trhu zaznamenáva silné tendencie liberalizácie vstupu na trh, privatizácie a vertikálnej separácie monopolu od nadväzujúcich činností. Napríklad v oblasti telekomunikácií sa prejavuje silná liberalizácia vstupu na trh, zatiaľ čo v energetike oddelenie prenosovej sústavy od je výroby a podobne.

Aj postavenie regulátora prechádza v ostatnom období výraznými zmenami. Stále častejšie vznikajú tzv. nezávislé regulačné úrady. Namiesto tradičnej regulácie štátnou správou vznikajú subjekty, ktoré nie sú priamo riadené vládou, v podmienkach Slovenska je to Úrad pre reguláciu sieťových odvetví.

Uvedené trendy sú síce zreteľne pozorovateľné, avšak je možné konštatovať, že doposiaľ sa odborníci ani zďaleka nedohodli na optimálnom spôsobe regulácie prirodzených monopolov o čom napokon svedčí aj skutočnosť, že vo svete je možné nájsť veľké množstvo variantov regulácie. Od štátneho vlastníctva vertikálne aj horizontálne poprepájaných energetických podnikov regulovaných ministerstvami až po súkromne konkurenčných operátorov v oblasti telekomunikačných služieb. Napriek snahám o zmeny regulačného rámca pre oblasť prirodzených monopolov sa teda nepodarilo nájsť univerzálne a zároveň ideálne riešenie. Regulátori sa všade vo svete stretávajú s problémom asymetrického prístupu k relevantným informáciám dostupným ľahšie regulovanému subjektu.

Netvrdíme, že exaktné modelové prístupy k analýze podmienok rovnováhy regulovaných subjektov vyriešia úlohy regulátorov, myslíme si však, a v ďalšom texte sa to pokúsime demonštrovať, že môžu poslúžiť ako veľmi efektívny podporný aparát v tomto procese.

3 Metodologické aspekty regulácie sieťových odvetví

Tradičným metodologickým nástrojom pre cenovú reguláciu, ktorý uplatňujú cenoví regulátory pri stanovení cien produktov sieťových odvetví je regulácia na báze miery návratnosti investícií - Rate of Return Regulation (Fendeková & Fendek, 2018), ktorou sa regulujú vo väčšine vyspelých ekonomík ceny produkcie napr. elektrárenských, plynárenských a ďalších spoločností.

Podstatou tejto schémy je to, aby regulátor v konečnom dôsledku nereguloval primárne samotnú cenu produktu monopolu pôsobiaceho na trhu sieťového odvetvia, ale aby vytváral také regulačné podmienky kreovania rovnováhy trhu, aby regulovaný subjekt stanovil cenu produkcie alebo služby pre svojich zákazníkov tak, aby zo svojich tržieb uhradil všetky svoje oprávnené a obozretne vzniknuté náklady a mal zároveň garantované dosiahnutie primeranej úrovne zisku. Väčšina v odbornej literatúre prezentovaných modelov regulácie sieťových odvetví sa sústreďuje práve na vysoko sofistikovanú analytickú formuláciu pravidla pre jednoznačné a kvalifikovane zdôvodnené stanovenie prípustnej úrovne primeraného zisku.

Základným modelom regulácie je model regulácie na báze návratnosti investícií, ktorý je konštruovaný tak, aby modelom generovaná regulovaná cena umožnila monopolu uhradiť všetky jeho oprávnené náklady a zároveň reguláciu zisku determinovala úrovňou realizovaných investícií. Táto atraktívna a vcelku príťažlivá ambícia regulátora stimulovať monopol k zvyšovaniu investícií do rozvoja odvetvia sa však v konečnom dôsledku ukázala ako kontraproduktívna, nakoľko motivovala monopol k špelukatívnemu a spoločensky neefektívnemu deformovaniu proporcií medzi investičnými a neinvestičnými nákladmi.

V prostredí tohto modelu definuje regulátor tzv. parameter regulácie prostredníctvom ktorého reguluje prípustnú mieru návratnosti výdavkov na investície. Skúmajme teraz prípustnú mieru návratnosti výdavkov na investície, čiže parameter regulácie RoR regulovanej firmy analyticky. Predpokladajme, že firma vyrába homogénny výrobok s objemom produkcie q, ktorý realizuje na relevantnom trhu za cenu p. Predpokladajme ďalej, že firma využíva dva výrobné faktory, a to pracovnú silu s úrovňou spotreby L pri cene práce w a kapitál s úrovňou spotreby K pri cene kapitálu r.

Cieľom je zabezpečiť, aby regulovaný subjekt stanovil cenu produkcie alebo služby pre svojich zákazníkov tak, aby zo svojich tržieb uhradil, všetky svoje *primerané a obozretne vzniknuté náklady* ako aj regulovanú návratnosť na svoju *obozretnú*[2] investíciu.

Odvoďme teraz prípustnú mieru návratnosti výdavkov na investície, tzv. parameter *RoR* u regulovanej firmy analyticky. Predpokladajme, že firma vyrába homogénny výrobok o objeme produkcie q, ktorý realizuje na relevantnom trhu za cenu p. Predpokladajme ďalej, že firma využíva dva výrobné faktory, a to pracovnú silu s úrovňou spotreby L pri cene práce w a kapitál s úrovňou spotreby K *pri cene kapitálu* r.

Zisk firmy je vo všeobecnosti definovaný ako rozdiel medzi výnosmi a nákladmi v tvare

$$z(q) = t(q) - n(q)$$

kde

$t(q) = p \times q$ – funkcia tržieb firmy, $t: R \rightarrow R$

$n(q) = nv(q) + nf$ – funkcia celkových nákladov firmy, $n: R \rightarrow R$

$nv(q)$ – funkcia variabilných nákladov firmy, $nv: R \rightarrow R$

nf - fixné náklady firmy, $nf \in R$

Ak nahradíme všeobecnú nákladovú funkciu nákladovou funkciou na báze spotreby výrobných faktorov, dostávame funkciu zisku v nasledovnom tvare

$$z(q) = p \times q - w \times L - r \times K$$

Ak ďalej vyjadríme objem produkcie q na základe produkčnej funkcie v tvare

$$q = f(K, L)$$

a cenu produkcie p na základe cenovoodbytovej funkcie v tvare

$$p = p(q)$$

tak funkciu zisku môžeme vyjadriť v tvare

$$z(q) = p(q) \times q - w \times L - r \times K$$

a po ďalšej úprave v tvare

$$z(q) = p(f(K, L)) \times f(K, L) - w \times L - r \times K$$

Neregulovaná firma môže nastaviť svoje riadené, resp. endogénne parametre rozhodovania ľubovoľným spôsobom. Takže zvolí si optimálny objem výstupu q^*, akceptovateľnú optimálnu cenu p^* a zodpovedajúce spotreby výrobných faktorov práca L a kapitál K tak, aby dosiahla maximálny zisk. Optimálny výstup a optimálnu cenu vypočíta riešením nasledovnej úlohy matematického programovania

$$z(q) = p(f(K, L)) \times f(K, L) - w \times L - r \times K \rightarrow \max$$

$$K, L \in R_{\geq 0}$$

V tomto prípade teda neregulovaná firma nemá žiadne formálne prekážky pre nastavenie parametrov garantujúcich jej maximálny zisk. Naproti tomu regulovaná firma musí rešpektovať ohraničenia definované regulátorom. Režim cenovej regulácie na báze miery návratnosti potom spočíva v tom, že prostredníctvom exogénne definovanej riadiacej

[2] Na tomto mieste poznamenajme, že pod pojmom *obozretný* rozumieme situácie, kedy sa určité rozhodnutie o investícii alebo výdavkoch uskutočnilo v podmienkach verifikovaných a relevantných informácií dostupných v čase prijatia rozhodnutia.

premennej *RoR* sa reguluje pre firmu prípustná úroveň podielu tržieb firmy $p \times q$ znížených o jej nekapitálové náklady $L \times w$ a objemu spotrebovaného kapitálu *K*.

Inými slovami, firma môže optimalizovať, resp. ľubovoľne stanoviť na jednej strane úrovne spotreby práce *L*, kapitálu *K* pri trhových cenách výrobných faktorov *w, r* a na strane druhej úroveň svojej produkcie *q* ale aj cenu produkcie *p* s jedinou podmienkou, že bude rešpektovať regulátorom definovanú mieru návratnosti, to znamená platnosť vzťahu

$$RoR \geq \frac{p \times q - w \times L}{K}$$

Preskúmajme teraz podrobnejšie vzťah medzi mierou návratnosti kapitálových výdavkov a ziskom regulovaného subjektu, ktorý možno analyticky vyjadriť ako rozdiel medzi tržbami a nákladmi firmy v tvare

$$z(q) = p \times q - w \times L - r \times K \tag{1}$$

Odpočítajme od obidvoch strán vzťahu (1) cenu kapitálu *r*. Dostávame vzťah

$$RoR - r \geq \frac{p \times q - w \times L}{K} - r$$

Po ďalšej úprave dostávame

$$RoR - r \geq \frac{pq - w \times L}{K} - \frac{r \times K}{K}$$

$$RoR - r \geq \frac{p \times q - w \times L - r \times K}{K} \tag{2}$$

Z porovnania vzťahov (1) a (2) dostávame vzťah

$$RoR - r \geq \frac{z(q)}{K}$$

resp.

$$(RoR - r) \times K \geq z(q) \tag{3}$$

Zo vzťahu (3) vidíme, že regulovaný subjekt môže nastaviť svoje parametre systému len tak, aby jeho dosiahnutý zisk neprevýšil hodnotu kapitálu oceneného rozdielom medzi regulátorom definovanou mierou návratnosti *RoR* a cenou kapitálu *r*.

Regulovaná firma môže nastaviť svoje riadené, resp. endogénne parametre rozhodovania len takým spôsobom, aby rešpektovala podmienku stanovenú regulátorom. Stanoví regulovaný objem výstupu q_R, akceptovateľnú regulovanú cenu p_R a zodpovedajúce spotreby výrobných faktorov práca *L* a kapitál *K* tak, aby dosiahla maximálny zisk pri súčasnom rešpektovaní podmienky regulátora (3) o neprekročení primeranej úrovne zisku.. Regulovaný výstup a regulovaná cenu sa vypočítajú riešením nasledovnej úlohy matematického programovania

$$z(q) = p(f(K,L)) \times f(K,L) - w \times L - r \times K \rightarrow \max$$

pri ohraničení

(4)

$$p(f(K,L)) \times f(K,L) - w \times L - r \times K - (RoR - r) \times K \leq 0$$

$$K, L \in R_{\geq 0}$$

Riešením tejto optimalizačnej úlohy je optimálna úroveň spotreby výrobných faktorov práca L^* a kapitál K^*, na základe ktorých sa následne kvantifikuje s využitím produkčnej funkcie regulovaná optimálna úroveň výstupu q_R^* na základe vzťahu

$$q_R^* = f(K^*, L^*)$$

a regulovaná optimálna cena p_R^* s využitím cenovoodbytovej a produkčnej funkcie na základe vzťahu

$$p_R^* = p(q_R^*) = p(f(K^*, L^*)$$

pričom sa rešpektuje miera návratnosti kapitálu firmy definovaná parametrom *RoR*, t. j. exogénnym riadiacim parametrom stanoveným regulátorom.

V situácii, keby firma nebola regulovaná a mala by na relevantnom trhu exkluzívne postavenie volila by taký optimálny objem spotreby variabilného vstupu *práca* L^* a *kapitálu* K^*, aby jej zabezpečil maximálny zisk $z(q) = p(f(K^*,L^*)) \times f(K^*,L^*) - w \times L^* - r \times K^*$.

Na základe optimálnej spotreby variabilných vstupov by určila svoju optimálnu ponuku $q^* = f(K^*, L^*)$ a optimálnu cenu produkcie $p^* = p(q^*) = p(f(K^*, L^*)$. Funkcia zisku by v tomto prípade dosiahla svoje globálne maximum.

V prípade, ak je firma regulovaná, tak môže vybrať len takú kombináciu výrobných faktorov, aby zodpovedajúci objem ponuky a ceny produkcie generoval tzv. *primeraný zisk,* t. j. aby platil vzťah

$$(RoR - r) \times K \geq p(f(K,L)) \times f(K,L) - w \times L - r \times K$$

$$(RoR - r) \times K \geq z(q)$$

V konečnom dôsledku teda môže regulovaná firma vyrábať takým spôsobom, aby jej *primeraný zisk* neprevýšil *RoR – r* násobok úrovne variabilného vstupu kapitál. Táto podmienka sa v odbornej literatúre označuje ako *hranica primeraného zisku regulovanej firmy*. Je zrejmé, že v prípade, ak regulátor nastaví mieru návratnosti kapitálu *RoR* tak, že táto prevyšuje jeho cenu *r,* tak firma dosahuje pre každú kombináciu vstupov s kladnou hodnotou spotreby výrobného faktora *K* kladný zisk. Už toto konštatovanie predikuje problematicky exkluzívne postavenie výrobného faktora kapitál pri rozhodovaní regulovanej firmy. Vysvetlíme si, v čom spočíva táto exkluzivita.

Táto forma cenovej regulácie však v sebe skrýva jedno závažné riziko (Carlton, & Perloff, 2006), a síce to, že nezriedka motivuje firmu k používaniu vyššieho objemu variabilného vstupu kapitál ako u neregulovanej firmy. Firma by totiž mohla produkovať pri cene p^*_R regulovaný objem výstupu q^*_R aj pri inej kombinácii variabilných vstupov práca a kapitál ako je optimálna regulovaná kombinácia práca L^*_{Reg} a kapitál K^*_{Reg}.

Vieme ukázať, že regulovaný objem výstupu q^*_R môže firma produkovať pri každej kombinácii variabilných vstupov práca a kapitál zodpovedajúcich produkčnej izokvante $q^*_R = f(L, K)$. Takže, ak regulácia na báze návratnosti stimuluje firmu k využívaniu vysokých objemov kapitálu v záujme dosiahnutia maximálne povoleného primeraného zisku, tak firma nemá motiváciu využívať na produkčnej izokvante lokalizované často efektívnejšie a z hľadiska ceny produkcie a objemu ponuky ekvivalentné kombinácie vstupov, napr. podporujúce zamestnanosť v porovnaní so samoúčelnými investíciami do zariadení. Možné sú však aj iné, sofistikovanejšie príklady nákladovej štruktúry firmy.

Túto schému rozhodovania regulovanej firmy popísali a teoreticky zdôvodnili H. Averch a L. Johnsona v odbornej literatúre sa obvykle uvádza ako Averch – Johnsonov efekt. Pojem Averch – Johnsonov efekt je používaný na identifikáciu sklonu firmy regulovanej na báze *RoR* regulácie k využívaniu neprimerane vysokého podielu kapitálu v porovnaní s prácou pri výrobe určitého množstva produkcie. Na tomto princípe boli rozpracované dôkladné analýzy tohto fenoménu.

Na základe výsledkov analýzy Avrerch-Johnsonovho modelu sú formulované nasledovné dôležité závery o správaní sa firmy regulovanej podľa princípu regulácie miery návratnosti použitého kapitálu:

1. Firma regulovaná podľa princípu regulácie miery návratnosti použitého kapitálu je v snahe zvyšovať svoj povolený „primeraný“ zisk motivovaná k neprimeranému a zbytočnému navyšovaniu kapitálových investícií.

2. Pri znížení miery návratnosti kapitálových výdavkov, za predpokladu, že naďalej platí *RoR* > *r,* reaguje firma v snahe zachovať objem zisku zvýšením kapitálových výdavkov.

3. Možno povedať, že zníženie miery návratnosti kapitálových výdavkov znamená pre regulovanú firmu sprísnenie podmienok regulácie.

4 Záver

Na základe analýzy správania firmy v podmienkach regulácie na báze návratnosti použitého kapitálu sme teda ukázali, že v tejto regulačnej schéme má firma tendenciu reagovať na sprísnenie podmienok regulácie zvýšením objemu využívaného kapitálu. Zvýšenie objemu využívaného kapitálu však vonkoncom nie je tým, čo systém regulácie sleduje. Regulácia má za cieľ skôr ovplyvniť hodnoty iných, pre firmu, ale i ekonomiku dôležitých indikátorov, akými je objem produkcie, úroveň predaja výrobkov, resp. úroveň nákladov.

Preto boli vyvinuté aj iné formy cenovej regulácie, ktoré ovplyvňujú primeraný zisk firmy priamo na báze objemu jej produkcie, úrovne predaja výrobkov regulovanej firmy, resp. na báze výšky jej celkových nákladov. Cieľom je s použitím regulačných mechanizmov podporiť efektívny rozvoj regulovaného subjektu. V rámci kapitoly sme podrobnejšie skúmali model regulácie na báze objemu produkcie a ukázali sme, že tento prístup sa javí ako efektívny, nakoľko nemotivuje firmu napríklad iba k jednostrannému navyšovaniu kapitálových investícií ale ju motivuje k všeobecne efektívnejšiemu využívaniu výrobných faktorov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0368/18 *Cenové stratégie v prostredí pôsobenia efektívnych regulačných mechanizmov na nadnárodných trhoch sieťových odvetví slovenskej ekonomiky.* (2018-2020) Projekt Vedeckej grantovej agentúry MŠ SR a SAV.

Literatúra

1. Barthwal, R. R. (2010). *Industrial Economics: An Introductory Textbook.* New Age International Pvt Ltd Publishers. ISBN 81-224-1278-5.
2. Besanko, D. A., & Braeutigan, R. R. (2002). *Microeconomics. An integrated Approach*. New York: John Willey and Sons. Inc.
3. Blum, U., Müller, S., & Weiske, A. (2006). *Angewandte Industrieökonomik: Theorien, Modelle.* Anwendung. Wiesbaden.
4. Carlton, D. W., & Perloff, J. M. (2015). *Modern industrial organization.* Pearson Higher Ed.
5. Fendeková, E., & Fendek, M. (2009). Models of regulation of network industries in Slovakia. *International journal of economics and business research*, 1(4), 479-495.
6. Fendeková, E., & Fendek, M. (2010). Modely cenovej regulácie sieťových odvetví. *Ekonomický časopis*, 58(10), 1039-1054.
7. Fendeková, E., & Fendek, M. (2010). Protection and formation of competitive environment in Antimonopoly Office of the Slovak Republic. *Global business & economics anthology*, 2(1), 200−211.
8. Fendeková, E., & Fendek, M. (2012). Podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera v modeloch rovnováhy trhu sieťových odvetví. *Politická ekonomie*, 60(6), 801-821.
9. Fendeková, E., & Fendek, M. (2018). *Mikroekonómia: Oligopoly a regulované monopoly.* Bratislava: Wolters Kluwer. ISBN 978-80-8168-765-5.

10. Fendek, M. (2006). Modelling of reasonable profit in regulated industries. In *Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIII– Conference Proceedings*, Bratislava: IURA EDITION. 16-24.
11. Fendeková, E., & Fendek, M. (2016). Kuhn - Tucker optimality conditions in equilibrium optimization models for network industries markets. In *International conference. OR 2016*. Annual international conference of the German operations research society. Hamburg, Germany. Helmut-Schmidt-Universität/Universität der Bundeswehr Hamburg
12. Fendeková, E., & Fendek, M. (2012). Microeconomic optimization equilibrium models of demand and supply for network industries markets. In *Mathematical methods in economics. MME 2016 : proceedings of the 34th international conference*. Liberec, Technical university of Liberec, 195-200
13. Pepall, L., Richards, D., & Norman, G. (2008). Industrial organization. *Contempory Theory and Empirical Applications*, 4, 358-401.
14. O'sullivan, A., & Sheffrin, S. M. (2008). *Microeconomics: Principles, Applications, and Tools*. New York: Pearson Education.
15. Rode, S. (2013). *Modern Microeconomics*. Ventus Publishing, ISBN 978-87-403-0419-0.
16. Sherman, R. (1990).*The regulation of monopoly*. Cambridge: Cambridge university press.
17. Waldman, D. E., & Jensen, E. J. (2006). *Industrial Organization: Theory and Practice*. New York: Addison Wesley

Cenové stratégie v podmienkach cenovej diferenciácie pri trhovej dominancii monopolu

Pricing Strategies in the Conditions of Price Differentiation under the Monopoly Market Dominance

Eleonora Fendeková [1], Iveta Kufelová [2]

Abstrakt
O cenovej diferenciácii produkcie monopolu hovoríme vtedy, ak monopol využíva svoje trhové postavenie, resp. ekonomickú silu na to, aby v súlade so svojimi záujmami definoval trhovú cenu na úroveň, ktorá mu garantuje maximálny zisk. V konečnom dôsledku teda monopol využíva svoje monopolné postavenie na to, aby dosiahol monopolný zisk, ktorý presahuje úroveň zodpovedajúcu podmienkam trhu dokonalej konkurencie. Nástrojom realizácie tohto cieľa je trhová cena, pri tvorbe ktorej má monopol dosť veľký priestor.
V príspevku sa zaoberáme všeobecnými aspektmi kvantitatívnej analýzy modelov cenovej diferenciácie monopolu, pričom podrobne budeme analyzovať modely maximalizácie užitočnosti spotrebiteľa v podmienkach cenovej diferenciácie produktov a model maximalizácie zisku monopolu pri cenovo diferencovanej produkcii.

Kľúčové slová
Dokonalá cenová diferenciácia, trh nedokonalej konkurencie, relevantný trh, model maximalizácie zisku

Abstract
We can speak of a price differentiation of a monopoly production when a monopoly uses its market position or economic power to set and enforce a market price in accordance with its interests and thereby ensures maximum profit on a relevant market. We can say that a monopoly uses its position to reach a monopoly profit, which exceeds profit on a perfect competition market. Due to a specific position, which the subjects on a supply side have on an imperfect competition market, the producers can promote their interests without immediate danger of a competitor producing the same or similar product entering a relevant market.
In this article, we will analyze a model of a monopoly behavior optimization, whose willingness with application tools of price differentiation to maximize his profit on relevant market.

Key words
Perfect price differentiation, imperfect competition market, relevant market, monopoly profit maximization model

JEL classification
D11, D43, L44

[1] Prof. Ing. Eleonora Fendeková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave Fakulta podnikového manažmentu, Katedra podnikovohospodárska, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, Slovenská republika,e-mail: eleonora.fendekova@euba.sk

[2] Ing. Iveta Kufelová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave Fakulta podnikového manažmentu, Katedra podnikovohospodárska, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, Slovenská republika, e-mail: iveta.kufelova@euba.sk

1 Úvod

Pod cenovou diferenciáciou vo všeobecnosti rozumieme špecifickú cenovú stratégiu, pri ktorej monopol využíva svoje trhové postavenie, resp. ekonomickú silu na to, aby v súlade so svojimi záujmami definoval trhovú cenu pre určité skupiny klientov na takú úroveň, ktorá mu garantuje maximálny zisk. V konečnom dôsledku teda monopol využíva svoje monopolné postavenie na to, aby dosiahol monopolný zisk, ktorý presahuje úroveň zodpovedajúcu podmienkam trhu dokonalej konkurencie. Nástrojom realizácie tohto cieľa je trhová cena, pri kreovaní ktorej má monopol dosť veľký rozhodovací priestor (Barthwal, 2010). Monopol môže uplatňovať cenovú diferenciáciu pri tvorbe ceny dvoma spôsobmi:

- stanovenie rôznej ceny tovaru pri nákupoch rôznych množstiev toho istého tovaru,
- stanovenie rôznej ceny pre rôznych spotrebiteľov, resp. skupiny spotrebiteľov

Na trhu nedokonalej konkurencie v dôsledku špecifického charakteru postavenia subjektov na strane ponuky na trhu môžu na základe svojej ekonomickej sily výrobcovia presadzovať svoje záujmy bez toho, aby im bezprostredne hrozil na relevantnom trhu vstup konkurenta produkujúceho totožný alebo úžitkovo blízky druh výrobku.

Jedným z efektívnych nástrojov využitia trhového postavenia, resp. ekonomickej sily monopolom na to, aby v súlade so svojimi záujmami definoval trhovú cenu na úroveň, ktorá mu garantuje maximálny zisk je cenová diferenciácia. O cenovej diferenciácii hovoríme v situácii, keď sa identické výrobky predávajú za rozdielne ceny, pričom táto cenová rozdielnosť nie je spôsobená rozdielnymi výrobnými nákladmi. V odbornej literatúre (najmä anglicky písanej) sa ako synonymum pojmu cenová diferenciácia pomerne frekventovane používa označenie cenová diskriminácia. Podľa nášho názoru však toto spojenie má mierne negativistický podtón, čo nezodpovedá jeho faktickému odbornému obsahu a preto v ďalšom texte budeme pre označeniu tohto mikroekonomického atribútu preferovať pojem cenová diferenciácia.

Samotná prax definovať pre rovnaké výrobky rozdielne ceny je v trhovom prostredí široko uplatňovaná a nie je vonkoncom typickým atribútom iba monopolov. Veď väčšina firiem uplatňuje cenovú diferenciáciu takým alebo onakým spôsobom, či už ide o cenovú diferenciáciu regionálnych trhov v krajine výrobcu, o diferenciáciu cien medzi vnútorným a zahraničným trhom, medzi veľkoodberateľmi a maloodberateľmi, alebo jednoducho medzi rozdielnymi klientmi. Len malý počet firiem nepoužíva voči svojim odberateľom žiadnu formu cenovej diferenciácie.

V príspevku budeme analyzovať úlohu optimalizácie správania spotrebiteľa, ktorého ochota vynaložiť svoje peňažné prostriedky na obstaranie tovaru s diferencovanou cenou súvisí s maximalizáciou jeho celkovej užitočnosti.

Úloha optimalizácie zisku monopolu je konštruovaná na špecifickej hypotéze, že monopol predkladá spotrebiteľovi ponuku typu „všetko, alebo nič“, to znamená že diferencovaná cena platí len v prípade, ak spotrebiteľ kúpi celý objem ponúkaného produktu s diferencovanou cenou a zodpovedajúci výnos potom garantuje maximálny zisk monopolu.

2 Model maximalizácie zisku monopolu v podmienkach cenovej diferenciácie

Pri formulácii modelu budeme vychádzať z do istej miery zjednodušujúceho predpokladu, a síce, že na relevantnom trhu monopolu existuje iba jeden „priemerný“, resp. „agregovaný“ spotrebiteľ, ktorý pri kúpe x jednotiek tovaru pociťuje užitočnosť vyjadrenú v peňažných jednotkách prostredníctvom reálnej funkcie užitočnosti $u(x)$. Monopol túto situáciu využije tak, že ponúkne spotrebiteľovi takú kombináciu ceny a ponuky (p^*, x^*), ktorá maximalizuje zisk monopolu.

Treba si však uvedomiť, že monopol predkladá spotrebiteľovi ponuku typu „všetko, alebo nič“, to znamená že cena p^* platí len v prípade, ak spotrebiteľ kúpi práve x^* jednotiek produktu s diferencovanou cenou a výnos, resp. tržby monopolu budú na úrovni $r^* = p^* x^*$. Inými slovami, spotrebiteľ alebo kúpi x^* jednotiek tovaru za cenu p^*, alebo nemá možnosť tovar kupovať.

Skúmajme funkciu nákladov monopolu v tvare

$$n(x) = nv(x) + n_F \tag{1}$$

pričom

$n(x): R \longrightarrow R$ - spojitá a diferencovateľná funkcia celkových nákladov monopolu,

$nv(x): R \longrightarrow R$ - spojitá a diferencovateľná funkcia variabilných nákladov monopolu,

n_F - fixné náklady monopolu.

Za predpokladu, že celkové náklady monopolu zohľadňujú iba variabilné náklady a od fixných nákladov abstrahujeme, tak funkcia nákladov monopolu má tvar

$$n(x) = nv(x)$$

Funkcia zisku monopolu ako rozdiel jeho výnosov a nákladov je potom formulovaná v tvare

$$\pi(x) = px - n(x) \tag{2}$$

resp.

$$\pi(r, x) = r - n(x) \tag{3}$$

Čiže monopol v konečnom dôsledku identifikuje optimálnu zisk maximalizujúcu kombináciu celkových výnosov a ponuky (r^*, x^*) na základe riešenia optimalizačnej úlohy v tvare

$$\pi(r, x) = r - n(x) \rightarrow max \tag{4}$$

pri ohraničení

$$u(x) \geq r \tag{5}$$

Podmienka ohraničenia (5) garantuje racionalitu správania spotrebiteľa, ktorý je ochotný vynaložiť na kúpu x jednotiek tovaru finančné prostriedky vo výške r len v tom prípade, ak pocit jeho uspokojenia z kúpy tovaru vyjadrený v peňažných jednotkách prostredníctvom funkcie užitočnosti $u(x)$ bude aspoň taký, aké sú jeho výdavky na obstaranie tovarov. Tu sa žiada ešte pripomenúť, že premenná r vyjadruje nielen tržby monopolu z predaja jeho produkcie o objeme x za monopolnú cenu p, ale má aj alternatívnu dôležitú intuitívnu interpretáciu (Waldman, & Jensen, 2006). Predstavuje totiž zároveň ochotu spotrebiteľa vynaložiť na kúpu ponúkaného objemu tovarov pri danej trhovej cene sumu r finančných prostriedkov.

Keďže monopol však prirodzene očakáva svoje tržby na úrovni maximálneho pocitu uspokojenia spotrebiteľa, tak ohraničenie (5) sa realizuje ako rovnosť a úlohu maximalizácie zisku monopolu budeme ďalej analyzovať v tvare

$$\pi(r, x) = r - n(x) \rightarrow max \tag{6}$$

pri ohraničení

$$u(x) = r \tag{7}$$

Táto optimalizačná úloha matematického programovania predstavuje úlohu maximalizácie na viazaný extrém (Avriel, 2003).

Analyzujeme teraz jednu špecifickú situáciu nákladovej štruktúry monopolu. Predpokladajme, že fixné náklady monopolu sú naďalej nulové, pričom však variabilné náklady sú lineárne, takže nákladová funkcia monopolu má tvar $n(x) = cx$, v dôsledku čoho sú samozrejme marginálne náklady konštantné a sú rovné jednotkovým variabilným nákladom c produkcie monopolu, pričom platí

$$\frac{dn(x)}{dx} = \frac{d(cx)}{dx} = c$$

Vzťah (7) potom môžeme zapísať nasledovne

$$u'(x^*) = c \tag{8}$$

Takže vzťah (8) v konečnom dôsledku reprezentuje inverznú funkciu ponuky monopolu a funkciu ponuky potom môžeme vyjadriť v tvare

$$x = (u')^{-1}(c) = s(c) \tag{9}$$

Ponuka je teda funkciou nákladov monopolu, čo je samozrejme logické a potvrdzuje to súvislosť medzi technologickou úrovňou výrobcu a objemom jeho ponuky. Monopol pri rozhodovaní o optimálnej kombinácii ceny a ponuky na trhu volí paretovsky optimálne riešenie kombinácie ponuky a ceny, t. j. hraničná ochota spotrebiteľov kúpiť ponúkaný objem ponuky tovaru zodpovedá hraničným nákladom monopolu (Fendekova & Fendek, 2018). Inými slovami, monopol akceptuje stav, že môže svoju postavenie na trhu zlepšiť len za predpokladu, že sa zhorší situácia spotrebiteľa Napriek tomu sa producent nachádza v situácii, keď všetky výhody z tohto paretovsky optimálneho objemu ponuky vzťahuje na seba, takže dosahuje maximálny zisk

$$max\ \ \pi(r^*, x^*) = r^* - n(x^*) \geq 0$$

zatiaľ čo spotrebiteľ je tak nastavený ako keby tovar vôbec nespotrebovával, to znamená, že jeho pocit užitočnosti je plne „eliminovaný“ výdavkami na kúpu tovaru a platí

$$u(x^*) - \ r^* = 0$$

Preskúmajme teraz hypotetickú situáciu, pri ktorej by monopol na tomto trhu ponúkal rovnaké množstvo, aké by mohol realizovať na trhu dokonalej konkurencie. Aj na trhu dokonalej konkurencie totiž ponúkajúci vyrába práve také množstvo, pri ktorom sú na jednej strane v súlade cena a hraničné náklady a na strane druhej ponuka a dopyt. Zo súčasného pôsobenia týchto dvoch podmienok vyplýva, že

$$p(x) = \ c \tag{10}$$

čo však presne zodpovedá podmienke, z ktorej sme odvodili vzťah (9) pre inverznú funkciu ponuky. Samozrejme, v tomto hypotetickom prípade sú výhody z predaja v podmienkach konkurenčnej rovnováhy rozdelené úplne ináč. Spotrebiteľ dosahuje nezápornú užitočnosť

$$u(x^*) - \ cx^* \geq 0$$

a v dôsledku toho, že platí

$$\pi(r^*, x^*) = r^* - n(x^*) = p(x^*)x^* - cx^* = cx^* - cx^* \ = 0,$$

takže firma nedosahuje v tejto špecifickej trhovej situácií žiadny zisk.

3 Záver

V príspevku sme na základe formalizovaných analytických nástrojov ukázali, že ak má výrobca produktu dostatok trhovej sily na to, aby na relevantnom trhu dokázal trhovú cenu nielen akceptovať, ale je v jeho kompetencii túto cenu výrazne ovplyvňovať a kreovať, tak môže poznatky o správaní sa spotrebiteľov relatívne efektívne využiť pri optimalizácii kombinácie ponuky a ceny svojho produktu. Ide totiž o racionálne zužitkovanie komplexu informácií o správaní sa spotrebiteľa pri špecificky štruktúrovanom spotrebnom koši spotrebiteľa, kde sa samostatne analyzuje užitočnosť, ktorú pociťuje spotrebiteľ pri kúpe pre neho optimálneho objemu tovaru s diferencovanou cenou a táto užitočnosť je vyjadrená v peňažných jednotkách (Fendekova & Fendek, 2018).

Ostatné tovary v spotrebnom koši sa skúmajú bez bližšej špecifikácie ich objemov a sortimentu ako de facto jeden „agregovaný tovar“ a užitočnosť, ktorú pociťuje spotrebiteľ v súvislosti s obstaraním týchto ostatných tovarov je vyjadrená v peňažných jednotkách ako jednoduchá suma výdavkov vynaložená na ich kúpu.

Významným je v tejto súvislosti poznatok, že firma s výrazným trhovým postavením v záujme optimalizácie svojho správania pri určovaní kombinácie ponuky a diferencovanej ceny sledovaného výrobku vychádza z dôkladnej analýzy správania sa spotrebiteľa, pričom analytickým nástrojom tejto analýzy sú dopytové funkcie a funkcie užitočnosti spotrebiteľa (Fendekova & Fendek, 2012).

Ako adekvátny aparát pre analýzu správania sa spotrebiteľa bola v tomto príspevku skúmaná úloha matematického programovania, ktorá maximalizuje funkciu užitočnosti spotrebiteľa pri rešpektovaní jeho rozpočtového ohraničenia.

Podobným spôsobom sme skúmali úlohu maximalizácie zisku monopolu v podmienkach diferencovaných cien a poukázali sme na základné schémy cenovej difereciácie, ktoré monopol dokáže v dôsledku svojho postavenia na trhu efektívne využívať pri maximalizácii svojich príjmov ale aj zisku z predaja produktov s diferencovanou cenou.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0368/18 *Cenové stratégie v prostredí pôsobenia efektívnych regulačných mechanizmov na nadnárodných trhoch sieťových odvetví slovenskej ekonomiky.* (2018-2020) Projekt Vedeckej grantovej agentúry MŠ SR a SAV.

Literatúra

1. Avriel, M. (2003). *Nonlinear Programming - Analysis and Methods*. New York: Dover publications, Inc.
2. Barthwal, R. R. (2010). *Industrial Economics: An Introductory Textbook.* New Age International Pvt Ltd Publishers. ISBN 81-224-1278-5
3. Besanko, D. A., & Braeutigan, R. R. (2002). *Microeconomics. An integrated Approach*. New York: John Willey and Sons. Inc.
4. Blum, U., Müller, S., & Weiske, A. (2006). *Angewandte Industrieökonomik: Theorien, Modelle.* Anwendung. Wiesbaden.
5. Carlton, D. W., & Perloff, J. M. (2015). *Modern industrial organization.* Pearson Higher Ed.
6. Fendeková, E., & Fendek, M. (2009). Models of regulation of network industries in Slovakia. *International journal of economics and business research*, 1(4), 479-495.
7. Fendeková, E., & Fendek, M. (2010). Modely cenovej regulácie sieťových odvetví. *Ekonomický časopis*, 58(10), 1039-1054.

8. Fendeková, E., & Fendek, M. (2010). Protection and formation of competitive environment in Antimonopoly Office of the Slovak Republic. *Global business & economics anthology*, 2(1), 200−211.
9. Fendeková, E., & Fendek, M. (2012). Podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera v modeloch rovnováhy trhu sieťových odvetví. *Politická ekonomie*, 60(6), 801-821.
10. Fendeková, E., & Fendek, M. (2018). *Mikroekonómia: Oligopoly a regulované monopoly.* Bratislava: Wolters Kluwer. ISBN 978-80-8168-765-5.
11. Fendek, M. (2006). Modelling of reasonable profit in regulated industries. In *Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIII–Conference Proceedings*, Bratislava: IURA EDITION. 16-24.
12. Fendeková, E., & Fendek, M. (2016). Kuhn - Tucker optimality conditions in equilibrium optimization models for network industries markets. In *International conference. OR 2016*. Annual international conference of the German operations research society. Hamburg, Germany. Helmut-Schmidt-Universität/Universität der Bundeswehr Hamburg
13. Fendeková, E., & Fendek, M. (2012). Microeconomic optimization equilibrium models of demand and supply for network industries markets. In *Mathematical methods in economics. MME 2016 : proceedings of the 34th international conference*. Liberec, Technical university of Liberec, 195-200
14. Kufelová, I. (2015). Analýza cien a cenotvorba vo vybraných sieťových odvetviach. *Modely rovnováhy v podmienkach produktovej a cenovej diferenciácie na regulovaných trhoch sieťových odvetví.* Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 154−169.
15. Nagle, T.T., Hogan, J. E. & Zale, J. (2012). *The Stratgy and Tacics of Pricing*. Boston: Prentice Hall.
16. O'sullivan, A., & Sheffrin, S. M. (2008). *Microeconomics: Principles, Applications, and Tools.* New York: Pearson Education.
17. Rode, S. (2013). *Modern Microeconomics*. Ventus Publishing, ISBN 978-87-403-0419-0.
18. Shy, O. (2001). *The Economics of Network Industries*. Cambridge: Cambridge university press.

Simulační model vývoje síťové ekonomiky

Simulation model of network economy development

Petr Fiala[1]

Abstrakt
Článek je věnován modelování vývoje sítí v síťové ekonomice. Na současnou ekonomiku je potřeba se dívat nejen jako na sítě s pouze dynamickými toky a s pevnou strukturou, ale jako na dynamický systém, jehož struktura se vyvíjí a mění. Dynamiku síťových systémů z hlediska struktury a chování je možno modelovat jako komplexní adaptivní systémy a použít agentově orientovanou simulaci pro demonstraci vzniku, perturbačních efektů a citlivosti vzhledem k počátečním podmínkám. Přežití firem je spojeno s hodnotou tzv. kondiční funkce. Firmy, jejichž hodnota kondice klesne pod určitou prahovou hodnotu, zanikají. Tak je možno částečně modelovat růst sítí.

Klíčová slova
síťová ekonomika, simulace, dynamika

Abstract
The paper is dedicated to network development in the network economy. The current economy needs to look not only at networks with only dynamic flows and with a fixed structure, but as a dynamic system its structure evolves and changes. Structure and behavior dynamics of network systems can be modeled as complex adaptive systems and use agent-oriented simulation to demonstrate origin, perturbation effects, and sensitivity with regard to initial conditions. Survival of companies is associated with the value of so-called fitness function. Companies whose fitness value falls below a certain threshold will be extinguished. In this way, it is possible to partially model network growth.

Key words
network economy, simulation, dynamics

JEL classification
D85, C63

1 Úvod

Dynamické modely pro popis a analýzu ekonomických systémů hrají zásadní roli (Fiala. 2016). Růstovou dynamiku a vývoj v sítích je možno modelovat pomocí rozšíření Utterbackova modelu průmyslového růstu (Utterback a Suarez 1993, Utterback 2008) a použít koncept vzniku sítí na základě predikce vzoru chování. Je možno předpokládat, že vzor vzniku dodavatelských sítí bude podobný zvonovité křivce, kterou navrhl Utterback. Simulační model rozděluje komplexní adaptivní síť do dvou základních částí:

- prostředí dodavatelské sítě,
- firmy zapojené v síti.

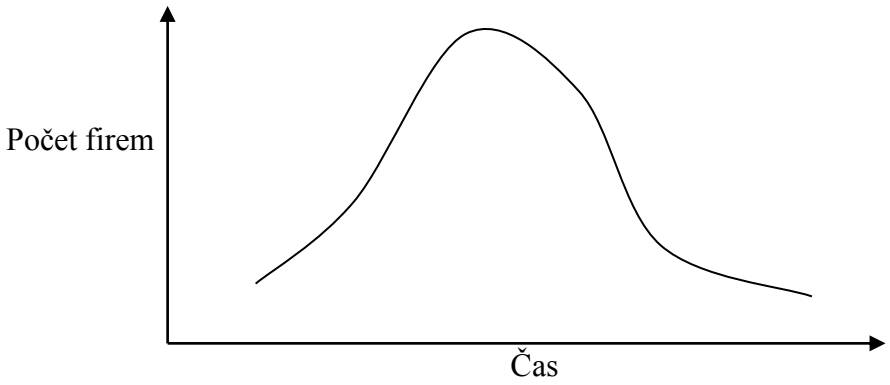
[1] Prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA, Vysoká škola ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky, katedra ekonometrie, nám. W. Churchilla 4, 13067 Praha 3, Česká republika, pfiala@vse.cz.

Firmy jsou reprezentovány uzly v síti. Uzly fungují na základě jednoduchých rozhodovacích pravidel, se snahou uspokojovat poptávku prostředí. Jakmile vzniknou nová odvětví, začnou se vyvíjet dodavatelské sítě, na trh mohou vstupovat nové firmy. Některé firmy jsou úspěšné a vytvářejí vztahy s dalšími, dochází k růstu. Některé firmy jsou neúspěšné a zanikají, buď vzhledem k místním podmínkám, nebo protože se nemohou stát součástí životaschopné dodavatelské sítě. V čase tak mohou dodavatelské sítě vyrůst v relativně stabilní struktury, založené na interaktivních efektech lokálních rozhodovacích pravidel a faktorech prostředí. Pro sledování vývoje dodavatelských sítí, zahrnujícího vzory vzniků a zániků, byl navržen systém CAESAR (Pathak, Dilts a Biswas 2003; Pathak a Dilts, 2004) a jeho zdokonalená verze CAS-SIM (Complex Adaptive Supply network simulator).

2 Utterbackův model

Jakmile vznikají nová odvětví, rostou dodavatelské sítě a tím se i vytvářejí nové relace mezi firmami, které kooperují při uspokojování poptávky. Utterbackův model průmyslového růstu bere v úvahu, že na začátku jsou nízké bariéry pro vstup firem do odvětví a není jasně definovaná tržní struktura. V tomto stadiu chce hodně firem vstoupit do odvětví s tím, že se chtějí stát lídry. V dalším stadiu je snaha po vytvoření jasně definované tržní struktury se zaměřením firem na ekonomii rozsahu a síťové externality. Ne všechny firmy jsou úspěšné, ty neúspěšné jsou vytlačeny z trhu a v průběhu času počet firem klesá. Průběh jednotlivých fází cyklu průmyslového růstu vytváří zvonovitou křivku (viz Obr. 1).

Obr. 1: Křivka vývoje počtu firem v odvětví



Zdroj: autor

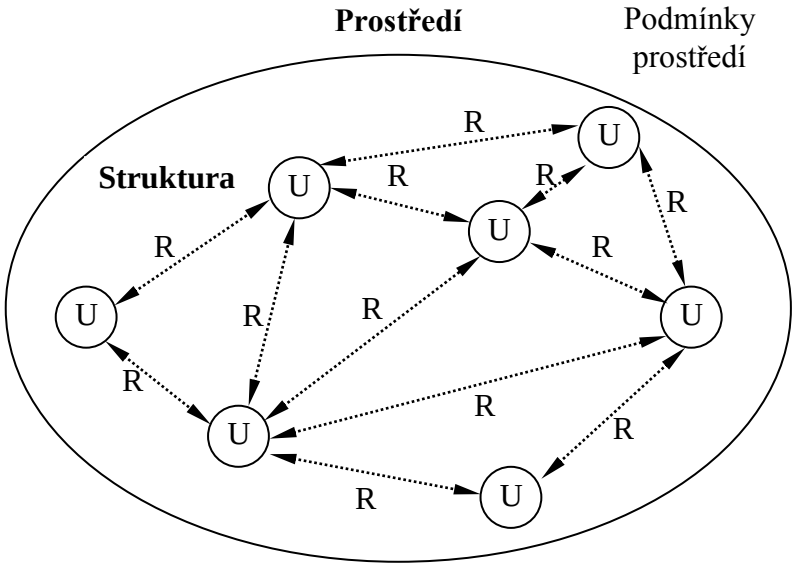
Utterback také předpokládá, že se firmy učí hrát specializované role v průběhu času. Na začátku při vzniku odvětví se všechny firmy snaží hrát všestrannou roli, později jich zůstává méně a ty další buď zaniknou, nebo se specializují. Utterbackův model bere v úvahu růst odvětví jen s ohledem na počet vstupujících a vystupujících firem. Další rozměr, který by měl být brán v úvahu, je velikost firem. V jednom možném scénáři, s růstem trhu v průběhu času, existuje různý růst ve firmách. Některé firmy značně rozšiřují kapacity, zatímco jiné zeslabují. Alternativní scénář může být skutečnost, že žádné firmy se nestanou dominantními a trh je relativně rovnoměrně rozdělen mezi zúčastněné firmy. V modelu komplexní adaptivní dodavatelské sítě jsou uvažována dvě hlediska:

- počet firem,
- velikost firem.

3 Koncepční model

Model vychází z dodavatelské sítě jako systému, skládajícího se z prostředí (trhu), ve kterém jsou firmy (uzly - U) a vytvářejí interakce (relace – R) na základě jednoduchých pravidel chování s účelem plnit globální poptávku (viz Obr. 2). Stochastické parametry prostředí, popisující tržní podmínky a poptávku, rozhodovací schéma uplatňované v uzlech, tzv. kondiční funkce modelující sílu firem, to vše dohromady ovlivňuje dynamiku struktury a chování vyvíjející se dodavatelské sítě.

Obr. 2: Koncepční model



Zdroj: autor

Komplexní adaptivní systém (CAS − complex adaptive system) se velmi dobře hodí pro modelování systémů s dynamikou struktury a chování. CAS je charakterizován třemi hlavními komponentami:

- prostředí,
- vnitřní mechanismy,
- koevoluce.

V prostředí vznikají, existují a zanikají firmy (uzly). Prostředí je charakterizováno dvěma hlavními skupinami podmínek:

- operační podmínky,
- nastavení tržní struktury.

Operační podmínky specifikují poptávku a časové a nákladové informace. Nastavení tržní struktury specifikují regulaci, politiky a pravidla obchodování, aplikovaná v systému. Prostředí také nastavuje prahovou hodnotu kondice, což je minimální úroveň kondice, nutná pro přežití uzlu v prostředí.

Vnitřní mechanismy se týkají uzlů, pravidel, relací a rozhodnutí v síti. Uzly reprezentují firmy (agenty) v dodavatelské síti. Uzly se zaměřují na dosažení lokálních cílů, přičemž každý uzel má množinu možných strategií pro jejich dosažení. Pravidla umožňují realizaci těchto strategií pro dosažení cílů při respektování omezení, daných prostředím i samotným uzlem.

Uzly dělají dva základní typy rozhodnutí:

- s kým budou kooperovat,
- strategická rozhodnutí.

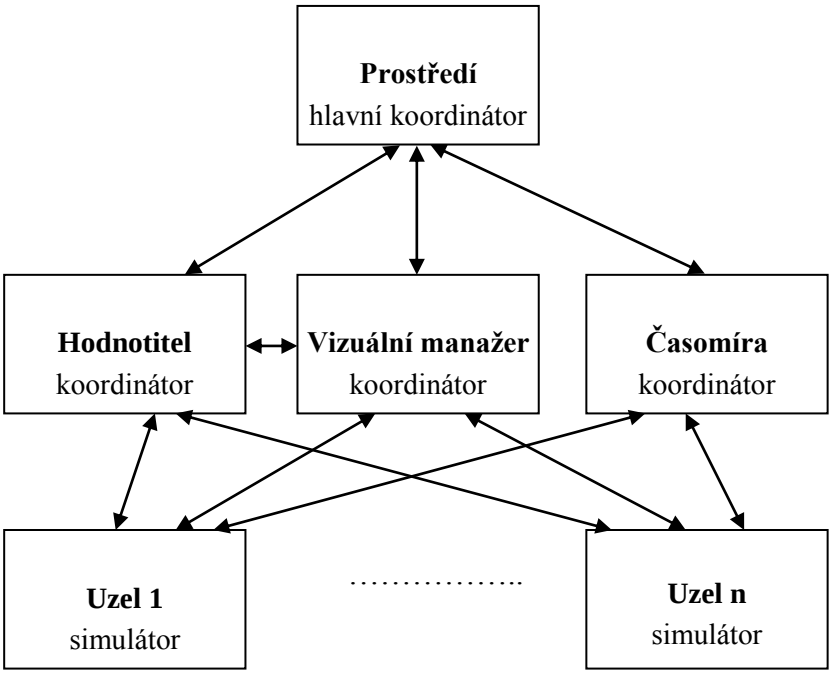
Výběr uzlu, s kterým bude kooperovat a vytvářet relace, je také částečně ovlivněn tržními pravidly. Mezi strategická rozhodnutí patří určení kapacit, ceny produktu, úrovně outsourcingu atd.

Koevoluce popisuje změny stavů a vytváření kvazi rovnováhy v systému. Výsledky implementace strategií uzlů ve specifickém prostředí generují koevoluční síťové struktury. Koevoluce je výsledek interakce prostředí, ve kterém existuje dodavatelská síť, a vnitřních mechanismů, používaných uzly v síti. Koevoluční proces vyústí v rozdílný růst jednotlivých firem vzhledem k hodnotám zabudovaných kondičních funkcí.

4 Architektura simulačního modelu

Pro pochopení růstu a vývoje dynamiky je potřeba sledovat časově závislé chování modelu. Simulace je často používaná metodologie pro analýzu časově se měnících vlastností systému. Pro vytvoření simulátoru je možno použít tzv. multi-paradigmatickou architekturu (Obr.3). V multi-paradigmatické architektuře některé komponenty modelu vyhovují paradigmatu modelování diskrétního času, např. Prostředí, zatímco jiné vyhovují paradigmatu modelování diskrétních událostí, např. individuální chování uzlů. Prostředí a Hodnotitel, který funguje jako regulátor Prostředí, jsou sdružené modely, které mají interakce s uzly v systému.

Obr. 3: Architektura simulačního modelu



Zdroj: autor

Agent Prostředí funguje jako hlavní koordinátor, který spouští a řídí Hodnotitele, Vizuálního manažera a Časomíru. Prostředí běží podle simulovaných hodin. Prostředí je použito v modelu pro definování tržního nastavení a generování vzorů poptávky.

Hodnotitel funguje jako koordinátor všech uzlů a komunikuje s nimi prostřednictvím protokolu, spouští uzly a zasílá jim informace o poptávce a další zprávy. Po průběhu určitého počtu poptávkových cyklů ohodnotí uzly hodnotou kondiční funkce a neúspěšné uzly zanikají. Uzly jsou elementární modely diskrétních událostí, které vlastní a koordinuje evaluátor. Uzly reagují na sedm základních událostí:

- přestávka,
- zpráva,
- prapor,
- poptávka,
- žádost o nabídku,
- čas,
- aktualizace kondice.

5 Simulační algoritmus

Obr. 4 zachycuje posloupnost událostí v cyklu simulačního algoritmu, který vede k vývoji dodavatelské sítě. Simulace začíná inicializací prostředí a nastavením externích parametrů systému jako je start simulačních hodin, vytvoření poptávkové funkce, aktivování částí Hodnotitel a přiřazení hodnot dalších podmínek. Po inicializaci prostředí je generován počáteční počet uzlů sítě.

Prostředí spouští nový poptávkový cyklus a Hodnotitel rozděluje poptávku mezi všechny uzly na základě nastavené tržní struktury. Uzly jsou v interakci na základě vnitřních mechanismů s cílem uspokojovat poptávku v dané periodě. Finální produkce je dodávána přes kooperující uzly koncovým zákazníkům. Po výpočtu zisků a ztrát jednotlivých uzlů jsou přepočteny hodnoty jejich kondičních funkcí. Hodnotitel periodicky kontroluje kondici uzlů v populaci a odebírá ty uzly, jejichž hodnoty klesly pod prahové hodnoty. Nové uzly jsou zavedeny do prostředí v závislosti na poptávce a nabídce. Počet simulovaných poptávkových cyklů je stanoven během procesu inicializace prostředí. Průběh času je dán v dodavatelské síti explicitně tím, že poptávkové cykly probíhají v pravidelných časových intervalech. Individuální chování uzlů a jejich vzájemná interakce jsou dány diskrétními událostmi.

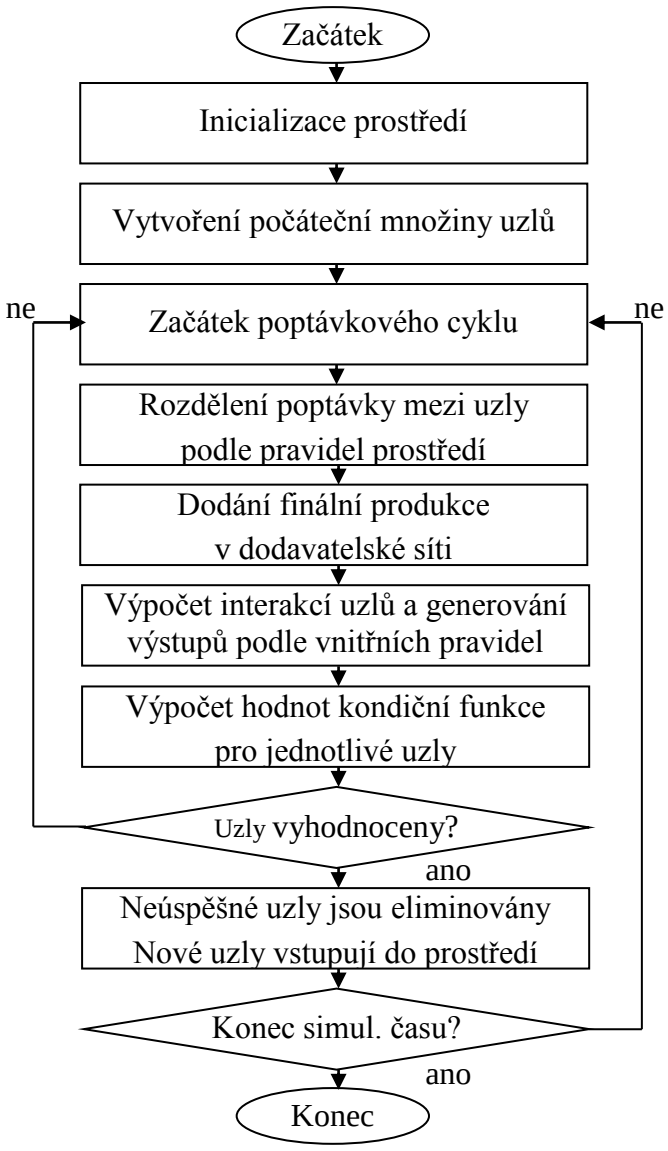
6 Závěr

Navržený simulační model vývoje síťové ekonomiky vychází z rozšíření Utterbackova modelu průmyslového růstu. Článek navrhuje koncepční model, který zachycuje zkoumaný systém jako grafickou síťovou strukturu, umístěnou v prostředí (trhu). Uzly grafické struktury představují firmy a hrany reprezentují relace interakce mezi firmami. Při sledování dynamiky struktury a chování se problém bere jako komplexní adaptivní systém. Stav firem je popsán hodnotou kondiční funkce, která je porovnávána s minimální úrovní požadovanou pro přežití. Z koncepčního modelu vychází architektura simulačního modelu, která obsahuje 4 koordinátory: Prostředí, Hodnotitel, Vizuální manažer a Časomíra, z nichž Prostředí je hlavní a spouští zbývající. Je navržen simulační algoritmus, který popisuje vývoj dodavatelské sítě.

Navržený simulační model a algoritmus jsou velmi flexibilní a umožňují modifikace a zobecnění při analyzování konkrétního systému. Tento nástroj se zdá vhodný pro modelování vývoje síťové ekonomiky.

Příspěvek byl zpracovaný v rámci řešení a za podpory grantu č. P402/12/G097 (DYME – *Dynamic Models in Economics*) Grantové agentury České republiky a grantu č. IGA F4/57/2017, Fakulty informatiky a statistiky, VŠE, Praha.

Obr. 4: Schéma simulačního algoritmu vývoje sítě



Zdroj: autor

Literatura

1. Fiala, P. (2016). Dynamické vytváření cen a alokace zdrojů v sítích. Praha: Professional Publishing.
2. Pathak, S., Dilts, D. (2004). CAS-SIM: Complex Adaptive Supply Network Simulator: A Scenario Analysis Tool For Analyzing Supply Networks. *Proceedings of the Production and Operations Management Society Conference*. Cancun.
3. Pathak, S., Dilts, D., & Biswas, G. (2003). A multi-paradigm simulator for simulating complex adaptive supply chain networks. *Proceedings of the 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics (IEEE Cat. No.03EX693)*. New Orleans. doi:10.1109/wsc.2003.1261499
4. Utterback, J. M. (2008). Mastering the dynamics of innovation. Boston, MA: Harvard Business School Press.
5. Utterback, J. M., & Suarez, F. F. (1993). Innovation, competition, and industry structure. *Research Policy*,*22*(1), 1-21. doi:10.1016/0048-7333(93)90030-l

Prístupy prerozdelenia výhier v kooperatívnej hre

Redistribution approaches of Cooperative Game

Dana Figurová[1]

Abstrakt

Teória kooperatívnych hier skúma pozitívne účinky vytvorenia koalície založenej na záväzných dohodách. Vo všeobecnosti rozlišujeme kooperatívne hry s prenosnými a neprenosnými výhrami. Pre hry s neprenosnými výhrami je charakteristické to, že zisky z výhier sú viazané na jednotlivých výhercov a ich úžitok nemožno prenášať na ostatných spoluhráčov. V kooperatívnej hre s prenosnými výhrami môže formálny víťaz zisky z výhier prerozdeliť všetkým členom koalície. Tento príspevok je zameraný na prezentovanie rôznych prístupov prerozdelenia výhry, ktorá plynie zo vzájomnej spolupráce členov koalície. Dôležitým faktorom podmieňujúcim kooperatívne správanie je to, že jeho realizovaním účastníci zvyšujú dosahované zisky alebo aspoň pravdepodobnosť ich dosiahnutia voči iným – nekooperatívnym stratégiám. Vychádzame z teórie vyjednávania, ktorá vo všeobecnosti rozlišuje nasledujúce spôsoby rozdelenia výhry – rovnostárske riešenie, utilitárne riešenie, Nashovo riešenie a Kalai – Smorodinského riešenie.

Kľúčové slová

kooperatívna hra, teória hier, rozdelenie výhry v teórii hier

Abstract

The Cooperative Game Theory explores the positive effects of creating a coalition based on binding agreements. In general, we distinguish cooperative games with transferable and non-transferable winnings. For cooperative games with non-transferable winnings it is characteristic that prize winnings are tied to individual winners and their use cannot be transferred to other teammates. In a cooperative game with transferable winnings, winners can earn winnings from all members of the coalition. This contribution is aimed at presenting different redistribution approaches result from mutual cooperation among members of the coalition. An important factor determining the cooperative behaviour is that by its realization the participants increase the achieved profits or at least the probability of their achievement against other - non-cooperative strategies. It is based on negotiation theory, which generally distinguishes the following ways of redistribution – egalitarian, utilitarian, Nash and Kalai – Smorodinski solution.

Key words

cooperative game, game theory, redistribution in game theory

JEL classification

C70 ,C71

[1] Ing. Dana Figurová, Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, danafigurova@gmail.com

1 Úvod

Teória hier je vedný odbor, ktorý sa zaoberá riešením prevažne konfliktných rozhodovacích situácií zahŕňajúcich viac než jeden subjekt (jednotlivci, firmy, štáty, politické strany a pod.), pričom predpoklady a pravidlá konfliktu (hry) sú presné definované. Jednotlivé subjekty nazývame tiež hráčmi.

Kooperatívna teória hier (Cooperative Game Theory, CGT) je využívaná na modelovanie spolupráce medzi hráčmi. Väčšina aplikácií CGT v oblasti teórie hier sa týka plánovania, úspor a vyjednávania (Barron, 2013). Kooperatívne hry sú definované ako *„Teória, ktorá sa zaoberá predovšetkým koalíciou hráčov, ktorý skoordinujú svoje činnosti na to, aby dosiahli ďalšie výhody"* (Branzei et al., 2008). Viacerí autori dokázali (Lozano, 2013, Zibaei et al.,2016), že práve vzájomnou spoluprácou medzi dodávateľmi v úlohe rozvozu dochádza k značnému ušetreniu prepravných nákladov.

Základnou dilemou kooperatívnej hry *n* hráčov je pre každého hráča voľba vhodnej spolupráce. V koalíciách môžu hráči získať väčšie výhody, než by získali samostatným postupom. Tieto výhody by mali nasledovne hráči medzi sebou spravodlivo rozdeliť. Z hľadiska rozdelenia výher možno rozlišovať medzi zaručenými a spoločnými výhrami (Demúth, 2013). Zaručené výhry sú také, ku ktorým hráč dospel na základe vlastného rozhodnutia bez ohľadu na správanie druhého hráča, pričom spoločné výhry vznikajú v dôsledku vzájomnej spolupráce medzi hráčmi. V tomto príspevku sa budeme zaoberať rozdelením výhry medzi hráčov vo vnútri jednotlivých koalícií. Pri rozdeľovaní výhier medzi jednotlivých hráčov budeme vychádzať z teórie vyjednávania, pričom predpokladáme prenositeľnosť výhry. Jednou z možností je v prípade kooperatívnej hry využitie Shapleyho hodnoty, ktorá vychádza z apriórneho ocenenia pozície a sily každého hráča z hľadiska možnosti koaličnej spolupráce (Chobot a kol.,1991). V tomto príspevku sa zameriame na nasledujúce spôsoby rozdelenia výhry – rovnostárske riešenie, utilitárne riešenie, Nashovo riešenie a Kalai – Smorodinského riešenie.

2 Rozdelenie výhier v kooperatívnej hre

Predpokladajme, že hráči môžu uzatvárať záväzné dohody o voľbe stratégií (napr. v dopravnej úlohe môžu byť hráčmi majitelia jednotlivých skladov, ktorí môžu na základe vzájomného využívania vozidiel v rámci koalície značne ušetriť prepravné náklady) a o prípadnom prerozdelení spoločne získanej výhry. Takúto hru nazývame kooperatívnou hrou *n* hráčov s prenosnými platbami (*n* vyjadruje počet hráčov). Nech $P = \{1,2,\ldots n\}$ je množinou všetkých hráčov. Koalíciou S nazveme ľubovoľnú podmnožinu množiny P, $S \subseteq P$. V súvislosti s analýzou kooperatívnej hry nás zaujíma odpoveď na nasledujúce otázky (Chobot a kol.,1991):

- Kedy má zmysel uzatvárať dohodu?
- Ako si hráči rozdelia spoločne získanú výhru?

Vo všeobecnosti je zrejme účelné uzatvoriť dohodu vtedy, ak hráči vzájomnou spoluprácou získajú viac ako samostatným postupom. Jadro kooperatívnej hry potom tvorí množina prijateľných rozdelení, pričom každé rozdelenie má nasledujúce vlastnosti (Chobot a kol.,1991):

- Hráči si rozdelia celú spoločnú výhru
- Každý z hráčov požaduje aspoň toľko, koľko by si zabezpečil samostatným postupom bez spolupráce s druhým hráčom.

V nasledujúcom texte si predstavíme rôzne spôsoby prerozdelenia výhry.

3 Prístupy prerozdelenia výhry

Ideme sa zameriavať na spôsoby, ako by sme mohli rozdeliť výhru medzi jednotlivých členov koalície. Vychádzame z teórie vyjednávania, pričom využívame nasledovné spôsoby rozdelenia výhry – utilitárne riešenie, rovnostárske riešenie, Nashovo riešenie a Kalai – Smorodinského riešenie (Mas-collel, et al.,1995, aplikované napr. v Tichá, 2016). Predpokladajme, že každý z hráčov P má zaručený úžitok $u_P^* = u_P(\{P\})$, t.j. úžitok v prípade, že sa nachádza v jednočlennej koalícii. V niektorých prípadoch na tomto zaručenom úžitku nezáleží (utilitárne a Nashovo riešenie), pričom v ostatných sa vyskytuje v účelovej funkcii (rovnostárske a Kalai – Smorodiniského riešenie).

Uvažujme teraz dvoch hráčov (dodávateľov) α a β s charakteristickou funkciou s hodnotami

$$v(\{\alpha\}), v(\{\beta\}), v(\{\alpha, \beta\}).$$

Z daných hodnôt môžeme určiť zaručený úžitok hráčov, t.j. ich úžitok v prípade, že sa nachádzajú v jednočlennej koalícií

$$u_\alpha(\{\alpha\}) = v(\{\alpha\})$$
$$u_\beta(\{\beta\}) = v(\{\beta\}).$$

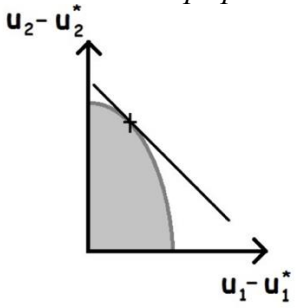
Najprv je potrebné rozdeliť výhru koalície vo všetkých kritériách medzi hráčov tak, aby rozdelenie výhry bolo nezáporné, celá výhra bola rozdelená a oba hráči si polepšili oproti jednočlennej koalícií. Koalícia je teda pre hráča výhodná a vznikne vtedy, keď existuje riešenie spĺňajúce nasledujúce podmienky.

- nezápornosť rozdelenia koalície $S(\{\alpha, \beta\})$,
$$x_\alpha \geq 0$$
$$x_\beta \geq 0$$
- výhra koalície je rozdelená
$$x_\alpha + x_\beta = v(\{\alpha, \beta\})$$
- hráč α, resp. β má z koalície úžitok väčší aspoň o ε, oproti jednočlennej koalícii.
$$u_\alpha(\{\alpha, \beta\}) \geq u_\alpha(\{\alpha\}) + \varepsilon$$
$$u_\beta(\{\alpha, \beta\}) \geq u_\beta(\{\beta\}) + \varepsilon.$$

4 Utilitárne riešenie rozdelenia výhry

Pokiaľ uvažujeme utilitárne riešenie prijímame predpoklad o rozdelení koalície výhry $v(S)$ medzi jednotlivých hráčov koalície S: hráči si výhru rozdelia tak, že budú maximalizovať celkový úžitok koalície (súčet úžitkov jednotlivých hráčov). Budú teda maximalizovať všeobecný blahobyt bez ohľadu na jednotlivých členov koalície. Pritom prijímame predpoklad, že si každý z hráčov musí polepšiť aspoň o nejakú hodnotu ε oproti menším koalíciám. Grafické zobrazenie rozdelenia výhry v dvojčlennej koalícií môžeme vidieť na nasledujúcom obrázku č 1.

Obr. 1: Utilitárne riešenie v prípade dvojčlennej koalície



Zdroj: vlastné spracovanie

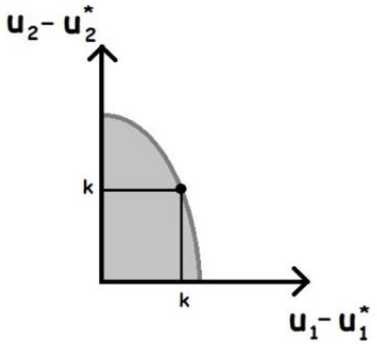
Nech $f(u(S) - u^*)$ je funkcia vektoru úžitkov hráčov, kde $u^* = (u^*_1, \dots, u^*_P)^T$ je vektor zaručených úžitkov hráčov, pričom túto funkciu chceme maximalizovať. V prípade utilitárneho riešenia si hráči rozdelia výhru tak, aby maximalizovali súčet jednotlivých úžitkov hráčov v koalícií. t.z. maximalizujeme:

$$f(u(S) - u^*) = (u_\alpha(\{\alpha, \beta\}) - u_\alpha(\{\alpha\})) + u_\alpha(\{\alpha, \beta\}) - u_\beta(\{\beta\})).$$

5 Rovnostárske riešenie rozdelenia výhry

Predpokladajme, že hráči si rozdelia výhru $v(S)$ tak, že si každý z hráčov koalície polepší o rovnakú hodnotu úžitku oproti tomu prípadu, v ktorom by z koalície vystúpil a bol sám. Rovnostárske riešenie maximalizuje Rawlsovu funkciu blahobytu – minimum z úžitkov jednotlivých hráčov znížený o ich zaručený úžitok (Kalai, 1977). Grafické znázornenie rozdelenia výhry dvoch hráčov môžeme vidieť na obrázku č. 2. Riešenie sa v tomto prípade nachádza na hranici množiny v bode, kde platí $u_1 - u^*_1 = u_2 - u^*_2$.

Obr. 2: Rovnostárske riešenie v prípade dvojčlennej koalície



Zdroj: vlastné spracovanie

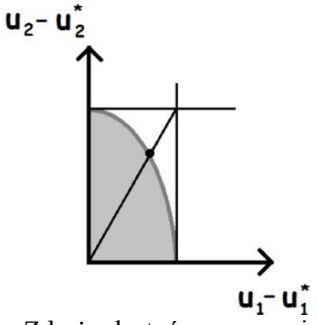
V prípade rovnostárskeho riešenia si teda hráči rozdelia výhru tak, že maximalizujú minimum z úžitku jednotlivých hráčov zmenšeného o ich zaručený úžitok, t.j. budeme maximalizovať

$$f(u(S) - u^*) = \min(u_\alpha(\{\alpha, \beta\}) - u_\alpha(\{\alpha\})) + u_\alpha(\{\alpha, \beta\}) - u_\beta(\{\beta\})).$$

6 Kalai-Smorodinského riešenie rozdelenia výhry

Kalai-Smorodinského riešenie (Kalai a Smorodinsky, 1975) maximalizuje súčet úžitkov zmenšených o zaručený úžitok za predpokladu, že hráči si extra úžitok získaný spoluprácou naviac rozdelia v rovnakom pomere, ako keby mal každý celú výhru len pre seba. Predpokladajme, že celá výhra získaná naviac pri spolupráci znamená pre jedného hráča úžitok 1, zatiaľ čo keby celú výhru vyhral druhý hráč, mal by naviac úžitok 2. Potom by bola výhra rozdelená tak, aby hráč získal úžitok naviac v pomere 1:2. Grafické zobrazenie rozdelenia výhry dvoch hráčov môžeme vidieť na obrázku č. 3, kde riešením je znázornený bod – zachovaný pomer úžitkov.

Obr. 3: Kalai-Smorodinského riešenie v prípade dvojčlennej koalície

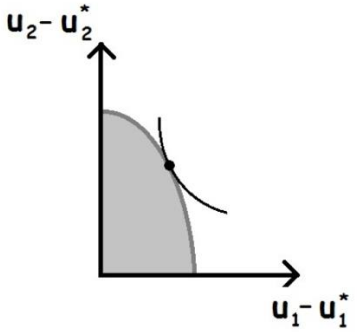


Zdroj: vlastné spracovanie

7 Nashovo riešenie rozdelenia výhry

V prípade Nashovho riešenia rozdelíme výhru $v(S)$ tak, že maximalizujeme súčin úžitkov hráčov. Ide o riešenie, ktorá sa nachádza medzi krajnými riešeniami, ktorými sú utilitárne a rovnostárske riešenie. Grafické znázornenie rozdelenia výhry dvoch hráčov môžeme vidieť na obrázku č. 4 Rovnaké hodnoty súčinu úžitku reprezentujú hyperboly $u_2 - u_2^* = \frac{k}{u_2 - u_2^*}$.

Obr. 4: Nashovo riešenie v prípade dvojčlennej koalície



Zdroj: vlastné spracovanie

Nashovo riešenie je riešením založeným na nasledujúcich axiómach racionality (Nash, 1950):

- riešenie je nezávislé na zaručených úžitkoch, t.j. ak bude mať hráč zaručený úžitok o *k* hodnotu vyšší, potom bude mať úžitok z výhry z rozdelenia podľa Nashovho riešenia tiež o *k* hodnotu vyššie.
- riešenie je Paretovo optimálne, t.j. neexistuje iné riešenie, v ktorom by všetci hráči mali aspoň rovnaký úžitok a aspoň jeden hráč vyšší úžitok.
- riešenie je symetrické, t.j. nezávislé na poradí hráčov (ak si dva hráči vymenia svoje úžitkové funkcie, prehodia si tým i dané riešenie a výhry ostatných hráčov sa nemenia.
- riešenie je racionálne, t.j. úžitky všetkých hráčov sú nezáporné.
- riešenie je nezávislé na irelevantných alternatívach, t.j. ak pridáme ďalšie možné riešenia, ktoré nie sú Nashovo riešením, tak potom sa Nashovo riešenie nezmení.

Hráči si v tomto prípade výhru rozdelia tak, že maximalizujú súčin úžitku, t.j.:

$$f(u(S) - u^*) = \big(u_\alpha(\{\alpha,\beta\}) - u_\alpha(\{\alpha\})\big)(u_\beta(\{\alpha,\beta\}) - u_\beta(\{\beta\})).$$

Ekvivalentne je možné maximalizovať nasledujúci vzťah:

$$f(u(S) - u^*) = log\big(u_\alpha(\{\alpha,\beta\}) - u_\alpha(\{\alpha\})\big) + \log(u_\beta(\{\alpha,\beta\}) - u_\beta(\{\beta\})).$$

Nashovo riešenie podobne, ako v prípade utilitárneho riešenia pracuje so súčtom úžitkov, resp. s maximalizáciou súčtov logaritmov úžitkov jednotlivých hráčov, čím zvýhodňuje tých hráčov, ktorí v utilitárnom riešení získali menší úžitok a naopak znevýhodňujú tých, ktorí si v utilitárnom riešení polepšili viac.

8 Záver

Základnou dilemou kooperatívnej hry je pre každého hráča voľba vhodnej spolupráce. Kooperatívnym správaním si hráči môžu zabezpečiť väčšie výhody, než by získali samostatným postupom. Tieto výhody, resp. výhry by si mali nasledovne hráči medzi sebou spravodlivo rozdeliť. V tomto príspevku sme sa venovali predstaveniu rôznych prístupov rozdelenia výhry medzi jednotlivých členov koalície v prípade kooperatívnej hry, pričom boli prezentované nasledujúce spôsoby rozdelenia výhry – rovnostárske riešenie, utilitárne riešenie, Nashovo riešenie a Kalai – Smorodinského riešenie. Pri utilitárnom riešení hráči maximalizujú celkový úžitok, t.z. súčet jednotlivých úžitkov hráčov, naopak pri rovnostárskom riešení hráči maximalizujú minimum z úžitkov jednotlivých hráčov, Nashovo riešenie maximalizuje súčin úžitkov, resp. súčet logaritmov a Kalai-Smorodinsky riešenie maximalizuje úžitok v určitom pomere, ktorý je daný tým, že celú výhru získa iba jeden hráč.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 *Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov Slovenska*

Literatúra

1. Barron, E. N., & B. (2013). *Game Theory: An Introduction, 2nd Edition*. John Wiley & Sons.
2. Branzei, R., Dimitrov, D., & Tijs, S. (2008). *Models in cooperative game theory*. New York: Springer Science & Business Media. ISBN: 978-3-540-77953-7.
3. Démuth, A. (2013). *Teória hier a problém rozhodovania*. Trnava: Filozofická fakulta Trnavskej university v Trnave. ISBN: 978-80-8082-580-5.
4. Kalai, E. (1977). Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons. *Econometrica*,*45*(7), 1623. doi:10.2307/1913954.
5. Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Díaz, B., & Algaba, E. (2013). *Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation.* Spain: European Journal of Operational Research, 229(2), 444-452. doi: 10.1016/j.ejor.2013.02.034.
6. Mas-collel, A., Whinston, M. D. & Green, J. F. (1995). *Microeconomic Theory*. New Yorl: Oxford University Press.
7. Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*,*36*(1), 48-49. doi:10.1073/pnas.36.1.48.
8. Tichá, M. (2016). Multicriteria Coalitional Games and Bargaining Theory, conference Qantitative Methods in Economic, 25th May – 27th May 2016, in Vrátna, Slovakia.
9. Zibaei, S., Hafezalkotob, A., & Ghashami, S. S. (2016). Cooperative vehicle routing problem: An opportunity for cost saving. *Journal of Industrial Engineering International*,*12*(3), 271-286. doi:10.1007/s40092-016-0142-1.

Applied Informatics Econometrics Statistics Accounting

R&D Spatial Spillovers across the EU regions: Quantification and sensitivity analysis based on the spatial econometric approach

Andrea Furková[1]

Abstract
This paper explores spatial spillovers of R&D (research and development) indicators among 245 NUTS (Nomenclature of Units for Territorial Statistics) 2 EU (European Union) regions for the 2003–2014 period. Based on the spatial extension of the conditional *beta*–convergence model, income convergence among the EU regions has been confirmed. We have also found out that examined R&D (research and development) indicators (patents applications and human resources in science and technology) play an important role in regional economic performance of the EU regions. Calculated direct, indirect and total impacts and their spatial partitioning indicated that there is not only the link between R&D indicators and economic growth within the region but in addition, the innovation and knowledge spill over to neighbouring regions and influence the economic performance of these regions.

Key words
Beta–convergence model, R&D indicators, SAR model, Spatial spillovers impacts

JEL classification
C5, O47

1 Introduction

Theoretical and empirical research related to the impact of innovation on regional economic performance in Europe has fundamentally followed three approaches: a) the analysis of the link between investment in R&D, patents, and economic growth; b) the study of the existence and efficiency of regional innovation systems; and c) the examination of geographical diffusion of regional knowledge spillovers (Rodríguez-Pose & Crescenzi, 2006). However, these particular approaches are rarely combined. Ignoring the role of the location on the process of regional growth can caused biased results and lead to misleading conclusions. In studies dealing with economic growth performance, studies e.g. Rey & Montouri (1999), Baumont et al. (2001), Arbia (2006) or Meliciani & Peracchi (2009), the location factor has been already considered. The connection between R&D indicators and growth has also appeared in some papers, e.g. Fernández et al. (2012), van Stel & Nieuwenhuijsen (2002) or Forni & Paba (2001). However, the papers dealing with innovation and knowledge spillovers and using spatial econometric techniques at the same time are very rarely.
The goal of the papier is verify hypothesis that the spatial spillovers of R&D indicators among regions do matter, i.e. there is a link not only between R&D indicators and economic growth within the region but that innovation and knowledge spill over to neighbouring regions and influence the economic performance of these neighbouring regions. The sensitivity of the results – spatial spillovers impacts will be checked by using two different spatial weight matrices. Spatial *beta*–convergence model will be the basis for our empirical analysis of 245 NUTS 2 EU regions during the 2003–2014 period.

[1] doc. Ing. Andrea Furková, PhD., University of Economics in Bratislava, Faculty of Economic Informatics, Department of Operations research and Econometrics, Dolnozemská 1/b, 852 35 Bratislava, Slovak Republic, Email: andrea.furkova@euba.sk

The rest of the paper is structured as follows: section 2 provides brief theoretical backgrounds of the paper. Data and empirical models are presented and interpreted in section 3. The paper closes with concluding remarks in section 4.

2 Brief methodological backgrounds

The main tool to deal with our hypothesis will be a multi–region conditional *beta*–convergence model in which regional innovation and knowledge and also inter–regional R&D spillovers determine the growth of regions. Because methodological framework related to absolute and conditional *beta*-convergence can be found in many theoretical and empirical publications (see e.g. Barro & Sala-i-Martin, 1990; Mankiw et al. 1992; Paas, et al., 2007), we will not deal with these theoretical issues. Misspecification problems of traditional *beta*–convergence model can arise if spatial dependence is not properly modelled and usually spatial component/s (spatial lag of dependent variable and/or spatial lags of exploratory variables) is usually explicitly incorporated into the *beta*–convergence regression in order to avoid spatial autocorrelation problems. In general, spatial autocorrelation can be characterized as the correlation of a variable with itself through space, i.e. the data from one region may influence the data from some other regions through spatial spillover effects. Spatial structure of the regions is captured by spatial weight matrix **W** of dimension ($N \times N$), where *N* is the number of observations (regions) in the data set. The issues related to the spatial weight matrices can be found in e.g. Anselin & Rey (2014) or Chocholatá (2017). Our particular conditional *beta*–convergence models, non–spatial and spatial versions will be formulated directly in empirical part of the paper.

Next, let have a closer look at the most important spatial aspects of the empirical analysis. We will start from a generalized version of spatial econometric model which is called General Nesting Spatial (GNS) model. This model includes all types of spatial interaction effects. The GNS model for cross–sectional data in matrix form can be written as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda\mathbf{W}\mathbf{u} + \mathbf{v}, \qquad \mathbf{v} \sim N\left(\mathbf{0}, \sigma_v^2\mathbf{I}_N\right) \end{aligned} \tag{1}$$

where **y** represents $N \times 1$ vector of the observed dependent variable for all *N* observations , **X** denotes a $N \times k$ matrix of exogenous explanatory variables (*k* denotes the number of explanatory variables), $\boldsymbol{\beta}$ is $k \times 1$ vector of unknown parameters to be estimated, $\mathbf{v} \sim N\left(\mathbf{0}, \sigma_v^2\mathbf{I}_N\right)$ is $N \times 1$ vector of random errors, σ_v^2 is random error variance, $\mathbf{I}_N$ is *N* dimensional unit matrix, $\mathbf{W}$ is *N* dimensional spatial weighting matrix and $k \times 1$ vector $\boldsymbol{\gamma}$, parameters ρ and λ represent spatial autoregressive parameters. Estimation of spatial autoregressive models requires special estimation methods. For the review of models and estimation methods see e.g. Anselin & Rey (2014).

By reason of correct calculation of the dependent variable response to changes in exploratory variables, it is not enough to interpret the parameter estimates as the measures of these responses. For non-spatial regressions, the parameter estimates lead directly to measures of the response of dependent variable to variation in the levels of explanatory variables and there are no spatial spillover impacts, so changes in explanatory variables of other regions do not influence region itself. In the case of spatial models, spatial spillover impacts are allowed. We consider these impacts for the model (2), using the $N \times N$ matrix defined in (3):

$$\mathbf{y} = \sum_{r=1}^{k} \mathbf{S}_r(\mathbf{W})\mathbf{x}_r + (\mathbf{I}_N - \rho\mathbf{W})^{-1}\mathbf{l}_N\alpha + (\mathbf{I}_N - \rho\mathbf{W})^{-1}\mathbf{u} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_r(\mathbf{W}) = (\mathbf{I}_N - \rho\mathbf{W})^{-1}(\mathbf{I}_N\beta_r) \quad (3)$$

where *r* denotes the *r*th explanatory variable, $\mathbf{l}_N$ represents $N \times 1$ vector of ones associated with the constant term α. Formulations in (2) and (3) correspond to SAR[2] (Spatial Autoregressive) model. According to this model, the expected value of the dependent variable in the *i*th location is no longer influenced only by exogenous location characteristics, but also by the exogenous characteristics of all other locations through a spatial multiplier $(\mathbf{I}_N - \rho\mathbf{W})^{-1} = \mathbf{I}_N + \rho\mathbf{W} + \rho^2\mathbf{W}^2 + \rho^3\mathbf{W}^3 + \ldots$ and the elements of the matrix $\mathbf{S}_r(\mathbf{W})$ quantify the direct and indirect impacts (for more details see LeSage & Pace, 2009).

3 Data and empirical models

We implement *beta*–convergence econometric models using 245[3] NUTS 2 EU regions covering 2003 – 2014 period[4] (regional Eurostat statistics database). In order to verify our research hypothesis (see introduction of the paper), spatial extension of conditional *beta*-convergence model was used. Following *beta*–convergence concept, per capita *GDP* growth rate from 2003 to 2014 (defined at current market prices in Euro) was used as a dependent variable and the initial per capita *GDP* (defined at current market prices in Euro) in 2003 was opted as an explanatory variable. In addition, our empirical models contain R&D input and output indicators in order to substitute regional innovation and knowledge. According to the Knowledge Production Function concept (see e.g. Pakes & Griliches, 1980, Moreno et al., 2005), patents applications, R&D expenditure and human resources were chosen as proxy for R&D indicators. In our models, *PAT* variable represents patents applications in 2011 (per million of inhabitants), *RDE* represents total intramural R&D expenditure in 2011 (% of GDP) and *HRST* represents human resources (persons with tertiary education) in science and technology in 2011 (% of active population).

The NUTS 2 EU regions involved in our empirical analysis are depicted in the form of box[5] map (see Figure 1). There are obvious up to 36 outliers in the fourth quartile and just only one outlier in the first quartile. The regions of post-socialist countries, especially regions of Poland, Slovakia, Romania, Bulgaria or Baltic countries record stronger *GDP* growth rate. Based on the closer look at the box map it is evident that upper outliers are not localized irregularly but these regions are clustered. Very similar, statistically significant clusters we identified based on the short preliminary spatial analysis[6] (local version of Getis–Ord statistics). In addition, the value of global Moran's *I* statistic (0.8380) confirmed the existence of a strong positive spatial autocorrelation process. Consequently, significant spatial pattern *GDP* growth rate should be taken into account in next econometric analysis.

[2] We present only SAR model because this model is applied in an empirical part of the paper.

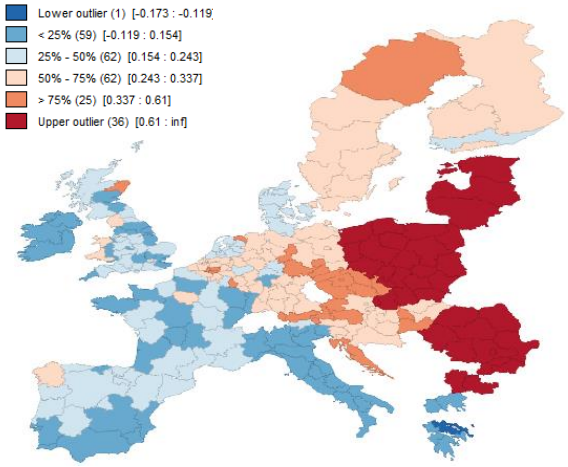
[3] The reduction of the data set was done due to missing data and isolated observations (island regions).

[4] The selection of the time period was influenced by significant lack of the regional science and technology data for all regions in the NUTS 2 structure.

[5] The Box Map is an extended version of the Quartile Map, in which observations with extreme values (outliers) in the first and fourth quartile are displayed separately.

[6] With regard to the scope and the goal of the paper the analysis is not presented in the paper.

Figure 1: Box map (four categories) for the GDP growth rate per capita in 2014 – in %, initial level 2003



Source: author's illustration

In accordance with the estimation strategy "from general to specific", we started with the OLS estimation of the following conditional *beta*–convergence model:

$$\ln\left(\frac{GDP_{i,2014}}{GDP_{i,2003}}\right)=\alpha+\beta\ln\left(GDP_{i,2003}\right)+\gamma_1\sum_j\ln PAT_i+\gamma_2\sum_j\ln RDE_i+ \\ +\gamma_3\sum_j\ln HRST_i+u_i \qquad u_i\sim i.i.d\left(0,\sigma_u^2\right) \tag{4}$$

where α, β, γ_1, γ_2 and γ_3 are unknown parameters to be estimated and u_i is a random disturbance term. The model (4) does not take into account any spatial aspects, thus the OLS method can be applied. The OLS estimation results (OSL model) are presented in Table 1. Following spatial diagnostic tests (Moran´s *I* applied on the OLS residuals, the *LM* tests – see lower part of the Table 1) we proceed with the estimation of the SAR specifications of conditional *beta*–convergence model in the following form:

$$\ln\left(\frac{GDP_{i,2014}}{GDP_{i,2003}}\right)=\alpha+\beta\ln\left(GDP_{i,2003}\right)+\gamma_1\sum_j\ln PAT_i+\gamma_2\sum_j\ln RDE_i+ \\ +\gamma_3\sum_j\ln HRST_i+\rho\sum_j w_{ij}\left(\ln\left(\frac{GDP_{i,2014}}{GDP_{i,2003}}\right)\right)+u_i \qquad u_i\sim i.i.d\left(0,\sigma_u^2\right) \tag{5}$$

where ρ is the scalar spatial autoregressive parameter, w_{ij} are the elements of matrix **W** describing the structure and intensity of spatial effects and all other terms were previously defined. SAR model estimations were performed by SML (Spatial Maximum Likelihood) estimator. In order to examine the sensitivity of the results to change the weight matrix **W**, we decided to perform two estimation of SAR model. We have chosen two different approaches to constructing of matrix **W**, the first one is based on the queen case contiguity concept (matrix $\mathbf{W_{Q1}}$) and the second one follows *k* – nearest neighbours approach (we set $k=8$ what ensured

that each region has just eight neighbours opted 8 nearest neighbours – matrix $\mathbf{W_{K8}}$). Both SAR estimation results are presented in Table 1.

Table 1: Estimation results – OLS model and SAR models

	OLS model	SAR model - $\mathbf{W_{Q1}}$	SAR model – $\mathbf{W_{K8}}$
Estimation	OLS	SML	SML
α	2.9268***	1.1806 ***	1.7410***
$\beta(GDP_{2003})$	-0.4327***	-0.2075***	-0.2975***
γ_1 (ln*PAT*)	0.0491***	0.0193**	0.0363***
γ_2 (ln*RDE*)	0.0121	0.0074	0.0040
γ_3 (ln*HRST*)	0.3801***	0.2446***	0.3219***
ρ	–	0.5647***	0.4210***
R–squared	0.7391	–	–
pseudo R–squared	–	0.8408	0.7858
pseudo R–squared (S)	–	0.7637	0.7510
Log likelihood	–	200.543	174.328
Convergence characteristics			
Speed of Convergence	0.0515 (5.15 %)	0.0211 (2.11 %)	0.0321 (3.21 %)
Half-life	13.4505	32.7852	21.5928
Tests			
Moran's *I* (residuals)	8.004***	–	–
LM (lag)	87.609***	–	–
Robust *LM* (lag)	30.043***	–	–
LM (error)	57.575***	–	–
Robust *LM* (error)	0.009	–	–

Notes:
Symbols ***, **, * in all tables of the paper indicate the rejection of H_0 hypotheses at 1%, 5 % and 10 % level of significance, respectively.
pseudo R–squared (S) – spatial pseudo R–squared, LR – Likelihood Ratio, LM – Lagrange Multiplier.
Source: author's calculations in R

Since the presence of spatial dependencies of the regional convergence process was confirmed, the OLS estimation results can be misleading and we will not pay them attention anymore. As for both SAR estimations (based on $\mathbf{W_{Q1}}$ and $\mathbf{W_{K8}}$), apart from the estimation of γ_2 (associated with *RDE* variable), SML estimations produced statistically significant estimates of all parameters with expected signs. The estimation of the spatial autoregressive parameter ρ is statistically significant as well, and it confirms the adequacy of spatial lag (of dependent variable) explicit incorporation into the model.

As we have already mentioned, by reason of correct calculation of the economic growth response to changes in own and other R&D inputs, it is not enough to interpret the parameter estimates as the measures of these responses. In model (5), spatial spillover impacts arising from changing R&D inputs in one region on economic growth in other regions are allowed. In Table 2, we report scalar summary measures of direct, indirect and total impacts for all explanatory viariables. This was done using LeSage & Pace (2009) approach, that allow us to quanfify and check the statistical inference of the individual impacts associated with the changes in the explanatory variables. Surprisingly, except for R&D expenditure (*RDE* variable), direct, indirect and total impacts associated with all remaining explanatory variables are statistically significant nor the change of spatial weight matrix does not affect the results.

Summary of the impacts is given in Table 3. Differences between average direct impacts and parameter estimates indicate that there is certain amount of feedback effects from neighbouring regions which are received by region itself. The percentage shares of direct and indirect impacts on total impact remain almost the same using both weight matrices. We found out that approximately 48 % of total impact is attributed to direct impact and 52 % to indirect impact. These percentage shares are the same for all explanatory variables.

Table 2: Cumulative impacts

Cumulative Impacts						
	W_{Q1}			**W_{K8}**		
	Direct	**Indirect**	**Total**	**Direct**	**Indirect**	**Total**
GDP_{2003}	-0.2311***	-0.2456***	-0.4767***	-0.2641***	-0.2706***	-0.5347***
PAT	0.0215**	0.0228**	0.0443**	0.0305***	0.0312**	0.0617***
RDE	0.0082	0.0087	0.0170	0.0041	0.0042	0.0082
HRST	0.2723***	0.2895***	0.5619***	0.3021***	0.3095***	0.6116***

Source: author's calculations in R

Table 3: Summary of the results

	GDP_{2003}		*PAT*		*RDE*		*HRST*	
	W_{Q1}	**W_{K8}**	**W_{Q1}**	**W_{K8}**	**W_{Q1}**	**W_{K8}**	**W_{Q1}**	**W_{K8}**
Parameter estimate	-0.2075	-0.2975	0.0193	0.0363	0.0074	0.0040	0.2446	0.3219
Average direct impact (*ADI*)	-0.2311	-0.2641	0.0215	0.0305	0.0082	0.0041	0.2723	0.3021
Difference *ADI* and parameter estimate	-0.0236	0.0334	0.0022	-0.0058	0.0008	0.0001	0.0277	-0.0198
AII/ATI	0.52	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	0.52	0.51
ADI/ATI	0.48	0.49	0.49	0.49	0.48	0.50	0.48	0.49

Note: *AII* – Average Indirect Impact, *ATI* – Average Total Impact
Source: author's calculations

As a demonstration of spatial partitioning of impacts, in Table 4 we provide spatial partitioning of the direct, indirect and total impact of *PAT* variable. The calculations of impacts and statistical inferences were based on LeSage & Pace (2009). Spatially partitioned impacts are calculated for neighbourhood degrees 0 through 7 and again, both spatial weights matrices are considered. The fourth neighbourhood degree is the last one which is still statistically significant for all impacts of patent applications. Even higher degrees of neighbourhoods were detected for human resources and *GDP_{2003}* (results not presented in the paper). We have found out that neither cumulative impacts nor spatial partitioning of R&D expenditure were not statistically significant, what means that surprisingly spatial R&D expenditure spillover effects do not matter in the regional convergence process. Different definition of spatial structure of regions did not have significant influence on spatial partitioning of the impacts.

Table 4: Spatial partitioning of direct, indirect and total impacts of PAT

Spatial partitioning of impacts *PAT*						
	W_{Q1}			**W_{K8}**		
W – order	**Direct**	**Indirect**	**Total**	**Direct**	**Indirect**	**Total**
$\mathbf{W}^0$	0.0193**	–	0.0193**	0.0293***	–	0.0293***
$\mathbf{W}^1$	–	0.0109**	0.0109**	–	0.0154***	0.0154***
$\mathbf{W}^2$	0.0006**	0.0055**	0.0061**	0.0008**	0.0073**	0.0081**
$\mathbf{W}^3$	0.0002*	0.0033*	0.0035*	0.0002**	0.0040**	0.0043**
$\mathbf{W}^4$	0.0001*	0.0019*	0.0020*	0.0001*	0.0021*	0.0022*
$\mathbf{W}^5$	0.0000	0.0011	0.0011	0.0000	0.0011	0.0012
$\mathbf{W}^6$	0.0000	0.0006	0.0006	0.0000	0.0006	0.0006
$\mathbf{W}^7$	0.0000	0.0003	0.0004	0.0000	0.0003	0.0003
Σ	0.0202	0.0236	0.0438	0.0305	0.0309	0.0614

Source: author's calculations in R

4 Conclusion

The paper was focused on the verification the hypothesis that the spatial spillovers of R&D indicators among regions do matter and there is an influence of neighbouring regions on economic performance of the region. The results of spatial extension of conditional *beta*–convergence model confirmed income convergence among the EU regions and have suggested that R&D indicators and also their spillovers (patents applications and human resources in science and technology) play an important role in regional economic performance in the EU regions. The sensitivity analysis suggested robustness of the results on the spatial weight matrix change.

Acknowledgements

This work was supported by the Grant Agency of Slovak Republic – VEGA grant No. 1/0248/17 "Analysis of Regional Disparities in the EU based on Spatial Econometric Approaches".

References

1. Anselin, L. (2014). *Modern Spatial Econometrics in Practice: A Guide to GeoDa, GeoDaSpace and Pysal*. Chicago: GeoDa Press.
2. Arbia, G. (2006). *Spatial Econometrics. Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
3. Barro, R., & Sala-I-Martin, X. (1990). Economic Growth and Convergence across The United States. doi:10.3386/w3419.
4. Baumont, C., Ertur, C., & LeGallo, J. (2001). A Spatial Econometric Analysis of Geographic Spillovers and Growth for European Regions, 1980-1995. Retrieved April 15, 2016, from http://leg.u-bourgogne.fr/documents-de-travail/e2001-04.pdf.
5. Chocholatá, M. (2017). Analýza mzdových disparít v okresoch Slovenska v období 2001-2015. AIESA – Building of Society based on Knowledge (17th International Scientific conference). Retrieved July 12, 2018, from https://fhieubask/www_write/files/veda-vyskum/konferencie/aiesa/AIESA_2017/AIESA_2017__cely_zbornikpdf.

6. Fernández, N., Martínez, V., & Sanchez-Robles, B. (2012). R&D And Growth in the Spanish Regions: An Empirical Approximation. *International Journal of Business and Social Science*. *3*(10). 22 - 31.
7. Forni, M., & Paba, S. (2001). Knowledge Spillovers and the Growth of Local Industries. Retrieved July 15, 2016, from http://morgana.unimore.it/forni_mario/spillovers.pdf.
8. LeSage, J., & Pace, K. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC.
9. Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*. 107. 407 – 437.
10. Meliciani, V., & Peracchi, F. (2009). Convergence in Per-Capita GDP across European Regions: A Reappraisal. In: Arbia, G. and Baltagi, B. H. *Spatial Econometrics. Methods and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, pp. 203-222.
11. Moreno, R., Paci, R., & Usai, S. (2005). Spatial spillovers and innovation activity in European regions. *Environment and Planning A. 37*(10). 1793 – 1812.
12. Paas, T. Kuusk, A., Schlitte, F., & Vork, A. (2007). Econometric Analysis of income convergence in selected EU countries and their NUTS 3 level regions. Retrieved May 2, 2015, from http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1078863.
13. Pakes, A., & Griliches, Z. (1980). Patents and R&D at the Firm Level: A First Look. *Economic Letters*. *5*(4). 377 – 381.
14. Rey, S. J., & Montouri, B. D. (1999). US Regional Income Convergence: A Spatial Econometric Perspective. *Regional Studies*. *33*(2). 143-156.
15. Rodríguez-Pose, A., & Crescenzi, R. (2006). R&D, Spillovers, Innovation Systems and the Genesis of Regional Growth in Europe. BEER paper, Bruges. Retrieved July 15, 2016, from http://www.coleurop.be/eco/publications.htm.
16. Van Stel, A., & Nieuwenhuijsen, H. R. (2002). Knowledge Spillovers and Economic Growth an analysis using data of Dutch regions in the period 1987-1995. SCALES-paper. Retrieved July 12, 2016, from http://ondernemerschap.panteia.nl/pdf-ez/n200203.pdf.

MS Excel/LINGO solver for DEA models

Josef Jablonský[1], Petra Zýková[2]

Abstract
The paper presents an original DEA solver that uses MS Excel environment for data management and LINGO modeling system for supported models' entry and their solving using in-build LINGO solvers. LINGO contains a modeling language that allows general notations of models and powerful linear (and non-linear) optimization solvers. Trial downloadable version of LINGO allows solving problems up to 300 variables and constraints. That is why for the users having installed this trial version, the DEA solver is limited by these numbers, i.e. the users can solve problems with the total number of decision making units plus total number of variables (inputs and outputs) not exceeding the limit number of variables (constraints). Nevertheless, the users with a professional version of LINGO can solve problems with thousands of decision making units easily.

Key words
Data envelopment analysis, Efficiency, MS Excel, LINGO

JEL classification
C44

1 Introduction

Data envelopment analysis (DEA) is a tool for evaluation and measuring the relative efficiency of a set of decision making units (DMUs) that consume multiple inputs and produce multiple outputs. Efficiency score that is one of the main information given by DEA models reflects efficiency of transformation of multiple inputs into multiple outputs. Fundamentals of DEA models have been formulated by Charnes et al. (1978) and since 80's of the last century DEA models are one of the main modelling tools for efficiency analysis.

Let us suppose that the set of DMUs contains n elements. The DMUs are evaluated by m inputs and r outputs with input and output values x_{ij}, $i = 1,\ldots, m$, $j = 1,\ldots, n$ and y_{kj}, $k = 1,\ldots, r$, $j = 1,\ldots, n$, respectively. The efficiency of the DMU_q can be expressed as the weighted sum of outputs divided by the weighted sum of inputs with weights reflecting the importance of particular inputs/outputs v_i, $i = 1,\ldots, m$ and u_k, $k = 1,\ldots, r$ as follows:

$$\theta_q = \frac{\sum_{k=1}^{r} u_k y_{kq}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{iq}} \qquad (1)$$

[1] Prof. Ing. Josef Jablonský, CSc., University of Economics, Prague, Faculty of Informatics and Statistics, Department of Econometrics, W. Churchill Sq. 4, 13067 Praha 3, Czech Republic, email: jablon@vse.cz.

[2] Ing. Bc. Petra Zýková, University of Economics, Prague, Faculty of Informatics and Statistics, Department of Econometrics, W. Churchill Sq. 4, 13067 Praha 3, Czech Republic, email: petra.zykova@vse.cz.

CCR DEA model in its multiplier form – see Charnes et al. (1978) - consists in maximization of efficiency score of the DMU_q subject to constraints that efficiency scores of all other DMUs are lower or equal than 1. The linearized output oriented form of this model is as follows:

Minimize

$$\theta_q = \sum_{i=1}^{m} v_i x_{iq}$$

subject to (2)

$$\sum_{k=1}^{r} u_k y_{kq} = 1,$$

$$\sum_{k=1}^{r} u_k y_{kj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0, \quad j = 1,\ldots,n,$$

$$u_k, v_i \ge \varepsilon, \qquad k = 1,\ldots,r, i = 1,\ldots,m,$$

where ε is a non-Archimedean constant that ensures positive weights u_k and v_i.

Model (2) assumes constant returns to scale technology. For non-constant returns to scale technologies this model can be easily modified as proposed in Banker et al. (1984). The development of DEA theory started by the mentioned two pioneering works and from this time, many modifications of basic DEA models have been proposed. More information about a wide variety of DEA models can be found in Zhu (2014) or Jablonský and Dlouhý (2015). Zhu (2014) book contains not only formulation of basic DEA models formulated above but except them discusses how to rank DMUs, how to deal with undesirable outputs, uncontrollable inputs and outputs, etc. Some of them are covered by the application described further in this paper.

The paper is organized as follows. The next section contains discussion about using modelling languages for solving DEA models and how they can be used for building an application that covers the most important models. Section 3 describes shortly the application that is being created by the authors of the paper. Last section concludes the paper and discusses a future research in this field.

2 LINGO as a solver for DEA models

In real applications of DEA models, there are usually tens or few hundreds of DMUs and just several inputs and outputs. Model (2) has (n+1) constraints and (m+r) variables which is a quite small linear optimization problem and it is not difficult to obtain its optimal solution by any optimization solver. The problem with solving of DEA models consists in necessity to solve the model for each unit independently, i.e. the optimization problem must be solved depending on the number of DMUs many times. That is why for applications of DEA models the users need software that allows an efficient repeating of optimization runs.

Jablonský (2014) describes a simple MS Excel based application that uses internal MS Excel solver for running the optimization problems. This application is limited by the capacity of the Excel solver, i.e. it is not possible solving problems with more than 200 DMUs. Moreover, the calculations are not fast especially for a higher number of units. MS Excel DEA application is free and can be downloaded from author's web pages. A more sophisticated MS Excel DEA solver is included in Zhu (2014). Unfortunately, it is not free and has the same limitations as the previous one.

Another possibility how to solve DEA models, except using more or less professional systems that are quite expensive, is take advantages of modeling systems (often denoted as modeling languages). Modelling systems have been designed in order to improve the situation

in preparation of mathematical models of optimization problems, handling their data sets, their effective solving and presentation of results. On the software market there are available quite many systems of this nature from the easiest ones until complex systems that allows building end-user managerial applications. Among the most often known belong:

- GAMS – General Algebraic Modeling System (www.gams.com),
- IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio),
- FICO XPRESS Optimization Suite (http://www.fico.com/en/products/fico-xpress-optimization),
- AIMMS – Advanced Integrated Multidimensional Modeling System (www.aimms.com),
- MPL for Windows (www.maximalsoftware.com),
- AMPL - A Mathematical Programming Language (www.ampl.com),
- MATLAB (www.mathworks.com),
- LINGO (www.lindo.com), and others.

For creating DEA application we have chosen LINGO system because it contains powerful linear solvers and everybody can download its free trial version that allows solving problem up to 300 variables and constraints – its detailed description is in Schrage (1999). Of course, professional versions of different capacities and pricing are available also. Main advantage of this system with respect to our objectives is that LINGO modeling language is quite simple and allows a co-operation with MS Excel very easily. Using this property it is possible to prepare data set in spreadsheets and link this set with a model, solve it, and then present results in the same sheet. The following code written in LINGO modeling language is the procedure that solves model (2) with the data set prepared in datadea.xlsm file.

```
MODEL:
SETS:
   INPUT/@OLE('datadea.xlsm','INP')/: V;
   OUTPUT/@OLE('datadea.xlsm','OUT')/: U;
   DMU/@OLE('datadea.xlsm','DMU')/: ESCORE;
   MATX(INPUT, DMU): X, EV;
   MATY(OUTPUT, DMU): Y, EU;
ENDSETS
DATA:
   X, Y = @OLE('datadea.xlsm');
   EPS = 10E-8;
ENDDATA
   MIN = EFF;
   EFF = @SUM(INPUT(I):V(I)*X(I,Q));
   @SUM(OUTPUT(K):U(K)*Y(K,Q))=1;
   @FOR(DMU(J):@SUM(OUTPUT(K):U(K)*Y(K,J)) <= @SUM(INPUT(I):V(I)*X(I,J)));
   @FOR(INPUT:V>EPS); @FOR(OUTPUT:U>EPS);
CALC:
   @FOR(DMU(P): Q = P;
   @SOLVE();
   ESCORE(P) = EFF;
   @FOR(INPUT(I):  EV(I,P) = V(I));
   @FOR(OUTPUT(K): EU(K,P) = U(K));  );
ENDCALC
DATA:
   @OLE('datadea.xlsm') = ESCORE, EV, EU;
ENDDATA
END
```

The matrix of inputs and outputs must be placed in ranges X and Y respectively. Names of inputs, outputs and DMUs must be written in input ranges INP, OUT, and DMU respectively. For presentation of results the Excel sheet must contain ranges ESCORE (efficiency scores of all units), EV (weights of the inputs), and EU (weights of the outputs). Note that the presented code does not contain any concrete specification of the problem size, i.e. the size of the problem is defined by the user in Excel sheet only and this size is limited by the capacity of the LINGO solver only.

3 DEA Excel/LINGO solver

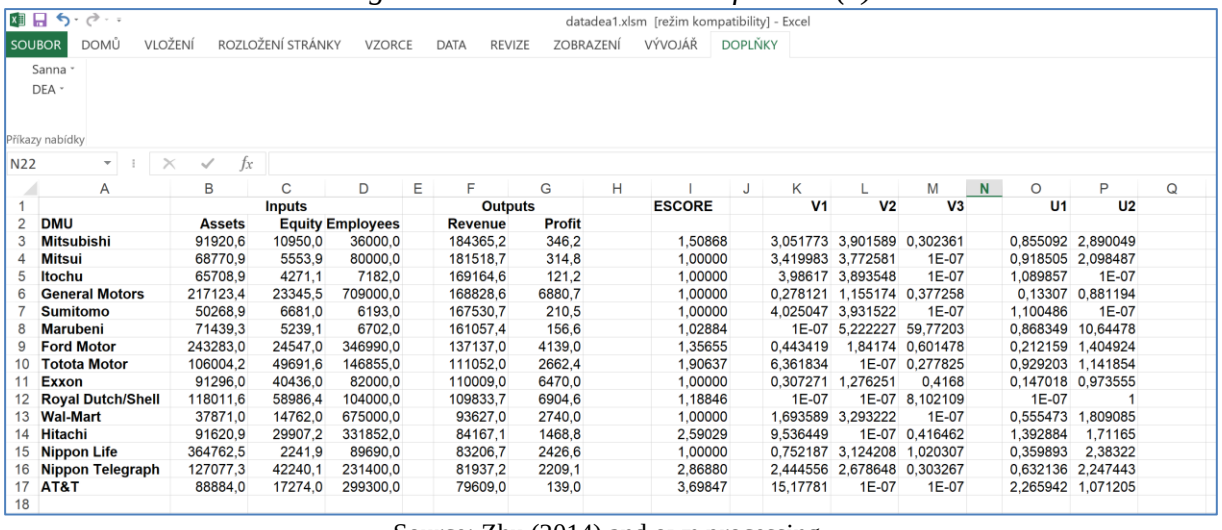
The system for solving DEA models in MS Excel environment we have created contains the following group of DEA models (more information and their detailed description and formulation can be found in presented sources):

- Envelopment models – Zhu (2014).
- Multiplier models – Zhu (2014).
- Slack based measure (SBM) of efficiency models – Tone (2001) model, Zhu (2014) additive model, and Jablonský (2012) model.
- Models with uncontrollable variables (measure-specific DEA models) – Jablonský and Dlouhý (2015).
- Models with undesirable variables – Jablonský and Dlouhý (2015).
- Two-stage serial models – Kao and Hwang (2008) model, Chen (2009) model, Jablonský (2018) goal programming model.
- Models for ranking of DMUs – Andersen and Petersen (1993) super-efficiency model, Tone (2002) super-efficiency SBM model, Jablonský (2012) model.

Where applicable, the users may choose in all cases different assumptions about returns to scales (constant, variable, non-increasing, non-decreasing), and input or output orientation of the model.

The solver is created as MS Excel add-in application. The users can prepare their data set using their own procedures in an Excel sheet and then choose a DEA model they want to apply from the main menu of the application. The results are usually presented in a special sheet for each model, i.e. the data set is in one sheet and the results for each model in particular sheets.

Fig. 1: DEA solver – Results of model (2)



		Inputs			Outputs									
DMU	Assets	Equity	Employees	Revenue	Profit	ESCORE	V1	V2	V3	U1	U2
Mitsubishi	91920,6	10950,0	36000,0	184365,2	346,2	1,50868	3,051773	3,901589	0,302361	0,855092	2,890049
Mitsui	68770,9	5553,9	80000,0	181518,7	314,8	1,00000	3,419983	3,772581	1E-07	0,918505	2,098487
Itochu	65708,9	4271,1	7182,0	169164,6	121,2	1,00000	3,98617	3,893548	1E-07	1,089857	1E-07
General Motors	217123,4	23345,5	709000,0	168828,6	6880,7	1,00000	0,278121	1,155174	0,377258	0,13307	0,881194
Sumitomo	50268,9	6681,0	6193,0	167530,7	210,5	1,00000	4,025047	3,931522	1E-07	1,100486	1E-07
Marubeni	71439,3	5239,1	6702,0	161057,4	156,6	1,02884	1E-07	5,222227	59,77203	0,868349	10,64478
Ford Motor	243283,0	24547,0	346990,0	137137,0	4139,0	1,35655	0,443419	1,84174	0,601478	0,212159	1,404924
Totota Motor	106004,2	49691,6	146855,0	111052,0	2662,4	1,90637	6,361834	1E-07	0,277825	0,929203	1,141854
Exxon	91296,0	40436,0	82000,0	110009,0	6470,0	1,00000	0,307271	1,276251	0,4168	0,147018	0,973555
Royal Dutch/Shell	118011,6	58986,4	104000,0	109833,7	6904,6	1,18846	1E-07	1E-07	8,102109	1E-07	1
Wal-Mart	37871,0	14762,0	675000,0	93627,0	2740,0	1,00000	1,693589	3,293222	1E-07	0,555473	1,809085
Hitachi	91620,9	29907,2	331852,0	84167,1	1468,8	2,59029	9,536449	1E-07	0,416462	1,392884	1,71165
Nippon Life	364762,5	2241,9	89690,0	83206,7	2426,6	1,00000	0,752187	3,124208	1,020307	0,359893	2,38322
Nippon Telegraph	127077,3	42240,1	231400,0	81937,2	2209,1	2,86880	2,444556	2,678648	0,303267	0,632136	2,247443
AT&T	88884,0	17274,0	299300,0	79609,0	139,0	3,69847	15,17781	1E-07	1E-07	2,265942	1,071205

Source: Zhu (2014) and own processing

Figure 1 shows an example with 15 DMUs and 3 input and 2 output variables. The data set is taken from Zhu (2014). For presentation purposes of this paper the results of model (2) are moved to data sheet from their original sheet. The results for multiplier models contain efficiency scores for each DMUs and weights of the inputs and outputs.

4 Conclusions

The main aim of the paper was to introduce an original MS Excel/LINGO DEA solver that covers the most important and most often applied DEA models. The system was created at the Department of Econometrics of the Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics, Prague. The system is free and will be possible its downloading from the author's web pages. In order to use the system the users must install LINGO modelling language which is free downloadable from www.lindo.com web pages after simple registration procedure. This free version allows solving DEA models up to 300 DMUs which is enough for most real DEA problems. Professional version of LINGO allows solving almost unlimited problems. Of course the time for solving problems with thousands of DMUs may be very high. The advantage of the system (besides being free) is that the users can apply various DEA models with one data set and then compare results by their own using MS Excel options. The system is created as an open application, i.e. we suppose that it will be extended by other DEA models (e.g. dynamic efficiency evaluation) in the future.

Acknowledgements

The research is supported by the Internal Grant Agency of the Faculty of Informatics and Statistics, project no. F4/20/2018.

References

1. Andersen, P. and Petersen, N.C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, *39*(10), 1261-1264.
2. Banker, R.D., Charnes, A., and Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
3. Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, *2*(6), 429–444.
4. Chen, Y., Liang, L. and Zhu, J. (2009). Equivalence in two-stage DEA approaches. *European Journal of Operational Research*, *193*(2), 600-604.
5. Jablonský, J. (2012) Multicriteria Approaches for ranking of efficient units in DEA models. *Central European Journal of Operations Research*, *20*(3), 435–449.
6. Jablonský, J. (2014). MS Excel based software support tools for decision problems with multiple criteria. *Procedia Economics and Finance*, *12*, 251–258.
7. Jablonský, J. and Dlouhý, M. (2015). *Modely hodnocení efektivnosti a alokace zdrojů*. Praha, Professional Publishing.
8. Jablonský, J. (2018). Ranking of countries in sporting events using two-stage data envelopment analysis models: a case of Summer Olympic Games 2016, *Central European Journal of Operations Research*, *26*(4), in print
9. Kao, C. and Hwang, S.N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, *185*(1), 418-429.
10. Schrage, L. (1999). *Optimization Modeling with LINGO*. Chicago, Lindo Systems.

11. Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, *130*(3), 498-509.
12. Tone, K. (2002). A slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, *143*(1), 32-41.
13. Zhu, J. (2014). *Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets*. Berlin, Springer.

Analýza faktorov zahraničného obchodu pomocou gravitačného modelu

Analysis of foreign trade factors using the gravity model

Brian König[1]

Abstrakt
Článok sa zaoberá analýzou faktorov ovplyvňujúcich veľkosť zahraničného obchodu 212 krajín sveta v rokoch 2000-2015. Analýza je vykonaná na základe gravitačného modelu, kde závislou premennou je objem exportu, pričom na odhad parametrov modelu bol použitý Poissonov estimátor pseudo-maximálnej vierohodnosti. Z dosiahnutých výsledkov vyplýva, že zo sledovaných faktorov (HDP dovozcu na osobu, počet obyvateľov dovozcu, vzdialenosť medzi hlavnými mestami krajín, existencia spoločnej hranice medzi dvojicou krajín, členstvo v EÚ krajiny vývozu, členstvo v EÚ krajiny dovozu, dovozné clo, ekonomická odľahlosť, existencia obchodnej dohody medzi vývozcom a dovozcom) má najväčší vplyv na objem exportu existencia spoločnej hranice.

Kľúčové slová
gravitačný model, zahraničný obchod, export,

Abstract
The article deals with the analysis of factors affecting the size of foreign trade of 212 countries in the world during the periods of 2000-2015. The analysis is performed on the basis of the gravity model, where the dependent variable is the volume of the export, while Poisson's estimator of pseudo-maximum likelihood was used to estimate the model parameters. The results obtained show that among the observed factors (the importer's per capita GDP, the number of inhabitants of the importer, the distance between the capitals of the countries, the existence of a common border between the pair of countries, the EU membership of the country of export, the EU membership of the country of import, the import tariffs, the existence of a trade agreement between an exporter and an importer) the existence of a common border has the greatest impact on the volume of exports.

Key words
Gravity model, International trade, Export,

JEL classification
C460, F140

1 Úvod

Vo svete rýchleho rastu vplyvu globalizácie zohráva medzinárodný obchod dôležitú úlohu. Preto je dôležité sa zaoberať faktormi, ktoré ho priamo ovplyvňujú. Na analýzu zahraničného obchodu sa používa viacero nástrojov, avšak jedným z často využívaných je práve gravitačný model. Pokiaľ ide o zahraničný obchod krajín EÚ vrátane Slovenska, čoraz

[1] Ing. Brian König, PhD.,
a. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava, brian.konig@euba.sk.
b. Ekonomický ústav SAV, Šancová 56, 811 05 Bratislava.

viac sa diskutuje o vplyve Brexitu na Európsku úniu. Vplyv Brexitu na krajiny EÚ ešte nebol jednoznačne uzavretý, ale vykonalo sa niekoľko analytických štúdií, ktoré opisovali možné scenáre ďalšieho vývoja a následne posúdili možné vplyvy na ďalší hospodársky vývoj v krajinách EÚ. Väčšina štúdií, ktoré sa doteraz uskutočnili s cieľom posúdiť vplyv Brexitu na krajiny EÚ, dospela k záveru, že odchod Spojeného kráľovstva z EÚ bude znamenať hospodárske straty pre obe strany. Mnohí autori pri odhadovaní ekonomických dopadov Brexitu používajú vo svojich analýzach gravitačné modely (napríklad Gudgin a kol., 2017). Ako príklad iného spôsobu, ako používať gravitačný model, môžeme spomenúť autorov Grančay a kol. (2015), ktorí použili gravitačný model na identifikáciu zmien determinantov zahraničného obchodu na Slovensku a v Českej republike. Autori tiež zdôraznili dôležitosť členstva v EÚ ako dôležitého determinantu bilaterálneho obchodu. Autori König a Dováľová (2018) využili gravitačný model na komparatívnu analýzu zahraničného obchodu krajín vyšehradskej štvorky.

Veľkou výhodou gravitačného modelu je jeho jednoduchosť a pomerne dobrá dostupnosť údajov. Shepherd (2016) ukazál, že gravitačný model má komparatívnu výhodu pri posúdení citlivosti obchodu na konkrétne faktory obchodných nákladov. Tento model je tiež veľmi užitočný pri testovaní reakcie obchodných tokov na plánované reformy. Autori Ivus a Strong (2007) uvádzajú, že hlavnou výhodou gravitačných modelov v porovnaní s modelmi CGE (modely všeobecnej vypočítateľnej rovnováhy) je, že gravitačné modely merajú vplyv existujúcej obchodnej politiky na obchodné toky v minulosti. Naproti tomu modely CGE sa väčšinou využívajú na ex-ante analýzy, čo znamená kvantifikáciu budúcich účinkov novej politiky.

2 Metodológia

Gravitačné modely reprezentujú modelovací nástroj, ktorý je najmä často využívaný pri tvorbe empirických analýz medzinárodného obchodu. Pojem „gravitačný“ je prebratý z Newtonovho gravitačného zákona, ktorý popisuje vzťah dvoch vzájomne priťahovaných planét, ktorých vzájomné pôsobenie závisí od ich veľkosti a vzdialenosti medzi nimi. Ekonomická podoba Newtonovho zákona, v ktorej veľkosť vzájomného obchodu dvoch krajín závisí od ich ekonomickej veľkosti a vzdialenosti medzi nimi bola predstavená v roku 1962 holandským ekonómom Jánom Tinbergenom (Tinbergen, 1962). Základný gravitačný model vyzerá nasledovne:

$$X_{ij} = \alpha \left(\frac{Y_i^{\beta_1} . Y_j^{\beta_2}}{D_{ij}^{\beta_3}} \right) \tag{1}$$

kde X_{ij} reprezentuje objem zahraničného obchodu medzi krajinami i a j; α, β_1, β_2, β_3 sú neznáme parametre; Y_i a Y_j vyjadrujú veľkosť ekonomiky i a j; D_{ij} je vzdialenosť medzi krajinami i a j. Existuje viacero spôsobov ako vyjadriť objem obchodu medzi dvomi krajinami, avšak vo všeobecnosti je vyjadrený veľkosťou exportu, importu alebo ich súčtom. Veľkosť ekonomiky býva štandardne vyjadrená objemom HDP alebo kombináciou HDP na obyvateľa a veľkosťou populácie. Druhá kombinácia umožňuje sledovať aj vplyv ekonomickej vyspelosti jednotlivých krajín na ich zahraničný obchod. Gravitačný model je zvyčajne vyjadrený v logaritmickej forme:

$$\ln X_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \ln Y_i + \beta_2 \ln Y_j + \beta_3 \ln D_{ij} + u_{ij} \tag{2}$$

kde u_{ij} je náhodná zložka.[2] Neskôr boli gravitačné modely vystavené kritike, že sú len ekonometrickým nástrojom bez dostatočného teoretického základu. Následný výskum však ukázal, že gravitačné modely môžu byť podporené celým radom teórií zahraničného obchodu (napr. Bergstrand (1985), Eaton a Kortum (2002), Chaney (2008) atď.) Následne bol model (2) rozšírený o mnohé ďalšie premenné ako napr. spoločná hranica, dovozné clá, spoločná mena, medzinárodné obchodné dohody, spoločný jazyk, ostrovná krajina, prímorská krajina, odľahlosť atď.).[3]

Vzhľadom na to, že údaje bilaterálneho obchodu obsahujú množstvo nulových hodnôt, keďže každá krajina neobchoduje so všetkými ostatnými krajinami sveta, metóda najmenších štvorcov (OLS) by vynechala takéto pozorovania, pretože logaritmus nuly nie je definovaný, čo by mohlo viesť ku skresleniu v dôsledku výberu vzorky, keďže nulové hodnoty nie sú normálne rozdelené v súbore. Z tohto dôvodu aplikujeme Poissonov odhad pseudo-maximálnej vierohodnosti (PPML), ktorý má viac výhod v porovnaní s odhadom parametrov pomocou OLS (Shepherd, 2016). PPML umožňuje odhad aj nelineárnych modelov (čo niektoré gravitačné modely sú) a navyše prirodzene zahŕňa do odhadu aj nulové hodnoty. Okrem toho, aj keď závislá premenná pri odhade parametrov pomocou PPML je vyjadrená v pôvodných hodnotách (nie v logaritme), interpretácia parametrov je rovnaká ako v prípade OLS (ako elasticity). Z týchto dôvodov sa v gravitačných modeloch veľmi často používa odhad parametrov pomocou PPML.

3 Údaje

Za účelom našej analýzy boli použité údaje za roky 2000-2015 pre 212 krajín. Závislá premenná v našom modely je reprezentovaná bilaterálnym nominálnym vývozom krajín sveta v amerických dolároch, ktoré boli stiahnuté z databázy UNCTAD (UNITED NATIONS CONFERENCE ON TRADE AND DEVELOPMENT). Údaje o celosvetovom HDP a dovozných clách jednotlivých krajín boli stiahnuté z databázy svetovej banky (databáza indikátorov rozvoja krajín sveta – World Development Indicators). Zvyšok premenných je použitých z databázy pre gravitačné modely CEPII, ktorá zhromažďuje údaje za účelom gravitačných modelov. HDP na obyvateľa je vyjadrený ako nominálny HDP v amerických dolároch vydelený počtom obyvateľov krajiny. Vzdialenosť je vyjadrená vzdušnou čiarou medzi hlavnými mestami jednotlivých krajín. Obyvateľstvo sa meria ako celková populácia v miliónoch. Do modelu sme zahrnuli aj premennú ekonomickú odľahlosť, ktorá sa stala nevyhnutnou súčasťou gravitačných modelov. Pod pojmom ekonomická odľahlosť rozumieme váženú vzdialenosť krajiny *i* od všetkých ostatných krajín sveta, pričom váhou je podiel HDP krajiny *j* na svetovom HDP_w. Dá sa očakávať, že čím je krajina odľahlejšia od ostatných krajín tým menší zahraničný obchod bude praktizovať. Štandardne za najodľahlejšie štáty sú považované ostrovné krajiny ako napr. Nový Zéland, Havajské ostrovy atď. Ekonomickú odľahlosť sme vypočítali na základe vzťahu:

$$ODL_i = \sum\left(\frac{HDP_j}{HDP_W} * DISTCAP_{ij}\right) \tag{3}$$

kde ODL_i je ekonomická odľahlosť *i*.tého štátu, HDP_j je HDP *j*.tého štátu, HDP_w je svetové HDP a $DISTCAP_{ij}$ vyjadruje vzdialenosť medzi hlavnými mestami štátu *i* a *j*.
Používali sme aj štandardné umelé premenné ako sú: spoločná hranica, obchodné zmluvy a členstvo v Európskej únii.

[2] V rovnici (2) predpokladáme zápornú hodnotu parametra β_3.

[3] Viaceré rozšírenia gravitačného modelu môžu byť nájdené v práci Bacchetta et al (2012).

4 Výsledky

V našej analýze uvažujeme gravitačný model v tvare:

$$EXPORT_{ij} = \beta_0 + \beta_1 lnGDPCAP_j + \beta_2 lnPOP_j + \beta_3 lnDISTCAP_{ij} + \beta_4 CONTIG_{ij} + \beta_5 lnTAR_j + \beta_6 lnODL_i + \beta_7 FTA_WTO_{ij} + \beta_8 EU_O + \beta_9 EU_D + \beta_{10} YEAR_D_{2000} + \cdots + \beta_{24} YEAR_D_{2014} + u_{ij} \quad (4)$$

kde *EXPORTij* je nominálna hodnota vývozu z krajiny i (krajina pôvodu) do krajiny j (cieľová krajina); $GDPCAP_j$ je HDP dovozcu na osobu (j - cieľová krajina); POP_j vyjadruje počet obyvateľov dovozcu; *DISTCAPij* je vzdialenosť medzi hlavnými mestami krajín i a j; *CONTIGij* je umelá premenná pre spoločnú hranicu medzi krajinami i a j; *EU_O* je umelá premenná pre členstvo v EÚ krajiny vývozu; *EU_D* je umelá premenná pre členstvo v EÚ krajiny dovozu; TAR_j reprezentuje váženú hodnotu dovozného cla krajiny dovozu, počítanú ako priemer skutočne uplatňovaných colných sadzieb vážených dovážanými podielmi produktov zodpovedajúcimi každej partnerskej krajine;[4] ODL_i vyjadruje ekonomickú odľahlosť vývozcu počítanú na základe vzťahu (3); FTA_WTO_{ij} je umelá premenná vyjadrujúca existenciu obchodnej dohody medzi vývozcom a dovozcom; *YEAR_D** sú umelé premenné pre jednotlivé roky.

Tab. 1:Odhad parametrov gravitačného modelu exportu

_cons	ln_gdpcap	ln_pop	ln_distcap	ln_tar	ln_odl	fta_wto	contig	eu_o	eu_d
15.46	0.753	0.817	-0.412	-0.304	-0.981	0.837	1.478	0.398	-0.556
***	***	***	***	***	***	***	***	**	***
(8.28)	(16.75)	(24.42)	(-3.53)	(-5.72)	(-3.60)	(4.74)	(5.66)	(2.76)	(-3.87)
Number of obs. = 467618									

Poznámka: V zátvorkách sú hodnoty t-štatistík. Význam hviezdičiek: * p<0.05, **p<0.01, *** p<0.001.
Zdroj: Vlastné výpočty

Na základe výsledkov uvedených v tabuľke 1 možno konštatovať, že väčšina efektov jednotlivých vysvetľujúcich premenných je v súlade s našimi očakávaniami a zároveň aj s teóriou medzinárodného obchodu. Parametre β_1, β_2 prislúchajúce rastu HDP na obyvateľa a rastu populácie sú pozitívne, indikujúc, že hospodársky vyspelejšie a väčšie ekonomiky sú často cieľom vývozu ostatných krajín. Opačná situácia je pri parametroch β_3, β_4, β_5 čo poukazuje na fakt, že s rastom vzdialenosti medzi dvomi krajinami, s rastom dovozných ciel ako aj s rastom odľahlosti danej krajiny motivácia spoločného obchodu klesá. Na základe odhadov parametrov β_6, β_7 sa dá povedať, že v prípade existencie spoločnej hranice ako aj spoločnej obchodnej dohody medzi dvomi krajinami export medzi nimi rastie. Z parametrov β_8, β_9 možno tvrdiť, že členstvo v EÚ má pozitívny dopad na rast exportu a zároveň, že do členských krajín sa v priemere exportuje menej v porovnaní s ostatnými krajinami sveta.

5 Záver

Cieľom článku je analyzovať hlavné determinanty svetového exportu v rokoch 2000-2015. Za týmto účelom bol použitý gravitačný model, ktorý sa často používa ako nástroj analýz zahraničného obchodu. Ako hlavné zistenia môžeme uviesť, že na základe odhadnutých parametrov vybrané vysvetľujúce premenné vplývajú na export jednotlivých krajín v súlade s teóriou zahraničného obchodu. Z použitých premenných má najväčší vplyv

[4] Pre viac info pozri web svetovej banky.

na export existencia spoločnej hranice medzi obchodnými partnermi. Takýto výskum môže slúžiť ako počiatočná fáza skúmania vplyvu vystúpenia nejakej krajiny z EÚ alebo WTO na zahraničný obchod vybranej krajiny.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0248/17 ***Analýza regionálnych disparít v EÚ na báze prístupov priestorovej ekonometrie*** **a APVV 14-0787** ***Zladenie verejných financií a starobného dôchodkového zabezpečenia (návrh udržateľného a rast podporujúceho dôchodkového systému pre starnúcu slovenskú ekonomiku).***

Literatúra

1. Bacchetta, M., Beverelli, C., Cadot, O., Fugazza, M., Grether, J.M., Helble, M., Nicita, A. and Piermartini, R. (2012). *A practical guide to trade policy analysis.* Geneva: World Trade Organization.
2. Bergstrand, J. H. (1985). The Gravity Equation in International Trade: Some Microeconomic Foundations and Empirical Evidence. *The Review of Economics and Statistics, 67*(3), 474.
3. Chaney, T. (2008). Distorted Gravity: The Intensive and Extensive Margins of International Trade. *American Economic Review, 98*(4), 1707-1721.
4. Eaton, J. & Kortum, S. (2002). Technology, geography and trade. *Econometrica,* 70(5): 1741–79.
5. Grančay, M., Grančay, N., Drutarovská, J. & Mura, L. (2015). Gravity Model of Trade of the Czech and Slovak Republics 1995-2012: How the determinants of Trade Changed. *Political Econonomy,* 63(6), pp. 759-777.
6. Gudgin, G., Coutts, K., Gibson, N. & Buchanan, J. (2017). The Role of Gravity Models in Estimating the Economic Impact of Brexit. Centre for Business Research, University of Cambridge, working paper no. 490. Available at: *https://ideas.repec.org/p/mde/wpaper/0077.html* [Accessed 27 March 2018].
7. Ivus, O. & Strong, A. (2007). Modelling approaches to the analysis of trade policy: computable general equilibrium and gravity models. In: *Handbook on International Trade Policy*. Edited by W.A. Kerr and J.D. Gaisford. Great Britain: Edward Elgar Publishing, pp. 44-54.
8. König, B. & Dováľová, G. (2018). Determinants of Slovak Foreign Trade – Comparison Among V4 Countries Based on Gravity Model. In: *Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XIX. International Scientific Conference.* Bratislava: Letra Edu, pp. 179-185.
9. Shepherd, B. (2016). *The Gravity Model of International Trade: A User Guide.* 1st edn. Bangkok: United Nation Publication [pdf]. Available at: http://www.unescap.org/resources/gravity-model-international-trade-user-guide-updated-version [Accessed 27 March 2018].
10. Tinbergen, J. (1962). *Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy*. 1st edn. New York: The Twentieth Century Fund.

Analýza interakcií burzových trhov Spojeného kráľovstva a Nemecka prostredníctvom DVECH modelu

Analysis of interactions between the United Kingdom and Germany stock markets based on DVECH model

Stanislav Kováč[1]

Abstrakt
Predmetom príspevku je odhad diagonálneho VECH (Vectorized GARCH) modelu pri analýze interakcií medzi burzovými trhmi Spojeného kráľovstva a Nemecka. V príspevku je stručne prezentovaný súčasný stav problematiky a tiež použitá metodológia. V empirickej časti je odhadnutý dvojrozmerný DVECH model pre denné výnosy burzových indexov. Súčasťou príspevku je aj grafický priebeh podmienených korelácií.

Kľúčové slová
interakcie burzových trhov, DVECH model

Abstract
This paper deals with the estimation of the diagonal VECH (Vectorized GARCH) model within the analysis of interactions between the United Kingdom and Germany stock markets. Current state of solved issue as well as the used methodology are briefly presented in the paper. In the empirical part of the paper it follows the estimation of bivariate DVECH model for the daily returns of stock indices. There is also a graphical illustration of conditional correlation.

Key words
interactions among stock markets, DVECH model

JEL classification
C58, G15

1 Úvod

Interakcia predstavuje simultánne pôsobenie aspoň dvoch účastníkov systému. Pre potreby príspevku systém predstavuje globálny trh, účastníkmi sú jednotlivé burzy a faktorom interakcie je prenos informácií, šokov a teda prenos volatility vo finančných časových radoch.

S dynamickým riešením pre zachytenie štatistických zákonitostí spojených s finančnými časovými radmi, napr. spoločný pohyb volatility, prišiel Engle (Engle, 1982), ktorý predstavil model triedy ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), ktorého podstata spočíva v tom, že rozptyl sa v čase mení. Označuje sa ako ARCH(p), kde p v zátvorke predstavuje počet oneskorení štvorcov rezíduí. Už pri prvej aplikácii Engle zistil, že na adekvátne modelovanie je nevyhnutná veľká dĺžka oneskorenia, čo má za následok relatívne veľký počet parametrov. V súčasnosti existuje niekoľko viac či menej využívaných modifikácií. Najvplyvnejšími modelmi boli tie prvé GARCH a EGARCH.

Bollerslev (Bollerslev, 1986) predstavil zovšeobecnený ARCH model (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity). Zovšeobecnenie predstavuje rozšírenie

[1] Ing. Stanislav Kováč, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská cesta 1, 852 35 Bratislava, stanislav.kovac@euba.sk.

modelu o oneskorený podmienený rozptyl s počtom oneskorení určeným parametrom q, preto zápis GARCH(p,q).

Model EGARCH (Nelson, 1991) je vhodným na modelovanie akýchkoľvek diskrétnych dát, pretože explicitne povoľuje asymetriu (asymetriu vzťahu medzi výnosmi a volatilitou) a zabezpečuje pozitívnu definitnosť variančno-kovariančnej matice.

Využitie ARCH modelov a sledovanie ARCH efektu je široké. Napríklad teória oceňovania kapitálových aktív (CAPM) je založená na odmeňovaní vzhľadom na prevzaté riziko. ARCH modely boli vytvorené, aby túto cenu za riziko zmerali. Prvý taký model s názvom ARCH-M predstavili Engle a kol. (Engle, Lilien a Robins, 1987).

Bollerslev a kol. (Bollerslev, Engle a Wooldridge, 1988) predstavili prvý viacrozmerný GARCH model. V súčasnosti je známy pod názvom VECH. Vo svojej práci ho použili na odhad výnosov štátnych pokladničných poukážok, dlhopisov a akcií, kde očakávaný výnos je proporcionálny k podmienenej kovariancii každého výnosu. Zistili, že podmienené kovariancie sú v čase premenlivé a tiež sú signifikantným determinantom v čase sa meniacej rizikovej prémie. Všeobecnosť modelu je zabezpečená vysokým počtom odhadovaných parametrov. Model nezabezpečuje pozitívnu definitnosť variančno-kovariančnej matice. Možnosť, ako redukovať počet parametrov, je použiť diagonálny VECH (DVECH). V prípade DVECH modelu nie je náročné zaviesť podmienky zabezpečujúce pozitívnu definitnosť variančno-kovariančnej matice, pozri (Brooks, 2008).

Füss a kol. (Füss, Mager, Wohlenberg a Zhao, 2011) vo svojej štúdii aplikovali dvojrozmerný VECH model na sledovanie dopadu makroekonomických oznámení (zmien) na volatilitu. Krajiny záujmu predmetnej práce boli Nemecko a USA prostredníctvom burzových indexov. Oba indexy padli na svoje krátkodobé minimum v deň oznámenia makroekonomickej zmeny. Počas finančnej krízy boli reakcie ešte silnejšie. Takisto zaznamenali efekt prelievania volatility a významného zhlukovania.[2]

Štruktúra príspevku je nasledovná: druhá kapitola sa zaoberá použitou metodológiou, v tretej kapitole sú prezentované dáta a empirické výsledky analýzy, poslednou kapitolou je záver, v ktorom je stručné zhrnutie príspevku.

2 Použitá metodológia

Pri použití DVECH modelu je východiskový model podmienenej strednej hodnoty. Za predpokladu, že nie je nutné použiť AR ani MA členy (bližšie k problematike ARIMA modelov pozri napr. (Cryer a Chan, 2011; Hamilton, 2012)), model pre výnos n aktív označený $\boldsymbol{r}_t$ má tvar

$$\boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tag{1}$$

kde $\boldsymbol{\mu}_t$ je vektor podmienenej strednej hodnoty výnosu a $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ je vektor náhodných zložiek, pre ktorý platí

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \boldsymbol{H}_t^{1/2}\boldsymbol{\eta}_t \tag{2}$$

kde $\boldsymbol{H}_t$ je podmienená variančno-kovariančná matica pre $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ a $\boldsymbol{\eta}_t$ je vektor nezávisle a rovnako rozdeleného stochastického časového radu, pričom $E(\boldsymbol{\eta}_t) = \boldsymbol{0}, E(\boldsymbol{\eta}_t\boldsymbol{\eta}_t^T) = \boldsymbol{I}_N$.

[2] Prehľad prác s využitím jednorozmerných a viacrozmerných modelov triedy ARCH/GARCH poskytujú napr. (Engle, 2002; Francq a Zakoian, 2010; Chocholatá, 2014).

Myšlienkou VECH modelu je, že každý prvok variančno-kovariančnej matice je závislý od svojich minulých hodnôt a od súčinov zodpovedajúcich prvkov inovácií. Túto myšlienku možno matematicky formulovať v tvare (Francq a Zakoian, 2010)

$$vech(\boldsymbol{H}_t) = \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{A}^{(i)} vech(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}^T) + \sum_{j=1}^{q} \boldsymbol{B}^{(j)} vech\left(\boldsymbol{H}_{t-j}\right) \quad (3)$$

kde $\boldsymbol{\omega}$ označuje vektor parametrov a $\boldsymbol{A}^{(i)}$ a $\boldsymbol{B}^{(j)}$ sú matice parametrov. Matematický operátor $vech(\cdot)$ konvertuje prvky dolného trojuholníka štvorcovej matice na stĺpcový vektor.

DVECH model predstavuje zjednodušenie VECH modelu, kde sa predpokladá, že matice parametrov sú diagonálne. Čo predstavuje redukciu počtu parametrov. Zatiaľ čo VECH(1,1) pre dve aktíva obsahuje 21 odhadovaných parametrov, DVECH(1,1) ich obsahuje len 9. DVECH model možno matematicky formulovať v tvare (Bauwens, Laurent a Rombouts, 2003)

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{\Omega} + \sum_{i=1}^{p} \widetilde{\boldsymbol{A}^{(i)}} \odot (\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}^T) + \sum_{j=1}^{q} \widetilde{\boldsymbol{B}^{(j)}} \odot \boldsymbol{H}_{t-j} \quad (4)$$

pre ktorý platí, že $\boldsymbol{\omega} = vech(\boldsymbol{\Omega}), \widetilde{\boldsymbol{A}^{(i)}} = diag\left[vech\left(\boldsymbol{A}^{(i)}\right)\right]$[3] a $\widetilde{\boldsymbol{B}^{(j)}} = diag\left[vech\left(\boldsymbol{B}^{(j)}\right)\right]$. Zároveň matice parametrov $\boldsymbol{\Omega}, \widetilde{\boldsymbol{A}^{(i)}}, \widetilde{\boldsymbol{B}^{(j)}}$ sú pozitívne definitné, čím je zabezpečená pozitívna definitnosť variančno-kovariančnej matice. Matematický operátor $\odot$ reprezentuje Hadamardov súčin matíc. Model DVECH(1,1) je potom možné formulovať nasledovne

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{\Omega} + \widetilde{\boldsymbol{A}^{(1)}} \odot (\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^T) + \widetilde{\boldsymbol{B}^{1}} \odot \boldsymbol{H}_{t-1} \quad (5)$$

3 Empirické výsledky analýzy

Na analýzu boli použité denné údaje za obdobie od 1. januára 2013 do 1. júna 2016, čo po zosynchronizovaní údajov predstavuje 796 pozorovaní. Dáta boli získané z dvoch rozličných zdrojov, prvým je webová stránka www.stooq.com a druhým sú dáta získané prostredníctvom Wolfram Mathematica – Financial Data, nakoľko prvý zdroj neobsahoval reprodukovateľné dáta pre index FTSE 100. Všetky matematické operácie a grafické znázornenia boli zrealizované v ekonometrickom softvéri EViews 9.

Predmetom analýzy neboli časové rady denných hodnôt burzových indexov, ale časové rady výnosov, ktoré boli vypočítané ako rozdiel logaritmov hodnôt v dvoch po sebe nasledujúcich dňoch. Vybrané deskriptívne štatistiky pre časové rady výnosov vrátane Jarqueovej-Berovej štatistiky testujúcej normalitu sú uvedené v Tab. 1[4].

Tab. 1: Vybrané deskriptívne štatistiky časových radov výnosov burzových indexov

časový rad	priemer	št. odch.	šikmosť	špicatosť	Jarque-Bera	p-hodnota
dlftse	0,0000	0,0095	0,3609	5,5627	234,81	0,0000
dldax	0,0003	0,0125	-0,3393	4,0406	51,12	0,0000

Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

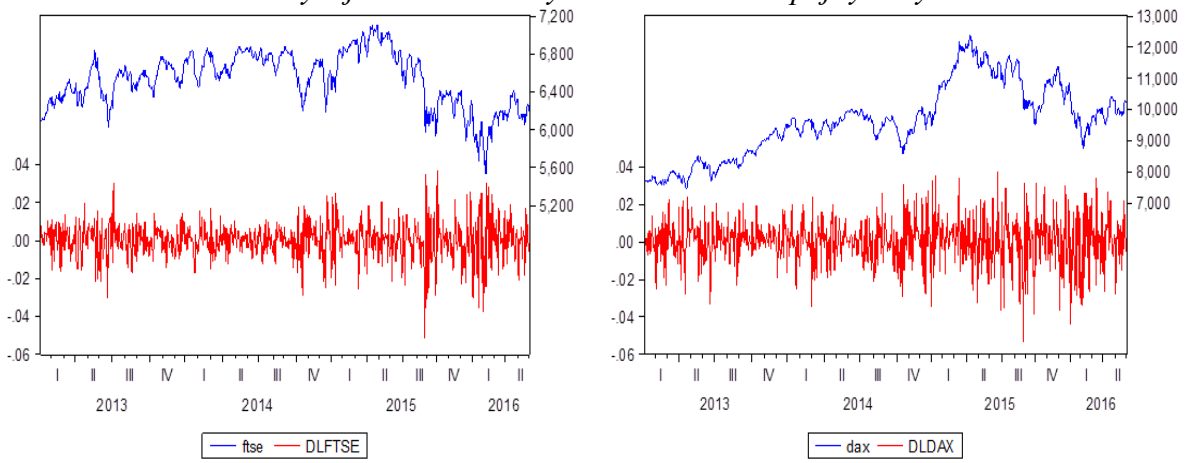
Z Tab. 1 je zrejmé, že v oboch prípadoch je špicatosť vyššia než v prípade normálneho rozdelenia, čo nasvedčuje, že rozdelenie sledovaných časových radov je leptokurtické. Šikmosť nie je nulová ako v prípade normálneho rozdelenia, takže hovoríme o rozdelení so širšími

[3] Nech vektor v má rozmer n, potom $diag(v)$ je $[n \times n]$ matica, ktorá má hodnoty vektora v na hlavnej diagonále.
[4] Časové rady výnosov sú v celom texte označené predponou dl, ktorá definuje prvé diferencie časových radov logaritmov burzových indexov.

koncami. Predpoklad o normalite možno na základe hodnôt Jarqueovej-Berovej štatistiky zamietnuť.

Grafický priebeh vývoja časových radov jednotlivých burzových indexov a časových radov spojitých výnosov je súčasťou Obr. 1.

Obr. 1: Vývoj hodnôt burzových indexov a ich spojitých výnosov



Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

Volatilita bola v čase premenlivá. Na Obr. 1 je zreteľne pozorovateľné zhlukovanie volatility, pričom najvyššia volatilita bola zaznamenaná pre dlftse a dldax s výrazným poklesom burzového indexu v 3. kvartáli roku 2015.

V Tab. 2[5] sú uvedené vybrané oneskorenia Ljungovej-Boxovej Q testovacej štatistiky na testovanie autokorelácie, Englova LM testovacia štatistika s jedným oneskorením na testovanie ARCH efektu a p-hodnoty.

Tab. 2: Testovanie autorekolácie a prítomnosti ARCH efektu

Test	dlftse	dldax
Ljung-Box Q(1)	0,179	0,399
(p-hodnota)	(0,673)	(0,528)
Ljung-Box Q(199)	214,27	236,58
(p-hodnota)	(0,218)	(0,035)
Ljung-Box Q^2(1)	14,469	6,645
(p-hodnota)	(0,000)	(0,010)
Ljung-Box Q^2(199)	628,27	700,61
(p-hodnota)	(0,000)	(0,000)
ARCH(1)	14,401	6,616
(p-hodnota)	(0,000)	(0,010)

Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

Z Tab. 2 je zrejmé, že na hladine významnosti 1 % nemožno zamietnuť nulovú hypotézu o neprítomnosti autokorelácie. Hypotézu o neexistencii autokorelácie pre druhé mocniny časových radov rezíduí bolo možné zamietnuť, čo je ekvivalentné zamietnutiu hypotézy o neprítomnosti ARCH efektu.

[5] Q^2 označuje druhé mocniny časových radov rezíduí.

Na základe Akaikeho a Schwarzovho informačného kritéria bolo rozhodnuté, že do diagonálneho VECH modelu nie je nutné použiť VAR štruktúru oneskorenia a preto do modelu vstupuje výnos len s konštantou, pozri (Kováč, 2018).

Odhad parametrov dvojrozmerného DVECH(1,1) modelu získaný pomocou softvéru EViews[6] je v Tab. 3. Matica parametrov $\boldsymbol{A}^{(1)}$, ktorá zohľadňuje vplyv štvorcov inovácií z predchádzajúceho obdobia, napovedá nízkymi hodnotami na diagonále, že tieto inovácie nie sú výrazným faktorom ovplyvňujúcim súčasnú variančno-kovariančnú maticu. Matica parametrov $\boldsymbol{B}^{(1)}$, ktorá sa vzťahuje ku variančno-kovariančnej matici predchádzajúceho obdobia, vykazuje na diagonále hodnoty blízke 1. Tento fakt preukazuje zotrvačnosť volatility na vlastnom trhu a tiež zhlukovanie volatility.

Tab. 3: Odhad parametrov DVECH(1,1) modelu

Covariance specification: Diagonal VECH
GARCH = M + A1.*RESID(-1)*RESID(-1)‘ + B1.*GARCH(-1)

Transformed Variance Coefficients

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1,1)	4.69E-06	9.89E-07	4.745963	0.0000
M(1,2)	4.36E-06	8.30E-07	5.257341	0.0000
M(2,2)	5.16E-06	1.01E-06	5.088736	0.0000
A1(1,1)	0.058704	0.010229	5.739109	0.0000
A1(1,2)	0.078272	0.010670	7.335772	0.0000
A1(2,2)	0.104364	0.013454	7.757355	0.0000
B1(1,1)	0.908812	0.012463	72.91972	0.0000
B1(1,2)	0.870123	0.014094	61.73862	0.0000
B1(2,2)	0.833080	0.019611	42.48076	0.0000

Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

V modeli nie je prítomná autokorelácia na hladine významnosti 1 %, ktorá bola testovaná pomocou Portmanteauho testu. Výsledky Portmanteauho testu do 4. oneskorenia sú uvedené v Tab. 4.

Tab. 4: Portmanteau test autokorelácie

System Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations
Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h

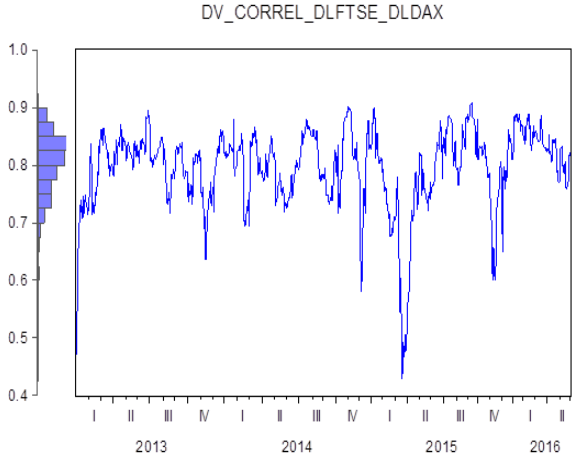
Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	5.365255	0.2518	5.372012	0.2512	4
2	8.636865	0.3738	8.651874	0.3725	8
3	10.77720	0.5481	10.80032	0.5461	12
4	13.12192	0.6638	13.15689	0.6613	16

Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

[6] EViews používa nasledovnú formuláciu DVECH(1,1) modelu (EViews, 2015) $\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{A}^{(1)} \otimes \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^T + \boldsymbol{B}^{(1)} \otimes \boldsymbol{H}_{t-1}$, kde $\otimes$ reprezentuje Kroneckerov súčin matíc.

Grafické znázornenie previazanosti analyzovanej dvojice burzových trhov je súčasťou Obr. 2.

Obr. 2: Vývoj podmienenej korelácie prostredníctvom DVECH modelu a histogram



Zdroj: Vlastné spracovanie s využitím softvéru EViews.

Podmienená korelácia medzi dlftse a dldax je z intervalu od 0,7 do 0,9, čo predstavuje relatívne silnú previazanosť. Na Obr. 2 je tiež možné sledovať prepady previazanosti v prvých kvartáloch rokov sledovaného obdobia, čo je možné vysvetliť rôznymi spôsobmi. Jedným z nich je, že mesiac december patrí medzi ekonomicky najsilnejšie mesiace, kedy nielen domácnosti, ale aj podnikateľská sféra zvyšujú mieru investícií. Medzi ekonomické dôsledky zvyšovania miery investícií patrí rast ekonomickej sily a nezávislosti daného odvetvia, resp. trhu. Ďalším, možno menej zjavným faktom je, že koniec roku 2015 nie je len sprevádzaný prepadom, ale aj klesajúcou tendenciou, ktorá trvala v prvých dvoch kvartáloch 2016, kedy sa už realizovali prípravy na referendum o vystúpení Spojeného kráľovstva z Európskej únie.

4 Záver

Predmetom príspevku bola analýza interakcií burzových trhov Spojeného kráľovstva a Nemecka prostredníctvom DVECH modelu. Interakcie a previazanosť boli merané prostredníctvom podmienenej korelácie. Zatiaľ čo koeficient nepodmienenej korelácie je 0,8235, tak priemerný koeficient podmienenej korelácie na základe DVECH modelu je 0,7952, čím model odhalil mierne nadhodnotenie sily previazanosti. Záverom možno konštatovať, že model poskytol podklad o tendencii poklesu previazanosti od 4. kvartálu roku 2015. S ohľadom na vývoj previazanosti nie je možné hovoriť o ustálenej tendencii.

Literatúra

1. Bauwens, L., Laurent, S., & Rombouts, J. (2003). Multivariate GARCH Models: A Survey. *SSRN Electronic Journal*. doi:10.2139/ssrn.411062.
2. Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*,*31*(3), 307-327. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1.
3. Bollerslev, T., Engle, R., Wooldridge, J. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. In *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.
4. Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance: Chris Brooks*. Cambridge: Cambridge University Press.
5. Cryer, J. D., & Chan, K. (2011). *Time series analysis with applications in R*. New York: Springer.

6. Engle, R. (2002). New frontiers for arch models. *Journal of Applied Econometrics,17*(5), 425-446. doi:10.1002/jae.683.
7. Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987. doi:10.2307/1912773.
8. Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robins, R. P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model. *Econometrica,55*(2), 391. doi:10.2307/1913242.
9. EViews 9 Users Guide I, II.
10. Francq, C., & Zakoian, J. (2010). *GARCH models: Structure, statistical inference, and financial applications*. Chichester: Wiley.
11. Füss, R., Mager, F., Wohlenberg, H., & Zhao, L. (2011). The Impact of Macroeconomic Announcements on Implied Volatility. *SSRN Electronic Journal*. doi:10.2139/ssrn.1701635
12. Hamilton, J. D. (2012). *Time series analysis*. Kolkata: Levant Books.
13. Stooq. (n.d.). Retrieved September 7, 2018, from http://www.stooq.com/
14. Chocholatá, M. (2014). *Modelovanie volatility finančných časových radov pomocou modelov triedy ARCH*. Habilitačná prednáška. Bratislava: Ekonóm. 2014. 56 s.
15. Kováč, S. (2018). *Analýza interakcií medzi akciovými trhmi na báze modelov MGARCH* (Unpublished master's thesis). Bratislava.
16. Nelson, D. B. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica,59*(2), 347. doi:10.2307/2938260.

Aplikace metod MCDM pro srovnání automobilů z pohledu používaných pohonných hmot

Application of the MCDM methods for the comparison of cars in terms of used fuels

Martina Kuncová[1], Denisa Mouchová[2]

Abstrakt
Pojem alternativní pohon je v poslední době velmi časté téma v souvislosti s automobilovým průmyslem. Ačkoli stále na trhu převažují vozy využívající benzín a naftu, stále více se začínají objevovat i jiné druhy pohonů typu LPG, CNG či elektropohon. V tomto příspěvku srovnáváme vybrané zástupce vozidel nabízených na českém trhu s 6 různými druhy pohonu (benzín, nafta, LPG, CNG, elektromobil, plug-in hybrid). Porovnání je provedeno na základě 8 necenových a 4 cenových kritérií (včetně odhadu nákladů na průměrný rok provozu). Pro analýzu byly využity metody WSA, TOPSIS a ELECTRE.

Kľúčové slová
vícekriteriální hodnocení, typy pohonných hmot automobilů, technická specifika, cenová kritéria, srovnání

Abstract
The term alternative type of fuel has recently become a very common topic in the automotive industry. Although gasoline and diesel cars are still on the market, other types of fuels sucha s LPG, CNG or electric drives are becoming more and more popular. In this paper we compare selected representatives of vehicles offered on the Czech market, which use 6 different types of fuels (gasoline, diesel, LPG, CNG, electric, plug-in hybrid). The comparison is based on 8 non-price and 4 price criteria (including the estimation of the cost for the average year of operation). The WSA, TOPSIS and ELECTRE methods were used for analysis.

Key words
Multi-criteria evaluation, types of car fuels, technical specifications, price criteria, comparison

JEL classification
C44, Q49

1 Úvod

Alternativní pohony jsou v posledních letech stále populárnější jak pro výrobce automobilů, tak pro běžné spotřebitele. Mezi hlavní důvody vývoje alternativních pohonů patří obavy z vyčerpání zásob fosilních paliv, jako jsou ropa, zemní plyn a uhlí. Dle předpovědi britské společnosti BP rostoucí poptávka po energiích v rozvíjejících se ekonomikách (zejména asijských zemí) způsobuje rychlý nárůst tzv. zelených zdrojů energie, nicméně lze očekávat, že stále zhruba tři čtvrtiny zdrojů energie budou do roku 2040 pocházet

[1] Ing. Martina Kuncová, Ph.D., Vysoká škola ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky, katedra ekonometrie, nám. W.Churchilla 4, 130 67, Praha 3, kuncovam@vse.cz

[2] Ing. Denisa Mouchová, Vysoká škola ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky, katedra ekonometrie, nám. W.Churchilla 4, 130 67, Praha 3, xmoud01@vse.cz

z fosilních paliv (BP Energy Outlook, 2018). Z pohledu stále většího rozvoje automobilizmu je důležitá především ropa a z ní vyráběná paliva, tj. benzín a nafta. Právě v dopravním průmyslu se spotřebovává nejvíce ropy a ropných produktů, podíl spotřeby tohoto průmyslu činí celosvětově více než 50 % (International Energy Outlook, 2017). V posledních letech je snahou zejména vyspělých zemí regulovat spotřebu benzínu a nafty a omezovat vjezd vozidel se spalovacími motory do měst – průkopníkem v této oblasti je především Francie a Německo, v horizontu 10-20 let se uvažuje i o zákazu prodeje zejména dieselových motorů (Srpová, 2017).

Ačkoli nejrozšířenějším pohonem osobních automobilů stále zůstává benzín a nafta, do popředí zájmu se začínají dostávat i alternativní pohony, a to zejména LPG, CNG, elektropohon, tzv. hybridní pohon, případně biopaliva (např. E85) a vodík. LPG (zkapalněný ropný plyn) patří sice také mezi ropné produkty, nicméně oceňován je především díky nižším emisím ve srovnání s běžnými pohonnými hmotami (Sing a kol., 2015). CNG (stlačený zemní plyn) se zdál být jednou z ideálních technologií s nízkými emisemi, ale i přes velké investice do výroby a propagace tohoto druhu pohonu nedošlo k masivnímu rozšíření takto poháněných automobilů mezi zákazníky (Rosenstiel, 2015). Ani hybridní pohony nejsou zcela bezemisní, na rozdíl např. od elektromobilů, ale i u nich je produkce emisí nižší.

Podle statistik Svazu dovozců automobilů byl podíl prodaných aut s alternativním pohonem na českém trhu v roce 2017 pouhých 3,73 % (Týden.cz, 2017), nicméně dle průzkumu KPMG a agentury FOCUS – Marketing & Social Research by si alternativní pohon při koupi nového automobilu, bez ohledu na pořizovací cenu, vybralo zhruba 40 % respondentů (KPMG, 2017). Velkým problémem však stále zůstává jejich vyšší pořizovací cena či menší síť čerpacích resp. dobíjecích stanic ve srovnání s čerpacími stanicemi s klasickými druhy pohonných hmot.

Cílem tohoto článku je srovnání vybraných druhů pohonu osobního automobilu podle několika kritérií s využitím metod vícekriteriálního rozhodování. Srovnání bude provedeno pro automobil manažerského typu, který je dostupný na českém trhu. Pro účely výpočtu vybraných nákladových položek je zahrnuto období 4 let užívání vozu osobou v pozici manažer, která průměrně za rok najede 45 000 kilometrů. Vzhledem ke snaze srovnat podobné automobily s odlišným pohonem, byly jako srovnávané alternativy zvoleny automobily značky Volkswagen. Zvolených 12 srovnávacích kritérií reprezentuje jednak technické parametry vozů a jednak cenové resp. nákladové ukazatele.

2 Data a metody

Pro srovnání byly vybrány nejběžnější konvenční a alternativní pohony. Mezi konvenční lze zařadit benzín (pro zážehové motory) a naftu (pro vznětové motory). Jako alternativní druhy pohonu lze chápat především pohony plynové (zkapalněný ropný plyn LPG, stlačený zemní plyn CNG), vodíkové, elektrické, hybridní či biopaliva (Mouchová, 2018). Způsob výběru zástupců automobilů byl ovlivněn dostupností na českém trhu – proto nejsou zařazeny automobily využívající jako pohon vodík či biopaliva a srovnávány jsou pouze automobily na benzín, naftu, LPG, CNG, elektro-mobil a plug-in hybrid (tj. typ, který umožňuje kromě klasického dobíjení baterie za jízdy také dobíjení z elektrické sítě). Vzhledem k předpokládanému hodnocení manažerského typu automobilu, byly vybrány vozy pětimístné, pětidvéřové, s předním pohonem, automatickou převodovkou, a ve zhruba stejné cenové hladině s podobným výkonem motoru. Jedinou hlavní odlišností by tedy měl být druh pohonu. Pro zjednodušení výběru zástupců automobilů byly pro účely analýzy zvoleny automobily značky Volkswagen, typ Golf, který je nabízen ve všech šesti sledovaných

variantách pohonu (u jiných výrobců nebyly nalezeny všechny požadované typy vozů pro srovnání). Tabulka 1 shrnuje porovnávané varianty.

Tab.1: Varianty automobilů Volkswagen Golf s odlišným pohonem

Pohon	Typ automobilu VW Golf
benzín	1,5 TSI 110kW 150k
nafta	2,0 TDI 110kW 150k
LPG	1,5 TSI + přestavba
CNG	1,4 TGI 81kW 110k
Elektromobil	100kW 136k
Plug-in Hybrid	150 kW (204 PS) TSI

Zdroj: Volkswagen, 2018

Ke srovnání bylo dále vybráno 8 necenových kritérií a 4 kritéria cenová. Seznam necenových kritérií včetně použitých jednotek a typu kritéria (udávající preferovanou hodnotu, u maximalizačního typu je preferována co nejvyšší hodnota, u minimalizačního nejnižší) uvádí Tabulka 2. Výběr kritérií vychází z běžných preferencí zákazníků při rozhodování o koupi vozu, doplněna byla však i kritéria související s volbou alternativního pohonu, jako jsou emise, dojezdová vzdálenost či dostupnost čerpací stanice.

Tab. 2: Seznam necenových kritérií

kritérium	Zkratka	jednotka	typ
Maximální výkon	Mv	kW	Maximalizační
Zavazadlový prostor	Zp	l	Maximalizační
Zrychlení	Zr	0-100 km/h za s	Minimalizační
Maximální rychlost	Mr	km	Maximalizační
Emise	Em	CO^2 g/km	Minimalizační
Dojezd	Do	km	Maximalizační
Čas na doplnění paliva	Čdp	min	Minimalizační
Dostupnost čerpací stanice	Dčs	body	Maximalizační

Zdroj: Mouchová, 2018

Většina dat pro výše uvedená kritéria byla získána ze stránek výrobce (Volkswagen, 2018), u kritéria „čas na doplnění paliva“ byly použity také odhady z vlastní zkušenosti. Kritérium „dostupnost čerpací stanice“ bylo obodováno na základě získaných dat o počtu běžných čerpacích stanic nabízejících benzín a naftu (MPO, 2017), stanic nabízejících plyn LPG (Seznamlpg.cz), CNG (Cngstanice.cz, 2018) a elektro stanic (Evmapa.cz) pro celou Českou republiku a pro kraj Praha (předpokládáme výjezdy z firmy sídlící v Praze). Kritérium „dojezd“ udává maximální vzdálenost, kterou lze s vozidlem urazit na jednu plnou palivovou nádrž. Bylo určeno jako průměrná hodnota z dat uváděných výrobcem a vlastních výpočtů na základě údajů z technické specifikace, především kombinované spotřeby a objemu nádrže (více viz Mouchová, 2018). U kritéria „čas na doplnění paliva“ by bylo složitější určit průměrnou hodnotu, proto nakonec bylo přistoupeno k modifikaci a k přiřazení známek vyjadřujících délku doplňování/dobíjení. Klasické pohony (benzín, nafta) obdržely známku 1, LPG a CNG známku 2 a elektromobil a hybridní pohon známku 5 (neboť u elektromotoru

výrobce uvádí plné nabití baterie za 320 minut při běžném nabíjení, 45 minut při zrychleném, plug-in hybrid je nutné nabíjet 210 minut pro plné dobití, nicméně je zde také nádrž na benzín, která se doplní do pěti minut). Tabulka 3 shrnuje všechny varianty a uvedená kritéria.

Tab. 3: Seznam hodnocených variant jejich hodnocení dle 8 necenových kritérií

Typ paliva VW Golf /kritérium	Mv	Zp	Zr	Mr	Em	Do	Čdp	Dčs
Benzín	110	380	9,00	200	110	1000	1	1
Nafta	110	380	8,50	200	120	1100	1	1
LPG	110	340	9,00	200	100	1800	2	3
CNG	80	290	10,50	195	110	1300	2	7
Elektromobil	100	340	9,50	150	0	250	5	6
Plug-in hybrid	150	270	7,50	200	40	880	5	4

Zdroj: Mouchová, 2018

Mezi cenová, či z pohledu spotřebitele nákladová kritéria (minimalizačního typu) patří jednak pořizovací cena automobilu (v Kč udávaná výrobcem), dále cena za ujetí 500 km a 1000 km, a nakonec průměrné náklady na servis během 4 let. Důvodem zařazení cen (nákladů) na palivo při ujetí 500 a 1000 km je fakt, že některé varianty používají více typů paliva (např. CNG varianta využívá jak CNG palivo, tak benzín) a objemy nádrží se liší. U alternativních pohonů vystačí objem nádrže (či kombinace pohonných hmot) na více než 500 km. Při krátké vzdálenosti by vozidlo využívalo pouze levnější ze zdrojů, při delší vzdálenosti bude využívat vše, co má k dispozici. Pro výpočty byly použity průměrné ceny pohonných energií na území Prahy ke dni 31. 10. 2017 (CNG, 2017; Energie123, 2017; LPG, 2017; ZTK, 2017). Průměrné náklady na 4 roky provozu byly vypočteny na základě údajů o cenách servisních prohlídek konaných během 4 let za předpokladu ujetí 45 tisíc km za rok (více viz Mouchová, 2016). Tabulka 4 shrnuje všechna uvedená cenová resp. nákladová kritéria.

Tab. 4: Seznam hodnocených variant jejich hodnocení dle 4 cenových kritérií (v Kč)

Typ paliva VW Golf /kritérium	Pořizovací cena	Cena za ujetí 500 km	Cena za ujetí 1000 km	Prům.náklady na servis na rok
Benzín	637 900	747,45	1 494,90	25 200
Nafta	681 900	657,68	1 315,35	25 500
LPG	673 900	366,88	893,21	20 750
CNG	636 900	534,95	1 335,25	20 750
Elektromobil	669 900	240,67	481,33	14 750
Plug-in hybrid	1 039 900	253,20	509,90	24 250

Zdroj: Mouchová, 2018

Pro zhodnocení jednotlivých automobilů s daným typem pohonu jsme zvolili metody vícekriteriálního hodnocení variant. Jelikož cílem analýzy je nalezení pořadí jednotlivých variant (posuzovaných pohonů automobilů), zaměřili jsme se na metody, jejichž výstupem je pořadí variant. Na základě předchozích zkušeností (Kuncová, Sekničková, 2015; Mouchová, 2018) byly vybrány metody WSA, TOPSIS a ELECTRE III. Vstupem všech tří metod jsou, kromě původních dat o variantách dle jednotlivých kritérií, také váhy kritérií. V dané situaci

jsme pro volbu vah využili bodovací metodu (Fiala, 2008), díky které rozhodovatel (reálná osoba žijící v Praze, působící přes 15 let na manažerské pozici, která využívá automobil jak pro pracovní, tak soukromé účely více než 30 let) přiřadil body na škále 1-10 uvedeným kritériím. Následně byly podílem bodů u kritéria a celkového bodového součtu určeny váhy kritérií (součet vah je roven jedné). Na rozdíl od předchozí analýzy (Mouchová, 2018) byla pro určení pořadí hodnocených variant nejdříve využita necenové kritéria, následně cenová (Tabulka 5, váhy 1) a poté všech 12 kritérií dohromady – viz Tabulka 5, váhy 2.

Tab. 5: Váhy kritérií

kritérium	Zkratka	body	Váhy 1	Váhy 2
Maximální výkon	Mv	6	0,1304	0,0741
Zavazadlový prostor	Zp	3	0,0652	0,0370
Zrychlení	Zr	5	0,1087	0,0617
Maximální rychlost	Mr	4	0,0870	0,0494
Emise	Em	5	0,1087	0,0617
Dojezd	Do	8	0,1739	0,0988
Čas na doplnění paliva	Čdp	8	0,1739	0,0988
Dostupnost čerpací stanice	Dčs	7	0,1522	0,0864
Pořizovací cena	Pc	10	0,2857	0,1235
Cena za ujetí 500 km	C500	9	0,2571	0,1111
Cena za ujetí 1000 km	C1000	7	0,2000	0,0864
Prům. náklady na servis na rok	Pns	9	0,2571	0,1111

Zdroj: Mouchová, 2018; vlastní výpočty

Metoda váženého součtu WSA (Weighted Sum Approach) patří do skupiny metod založených na principu maximalizace užitku. Tato metoda vychází z předpokladů linearity a maximalizace všech dílčích funkcí užitku, které získáme normalizací (tj. převodem na interval 0-1) původních vstupních dat. Normalizovanou matici označíme **R** a její prvky r_{ij}. Následným pronásobením vahami jednotlivých kritérií získáme výsledné užitky srovnávaných variant a na jejich základě pak konečné pořadí variant (Fiala, 2008).

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution) je další metodou vícekriteriálního hodnocení variant, jejímž cílem je uspořádání variant. Stejně jako WSA požaduje tato metoda zadání kriteriální matice a vah kritérií. Metoda TOPSIS je založena na principu minimalizace vzdálenosti od ideální varianty, resp. maximalizaci vzdálenosti od bazální varianty. Obě jsou vytvořeny z původního zadání jako hypotetické (na základě normalizace dat s využitím Euklidovské metriky a po zohlednění vah kritérií). Následuje určení vzdáleností pro každou variantu od obou hypotetických (ideální a bazální), a poté určení konečné relativní vzdálenosti od bazální varianty. Všechny hodnocené varianty jsou poté uspořádány podle klesající hodnoty této relativní vzdálenosti (Ishizaka, Nemery, 2013).

Metoda ELECTRE III (ELimination Et Choix Traduisant la REalité / Elimination and Choice Expressing Reality) je zástupcem metod třídy ELECTRE. Je založena na principu párového srovnávání variant. ELECTRE III rozděluje hodnocené varianty do indiferenčních tříd a varianty ve stejné indiferenční třídě jsou považovány za rovnocenné, zatímco třídy samotné jsou vzájemně uspořádány ve smyslu preferenčních vztahů (více viz Fiala, 2008 či Ishizaka, Nemery, 2013).

3 Výsledky

V první části analýzy jsme se zaměřili na srovnání automobilů s odlišným pohonem dle osmi necenových kritérií s pomocí tří metod vícekriteriálního hodnocení variant. Pro výpočty byl použit software Sanna.

Tab. 6: Hodnocení vozidel dle 8 necenových kritérií

Typ paliva VW Golf	Metoda WSA		Metoda TOPSIS		Metoda ELECTRE III
	užitek	pořadí	vzdálenost	pořadí	pořadí
Benzín	0,6817	2	0,5878	3	2
Nafta	0,7020	1	0,5976	2	1
LPG	0,6626	3	0,6020	1	3
CNG	0,3474	5	0,3911	5	6
Elektromobil	0,2491	6	0,3615	6	5
Plug-in hybrid	0,5453	4	0,4845	4	4

Zdroj: vlastní výpočty v programu Sanna

Z uvedených výsledků vyplývá, že většina automobilů na alternativní pohon se umístila hůře, než automobily využívající benzín a naftu. Výjimkou je automobil využívající LPG, který metoda TOPSIS vyhodnotila jako vítězný, a to především díky nejnižší vzdálenosti od hypotetické ideální varianty. Tento výsledek byl dosažen zejména díky kritériím „emise“ a „dojezd“, ve kterých je znatelně lepší než jindy vítězné pohony benzín a nafta. Pokud by tedy rozhodovatel na základě necenových kritérií vybíral nejvhodnější automobil, zdá se být nejlepším automobil s pohonem na naftu – dle metody WSA a ELECTE III se umístil na prvním místě, o čemž rozhodlo kritérium „dojezd“, u kterého má tento automobil o 100 km vyšší hodnotu než benzínový typ (a váha kritéria je vyšší než u kritéria „emise“, kde ve vzájemném porovnání vítězí benzínový typ). Z alternativních pohonů se pak nejlépe umístil LPG (který je navíc ve všech kritériích lepší než CNG pohon). Nejhorší variantou je v této chvíli elektromobil resp. CNG.

V druhé části analýzy jsme porovnali vozy s ohledem na 4 cenová kritéria. Již ze vstupních dat je patrné, že elektromobil má všechna cenová kritéria lepší než plug-in hybrid a LPG, CNG pohon má pak všechna cenová kritéria lepší než automobily na benzín a naftu. Lze tedy očekávat vítězství jedné z těchto dvou variant. Výsledky obsahuje Tabulka 7.

Tab. 7: Hodnocení vozidel dle 4 cenových kritérií

Typ paliva VW Golf	Metoda WSA		Metoda TOPSIS		Metoda ELECTRE III
	užitek	pořadí	vzdálenost	pořadí	pořadí
Benzín	0,2922	6	0,3159	5	5
Nafta	0,3348	5	0,3140	6	6
LPG	0,6849	2	0,6026	2	3
CNG	0,5387	3	0,4899	3	2
Elektromobil	0,9766	1	0,9667	1	1
Plug-in hybrid	0,4751	4	0,4594	4	4

Zdroj: vlastní výpočty v programu Sanna

Jak již bylo zmíněno, velmi dobrých cen dosahuje elektromobil, proto se stal v této části analýzy nejlepším vozem. Nelze tedy potvrdit často zmiňované argumenty, že jsou automobily na alternativní pohon dražší resp. finančně náročnější na provoz.

Poslední částí bylo zařazení všech uvedených kritérií do hodnocení. Výsledky shrnuje Tabulka 8. Při zohlednění všech 12 kritérií již není pořadí tak jednoznačné. V popředí se, především díky cenovým kritériím s vyšší vahou, drží automobily s pohonem LGP či elektromobily. Metoda ELECTRE III umístila na 2.místo benzínový automobil, neboť je ve většině kritérií (kromě 3 cenových a emisí) lepší než elektromobil. Právě tato 4 kritéria (a jejich vyšší váhy) však způsobují špatné postavení benzínových automobilů v metodě TOPSIS i WSA.

Tab. 8: Hodnocení vozidel dle 12kritérií

Typ paliva VW Golf	Metoda WSA		Metoda TOPSIS		Metoda ELECTRE III
	užitek	pořadí	vzdálenost	pořadí	pořadí
Benzín	0,5134	5	0,4238	6	2
Nafta	0,5433	3	0,4378	5	6
LPG	0,6723	1	0,6023	2	1
CNG	0,4301	6	0,4459	4	5
Elektromobil	0,5634	2	0,6110	1	3
Plug-in hybrid	0,5150	4	0,4683	3	4

Zdroj: vlastní výpočty v programu Sanna

4 Závěr

Diskuse kolem využívání alternativních pohonů osobních automobilů nabývá stále větší důležitosti díky tenčícím se zásobám ropy a nárůstu automobilismu a s ním souvisejících problémů se škodlivými emisemi. V tomto článku jsme se pokusili porovnat 6 typů automobilů – konkrétně typu Volkswagen Golf – s různými druhy pohonů. Z analýzy je patrné, že z pohledu ceny pořízení automobilu se již některé druhy s alternativním pohonem (zejména LPG a elektromobily) přiblížily cenám automobilů na klasický pohon (což ale nebude případ všech cenových kategorií vozů, zejména těch levnějších). Na druhou stranu mnoho necenových kritérií stále mluví ve prospěch benzínových a dieslových automobilů. Uvedená analýza byla samozřejmě subjektivně ovlivněna volbami kritérií a vah rozhodovatelem, nicméně podíl automobilů s alternativním pohonem na českém trhu naznačuje podobné preference českých spotřebitelů. Pro masivnější rozšíření automobilů s alternativním pohonem je zcela zásadní jak podpora ze strany výrobců, tak rozšíření sítě čerpacích/dobíjecích stanic.

Příspěvek byl zpracovaný v rámci řešení grantu IGA Vysoké školy ekonomické v Praze č. F4/57/2017.

Literatura

1. BP Energy Outlook (2018). Retrieved September 1, 2018, from https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/energy-outlook.html.
2. CNG (2017). Ceny CNG. Retrieved October 31, 2017, from https://www.cng.cz/ceny.
3. Cngstanice.cz (2018). CNG stanice. Retrieved March 26, 2018, from http://www.cngstanice.cz/.

4. Energie123 (2017). Srovnání cen energií 2017. Retrieved October 31, 2017, from https://www.energie123.cz/elektrina/cenyelektricke-energie/cena-1-kwh/.
5. Evmapa.cz (2018). Nabíjení na dotek. Retrieved March 26, 2018, from https://www.evmapa.cz/.
6. Fiala, P. (2008). *Modely a metody rozhodování*. Praha: Oeconomica.
7. International Energy Outlook (2017). Retrieved September 1, 2018, from https://www.eia.gov/outlooks/ieo/pdf/0484(2017).pdf.
8. Ishizaka, A., & Nemery, P. (2013). M*ulti-Criteria Decision Analysis – Methods and Software*. New York: John Willey & Sons Ltd.
9. KPMG (2017). Výsledky průzkumu o vztahu českých řidičů k alternativním pohonům. Retrieved January 5, 2018, from https://home.kpmg.com/cz/cs/home/pro-media/tiskovezpravy/2017/10/alternativni-paliva-elektromobily-pruzkum.html.
10. Kuncová, M., & Sekničková, J. (2015). Modelování preferencí v rozhodovacích situacích – aplikace na volbu tarifu. *Logos Polytechnikos*, *6*(3), 134-151.
11. LPG (2017). Seznam a ceny LPG v ČR. Retrieved October 31, 2017, from http://lpg.cernosice.cz/.
12. Mouchová, D. (2018). *Volba druhu pohonu osobního automobilu s využitím metod operačního výzkumu*. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze, fakulta informatiky a statistiky.
13. MPO (2017). Evidence čerpacích stanic pohonných hmot: Zpráva o aktualizaci a stavu Evidence čerpacích stanic pohonných hmot v ČR k 30. 6. 2017. Retrieved March 26, 2018, from https://www.mpo.cz/assets/cz/energetika/statistika/statistika-cerpacich-stanic-pohonnych-hmot/2017/7/Zprava_Evidence_2017_1pol_v01.pdf.
14. Rosenstiel, D. P., Heuermann, D. F., & Hüsig, S. (2015). Why has the introduction of natural gas vehicles failed in Germany?—Lessons on the role of market failure in markets for alternative fuel vehicles. *Energy Policy*, *78*, 91-101. doi:10.1016/j.enpol.2014.12.022.
15. Seznamlpg.cz (2018). Seznam LPG stanic v ČR. Retrieved March 26, 2018, from http://www.seznamlpg.cz/.
16. Srpová, E. (2017, July 17). Stále více evropských měst bude omezovat nebo zakáže auta s diesely. Praha zóny zatím neplánuje. Aktuálně.cz. Retrieved January 5, 2018, from https://zpravy.aktualne.cz/ekonomika/auto/stalevice-evropskych-mest-ma-v-planu-omezit-nebo-zakazatau/r~1e24ab8c6ab911e7832f0025900fea04/?redirected=1525448147.
17. Singh, H. , (2015). Conversion of Petrol Bike into LPGand Emission Check. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology*, *6*(4), 65-71.
18. Týden.cz (2017, September 7). Počet vozidel s alternativním pohonem se v EU zvyšuje. Týden.cz - Aktuální zpravodajství v souvislostech. Retrieved January 5, 2018, from https://www.tyden.cz/rubriky/auta/aktuality/pocet-vozidel-s-alternativnim-pohonem-se-v-euzvysuje_445270.html.
19. Volkswagen (2017). Golf, Golf GTI, Golf GTD, Golf R - technická data. Retrieved February 11, 2018, from https://www.volkswagen.cz/golf/golf/informacni-material.
20. ZTK (2017). Ceny benzínu a ceny nafty. Peníze.cz. Retrieved October 31, 2017, from https://www.penize.cz/ceny-benzinu-a-ceny-nafty.

Zónovanie v hraničnom asymetrickom meste

Zoning in a cross border asymmetrical city

Allan Jose Sequeira Lopez[1]

Abstrakt
Tento článok sa zaoberá prípadom, v ktorom existujú dve hraničiace mestá, tieto majú rozdielnu veľkosť a v každom z nich existuje regulátor, ktorý rozhoduje o tom, či miestne firmy vzniknú na danom mieste alebo nie. Ide o typ priestorovej konkurenčnej hry, keď hráč – firma – rozhoduje o umiestnení podľa rozhodnutia regulátora. Regulátor má motiváciu získať spotrebiteľov z druhého mesta a bude schvaľovať umiestnenie pre podnik, ktorý je dosť blízko k hranici. Budeme analyzovať situáciu, keď sa len jeden regulátor rozhodne urobiť zónovanie a druhý nie a túto situáciu ilustrujeme na príklade.

Kľúčové slová
Zónovanie, priestorová hra, výber miesta

Abstract
This paper investigate the case of two bordering towns of different size, in each tows there is a regulator who decides if the zoning of the local firms is implemented or not. It is a specific type of a spatial competition game when a location of the player (firm) is determined by the regulator. The regulator has an incentive to gain consumers from the other town and he will approve only locations for a firm close enough to the border. We will analyze the situation when only one regulator decide to do zoning and the other one no and we will illustrate this situation in a small example.

Key words
Zoning, spatial game, location choice

JEL classification
L13, R32, R38

1 Úvod

Moderné mestá uskutočňujú svoju územnú autoritu na reguláciu využívania oblastí v rámci svojho územia. Zónovanie je prospešné na zachovanie zdravia, bezpečnosti, harmonického rozvoja a blahobytu miestnej komunity. Miestne orgány regulujú rôzne typy použitia, ktoré sú povolené v každom zónovanom obvode v závislosti od typu daného obvodu, tzn. iné prevádzky budú povolené na obytných, priemyselných, obchodných, poľnohospodárskych, resp. rekreačných oblastiach. Návrh územného plánovania sa väčšinou orientuje na zdravie a bezpečnosti obyvateľov. Aby sa zabránilo negatívnym vonkajším účinkom, ťažké priemyselné činnosti sa udržiavajú dostatočne ďaleko od oblastí vyhradených na bývanie, ale ľahký priemysel sa môže nachádzať aj bližšie k obytným oblastiam. Niektoré komerčné aktivity, ktoré vytvárajú negatívne externality, napríklad diskotéky alebo kluby,

[1] Ing. Allan Jose Sequeira Lopez , University of Economics in Bratislava , Faculty of Economics Informatics, Department of Operations Research and Econometrics, allan.lopez@euba.sk.

môžu byť umiestnené ďaleko od rezidenčných alebo vzdelávacích oblastí, zatiaľ čo ostatné bez negatívnych externalít môžu byť povolené aj v obytných oblastiach.

Z pohľadu priemyselnej organizácie platí, že ak neexistujú žiadne negatívne externality, zónovanie môže mať vplyv na budúcu cenovú konkurenciu medzi firmami. Keď regulátor dovolí firmám len umiestnenie dostatočne blízko rovnakého miesta, firmy musia znižovať ceny, aby sa pokúsili získať viac spotrebiteľov. Na druhej strane ak sa firmy môžu lokalizovať na miestach, ktoré sú dostatočne vzdialené, cenová súťaž bude miernejšia. Lokalizácia firiem má tiež vplyv na dopravné náklady spotrebiteľov. Výsledkom je, že prebytky spotrebiteľov aj výrobcov kriticky závisia od umiestnenia firiem a regulačný orgán môže využívať územné plánovanie na zvýšenie dobrých životných podmienok. Okrem toho, ak sa uvažuje o susedných mestách, vzniká strategický účinok, ktorý ovplyvňuje reguláciu využívania územia. Náš príspevok sa snaží objasniť situáciu, ktorej sa bežne literatúra o územnom plánovaní nevenuje: strategické dôvody, ktoré by mohli viesť regulačné orgány hraničných miest k zónovaniu ich mestských oblastí a optimálny dizajn zónovania.[2]

Východiskovým dokumentom pri analýze umiestnenia konkurujúcich firiem v lineárnom meste je dielo Hotellinga "Stabilita v konkurencii" (Hotelling, 1929). V Hotellingovom modeli sa nachádzajú dve firmy v lineárnom meste, rozhodujú sa o svojom umiestnení a akonáhle sa lokalizujú, obe súčasne rozhodnú o svojich jednotných cenách. Spotrebitelia prepravujú svoj nákup domov za lineárne náklady prepravy. Problém vzniká, pretože neexistuje cenová rovnováha, keď sú firmy dostatočne blízko, ako to zdôraznili d'Aspremont et al. (1979).

V súvislosti s týmito modelmi literatúra o zónovaní analyzovala vplyv na zisky firiem a prepravné náklady spotrebiteľov a potom na celkovú životnú úroveň. V tejto súvislosti Lai a Tsai (LAI, 2004) skúmali asymetrické zónovanie, kde všetky výrobné aktivity sú zakázané vo výlučne rezidenčnej oblasti, ktorá zahŕňa oblasť, ktorá sa nachádza blízko ľavého okraja lineárneho mesta. Ukázali, že použitie zón ako priemyselného regulačného zariadenia znižuje zisky firiem, ktoré sa prenášajú na spotrebiteľov. Zónovanie môže znížiť celkové dopravné náklady spotrebiteľov a zlepšiť spoločenskú úroveň. Chen a Lai analyzovali symetrické centrálne zóny za predpokladu priestorovej Cournotovej konkurencie a ukázali, že spoločenské blaho by mohlo byť zlepšené prostredníctvom regulácie zón (Chen, 2008). Colombo analyzoval priestorový nediskriminačný Cournotov duopol s centrálnou zónovacou oblasťou, ktorá môže byť asymetrická (Colombo, 2012). Dospel k záveru, že optimálna veľkosť zónovaného pásma je nulová, pretože prebytok spotrebiteľov a zisky firiem klesajú s rastúcou rozlohou zón. Napokon, Bárcena-Ruiz a kol. študoval duopol, kde firmy stanovujú ceny mlynov. Regulátor orientovaný na spotrebiteľov umožňuje obom firmám umiestniť sa v centrálnej časti mesta, zatiaľ čo regulátor, ktorý sa skôr zaoberá preferenciami firiem, im umožňuje umiestniť sa len mimo hranice mesta (Bárcena-Ruiz, et al., 2015).

Uvedená literatúra sa týka zónovania v jednom meste. Model analyzovaný v našom príspevku analyzuje cezhraničné lineárne mesto zložené z dvoch hraničných miest lineárne mest[3].

Každé mesto patrí do určitej krajiny, štátu alebo regiónu a hraničí s iným lineárnym mestom z inej krajiny, štátu alebo regiónu. Každé mesto má vlastného regulátora, ktorý sa snaží maximalizovať sociálne blaho, berúc do úvahy iba prebytky spotrebiteľov a výrobcov, ktorí bývajú v jeho meste. Vo svete existuje mnoho príkladov miest s týmito

[2] Súvisiaca literatúra priestorových modelov študuje daňovú konkurenciu za predpokladu dokonalých konkurenčných firiem a miestnych jurisdikcií v metropolitných oblastiach nachádzajúcich sa na línii. Pozri napríklad Braid (Braid R. , 1993), (Braid, 2000) .

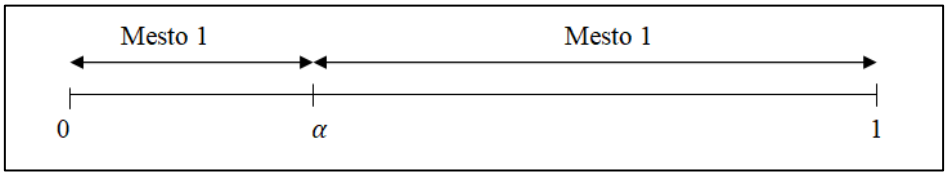
[3] lineárnym mestom rozumieme mestu, ktoré je v lineárnom priestore, ktorý sa pohybuje od 0 do 1 v porovnaní s iným mestom

charakteristikami. V našom príspevku sa zameriame na teoretické východiská analýzy regulácie zónovania v prípade konkurencie firiem v pohraničných mestách. Tieto mestá sú geograficky umiestnené v priestore, v ktorom sa nachádzajú rôzne spoločnosti, ktoré ponúkajú homogénne výrobky a tieto firmy dennodenne súťažia s cieľom získať klientov z druhého mesta. Budeme predpokladať, že v každom z týchto miest existuje regulačná jednotka, ktorá sa bude usilovať o to, aby miestne podniky využívali zónovaciu politiku.

2 Všeobecný model

Spotrebitelia sú umiestnení rovnomerne pozdĺž cezhraničného lineárneho mesta, ktoré pozostáva z dvoch hraničiacich miest. Mesto naľavo sa nachádza pozdĺž intervalu $[0, \alpha]$, zatiaľ čo mesto napravo sa nachádza pozdĺž intervalu $[\alpha, 1]$. Výsledkom je, že obe mestá majú formu cezhraničného lineárneho mesta pozdĺž segmentu $[0, 1]$ s hraničnou zónou medzi nim na α.

Obrázok 1 Lineárny model mesta



Zdroj: Vlastné spracovanie

Každý spotrebiteľ nakupuje od firmy iba jednu jednotku tovaru s najnižšou dodacou cenou, ktorá sa považuje za cenu plus dopravné náklady. Spotrebitelia prepravia svoj nákup domov za cenu td^2, kde t je pozitívna konštanta a d predstavuje vzdialenosť prejdenú od umiestnenia firmy do domácnosti spotrebiteľa.

Každý spotrebiteľ derivuje prebytok spotreby celkovo vo výške ceny a prepravných nákladov, označený s. Potom hrubý spotrebiteľský prebytok v meste 1 je αs a v meste 2 je $(1 - \alpha)s$. Predpokladáme, že prebytok s je dostatočne veľký na to, aby všetci spotrebitelia kúpili jednu jednotku výrobku.

V meste existujú dve konkurenčné firmy indexované i $(i = 1, 2)$. Označme x_i umiestnenie firmy i. Firma 1 je miestna firma v meste 1 a je umiestnená na území mesta 1: $x_1 \in [0, \alpha]$. Firma 2 je miestna firma v meste 2 and a je umiestnená na území mesta 2: $x_2 \in [\alpha, 1]$. Umiestnenie firmy je výsledkom dlhodobého rozhodnutia: akonáhle si firmy vyberú svoju lokalizáciu, táto nemôže byť zmenená. Výrobné náklady podnikov sú normalizované na nulu.

Načasovanie hry je nasledovné: v prvej fáze sa regulačné orgány rozhodnú súčasne o tom, či budú aplikovať zónovanie alebo nie. Ak budú existovať územné predpisy, miestnym firmám oznámia možné lokalizácie. V druhej etape obidve firmy súčasne rozhodnú o svojich lokalizáciách v rámci svojich miest, pričom zohľadnia akékoľvek obmedzenia týkajúce sa zón, ktoré môžu existovať. V tretej etape obidve spoločnosti stanovujú jednotné ceny. Hru riešime spätnou indukciou, aby sme našli dokonalú Nashovu rovnováhu.

Nech p_i označuje cenu stanovenú firmou i $(i = 1, 2)$. Umiestnenie zákazníka, ktorý je indiferentný pokiaľ ide o nákup od jednej alebo druhej firmy, $\bar{x}$, môžeme získať z nasledujúcej podmienky:

$$p_1 + t(\bar{x} - x_1)^2 = p_2 + t(\bar{x} - x_1)^2. \quad (1)$$

Z rovnice (1) dostaneme:

$$\bar{x} = \frac{p_1 - p_2}{2t(\bar{x} - x_1)} + \frac{x_1 - x_2}{2} \tag{2}$$

Z uvedeného vyplýva, že dopyt firmy 1 a 2, ak sú umiestnené na rôznych bodoch (tzn. nie sú umiestnené na α), je daný q_1 a q_2:

$$q_1 = \begin{cases} \bar{x} \; ak \;\; 0 \leq \bar{x} \leq 1 \\ 1 \;\; ak \; \bar{x} > 1 \\ 0 \;\; ak \; \bar{x} < 0 \end{cases}, \; q_2 = \begin{cases} 1 - \bar{x} \;\; ak \;\; 0 \leq 1 - \bar{x} \leq 1 \\ 1 \qquad ak \qquad 1 - \bar{x} > 1 \\ 0 \qquad ak \; 1 - \bar{x} < 0 \end{cases} \tag{3}$$

Aby sme dostali Nashove ekvilibrium, musíme najprv vyriešiť tretiu etapu hry, aby sme dostali rovnovážne ceny. V tomto štádiu firmy súčasne stanovujú svoje ceny a potom môžeme ich outputy zistiť z rovníc (3).

Účelová funkcia firmy i je:

$$\pi_i(p_i, p_j) = p_i q_i, \; i \neq j; \; i, j = 1, 2. \tag{4}$$

Dosadením (2) a (3) do (4) zohľadnením podmienky prvého rádu v súvislosti s cenami pre každú firmu získavame rovnovážne ceny, keď obe firmy predávajú tovar.[4]

$$p_1 = \frac{t}{3}(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2), \; p_2 = \frac{t}{3}(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2) \tag{5}$$

Dopyt firmy 1 a 2 môžeme následne určiť použitím (2) a (3):

$$q_1 = \frac{2 + x_1 + x_2}{6}, \; q_2 = \frac{4 - x_1 - x_2}{6} \tag{6}$$

Z rovníc (4) až (6) zisky firiem 1 a 2 sú:

$$\pi_1 = \frac{t}{18}(x_2 - x_1)(2 + x_1 + x_2)^2, \tag{7}$$

$$\pi_2 = \frac{t}{18}(x_2 - x_1)(4 + x_1 + x_2)^2 \tag{8}$$

Výsledky tretej etapy hry nezávisia od relatívnej veľkosti miest, ale iba od nariadení o zónovaní, pretože môžu podmieniť hodnoty x_1 a x_2.

Ak sa regulátor rozhodne zónovať svoje mesto, miestna firma sa musí nachádzať v oblasti určenej regulátorom. Vzhľadom na to, že spotrebitelia sú rozmiestnení po meste, každé mesto môže mať dve rôzne zóny: výlučne obytnú oblasť a druhú, ktorú môžu zdieľať spotrebitelia a miestna firma.

Účelová funkcia každého regulátora W_i predstavuje sumu lokálneho spotrebiteľského prebytku a ziskov miestnej firmy π_i

$$W_i = CS_i + \pi_i, \; i = 1, 2 \tag{9}$$

[4] Podmienky druhého radu problémov, ktoré analyzujeme, sú vždy splnené.

Aby sme získali účelovú funkciu každého regulátora, najprv musíme uvažovať o tom, že umiestnenia a ceny stanovené týmito dvoma firmami sú také, že $\bar{x} > \alpha$. V takom prípade sociálne bohatstvo prvého mesta (W_1) zahŕňa hrubý prebytok miestnych spotrebiteľov αs, mínus prepravné náklady miestnych spotrebiteľov (ktorí všetci nakupujú od firmy 1) plus zisky firmy 1 dosiahnuté z predaja v meste 2. Príjmy z predaja firmy 1 vo vlastnom meste sú iba peňažný prevod od domácich spotrebiteľov k lokálnej firme. Keď $\bar{x} = \alpha$, každý trh je pokrytý lokálnou firmou (Colombo, 2012).

3 Model s mestami rôznej veľkosti

V predchádzajúcej časti sme sa zaoberali prípadom symetrických miest, ale mnohé hraničné mestá majú rozdielne veľkosti. Pre účely nášho príkladu budeme uvažovať o asymetrickej situácii, kde $\alpha = 1/3$, tzn. mesto naľavo má polovičnú veľkosť mesta napravo. Aby sme skompletizovali túto analýzu, na konci, konkrétne ak $\alpha = 1/10$. To nám umožňuje zistiť, či výsledky dosiahnuté v prípade symetrických miest sú robustné pre zmeny v ich relatívnej veľkosti (Colombo, 2012).

Umiestnenie firiem, kde ani jedna firma nie je obmedzená, sú rovnaké ako predtým: $x_1 = 0$ a $x_2 = 1$. Budeme uvažovať o situácii, kedy obidve mestá sú zónované regulátorom. Toto nastavenie je jednoduché vyriešiť, keď dosadíme (5) do (2), dostaneme $x = (2 + x_1 + x_2)/6$. V dôsledku toho platí, že pri rovnováhe firma umiestnená naľavo (v malom meste) vždy získa niektorých spotrebiteľov z veľkého mesta: $\bar{x} > \alpha = 1/3$. Vzhľadom na uvedené, firma 1 získa niektorých spotrebiteľov, ktorí žijú v meste 2.

Pozrime sa na situáciu, ak len jedno mesto je zónované. Mestá sú rozlične veľké a zónovacie obmedzenia sú odlišné v závislosti od toho, či je umiestnenie obmedzené v malom alebo veľkom meste. Predpokladajme, že iba mesto 1 je zónované. Z predchádzajúcej analýzy vieme, že pri rovnováhe platí, že ak firma 2 nie je regulovaná, umiestni sa na $x_2 = 1$ (Hamoudi, 2012)

Regulátor mesta 1 vie, že firma 1 získa niektorých spotrebiteľov z mesta 2, takže výpočtom

$$x_1(x_2) = (-8 - x_2 + \sqrt{70 + 16x_2 + 4x_2})/3 \text{ pre } x2 = 1$$

dostaneme riešenie $x_1^* \simeq 0.1623$ a $x_2^* = 1$. Regulácia zónovania garantuje, že firma 1 sa umiestni na $x_1^* \simeq 0.1623$, pretože táto firma sa nemôže umiestniť na intervale $[0, 0.1623)$,

Pri porovnaní tohto výsledku s výsledkom získaným bez zónovania sa firma z malého mesta musí nachádzať v blízkosti hraníc medzi oboma mestami, aby získala podiel na trhu. Firma z veľkého mesta sa nachádza veľmi ďaleko, pretože nie je regulovaná, takže ceny sú veľmi vysoké. Z uvedeného vyplýva, že regulátor malých mesta má záujem, aby sa miestna firma presunula smerom k hranici.

Výsledky, pri ktorých je zónované iba mesto 2, sú zohľadnené nasledovne:

$$x_1 = 0, \; takže \; x_2(x_1) = (32 - 3x_1 - 2\sqrt{184 - 48x_1 + 4x_1\,2})/9$$

Dostaneme riešenie $x_2^* \simeq 0.5412$ a $x_1^* = 0$. Regulácia zónovania garantuje, že firma 2 sa umiestni na intervale [0.5412,1). Ak porovnáme tento výsledok s výsledkom získaným bez zónovania, miestna firma z veľkého mesta sa nachádza bližšie k hranici medzi oboma mestami, aby sa znížila strata príjmov od miestnych spotrebiteľov.

4 Záver

Zónovacie predpisy sú užitočným nástrojom, ktoré majú miestne orgány k dispozícii na reguláciu nielen využívania územia na ochranu zdravia alebo bezpečnosti, ale aj na dosiahnutie cieľov sociálneho bohatstva. Regulačné orgány môžu zistiť, že je v záujme zónovať svoje mestá, aby znížili dopravné náklady miestnych spotrebiteľov, získali príjmy od spotrebiteľov nachádzajúcich sa v susednom meste alebo znížili počet miestnych spotrebiteľov, ktorí kupujú výrobky z iných miest. V prípade chýbajúcej regulácie zón sa firmy snažia umiestniť ďaleko od svojich konkurentov na zmiernenie cenovej konkurencie, pokiaľ neberú do úvahy národnosť spotrebiteľov, ale berú do úvahy len svoje celkové zisky. Z hľadiska regulátora je dôležitá miestna alebo zahraničná povaha spotrebiteľov: miestni spotrebitelia, ktorých obsluhuje miestna firma, presúvajú svoje peniaze miestnemu výrobcovi bez straty celkového spoločenského bohatstva, pretože dopyt spotrebiteľov je neelastický. Keď miestnych spotrebiteľov obsluhuje zahraničná firma, suma, ktorú zaplatia, znižuje miestne sociálne bohatstvo.

V našom príspevku sme uvažovali o lineárnom meste s dvoma cezhraničnými mestami a zistili sme, že v prípade dvoch miest rovnakej veľkosti, regulátori využívajú zónovanie na ovplyvňovanie firiem, aby získali spotrebiteľov z druhého mesta a aby miestni spotrebitelia nekupovali produkty z druhého mesta. Regulačné orgány môžu zistiť, že je v ich záujme zónovať mestá, ak to nie je veľmi nákladné. V prípade nariadení o zónovaní sú firmy zvyčajne umiestnené bližšie, než by boli pri neexistencii takýchto nariadení. Keď sú obe mestá rozdielne vo veľkosti, tento účinok je tiež prítomný a regulátor väčšieho mesta má väčšiu motiváciu k zónovaniu svojho mesta. Je to preto, že má viac mestského priestoru a miestnych príjmov a tým môže regulátor znižuje stratu príjmov od miestnych spotrebiteľov, ktorí nekupujú miestne výrobky. Výsledkom je tiež zníženie prepravných nákladov miestnych spotrebiteľov. Je nemožné nájsť rovnováhu v prípade, že iba malé mesto je zónované. V prípade dvoch miest, ktoré sú výrazne odlišné vo veľkosti a zónovanie je finančne náročné, pre malé mesto nie je zónovanie užitočné, a teda v tomto prípade neexistuje rovnováha, ak sú obidve mesta regulované. Napriek tomu je aj v tomto prípade zonovanie užitočné pre väčšie mesto.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0351/17 Aplikácia vybraných modelov teórie hier pri riešení niektorých ekonomických problémov na Slovensku.

Literatúra

1. Bárcena-Ruiz, J. C., Casado-Izaga, F. J., Hamoudi, H., & Rodriguez, I. (2016). Optimal zoning in the unconstrained Hotelling game. *Journal of Regional Science, 95*(2), 427-435. Retrieved from https://doi.org/10.1111/pirs.12132.
2. Braid, R. M. (2000). Journal of Urban Economics. *Journal of Urban Economics, 47*(1), 88-114. doi:10.1006/juec.1999.2134.
3. Braid, R. M. (1993). Spatial Competition between Jurisdictions Which Tax Perfectly Competitive Retail (or Production) Centers. *Journal of Urban Economics, 34*(1), 75-95. doi:10.1006/juec.1993.1026.
4. Colombo, S. (2012). On optimal zoning in a linear town with Cournot competitors. *Springer-Verlag, 5*(2), 113-118. doi:https://doi.org/10.1007/s12076-011-0072-x
5. D'Aspremont, C., Gabszewicz, J., & J.-F. Thisse. (1979). On Hotelling's "Stability in Competition". *Econometrica, 47*(5), 1145-1150. doi:10.2307/1911955

6. Hamoudi, H., & Risueño, M. (2012). The effects of zoning in spatial competition. *Journal of Regional Science, 52*(2), 361-374. doi:10.1104/pp.82.3.695.
7. Hotelling, H. (1929). Stability in Competition. *The Economic Journal, 39*(153), 41-57. doi:10.2307/2224214
8. Chen, C., & Lai, F. (2008). Location Choice and Optimal Zoning under Cournot Competition. *Regional Science and Urban Economics, 38*(2), 119-126. doi:10.1016/j.regsciurbeco.2008.01.009.
9. Chen, C., & Lai, F. (2008). Location Choice and Optimal Zoning under Cournot Competition. *Regional Science and Urban Economics, 38*(2), 119-126. doi:10.1016/j.regsciurbeco.2008.01.009 .

Výber optimálnej množiny autobusových liniek v integrovanom dopravnom systéme

Problem of optimal set of bus lines in public municipal transport

Tomáš Majer[1]

Abstrakt
V príspevku ukážeme model zmiešaného lineárneho programovania na výber optimálnej množiny liniek integrovaného dopravného systému tak, aby sme minimalizovali paralelné vedenie autobusových a vlakových liniek. Vstupnými údajmi modelu sú chronometrážne tabuľky všetkých možných autobusových a vlakových liniek a matica zdroj–cieľ udávajúca počet cestujúcich medzi dvomi rôznymi zastávkami. Pre každú reláciu v tejto matici je vypočítaných niekoľko možných cestovných trás bez prestupov alebo aj s prestupmi. Cieľom optimalizácie je nájsť takú množinu autobusových liniek, aby na zabezpečenie následne navrhnutého cestovného poriadku bol potrebný minimálny počet autobusov. Samozrejme výsledné riešenie modelu musí zabezpečiť uspokojenie požiadaviek cestujúcich bez neprimeraného navýšenia cestovného času.

Kľúčové slová
Verejná doprava, najkratšia cesta, zmiešané lineárne programovanie.

Abstract
The paper proposes a linear programming model for selecting an optimal set of lines for integrated public transport system. A logical requirement is that optimal set does not contain parallel bus and railway lines. Set of almost all possible bus and railway lines and an origin-destination matrix which enumerate number of passengers traveling between different stops are given. For every relation in origin-destination matrix several possible paths (with or without line change) are calculated. The goal of optimization is to find a set of lines so that the timetable calculated in next step of optimization requires minimal number of buses. Of course, all requirements of passengers must be met without significant travel time increase.

Key words
Public transport, shortest path, mixed linear programming.

JEL classification
R410, C610

1 Úvod

Jedným z najväčších dopravných problémov súčasnosti je nárast individuálnej osobnej dopravy do takej miery, že na mnohých miestach presahuje kapacitu súčasnej cestnej siete. V najbližších rokoch sú síce naplánované obrovské investície do rozvoja dopravnej infraštruktúry, ale vzhľadom na skúsenosti z posledných rokov je otázne, kedy budú plánované projekty ukončené a odovzdané do užívania. A ani to pri súčasnom trende nemusí stačiť.

[1] Ing. Tomáš Majer, PhD., Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód a operačnej analýzy, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, tomas.majer@fri.uniza.sk

Riešením problému by mohlo byť lepšie využitie hromadnej osobnej dopravy. Autobusy ale často uviaznu v dopravných zápchach spolu s osobnými automobilmi a zabezpečenie ich priority formou samostatných jazdných pruhov je nemožné. Preto je potrebné integrovať cestnú a železničnú dopravu tak, aby bol pre cestujúcich zabezpečený primeraný komfort s jednoduchým a rýchlym prestupom z autobusu na vlak a naopak.

Všeobecne sa predpokladá, že prestup z linky na linku je pre cestujúceho nepríjemný a je preňho lepšie sa o 15 minút dlhšie viesť jedným spojom ako prestupovať. Preto by integrovaný dopravný systém mal ponúknuť výrazné zrýchlenie prepravy nielen v porovnaní so súčasným stavom ale snažiť sa o zrýchlenie aj v porovnaní s cestou autom (do ktorej treba započítať aj čas potrebný na nájdenie voľného parkovacieho miesta).

Zavedenie racionálnej zmeny, ktorá by cestujúcej verejnosti hromadnú dopravu naozaj zatraktívnila, je vzhľadom na delenie kompetencií, kedy štátne orgány určujú cestovný poriadok vlakovej dopravy, vyššie územné celky cestovný poriadok prímestskej autobusovej dopravy a mestá si riadia mestskú hromadnú dopravu, komplikované. Z tohto dôvodu začínajú vnikať organizácie zriadené krajským mestom a vyšším územným celkom, ktoré majú zabezpečiť integráciu verejnej dopravy. Bohužiaľ v takomto zoskupení stále chýba možnosť regulovať vlakovú dopravu.

Náš matematický model prezentovaný v tomto príspevku by mal po jeho implementácii do uceleného softvérového produktu slúžiť práve týmto novovzniknutým organizáciám ako nástroj na podporu rozhodovania pri tvorbe integrovaného dopravného systému. Takýto nástroj by mal vedieť vopred a bez veľkých nákladov odpovedať na otázky kde bude efektívne vybudovať prestupový terminál, kadiaľ sa majú viesť linky verejnej osobnej dopravy, ako často majú premávať spoje na jednotlivých linkách a podobne. No a samozrejme bez toho, aby sa robili zbytočné pokusy na ľuďoch.

2 Základný matematický model

Našim cieľom je navrhnúť systém verejnej dopravy v danom regióne. Poznáme dopyt po takejto doprave zadaný maticou zdroj–cieľ (angl. origin–destination, skratka OD), ktorej jednotlivé prvky O_{ij} predstavujú počet cestujúcich zo zastávky z_i do zastávky z_j v danom časovom intervale, napríklad v čase rannej špičky počas pracovných dní v roku. Máme danú aj čo najväčšiu množinu liniek $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, L_3, \dots\}$, ktoré by prichádzali do úvahy a ktoré navrhol dopravný inžinier pri rešpektovaní všetkých dopravných obmedzení. Pod linkou pritom budeme rozumieť postupnosť zastávok, na ktorých vozidlo bude zastavovať v smere tam aj späť, $L_i = (z_{i1}^t, z_{i2}^t, z_{i3}^t, \dots) \cup (z_{i1}^s, z_{i2}^s, z_{i3}^s, \dots)$.

Našou úlohou bude spomedzi všetkých liniek $\mathcal{L}$ vybrať relatívne malú podmnožinu tak, aby bol uspokojený dopyt cestujúcich a na realizáciu takéhoto systému bol potrebný čo najmenší počet vozidiel. Systém musí byť samozrejme pre cestujúcich atraktívny a teda musí byť prehľadný a časové straty jednotlivých cestujúcich čo najmenšie.

Existuje viacero modelov, ktoré riešia tento problém z rôznych uhlov pohľadu. Náš model je založený na modeli PRIVOL predstavenom v (Černá & Černý, 1992) a ďalej rozvinutom v (Daňek, Plevný & Teichmann, 2010) a (Černý & Černá, 2013).

Model PRIVOL (akronym pre PRIdelenie VOzidiel Linkám) rozdeľuje N vozidiel s kapacitou C cestujúcich medzi jednotlivé linky množiny $\mathcal{L}$ tak, aby bol čo najlepšie uspokojený dopravný dopyt D_a na každom úseku $a = (z_i, z_j) \in A$ dopravnej siete modelovanej orientovaným grafom $G = (V, A)$ (množina V predstavuje všetky zastávky). Celočíselná premenná x_l predstavuje počet vozidiel pridelených na linku L_l. Nech je doba obehu vozidla v minútach pozostávajúca z doby jazdy medzi zastávkami v smere tam aj späť a z manipulačnej doby na oboch konečných zastávkach označená T_l, potom prepočítaná kapacita autobusu za hodinu priradeného na linku bude $F_l = 60C/T_l$. Množinu liniek

premávajúcich po úseku a označme $\mathcal{L}_a$, cieľom modelu PRIVOL je maximalizovať minimálny pomer medzi ponukou a dopytom na jednotlivých úsekoch dopravnej siete.

$$\text{maximalizuj} \quad y \tag{1}$$

$$\text{za podmienok} \quad \sum_{l \in \mathcal{L}} x_l = N \tag{2}$$

$$\frac{1}{D_a} \sum_{l \in \mathcal{L}_a} F_l x_l \geq y, \forall a \in A \tag{3}$$

$$x_l \in \mathbb{N}_0 \forall l \in \mathcal{L}, y \in \mathbb{R}_0^+ \tag{4}$$

Tento model pre svoju činnosť vyžaduje prepočítať dopyt zadaný pomocou OD matice na dopyt D_a na jednotlivých úsekoch dopravnej siete. Najjednoduchší spôsob ako to urobiť je pre každý nenulový element O_{ij} z OD matice nájsť najkratšiu $z_i - z_j$ cestu $\mu(i,j)$ a dopyt D_a určiť ako súčet všetkých cestujúcich prechádzajúcich po hrane a

$$D_a = \sum_{i,j | a \in \mu(i,j)} O_{ij}. \tag{5}$$

Táto metóda je vhodná, keď je graf cestnej siete stromom a teda existuje jediná $z_i - z_j$ cesta. V opačnom prípade cestujúci v skutočnosti nemusia využívať najkratšiu cestu ale takú, ktorá im najviac vyhovuje a tá bude závisieť aj od cestovného poriadku, ktorý zatiaľ nepoznáme. V príspevku (Majer, 2010) sme sa snažili rozdeliť dopyt O_{ij} na niekoľko najkratších $z_i - z_j$ ciest, ale ani s týmito výsledkami sme neboli spokojný. Preto sme sa v našich ďalších príspevkoch (Majer, Palúch, & Peško, 2017) a (Peško & Majer, 2018) pokúšali zakomponovať výpočet dopytu na hrane priamo do modelu. Potom by rozdelenie dopytu na úseky siete bolo najskôr rozdelené medzi vybraté linky a až následne na hrany siete.

Ďalšou nevýhodou modelu PRIVOL je, že neprihliada na celkovú dĺžku cestovania jednotlivých cestujúcich vrátane časov potrebných na prestup medzi linkami. Kapacita vo vozidle rezervovaná pre cestujúceho môže byť teoreticky vyskladaná aj tak, že by cestujúci musel po prejdení každého úseku prestúpiť na inú linku, čo je pre cestujúceho samozrejme neakceptovateľné a počet nevyhnutných prestupov musí zostať minimálny.

3 Rozšírený matematický model

Aby model mohol počítať časové straty spôsobené prestupom, potrebujeme urobiť rozšírený model dopravnej siete. Sieť budeme opäť reprezentovať orientovaným grafom $\bar{G} = (\bar{V}, \bar{A})$, ale vrcholy budú teraz usporiadané dvojice v tvare $\bar{V} = \{(l, z_i) | l \in \mathcal{L} \cup \{\text{nástup,výstup}\}\}$ a hrany grafu budú reprezentovať jednotlivé činnosti:

- $\big((\text{nástup}, z_i), (l, z_i)\big)$ - nástup na linku l na zastávke z_i,
- $\big((l, z_i), (l, z_j)\big)$ - cestovanie linkou l po úseku $a = (z_i, z_j)$,
- $\big((l_1, z_i), (l_2, z_j)\big)$ - prestup z linky $l_1$na linku l_2 a vrátane prechodu peši zo zastávky z_i na zastávku z_j (vo väčšine prípadov bude platiť $z_i = z_j$),
- $\big((l, z_j), (\text{výstup}, z_j)\big)$ - výstup z linky l na zastávke z_j.

Ohodnotenie každej hrany predstavuje čas potrebný na nástup, jazdu, prestup a výstup cestujúceho. Diagram takéhoto grafu si môžeme predstaviť rozdelený do niekoľkých vrstiev – najnižšia vrstva predstavuje príchod cestujúcich na jednotlivé zastávky (začiatok cestovania), uprostred sú samostatné vrstvy pre každú linku zvlášť a navrchu je vrstva, ktorá predstavuje odchod odvezeného cestujúceho zo systému verejnej dopravy (koniec cesty). Cestovanie cestujúceho zo zastávky z_i do zastávky z_j je reprezentované nejakou cestou $\mu\left((\text{nástup}, z_i), (\text{výstup}, z_j)\right)$, dĺžka cestovania je určená dĺžkou tejto cesty $\text{length}(\mu_{ijk})$. Pre každú dvojicu zastávok z_i, z_j si vypočítame niekoľko alternatívnych ciest a označíme ich μ_{ijk} a počet cestujúcich touto cestou z_{ijk}. Vzhľadom na zadanú OD maticu musí platiť

$$O_{ij} = \sum_k z_{ijk} \text{ pre } \forall i, j \in V. \tag{6}$$

Dopyt po doprave na linke l a hrane $a = (u, v) \in A$, t.j. po hrane $\bar{a} = (l, a) = \big((l, u), (l, v)\big) \in \bar{A}$ môžeme určiť ako

$$d_{l,a} = \sum_{i,j,k|(l,a)\in\mu_{ijk}} z_{ijk} \text{ pre } \forall (l, a) \in \bar{A}. \tag{7}$$

Doplnením podmienok (6) a (7) do modelu (1) až (4) by sme dostali nelineárny model. Zafixovaním y na nejakú vhodnú konštantu Y dostaneme opäť lineárny model a ako kritérium použijeme minimalizáciu celkových časových strát všetkých cestujúcich. Výsledný model potom bude mať tvar

minimalizuj
$$t = \sum_{ijk} z_{ijk}.\text{length}(\mu_{ijk}) \tag{8}$$

za podmienok
$$\sum_{l\in\mathcal{L}} x_l = N \tag{9}$$

$$O_{ij} = \sum_k z_{ijk} \text{ pre } \forall i, j \in V \tag{10}$$

$$d_{l,a} = \sum_{i,j,k|(l,a)\in\mu_{ijk}} z_{ijk} \text{ pre } \forall (l, a) \in \bar{A} \tag{11}$$

$$F_l x_l \geq Y.d_{l,a}, \text{ pre } \forall (l, a) \in \bar{A} \tag{12}$$

$$\begin{gathered} x_l \in \mathbb{N}_0 \text{ pre } \forall l \in \mathcal{L}, \\ z_{ijk} \in \mathbb{R}_0^+ \text{ pre } \forall i, j, k, \\ d_{l,a} \in \mathbb{R}_0^+ \text{ pre } \forall (l, a) \in \bar{A}. \end{gathered} \tag{13}$$

Podmienka (12) zabezpečí dostatočnú kapacitu na každej linke a hrane dopravnej siete. Aj tento model sa dá ďalej modifikovať podľa požiadaviek – napríklad namiesto minimalizácie súčtu časových strát by sme mohli minimalizovať maximálne navýšenie cestovného času oproti súčasnému stavu a tým vytvoriť spravodlivejší systém pre všetkých cestujúcich. Alebo po prvotnom výpočte zhora ohraničiť časové straty (z účelovej funkcie vyrobiť podmienku) a ako účelovú funkciu použiť minimalizáciu počtu potrebných vozidiel (zabudnúť na stanovený počet vozidiel N). Tiež je pomerne jednoduché upraviť model pre

použitie rôznych druhov vozidiel s rôznou kapacitou (toto je nevyhnutné v kombinácií autobusovej a vlakovej dopravy).

4 Výpočtový experiment

Vyššie uvedený model sme aplikovali na región Rajeckej doliny v Žilinskom okrese. V tomto regióne sa okrem Žiliny nachádzajú dve mestá (Rajecké Teplice a Rajec) a dvadsať obcí (Čičmany, Ďurčiná, Fačkov, Jasenové, Kamenná Poruba, Kľače, Konská, Kunerad, Lietava, Lietavská Lúčka, Lietavská Svinná - Babkov, Malá Čierna, Podhorie, Porúbka, Rajecká Lesná, Stránske, Šuja, Turie, Veľká Čierna, Zbyňov).

Verejná osobná doprava je zabezpečovaná pomocou motorových osobných vlakov na trati Žilina – Rajecké Teplice – Rajec a štrnástimi linkami prímestskej autobusovej dopravy.

Pri tvorbe integrovaného dopravného systému je potrebné zvážiť odstránenie paralelného vedenia autobusových liniek a vlaku s možnosťou prestupu z autobusu na vlak a naopak v mestách Rajec a Rajecké Teplice, ktoré sú prirodzenými centrami regiónu. K tejto úlohe ale musíme pristupovať citlivo, nakoľko železničná trať je na väčšine úseku jednokoľajová, z hľadiska modernizácie a dosahovanej rýchlosti vlakov veľmi zanedbaná a teda jej prepravná kapacita nie je príliš vysoká. Z tohto dôvodu je jasné, že paralelné vedenie niektorých autobusových liniek bude potrebné zachovať. Toto je hlavná motivácia na využitie nášho modelu.

Aby sme umožnili prestup a zníženie počtu autobusov premávajúcich medzi Žilinou, Rajeckými Teplicami a Rajcom, pre každú zo súčasných liniek bola ponechaná jej dlhá verzia z obce v regióne až po Žilinu, verzia skrátená len po Rajecké Teplice, kde by cestujúci idúci do Žiliny museli prestúpiť a v prípade, že linka prechádzala aj cez Rajec, bola do množiny liniek zahrnutá aj najkratšia verzia linky končiaca v meste Rajec s možnosťou ďalšieho prestupu do Rajeckých Teplíc a Žiliny.

Vzhľadom na možnú nedostatočnú kapacitu železničnej dopravy, do množiny liniek boli zahrnuté aj zrýchlené autobusy kopírujúce súčasnú železničnú trať na trase Rajec – Rajecké Teplice – Žilina a aj skrátená verzia na trase Rajecké Teplice – Žilina.

Vzhľadom na potrebnú modernizáciu železničnej trate a osobných motorových vlakov sme vytvorili okrem vlakovej linky Rajec – Rajecké Teplice – Žilina aj jej skrátenú verziu Rajecké Teplice – Žilina a náhradnú autobusovú linku na trati Rajec – Rajecké Teplice.

Prezentovaný model sme modifikovali tak, aby sme mohli použiť vozidlá s rôznou kapacitou – konkrétne 4 vlakové súpravy s kapacitou 240 cestujúcich a 20 autobusov s kapacitou 90 cestujúcich.

Prestup medzi autobusovými linkami bol možný na všetkých spoločných zastávkach týchto liniek, prestup z vlaku na autobus a naopak len na železničnej stanici Rajec (autobusová zastávka Rajec,,žel.st) a železničnej stanici Rajecké Teplice (autobusová zastávka Rajecké Teplice,,A.S.). Čas potrebný na prestup sme nastavovali postupne na 1, 2, 5 a 10 minút.

Dopravný dopyt sme mali zadaný pomocou OD matice za rannú špičku v čase od 05:00 do 08:00, t.j. počty cestujúcich boli za tri hodiny. OD matica zahŕňala len cestujúcich autobusovej dopravy. Našim cieľom teda bolo zistiť, koľko cestujúcich by začalo využívať vlakovú dopravu.

Výsledky boli prekvapivé, cestujúci nechceli využívať vlakovú dopravu. Toto bolo spôsobené tým, že vlaková doprava podľa cestovného poriadku nie je rýchlejšia ako autobusová. Po rekonštrukcii železničnej trate sa očakáva zrýchlenie, preto sme v dlhodobom výhľade modelovali zrýchlenie železničnej dopravy o 10% a 20%. Až po tomto zrýchlení boli cestujúci ochotní prestúpiť na vlaky. Ale systém aj tak vyberal väčšinu autobusových liniek s trasou až do Žiliny. To môže byť spôsobené tým, že do nášho modelu sme nezahrnuli linky

mestskej hromadnej dopravy v Žiline a teda cestujúci, ktorí cestovali do Žiliny, ale nevystupovali na zastávke Žilina,,A.S. sa museli aj tak odviesť pomocou autobusu, nakoľko model ich musí dopraviť do pôvodného cieľu cesty.

5 Záver

V príspevku sme prezentovali model zmiešaného lineárneho programovania, pomocou ktorého je možné efektívne navrhovať integrovaný systém verejnej dopravy tak, aby sa šetrili prostriedky z verejných zdrojov a pritom bola zachovaná alebo aj zvýšená kvalita a dostupnosť verejnej dopravy pre všetkých obyvateľov regiónu. Na to, aby bol model úspešne využívaný v praxi by ale bolo potrebné vytvoriť softvérový produkt na jednoduché a prehľadné zadávanie veľkého množstva vstupných údajov a aj na prehľadné a zrozumiteľné znázornenie výsledkov.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0582/16 *Ekonomická optimalizácia procesov na sieťach*.

Literatúra

1. Černá, A., & Černý, J. (1992). Linear Optimisation of Urban Bus Routes and Frequencies. *Czechoslovak Journal for Operational Research, 1*, 207-217.
2. Černý, J., & Černá, A. (2013). Erlander Principle in Managerial Decision Making on Czech and Slovak Urban Transport Routes. *E+M Ekonomie a Management 16*(1), 93–100.
3. Daňek J., Plevný M., & Teichmann D. (2010). The Rational Operation of the Urban Transport Line Network by Minimization of the Needed Vehicles. *E+M Ekonomie a Management 13*(2), 53–61.
4. Majer T. (2010). Route Assignment Based on k-Shortest Paths Problem. *Proceedings of the international scientific conference Quantitative methods in economics QME 2010,* 117–126.
5. Majer, T., Palúch, S., & Peško Š. (2017). Model of Passengers to Line Assignment in Public Municipal Transport. *Proceedings of the international conference Mathematical methods in economics MME 2017*, 420–423.
6. Peško Š., & Majer, T. (2018). Line Planning with Minimal Travel and Transit Times. *Proceedings of the international conference International Carpathian Control Conference ICCC 2018,* 191–195.

Možnosti dekompozície rozvrhovacieho problému vozidiel

Possibilities of decomposition of vehicle scheduling problem

Stanislav Palúch[1]

Abstrakt

K. Vašek v práci (Vašek, 1985) ukázal, ako je možné exaktne dekomponovať každý problém rozvrhovania vozidiel na minimálne dva podproblémy riešiteľné osobitne. Tento spôsob dekompozície sa hodil na optimalizáciu s použitím modelu teórie grafov, ktorý sme implementovali na počítačoch radu SMEP. Bolo tak možné obísť pamäťové a rýchlostné limity týchto počítačov a vyriešiť tak praktické problémy, ktoré by sa inak do pamäte týchto počítačov nevošli. Od tej doby však pamäť a rýchlosť počítačov vzrástli najmenej o tri rády. Súčasne nastal taký enormný rozvoj softvéru na matematické programovanie, že súčasné výpočtové prostriedky dokážu vyriešiť aj veľké praktické inštancie v krátkom čase a navyše exaktne implementovať aj mnohé ďalšie obmedzenia. Tento článok navrhuje spôsob, ako využiť myšlienky dekompozície pre zjednodušenie príslušných matematických modelov.

Kľúčové slová

turnus vozidla, optimalizácia, rozvrhovanie vozidiel, dekompozícia

Abstract

K. Vašek showed in (Vašek, 1985) the way how it is possible to decompose every vehicle scheduling problem into two ones solvable separately. This way of decomposition was useful in optimization using graph theory models which was implemented on computers SMEP. Decomposition enabled us to overcome memory and speed limits of computers and to solve large practical problems exceeding memory limits. The memory and speed of computers skyrocketed till that time. Capacity and speed of computers was accompanied with an enormous development of software for mathematical programming. This software can solve even large real life instances in reasonable time and moreover it can implement many other restrictions. This paper shows the way, how to make use the idea of decomposition for reduction o size of corresponding mathematical models.

Key words

bus schedule, optimization, vehicle scheduling, decomposition

JEL classification

R410, C610

1 Úvod

Úloha rozvrhovania vozidiel je takáto: Je daná množina spojov $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$, každý spoj je určený miestom odchodu, miestom príchodu, časom odchodu a časom príchodu. Na množine spojov je daná binárna relácia precedencie $\prec$ modelujúca skutočnosť, že $s_i \prec s_j$ práve vtedy, keď jeden autobus môže po spoji s_i odviezť aj spoj s_j. Relácia precedencie je

[1] doc. RNDr. Stanislav Palúch, CSc., Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód a operačnej analýzy, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, stanislav.paluch@fri.uniza.sk

tranzitívna a antireflexívna. Ďalej je daná matica $C = \{c_{ij}\}_{\substack{i=1,2,\dots n \\ j=1,2,\dots,n}}$, kde c_{ij} sú náklady na prechod autobusu zo spoja s_i na spoj s_j ak $s_i \prec s_j$ a $c_{ij} = \infty$ inak.

Turnus vozidla je postupnosť spojov $T_t = s_{t1} \prec s_{t2} \prec \cdots \prec s_{tn_t}$, t.j. postupnosť spojov vykonateľných jedným vozidlom. Cena turnusu T_t je

$$c(T_t) = c_{t1t2} + c_{t2t3} + \cdots \prec + c_{t(n_t-1)n_t} .$$

Obehový rozvrh je rozdelenie všetkých spojov množiny S do turnusov vozidiel $O = T_1, T_2, \dots, T_r$. Cena obehového rozvrhu O je

$$c(O) = c(T_1) + c(T_2) + \cdots + c(T_r).$$

Pri hľadaní optimálneho obehového rozvrhu ide o multikriteriálnu optimalizáciu s dvomi najdôležitejšími minimalizačnými kritériami:

K1: Minimalizácia počtu turnusov r.

K2: Minimalizácia ceny obehového rozvrhu $C(O)$.

Okrem týchto dvoch spomínaných kritérií sa na turnusy vozidiel kladú ďalšie požiadavky vyplývajúce z toho, že turnus vozidla je súčasne aj turnusom vodiča a preto musí spĺňať ustanovenia zákonníka práce a tiež bezpečnostných predpisov hlavne o bezpečnostnej prestávke.

Rozvrhovanie vozidiel a osádok v pravidelnej autobusovej doprave sa do sedemdesiatych rokov minulého storočia robilo ručne. S rozvojom výpočtovej techniky sa od tej doby začínajú pokusy o počítačovú optimalizáciu turnusov vozidiel a osádok. Výskum optimalizačných metód začal najprv v západoeurópskych štátoch. Čoskoro ho nasledovali aj počítačové pokusy v bývalom Československu, menovite na Ústave silniční a městské dopravy – Praha a tiež v Závode výpočetní techniky ČSAD n. p. Ostrava. Tieto pokusy boli založené na princípe kopírovania práce dispečera pri plánovaní práce jednotlivých vozidiel. Tieto pokusy však boli odsúdené na neúspech, pretože počítač nemá skúsenosti a intuíciu dispečera. Prvé v praxi použiteľné výsledky dosiahol počítačový systém KASTOR vytvorený na výskumnom ústave dopravnom v Žiline – (kolektív S. Palúch, Š. Peško, K. Vašek, D. Engelthaller). Prvé skutočné nasadenie r. 1983 v Třinci prinieslo úsporu 1 autobusu z 22 a úsporu 10 tisíc litrov nafty ročne.

V tom čase sa na optimalizácie obehov používali počítače radu SM napr. SM-3-10, SM-4, SM-52-11 s operačnou pamäťou obmedzenou na 248 kB, z čoho ešte okolo 60 kB zaberal operačný systém DOS-RV (analógia RSX-11M) a najmä keď pamäťový priestor jednej úlohy bol obmedzený na 64 kB, väčšie úlohy sa nezmestili do tohto priestoru. Preto bolo potrebné väčšie úlohy dekomponovať. Navyše výpočtový čas (cca. 4 – 6 hodín) väčších úloh presahoval strednú dobu medzi nevysvetliteľnými poruchami použitej techniky, takže mnohé pokusy skončili náhodným „stvrdnutím“ počítača.

Dekompozícia spočíva v rozdelení veľkej úlohy na menšie čiastkové úlohy, vyriešení týchto menších úloh a nakoniec v spojení čiastkových riešení do riešenia celej veľkej úlohy. Ak má napríklad úloha zložitosť $O(n^4)$, čiže doba výpočtu úlohy rozsahu n spojov je $T(n) \approx K.n^4$, rozdelením tejto úlohy na k približne rovnakých čiastkových úloh trvá vyriešenie jednej takejto redukovanej úlohy približne $T(n/k) = K.(n/k)^4$, vyriešenie všetkých k úloh $k.T(n/k) = K.(n^4/k^3) = T(n)/k^3$. Stupeň polynomickej zložitosti úlohy sa tým síce nezníži, ale zníži sa doba výpočtu.

Vyššie uvedená úvaha o čase výpočtu je značne optimistická, pretože samotné rozdelenie úlohy a spojenie čiastkových riešení si vyžiada istú časovú réžiu a navyše treba spravidla pridať dodatočné výpočtové kroky na zlepšenie optimality celkového riešenia. Dekompozícia rozvrhovacej úlohy bola významná nielen z dôvodu zníženia časovej náročnosti výpočtu, ale i z dôvodu zníženia nárokov na operačnú pamäť počítača.

Použitie dekompozície je spravidla sprevádzané stratou optimality riešenia. Z praktickej skúsenosti vieme, že dopravné podniky v niektorých prípadoch akceptujú isté zhoršenie kritéria K2 i niektorých ďalších kritérií, avšak zhoršenie kritéria K1 – zvýšenie minimálneho počtu vozidiel je neprijateľné. Preto kategorickým imperatívom akejkoľvek dekompozície je zachovanie exaktného minimálneho počtu použitých vozidiel.

2 Modely riešenia rozvrhovacieho problému

Model teórie grafov

Digraf následnosti spojov je digraf $G = (S, E, c)$ s množinou vrcholov rovnou množine spojov a s množinou hrán $E = \{ (s_i, s_j) \mid s_i \prec s_j \}$ a cenou hrany $c(s_i, s_j) = c_{ij}$.

Rozvrhovacia úloha s minimalizáciou kritérií K1 a K2 má nasledujúcu formuláciu: Pokryť všetky vrcholy digrafu následnosti spojov s minimálnym počtom disjunktných orientovaných ciest s minimálnou celkovou cenou.

Platí nasledujúca veta – Dilworth:

Minimálny počet ciest pokrývajúcich všetky vrcholy digrafu následnosti spojov G sa rovná mohutnosti najpočetnejšej nezávislej množiny vrcholov digrafu G.

Nech $I = \{s_1, s_2, \dots, s_r\}$ je najpočetnejšie nezávislá množina v digrafe G, $s \in S$. Potom neexistujú $s_p \in I$, $s_q \in I$ také, že $s_q \prec s$ a súčasne $s \prec s_p$. Potom by z tranzitivity digrafu spojov vyplývalo $s_q \prec s_p$ čo je spor s predpokladom nezávislosti množiny I.

Množina všetkých spojov S sa preto rozkladá na tri disjunktné podmnožiny V, I, W také, že pre každé $s \in V$ existuje aspoň jedno $s_p \in I$ také, že $s \prec s_p$ a pre každé $s \in W$ existuje aspoň jedno $s_q \in I$ také, že $s_q \prec s$.

Žiaden turnus – žiadna pokrývajúca cesta optimálneho riešenia vzhľadom na kritérium K1 nemôže obsahovať hranu $(s_i s_j) \in E$ takú, že $s_i \in V$ súčasne $s_j \in W$.

Každá cesta optimálneho riešenia totiž musí obsahovať práve jeden spoj najpočetnejšej nezávislej množiny I. Majme nejakú cestu optimálneho riešenia obsahujúcu hranu $(s_i s_j) \in E$ takú, že $s_i \in V$ súčasne $s_j \in W$. Táto cesta obsahuje aj spoj $s_p \in I$. Digraf G je tranzitívny, preto každé dva rôzne spoje jednej cesty sú porovnateľné. Spoj s_p leží na skúmanej ceste alebo pred hranou (s_i, s_j) alebo za ňou. Keby ležal pred hranou (s_i, s_j) potom by platilo $s_p \prec s_i$ potom podľa definície množiny W by $s_i \in W$, čo je spor s predpokladom, že $s_i \in V$.

Keby spoj s_p ležal za hranou (s_i, s_j) potom by platilo $s_j \prec s_p$ potom podľa definície množiny V by $s_j \in V$, čo je spor s predpokladom, že $s_j \in W$.

Pretože každý turnus vozidla – každá pokrývajúca cesta optimálneho pokrytia digrafu následnosti spojov G musí obsahovať práve jeden spoj najpočetnejšej množiny I, možno rozvrhovací problém dekomponovať na dva problémy s množinami spojov $V \cup I$ a $I \cup W$. Čiastkové riešenie prvej úlohy dá r turnusov končiacich v spojoch množiny I, čiastkové riešenie druhej úlohy dá r turnusov začínajúcich v spojoch množiny I. Výsledné riešenie sa zostaví tak, že čiastkový turnus z riešenia prvej úlohy končiaci v spoji $s_p \in I$ sa predĺži čiastkovým turnusom z riešenia druhej úlohy začínajúcim v tom istom spoji. Ak sú obe čiastkové riešenia optimálne z hľadiska kritérií K1 a K2, potom aj výsledné celkové riešenie je optimálne vzhľadom k týmto kritériám. Táto dekompozícia je exaktná.

Modely celočíselného lineárneho programovania

Dekompozícia popísaná v predchádzajúcej časti v dnešnej dobe nemá praktický význam, pretože rozsah operačnej pamäte a rýchlosť súčasných počítačov umožňuje výpočet aj tých najväčších praktických prípadov vo veľmi krátkom čase. Niektoré poznatky z tejto

dekompozície by sa však dali využiť pri použití modelov celočíselného lineárneho programovania.

Majme množinu spojov $S = \{1,2, \dots, n\}$ s precedenčnou reláciou

$$E = \{(i,j) \mid i \in S, j \in S, i \prec j\} \tag{1}$$

a cenou $c_{ij} = c(i,j)$.

Pre každú dvojicu $(i,j) \in E$ definujme rozhodovaciu premennú x_{ij} s nasledujúcim významom

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ak spoj } j \text{ je zaradený v nejakom turnuse bezprostredne za spoj } i \\ 0, \text{inak} \end{cases} \tag{2}$$

Základný model celočíselného lineárneho programovania pre minimalizáciu kritérií K1 a K2 je:

$$\text{Maximalizuj} \sum_{(i,j)\in E} (K - c_{ij}) x_{ij} \tag{3}$$

$$\text{za podmienok: } \sum_{i\in S} x_{ij} \leq 1 \text{ pre } j \in S \tag{4}$$

$$\sum_{j\in S} x_{ij} \leq 1 \text{ pre } i \in S \tag{5}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \text{ pre } i \in S, j \in S \tag{6}$$

Úloha (3) – (6) je špeciálnym prípadom priraďovacej úlohy, kde podmienku (6) možno nahradiť podmienkou

$$0 \leq x_{ij} \text{ pre } i \in S, j \in S \tag{7}$$

Práce T. Majera ukázali, že súčasné solvery lineárneho programovania zvládnu bez problémov praktické úlohy rozsahu tisíc spojov. Ďalšie pokusy ukázali, že model (3) – (6) možno doplniť ďalšími lineárnymi ohraničeniami a tak exaktne vypočítať doteraz neriešiteľné problémy opakovaným riešením rozšírenej celočíselnej úlohy, v ktorej však už nemožno podmienku (6) nahradiť podmienkou (7). Dodatočnými podmienkami a opakovaním rastie rozsah riešenej úlohy preto bude vhodné zmenšiť jej rozsah, na čo by sa dali využiť výsledky exaktnej dekompozície základnej rozvrhovacej úlohy.

V predchádzajúcom odseku sme dokázali, že ak je I najpočetnejšia nezávislá množina spojov v digrafe následnosti spojov G, potom sa množina všetkých spojov S o rozkladá na tri disjunktné podmnožiny V, I, W také, že

$$V = \{s \in S \mid \exists s_p \in I \; s \prec s_p\}, \qquad W = \{s \in S \mid \exists s_p \in I \; s_p \prec s\}. \tag{8}$$

Ďalej sme ukázali, že v optimálnom riešení minimalizujúcom kritérium K1 – počet autobusov nemôže byť použitá hrana $(s_i s_j) \in E$ taká, že $s_i \in V$ a súčasne $s_j \in W$. Množina hrán, ktorých použitie zvyšuje počet turnusov je

$$Z = \{(i,j) \mid i \in V, j \in W\} \tag{9}$$

Ak pri použití rozšírených modelov bude podstatné dodržanie minimálneho počtu vozidiel, potom namiesto množiny

$$E = \{(i,j) \mid i \in S, j \in S, i \prec j\}$$

budeme počítať s množinou

$$F = E - Z,$$

čo má za následok značné zníženie počtu rozhodovacích premenných x_{ij}. Predpokladáme, že toto zníženie umožní počítať rozsiahlejšie inštancie a tiež je možné, že zrýchli výpočet.

Pri riešení samotného modelu (3) – (6) takáto redukcia nemá význam, avšak pri mnohonásobnom riešení modelu (3) – (6) dopĺňaného po každom kole ďalšími a ďalšími obmedzujúcimi podmienkami môže mať istý význam. Navrhnutý postup bude treba ešte doplniť konkrétnymi výpočtami.

3 Záver

V príspevku bolo ukázané, ako je možné dekompozíciu rozvrhovacieho problému vozidiel využiť na redukciu počtu bivalentných premenných modelu zmiešaného lineárneho programovania riešiaceho tento problém. Predpokladáme, že uvedená redukcia by mohla výrazným spôsobom urýchliť výpočet zložitejších modelov, ktoré napríklad dokážu zabezpečiť splnenie požiadaviek na pracovnú zmenu vodiča ako je bezpečnostná prestávka alebo prestávka na jedlo.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0582/16 *Ekonomická optimalizácia procesov na sieťach*.

Literatúra

1. Czimmermannn, P., & Peško Š. (2004). Autobusové rozvrhy s dvoma typmi vozidiel. *Proceedings of 3-rd International Conference APLIMAT*, 321-326.
2. Černá, A. (2001). Optimalizace regionální autobusové dopravy. *Proceedings of International Conference Věda o dopravě*, 70-75.
3. Engelthaller, D. (1987). *Uplatnenie systémov človek – stroj pri tvorbe obehového rozvrhu v osobnej doprave*. [Kandidátska dizertačná práca]. Žilina, Slovakia: VŠDS Žilina.
4. Palúch, S. (2001). Graph Theory Approach to Bus Scheduling Problem. *Studies of the faculty of management science and informatics, 9*(2), 53-57.
5. Palúch, S. (2003). Bus Scheduling as a Graph Coloring Problem. *Communications, 2003*(4),

6. Palúch, S., & Majer, T. (2016). Vehicle scheduling with roundabout routes to depot. *Proceedings of 34th international conference Mathematical methods in economics MME 2016*, 623-628.
7. Palúch, S., Peško, Š, & Majer, T. (2016). An exact solution of the minimum fleet size problem with flexible bus trips. *Proceedings of the international scientific conference Quantitative methods in economics 2016*, 278-282.
8. Peško, Š., Palúch, S., & Majer, T. (2016). A group matching model for a vehicle scheduling problem. *Proceedings of the international scientific conference Quantitative methods in economics 2016*, 59-65.
9. Prata, B.A. (2016). A multiobjective metaheuristic approach for the integrated vehicle and crew scheduling. *Journal of Transport Literature*, *10*(2), 10-14.
10. Vašek, K. (1985). Problém dekompozície pri optimalizácii obehových rozvrhov. *Zborník prác VÚD, 1985*(45), 148-154.

Robustná linkotvorba s viacerými scenármi dopytu cestujúcich
Robust line planning with multiple passenger demand scenarios

Štefan Peško[1]

Abstrakt
Súčasné domáce a zahraničné modely linkotvorby vychádzajú prevažne z deterministických modelov, kde je dopyt cestujúcich modelovaný OD-maticami v príslušných obdobiach (špičkách a sedlách) dňa. V prípade neistého dopytu sa v stochastických modeloch predpokladá vhodné pravdepodobnostné rozdelenie s odhadovanými parametrami. V tomto príspevku ukážeme iný spôsob využitia elektronických údajov o denných jazdách (nástupoch a výstupoch) cestujúcich sledovaného obdoba (napr. mesiaca). Formulujeme robustný model, ktorý je zovšeobecnením úspešného modelu PRIVOL v ktorom denné OD matice v týždni vytvárajú príslušné scenáre dopytu cestujúcich. Model verifikujeme na údajoch z októbra 2017 v autobusovej dopravnej sieti Rajeckej doliny.

Kľúčové slová
Linkotvorba, scenáre, robustný model.

Abstract
Current domestic and foreign models of line planning are based mostly on deterministic models where passenger demand is modeled by OD-matrices at appropriate times (tops and saddles) of the day. In the case of uncertain demand, a probabilistic distribution with estimated parameters is assumed in stochastic models. In this paper, we will show another way of using electronic data on daily journeys (arrivals and departures) of passengers traveling to the monitored time phase (eg, the month). We form a robust model that is a generalization of a successful PRIVOL model in which the daily OD of the matrix of the week creates appropriate passenger demand scenarios. We verify the model on data from October 2017 in the Rajecká valley bus network.

Key words
Line planning, scenarios, robust model.

JEL classification
R410, C610

1 Úvod

Súčasné domáce a zahraničné modely linkotvorby v autobusovej doprave vychádzajú prevažne z deterministických modelov, kde je dopyt cestujúcich modelovaný OD-maticami (Origin-Destination) v príslušných obdobiach (špičkách a sedlách) dňa. Neisté počty cestujúcich, ktorí požadujú presun medzi východiskovou a cieľovou zastávkou možno modelovať stochasticky pomocou vhodných pravdepodobnostných rozdelení, čo ale naviac vyžaduje vierohodné odhady ich parametrov. Takýto postup bol zvolený v práci (Borndörfer, Grötschel & Pfetsch, 2007), kde autori modifikovali iteračnú metódu generovania stĺpcov,

[1] doc. RNDr. Štefan Peško, CSc., Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód a operačnej analýzy, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, stefan.pesko@fri.uniza.sk

pričom stĺpec reprezentuje novú linku, ktorá sa navrhuje stochasticky z dočasne vytvorených liniek. Tento prístup je však časovo veľmi náročný nakoľko požaduje veľký počet iterácií.

Stochastická metóda tvorby cestovných poriadkov jednej linky s viacerými intervalmi odchodov behom dňa bola navrhnutá v práci (Cheng, 2007). Heuristická metóda tvorby nových liniek založená na "pažravom princípe", je navrhnutá v práci (Majer, 2010). Tu sa vytvárajú linky na základe čo najväčšieho dopytu cestujúcich. Výhodou toho prístupu je, že umožňuje nielen kontrolovať ďalšie obmedzujúce podmienky na linku napr. na pohodlie cestujúcich pomocou previsu dopytu nad ponukou ale i vytvárať viaceré alternatívne linky. Takto môže vzniknúť široká množina alternatívnych liniek, z ktorej potrebujeme vybrať čo najefektívnejšiu podmnožinu liniek.

Ďalším praktickým problémom, ktorý treba pri linkotvorbe vyriešiť je OD-matica. Počty cestujúcich jazdiacich v určitom čase medzi dvojicami zastávok môžeme získať pomocou úplného prieskumu, ale takýto prieskum je finančne veľmi náročný (Palúch & Majer, 2015). Ďalšou možnosťou je využiť elektronické údaje z nákupu cestovných lístkov. V prípade MHD však dostaneme len informácie o počte nástupov cestujúcich na zastávkach. Táto problematika bola riešená v práci (Majer & Dzurek, 2013), kde je navrhnutý gravitačný model, ktorý kladie tým väčší dopravný odpor čím sú vzdialenosti medzi zastávkami menšie, no počty cestujúcich v reláciách sú úmerné súčinu počtov nastupujúcich cestujúcich na príslušných zastávkach. V prípade prímestskej dopravy je situácia jednoduchá, nakoľko v elektronických lístkoch máme informácie o mieste nástupe aj mieste výstupe cestujúceho.

V tomto príspevku ukážeme jednu z doteraz neštudovaných možností využitia elektronických údajov o denných jazdách (nástupoch a výstupoch) cestujúcich sledovaného obdoba (napr. mesiaca). Formulujeme viaceré robustné modely PRIVOLS, ktoré sú zovšeobecnením úspešného modelu PRIVOL (PRIradenie VOzidiel Linkám). Denné OD matice v týždni vytvárajú príslušné scenáre dopytu cestujúcich.

Metóda PRIVOL (Černý, 1983) bola vyvinutá v 80-tych rokoch a ako vidieť aj z novších publikácií, bola vo viacerých verziách úspešne použitá pri linkotvorbe autobusov (Černý & Černá, 1992), (Palúch & Majer, 2007), (Přibyl, 2009), (Černá & Černý, 2010), (Daněk, Plevný & Teichmann, 2010), (Černý & Černá, 2014). Za Slovensko menujme aspoň štúdie pre MHD Piešťany (2002), MHD Košice (2004), MHD Trenčín (2005), MHD Považská Bystrica (2005), MHD Martin (2006). Najnovšia práca (Majer, Palúch & Peško, 2017) umožňuje modelovať správanie cestujúcich pomocou distribúcie k-najkratších ciest a práca (Peško & Majer, 2018) volí MILP model, v ktorom sú implicitne zahrnuté jazdy cestujúcich s cieľom minimalizovať dobu jázd a prestojov cestujúcich. Tieto prístupy však boli overované len na náhodne generovaných inštanciách a nie reálnych dátach.

V príspevku budeme najskôr formulovať menej používanú verziu základného modelu PRIVOLu, v ktorom sa dopravná sieť modeluje orientovaným grafom (digrafom) s jednou OD-maticou. Vedie nás k tomu súčasný stav vedenia prímestských liniek v Rajeckej doline, kde jazdy tam a späť liniek vedú, najmä vďaka zachádzkam, po rôznych trasách. Tu by model dopravnej siete ako neorientovaného grafu mohol viesť k významnému skresleniu výsledkov. Následne predstavíme originálne modely PRIVOLS s viacerými scenármi denného dopytu cestujúcich v rannej špičke. Záverom zhrnieme výsledky počítačových experimentov a ďalší výskum.

2 Základný model PRIVOL

V dopravnej sieti modelovanej digrafom $D = (V, A)$ môžu jazdiť na danej množine liniek L autobusy v počte n s kapacitou vozidiel C cestujúcich. Pre každú linku $l \in L$ je daná doba obehu t_l [hod]. V sledovanom období T hodín (doba trvania dopravnej špičky) sú na hranách $(u, v) \in A$ digrafu D dané početnosti cestujúcich f_{uv}. Nech $L(u, v)$ udáva množinu

liniek, ktoré obsahujú orientovanú hranu $(u, v) \in A$. Hľadajú sa prípustné počty vozidiel x_l na linkách, pre ktoré je minimálny denný previs ponuky nad dopytom y (počet voľných miest v autobusoch) maximálny.

Takto formulovanú úlohu možno riešiť ako nasledujúcu úlohu zmiešaného lineárneho programovania (P1):

$$y \rightarrow \text{maximum} \tag{1}$$

$$\sum_{l \in L(u,v)} \frac{C}{t_l} x_l \geq \frac{f_{uv}}{T} y \qquad \forall (u, v) \in A \tag{2}$$

$$\sum_{l \in L} x_l \leq n \tag{3}$$

$$y \geq 0 \tag{4}$$

$$x_l \in \mathbb{Z}_0^+ \qquad \forall l \in L \tag{5}$$

Kriteriálna funkcia (1) maximalizuje previs ponuky nad dopytom. Obmedzujúca podmienka (2) definuje previs na hrane siete. Podmienka (3) zaručí prípustný počet autobusov. Obligatórna podmienka (4) zabezpečí prípustné riešenie ak premenná y bude najmenej 1. Ak v riešení dostaneme hodnotu y menšiu ako 1, potom $1 - y$ bude udávať percento nepokrytého dopytu na niektorom úseku dopravnej siete. Konečne celočíselné hodnoty premenných (5) udávajú počty autobusov na linkách. Ich nulové hodnoty znamenajú, že príslušná linka nie je vybraná do riešenia. Ak by sme tieto premenné relaxovali a nahradili podmienkou nezápornosti premenných, potom udávajú frekvenciu vozidiel na linkách.

Poznamenajme, že kvalitné praktické výsledky opakovane a dlhodobo dosahuje autor metódy PRIVOL, prof. RNDr. Jan Černý DrSc., ktorého intuitívnu tvorbu širšej množiny liniek sa nám doteraz nepodarilo a asi sotva podarí algoritmizovať.

3 Zovšeobecnené modely PRIVOLS

V dopravnej sieti modelovanom digrafom $D = (V, A)$ môžu jazdiť na linkách L autobusy v počte n s kapacitou vozidiel C cestujúcich. Pre každú linku $l \in L$ je daná doba obehu t_l [hod]. V sledovanom období T hodín sú na hranách $(u, v) \in A$ digrafu D dané početnosti cestujúcich za S scenárov f_{uv}^s pre $s \in S$. Nech $L(u, v)$ udáva množinu liniek, ktoré obsahujú orientovanú hranu $(u, v) \in S$. Hľadajú sa prípustné počty vozidiel x_l pre ktoré je riešenie robustné t.j. málo citlivé na zmeny dopytu cestujúcich.

Takto formulovanú úlohu možno riešiť opäť ako nasledujúcu úlohu zmiešaného lineárneho programovania (P2):

$$2y_{\min} - y_{\max} \rightarrow \text{maximum} \tag{6}$$

$$\sum_{l \in L(u,v)} \frac{C}{t_l} x_l \geq \frac{f_{uv}^s}{T} y_s \qquad \forall s \in S, \forall (u, v) \in A \tag{7}$$

$$\sum_{l \in L} x_l \leq n \tag{8}$$

$$y_{\min} \leq y_s \leq y_{\max} \qquad \forall s \in S \tag{9}$$

$$y_s, y_{\min}, y_{\max} \geq 0 \qquad \forall s \in S \tag{10}$$

$$x_l \in \mathbb{Z}_0^+ \qquad \forall l \in L \tag{11}$$

Kriteriálna funkcia (6) maximalizuje diferenciu medzi minimálnym previsom a rozpätím previsu, čo vedie k robustnému riešeniu. Obmedzujúca podmienka (7) definuje pre

každý scenár previs na hrane siete. Podmienka (8) zaručí prípustný počet autobusov. Podmienka (9) definuje dolný a horný odhad previsu zo všetkých scenárov. Obligatórne podmienky (10) a (11) tu majú význam ako vo vyššie uvedenej úlohe P1.

Za povšimnutie stojí skutočnosť, že ak by sme v úlohe P2 nahradili kriteriálnu funkciu (6) aritmetickým priemerom previsov pre všetky scenáre t.j. $(1/|S|)\sum_{s\in S} y_s$, potom by sme dostali riešenie citlivé na zmeny dopytu, nazveme ho model P2mean. Alternatívnymi modelmi k modelu P2 sú modely P1med resp. P1max resp. P1mean, kde je previs na hrane (2) v modeli P1 určený postupne nasledujúcimi štatistickými charakteristikami polohy:

$$f_{uv} = \text{median}(f_{uv}^s : \forall s \in S), \quad f_{uv} = \max(f_{uv}^s : \forall s \in S) \quad \text{resp.} \quad f_{uv} = \frac{1}{|S|}\sum_{\forall s\in S} f_{uv}^s. \quad (12)$$

4 Počítačový experiment

Modely PRIVOLS sme verifikovali na elektronických údajoch o nástupe a výstupe cestujúcich v čase rannej dopravnej špičky t.j. OD-maticiach z dvoch týždňov októbra 2017 v autobusovej dopravnej sieti Rajeckej doliny.

Experimenty boli vykonané na HP XW600 Workstation (8-core Xenon 3GHz, Ram 16GB) pod operačným systémom Linux (Debian jessie). Použili sme rozhranie Pythonu pre komerčný riešič Gurobi (Gurobi Optimization, 2018) pre úlohy zmiešaného lineárneho programovania a knižnicu NetworkX (Hagberg, Schult Swart, 2008) pre prácu s grafovými štruktúrami a algoritmami.

Na obrázku Obr.1 máme zobrazenú schematickú mapu Rajeckej doliny, ktorá má 107 zastávok a 231 medzizastávkových úsekov, ktorú modelujeme ako časovo ohodnotený digraf D. Doby jazdy [min] na súčasných linkách sme získali z internetového zdroja cestovných poriadkov *https://portal.cp.sk/*.

Na orientované hrany dopravnej siete sme napočítali počty cestujúcich z 10-tich OD matíc (v pracovných dňoch), pričom sme predpokladali, že cestujúci požadujú jazdu po najkratšej ceste sieti. Na výpočet časovo najkratších ciest v sieti D medzi dvojicami zastávok sme požili známy Dijkstrov algoritmus z knižnice NetworkX.

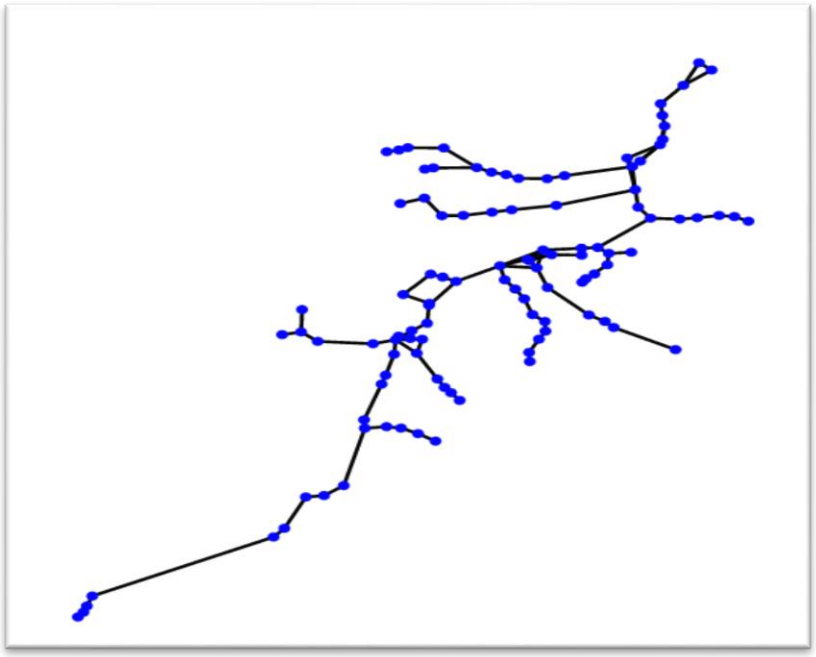
Knižnica NetworkX nám uľahčila celkové spracovanie potrebných údajov pre modely PRIVOLS.

Digraf $D = (V, A)$ obsahuje atribúty hrán v scenároch S a to pre $\forall (u, v) \in A, s \in S$:

- `D[u][v]['L'][s]` – je množina liniek obsahujúca hranu (u, v) v scenári s,
- `D[u][v]['f'][s]` – je počet cestujúcich požadujúcich jazdu hranou (u, v) v scenári s.

Na tvorbu širšej množiny liniek L sme použili chronometráž v súčasnosti jazdených liniek, ktorá sa nemenila od roku 2014. Problém s rôznymi skrátenými linkami sme vyriešili vytvorením okružných liniek, pričom sme spárovali trasy tam a späť. Dostali sme tak 100 rôznych verzií okružných liniek, ktoré sú uvedené v tabuľke Tab.1.

Obr.1: Schematická dopravná sieť Rajeckej doliny



Zdroj: autor

Tab.1: Počty vytvorených verzií pre 14 okružných liniek v Rajeckej doline.

Linka	25	26	27	29	30	31	32	33	34	36	37	38	39	40
Verzia	6	1	5	4	10	7	5	6	7	10	31	5	1	2

Zdroj: autor

Poznamenajme, že každá verzia linky má inú dobu obehu do ktorej je započítaná 5 minútová manipulačná doba na konečnej.

Výsledky výpočtov pre modely PRIVOLS sú uvedené v tabuľke Tab.2, kde môžeme porovnať príslušné denné previsy ponuky nad dopytom. Vidíme, že všetky modely P1med P1max a P1mean (označené P1*) dávajú zhodné riešenia. Najrovnomernejšie denné previsy, teda najrobustnejšie riešenie sme dostali modelom P2.

Pre modely s agregovanými počtami cestujúcich bolo potrebné dopočítať previsy v scenároch $s \in S$ podľa vzorca:

$$y_s = \min\left\{ \frac{\sum_{l \in L(u,v)} \frac{C}{t_l} x_l^*}{\frac{f_{uv}^s}{T}} : f_{uv}^s > 0 \text{ pre } (u,v) \in A \right\},$$

kde $x_l^*, l \in L$ sú optimálne riešenia príslušných P1* modelov.

Experimenty boli urobené pre počet autobusov $n = 15$, počet hodín trvania rannej špičky $T = 3$ hodiny, kapacita autobusov $C = 90$ cestujúcich, pričom doba výpočtu žiadneho modelu neprekročila 2 minúty.

Tab.2: Veľkosť previsov ponuky nad dopytom voľných miest autobusov.

Model	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y	y_{min}	y_{max}
P1*	1,66	1,43	1,48	1,43	1,75	1,55	1,48	1,69	1,54	1,59	1,37	1,43	1,75
P2	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
P2men	1,46	1,25	1,29	1,25	1,57	1,36	1,29	1,48	1,35	1,4	1,25	1,25	1,57

Zdroj: autor

Uvedené modely však vybrali zhodne 14 liniek s temer zhodnými trasami. V tabuľke Tab.3 uvádzame modelmi vybrané trasy okružných liniek, pričom prvé dvojčíslie je číslo linky a druhé dvojčíslie je číslo trasy. Môžeme vidieť, že rozdiely medzi riešeniami sú nepatrné, len medzi trasami 8 a 9 linky 30. Dve rôzne trasy boli vybrané len pre linku 31 a linku 37.

Tab.3: Počty autobusov pre vybrané trasy liniek modelmi PRIVOLS.

Model	2601	2705	2901	3008	3009	3103	3107	3204	3301	3401	3710	3722	3804	3901	4001
P1*	1	1	1	**2**	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
P2	1	1	1	**2**	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
P2men	1	1	1	0	1	1	1	1	**2**	1	1	1	1	1	1

Zdroj: autor

Prekvapila nás najmä zhoda riešení pre modely P1* a P2, čo si vysvetľujeme topológiou dopravnej siete s 10-timi údoliami (viď obr.1).

5 Záver

V príspevku je navrhnutých 5 modifikácií metódy PRIVOL pre hľadanie robustných riešení linkotvorby v autobusovej sieti. Nóvum navrhnutých metód je jednak využitie elektronických údajov o nástupe a výstupe cestujúcich pre tvorbu denných OD-matíc ako scenárov dopytu cestujúcich a jednak návrh alternatívnych metód PRIVOLS. Navrhnuté metódy využívajú rokmi overenú ideu metódy PRIVOL. Modely boli uspokojivo verifikované na reálnej inštancii prímestskej dopravy v dopravnej sieti Rajeckej doliny.

Ďalší rozvoj uvedených metód vidíme v možnosti ďalšej modifikácie metód pre vozový park s viacerými typmi vozidiel a fixným priradením vozidiel na konkrétnu linku, čo sa v modeloch prejaví len v kapacitných obmedzeniach. To umožňuje modelovať a riešiť niektoré problémy integrovaného dopravného systému.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0582/16 *Ekonomická optimalizácia procesov na sieťach*.

Literatúra

1. Hagberg, A.A., Schult, D.A. & Swart, P.J., (2008). Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX. *Proceedings of the 7th Python in Science Conference (SciPy2008*, 11–15.
2. Borndörfer, R., Grötschel, M. & Pfetsch, M.E. (2007): A column generation approach to line planning in public transport. *Transport Science, 41*, 123–132.
3. Černý, J. (1983). Poznámka k jednotným intervalom v systémoch MHD. *Zborník prác výskumného ústavu dopravného, 39*, Žilina, Slovakia, 157-175.
4. Černý, J. & Černá, A. (1992). Linear optimization of urban bus routes and frequencies. *Czechoslovak Journal for Operations Research, 1*, 207-217.
5. Černý, J. & Černá, A. (2013). Erlander Principle in Managerial Decision Making on Czech and Slovak Urban Transport Routes. *E&M Economics and Management, 16*(1), 93-100.
6. Černá, A., Černý, J. & Peško Š. (2014). Modification of the method PRIVOL for optimal routing and frequencing. *Proceedings of the international conference Mathematical methods in economics MME 2016,* 89-94.
7. Daněk, J., Plevný, M. & Teichmann D. (2010). The Rational Operation of the Urban Transport Line Network by Minimisation of the Needed Vehicles. *Ekonomie a management, 13*(2), 53-61.
8. Gurobi Optimization, LLC (2018). *Gurobi Optimizer Reference Manual.* Retrieved from http://www.gurobi.com.
9. Cheng, H. (2007). Stochastic Optimization in Computing Multiple Headways for a Single Bus Line. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, 24*(5), 351-359.
10. Majer, T. (2010). Pažravá metóda na návrh liniek MHD. *Zborník z medzinárodnej konferencie Dopravná infraštruktúra v mestách 2010*, 15-21.
11. Majer, T. & Dzurek, I. (2013). Estimation of origin-destination matrix in urban public transport make using of gravity. *Proccedings of the international scientific conference Transport problems 2013, ,* 294-299.
12. Majer, T., Palúch, S. & Peško, Š. (2017). Model of Passengers to Line Assignment in Public Municipal Transport. *Proceedings of the international conference Mathematical methods in economics MME 2017*, 420–423.
13. Palúch, S. & Majer, T. (2007). K optimalizácii mestskej a prímestskej pravidelnej osobnej dopravy. *Sborník z mezinárodní konference Vysoká škola jako facilitátor rozvoje společnosti a regionu 2007*, 245-248.
14. Palúch, S. & Majer, T. (2015). Súčasné možnosti zisťovania prúdov a požiadaviek cestujúcich. *Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie AIESA - Budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach 2015*, 681-686.
15. Peško, Š. & Majer, T. (2018). Line Planning with Minimal Travel and Transit Times. *Proceedings of the international conference International Carpathian Control Conference ICCC 2018*, 191–195.
16. Přibyl, V. (2009). Solution of the bus route design problem. *Communications, 11*, 25-28.

Zoznam účastníkov / Content of participants

Plenárne rokovanie / Plenary session

prof. Ing. Petr Doucek, CSc.
Ing. Jozef Dúcky[1]
doc. Ing. Michaela Chocholatá, PhD.
doc. Ing. Mg. Zuzana Juhászová, PhD.[1]
Ing. Lukáš Kalina
Ing. Ladislav Luc
prof. dr hab. Józef Pociecha[1]
prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD.[1]
Mgr. Roman Vrbovský[1]

1. sekcia / 1st section

Informačné technológie a informačné systémy
Information technologies and information systems

Ing. Pavol Jurík, PhD.
Ing. Igor Košťál, PhD.
Ing. Jaroslav Kultan, PhD.
Ing. Mgr. Júlia Rakovská, PhD.
Ing. Pavol Sojka
Ing. Mária Szivósová, PhD.
Ing. Natália Švejdová

2. sekcia / 2nd section

Aktuálne trendy vývoja teórie a praxe účtovníctva a audítorstva
Current trends of development of accounting and auditing theories and practise

Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD.
Ing. Nikoleta Baloghová
Ing. Miriama Blahušiaková, PhD.
Ing. Milan Gedeon
doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD.
Ing. Oľga Kadlečíková, PhD.
doc. Ing. Ladislav Kareš, PhD.
Ing. Marianna Kicová, PhD.
Ing. Veronika Kňažková, PhD.
Ing. Alena Kordošová, PhD.
doc. Ing. Antónia Kovalčíková, PhD.
Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD.
Ing. Martina Mateášová, PhD.
doc. Ing. Jitka Meluchová, PhD.
Ing. Lucia Ondrušová, PhD.
Ing. Branislav Parajka, PhD.
prof. Ing. Anna Šlosárová, PhD.
prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD.
Ing. Ján Užík, PhD.

[1] Vystúpenie v plenárnom rokovaní, bez publikovania článku.

3. sekcia / 3rd section

Aplikácia štatistických a aktuárskych vied v sociálno-ekonomickej oblasti
Application of statistics and actuarial sciences in social-economic areas

Ing. Žaneta Brkalová
doc. RNDr. Jozef Fecenko, CSc.
doc. RNDr.Galina Horáková CSc.
Ing. Ľubica Hurbánková, PhD.
Ing. Katarína Karasová, PhD.
RNDr. Eva Kotlebová, PhD.
Mgr. Ing. Zuzana Krátka, PhD.
doc. RNDr. Viera Labudová, PhD.
doc. Mgr. Vladimír Mucha, PhD.
prof. Ing. Erika Pastoráková, PhD.
prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc.
doc. Ing. Ľubica Sipková, PhD.
RNDr. Daniela Sivašová, PhD.
Ing. Lenka Smažáková
RNDr. Anna Strešňáková, PhD.
Ing. Marek Strežo
doc. RNDr. Lea Škrovánková, PhD.
doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD.
Mgr. Tatiana Šoltésová, PhD.

4. sekcia / 4th section

Aplikácia modelov a metód operačného výskumu a ekonometrie v ekonomickom rozhodovaní
Application of operational research and econometrics models and methods in economic decision making

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
doc. Ing. Zuzana Čičková, PhD.
prof. Ing. Michal Fendek, PhD.
prof. Ing. Eleonora Fendeková, PhD.
prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc.
Ing. Dana Figurová
doc. Ing. Andrea Furková, PhD.
Ing. Pavel Gežík, PhD.
prof. Ing. Josef Jablonský, CSc.
Ing. Stanislav Kováč
Ing. Brian König, PhD.
Ing. Iveta Kufelová, PhD.
Ing. Martina Kuncová, Ph.D.
Ing. Allan Jose Sequeira Lopez
Ing. Tomáš Majer, PhD.
Ing. Denisa Mouchová
doc. RNDr. Stanislav Palúch, CSc.
prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.
Mgr. Matej Zagiba
Ing. Bc. Petra Zýková

KONFERENCIU AIESA 2018 PODPORILI

Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave
Dolnozemská cesta 1/b, 852 35 Bratislava
tel.: +421 2 6729 5723, e-mail:veda.fhi@euba.sk

VYDAVATEĽSTVO:

Letra Edu

ISBN 978-80-89962-13-6
ISBN 978-80-89962-14-3 (online)