



EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS



ZBORNÍK

19. medzinárodná vedecká konferencia
„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

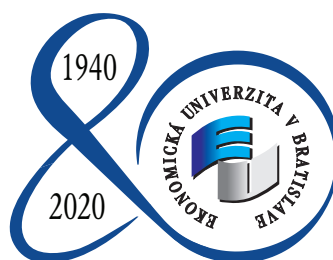
PROCEEDINGS

19th International Scientific Conference
„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

AIESA

Applied Informatics Econometrics Statistics Accounting

13. november 2020 | 13th november 2020 | BRATISLAVA





EKONOMICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA HOSPODÁRSKEJ INFORMATIKY

UNIVERSITY OF ECONOMICS IN BRATISLAVA
FACULTY OF ECONOMIC INFORMATICS



Appled **I**nformatics **E**conometrics **S**tatistics **A**ccounting

ZBORNÍK

19. medzinárodná vedecká konferencia

„AIESA – BUDOVANIE SPOLOČNOSTI ZALOŽENEJ NA VEDOMOSTIACH“

organizovaná pod záštitou

rektora Ekonomickej univerzity v Bratislave
prof. Ing. Ferdinanda Daňa, PhD.

a dekana Fakulty hospodárskej informatiky
prof. Ing. Ivana Brezinu, CSc.

PROCEEDINGS

19th International Scientific Conference

„AIESA – BUILDING OF SOCIETY BASED ON KNOWLEDGE“

held under the umbrella

of the Rector of the University of Economics in Bratislava
Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD.

and the Dean of the Faculty of Economic Informatics
Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

13. november 2020 * November 13, 2020
Bratislava

INTERNATIONAL SCIENTIFIC COMMITTEE

Guarantor: Prof. Ing. Ferdinand Daňo, PhD.

Rector, University of Economic in Bratislava

Chairman: Prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.

Dean, Faculty of Economic Informatics, University of Economic in Bratislava

Members: Prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová

Faculty of Economics, VŠB – Technical University in Ostrava

Assoc. Prof. Ing. Václav Janeček, CSc.

Faculty of Informatics and Management, University in Hradec Králové

Prof. Dr. hab. Pawel Lula

Faculty of Management, Cracow University of Economics

Assoc. Prof. RNDr. Luboš Marek, CSc.

Faculty of Informatics and Statistics, University of Economics in Prague

Assoc. Prof. Ing. Ladislav Mejzlík, PhD.

Faculty of Finance and Accounting, University of Economics in Prague

Prof. Dr. hab. Józef Pocięcha

Faculty of Management, Cracow University of Economics

ZOSTAVOVATEĽ ZBORNÍKA / EDITOR:

Eva Čerteková

Všetky příspěvky boli pred publikovaním recenzované.

All published papers have been reviewed before publishing.

Zborník neprešiel jazykovou úpravou.

Za odbornú stránku príspevkov zodpovedajú autori.

The proceedings were not subject of language correction.

The authors are fully responsible for their conference papers

Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave
Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava

Vydavateľstvo / Publisher Letra Edu, Bratislave 2020
ISBN 978-80-89962-69-3 (pdf)

Obsah

Antalová Renáta, Máziková Katarína Tvorba a čerpanie rezerv súvisiacich s pandémiou COVID-19	7
Bandurič Igor Cloudové nástroje vo vzdelávaní	13
Blahušiaková Miriama Vplyv uzavretia ekonomiky v rámci 1. vlny epidémie COVID-19 na ekonomickú situáciu subjektov v Slovenskej republike	19
Brezina Ivan, Pekár Juraj Optimalizácia portfóliá s využitím evolučného algoritmu v jazyku R	31
Čičková Zuzana, Holzerová Patrícia Nekooperatívna viackriteriálna hra	37
Faybíková Ivana Volatilita výnosových kriviek	45
Gedeon Milan Vplyv vymedzenia subjektov verejného záujmu v SR a v EÚ na zostavovanie a overovanie účtovnej závierky	53
Glaser–Opitzová Helena Hodnotenie vplyvu vybraných faktorov na ohrozenie slovenských domácností materiálnou depriváciou	65
Hurbánková Ľubica Štatistická analýza výdavkov na výskum a vývoj v krajinách Európskej únie	75
Jančíčková Lea, Pakšiová Renáta Vybrané nástroje daňovej politiky na podporu vedy a výskumu podnikov v Slovenskej republike	81
Kňažková Veronika Dôležitosť audítorských dôkazov pre závery audítora v čase globálneho vývoja	89
Komara Silvia Dopad koronavírusu na slovenskú ekonomiku. Rýchly odhad HDP	99
Kordošová Alena Výnosy a náklady v účtovníctve neziskových účtovných jednotiek	105
Košťál Igor Vplyv dátovej štruktúry použitej pre ukladanie dát grafu na exekučnú efektívnosť metód hľadajúcich v ňom najkratšie cesty pomocou Dijkstrovho algoritmu	113

Košíková Martina, Šoltés Erik Aplikácia všeobecných lineárnych modelov pri analýze ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských domácností	125
Kubaščiková Zuzana, Juhászová Zuzana, Tumpach Miloš Analýza flexibility účtovného obdobia v Slovenskej republike za obdobie 2011-2018	137
Kútiková Jana Zhluková analýza európskeho poistného trhu	145
Labudová Viera Zadĺženie domácností na Slovensku	155
Marci Anton, Sigetová Katarína Analysis of the difference between anticipated income tax and paid income tax at the level of business entities	165
Meluchová Jitka, Mateášová Martina Zmeny v ekonomickom prostredí na Slovensku vyvolané COVID-19	173
Mihalech Patrik Kalkulácia hodnoty nového obchodu v životnom poistení	183
Mucha Vladimír Využitie simulácií diskretných nehomogénnych Markovových reťazcov v jazyku R v životnom poistení	193
Ondrejková Anna Aktivity proti násiliu na deťoch na internete	205
Parajka Branislav Účtovné špecifiká európskej spoločnosti, európskeho družstva alebo európskeho zoskupenia hospodárskych záujmov so sídlom v SR	217
Pčolár Mário Aplikácia genetického algoritmu a ostrovného genetického algoritmu na problém obchodného cestujúceho s časovými oknami	223
Pinda Ľudovít Blackov-Littermanov model v teórii a praxi	235
Podmanická Martina Kúpa podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike	245
Rakovská Eva Podobné vlastnosti expertných systémov a vysvetľujúcej umelej inteligencie	255
Reiff Marian, Gežík Pavel Odhad pravdepodobnostného rozdelenie času nákupu	265

Sakálová Katarína, Strešňáková Anna Využitie fuzzy logiky pri rozhodovacích procesoch v oblasti aktuárstva	273
Sequeira Lopez Allan Jose Teória hier a evolučne stabilná stratégia	281
Schmidt Peter, Kultán Jaroslav Gamifikácia v online prostredí, v pandemickom období	287
Sigetová Katarína, Užíková Lenka Komparácia aplikácie IFRS 7 v poznámkach individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky vybraných podnikov	295
Sipková Ľubica Prehĺbenie polarizácie spoločnosti: analýza posunu v strednej časti rozdelení príjmov zamestnancov na Slovensku v rokoch 2005 až 2017	307
Szivósová Mária Napredovanie online marketingu	317
Szomolányi Karol, Lukáčik Martin, Lukáčiková Adriana Odhad elasticity substitúcie vstupov pre rôzne krajiny sveta	327
Šipoldová Romana Charakteristika osobností majiteľov automobilov z hľadiska modelu „Veľkej päťky“ (The Big Five personality traits) s využitím korešpondenčnej analýzy	337
Šoltésová Tatiana Odhad parametrov CoDe modelu úmrtnosti pre populáciu Slovenska	347



Tvorba a čerpanie rezerv súvisiacich s pandémiou COVID-19

Creation and drawing of provisions related to the COVID-19 pandemic

Renáta Antalová¹, Katarína Máziková²

Abstrakt

Budúcnosť ekonomického prostredia v ktorom podniky v trhovej ekonomike podnikajú sa vyznačuje vždy určitou mierou neistoty. V roku 2020 sa pre podniky riziko spája s neistotou danou celosvetovou pandémiou COVID-19. V súvislosti s pandémiou sa otvorilo množstvo problémov, ktoré sa v účtovných jednotkách týkali vysporiadania pohľadávok a záväzkov, nakoľko sa činnosť väčšiny podnikov výrazne obmedzila. Mnohé podniky ukončili svoju činnosť, zatvorili svoje prevádzky. Ďalšie prežili len vďaka operatívnym zmenám v štruktúre vyrábaných výrobkov alebo poskytovaných služieb. V súčasnosti možno hovoriť o nástupe druhej vlny pandémie. Cieľom príspevku je preskúmať oblasť tvorby a čerpania rezerv ako jednej z možností zohľadnenia budúceho rizika z hľadiska nástrojov a metodických prostriedkov, ktoré majú podniky k dispozícii v rámci účtovného informačného systému.

Kľúčové slová

neistota, riziká, rezervy, zásada opatrnosti, COVID-19

Abstract

The future of the economic environment in which companies in a market economy operate is always characterized by a certain degree of uncertainty. In 2020, the risk for companies is associated with the uncertainty posed by the global COVID-19 pandemic. In context with the pandemic, a number of problems appeared which related to the settlement of receivables and payables in the accounting entities, as the activities of most companies were significantly reduced. Many businesses finished their activities and closed their operations. Others survived only due to operational changes in the structure of manufactured products or services provided. At present, we can talk about the onset of the second wave of the pandemic. The aim of the paper is to review the area of creating and drawing provisions as one of the options to take into account future risk in terms of tools and methodological resources that companies have available within the accounting information system.

Key words

uncertainty, risks, provisions, conservatism principle, COVID-19

JEL classification

JEL M41

1 Úvod

Pandémia Covid-19 sa v roku 2020 stala celosvetovým problémom. Vo významnej miere ovplyvnila hospodársku situáciu každej krajiny. Jednotlivé štáty sa snažia po ekonomickej stránke s týmto problémom vysporiadať v závislosti od výkonnosti svojej ekonomiky

¹ Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, renata.antalova@euba.sk.

² doc. Ing. Katarína Máziková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, katarina.mazikova@euba.sk.

i možností vyplývajúcich z ich členstva v hospodársko-politických zoskupeniach. V rámci Európskej únie má najviac zdrojov a najprepracovanejší systém opatrení v boji s koronakrízou Nemecko ako štvrtá najvýkonnejšia ekonomika sveta. Po skúsenostiach z obdobia recesie z roku 2008 zostavilo Nemecko v čase prvej vlny koronakrízy najväčší balík finančnej pomoci svojim spolkovým krajinám v histórii. Okamžitá pomoc vo výške 50 miliárd eur v ekonomickej oblasti bola adresovaná malým prevádzkam na dobu troch mesiacov, zamestnávajúcich maximálne desať zamestnancov, príspevkom na úhradu nákladov spojených s nájmom. Vláda sa vytvorením fondu stabilizácie hospodárstva vo výške 500 miliárd eur zaviazala spoločnosti podporovať v oblasti získavania cudzích zdrojov, a to formou garancií, ručení, refinancovaní už uzavretých programov v rámci Kreditnej banky pre obnovu, prípadne upevnením vlastných zdrojov podnikov vstupom štátu do nich. Do ekonomickej oblasti možno zaradiť aj opatrenia týkajúce sa daní. Ako podpora spotreby bola znížená základná sadzba dane z pridanej hodnoty o tri percentá a znížená sadzba dane o dve percentá, predbežne od 1.7.2020 do 31.12.2020. Zamestnávateľia môžu svojim zamestnancom vyplatiť v roku 2020 bonusy a prémie za ich prácu do presne stanovenej výšky nezdanené. Inštitút Kurzarbeit vo všeobecnosti umožňuje dočasné zníženie normálneho pracovného času i odmeny za prácu z dôvodu hospodárskych prekážok v práci. Význam redukcie dĺžky normálneho pracovného času spočíva v dočasnej redukcii mzdových nákladov pre zamestnávateľa so súčasným zachovaním pracovných miest, pričom podnikom, ktoré spĺňajú stanovené kritériá sa táto pomoc mohla poskytnúť spätne od 1.3.2020. V súčasnosti, nástupom druhej vlny pandémie jednotlivé krajiny predlžujú platnosť niektorých opatrení na zmiernenie dopadu krízy na zamestnávateľov i zamestnancov. V Spolkovej republike Nemecko sa od 1.1.2021 predlžuje inštitút Kurzarbeit pre zamestnávateľov, ktorí vstúpili do systému štátnej pomoci do 31.12.2020. Keďže vláda SRN neodhaduje dosiahnutie úrovne spred nástupu prvej vlny koronakrízy skôr ako v roku 2022, predlžuje sa pomoc štátu v tejto podobe s cieľom zabránenia zvyšovania nezamestnanosti do konca roku 2021 (BMF-Monatsbericht, 2020).

Na Slovensku bolo v období karantény potrebné zmeniť a upraviť čerpanie nemocenskej dávky a ošetrovného. V oblasti daní, sociálnych a zdravotných odvodov sa riešilo zjednodušenie administratívnych úkonov a odklad povinných úhrad na zlepšenie peňažných tokov účtovných jednotiek. Ako nástroj na udržanie pracovných miest sa zaviedol príspevok na mzdu zamestnanca tým zamestnávateľom, ktorí museli svoje prevádzky zatvoriť na základe rozhodnutia štátu, ďalej príspevok na náhradu straty príjmu zo samostatnej zárobkovej činnosti, atď. V apríli 2020 bol vládou schválený aj inštitút tzv. Kurzarbeit. Slovenskú formu pomoci formou tzv. Kurzarbeit možno rozdeliť na dve skupiny. Formou paušálneho príspevku na úhradu časti mzdových nákladov pri poklese tržieb alebo formou náhrady mzdy zamestnancov, ktorým nemohli pridelovať prácu z dôvodu prekážky na strane zamestnávateľa. Pozitívom zachovania pracovných miest pre zamestnávateľov je aj takmer okamžité naštartovanie prevádzok s kvalifikovanými a zaškolenými pracovníkmi s praxou. Negatívom pre štát je enormné zaťaženie verejných financií, ktoré predpokladá len krátkodobé trvanie recesie. Preto sa aj na Slovensku počíta z dlhodobého hľadiska s koncepciou Kurzarbeit. V navrhovanej koncepcii, ktorá by mala platiť od roku 2022 sa počíta so základnými zmenami. Základom by mal byť Fond udržania zamestnanosti, nový poisťný fond v rámci Sociálnej poisťovne, ktorý by však nemal zvýšiť doterajšie odvodové zaťaženie zamestnávateľov ani zamestnancov. Na to aby mal zamestnávateľ nárok na dávku z Fondu udržania zamestnanosti bude musieť spĺňať niekoľko podmienok. Jednou z nich je aj vyčerpanie vlastných možností na udržanie pracovných miest. Konkrétne musia mať zamestnanci, na ktorých zamestnávateľ žiada vyplatenie dávky vyčerpanú dovolenku z predchádzajúcich kalendárnych rokov, vyčerpané všetky nadčasy a vynulované konto pracovného času (ak je takáto forma rozvrhnutia pracovného času uvedená v kolektívnej zmluve alebo dohodnutá so zástupcami zamestnancov).

Ďalej musí byť splnená aj podmienka, že zamestnávateľ zamestnancov, na ktorých žiada dávku, nie je schopný preradiť na inú prácu.

Na základe súčasných odhadov odborníkov, sa pomocné opatrenia vlád štátov vlastným podnikateľom, živnostníkom a zamestnancom, viažu predbežne ku koncu roka 2022. Cieľom príspevku je preskúmať z účtovného hľadiska možnosti prípravy samotných účtovných jednotiek na podobné riziká a neistoty v budúcnosti, za predpokladu legislatívnej podpory štátu. Jedným z nástrojov, ktorý sa v účtovníctve tvorí v súlade so zásadou opatrnosti na riziká a straty sú rezervy.

2 Vymedzenie rezerv ako nástroja tvoreného v súlade so zásadou opatrnosti na riziká a straty

Základné vymedzenie rezerv z hľadiska účtovníctva a daní sa v slovenskej legislatíve nachádza v troch právnych normách. V zákone č. 431/2002 Z.z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej aj „zákon o účtovníctve“), v opatrení Ministerstva financií Slovenskej republiky č. 23054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva v znení neskorších predpisov (ďalej aj „postupy účtovania“) a zákone č. 595/2003 Z.z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov (ďalej aj „zákon o dani z príjmov“). Zákon o účtovníctve definuje rezervy ako záväzky s neistým časovým vymedzením alebo výškou. Postupy účtovania definíciu rezervy upresňujú ako záväzok predstavujúci existujúcu povinnosť účtovnej jednotky, ktorá vznikla z minulých udalostí, je pravdepodobné, že v budúcnosti zníži ekonomické úžitky účtovnej jednotky, pričom ak nie je známa presná výška tohto záväzku, ocení sa odhadom v sume dostatočnej na splnenie existujúcej povinnosti ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka pri zohľadnení rizík a neistôt. Na rozdiel od Medzinárodných štandardov finančného výkazníctva – IFRS, slovenská právna úprava neuvádza, že rezervy ako záväzky môžu vzniknúť na základe právneho vzťahu (zákon alebo zmluva) alebo iného zaväzujúceho vzťahu (tradícia, prísľub účtovnej jednotky a udržanie dobrých vzťahov, a pod.). Upresňuje iba, že sa vzťahujú na povinnosti vyplývajúce zo všeobecných záväzných právnych predpisov (napr. zákon o obaloch), z uzavretých zmlúv (napr. kolektívna zmluva) alebo z dobrovoľného rozhodnutia účtovnej jednotky splniť si povinnosť voči tretím stranám, napríklad ak na základe konania účtovnej jednotky v minulosti, zverejnenia pravidiel alebo oznámenia o uznaní zodpovednosti účtovnej jednotky tretia strana očakáva, že takáto povinnosť bude splnená (napr. vyplácanie prémie a odmien). Spôsob tvorby a používania rezerv sa uvádza vo vnútornom predpise účtovnej jednotky, pričom rezerva sa môže použiť len na účel, na ktorý bola vytvorená.

Tab. 1: Dôvody účtovania tvorby rezerv

Vecný obsah	Časové vymedzenie	Výška	Účtuje sa rezerva
je známy	neisté	neistá	✓
je známy	isté	neistá	✓
je známy	neisté	istá	✓

Zdroj: vlastné spracovanie podľa (Sklenka, Šlosárová, Hornická, & Blahušiaková, 2016)

Postupy účtovania v § 19 ods. 7 v bodoch a) až x) uvádzajú konkrétne prípady na ktoré sa vytvárajú rezervy. Napríklad na:

- náklady súvisiace s odstránením znečistenia životného prostredia,
- reklamácie a záručné opravy,

- odstránenie odpadov a obalov,
- rekultiváciu pozemkov,
- odstupné,
- nevyčerpané dovolenky, vrátane sociálneho poistenia,
- náklady na zostavenie daňového priznania za vykazované účtovné obdobie,
- pokuty a penále,
- náklady na zostavenie, overenie, zverejnenie účtovnej závierky a výročnej správy týkajúcej sa vykazovaného účtovného obdobia,
- a iné riziká a straty súvisiace s činnosťou účtovnej jednotky.

Žiadny právny predpis účtovníctva podnikateľov neupravuje oceňovanie rezerv. Iba pri tvorbe rezerv na vyplácanie odchodného, vyplácanie plnení pre zamestnancov pri životných jubileách alebo pracovných jubileách a iných plnení pre zamestnancov (zamestnanecké požitky) uvádzajú postupy účtovania možnosť použitia poistno-matematických metód. V prípade nejistej výšky rezervy sa táto stanoví v očakávanej výške záväzku, a to odhadom na základe uzatvorených zmlúv, skúseností účtovnej jednotky, prepočtov a rozpočtov, pričom účtovná jednotka musí vziať do úvahy aj technologické zmeny v činnosti, všetky známe riziká a možné neistoty. Ak sa rezerva vzťahuje na veľké množstvo nákladov rovnakého druhu, môže sa výška rezervy stanoviť aj paušálne. (Sklenska, Šlosárová, Hornická, & Blahušiaková, 2016). Výška a odôvodnenosť vytvorenej rezervy sa posudzuje pri inventarizácii (rezervy sú predmetom dokladovej inventúry). Ku dňu, ku ktorému sa zostavuje účtovná závierka, sa z dôvodu upravujúcich závierkových účtovných prípadov účtuje tvorba rezervy alebo sa upraví jej výška. Ak predpokladaná doba vyrovnania pri vzniku je najviac jeden rok, účtujú sa podľa slovenskej právnej úpravy účtovníctva krátkodobé rezervy. Príkladom môžu byť rezervy na nevyčerpané dovolenky vrátane sociálneho poistenia. Ak sa tvorba a použitie rezervy podľa účtovnej jednotky predpokladá na dlhšie obdobie ako jeden rok, tak sa účtujú dlhodobé rezervy. Príkladom môžu byť rezervy na reklamácie a záručné opravy, kde je dlhšia záručná doba daná slovenskou legislatívou. Pre tvorbu, použitie a zrušenie rezerv je z hľadiska spôsobu účtovania bez vplyvu na výsledok hospodárenia aplikovateľný súvahový prístup len pri rezervách na obstaranie majetku. Výsledkový prístup, s vplyvom na výsledok hospodárenia je možné podľa slovenskej právnej úpravy účtovníctva podnikateľov aplikovať pri rezervách na náklady, rezervách na bonusy, rabaty, skontá a na vrátenie kúpnej ceny pri reklamácii a pri rezervách na stratu zo zákazkovej výroby. Pre podnikateľov to znamená, že pri účtovaní tvorby rezerv do nákladov sa znižuje výsledok hospodárenia, preto sa z hľadiska financovania považujú za interný zdroj financovania. Nie v každom prípade je však takéto zníženie výsledku hospodárenia spojené so znížením základu dane z príjmov a v dôsledku toho aj daňovej povinnosti. Zákon o dani z príjmov v §20 ods. 9 stanovuje, ktoré z rezerv tvorených ako náklad v podnikateľskej účtovnej jednotke sú uznané za daňové výdavky (napr. rezervy na nevyčerpané dovolenky vrátane poistného a príspevkov, ktoré je povinné platiť zamestnávateľ za zamestnanca, mzdu pri uplatňovaní konta pracovného času dovolenky vrátane poistného a príspevkov, ktoré je povinné platiť zamestnávateľ za zamestnanca). Špecifickú skupinu rezerv, ktorých tvorba je účtovaná ako náklad, nie však daňový výdavok, tvoria rezervy, ktorých použitie je vo väzbe na vznik nákladov (napr. na záručné opravy) a tieto náklady daňovo uznané sú. Ostatná časť rezerv tvorených ako náklad nie je uznaná ako daňový výdavok pri tvorbe rezervy, a ani náklad na ktorý sa viaže použitie rezervy daňovým výdavkom nemôže byť (napr. rezerva na pokuty a penále).

3 Tvorba a čerpanie rezerv súvisiacich s pandémiou COVID-19

Koronavírus vo významnej miere od začiatku roka 2020 ovplyvňuje svetovú ekonomiku. Hoci obyvatelia väčšiny krajín mimo ohniska nákazy v Číne začali pandémiu registrovať až

v priebehu februára a marca 2020, o tvorbe rezerv na náklady súvisiace s pandémiou a ich uznaní ako daňových výdavkov za účtovné obdobie 2019 sa diskutovalo už v marci 2020 v rôznych krajinách. Nastolila sa otázka, či bude „rezerva na COVID-19“ tvorená k 31.12.2019 spĺňať znaky rezervy ako záväzku s neistým časovým vymedzením alebo výškou, ako existujúcej povinnosti účtovnej jednotky, ktorá vznikla z minulých udalostí a je pravdepodobné, že v budúcnosti zníži ekonomické úžitky účtovnej jednotky. Napríklad asociácia EXPERTsuisse, švajčiarsky člen Medzinárodnej federácie účtovníkov – IFAC, vyjadrila názor, že v súvislosti s koronavírusom nemožno hovoriť o udalostiach z minulých období, pretože v krajinách mimo Číny možno pôsobenie koronavírusu priradiť až k obdobiu po 31.12.2019.

V čase druhej vlny pandémie a s blížiacim sa koncom kalendárneho roka bude množstvo podnikateľov nútených pristúpiť k rozhodnutiam opustiť prenajaté priestory, alebo prepustiť zamestnancov a v danej súvislosti nebude mať inú možnosť ako si splniť záväzky vyplývajúce napríklad z nájmu po dobu výpovednej doby alebo sankcií za nedodržanie zmluvných podmienok. V takýchto prípadoch je potrebné v súlade s daným rozhodnutím zaúčtovať tvorbu rezervy a súčasne nákladu. Rezerva musí predstavovať najlepší odhad nákladov, ktoré pravdepodobne nastanú, alebo v prípade záväzkov sumu potrebnú na ich vysporiadanie (Vašek, 2020). V prípade nejistej výšky rezervy sa táto stanoví v očakávanej výške záväzku, a to odhadom na základe uzatvorených zmlúv, skúseností účtovnej jednotky, prepočtov a rozpočtov, pričom účtovná jednotka musí vziať do úvahy aj technologické zmeny v činnosti, všetky známe riziká a možné neistoty. Potrebné a dostupné informácie z minulých období môže účtovnej jednotke poskytnúť nákladové účtovníctvo a metodické postupy na uskutočnenie odhadov manažérske účtovníctvo. Najmä v prípade odhadov výšky rezerv, ktorých použitie sa predpokladá v dlhodobom časovom horizonte a je potrebné rešpektovať faktor času. „Rešpektovanie faktoru času vychádza z toho, že súčasné príjmy a výdavky hodnotíme vyššie ako príjmy, resp. výdavky uskutočnené v budúcnosti.“ (Kráľ, 2018).

4 Záver

Cieľom príspevku bolo poukázať na súčasné problémy podnikov v čase pandémie a hľadať možné cesty riešenia. Ako sme už v príspevku konštatovali, prvá vlna pandémie prekvapila aj podniky, nakoľko sa nečakalo, že bude potrebné vo väčšine prípadov úplne pozastaviť ich činnosť. Môžeme skonštatovať, že nikto nebol na takúto mimoriadnu situáciu pripravený. Po prvej vlne ale už prišlo upozornenie, že príde druhá vlna pandémie s tým, že sa takáto situácia môže zopakovať. V dôsledku prípravy na možné ďalšie zastavenie činnosti, čoho sme aj svedkami, bude asi potrebné sa dopredu pripraviť. Jednou z možností, ktorú sme sa snažili preskúmať je práve oblasť rezerv, ich tvorby a čerpania, ako jednej z možností zohľadnenia budúceho možného očakávania rizika v dôsledku pandémie. Je to nový „prvok“ v ekonomike, s ktorým sme sa v posledných rokoch nestretli a ani sme ho neočakávali. Vzhľadom na to, že tu pandémia reálne je, musíme hľadať cesty a možné riešenia a čo najskôr ich implementovať do legislatívy v oblasti účtovníctva a daní. Rezervy sú významným metodickým prostriedkom a nástrojom, ktorý súvisí so zásadou opatrnosti na možné riziká a neistoty v budúcnosti. Tu očakávame aj legislatívnu podporu štátu. Rezervy má podnik k dispozícii na ich tvorbu a čerpanie a tu významnú úlohu zohráva nielen finančné účtovníctvo, ale aj manažérske účtovníctvo, ako súčasť účtovného informačného systému podniku. Rezerva na náklady v súvislosti s pandémiou (napríklad na testovanie zamestnancov v potravinárskej výrobe) by spĺňala požiadavky kladené na rezervy podľa slovenskej právnej úpravy aj z toho pohľadu, že vecný obsah je známy „pandémia“, vznikla v minulosti, nevieme čas a nevieme presne výšku, ktorú bude potrebné vytvoriť. Výška ako vieme sa stanoví odhadom, kde by sa výpočet uskutočnil na základe údajov z finančného účtovníctva a hlavne údajov z nákladového

účtovníctva. V tejto súvislosti nesmieme zabúdať ani na udržanie pracovných miest. Bolo by potrebné, aby sa legislatívne upravili mechanizmy na to, aby boli podniky schopné sa v prípade potreby pripraviť aj za pomoci prostriedkov poskytovaných účtovníctvom, akými sú napríklad rezervy, samostatne riešiť „neočakávané“ situácie, udržať pracovné miesta a nespoliehať sa na okamžitú pomoc štátu.

Literatúra

1. BMF-Monatsbericht (2020). Schlaglicht Corona-Hilfen: Mit aller Kraft gegen die Corona-Krise - Schutzschild für Deutschland. Retrieved from: <https://www.bundesfinanzministerium.de/Monatsberichte/2020/04/Inhalte/Kapitel-2b-Schlaglicht/2b-Mit-aller-Kraft-gegen-Corona-Krise.html>
2. Král, B. a kol. (2018). Manažérske účtovníctví. Praha: Management Press.
3. Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky č. 23 054/2002-92, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva.
4. Sklenka, M., Šlosárová, A., Hornická, R., & Blahušiaková, M. (2016). Účtovníctvo podnikateľských subjektov II. Bratislava: Wolters Kluwer.
5. Vašek, L. (2020). Dopady COVID-19 na účtovníctví podle českých účetních předpisů. AUDITOR, 5/2020, 18–22. Retrieved from: <http://amsp.cz/wp-content/uploads/2020/06/2020-05-27-dopady-covid-19-na-ucetnictvi-.pdf>
6. Zákon č. 431/2002 Z.z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
7. Zákon č. 595/2003 Z.z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.

Cloudové nástroje vo vzdelávaní

Cloud tools for Education

Igor Bandurič¹

Abstrakt

Mnoho dodávateľov cloudových služieb ponúka niektoré zo svojich nástrojov a služieb pre univerzity. Počet dostupných nástrojov je značný. Cieľom tohto príspevku je porovnať, aké sú rozdiely medzi týmito ponukami. Niektoré nástroje sme použili aj v procese vzdelávania. Takže popíšeme naše skúsenosti a spätnú väzbu, ktorú sme dostali.

Kľúčové slová

Cloud, Akadémia, Vzdelávanie

Abstract

Many Cloud vendors offer some of their tools and services for Academia. The number of tools available is significant. The aim of this paper is to compare what are the differences between these offering. We have also used some tools in our education process. So, we will describe our experiences and feedback we have received.

Key words

Cloud, Academy, Education

JEL classification

C88, I26

1 Úvod

S rozvojom technológií sa IT riešenia presúvajú z dátových centier do takzvaných Oblakov (Cloud). Tieto riešenia so sebou prinášajú niekoľko zmien oproti prevádzke v štandardnom datacentre.

Prvou zmenou je, že samotnú prevádzku hardvéru je možné oddeliť od správy softvéru (operačné systémy, aplikačné programové vybavenie, špecializované softvéry). Je to možné vďaka tomu, že Cloud obsahuje sadu nástroj, ktorými dokáže používateľ robiť úkony, ktoré by v minulosti musel vykonávať fyzicky. Príkladom môže byť zriadenie servera, zmena jeho výkonnostných parametrov (HDD, RAM), vytvorenie a správa siete, pripojenie zálohovania a replikácie. Tieto všetky operácie vie spraviť cez obrazovku počítača, ako sa hovorí, z pohodlia domova. Používať môže tak rozhranie príkazového riadka, tak aj grafické rozhranie s intuitívnymi popismi a návodmi.

Druhou zmenou je, že Cloudové dátové centrá umožnili vytvoriť riešenia, ktoré v bežnom dátovom centre neboli možné, prípadne ich vytvorenie bolo spojené so značnými úsilím a objemom práce. Dá sa povedať, že niektoré IT riešenia sú dnes dostupné iba v Cloude. Ako príklad uveďme *Google TensorFlow*. Toto riešenie na strojové učenie je možné použiť napríklad na rozpoznávanie obrázkov, pričom je možné využiť už vopred naučené algoritmy.

¹ Ing. Igor Bandurič, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, igor.banduric@euba.sk.

Vytvorenie rovnakého riešenia vo vlastnom dátovom centre je mimo možností malých a stredných firiem a ich poskytovateľov IT služieb.

Z uvedeného vyplýva dôsledok pre poskytovanie vzdelávania v IT oblasti. Do kompetencie študentov a študentiek je potrebné zaradiť získavanie znalostí o Cloude ako takom a štandardných konceptov práce s ním. Tak ako bol v minulosti zaradené vzdelávanie v oblasti Operačných systémov, podobne dnes, ako prirodzené rozšírenie je potrebné zaradiť vzdelávanie v používaní Cloud. Druhý dôsledok so sebou prinášajú spomenuté unikátne služby. Získané zručnosti v ich používaní sú výhodou absolventa pri uplatnení sa na trhu práce a v konečnom dôsledku aj pre firmy a spoločnosť, ktoré tieto zručnosti môžu použiť pri budovaní svojich riešení podporovaných IT.

V tomto článku budeme analyzovať aké možnosti používania Cloudových služieb existujú pre potreby univerzitného vzdelávania.

2 Vplyv Cloud na vyššie vzdelávanie

Využívanie Cloudových riešení v univerzitnom, resp. pedagogickom prostredí má svoje špecifiká. Pri štandardných softvéroch je bežné, že sa nachádza na počítačoch v laboratóriách, prípadne umožňuje inštaláciu aj na študentské počítače. V prípade potreby serverovej časti, napríklad pri databázach, mohla byť táto inštalovaná v špecializovanom laboratóriu – serverovni.

Takéto riešenie si vyžaduje počiatočné investície tak finančné ako aj časové na zriadenie a inštalovanie potrebného softvéru. Cloudové služby však so sebou prinášajú významnú zmenu. Sú pripravené na používanie hneď, avšak ich financovanie je priebežné. Platia sa ako opakujúca sa služba. Pričom z povahy platí, že finančné náklady po jednotlivých mesiacoch sa môžu líšiť.

V nasledujúcich kapitolách budeme analyzovať a porovnávať ako jednotlivé Cloudové riešenia umožňujú univerzitným kampusom využívanie ich služieb na vyučovanie.

3 Cloudoví poskytovatelia

Náročnosť vytvorenia plnohodnotnej cloudovej infraštruktúry so službami, ktoré boli popísané vyššie. Takáto infraštruktúra musí byť čo najviac virtualizovaná. Iba tak je možné zariadiť aby obsluha mohla prebiehať cez príkazovú riadku, resp. grafické rozhranie. Táto náročnosť spôsobuje, že poskytovateľmi Cloudových služieb, vo vyššie uvedenom slova zmysle, sú väčšinou veľké IT spoločnosti:

- Amazon Web Services
- Microsoft Azure
- Google Cloud Platform
- IBM Cloud
- Oracle Cloud Infrastructure

Existujú aj menší poskytovatelia služieb, ktoré majú charakteristiky Cloudu. Vybrali sme do porovnania spoločnosti, ktorých riešenia používame už teraz.

Obr. 1: Gartner kvadranty pre Cloudovú infraštruktúru a Platformové služby



Zdroj: <https://www.gartner.com/doc/reprints?id=1-1ZDZDMTF&ct=200703&st=sb>

Pri jednotlivých poskytovateľoch sme sa zamerali na skúmanie možnosti prístupu k Cloud službám pre potreby vyučovania. Pod touto možnosťou rozumieme prístup, ktorý zohľadňuje status študenta a učiteľa u používateľov.

4 Metóda

Pre každé poskytovateľa sme dohľadali možnosti pre študentov a učiteľov. Hľadali sme dostupné informácie o možnostiach použitia služieb poskytovateľa pre vyučovanie. Z doterajších skúseností z používania predovšetkým *Google Cloud platform* sme analyzovali aj možnosti učiteľských prístupov. Učiteľský prístup by mal poskytnúť ucelenejší pohľad na predmet (a jeho skupiny). V prípade, že poskytovateľ takýto prístup nemá, učiteľ nemá jednoduchú možnosť ako vidieť prácu študentov v jednej skupine, alebo na jednom predmete.

Pre ucelenejšiu predstavu sme tiež porovnali ako sú jednotlivé programy poskytovateľov vyhľadávané na internete. Tým sme chceli porovnať popularitu a tým pádom nepriamo aj výhodnosť a dostupnosť jednotlivých riešení pre vzdelávanie. Porovnanie konkrétnych názvov programov lepšie ukázalo rozdiel v popularite medzi učiteľmi ako je to v komerčnom sektore.

Obr. 2: Amazon Web Service - registrácia učiteľa



Apply to join AWS Educate

Step 2/3: Tell us about yourself

<input type="text" value="School or Institution Name"/> <small>Start typing the name of your school and select from the list. If you don't see your school, enter the full name, example: Harvard University</small>	<input type="text" value="Country"/>
<input type="text" value="City (where your school is located)"/>	<input type="text" value="First Name"/>
<input type="text" value="Last Name"/>	<input type="text" value="Department"/>
<input type="text" value="Email"/> <small>Please provide a valid, current email issued by your institution. Example: your_name@your_school.edu</small>	<input type="text" value="Title"/> <small>Please specify your official title at the institution (eg Assistant Professor)</small>
<input type="text" value="Course Level"/>	<input type="text" value="Course Numbers and Name"/> <small>You must list the name of a valid course that you are teaching this year for us to review, in order to receive an educator grant.</small>

Zdroj: <https://aws.amazon.com/education/awseducate/>

Obr. 3: Google Cloud for Education - získanie kreditov pre študentov

Get credits for your students

Apply for GCP credits for you and your students to give them real, hands-on experience with Google Cloud Platform. It is the intent of the program that the credits are used by students to learn about how to use the cloud.

Review our [program FAQs](#) to learn more.

Eligibility is limited to faculty only. If you are a student, you can encourage your faculty members to apply for your next course.

Personal Information

First Name	<input type="text"/>
Last Name	<input type="text"/>
Email address	<input type="text"/>

Zdroj: <https://edu.google.com/products/google-cloud/>

5 Výsledky

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené jednotlivé skúmané atribúty pre poskytovateľov služieb. Niektoré hodnoty boli zovšeobecnené, pretože ponuka poskytovateľov je v niektorých častiach príliš heterogénna.

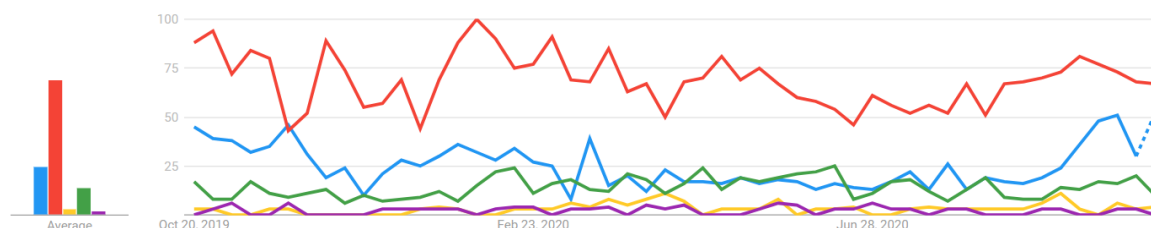
Tab. 1: Porovnanie poskytovateľov

	Amazon WS	Google CP	MS Azure	Oracle Cloud	IBM Cloud
Názov programu	AWS Educate	GCP For Education	Azure for Students	Oracle Academy	IBM Academic Initiative
Rola učiteľa	Áno	Áno	Nie	Áno	Nie
Kredit	100,-	100,-	100,-	300,-	Rôzne
Automatická registrácia	Nie	Nie	Áno	Áno*	Nie

* V prípade, že je do programu zaregistrované celá inštitúcia

Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 4: Porovnanie vyhľadávania



Zdroj: <https://trends.google.com/trends/>

6 Záver

Všetci poskytovatelia Cloud služieb umožňujú využívanie svojich služieb vo zvýhodnenom režime (zadarmo) pre študentov. Niektoré (*Google, Amazon*) rozlišujú aj rolu učiteľa a jeho špecifické potreby v rámci koordinovaného vyučovania predmetu.

Všetci poskytovatelia, tiež poskytujú takzvané kredity na vyskúšanie služieb, ktoré nie sú súčasťou študentského prístupu, prípadne je forma kredity priamo realizácia vzdelávania pre študentov.

Z praktických zistení, ktoré neboli presnejšie porovnávané medzi všetkými poskytovateľmi, však vyplýva, že poskytované kredity, resp. prístupy umožňujú využiť a vyučovať len s obmedzeniami. Niektoré Cloud služby sú natoľko drahé, že buď nie sú súčasťou študentského programu, alebo sa pridelený kredit minie za niekoľko hodín používania.

Literatúra

1. Azure for Students – Free Account Credit: Microsoft Azure. (2020). Retrieved October 18, 2020, from <https://azure.microsoft.com/en-us/free/students/>.
2. Azure EDUCATION. (2020). Education. Retrieved October 18, 2020, from <https://aws.amazon.com/education/awseducate>.
3. Magic Quadrant for Cloud Infrastructure and Platform Services (2020). Retrieved October 18, 2020, from <https://www.gartner.com/doc/reprints?id=1-1ZDZDMTF>.
4. Google Cloud for Education. (2020). Retrieved October 18, 2020, from <https://edu.google.com/>.
5. IBM Global Univeristy program (2020). Retrieved October 18, 2020, from <https://www.research.ibm.com/university/>.
6. Oracle Academy Cloud Program (2020). Retrieved October 18, 2020, from <https://academy.oracle.com/en/solutions-cloud-program.html>.

Vplyv uzavretia ekonomiky v rámci 1. vlny epidémie COVID-19 na ekonomickú situáciu subjektov v Slovenskej republike

The Impact of Economic Lockdown within the 1st Wave of Epidemics COVID-19 on the Economic Situation of Subjects in the Slovak Republic

Miriama Blahušiaková¹

Abstrakt

V marci 2020, keď sa v Slovenskej republike objavil prvý prípad nákazy novým korona vírusom COVID-19, prijala vláda viacero reštrikčných opatrení, ktoré mali za následok uzavretie škôl, prevádzok, hraníc, došlo k obmedzeniu pohybu osôb, utlmeniu ekonomického a spoločenského života. Uzavretie ekonomiky sa dotklo všetkých subjektov ekonomického života. Cieľom príspevku je analyzovať vplyv uzavretia ekonomiky na finančnú situáciu subjektov na Slovensku a na zistenie toho, akým spôsobom sa týchto subjektov dotkli opatrenia vlády. Analýza vychádza okrem iného aj z vlastného dotazníkového prieskumu, ktorý bol realizovaný v druhej polovici mája 2020.

Kľúčové slová

COVID-19, uzavretie ekonomiky, finančná situácia, ekonomický subjekt, opatrenia

Abstract

In March 2020, when the first COVID-19 positive patient appeared in the Slovak Republic, the government adopted several restriction measures; services, schools, borders were closed, and movement of persons was limited, and the economic and social life was attenuated. The lockdown of the economics had impact on every subject of economic life. The aim of the paper is to analyse the impact of the economic lockdown on the financial position of entities in Slovakia and the detection of how the government remedies influenced these entities. The analysis is based also on our own questionnaire survey realized in the second half of May 2020.

Key words

COVID-19, lockdown of economics, financial position, economic subject, restriction measures

JEL classification

M48, J38, M54

1 Úvod

Začiatkom roka 2020 celý svet zasiahla kríza súvisiaca s pandémiou vírusu COVID-19. Došlo k obmedzeniu podnikania, utlmeniu ekonomického a spoločenského života. V dôsledku uvedených skutočností došlo k zhoršeniu finančného zdravia podnikov pôsobiacich vo všetkých odvetviach priemyslu. Kríza COVID-19 sa nedotkla iba podnikateľských subjektov, ale zasiahla všetky subjekty, vrátane zamestnancov, samostatne zárobkovo činných osôb (ďalej aj „SZČO“), neziskových účtovných jednotiek, rozpočtových a príspevkových organizácií, finančných inštitúcií a pod. Podľa analýzy Finstat (Finstat, 2020) bolo krízou COVID-19 (údaje sú z apríla 2020) ohrozených 15 660 firiem, ktoré ročne vytvárajú tržby cca 8,8 mld eur. Z týchto firiem bolo najviac spoločností pôsobiacich v službách pohostinstiev. Najviac

¹ Ing. Miriama Blahušiaková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, miriama.blahusiakova@euba.sk.

spoločností postihnutých krízou COVID-19 podľa uvedenej štatistiky sídli v okresoch hlavného mesta.

Prijatie reštrikčných opatrení v súvislosti s ochranou a bezpečnosťou zdravia zamestnancov, ako aj ochranou podnikania v lokálnom a globálnom meradle viedlo v konečnom dôsledku k útlmu, až pozastaveniu hlavného ťahača ekonomiky na Slovensku (výroba automobilov) vo všetkých jeho závodoch (Volkswagen Slovakia, Groupe PSA Slovakia, Kia Motors Slovakia, Jaguar Land Rover Slovakia). (Bečka, 2020)

Z výsledkov prieskumu Združenia mladých podnikateľov Slovenska, ktorý sa uskutočnil od 17. 3. 2020 do 23. 3. 2020, vyplynulo, že 30% podnikateľov zatvorením prevádzky prišlo o jediný zdroj príjmov, 59% podnikateľov predpokladá, že mzdy a faktúry zvládnu platiť v splatnosti najviac mesiac a 37% podnikateľov predpokladalo, že budú musieť prepúšťať alebo skracovať úväzky. V oblasti štátnej správy a územnej samosprávy došlo k zníženiu výšky podielových daní smerujúcich do územnej samosprávy, k poklesu kapitálových a bežných transferov ako významných zdrojov financovania.

Viacere spoločnosti začali na úrady práce nahlasovať hromadné prepúšťanie. V Bratislavskom kraji bolo v mesiaci marec nahlásených 13, v apríli 5 hromadných prepúšťaní. Prepúšťania ohlásili napr. spoločnosť Decodom z Topoľčian (903 ľudí), spoločnosť zaoberajúca sa výrobou železničných lokomotív z Martina (neskôr bolo prepúšťanie zrušené), výrobca elektrických svietidiel z Topoľčian (450 ľudí), spoločnosť zaoberajúca sa údržbou ciest z Banskej Bystrice (16 ľudí), Podpolianske strojárne (727 ľudí), spoločnosť vyrábajúca diely do osobných automobilov z Malaciek (164 ľudí), reklamné agentúry z Bratislavy (81 ľudí), spoločnosť podnikajúca v oblasti hotelierskeho ubytovania z Pezinka (44 ľudí), spoločnosť podnikajúca v oblasti zdravotnej starostlivosti (114 ľudí), výrobca obuvi z Prievidze (52 ľudí), výrobca kabeliek z Košíc (200 ľudí) a pod. (Michalková, 2020)

Európa, ktorá COVID-19 už začiatkom júla prakticky porazila, sa v priebehu niekoľkých týždňov opäť ocitla v epicentre problémov, keď počet prípadov sa denne šplhá k hranici 20 000 a ocitla sa tak na prahu druhej vlny pandémie. (Ižip, 2020)

Cieľom príspevku je na základe uskutočneného dotazníkového prieskumu analyzovať vplyv uzavretia ekonomiky na finančnú situáciu subjektov na Slovensku v rámci prvej vlny pandémie. Zameriame sa na zistenie toho, akým spôsobom sa týchto subjektov dotkli opatrenia vlády a aký spôsob pomoci využili na preklopenie zhoršenej finančnej situácie v dôsledku krízy súvisiacej s COVID-19.

2 Prijaté vládne opatrenia v súvislosti s pandemiou COVID-19

Na zmiernenie negatívnych dopadov krízy prijímali jednotlivé krajiny rôzne opatrenia, ktorými sa snažili podporiť upadajúcu ekonomiku. V rámci Európskej únie malo najviac zdrojov a najprepracovanejší systém opatrení v boji s koronakrízou Nemecko ako štvrtá najvýkonnejšia ekonomika sveta, ktoré sa poučilo z predchádzajúcej krízy z roku 2008 a zostavilo najväčší balík finančnej pomoci svojim spolkovým krajinám v histórii. (Máziková & Antalová, 2020)

Vláda Slovenskej republiky prijala na zmiernenie dopadu krízy COVID-19 dňa 2. apríla 2020 zákon č. 67/2020 Z. z. o niektorých mimoriadnych opatreniach vo finančnej oblasti v súvislosti so šírením nebezpečnej nákazlivej ľudskej choroby COVID-19 (ďalej len „lex korona“), ktorý bol následne niekoľkokrát novelizovaný. Opatrenia vlády boli zamerané najmä na oblasť správy daní, dane z motorových vozidiel, správnych poplatkov, účtovníctva, dane z príjmov, oblasť finančného trhu, oblasť rozpočtových pravidiel, napr. na posun termínov pre podanie daňového priznania k dani z príjmov a uloženie účtovnej závierky do registra účtovných závierok; posun termínov pre zaplatenie dane z príjmov a platenie preddavkov na daň z príjmov a pod.

V súvislosti so snahou o zmiernenie negatívnych dopadov krízy súvisiacej s COVID-19 bol prijatý zákon č. 66/2020 Z. z., ktorým sa dopĺňa zákon č. 311/2001 Z. z. Zákonník práce v znení neskorších predpisov a ktorým sa dopĺňajú niektoré zákony (ďalej aj „zákoník práce“). Týmto zákonom boli zároveň novelizované ďalšie dôležité právne normy, ako zákon č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov, zákon č. 5/2004 Z. z. o službách zamestnanosti a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov, zákon č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov, zákon č. 124/2006 Z. z. o bezpečnosti a ochrane zdravia pri práci a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov, zákon č. 448/2008 Z. z. o sociálnych službách a o zmene a doplnení zákona č. 455/1991 Zb. o živnostenskom podnikaní (živnostenský zákon) v znení neskorších predpisov a pod.

V rámci zákonníka práce bola okrem iných skutočností zavedená možnosť flexibilnejšieho reagovania zamestnávateľa na dynamické zmeny v ekonomike, ktoré sa týkali organizácie práce, ochrany zamestnancov v oblasti úpravy pracovného času, v oblasti určenia a čerpania dovolenky. (Meluchová & Mateášová, 2020) Táto novela zákonníka práce dala zamestnávateľovi možnosť nariadiť zamestnancovi výkon práce z domácnosti zamestnanca (tzv. homeoffice), ak to dohodnutý druh práce umožňuje. Zamestnávateľ bol povinný ospravedlniť neprítomnosť zamestnanca v práci aj počas jeho dôležitej osobnej prekážky v práci, ktorou je karanténne opatrenie alebo izolácia. Takýto zamestnanec sa posudzoval ako zamestnanec, ktorý je uznaný dočasne za práceneschopného. Ak zamestnanec nemohol vykonávať prácu celkom alebo sčasti pre zastavenie alebo obmedzenie činnosti zamestnávateľa na základe rozhodnutia príslušného orgánu alebo pre zastavenie alebo obmedzenie činnosti zamestnávateľa ako dôsledku vyhlásenia mimoriadnej situácie, núdzového stavu alebo výnimočného stavu, ide o prekážku na strane zamestnávateľa, pri ktorej patrí zamestnancovi náhrada mzdy v sume 80 % jeho priemerného zárobku, najmenej však v sume minimálnej mzdy.

Zamestnávatelia, ktorí boli nútení z dôvodu predchádzania šíreniu vírusu zatvoriť prevádzky, mohli od apríla 2020 žiadať od Ministerstva práce, sociálnych vecí a rodiny SR ako pomoc na zmiernenie negatívnych dopadov krízy súvisiacej s COVID-19 príspevok na mzdy zamestnancov, a to až vo výške 80 % priemerného zárobku zamestnancov, najviac vo výške 1100 Eur. Podmienkou bolo udržanie pracovného miesta aj po skončení krízového obdobia. (Meluchová & Mateášová, 2020)

Od apríla 2020 vzhľadom na zlepšujúcu sa epidemiologickú situáciu začalo v Slovenskej republike postupné uvoľňovanie opatrení, ktoré bolo rozdelené do 4 fáz (pozri obrázok 1). Prvá fáza začala 22. apríla 2020, ďalšie fázy mali pokračovať v dvojtýždňových intervaloch. Napokon vďaka priaznivej situácii došlo k spojeniu 3. a 4. fázy.

Obr. 1: Fázy uvoľňovania opatrení

1 fáza	2 fáza	3 fáza	4 fáza
OBCHODY DO 300 m² SLUŽBY DO 300 m² VEREJNÉ STRAVOVANIE – cez predajné okienko VONKAJŠIE ŠPORTOVISKÁ – bezkontaktný šport – bez šatní – bez obecnstva – bez WC UBYTOVANIE – dlhodobé – bez stravy VONKAJŠIE TRHOVISKÁ – podľa podmienok PREDAJ AUTOMOBILOV, VOZIDIEL, VRÁTANE AUTOBAZÁROV	UBYTOVANIE – krátkodobé – bez spol. stravovania – jedlo na izbu – s WC a kúpeľňou – bez iných služieb KADERNÍCTVA, PEDIKÚRY A MANIKÚRY – podľa podmienok VONKAJŠIE TURISTICKÉ ATRAKCIE TAXI SLUŽBA – podľa podmienok DETSKÉ KLUBY DO 10 ROKOV – podľa podmienok BOHOSLUŽBY A SVADBY – podľa podmienok	OBCHODY DO 1000 m² SLUŽBY DO 1000 m² VEREJNÉ STRAVOVANIE – vonkajšie "terasy" MASÁŽE, ŠPORTOVÉ REKONDICNÉ REHABILITÁCIE – len suché procedúry MÚZEÁ, GALÉRIE, KNIŽNICE A VÝSTAVNÉ SIENE – podľa podmienok	KINÁ, DIVADLÁ KÚPALISKA HROMADNÉ PODUJATIA OBCHODNÉ CENTRÁ ŠKOLY, ŠKÓLKY VNÚTORNÉ ŠPORTOVISKÁ ŠPORTOVÉ PODUJATIA UBYTOVANIE

Zdroj: <https://www.forbes.sk/matovic-predstavil-4-fazy-uvolnovania-obmedzeni-uplne-otvorenie-ekonomiky-je-mozne-do-niekoľkych-tyzdnov/>

V júni 2020 schválila vláda 114 opatrení zameraných na zlepšenie podnikateľského prostredia na Slovensku, najmä na zníženie byrokracie a zredukovanie povinností podnikateľov. Cieľom týchto opatrení bolo zlepšiť podnikateľské prostredie a naštartovať ekonomiku po kríze spôsobenej pandémiou COVID-19. Uvedené zmeny mali pomôcť najmä cestovným kanceláriám, ubytovacím zariadeniam, vinárom a mnohým ďalším. (Solíková, 2020a) Týchto 114 opatrení prešlo v parlamente pripomienkovým konaním a následne bolo schválených s vyše 50 úpravami, zmenami, či doplneniami. Účinnosť týchto opatrení bola stanovená dňom vyhlásenia v Zbierke zákonov, a to 21. júla 2020, ďalšie ustanovenia majú účinnosť od 1. septembra 2020, 1. januára 2021 alebo neskôr. V mnohých prípadoch nejde o zásadné zmeny, ale skôr o výrazné zníženie byrokracie v podnikaní a odstránenie viacerých bodov, na ktoré podnikatelia poukazovali v ankete Byrokratický nezmysel roka. (Solíková, 2020b)

Lídri Európskej únie sa na osobitnom zasadnutí Európskej Rady konanej v dňoch 17. - 21. júla 2020 dohodli na ozdravnom balíku a sedemročnom rozpočte na obdobie rokov 2021 – 2027, ktorého cieľom bolo podporiť investície do ekologických a digitálnych prechodov v súvislosti s ozdravením ekonomiky po korona kríze. (Máziková & Antalová, 2020) Slovensko bude mať na ozdravenie ekonomiky z doterajšieho programového obdobia nevyčerpaných 8 mld. Eur, z balíka fondu obnovy 7,5 mld. Eur a zo sedemročného rozpočtu Európskej únie na roky 2021 – 2027 18,6 mld. Eur. Z fondu obnovy ešte môže Slovensko čerpať pôžičky do výšky 6,8 mld. Eur, vlastné spolufinancovanie projektov je naplánované vo výške 2,9 mld. Eur. (vlada.gov.sk, 2020)

3 Analýza dopadov krízy COVID-19 na ekonomickú situáciu subjektov v SR

Združenie mladých podnikateľov Slovenska uskutočnilo v dňoch od 17. 3. 2020 do 23. 3. 2020 prieskum, ktorého sa zúčastnilo 591 respondentov. Z výsledkov prieskumu vyplynuli napr. nasledujúce skutočnosti (ZMPS, 2020):

1. Takmer 32 % respondentov uviedlo, že muselo zastaviť poskytovanie skoro všetkých služieb a 30 % respondentov uviedlo, že zavrelo kamennú prevádzku ako jediný zdroj príjmov, čím prichádzajú o tržby. Pre bližšie informácie pozri obrázok 2.
2. K prerušeniu prevádzky museli pristúpiť v najväčšej miere podnikatelia v sektore ubytovania a stravovania (82 % podnikateľov), ostatných služieb (73 % podnikateľov) a obchodu (66 %). No zároveň približne 1/5 priemyselných podnikov (20 %)

- a stavebných spoločností (18,2 %) uviedla, že musela pozastaviť činnosť, pretože im chýbali vstupy (napr. materiál od dodávateľov).
- Na zníženie strát spôsobených krízou 41 % respondentov uviedlo, že investujú vlastné rezervy z minulosti, aby udržali chod firmy; 22 % respondentov uviedlo, že bude musieť v blízkej dobe prepustiť niektorých zamestnancov alebo rozviazať zmluvy so spolupracujúcimi živnostníkmi; 15 % respondentov sa dohodlo so zamestnancami na skrátených úväzkoch; 23 % respondentov uviedlo, že zamestnanci pracujú z domu, 10 % respondentov rokovalo s dodávateľmi o predĺžení splatností faktúr a 10 % respondentov začalo prispôbovať svoj výrobný program novým potrebám trhu; 9 % respondentov začalo hľadať nových zákazníkov a nové trhy.
 - Na otázku, aké dočasné opatrenia od vlády by podnikateľom najviac pomohli na preklopenie náročného obdobia, až 51 % respondentov by uvítalo zníženie zamestnaneckých odvodov, daňové odklady, príspevok na časť mzdových nákladov, 26 % respondentov by uvítalo bezúročné pôžičky od štátu na preklopenie výpadku príjmov a nastávajúcej hospodárskej krízy.

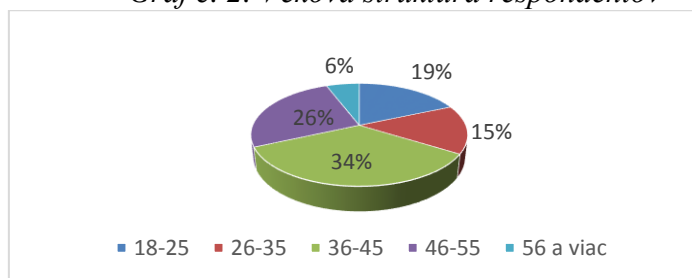
Obr. 2: Dopad opatrení vlády na podnikateľov



Zdroj: <https://www.podnikajte.sk/financie-na-podnikanie/dve-tretiny-malych-firiem-vydrzia-bez-prijatia-opatreni-najviac-mesiac>

V dňoch od 11. mája 2020 do 31. mája 2020 sme uskutočnili vlastný dotazníkový prieskum na vzorke 426 respondentov, ktorého cieľom bolo zistiť dopad krízy na ekonomické subjekty v SR. Do prieskumu sa zapojilo 156 mužov a 270 žien. Veková štruktúra respondentov je zobrazená v grafe č. 1.

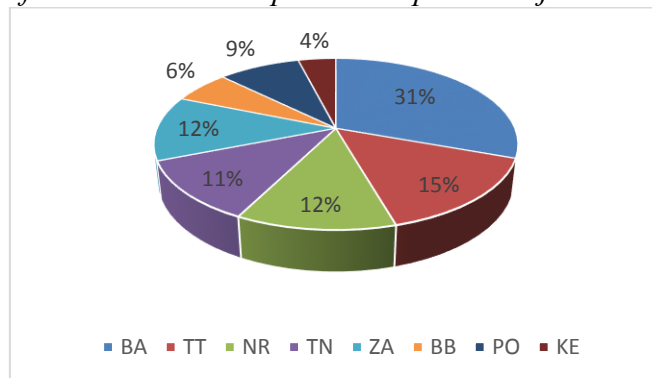
Graf č. 2: Veková štruktúra respondentov



Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

Štruktúra respondentov podľa kraja trvalého pobytu, je uvedená v grafe č. 2.

Graf č. 2: Štruktúra respondentov podľa kraja trvalého pobytu



Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

V súvislosti s uzavretím ekonomiky v dôsledku krízy COVID-19, 44 respondentov odpovedalo, že ich spoločnosť bola nútená úplne zatvoriť prevádzku, 197 respondentov odpovedalo, že im zamestnávateľ umožnil pracovať na homeoffice, pričom podmienky boli rôzne; 174 respondentov odpovedalo, že ich spoločnosť fungovala naďalej pri dodržaní prísnych hygienických opatrení, 32 respondentov uviedlo, že zamestnanci spoločnosti zostali doma a poberajú mzdu vo výške 60 % priemerného zárobku z titulu prekážky na strane zamestnávateľa a 39 respondentov uviedlo iné skutočnosti. Viacerí respondenti využili možnosť viacnásobnej odpovede, preto sa mnohé odpovede prekrývajú.

V rámci iných skutočností respondenti uvádzali, že:

- im zamestnávateľ dal na výber a mohli sa rozhodnúť, či chcú pracovať z domu, alebo chcú chodiť do práce,
- zamestnávateľ umožnil zamestnancom pracovať z domu, ale len s 80 % náhradou mzdy,
- zamestnanci pracovali 3 dni v týždni, 2 dni boli doma so 60 % náhradou mzdy,
- boli doma so 100 % náhradou mzdy prvé dva týždne, následne pracovali 4 hodiny, resp. 6 hodín denne, ale bez krátenia mzdy,
- zamestnanci chodili do práce sporadicky v závislosti od množstva objednávok,
- zamestnanci pracovali ešte na vyššie obrátky,
- spoločnosť síce bola nútená zavrieť prevádzku, ale vykonávala rozvoz tovaru na základe telefonických alebo internetových objednávok, účtovníčka spoločnosti mala homeoffice, predavač bol doma so 60 % náhradou mzdy,
- zamestnanci spoločnosti boli doma (nepracovali) s náhradou mzdy vo výške 80 %,
- časť zamestnancov spoločnosti pracovala, časť čerpala dovolenku,
- spoločnosť v prvom kroku umožnila zamestnancom prácu na homeoffice, následne úplne odstavila prevádzku a v treťom kroku zamestnanci zostali doma z dôvodu prekážky na strane zamestnávateľa,
- časť zamestnancov spoločnosti bola doma s náhradou mzdy vo výške 80 %, časť zamestnancov pracovala, vykonávala rekonštrukčné práce, ktoré nie sú možné za bežnej prevádzky,
- dva dni v týždni chodili zamestnanci do práce a dostávali 100 % mzdy, 3 dni v týždni boli doma (nepracovali) s 80 % náhradou mzdy,

- m) spoločnosť bola nútená zamestnancov prepustiť, najskôr došlo k prepusteniu brigádnikov a následne aj zamestnancov pracujúcich na trvalý pracovný pomer. Jeden zamestnanec pripustil, že keď dôjde k obnoveniu prevádzky, prepustených zamestnancov zoberie spoločnosť späť. Niektoré spoločnosti boli nútené zrušiť niektoré oddelenia,
- n) dva dni v týždni pracovali zamestnanci na homeoffice, dva dni v týždni boli doma s 80 % náhradou mzdy a jeden deň v týždni boli v práci pri dodržaní hygienických opatrení,
- o) zamestnanci si čerpali starú dovolenku,
- p) sú nezamestnaní, na rodičovskej dovolenke, alebo práce neschopní.

V ďalšej časti dotazníka nás zaujímalo, ako sa kríza súvisiaca s COVID-19 dotkla priamo respondentov ako zamestnancov. Respondenti mali opäť možnosť viacnásobnej odpovede. Najviac respondentov, a to až 197 uviedlo, že pracovalo z domu (homeoffice), 28 respondentov zostalo doma na OČR s deťmi, 7 respondentov čerpalo náhradné voľno, 17 respondentov bolo doma na neplatenom voľne, 53 respondentov bolo doma s krátenou mzdou (z dôvodu prekážky na strane zamestnávateľa) a až 143 respondentov uviedlo iné skutočnosti. Opäť sa viaceré odpovede prelínali vzhľadom na možnosť výberu viacnásobných odpovedí. Až 15 respondentov uviedlo, že nie sú zamestnancami a preto bola táto otázka pre nich irelevantná. V rámci iných skutočností respondenti uvádzali, že:

- a) boli v práci pri dodržaní prísnych hygienických podmienok (88 respondentov),
- b) pracovali v skrátenej pracovnej dobe,
- c) striedali prácu z domu s prácou na pracovisku,
- d) dostali výpoveď,
- e) boli na rodičovskej dovolenke,
- f) boli evidovaní na úrade práce,
- g) boli práce neschopní,
- h) boli do 10. 5. na homeoffice a od tohto dátumu vykonávali prácu na pracovisku,
- i) boli doma s nekrátenou mzdou,
- j) čerpali starú dovolenku,
- k) pracovali v rámci zmenených pracovných podmienok, 2 týždne práce, 2 týždne pohotovostného voľna.

Analýzou odvetvia, v ktorom pracujú jednotliví respondenti, vyplynulo, že z tých, ktorí pracovali počas uzavretia ekonomiky z domu (homeoffice), najviac respondentov pochádzalo z odvetvia služieb, ako to môžeme vidieť v tabuľke č. 1.

Tab. 1: Počet zamestnancov pracujúcich na homeoffice v závislosti od odvetvia zamestnania

Homeoffice v závislosti od odvetvia										
Frequency Deviation Col Pct	IT sektor	administrat íva	Banko vý a pois ný sektor	Nezam estnan ý	obchod	ozbroj ené sily SR	polica j ný zbor	poľnohospodár stvo	rodičovská dovolenka	
Homeoffice	8 4.3005 100.00	3 0.2254 50.00	2 -0.312 40.00	0 -0.462 0.00	15 -6.272 32.61	0 -0.462 0.00	0 -0.462 0.00	0 -0.462 0.00	0 -0.462 0.00	0 -0.462 0.00
Iné	0 -4.3 0.00	3 -0.225 50.00	3 0.3122 60.00	1 0.4624 100.00	31 6.2723 67.39	1 0.4624 100.00	1 0.4624 100.00	1 0.4624 100.00	1 0.4624 100.00	1 0.4624 100.00
Spolu	8	6	5	1	46	1	1	1	1	1
	škols tvo	služby	služby + obchod	šport	štátna alebo verejná správa	staveb níctvo	výroba	výskum a vývoj	zdravot níctvo	spolu
Homeoffice	12 0.9014 50.00	130 26.876 58.30	1 0.5376 100.00	0 -0.462 0.00	10 0.7512 50.00	2 -1.7 25.00	12 -14.82 20.69	1 0.0751 50.00	1 -7.786 5.26	197
Iné	12 -0.901 50.00	93 -26.88 41.70	0 -0.538 0.00	1 0.4624 100.00	10 -0.751 50.00	6 1.6995 75.00	46 14.822 79.31	1 -0.075 50.00	18 7.786 94.74	229
Spolu	24	223	1	1	20	8	58	2	19	426

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

Z respondentov pracujúcich na homeoffice, ktorí sa zúčastnili prieskumu, bolo 74 mužov a 123 žien, ako uvádza tabuľka č. 2.

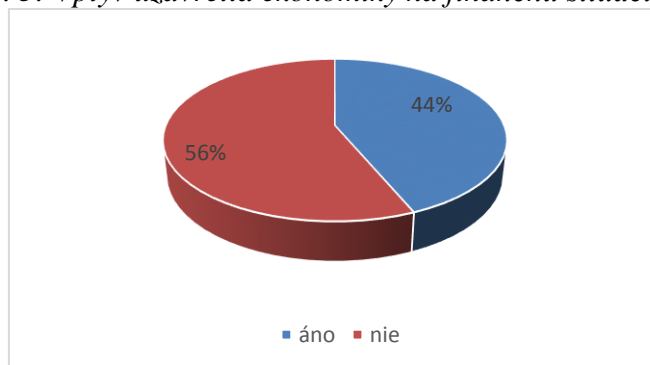
Tab. 2: Pracujúci na homeoffice v závislosti od pohlavia

Pracujúci na homeoffice podľa pohlavia			
homeoffice	pohlavie		
Frequency Deviation Col Pct	muž	žena	Total
homeoffice	74 1.8592 47.44	123 -1.859 45.56	197
iné	82 -1.859 52.56	147 1.8592 54.44	229
Total	156	270	426

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

Z odpovedí dotazníka vyplynulo, že uzavretie ekonomiky neovplyvnilo finančnú situáciu domácností u 240 respondentov, naopak 186 respondentov uviedlo, že uzavretie ekonomiky finančnú situáciu ich domácností ovplyvnilo, ako to môžeme vidieť v grafe číslo 6.

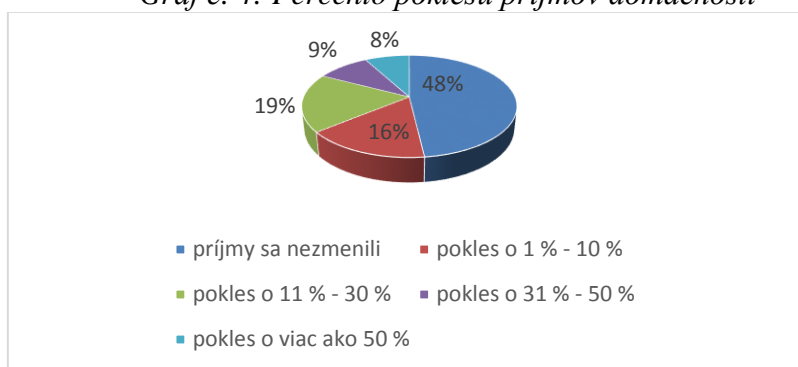
Graf č. 3: Vplyv uzavretia ekonomiky na finančnú situáciu domácností



Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

Percentuálny pokles príjmov domácností respondentov z dôvodu krízy súvisiacej s COVID-19 a uzavretím ekonomiky je uvedený v grafe číslo 4.

Graf č. 4: Percento poklesu príjmov domácností



Zdroj: Vlastné spracovanie na základe dotazníkového prieskumu

Z grafu číslo 4 vyplýva, že až 48 % respondentov uviedlo, že sa ich príjmy v súvislosti s uzavretím ekonomiky nezmenili, 16 % respondentov uvádza pokles do 10 %, 19 % respondentov uvádza pokles od 11 % do 30 % a 17 % respondentov pocítilo viac ako 31% pokles príjmov v súvislosti s krízou súvisiacou s COVID-19 a následným uzavretím ekonomiky.

4 Záver

Cieľom príspevku bolo na základe uskutočneného dotazníkového prieskumu analyzovať vplyv uzavretia ekonomiky na finančnú situáciu subjektov na Slovensku. Z prieskumu vyplynulo, že kríza spôsobila pokles príjmu viac ako polovice oslovených domácností, pričom u 17 % respondentov bol tento pokles viac ako 30 % - ný. Podnikatelia v čase krízy, keď museli riešiť existenčné problémy, uvítali posunutie termínov pre podanie daňových priznaní, zostavenie účtovnej závierky, platenie daní, poisťného do Sociálnej poisťovne a zdravotných poisťovní, ako aj odstránenie viacerých byrokratických opatrení, ktoré boli tzv. podnikateľským kilečkom zrušené.

Z analýzy prijatých reštrikčných a ozdravných opatrení vlády vyplynulo, že prísne epidemiologické opatrenia, ktoré boli na Slovensku prijaté v súvislosti s objavením sa prvého prípadu nakazeného koronavírusom v marci 2020, nemali perspektívu udržateľnosti na dlhšie obdobie. Takmer okamžite po spustení 4. fázy uvoľňovania opatrení sa situácia začala meniť a pozícia Slovenska v boji s koronavírusom poklesla. Zavedenie extrémnych opatrení na jar

a laxných v lete naznačuje nekonceptnosť súčasnej kovidovej politiky. Zo strany štátu môže hroziť ďalšie uzavretie ekonomiky, či obmedzenie mobility. (Ižip, 2020) Skúsenosti však naznačujú, že uzavretie ekonomiky tak, ako bolo riešené na jar 2020 v rámci 1. vlny pandémie, je zbytočne drastické a necitlivé.

Vláda, ale aj podniky samotné, by sa v rámci predchádzania negatívnym dopadom akejkoľvek krízy mali dôsledne zaoberať touto situáciou a vypracovať plán na zmiernenie negatívnych dopadov v budúcnosti.

Jedným z riešení, ku ktorým mnohé spoločnosti (najmä spoločnosti poskytujúce služby) pristúpili takmer okamžite, bolo umožnenie zamestnancom pracovať z domu (tzv. homeoffice). Nie vždy sú však na takéto riešenie pripravené nielen podniky, ale aj samotní zamestnanci. Skúsenosti z aktuálnej mimoriadnej situácie ukázali, že na Slovensku existuje priestor na zavedenie systémovej podpory udržania pracovných miest v prípade ekonomických ťažkostí, napríklad po vzore nemeckého systému kurzarbeit, ktorý sa plánuje zaviesť od roku 2022 (materiál je momentálne na medzirezortnom pripomienkovaní). Kurzarbeit spočíva v tom, že zamestnanec sa pri skrátaní pracovného času vzdá určitej časti mzdy, menšiu časť jeho mzdy uhradí zamestnávateľ a zvyšnú časť mzdy zaplatí za zamestnávateľa štát. Výhodou je zníženie nákladov pre zamestnávateľa.

Ďalšími možnosťami, ktoré navrhujú napr. Máziková & Antalová (2020), je tvoriť rezervu na očakávané riziká v súvislosti s pandemiou, ktorá by mohla byť považovaná za daňovo uznaný výdavok, príp. tvoriť špeciálny fond prídelom zo zisku, ktorý by sa čerpal v období krízového obdobia.

Literatúra

1. Bečka, M. (2020). Vplyv súčasnej globálnej pandémie SARS-CoV-2 na zamestnanosť v ekonomike Slovenskej republiky: <The> Impact of the Current Global Pandemic of SARS-CoV-2 on Employment in the Slovak Economy. *Ekonomické Rozhľady: Vedecký Časopis Ekonomickej Univerzity V Bratislave*, 49(2), 188-214.
2. Finstat (2020). Analýza sektorov priamo ohrozených koronavírusom. Retrieved September 25, 2020 from <https://finstat.sk/analyzy/analyza-sektorov-priamo-ohrozenych-koronavirusom>
3. Gulisová, S. (2020, April 20). Matovič predstavil 4 fázy uvoľňovania obmedzení. Otvorenie ekonomiky je možné do niekoľkých týždňov. Retrieved September 25, 2020 from <https://www.forbes.sk/matovic-predstavil-4-fazy-uvolnovania-obmedzeni-uplne-otvorenie-ekonomiky-je-mozne-do-niekolkych-tyzdnov/>
4. Ižip, R. (2020). Ako preplávať druhou vlnou. *TREND*, 29 (35), 13-15.
5. Máziková, K. & Antalová, R. (2020). Reducing Economic Impact of COVID-19 Pandemic from Accounting Entity Perspective. *Účetnictví A Auditing V Procesu Světové Harmonizace: Sborník Z Mezinárodní Vědecké Konference, Slapy, 8.-10. Září 2020*, 116-120.
6. Meluchová, J. & Mateášová, M. (2020). Changes in Labor Law and their Impact on Business Environment in the Slovak Republic. *Účetnictví A Auditing V Procesu Světové Harmonizace: Sborník Z Mezinárodní Vědecké Konference, Slapy, 8.-10. Září 2020*, 121-126.
7. Michalková, T. (2020, April 7). Firmy už nahlasujú prepúšťanie. Pomoc vlády nepresvedčila. Retrieved September 25, 2020 from <https://ekonomika.pravda.sk/firmy-a-trhy/clanok/547973-firmy-uz-nahlasuju-prepustanie-pomoc-vlady-nepresvedcila/>

8. Solíková, V. (2020a, June 24). Opatrenia na zlepšenie podnikateľského prostredia od roku 2020 a neskôr. Retrieved September 25, 2020 from <https://www.podnikajte.sk/pripravovane-zmeny-v-legislative/opatrenia-zlepsenie-podnikatelskeho-prostredia-2020-a-neskor>
9. Solíková, V. (2020b, July 9). Podnikateľské kilečko – schválené opatrenia od roku 2020 a neskôr. Retrieved September 25, 2020 from <https://www.podnikajte.sk/obchodne-pravo/podnikatelske-kilecko-schvalene>
10. vlada.gov.sk (2020, July 21). I. Matovič: V nasledujúcich rokoch bude mať Slovensko z EÚ viac ako 40 mld. eur. Retrieved September 25, 2020 from <https://www.vlada.gov.sk/i-matovic-v-nasledujucich-rokoch-bude-mat-slovensko-z-eu-viac-ako-40-mld-eur/>
11. Zákon č. 66/2020 Z. z., ktorým sa dopĺňa zákon č. 311/2001 Z. z. Zákonník práce v znení neskorších predpisov a ktorým sa dopĺňajú niektoré zákony.
12. Zákon č. 67/2020 Z. z. o niektorých mimoriadnych opatreniach vo finančnej oblasti v súvislosti so šírením nebezpečnej nákazlivej ľudskej choroby COVID-19 v znení neskorších predpisov.
13. ZMPS (2020, March 26). Dve tretiny malých firiem vydržia bez prijatia opatrení najviac mesiac. Retrieved September 25, 2020 from <https://www.podnikajte.sk/financie-na-podnikanie/dve-tretiny-malych-firiem-vydrzia-bez-prijatia-opatreni-najviac-mesiac>
14. Vlastný dotazníkový prieskum



Optimalizácia portfólia s využitím evolučného algoritmu v jazyku R

Portfolio optimization using evolutionary algorithm in R language

Ivan Brezina¹, Juraj Pekár²

Abstrakt

Problematika výberu skladby aktív je základnou úlohou investora. Na podporu rozhodovania investora existuje množstvo modelov podložených príslušnou teóriou. Uvedenú úlohu nazývame úloha výberu portfólia, pričom pri jej konštrukcii si investor stanoví rozhodovacie kritérium. Jedným z možných kritérií sú miery výkonnosti portfólia. V našom prípade bolo zvolená miera výkonnosti označená ako omega funkcia. Na základe uvedenej miery je v príspevku skonštruovaný model, ktorého riešenie bolo realizované v jazyku R.

Kľúčové slová

optimalizácia, evolučné algoritmy, jazyk R

Abstract

The issue of selecting an asset composition is a fundamental task of the investor. There are a number of models supported by the relevant theory to support investor decision-making. This task is called the task of portfolio selection, with the investor setting a decision-making criterion in its construction. One possible criteria is portfolio performance measure. In our case, the chosen performance measure was identified as an omega function. On the basis of the above mentioned degree, the contribution constructs a model, the solution of which was implemented in R language.

Key words

optimization, evolutionary algorithms, R language

JEL classification C02, C61

1 Úvod

Pri rozhodovaní o výbere portfólia (do investičného portfólia možno zahrnúť akcie, dlhopisy a iné finančné aktíva, vrátane hotovosti a majetku) možno ako podklad použiť riešenia modelov matematického programovania. Tieto modely bývajú zvyčajne založené na mierach výnosu, rizika a na mierach výkonnosti portfólia (Brezina jr., 2013). Zodpovedajúce modely matematického programovania pre miery výkonnosti portfólia (pod výkonnosťou portfólia možno rozumieť spoločné vyjadrenie rizikovosti a výnosnosti portfólia) majú zvyčajne neštandardnú štruktúru, ktorá spôsobuje problémy pri ich riešení. Jednou z často používaných mier výkonnosti portfólia je tzv. omega funkcia (formulovali ju Keating a Shadwick (2002)). Omega funkciu možno definovať ako pomer pravdepodobnosti vážených ziskov ku stratám vzhľadom na úroveň prahovej hodnoty stanovenej investorom (ide teda o pomer očakávaní ziskov nad prahovú hodnotu a očakávaných strát pod prahovou hodnotou). Tento pomer vytvára pri matematickom modeli jeho neštandardnú štruktúru, ktorá je klasickým riešením úlohy

¹ prof. Ing. Ivan Brezina, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, ivan.brezina@euba.sk.

² prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, juraj.pekar@euba.sk.

matematického programovania značne zložitá. V súčasnosti sa na riešenie takýchto problematických úloh používajú rôzne alternatívne prístupy, pričom jednou skupinou sú evolučné algoritmy. V príspevku je na riešenie úlohy výberu portfólia založenej na miere výkonnosti omega uvedený prístup založený na použití diferenciálnej evolúcie. Prioritným cieľom príspevku je pritom poukázať na vhodnosť použitia evolučných algoritmov v oblasti finančného modelovania z dôvodu rýchleho dosiahnutia suboptimálneho riešenia, ktoré býva svojou kvalitou blízke optimálnemu. V príspevku realizujeme implementáciu uvedenej úlohy v jazyku R.

2 Omega funkcia

Omega funkcia je miera výkonnosti využívajúca všetky informácie, ktoré obsahuje náhodná premenná reprezentujúca výnosy (Pekár, Brezina, Čičková 2013), (Kazemi, Schneeweis a Gupta 2004). Keating a Shadwick (Keating a Shadwick (2002)) uvádzajú, že prvé dva centrálné momenty, t.j. stredná hodnota a rozptyl, plne opisujú rozdelenie výnosov spôsobujúcich nepresnosti v meraní výkonnosti. Podľa (Keating a Shadwick (2002)) si meranie výkonnosti vyžaduje aj vyššie centrálné momenty. V uvedenej práci je takisto poukázané na dôležitosť referenčnej úrovne výnosnosti bez ohľadu na priemernú výkonnosť v opise riziko oceňujúcich parametrov portfólia. Na základe pozorovaní je v uvedenej práci prezentovaná miera hodnotiaca výkonnosť – Omega funkcia, ktorá v prípade normálne distribuovaných výnosov poskytuje aj ďalšie informácie. Je pritom dokázané, že pre neobvyklé a asymetrické rozdelenia výnosov je Omega funkcia vhodnejším meradlom výkonu ako iné miery výkonnosti, napr. Le Sourd (Le Sourd 2007) uvádza ako základné miery výkonnosti Sharpeov pomer, Treynorov pomer (miery výkonnosti prispôbené absolútnemu riziku), Jensenova alfa, Informačný pomer (miery výkonnosti prispôbené relatívnemu riziku), Sortinov pomer (miery založené na „dolnom riziku“ a vyšších momentoch).

Miera výkonnosti Omega funkcia sa odporúča predovšetkým na hodnotenie portfólií, ktoré nevykazujú normálne rozdelenie výnosov. Z tohto dôvodu je táto miera výkonnosti väčšinou využívaná pri hodnotení portfólií hedgových fondov, v menšom rozsahu aj pri tradičnom investovaní. V prípade, keď sú vyššie momenty málo významné, Omega funkcia je v súlade s tradičným investovaním a vyhýba sa potrebe odhadu stredných hodnôt a rozptylov.

Omega funkcia berie do úvahy mieru návratnosti, oproti ktorej sa bude daný výstup považovať za zisk alebo stratu. Táto skutočnosť predstavuje doplňujúcu informáciu dokonca aj v tom prípade, keď majú výnosy normálne rozdelenie. Princíp merania pritom spočíva v rozdelení výnosov na stratu a zisk vzhľadom k investorom stanovenej hranici výnosu zodpovedajúcej minimálnemu akceptovateľnému výnosu (*MAR*).

Predpokladajme ďalej existenciu spojitej náhodnej premennej X a jej kumulatívnej distribučnej funkcie $F(x)$, $x \in X$. Potom Omega funkciu možno definovať ako funkcia náhodnej premennej závislej od hranice minimálneho akceptovateľného výnosu *MAR*. Keating a Shadwick definovali uvedenú funkciu (Keating a Shadwick 2002):

$$\Omega(X) = \frac{\int_{MAR}^{\infty} (1 - F(x)) dx}{\int_{-\infty}^{MAR} F(x) dx} \quad (1)$$

kde *MAR* je minimálny akceptovateľný výnos.

Aj pre diskretnú náhodnú premennú možno definovať Omega funkciu. Nech vektor \mathbf{r} predstavuje reprezentáciu diskretnéj náhodnej premennej X vyjadrujúcej mieru výnosu portfólia za určité obdobie, potom hodnotu uvedenej miery výkonnosti portfólia možno zapísať v tvare:

$$\Omega(\mathbf{r}) = \frac{\sum_{t=1}^T \max[(r_t - MAR), 0] p_t}{\sum_{t=1}^T \max[(MAR - r_t), 0] p_t} \quad (2)$$

kde T predstavuje počet sledovaných období,

p_t reprezentuje významnosť t -teho stavu ($t = 1, 2, \dots, T$),

MAR je minimálny akceptovateľný výnos,

r_t reprezentuje výnos v t -tom období ($t = 1, 2, \dots, T$).

3 Výber portfólia na báze Omega funkcie

Omega funkcia (Keating a Shadwick 2002) využíva pri hodnotení výkonnosti portfólia všetky informácie obsiahnuté v historickom časovom rade výnosov. Pri výpočte je pritom mimoriadne dôležité charakterizovať hranicu výnosov, ktorá rozdeľuje hranicu výnosov na zisk a stratu (Pekár, Brezina, Čičková 2013). Úloha výberu portfólia ako maximalizácia miery výkonnosti pomocou Omega funkcie je formulovaná napríklad v (Avouyi-Dovi a kol. 2004).

Predpokladajme investíciu do n aktív, pričom máme informácie o každej diskretnej náhodnej premennej v T stavoch. Nech r_{it} predstavuje t -ty ($t = 1, 2, \dots, T$) stav i -tej ($i = 1, 2, \dots, n$) diskretnej náhodnej premennej a významnosť t -teho stavu je reprezentovaná prvkami p_1, p_2, \dots, p_T , pričom platí $\sum_{t=1}^T p_t = 1$. Ako predpokladáme investície celkovo do n aktív, označíme ako w_i podiel i -teho aktíva na celkovej investícii ($i = 1, 2, \dots, n$).

Na základe definície miery výkonnosti portfólia Omega funkcie možno formulovať úlohu matematického programovania, ktorej riešením je optimálne portfólio s maximálnou hodnotou pomeru (Avouyi-Dovi a kol. 2004):

$$\max \Omega(w_1, w_2, \dots, w_n) = \frac{\sum_{t=1}^T p_t \max \left[\left(\sum_{i=1}^n r_{it} w_i - MAR \right), 0 \right]}{\sum_{t=1}^T p_t \max \left[\left(MAR - \sum_{i=1}^n r_{it} w_i \right), 0 \right]}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3)$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0$$

Z formulácie úlohy výberu portfólia (3) je zrejmé, že tvar účelovej funkcie nie je štandardný, pretože do čitateľa ako aj menovateľa vyberáme iba portfólio v t -tom období, ktoré nadobúda vyššiu, resp. nižšiu hodnotu ako investorom stanovená hranica výnosu zodpovedajúca minimálnemu akceptovateľnému výnosu MAR . Možno teda konštatovať, že pri riešení nie je vhodné použiť štandardné metódy riešenia úloh matematického programovania, čo vytvára priestor na aplikáciu alternatívnych metód riešenia. V našich predchádzajúcich prácach sme na riešenie takto formulovanej úlohy matematického programovania (3) aplikovali aj algoritmus diferenciálnej evolúcie, ktorý patrí do skupiny evolučných algoritmov.

Na riešenie úlohy výberu optimálneho portfólia, autori vo svojich predchádzajúcich využili evolučný algoritmus diferenciálnej evolúcie (Pekár, Brezina, Čičková, Reiff 2013), (Pekár, Čičková, Brezina 2013). Diferenciálna evolúcia sa pritom prezentovala ako efektívny alternatívny prístup k riešeniu tejto triedy problémov. Ďalej preto bude prezentovaný prístup

aplikácie evolučného algoritmu diferenciálnej evolúcie na nájdenie riešenia úlohy matematického programovania (3) výberu portfólia založenej na Omega funkcii.

4 Diferenciálna evolúcia

Evolučné algoritmy predstavujú triedu algoritmov na riešenie určitého problému použitím výpočtových modelov, ktoré využívajú niektorý zo známych princípov evolúcie, teda prírodného výberu a rozmnožovania (Kvasnička a kol. 2000). Medzi najznámejšie evolučné algoritmy patria:

- Genetické algoritmy (Genetic Algorithm)
- Evolučné programovanie (Evolutionary Programming)
- Evolučné stratégie (Evolutionary Strategy)
- Diferenciálna evolúcia (Differential Evolution)
- Samoorganizujúci sa migračný algoritmus (Self Organizing Migrating Algorithm)
- Optimalizácia kolóniou mravcov (Ant Colony Optimization)
- Metóda imunologického systému (Immunology System Method)
- Rozptylové prehládavanie (Scatter Search)
- Rojenie častíc (Particle Swarm) a ďalšie.

Aj keď tieto typy algoritmov sú považované za univerzálne, ich úspešnosť pri hľadaní extrému závisí od typu a vlastností riešenej úlohy. V tejto časti príspevku sa budeme venovať algoritmu diferenciálnej evolúcie (Storn a Price 1997), (Ardia a kol. 2011), ktorá bude následne použitá v aplikačnej časti pri riešení úlohy výberu portfólia.

Diferenciálnu evolúciu (Differential Evolution – DE) vyvinuli a prvýkrát použili Price a Storn (Storn a Price 1997) pri riešení problému s Čebyševovými polynómami. Pôvod diferenciálnej evolúcie spočíva v genetickom žihaní, ktoré vyvinuli autori Price a Storn (Storn a Price 1997), (Onwubolu a Davendra 2009). Price a Storn pri riešení zložitejších úloh realizovali zmeny v genetickom žihaní, pričom prešli z binárnej reprezentácie na dekadickú. Výsledky realizovaných testov (Zelinka 2002), (Onwubolu, Babu 2004) umožňujú konštatovať, že diferenciálna evolúcia je veľmi výkonný algoritmus.

Algoritmus diferenciálnej evolúcie môže byť efektívne aplikovaný predovšetkým použitý na funkcie, pre ktoré platí (Zelinka, 2002):

- sú nefraktálne,
- definičným oborom sú reálne, celočíselné alebo diskrétne hodnoty,
- sú unimodálne alebo multimodálne,
- musia spĺňať rôzne obmedzenia,
- sú viacúčelové,
- sú lineárne alebo nelineárne,
- stupeň interakcie parametrov je nízky alebo vysoký,
- funkcie sú separovateľné alebo neseparovateľné,
- priestor možných riešení je konečný alebo nekonečný, spojitý alebo nespojitý.

Z uvedených vlastností je zrejmé, že algoritmus diferenciálnej evolúcie je univerzálna prehládavacia technika použiteľná pre optimalizáciu akejkoľvek funkcie, ktorej hodnoty vieme vyčíslit' (skalárom). Prehládavanie sa uskutočňuje vždy v zadaných hraniciach definovaných pre každú zložku vektora reprezentujúceho jedinca v populácii. Vlastnosti algoritmu možno vyjadriť takto: jednoduchosť, hybridnosť, používanie dekadických čísel, rýchlosť, nezávislosť kríženia na kvalite rodičov, výstupom môžu byť viacnásobné riešenia, účinnosť pri riešení nelineárnych problémov s ohraničením.

5 Optimalizácia výberu portfólia v jazyku R

Vhodným prostredím na riešenie úloh z oblasti finančného modelovania je jazyk R, pričom v uvedenom prostredí existuje knižnica DEoptim, ktorá obsahuje nástroj na riešenie optimalizačných úloh pomocou diferenciálnej evolúcie. Okrem uvedenej knižnice je potrebné využiť aj ďalšie knižnice: quantmod, ktorá obsahuje nástroj na online sťahovanie burzových dát, PerformanceAnalytics, ktorá poskytuje množstvo funkcií na výpočet finančných ukazovateľov, pričom v našom prípade bola využitá funkcia Omega.

Ďalej je uvedený zdrojový kód, pomocou ktorého možno získať riešenie úlohy matematického programovania (3) uvedenej v časti 2.

Riešenie úlohy v jazyku R

```
library(DEoptim)
library(quantmod)
library(PerformanceAnalytics)
OF <- function(x) {
  x=x/sum(x)
  port=Return.portfolio(R,x,geometric=TRUE)
  d=-Omega(port,L=MAR)
  return(d)}
getSymbols(c("assets"),
  from = "date",
  to = Sys.Date(),periodicity="weekly")
prices.data <- merge.xts(assets)
returns.data <- CalculateReturns(prices.data)
returns.data <- na.omit(returns.data)
R<-as.timeSeries(returns.data)
set.seed(1)
lower=rep(0,n)
upper=rep(1,n)
DMoutDEoptim <- DEoptim(fn=OF, lower, upper, DEoptim.control(NP = np, itermax = mi, F
= mr, CR = cr))
DMoutDEoptim[["optim"]][["bestmem"]]
DMoutDEoptim[["optim"]][["bestval"]]
```

6 Záver

V príspevku sa autori venujú problematike výberu optimálneho portfólia, pričom uvádzajú model na báze miery výkonnosti Omega funkcia. Pretože pri riešení úlohy matematického programovania (3) na základe špecifickej účelovej funkcie nastáva problém s riešiteľnosťou úlohy, autori zvolili na riešenie alternatívny prístup – diferenciálnu evolúciu, ktorá spadá do skupiny evolučných algoritmov. Okrem prezentácie modelu a spôsobu jeho riešenia, je v príspevku uvedená implementácia v programovom jazyku R, ktorý poskytuje vhodné nástroje na finančné analýzy, ako aj prostriedky na riešenie uvedeného modelu výberu portfólia.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0339/20 „ Hidden Markov Model Utilization in Financial Modeling “.

Literatúra

1. Ardia, D. – Boudt, K. – Carl, P. – Mullen, K. M. – Peterson, B. G. (2011). Differential Evolution with DEoptim. *The R Journal*, , 27-34.
2. Avouyi-Dovi, S. – Morin, A. – Neto, D. (2004). Optimal Asset Allocation with Omega Function. *Technical report. Banque de France*.
3. Brezina, I., jr. (2013). Rôzne prístupy k analýze portfólia. *Information Technology Applications / Scientific Journal*, 1, 56 – 65.
4. Kazemi, H. – Schneeweis, T. – Gupta, B. (2004). Omega as a performance measure.. *Journal of Performance Measurement*. 8 (3), 16–25.
5. Keating, C. – Shadwick, W. F. (2002). A Universal Performance Measure. *Journal of Performance Measurement*.
6. Kvasnička, V. – Pospíchal, J. – Tiňo, P. (2000). *Evolučné algoritmy*. Vydavateľstvo STU, Bratislava 2000.
7. Le Sourd, V. (2007). *Performance Measurment Traditional Investment*. Literature Survey.
8. Onwubolu, G. C. – Babu, B. V. (2004). *New Optimization Techniques in Engineering*. Springer-Verlag. Berlin-Heidelberg.
9. Onwubolu, G. C. – Davendra, D. (2009). *Differential Evolution: A Handbook for Global Permutation-Based Combinatorial Optimization*. Springer-Verlag. Berlin-Heidelberg.
10. Pekár, J. – Brezina, I. – Čičková, Z. – Reiff, M. (2013). Portfolio Selection by Maximizing Omega Function using Differential Evolution. *Technology and Investment*, 4; 73-77.
11. Pekár, J. – Čičková, Z. – Brezina, I. (2013). Asset allocation by maximizing the Sortino ratio utilizing differential evolution solution procedure. Jihlava: *College of Polytechnics*.
12. Storn, R. – Price, K. (1997). Differential Evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341–359.
13. Zelinka, I. (2002). *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*. BEN-technická literature. Praha.

Nekooperatívna viackriteriálna hra

Non-cooperative multicriteria game

Zuzana Čičková¹, Patrícia Holzerová²

Abstrakt

Rozhodovacie situácie sú charakteristické konfliktným charakterom. Ak túto situáciu ovplyvňujú viaceré subjekty v ich vzájomnej interakcii, modelovo spadajú pod teóriu hier. Konflikt však môže vyplývať nielen z rozdielnych cieľov hráčov, ale aj zo skutočnosti, že každý hráč môže pri rozhodovaní zvažovať viacero navzájom protikladných kritérií. Tento príspevok je zameraný na formuláciu nekooperatívnej viackriteriálnej hry dvoch hráčov, kde budeme pre každého z hráčov uvažovať vektorové ohodnotenie výsledkov rozhodovacej situácie. Zameriame sa na matematickú formuláciu tohto typu hry, poukážeme na rozdiely oproti hrám so skalárnym ohodnotením výsledkov a tiež načrtne možnosti riešenia viackriteriálnych hier.

Kľúčové slová

Teória hier, nekooperatívna hra, viackriteriálna hra

Abstract

Decision-making situations are characterized by a conflict nature. If the situation is influenced by several subjects in their mutual interaction, it belongs to game theory by the model. However, the conflict may arise not only from the different goals of the players, but also from the fact that each player may consider several conflicting criteria when making decisions. This paper is focused on the formulation of a non-cooperative multicriteria game of two players, where we will consider a vector evaluation of the results of the decision-making situation for both of them. We will focus on the mathematical formulation of this type of game, point out the differences compared to games with scalar evaluation of results and we will also outline the possibilities of solving multicriteria games.

Key words

Game theory, non-cooperative game, multicriteria game

JEL classification

C72, C61

1 Úvod

Viackriteriálne hry, známe tiež ako hry s vektorovými funkciami platieb, predstavujú rozšírenie štandardnej jednokriteriálnej hry, pričom ich podstata spočíva v množstve kritérií, ktorými sa hráči riadia pri hodnotení výsledkov svojich rozhodnutí. Zatiaľ čo pri klasických hrách v normálnom tvare majú hráči len jedno rozhodovacie kritérium, a teda jednu výplatnú

¹ doc. Ing. Zuzana Čičková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, zuzana.cickova@euba.sk.

² Ing. Patrícia Holzerová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, patricia.holzerova@euba.sk.

funkciu, pri viackriteriálnych hrách môžu mať hráči ľubovoľné množstvo kritérií, ktoré ovplyvňujú ich rozhodovanie, s čím je spojený aj rovnaký počet ich platobných funkcií.

Ako aj Chobot (1986) uvádza, teória viackriteriálnych konfliktných situácií vychádza z princípov jednokriteriálnych hier, či už ide o hry v normálnom tvare, alebo tvare charakteristickej funkcie. Prvýkrát termín vektorové funkcie platieb použil vo svojej práci David Blackwell v roku 1956, v ktorej autor zároveň prvýkrát bližšie popísal problém viackriteriálnych hier. Na riešenie takýchto hier bolo navrhnutých niekoľko možností. L.S. Shapley v roku 1959 vo svojej práci, ako už naznačuje aj jej názov „*Equilibrium Points in Games with Vector Payoffs*“, predstavil základný koncept hľadania rovnovážnych bodov.

Jedným zo známych spôsobov riešenia viackriteriálnych hier je proces parametrizácie, spočívajúci v transformácii viackriteriálnej hry na jednokriteriálnu, a to rovnako v prípade hier v normálnom tvare, ako aj v tvare charakteristickej funkcie (Chobot, 1986). V roku 1994 prišli autori Lech Kruś a Piotr Bronisz s konceptom skalarizácie (škálovania) hier, ktorý zasa spočíva v priradovaní váh jednotlivým kritériám hráčov. Autori sa zamerali na nekooperatívnu viackriteriálnu hru s využitím modelu duopolu s ponúkanými dvoma produktami a uvažovanými dvoma kritériami (Kruś & Bronisz, 1994). Nakoľko však analýzy nemajú váhy vopred známe a ich správne priradenie jednotlivým kritériám môže byť diskutabilné a zložité, autori Mark Voorneveld, Sofia Grahn a Martin Dufwenberg (2000) prišli s návrhom ideálnych rovnováh (stratégií). Tie predstavujú strategické profily, ktoré sú odolné voči jednostranným odchýlkam hráčov bez ohľadu na význam pripísaný kritériám (Voorneveld a kol., 2000). Jednoduchosť ich návrhu riešenia spočíva v tom, že presná horná hranica počtu skalarizácií je zároveň maximálnym počtom kritérií hráčov a koncept ideálnej rovnováhy je axiomatizovaný.

V roku 1996 sa autori F. R. Fernandez a Justo Puerto sa vo svojom príspevku „*Vector Linear Programming in Zero-Sum Multicriteria Matrix Games*“ venovali lineárnemu problému odvodenému z viackriteriálnej maticovej hry s nulovým súčtom. Ukázali, že súbor riešení tohto problému sa zhoduje s Pareto-optimálnymi bezpečnostnými stratégiami pre jedného z hráčov pôvodnej hry, čo zdôrazňuje existenciu podobností medzi skalárnymi a viackriteriálnymi maticovými hrami, pretože v oboch prípadoch je možné na hľadanie riešenia použiť metódy lineárneho programovania (Fernandez & Puerto, 1996). Autori taktiež predstavujú koncept ideálnej stratégie a dokazujú, že ak majú obaja hráči svoje ideálne stratégie, existuje dvojica Pareto optimálnych rovnovážnych stratégií.

Porovnanie dvoch konceptov riešenia všeobecných viackriteriálnych maticových hier s nulovým súčtom možno nájsť v príspevku „*On two solution concepts in a class of multicriteria games*“ od autorov Justo Puerto a Federico Perea (2014). Autori porovnávajú minimaxový koncept a Pareto optimálne rovnovážne stratégie, pričom uvažujú dve kritériá. Ako uvádzajú, výsledky riešení prostredníctvom oboch konceptov sa zhodujú v prípade jednokriteriálnych hier. Pri viackriteriálnych hrách sa však výsledky líšia, na čo aj autori poukazujú a tieto rozdiely a ich dôvod bližšie popisujú (Puerto & Perea, 2014).

Všetci zo spomenutých autorov sa zaoberali najmä nekooperatívnymi viackriteriálnymi hrami. Hry s vektorovými funkciami platieb však môžu zahŕňať aj kooperáciu, ako je to napríklad v príspevkoch autorov K. Bergstressera a P.L. Yu (1977) či M. Voorneveld a C. G. A. M. Van de Noweland (1998).

Pri základných definíciách spájajúcich sa s viackriteriálnymi hrami vychádzame z definícií klasických jednokriteriálnych hier, nakoľko ide o ich priame rozšírenia.

2 Bimaticové hry a hľadanie rovnovážnych stratégií

Bimaticová hra je hra dvoch inteligentných účastníkov (hráčov), kde hráči volia nezávisle (bez informácie o voľbe protihráča) jednu z konečného počtu variantov správania (stratégií). Predpokladá sa, že záujmy hráčov nie sú diametrálne protikladné, t.j. zisk jedného z hráčov

nemúsi byť sprevádzaný stratou druhého. Otázkou je akú stratégiu má hráč zvoliť tak, že voľbou inej stratégie nemôže zvýšiť svoju platbu (Goga, 2013, Chobot a kol.,1991).

Bimaticovú hru možno formalizovať takto: Nech $P=\{1,2\}$ je množina hráčov, z ktorých každý má konečnú množinu stratégií (X – hráč 1, Y – hráč 2}, t.j. hráč 1 volí $\mathbf{x} \in X$, hráč 2 volí $\mathbf{y} \in Y$. Množinu všetkých výsledkov hry možno označiť ako $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in X \times Y$. Jednotlivé prvky množín X a Y možno usporiadať pomocou konečného počtu prirodzených čísel (prvky množiny X : $i = 1, 2, \dots, m$ a prvky množiny Y : $j = 1, 2, \dots, n$). Hodnoty hry pre hráča 1 možno zapísať do matice $\mathbf{A}_{m \times n} = \{a_{ij}\}$, kde a_{ij} udáva platbu hráča pri stratégiách (i,j) . Výsledky hry pre hráča 2 zapisujeme do matice $\mathbf{B}_{n \times m} = \{b_{ji}\}$, kde b_{ji} udáva platbu hráča 2 pri stratégiách (i,j) .

Riešenie bimaticových hier spočíva v identifikácii rovnovážnych stratégií pre oboch hráčov. Stav nazveme rovnovážnym, ak v tomto stave má systém za určitých podmienok tendenciu zotrvať (za vyhovujúci výsledok možno považovať iba taký súbor stratégií, ktorý sa sám vynucuje tým, že prípadné úsilie o jednostranné porušenie vedie automaticky k poškodeniu hráča, ktorý sa o túto zmenu pokúsi).

Ak existuje riešenie bimaticových hier v čistých stratégiách, je to taká dvojica čistých stratégií (i_0, j_0) , že pre všetky $i = 1, 2, \dots, m$ a $j = 1, 2, \dots, n$ platí $a_{i_0 j_0} \geq a_{ij}$ a $b_{j_0 i_0} \geq b_{ji}$.

Môžu nastať tri prípady:

- 1) Existuje jeden rovnovážny bod – jednoznačne určíme čisté optimálne stratégie hráčov
- 2) Existuje viac rovnovážnych bodov, pričom však len jedno nie je dominované - jednoznačne určíme čisté optimálne stratégie hráčov (i_0 je dominantná stratégia hráča 1 a j_0 je dominantná stratégia hráča 2).
- 3) Existuje viac rovnovážnych bodov, pričom však minimálne dve nie sú dominované – neexistuje rovnovážny bod v čistých stratégiách a hľadáme riešenie hry v stratégiách zmiešaných.

Ak neexistuje riešenie hry v čistých stratégiách, hľadáme riešenie hry v stratégiách zmiešaných, t.j. určíme pravdepodobnostné rozdelenie výberu stratégií oboch hráčov.

Zmiešaná stratégia hráča 1: m -rozmerný vektor \mathbf{x} ,

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

Zmiešaná stratégia hráča 2: n -rozmerný vektor \mathbf{y} ,

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Množina zmiešaných stratégií hráča 1:

$$S_m = \left\{ \mathbf{x}, \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \right\} \quad (3)$$

Množina zmiešaných stratégií hráča 2:

$$S_n = \left\{ \mathbf{y}, \sum_{j=1}^n y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (4)$$

Ak voľby stratégií \mathbf{x} a \mathbf{y} sú nezávislé náhodné javy, potom *stredná hodnota platby* (definovaná na $S_m \times S_n$) hráča 1 je takáto:

$$E_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i y_j = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (5)$$

Stredná hodnota platby hráča 2 je takáto:

$$E_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i y_j = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{y} \quad (6)$$

Rovnovážny bod bimaticovej hry je taká dvojica $\mathbf{x}^{(0)} \in S_m$ a $\mathbf{y}^{(0)} \in S_n$ pre ktorú platí:

$$E_1(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}) \geq E_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}^{(0)}) \quad (7)$$

$$E_2(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}) \geq E_2(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}) \quad (8)$$

Rovnovážne stredné hodnoty platieb:

$$v_1 = E_1(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}) \quad (9)$$

$$v_2 = E_2(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}) \quad (10)$$

Je zrejmé, že rovnovážny bod musí vyhovovať podmienkam optimálnosti Karusha-Kuhna-Tuckera (KKT), ktoré sú tiež známe ako podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera (Fendek a Fendeková, 2008), (Akhbari a kol., 2015). Podmienky KKT boli pôvodne pomenované po Haroldovi W. Kuhnovi a Albertovi W. Tuckerovi, ktorý uverejnili podmienky v roku 1951 (Kuhn a Tucker, 1951). Podmienky nezávisle uviedol William Karush vo svojej diplomovej práci v roku 1939. Podmienky optimálnosti pre bimaticové hry možno nájsť v (Čičková a Zagiba, 2017). Ďalej sa pokúsime zapísať tieto podmienky pre bimaticové hry s vektorovým ohodnotením výsledkov.

3 Podmienky optimálnosti Karusha-Kuhna-Tuckera pre bimaticové hry

Predpokladajme, že hráč 1 zvažuje pri svojom rozhodovaní l navzájom protichodných kritérií. Hodnoty hry pre hráča 1 v k -tom kritériu možno zapísať do matice $\mathbf{A}^{(k)} = a_{ij}^{(k)}$, kde $a_{ij}^{(k)}$ udáva platbu hráča pri stratégiách (i, j) , $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, l$. Nech hráč 2 zvažuje pri rozhodovaní r navzájom protichodných kritérií. Výsledky hry pre hráča 2 zapíšeme do matice $\mathbf{B}^{(s)} = b_{ij}^{(s)}$, kde $b_{ij}^{(s)}$ udáva platbu hráča 2 pri stratégiách (i, j) $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, s = 1, 2, \dots, r$.

Podľa (Isermann, 1974) dvojica $(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)})$ môže byť rovnovážnou stratégiou hráčov vtedy a len vtedy, ak existujú parametre $\alpha_k, \beta_s > 0, k = 1, 2, \dots, l, s = 1, 2, \dots, r$, také, že $\mathbf{x}^{(0)}$ je riešením úlohy lineárneho programovania:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^r \beta_s b_{ij}^{(s)} y_j x_i^{(0)} \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n y_j = 1 \\ y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (11)$$

a $\mathbf{y}^{(0)}$ je riešením úlohy lineárneho programovania:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k a_{ij}^{(k)} x_i y_j^{(0)} \rightarrow \max \\ \sum_{i=1}^m x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (12)$$

Úlohy sú úlohami lineárneho programovania, problémom však je, že nepoznáme $\mathbf{y}^{(0)}$ a $\mathbf{x}^{(0)}$. Lagrangeova funkcia (z (12)):

$$L(\mathbf{x}, u_1) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k a_{ij}^{(k)} x_i y_j^{(0)} + u_1 \left(\sum_{i=1}^m x_i - 1 \right) \quad (13)$$

Podmienky optimálnosti K-T:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} - u_1 \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$x_i \left(\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} - u_1 \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (16)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

$$\alpha_k > 0, k = 1, 2, \dots, l \quad (18)$$

a Lagrangeova funkcia zo vzťahov (11):

$$L(\mathbf{x}, u_2) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^r \beta_s b_{ij}^{(s)} y_j x_i^{(0)} + u_2 \left(\sum_{j=1}^n y_j - 1 \right) \quad (19)$$

Podmienky optimálnosti K-T:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^r \beta_s b_{ij}^{(s)} x_i^{(0)} - u_2 \leq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

$$y_j \left(\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^r \beta_s b_{ij}^{(s)} x_i^{(0)} - u_2 \right) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1 \quad (22)$$

$$y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

$$\beta_s > 0, s = 1, 2, \dots, r \quad (24)$$

Podmienky komplementárnej rovnováhy (14) spočítajme

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k x_i a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} - \sum_{i=1}^m x_i u_1 = 0 \quad (25)$$

čo spolu s (5) znamená, že

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k x_i^{(0)} a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} = u_1 \quad (26)$$

Zo vzťahov (21) a (22) vyplýva

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^r \beta_s x_i^{(0)} b_{ij}^{(s)} y_j^{(0)} = u_2 \quad (27)$$

Potom vieme zapísať modifikované podmienky:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k x_i^{(0)} a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} = u_1 \quad (28)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^r \beta_s x_i^{(0)} b_{ij}^{(s)} y_j^{(0)} = u_2 \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} - u_1 \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^r \beta_s b_{ij}^{(s)} x_i^{(0)} - u_2 \leq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1 \quad (33)$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (34)$$

$$y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (35)$$

$$\alpha_k > 0, k = 1, 2, \dots, l \quad (36)$$

$$\beta_s > 0, s = 1, 2, \dots, r \quad (37)$$

Na základe vyššie uvedeného možno tiež formulovať úlohu kvadratického programovania, kde účelová funkcia je spojením (28) a (29) (podmienky (30)-(37) ostávajú):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \alpha_k x_i^{(0)} a_{ij}^{(k)} y_j^{(0)} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^r \beta_s x_i^{(0)} b_{ij}^{(s)} y_j^{(0)} - u_2 - u_1 \quad (38)$$

Cieľová hodnota účelovej funkcie je 0.

4 Záver

Rozhodovacie situácie sa vyznačujú svojou konfliktnosťou, ktorá je spôsobená jednak zámerom a cieľom hráčov, no zároveň aj protichodnými kritériami, ktoré ich rozhodnutia priamo ovplyvňujú. V prípade, že rozhodnutia daného hráča ovplyvňuje viacero kritérií, hovoríme o viackriteriálnych hrách, všeobecne definovaných ako rozšírenie jednokriteriálnych hier a známych tiež ako hry s vektorovými funkciami platieb.

V našom príspevku sme priblížili možnosti riešenia takýchto hier a následne sme sa zamerali na formuláciu nekooperatívnej viackriteriálnej hry dvoch hráčov. To znamená, že sme si zadefinovali bimaticové hry s vektorovým ohodnotením výsledkov oboch hráčov. Pre hru sme zapísali podmienky optimálnosti Karusha-Kuhna-Tuckera, vo všeobecnosti používané na identifikáciu lokálnych extrémov v úlohách nelineárneho programovania. Aj napriek tomu, že priame analytické vyčíslenie podmienok KKT môže byť niekedy problematické, sú často v rôznych formách súčasťou iteračných extremalizačných metód. Pri hľadaní riešenia je dôležité upozorniť na problém nekonvexnosti, čo znamená, že nevieme určiť, či nájdené riešenie je nedominované a jediné.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0427/20 - Viackriteriálne modely teórie hier v ekonómii a politológii

Literatúra

1. Akhbari, M. & Sadi-Nezhad, S. (2015). Equilibrium Solution of Non-cooperative Bimatrix Game of Z-Numbers. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, 9(1), 33-47.
2. Bergstresser, K., & Yu, P. L. (1977). Domination structures and multicriteria problems in N-person games. *Theory and Decision*, 8(1), 5-48.
3. Blackwell, D. (1956). An analog of the minimax theorem for vector payoffs. *Pacific Journal of Mathematics*, 6(1), 1-8.
4. Čičková, Z., & Zagiba, M. (2017). Podmienky optimálnosti Karusha-Kuhna-Tuckera a bimaticové hry: Karush-Kuhn-Tucker Conditions and Bimatrix Games. *Aplikácia Vybraných Modelov Teórie Hier Pri Riešení Niektorých Ekonomických Problémov Slovenska: 1. Vedecký Workshop K Riešeniu Projektu Vega Č. 1/0351/17: Zborník Z Workshopu: 4.December 2017, Bratislava*, [1-7].
5. Fendek, M., Fendeková, E., (2008). Mikroekonomická analýza. Bratislava: Iura Edition, spol. s r. o.
6. Fendek, M., Fendeková, E. (2012). Podmienky optimálnosti Kuhna-Tuckera v modeloch rovnováhy trhu sieťových odvetví. *Politická ekonomie: Teorie, Modelování, Aplikace*. 60(6), 801-821.
7. Fernandez, F. R., & Puerto, J. (1996). Vector linear programming in zero-sum multicriteria matrix games. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 89(1), 115-127.
8. Goga, M. (2013). Teória Hier. Bratislava: Iura Edition, spol. s r. o.
9. Chobot, M. (1986). Teória hier a rozhodovania. Bratislava: Vysoká škola ekonomická.
10. Chobot, M., Turnovec, F. & Ulašín, V. (1991). Teória hier a rozhodovania. Bratislava: Vydavateľstvo Alfa.
11. Isermann, H. (1974). Proper efficiency and the linear vector maximum problem. *Operations Research*, 22(1), 189-191.
12. Kruš, L., & Bronisz, P. (1994). Onn-person noncooperative multicriteria games described in strategic form. *Annals of Operations Research*, 51(2), 83-97.
13. Kuhn, H. W., Tucker, A. W. (1951). Nonlinear programming. In: *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium*, 481–492.
14. Puerto, J. & Perea, F. (2014). On two solution concepts in a class of multicriteria games. *arXiv preprint arXiv:1405.3176*.
15. Shapley, L. S. & Rigby, F. D. (1959). Equilibrium points in games with vector payoffs. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6(1), 57-61.
16. Voorneveld, M., Grahn, S. & Dufwenberg, M. (2000). Ideal equilibria in noncooperative multicriteria games. *Mathematical Methods of operations research*, 52(1), 65–77.



Volatilita výnosových kriviek

Volatility of the Yield Curves

Ivana Faybíková¹

Abstrakt

Vo všeobecnosti volatilita predstavuje mieru, do akej sa sledované premenné pohybujú okolo ich strednej hodnoty. Volatilita v praxi poisťovní predstavuje mieru neistoty, najmä v oblasti finančného rizika, pretože okrem možných výrazných peňažných strát má za následok výrazné výkyvy najdôležitejších finančných ukazovateľov, na základe ktorých sa vykonávajú dôležité obchodné rozhodnutia ako internými, tak aj externými subjektmi. Okrem predstavenia pojmu volatility priblížime čitateľovi pojmy úroková sadzba, spotová sadzba, výnos a výnosová krivka. Hlavným zámerom príspevku je čitateľovi objasniť volatilitu výnosových kriviek v rámci poisťovní, metódy odhadu a dopad výskytu danej volatility na ekonomickú situáciu poisťovní.

Kľúčové slová

volatilita, úroková sadzba, výnosová krivka, poisťovňa

Abstract

In general a volatility is measure which shows variable movements from the mean value. Volatility in insurance companies represents a degree of uncertainty, especially in the area of financial risk, as it may include, among other risks, significant monetary losses and also significant fluctuations in the most important financial indicators, based on which important business decisions are made by both internal and external entities. In addition to introducing the concept of volatility we will specify concepts of interest rate, spot rate, yield and yield curve. The main purpose of the paper is to explain to the reader the volatility of yield curves within insurance companies, estimation methods and the impact of the occurrence of the given volatility on the economic situation of insurance companies.

Key words

Volatility, Interest Rate, Yield Curve, Insurance Company

JEL classification

G10, G12

1 Úvod

Volatilita je v súčasnosti veľmi aktuálnou témou, a to najmä vo finančnom sektore. V čase, keď nad svetom vládne neistota spojená so šíriacou sa pandémiou, ktorá ovplyvňuje aj dianie na finančných trhoch, veľmi dôležitým je precízny výpočet kapitálu potrebného pre splnenie miery solventnosti poisťovne. Solventnosť, teda schopnosť poisťovne splniť všetky záväzky voči svojim klientom, je jednou zo základných ukazovateľov zdravia danej inštitúcie. V prípade, že poisťovní výraze klesne miera solventnosti, ktorá je najčastejšie vyjadrovaná koeficientom solventnosti, o poisťovňu sa zvyčajne začne zaujímať regulátor, ktorý skúma prečo k poklesu došlo a môže poisťovní nariadiť rôzne opatrenia (napríklad zastavenie

¹ Ing. Ivana Faybíková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, ivana.faybikova@gmail.com.

vyplácania dividend). Výsledky medzinárodných poisťovní za prvý a druhý štvrťrok boli výrazne zasiahnuté zhoršenou a nestabilnou situáciou na finančných trhoch. Okrem samotných neistôt spojených s pandemiou COVID-19, poisťovne sa musia popasovať aj s významne zvýšenými finančnými rizikami a to najmä trhovým rizikom, ktoré výrazná volatilita posilňuje. Poisťovne vnímajú rôzne druhy volatility v rámci ekonomických predpokladov, odhadujú ju v modeloch či predpovedajú do budúcnosti. Volatilita, na ktorú sa ale poisťovne nevedia pripraviť a ani ju nijako z modelov odstrániť, prichádza práve v jednom z najdôležitejších predpokladov – vo výnosovej krivke (*yield curve*). Ekonomický predpoklad s výraznou volatilitou, ktorý je základom takmer každého výpočtu (uvažujeme medzinárodnú komerčnú poisťovňu), negatívne ovplyvňuje kalkulácie ekonomického kapitálu či hodnotu voľných finančných zdrojov. Výsledkom výraznej volatility sledovaného ukazovateľa v čase výpočtu je nízka miera solventnosti poisťovne, ktorá môže negatívne ovplyvniť investorov, hoci reálny stav poisťovne je porovnateľný s predchádzajúcim obdobím bez výraznej volatility. Príkladom môže byť odhad miery solventnosti ku koncu štvrťroku, pričom k poslednému dňu v koncovom mesiaci dôjde k výrazným nepredvídateľným poklesom hodnoty aktív indexov na trhu. Samozrejme, pokles sa odzrkadlí vo výške úrokových sadzieb a tie následne vo forme ekonomického predpokladu prúdia do modelov poisťovní.

2 Volatilita

Volatilita vo všeobecnosti predstavuje mieru, v akej sa sledované premenné (hodnota trhového indexu, výnos cenného papiera či úroková sadzba) pohybujú okolo ich strednej hodnoty. Najčastejšie sa volatilita meria ako štandardná odchýlka alebo odchýlka medzi výnosmi. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že volatilné aktíva sa často považujú za rizikovejšie ako menej volatilné aktíva a preto aj investície do volatilných aktív predstavuje pre investora vyššie riziko. Dôvodom existencie rizika je nepredvídateľná budúca hodnota sledovanej premennej a tým vyššia možnosť straty pre investora. Na trhoch s cennými papiermi je volatilita často spájaná s veľkými výkyvmi v oboch smeroch, teda ako prudkými nárastmi, tak aj prudkými poklesmi, ktoré predstavujú spomínané riziko. V prípade, že akciový trh stúpa a klesá už o viac ako jedno percento počas nepretržitého časového obdobia, daný trh nazývame „volatilným“, pričom musíme brať do úvahy dĺžku sledovaného obdobia.

Volatilitu v závislosti od sledovaného aktíva či typu výnosu môžeme merať a zobrazovať niekoľkými spôsobmi. Historická volatilita je nazývaná aj štatistická volatilita a je založená na historických hodnotách a príkladom môže byť miera variability výnosov z aktív, ak sledovanou premennou je cenný papier. Môžeme zaznamenať dennú volatilitu, týždennú, mesačnú alebo ročnú volatilitu a najčastejšie ju uvádzame v percentách. V prípade dennej, týždennej či mesačnej volatility je zvykom dopočítať jej ročnú hodnotu, čím získame mieru kolísania sledovanej premennej okolo strednej hodnoty za posledný rok. Okrem historickej volatility poznáme aj implikovanú volatilitu (*implied volatility*), ktorú investori aj finančné inštitúcie využívajú na prognózovanie pohybov hodnoty aktíva do budúcnosti (takzvaný *forecasting*). Implikovaná volatilita predpovedá pravdepodobný pohyb hodnoty aktíva na trhu na základe určitých prediktívnych faktorov a jej vývoj ovplyvňujú politické, makroekonomické či ekonomické udalosti (ako vyhlasovanie koncoročných výsledkov externým pozorovateľom) a v súčasnosti môžeme vidieť aj výrazný vplyv pandémie COVID-19. Dôležité je podotknúť, že implikovaná volatilita je založená na pravdepodobnosti a jej odhadom je pravdepodobná veľkosť pohybu hodnoty aktíva na trhu, no nie odhad konkrétneho smeru pohybu. Implikovaná volatilita je finančnými inštitúciami často využívaná do rôznych modelov, pri vytváraní ekonomických predpokladov či pri rôznych stresových scenároch, ktoré finančné inštitúcie pre vlastné potreby využívajú. Jej využitie je tiež veľmi obľúbené pri obchodovaní s cennými

papiermi a to najmä pri opsiách. Rovnako, ako historická volatilita, najčastejšie je vyjadrovaná v percentách.

Obr. 1: Vývoj VIX indexu za obdobie 01/01/ 2020 - 30/06/2020



Zdroj: CBOE Market Volatility Index [1]

Obrázok *Obr. 1* popisuje vývoj indexu VIX (nazývaný index volatility alebo tiež index strachu) v prvej polovici roka 2020. Vo všeobecnosti index VIX (*CBOE Market Volatility Index*) vyjadruje mieru konštantnej tridsaťdňovej očakávanej volatility akciového trhu v USA, ktorá sa odvodzuje z implikovanej volatility put a call opsií indexu S&P 500. V globálnom meradle je to jedno z najuznávanejších meradiel volatility a o jeho vývoji informujú finančné médiá, pričom ako denný indikátor stavu trhu tento vývoj dôsledne sleduje veľká časť účastníkov na finančnom trhu.

Na *Obr. 1* si môžeme všimnúť, že index výrazne narástol v období od konca februára 2020 a začal klesať až ku koncu apríla 2020. Vzostup nastal práve v súvislosti s prevažením celosvetovej pandémie COVID-19, čo spôsobilo výrazné prepady na trhoch najmä v druhej polovici marca. Takéto prepady negatívne ovplyvnili výsledky poisťovní za prvý štvrtýrok roku 2020, kedy pre väčšinu významných celosvetových poisťovní došlo k prepadu miery solventnosti v desiatkach percent.

3 Sadzby

Sadzby, spolu s výnosovými krivkami a výmennými kurzami sú jedným zo základných ekonomických predpokladov vo finančnom sektore. Pod pojmom sadzby pre účely tejto publikácie uvažujeme úrokové sadzby (*interest rates*) a spotové sadzby (*spot rates*).

Úroková sadzba je suma, ktorú si veriteľ účtuje za použitie aktív a je vyjadrená v percentách istiny. Úroková sadzba sa zvyčajne uvádza ako ročná percentuálna miera (APR – *Annual Percentage rate*). Aktíva môžu zahŕňať cenné papiere, hotovosť, spotrebný tovar či vozidlo alebo budovu.

Čo je potrebné pri sadzbách rozlišovať je práve typ úrokovej sadzby. Poznáme klasické úrokové sadzby (*interest rate*), spotové sadzby (*spot rate*) či špecifické sadzby, akými sú swapové a forwardové sadzby. Úrokové sadzby zastávajú množstvo významných funkcií [7]:

- pomáhajú garanovať tok bežných úspor do investícií, čím podporujú ekonomický rast;

- zabezpečujú rozdeľovanie disponibilných peňažných zdrojov spôsobom, aby priniesli čo najvyššiu mieru návratnosti;
- dávajú do rovnosti dopyt a ponuku po peniazoch;
- sú dôležitým regulačným nástrojom štátu.

Veľmi významnou úrokovou sadzbou je základná úroková sadzba (*base rate*), ktorá sa tiež nazýva bezrizikovou úrokovou sadzbou (*rik-free interest rate*). Jej existenciu predpokladáme v každom finančnom systéme a môžeme konštatovať, že pri tejto sadzbe by investorovi nemalo pri investícii hroziť žiadne riziko. Vo finančnom sektore existuje veľké množstvo rôznych typov úrokových sadzieb, no pre jeden finančný systém by všetky sadzby mali vychádzať práve z bezrizikovej úrokovej sadzby ako základného komponentu všetkých reálne existujúcich úrokových sadzieb. [7]

Spotová sadzba je odvodená od kontraktu na nákup rôznych cenných papierov alebo komodít (vo všeobecnosti aktív), pričom spotová sadzba reprezentuje cenu, ktorá je aktuálnou trhovou hodnotou aktíva, v čase ponuky, založenou na ochote predávajúceho a kupujúceho dohodnúť sa na obchode (kúpe a predaji aktíva). Spotová cena zvyčajne závisí od zmesi faktorov, vrátane súčasnej trhovej hodnoty aktíva a očakávanej budúcej trhovej hodnoty aktíva. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že spotová sadzba odráža ponuku a dopyt po aktíve na finančnom trhu. V prípade dlhopisov sa spotové sadzby odhadujú pomocou metódy *bootstrappingu*, ktorá využíva ceny cenných papierov, ktoré sa v súčasnosti obchodujú na trhu. Výsledkom je spotová krivka, ktorá existuje pre cenné papiere s pevným výnosom.

Najpoužívanejšou úrokovou mierou v poisťovníctve je swapová úroková sadzba (*swap rate*) a tiež forwardová úroková sadzba. Pri úrokovom swape ide o pevnú úrokovú sadzbu zamenenú za referenčnú sadzbu ako Libor (priemerná medzibanková úroková sadzba, ktorá reprezentuje sadzbu, pri ktorej si Londýnske banky na peňažnom trhu vzájomne požičiavajú), pričom berieme do úvahy aj možné rozpätie. Forwardové úrokové sadzby sú úrokovými sadzbami uplatniteľnými na finančné transakcie, ktoré sa budú uskutočňovať v budúcnosti. Vychádzajú zo spotových sadzieb a sú upravené o transakčné náklady, čo upravuje ich predpokladanú budúcu hodnotu a takáto sadzba sa teda rovná celkovému výnosu dlhodobej investície so stratégiou presunu krátkodobej investície. V poisťovníctve sú využívané najmä pri výnosových krivkách od momentu posledného zverejneného údaju swapovej sadzby na finančnom trhu.

4 Výnosové krivky

Výnosová krivka popisuje vzťah medzi trhovými odmeňovacími (úrokovými) sadzbami a zostávajúcou dobou splatnosti dlhových cenných papierov. Informácia obsiahnutá vo výnosovej krivke odráža proces oceňovania aktív na finančných trhoch. Pri nákupe a predaji dlhopisov investori zahŕňajú svoje očakávania budúcej inflácie, reálnych úrokových sadzieb a tiež hodnotenie rizík. Investor následne počíta cenu dlhopisu diskontovaním očakávaných budúcich peňažných tokov. Rovnakým spôsobom sú výnosové krivky využívané aj v poisťovníctve, kedy sa budúce finančné toky odúročujú výnosovou krivkou (najčastejšie bezrizikovou) pre konkrétnu menu, v ktorej je finančný tok ocenený. Poisťovne vytvárajúce svoje vlastné výnosové krivky najčastejšie zbierajú voľne dostupné údaje z trhov a od posledného zverejneného údaju (tzv. *last liquid point*) extrapolujú údaje až kým pokryjú potrebnú dĺžku krivky (v životnom poistení zvyčajne 40 až 60 rokov).

Na Obr. 2 môžeme vidieť vývoj výnosových kriviek štátnych dlhopisov vydávaný Európskou centrálnou bankou s 1-ročnou a 10-ročnou splatnosťou (*maturity*). Kým krivka s ročnou splatnosťou je po celý čas sledovaného obdobia negatívna a smiernymi výkyvmi, krivka s 10-ročnou splatnosťou je síce väčšinu sledovaného obdobia „nad nulou“, no vidíme priebeh s omnoho výraznejšími výkyvmi. Takýto vývoj znamená, že výnosnosť dlhopisov

s dlhšou dobou splatnosti je pre investora určite lepšou voľbou ako jednoročná splatnosť dlhového cenného papiera, no v prípade výraznej volatility môže dojsť k stratám. Môžeme vidieť prepád oboch výnosových kriviek, ktorý nastal v marci 2020 ako reakcia na pandémiu COVID-19.

Obr. 2: ECB výnosové krivky s rôznou dobou splatnosti za obdobie 01/2020 – 06/2020



Zdroj: European Central Bank [2]

Európska centrálna banka (ECB – *European Central Bank*) odhaduje výnosové krivky dlhopisov s nulovým kupónom (*zero coupon bond*), forwardové krivky a nominálne výnosové krivky pre eurozónu. Dlhopis s nulovým kupónom je dlhopis, ktorý nevypláca žiaden kupón a predáva sa so zľavou z jeho nominálnej hodnoty. Nakoľko na trhu nie je možné pozorovať tak širokú škálu splatností pre dlhopisy s nulovým kupónom, krivka výnosov dlhopisov s nulovým kupónom predstavuje výnos do splatnosti „hypotetických“ dlhopisov. Výnosy sa preto musia odhadovať z existujúcich dlhopisov s nulovým kupónom a z cien alebo výnosov dlhopisov s pevným kupónom (*fixed coupon bond*).

Forwardová krivka zobrazuje krátkodobú (okamžitú) úrokovú sadzbu pre budúce obdobia naznačenú vo výnosovej krivke. [2]

Výnosová krivka sa vzťahuje na sadzby, ktoré bývajú vyššie, než štandardné úrokové sadzby (*interest rate*) a sú to najmä swapové sadzby. Výnosová krivka môže byť plochá alebo premenlivá v dôsledku očakávaných úrokových mier alebo krátkodobej volatility, ktorá prevažuje nad dlhodobou volatilitou. Krivky výnosov sa neustále pohybujú po celú dobu otvorenia trhov, čo odráža reakciu trhu na rôzne správy z ekonomickej či politickej sféry. Sklon výnosovej krivky poskytuje predstavu o budúcich zmenách úrokových sadziieb a hospodárskej činnosti.

5 Výpočet miery dennej volatility výnosov z historických dát

Vo všeobecnosti platí, že rozptyl náhodnej premennej pri historických dátach vypočítame prostredníctvom vzorca

$$\text{rozptyl} = \sum_{t=1}^T \frac{(X_t - \bar{X})^2}{T-1} \quad (1)$$

a následne štandardnú odchýlku dostaneme odmocnením hodnoty rozptylu (druhou odmocninou), pričom:

- X_t predstavuje pozorovanie t premennej X ;
- \bar{X} predstavuje priemer súboru pozorovaní sledovanej premennej X ;
- T predstavuje počet pozorovaní.

V našom prípade budeme skúmať dennú volatilitu výnosov (*yields*), zaznamenaných výnosovou krivkou (*yield curve*), kde X predstavuje percentuálnu zmenu výnosov medzi aktuálnym dňom t a predchádzajúcim dňom $t - 1$. Ak y_t označíme výnos v aktuálnom dni t a y_{t-1} označíme výnos v predchádzajúci deň $t - 1$, potom X_t , ktorý je prirodzeným logaritmom percentuálnej zmeny výnosu medzi dvoma dňami, môžeme vyjadriť ako:

$$X_t = \left[\ln \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} \right) \right] \quad (2)$$

Ďalším krokom je určenie rozptylu (1) a dennej štandardnej odchýlky:

$$\text{denná štandardná odchýlka} = \sqrt{\text{rozptyl}} \quad (3)$$

V nasledujúcej tabuľke (*Tab. 1*) môžeme vidieť denné výnosy štátnych dlhopisov (všetkých ratingových kategórií) pre jednoročnú splatnosť za obdobie 02/03/2020 až 31/03/2020 publikovaných Európskou centrálnou bankou a tiež výpočty na základe vzorcov zadefinovaných vyššie. Zvyšné výpočty, vrátane strednej hodnoty pozorovaní a rozptylu pozorovaní, potrebných pre dopočítanie dennej štandardnej odchýlky (historickej volatility), sa nachádzajú priamo pod tabuľkou *Tab. 1*.

Tab. 1: Výpočet štandardnej odchýlky denných výnosov pre 1-ročnú splatnosť

Dátum	1-r výnos [%]	X_t (2)	$(X_t - \bar{X})^2$
28/02/2020	-0,735743		
02/03/2020	-0,757201	0,02875	0,00098
03/03/2020	-0,724882	-0,04362	0,00168
04/03/2020	-0,756167	0,04225	0,00201
05/03/2020	-0,777001	0,02718	0,00089
06/03/2020	-0,795588	0,02364	0,00069
09/03/2020	-0,887656	0,10950	0,01257
10/03/2020	-0,852322	-0,04062	0,00145
11/03/2020	-0,877126	0,02869	0,00098
12/03/2020	-0,912983	0,04007	0,00182
13/03/2020	-0,866117	-0,05270	0,00251
16/03/2020	-0,885551	0,02219	0,00061
17/03/2020	-0,869172	-0,01867	0,00026
18/03/2020	-0,816483	-0,06253	0,00359
19/03/2020	-0,727480	-0,11542	0,01273
20/03/2020	-0,706478	-0,02929	0,00071

23/03/2020	-0,699649	-0,00971	0,00005
24/03/2020	-0,645934	-0,07988	0,00597
25/03/2020	-0,627382	-0,02914	0,00070
26/03/2020	-0,644396	0,02676	0,00086
27/03/2020	-0,700886	0,08403	0,00751
30/03/2020	-0,696221	-0,00668	0,00002
31/03/2020	-0,694821	-0,00201	0,00000

Zdroj: European Central Bank [3]

Strednú hodnotu pozorovaní počítame ako sumu výnosov predelenú počtom pozorovaní:

$$\text{stredná hodnota pozorovaní} = \frac{-0,05723}{22} = -0,0026$$

Rozptyl pozorovaných výnosov bol vypočítaný prostredníctvom vzorca (1):

$$\text{rozptyl} = \frac{0,058591}{22 - 1} = 0,002790$$

Dennú štandardnú odchýlku sme vypočítali prostredníctvom vzorca (3):

$$\text{denná štandardná odchýlka} = \sqrt{0,002790} = 0,052821 \text{ [%]}$$

V prípade, že sériová korelácia nie je významná, dennú štandardnú odchýlku je možné analizovať jej vynásobením druhou odmocninou počtu dní v roku, pričom je potrebné sa rozhodnúť o počte:

- denných pozorovaní, ktoré sa použijú,
- dní v roku, ktoré sa použijú na výpočet analizovanej dennej štandardnej odchýlky.[4]

Ročnú volatilitu výnosov dopočítame ako dennú štandardnú odchýlku pre násobenú druhou odmocnicou počtu obchodovateľných dní v danom roku:

$$0,052821 \% \cdot \sqrt{260} = 0,8517 \%$$

Môžeme skonštatovať, že ročná miera volatility údajov výnosovej krivky dlhopisov s nulovým kupónom a jednoročnou splatnosťou na úrovni 0,8517 % je stredne výrazná. Sledovanými premennými boli denné hodnoty výnosovej krivky pre obdobie od 28/02/2020 do 31/03/2020 publikované Európskou centrálnou bankou.

6 Volatilita v poisťovníctve

Problémom vysokej volatility v akejkoľvek oblasti finančného sektora je miera neistoty ktorú prináša. V prípade výnosových kriviek a ich volatility je silná neistota práve na strane investorov a to kvôli tomu, že poisťovne reportujú hodnoty svojich záväzkov a výčísľujú hodnotu ekonomického kapitálu väčšinou ku koncu štvrtého roka a v prípade výrazných výkyvov môžu reportované ukazovatele odradiť investorov a naopak, zaujať regulátorov, ktorí môžu prejavovať vyšší záujem o stav hospodárenia poisťovne. Vo všeobecnosti platí, že čím sú výnosové krivky vyššie, tým vyššia je hodnota aktív poisťovne a ekonomický (požadovaný)

kapitál môže byť nižší, čo veľmi pozitívne vplýva na mieru solventnosti poisťovne. Ak však výnosové krivky zasiahne výrazná volatilita a v miere, kedy nevieme odhadnúť skutočný dlhodobjší stav, môže výrazne negatívne ovplyvniť predstavu o „zdraví“ finančnej inštitúcie.

7 Záver

V publikácii sme čitateľa previedli jedným zo základných pojmov z oblasti ekonomických predpokladov využívaných poisťovňami pri modelovaní a odhadovaní kapitálu či miery solventnosti. Najvyužívanejším zo spomínaných predpokladov je práve výnosová krivka, ktorá je pri odhadoch vstupným parametrom pre modely určujúce kapitálové požiadavky. Výnosové krivky, najmä bezrizikové, majú zvyčajne veľmi podobný priebeh v blízko sledovaných obdobiach s dlhodobým predvídateľným trendom. Pandemická situácia COVID-19 v roku 2020 spôsobila výrazné prepady na finančných trhoch, silnú volatilitu aktív, a tým dostala množstvo finančných inštitúcií do stavu neistoty. Dlhodobé výrazné výkyvy spôsobili, že výsledky reportované v krátkych obdobiach za sebou (napríklad poverenému regulátorovi) boli pre mnohé finančné inštitúcie diametrálne rozlišné, pretože ekonomický predpoklad akým je výnosová krivka bola výrazne volatilná. V publikácii sme čitateľovi objasnili pojmy volatilita a implikovaná volatilita, pričom sme sa zamerali na volatilitu výnosových kriviek a ukázali spôsob určenia dennej volatility z historických dát prostredníctvom štandardnej odchýlky, ktorú sme následne prepočítali na ročnú mieru. Čitateľovi sme výpočty predviedli na reálnych dátach publikovaných Európskou centrálnou bankou.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II*

Literatúra

1. CBOE Volatility Index (2020, October 16). Retrieved October 18, 2020, from <https://www.wsj.com/market-data/quotes/index/VIX/historical-prices>
2. European Central Bank. Euro area yield curves (2020, October 16). Retrieved: October 17, 2020, from https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html
3. European Central Bank (2020, October 16). Statistical Data Warehouse. *Yield curve spot rate, 1-year maturity - Government bond, nominal, all issuers whose rating is triple A - Euro area (changing composition)*. Retrieved October 17, 2020, from https://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=165.YC.B.U2.EUR.4F.G_N_A.SV_C_YM.SR_1Y
4. Fabozzi, F.J. (2009). Appendix: Measuring and Forecasting Yield Volatility. Retrieved October, 05, 2020, from <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9781118267059.app1>
5. Hall, M. (2020, August 12). Stock trading strategy & education. *How Do Interest Rates Affect the Stock Market?*. Retrieved October 17, 2020, from <https://www.investopedia.com/investing/how-interest-rates-affect-stock-market/>
6. Chen, J. (2019, March 28). Trading basic education. *Spot rate*. Retrieved October 17, 2020, from https://www.investopedia.com/terms/s/spot_rate.asp
7. Rejnuš, O. (2016) Finanční trhy. *Učebnice s programem na generování cvičných testů*. Grada.

Vplyv vymedzenia subjektov verejného záujmu v SR a v EÚ na zostavovanie a overovanie účtovnej závierky

The impact of the definition of public interest entities in the Slovak Republic and in the EU on the preparation and audit of financial statements

Milan Gedeon¹

Abstrakt

Subjekty verejného záujmu možno vo všeobecnosti chápať ako subjekty, ktoré sú viditeľnejšie a významnejšie z hospodárskeho hľadiska, a preto sa na štatutárny audit ich ročnej účtovnej závierky alebo konsolidovanej účtovnej závierky vzťahujú v zmysle audítorskej legislatívy prísnejšie požiadavky. Osobitné požiadavky sú kladené aj na samotné účtovné závierky subjektov verejného záujmu, no tie už ustanovuje účtovná legislatíva. Medzi príslušnými právnymi predpismi existuje diskrepancia v definovaní subjektov verejného záujmu, ktorá má dopad aj na rozsah subjektov, ktorých sa prísnejšie požiadavky týkajú, hoci európska legislatíva ustanovuje rovnaký okruh subjektov tak v oblasti účtovníctva, ako aj auditu. Príspevok sa bude zaoberať dopadu vymedzenia subjektov verejného záujmu v Slovenskej republike a Európskej únii na zostavovanie a overovanie účtovnej závierky.

Kľúčové slová

subjekty verejného záujmu, účtovná legislatíva, audítorská legislatíva

Abstract

In general, public-interest entities are entities which are more visible and significant from the economic point of view in, and therefore the statutory audit of their annual or consolidated financial statements is subject to more stringent requirements under audit legislation. The accounting legislation also lays down some special requirements related to the financial statements of public interest entities. There is a discrepancy between the relevant legislation in the definition of public interest entities, which also has an impact on the number of entities subject to more stringent requirements, although European legislation provides for the same range of entities in both accounting and auditing area. The contribution will deal with the impact of the definition of public interest entities in the Slovak Republic and in the European Union on the preparation and audit of financial statements.

Key words

Public interest entities, Accounting legislation, Audit legislation

JEL classification

M40, M41, M42

1 Úvod

Subjektom verejného záujmu a ich audítorom ustanovuje príslušná legislatíva viaceré dodatočné povinnosti v porovnaní s inými účtovnými jednotkami, či už v oblasti účtovníctva alebo auditu (Farkaš, Šikulová, 2010; Farkaš, 2020; Kozáková, Gedeon, 2020). Prísnejšie

¹ Ing. Milan Gedeon, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, milan.gedeon@euba.sk.

požiadavky na výkazníctvo a overenie účtovnej závierky subjektov verejného záujmu boli zavedené s cieľom prispieť k zvýšeniu dôvery vo finančné informácie zverejňované v účtovných závierkach.

Subjektom verejného záujmu v kontexte právnej úpravy účtovníctva a audítorstva sa už venovali viacerí autori (Ondrušová, Kňazková, 2017; Farkaš, 2019), ale najmä z pohľadu vymedzenia subjektov verejného záujmu v právnom prostredí SR. Vzhľadom na doterajšie ciele skúmania sa príspevok bude zameriavať na subjekty verejného záujmu v európskom rozmere a na vplyv vymedzenia subjektov verejného záujmu v SR a v EÚ na zostavovanie a overovanie účtovnej závierky.

2 Vymedzenie subjektov verejného záujmu v SR

Subjekty verejného záujmu sú v SR právne upravené pre potreby účtovníctva v zákone č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon č. 431/2002 Z. z.“) a pre účely štatutárneho auditu v zákone č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon č. 423/2015 Z. z.“).

V zákone č. 431/2002 Z. z. bola transponovaná smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS (ďalej len „smernica o účtovných závierkach“). V zmysle tejto smernice sa považujú za subjekty verejného záujmu emitenti cenných papierov, ktoré sú prijaté na obchodovanie na regulovanom trhu ktoréhokoľvek členského štátu, úverové inštitúcie a poisťovne. Smernica umožňuje členským štátom určiť aj iné subjekty verejného záujmu, napríklad podniky, ktoré sú dôležité z verejného hľadiska z dôvodu povahy ich podnikania, ich veľkosti alebo počtu zamestnancov (článok 2 ods. 1 smernice o účtovných závierkach). Takéto subjekty verejného záujmu možno označiť ako tzv. národné subjekty verejného záujmu. Smernica o štatutárnom audite², ktorá je do národnej legislatívy transponovaná prostredníctvom zákona č. 423/2015 Z. z., vymedzuje subjekty verejného záujmu v rovnakom rozsahu. V nasledujúcej tab. 1 je spracovaný prehľad o počte účtovných jednotiek v zmysle § 1 ods. 1 písm. a) zákona č. 431/2002 Z. z., ktoré sú subjektmi verejného záujmu v SR podľa príslušných zákonov a tiež smerníc EÚ.

Tab. 1: Prehľad subjektov verejného záujmu v SR k 31. decembru 2019

Subjekt	Subjekt verejného záujmu podľa					
	Smernice o účtovných závierkach	Zákona č. 431/2002 Z. z.		Smernice o štatutárnom audite	Zákona č. 423/2015 Z. z.	
		SVZ	Počet ÚJ		SVZ	Počet ÚJ
Emitent cenných papierov ³	áno	áno	76	áno	áno	76

² Smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2006/43/ES o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok, ktorou sa menia a dopĺňajú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS a ktorou sa zrušuje smernica Rady 84/253/EHS (ďalej len „smernica o štatutárnom audite“).

³ Účtovná jednotka, ktorá emitovala cenné papiere, a tie boli prijaté na obchodovanie na regulovanom trhu ktoréhokoľvek členského štátu EÚ (skr. ECP). V tejto kategórii sú zahrnuté aj 3 subjekty z kategórií tzv. národných subjektov verejného záujmu (1 pobočka zahraničnej banky, MF SR a 1 obchodná spoločnosť prekračujúca ustanovené veľkostné kritériá), ktoré sú zároveň emitentmi cenných papierov. Banky a poisťovne, ktoré sú súčasne ECP, tu nie sú zahrnuté.

Subjekt	Subjekt verejného záujmu podľa					
	Smernice o účtovných závierkach	Zákona č. 431/2002 Z. z.		Smernice o štatutárnom audite	Zákona č. 423/2015 Z. z.	
		SVZ	Počet ÚJ		SVZ	Počet ÚJ
Banka (z toho 6 ECP)	áno	áno	12	áno	áno	12
Pobočka zahraničnej banky	-	áno	14	-	áno	14
Poisťovňa (z toho 1 ECP)	áno	áno	13	áno	áno	13
Pobočka poisťovne z iného členského štátu a zahraničnej poisťovne	-	áno	20	-	áno	20
Zaisťovňa	áno	áno	0	áno	áno	0
Pobočka zaisťovne z iného členského štátu a zahraničnej zaisťovne	-	áno	1	-	áno	1
EXIM banka	-	áno	1	-	áno	1
Zdravotná poisťovňa	-	áno	3	-	áno	3
Správcovská spoločnosť	-	áno	9	-	áno	9
Pobočka zahraničnej správcovskej spoločnosti	-	áno	3	-	áno	3
Dôchodková správcovská spoločnosť	-	áno	5	-	áno	5
Doplňková dôchodková spoločnosť	-	áno	4	-	áno	4
Burza cenných papierov	-	áno	1	-	áno	1
Centrálny depozitár cenných papierov	-	áno	2	-	-	-
Obchodník s cennými papiermi	-	áno	23	-	-	-
Platobná inštitúcia	-	áno	9	-	-	-
Inštitúcia elektronických peňazí	-	áno	1	-	-	-
Subjekt kolektívneho investovania (podielové a investičné fondy)	-	áno	0	-	-	-
Dôchodkový fond	-	áno	0	-	-	-
Pobočka zahraničnej finančnej inštitúcie	-	áno	5	-	-	-
Obchodná spoločnosť prekračujúca veľkostné kritériá ⁴	-	áno	70	-	-	-
Železnice Slovenskej republiky	-	-	-	-	áno	1
MF SR	-	-	-	-	áno	viď 1. riadok
Vyšší územný celok	-	-	-	-	áno	8
Obec, mesto alebo mestská časť, ak prekračujú veľkostné kritériá ⁵	-	-	-	-	áno	11
Spolu		x	272		x	182

Zdroj: Vlastné spracovanie na základe údajov z registra účtovných závierok, obchodného registra a zoznamov

Počet účtovných jednotiek subjektov kolektívneho investovania a dôchodkových fondov je nulový, pretože hoci na Slovensku je zriadených niekoľko desiatok takýchto subjektov, ani jeden z nich nemá právnu subjektivitu a teda nemožno takéto subjekty označiť za účtovné jednotky. Zahraničné osoby, napr. pobočky finančných inštitúcií, pobočky bánk a poisťovní sa v zmysle zákona č. 431/2002 Z. z. považujú za účtovné jednotky, a to aj napriek tomu, že sú len určitou časťou z celku a samostatne nemajú právnu subjektivitu.

Formulácie ustanovení, ktoré vymedzujú subjekty verejného záujmu či už v zákone č. 431/2002 Z. z. alebo v zákone č. 423/2015 Z. z., sú vo viacerých aspektoch nepresné a nejednoznačné. Nejednoznačnú textáciu je možné identifikovať v zákone č. 431/2002 Z. z. už pri poisťovniach, kedy zákon zaraďuje medzi subjekty verejného záujmu iba poisťovňu a pobočku zahraničnej poisťovne a v porovnaní s ustanovením zákona č. 423/2015 Z. z. nezahŕňa medzi subjekty verejného záujmu pobočku poisťovne z iného členského štátu. V súlade so zákonom č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov (ďalej len „zákon č. 39/2015 Z. z.“) nemožno pod pobočkou zahraničnej poisťovne rozumieť pobočku poisťovne z iného členského štátu, a preto pri rigoróznom výklade zákona by sa pobočky poisťovní z iného členského štátu nemali považovať za subjekty verejného záujmu. Analogický problém je možné identifikovať aj pri zaist'ovniach, kedy zákon č. 431/2002 Z. z. zaraďuje medzi subjekty verejného záujmu iba zaist'ovňu a pobočku zahraničnej zaist'ovne. Ďalšia nepresná textácia spočíva v označení Burzy cenných papierov v Bratislave, a.s., ktorá je uvedená v oboch zákonoch s veľkým začiatočným písmenom ako „Burza cenných papierov“. Uvedené označenie je odlišné od skutočného názvu, a preto pri striktnom výklade by sa dalo povedať, že na Slovensku nemáme žiadnu burzu cenných papierov, ktorá je subjektom verejného záujmu. Rovnako nepresné označenie je aj v súvislosti s „Centrálnym depozitárom cenných papierov“, ktorý je subjektom verejného záujmu v zmysle zákona č. 431/2002 Z. z. Na Slovensku však podľa registra NBS pôsobí iba Centrálny depozitár cenných papierov v SR, a.s. a Národný centrálny depozitár cenných papierov, a. s.

Zákon č. 431/2002 Z. z. zaraďuje medzi subjekty verejného záujmu aj pobočky zahraničných finančných inštitúcií a odvoláva sa na ustanovenie § 5 písm. ab) zákona č. 483/2001 Z. z. o bankách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon č. 483/2001 Z. z.“). Zákon č. 483/2001 Z. z. finančnú inštitúciu nedefinuje, ale pri jej determinovaní sa odvoláva na ďalšie tri právne predpisy. Prvým z nich je nariadenie (EÚ) č. 575/2013 o prudenciálnych požiadavkách na úverové inštitúcie a investičné spoločnosti a o zmene nariadenia (EÚ) č. 648/2012 (ďalej len „nariadenie č. 575/2013“). V zmysle čl. 4 ods. 1 bodu 26 tohto nariadenia sa finančnou inštitúciou rozumie „*spoločnosť, ktorá nie je inštitúciou (pozn. inštitúciou sa rozumie v zmysle bodu 3 toho istého článku úverová inštitúcia alebo investičná spoločnosť) a ani čisto priemyselnou holdingovou spoločnosťou a ktorej hlavným predmetom činnosti je nadobúdať podiely alebo vykonávať jednu alebo viac činností uvedených v bodoch 2 až 12 a v bode 15 prílohy I k smernici 2013/36/EÚ, vrátane finančnej holdingovej spoločnosti, zmiešanej finančnej holdingovej spoločnosti, platobnej inštitúcie v zmysle vymedzenia v článku 4 bode 4 smernice Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) 2015/2366 a správcovskej spoločnosti, ale s výnimkou holdingových poisťovní a zmiešaných holdingových poisťovní vymedzených v článku 212 ods. 1 písm. f), resp. g) smernice 2009/138/ES*“. Hlavným predmetom činnosti finančnej inštitúcie v zmysle prílohy I k smernici 2013/36/EÚ môže byť: poskytovanie úverov; finančný lízing; platobné služby; vydávanie a správa iných platobných prostriedkov (napr. cestovných šekov a bankových zmeniek); záruky a záväzky; obchodovanie na vlastný účet alebo účet klientov niektorým

⁴ § 17a ods. 2 zákona č. 431/2002 Z. z. (170 mil. eur majetok brutto, 170 mil. eur čistý obrat, 2 000 zamestnancov)

⁵ § 2 ods. 16 písm. n) zákona č. 423/2015 Z. z. (100 mil. eur majetok, 50 000 obyvateľov)

z taxatívne vymedzených spôsobov; účasť na emisiách cenných papierov a poskytovanie s tým spojených služieb; poradenstvo podnikom v otázkach kapitálovej štruktúry, odvetvovej stratégie a pod. a poradenstvo a služby v otázkach zlúčenia a splnutia a kúpy podnikov; sprostredkovanie na peňažnom trhu; správa portfólia a poradenstvo; úschova a správa cenných papierov; vydávanie elektronických peňazí. Finančná inštitúcia je v zmysle nariadenia č. 575/2013 subjektom finančného sektora.

Druhá odvolávka zákona č. 483/2001 Z. z odkazuje na § 49 ods. 5 písm. c) a d) zákona č. 8/2008 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov, ktorý už nie je účinný. Nový zákon o poisťovníctve č. 39/2015 Z. z. rozumie finančnou inštitúciou „*poisťovňu, zaisťovňu, poisťovňu z iného členského štátu, zaisťovňu z iného členského štátu, zahraničnú poisťovňu, zahraničnú zaisťovňu, poisťovaciu holdingovú spoločnosť, banku a pobočku zahraničnej banky, platobnú inštitúciu, zahraničnú platobnú inštitúciu, inštitúciu elektronických peňazí a zahraničnú inštitúciu elektronických peňazí, doplnkovú dôchodkovú spoločnosť, obchodníka s cennými papiermi a pobočku zahraničného obchodníka s cennými papiermi, správcovskú spoločnosť, dôchodkovú správcovskú spoločnosť, zmiešanú finančnú holdingovú spoločnosť podľa § 125 písm. e) a subjekty so sídlom mimo územia Slovenskej republiky s obdobným predmetom činnosti*“.

Ak vychádzame z vymedzenia finančnej inštitúcie podľa poslednej odvolávky na zákon č. 492/2009 Z. z. o platobných službách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon č. 492/2009 Z. z.“), tak sa finančnou inštitúciou rozumie „*správcovská spoločnosť, obchodník s cennými papiermi, banka, poisťovňa, zaisťovňa, centrálny depozitár cenných papierov, burza cenných papierov, dôchodková správcovská spoločnosť, doplnková dôchodková spoločnosť, inštitúcia elektronických peňazí vo vzťahu k platobnej inštitúcii, platobná inštitúcia vo vzťahu k inštitúcii elektronických peňazí a subjekty so sídlom alebo ústredím mimo územia Slovenskej republiky s obdobným predmetom činnosti vrátane ich pobočiek umiestnených na území Slovenskej republiky*“.

Jednotlivé ustanovenia pristupujú k vymedzeniu finančných inštitúcií sčasti rozdielne, napr. nariadenie č. 575/2013 vyníma z okruhu finančných inštitúcií úverovú a investičnú spoločnosť, a poisťovne a zaisťovne zatrieduje v rámci subjektov finančného sektora do samostatných kategórií. Pre účely taxatívneho vymedzenia subjektov verejného záujmu je dôležité obsiahnuť celú skupinu pobočiek zahraničných finančných inštitúcií. Na základe spoločného prieniku výpočtu finančných inštitúcií podľa nariadenia č. 575/2013, zákona č. 39/2015 Z. z. a zákona č. 492/2009 Z. z. a pri abstrahovaní od takých subjektov, ktoré sú definované ako subjekt verejného záujmu v samostatnej kategórii (napr. pobočka zahraničnej správcovskej spoločnosti) možno zaradiť medzi pobočky zahraničných finančných inštitúcií pobočku zahraničného obchodníka s cennými papiermi, pobočku zahraničnej platobnej inštitúcie a pobočku zahraničnej inštitúcie elektronických peňazí. Podľa takéhoto prístupu k vyčerpávajúcemu výpočtu subjektov verejného záujmu je subjektom verejného záujmu aj každá slovenská pobočka takej zahraničnej osoby, ktorá by bola v SR považovaná za subjekt verejného záujmu.

3 Vymedzenie subjektov verejného záujmu v členských krajinách EÚ z pohľadu audítorskej legislatívy

V roku 2014 bola v rámci EÚ prijatá rozsiahla reforma v oblasti auditu, ktorá mala eliminovať nedostatky audítorského trhu a posilniť finančnú stabilitu. V rámci tejto reformy bola s účinnosťou od 17. júna 2016 prijatá smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2014/56/EÚ zo 16. apríla 2014, ktorou sa mení smernica 2006/43/ES o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok a s rovnakou účinnosťou bolo prijaté aj nariadenie Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 537/2014 o osobitných

požiadavkách týkajúcich sa štatutárneho auditu subjektov verejného záujmu (ďalej len „nariadenie č. 537/2014“). Reforma sa síce významne nedotkla samotného vymedzenia subjektov verejného záujmu, ale mala vplyv na podmienky výkonu štatutárneho auditu týchto subjektov. V tab. 2 je spracovaný prehľad počtu SVZ v členských krajinách EÚ, Spojenom kráľovstve, Islande a Nórsku a tiež prehľad tzv. národných subjektov verejného záujmu, ktoré si členské krajiny určili v súlade s článkom 2 ods. 13 smernice o štatutárnom audite.

Tab. 2: Prehľad SVZ v členských krajinách EÚ, Spojenom kráľovstve, Islande a Nórsku po reforme v oblasti auditu

Krajina	Počet SVZ	SVZ podľa smernice o štatutárnom audite	„Národné SVZ“							
			Dôchodkové fondy	Subjekty kolektívneho investovania	Veľkostné kritériá	Štátne podniky	Vláda	Správčovské spoločnosti	Inštitúcie elektronických peňazí	Ďalšie
Poľsko	2 000	x	x	x					x	x
Francúzsko	1 796	x								x
Spojené kráľovstvo	1 750	x								
Španielsko	1 507	x	x	x	x				x	x
Portugalsko	1 250	x	x	x		x				x
Írsko	1 200	x								
Nemecko	1 150	x								
Rumunsko	1 000	x	x	x		x	x		x	x
Taliansko	917	x	x	x	x			x	x	x
Holandsko	725	x								
Švédsko	621	x								
Luxembursko	583	x								
Bulharsko	569	x	x		x	x		x		x
Nórsko	527	x								
Chorvátsko	500	x	x	x		x		x	x	
Fínsko	469	x								
Dánsko	360	x								
Belgicko	342	x								x
Grécko	325	x								
Rakúsko	239	x								x
Maďarsko	195	x						x		x
Slovensko	182	x	x		x		x	x		x
Island	175	x	x							
Česká republika	150	x	x	x						
Litva	150	x	x	x	x	x	x	x		x
Cyprus	118	x								
Malta	91	x								
Lotyšsko	87	x	x	x				x		
Slovinsko	76	x	x			x				
Estónsko	30	x								

Zdroj: Spracované na základe Accountancy Europe (2019) a na základe vlastného prieskumu

V tab. 3 je spracované porovnanie počtu subjektov verejného záujmu v EÚ a Spojenom kráľovstve pred a po reforme v oblasti auditu, ktorá bola prijatá v rámci celej EÚ.

Tab. 3: Porovnanie počtu SVZ v členských krajinách EÚ a Spojenom kráľovstve pred a po reforme auditu v EÚ

Krajina	Počet SVZ po reforme	Počet SVZ pred reformou	Absolútna zmena počtu SVZ	Percentuálna zmena počtu SVZ
Poľsko	2 000	1 992	8	0 %
Francúzsko	1 796	2 470	- 674	- 27 %
Spojené kráľovstvo	1 750	1 741	9	1 %
Španielsko	1 507	7 393	- 5 886	- 80 %
Portugalsko	1 250	1 189	61	5 %
Írsko	1 200	1 005	195	19 %
Nemecko	1 150	677	473	70 %
Rumunsko	1 000	552	448	81 %
Taliansko	917	1 578	- 661	- 42 %
Holandsko	725	800	- 75	-9 %
Švédsko	621	551	70	13 %
Luxembursko	583	379	204	54 %
Bulharsko	569	782	- 213	- 27 %
Chorvátsko	500	794	- 294	- 37 %
Fínsko	469	578	- 109	- 19 %
Dánsko	360	354	6	2 %
Belgicko	342	268	74	28 %
Grécko	325	324	1	0 %
Rakúsko	239	341	- 102	- 30 %
Maďarsko	195	245	- 50	- 20 %
Slovenská republika	182	572	- 390	- 68 %
Česká republika	150	433	- 283	- 65 %
Litva	150	156	- 6	- 4 %
Cyprus	118	147	- 29	- 20 %
Malta	91	168	- 77	- 46 %
Lotyšsko	87	64	23	36 %
Slovinsko	76	88	- 12	- 14 %
Estónsko	30	196	- 166	- 85 %
SPOLU	18 382	25 837	- 7 455	- 29 %

Zdroj: Spracované na základe údajov z Accountancy Europe (2019), vlastného prieskumu a údajov Európskej komisie (2017)

Pozn.: Počet SVZ pred reformou zohľadňuje počet SVZ v roku 2015, okrem Bulharska, Estónska a Španielska (2014/2015) a Dánska a Nemecka (2016). Počet SVZ v Rumunsku je určený na základe počtu vykonaných štatutárnych auditov v SVZ. Počet SVZ po reforme v tab. 2 a tab. 3 reflektuje stav po nadobudnutí účinnosti reformy v roku 2016 s výnimkou SR, kde je uvedený stav k 31.12.2019.

Prijatím reformy auditu sa síce nezmenila definícia subjektov verejného záujmu v smernici EÚ, ale zmeny podmienok výkonu štatutárneho auditu mali značný nepriamy vplyv na počet subjektov verejného záujmu v jednotlivých členských krajinách EÚ. Z porovnaní počtu SVZ v tab. 3 vyplýva, že došlo k zníženiu počtu subjektov verejného záujmu v EÚ. Na

základe podrobnejšej analýzy možno konštatovať, že došlo k zníženiu počtu tzv. národných subjektov verejného záujmu v dôsledku úpravy definície SVZ v národnej právnej úprave príslušných členských krajín EÚ. Prijatá reforma tak prispela k zvýšeniu harmonizácie auditorskej legislatívy. K zníženiu subjektov verejného záujmu, ktoré sú ustanovené za povinné v zmysle smerníc EÚ by mohlo dôjsť len v dôsledku ich reálneho zániku, prípadne v dôsledku stiahnutia cenných papierov z regulovaného trhu alebo zániku oprávnenia na výkon činnosti, ktorá je predmetom verejného záujmu (napr. zánik oprávnenia prijímať vklady a poskytovať úvery).

4 Dopad rozdielneho vymedzenia subjektov verejného záujmu

Tabuľka 1 zobrazuje diskrepancie v definovaní subjektov verejného záujmu medzi zákonom č. 423/2015 Z. z. a zákonom č. 431/2002 Z. z. Rozdielne vymedzenie subjektov verejného záujmu je značné, keďže podľa zákona č. 431/2002 Z. z. je o 90 účtovných jednotiek SVZ viac v porovnaní so zákonom č. 423/2015 Z. z. Medzi účtovnými jednotkami, ktoré sú subjektmi verejného záujmu podľa účtovnej legislatívy, ale nie sú subjektmi verejného záujmu podľa auditorskej legislatívy, je 70 obchodných spoločností, ktoré však majú aj v zákone č. 423/2015 Z. z. osobitné postavenie a podliehajú prísnejším pravidlám výkonu štatutárneho auditu, a tiež desiatky fondov, ktoré sú spravované správcovskými spoločnosťami, ktoré sú subjektmi verejného záujmu aj podľa auditorskej legislatívy. Zostáva 40 subjektov verejného záujmu podľa zákona č. 431/2002 Z. z., ktoré síce nepodliehajú prísnejším pravidlám v oblasti auditu, ale ktoré spadajú pod dohľad Národnej banky Slovenska. Naopak, podľa zákona č. 423/2015 Z. z. existuje 20 subjektov verejného záujmu (ŽSR, VÚC, obce, mestá a mestské časti prekračujúce veľkostné kritériá), ktoré nie sú subjektmi verejného záujmu podľa účtovnej legislatívy, no svojím charakterom ide o špecifické subjekty, na ktoré sa aj v účtovnej legislatíve vzťahujú osobitné ustanovenia.

Na základe komparácie rozsahu povinností vyplývajúcich subjektom verejného záujmu na základe účtovnej a auditorskej legislatívy možno konštatovať, že auditorská legislatíva kladie omnoho viac dodatočných požiadaviek či už priamo subjektom verejného záujmu, alebo štatutárnym audítorom týchto subjektov. Za účelom prísnejšej úpravy výkonu štatutárneho auditu v subjektoch verejného záujmu bolo prijaté samostatné nariadenie EÚ č. 537/2014, ktoré sa v celom rozsahu venuje iba osobitným požiadavkám týkajúcich sa štatutárneho auditu subjektov verejného záujmu, pričom ďalšie dodatočné požiadavky vyplývajú aj z viacerých ustanovení zákona č. 423/2015 Z. z. Subjekt verejného záujmu je okrem iného aj dohliadaným subjektom v zmysle § 2 ods. 15 písm. e) zákona č. 423/2015 Z. z., pričom orgánom dohľadu je Úrad pre dohľad nad výkonom auditu. Účtovná legislatíva kladie dodatočné požiadavky subjektom verejného záujmu vo výrazne menšom rozsahu a tieto povinnosti sa týkajú poznámok účtovnej závierky a výročnej správy. Praktické problémy rozdielneho vymedzenia subjektov verejného záujmu z pohľadu účtovnej a auditorskej legislatívy sme neidentifikovali.

Značné praktické problémy sú spôsobené rozdielnym vymedzením subjektov verejného záujmu v jednotlivých členských krajinách EÚ z pohľadu auditorskej legislatívy (tab. 2). Viaceré ustanovenia nariadenia č. 537/2014 majú dopad nielen na samotný subjekt verejného záujmu, ale aj na jeho materský podnik, prípadne podniky, v ktorých má auditovaný subjekt rozhodujúci vplyv v rámci EÚ.

Štatutárny audítor alebo auditorská spoločnosť vykonávajúca štatutárny audit subjektu verejného záujmu alebo ktorýkoľvek člen siete, do ktorej štatutárny audítor alebo auditorská spoločnosť patria, neposkytujú, či už priamo, alebo nepriamo, auditovanému subjektu, jeho materskému podniku ani podnikom, v ktorých má auditovaný subjekt rozhodujúci vplyv, v rámci EÚ žiadne zakázané neauditorské služby (článok 5 nariadenia č. 537/2014). Rozsah zakázaných neauditorských služieb je pri subjektoch verejného záujmu významne širší

v porovnaní s inými auditovanými účtovnými jednotkami. Problém môže nastať práve vtedy, keď audítorská spoločnosť audituje účtovnú jednotku v SR, ktorá je podľa slovenskej právnej úpravy subjektom verejného záujmu, ale jeho materský podnik alebo dcérske podniky v inej členskej krajine EÚ nie sú subjektom verejného záujmu. Z dôvodu ustanovenia článku 5 nariadenia č. 537/2014 sa pre danú audítorskú spoločnosť a všetkých členov siete, do ktorej audítorská spoločnosť patrí, výrazne limituje rozsah služieb, ktoré môžu poskytovať materskému podniku a dcérskym podnikom auditovanej účtovnej jednotky v iných členských krajinách EÚ. Obmedzenie nastáva aj pri rozsahu poskytovania povolených neaudítorských služieb, avšak to sa vzťahuje už iba na konkrétnu audítorskú spoločnosť alebo štatutárneho audítora (nie na celú sieť)⁶. Keď štatutárny audítor alebo audítorská spoločnosť poskytuje auditovanému subjektu, jeho materskému podniku alebo podnikom, v ktorých má auditovaný subjekt rozhodujúci vplyv, počas obdobia troch alebo viacerých po sebe nasledujúcich účtovných období povolené neaudítorské služby, celkové poplatky za takéto služby sa obmedzia najviac na 70 % priemeru poplatkov, ktoré sa zaplatili za štatutárny audit (štatutárne audit) auditovaného subjektu v posledných troch po sebe nasledujúcich účtovných obdobiach, a prípadne jeho materského podniku, podnikov, v ktorých má auditovaný subjekt rozhodujúci vplyv, a konsolidovaných účtovných závierok danej skupiny podnikov (článok 4 nariadenia č. 537/2014).

Rozdielne vymedzenie subjektov verejného záujmu v členských krajinách EÚ môže mať dopad aj na uzatváranie tzv. sieťových zákaziek, keď celá sieť audítorskej spoločnosti plánuje uzatvoriť zákazky na overenie účtovnej závierky určitého klienta v rámci celej EÚ. V prípade, že v niektorých krajinách by bola daná účtovná jednotka subjektom verejného záujmu, tak audítorská spoločnosť musí v danom prípade okrem iného dodržiavať ustanovenia týkajúce sa doby trvania zákazky na audit, ktoré môžu byť takisto limitujúcim faktorom (článok 17 nariadenia č. 537/2014). Doba trvania zákazky na audit v subjekte verejného záujmu môže byť dokonca odlišne ustanovená v jednotlivých členských krajinách EÚ, čo je dôsledok opcií uvedených v článku 17 nariadenia.

5 Záver

Dôvodom pre zavedenie subjektov verejného záujmu tak v účtovnej, ako aj audítorskej legislatíve je celospoločenský význam, ktorý sa predpokladá u každého jedného subjektu verejného záujmu a čím sa zároveň odlišujú od iných účtovných jednotiek. Keďže ide o subjekty, ktoré sú viditeľnejšie a významnejšie z hospodárskeho hľadiska, na ich účtovné závierky a ich overenie sa kladú prísnejšie požiadavky.

V Slovenskej republike existuje rozdielny prístup k vymedzeniu subjektov verejného záujmu z pohľadu účtovníctva a audítorstva. Vzhľadom na prepojenosť právnej úpravy účtovníctva a audítorstva nie je vhodné, aby boli subjekty verejného záujmu rozdielne zadefinované pre účely účtovníctva a audítorstva. Tento názor je možné podporiť aj skutočnosťou, že na úrovni EÚ sú subjekty verejného záujmu rovnako definované tak v smernici o účtovných závierkach, ako aj v smernici o štatutárnom audite, a z tohto dôvodu by mali byť aj do príslušných zákonov rovnako transponované. Prostredníctvom smerníc Európskej únie, ktoré sú nástrojom harmonizácie rôznych oblastí, sa uskutočňuje zosúladovanie právnej úpravy jednotlivých členských štátov Európskej únie (Blahušiaková, 2018). Rozdielny prístup by však v praxi nemal spôsobovať problémy. Naopak, značné

⁶ V zmysle navrhovaných zmien Etického kódexu audítora sa má posudzovať maximálny strop poplatkov za povolené neaudítorské služby na úrovni celej siete audítorskej spoločnosti, čo by ešte viac limitovalo poskytovanie neaudítorských služieb. Otázne však je, kto by to v praxi posudzoval. Výbor európskych orgánov pre dohľad nad výkonom auditu (CEAOB) navrhol v rámci pripomienkového konania, aby Rada IESBA prehodnotila navrhované znenie vzhľadom na praktické konzekvencie daného ustanovenia (CEAOB, 2020).

problémy spôsobuje rozdielny pohľad na vymedzenie subjektov verejného záujmu v rámci členských krajín EÚ, ktorý limituje najmä audítorské spoločnosti v poskytovaní služieb takýmto subjektom. V roku 2014 bola v EÚ prijatá rozsiahla reforma v oblasti auditu s účinnosťou od 17. júna 2016. Reforma sa síce nedotkla vymedzenia subjektov verejného záujmu, ale na základe komparácie vymedzenia subjektov verejného záujmu v jednotlivých členských štátoch pred a po reforme možno konštatovať, že reforma nepriamo prispela k harmonizácii v oblasti vymedzenia subjektov verejného záujmu v EÚ. Napriek tomu, že v EÚ sa znížil počet tzv. národných subjektov verejného záujmu, stále existujú rozdiely vo vymedzení subjektov verejného záujmu v jednotlivých členských krajinách EÚ. Vzhľadom na praktické problémy by bolo vhodné tieto rozdiely eliminovať.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0517/20 *Virtuálne krytosiete ako relevantný nástroj na elimináciu ekonomickej kriminality.*

Literatúra

1. Accountancy Europe. (2019). *Definition of Public Interest Entities in Europe (latest update Mar 2019)*. Retrieved October 12, 2020, from <https://www.accountancyeurope.eu/wp-content/uploads/171130-Publication-Definition-of-Public-Interest-Entities-in-Europe-published-version-2.pdf>.
2. Blahušiaková, M. (2018). Komparácia transpozície smernice EP a Rady v účtovníctve Slovenskej republiky a Českej republiky. In *18. Medzinárodná vedecká konferencia „AIESA – Budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach“*. Retrieved October 15, 2020, from https://fhi.euba.sk/www_write/files/veda-vyskum/konferencie/aiesa/AIESA_2018/Zbornik_AIESA2018.pdf.
3. Committee of European Auditing Oversight Bodies. (2020). *Comment letter relating to the IESBA's Proposed Revisions to the Fee-related Provisions of the Code*. Retrieved October 20, 2020 from https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/business_economy_euro/banking_and_finance/documents/200505-ceaob-comment-letter-iesba-fees_en.pdf.
4. European Commission. (2017). *Report from the Commission to the Council, the European Central Bank, the European Systemic Risk Board and the European Parliament on monitoring developments in the EU market for providing statutory audit services to public-interest entities pursuant to Article 27 of Regulation (EU) 537/2014*. Retrieved September 18, 2020, from <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:52017DC0464&from=ES>.
5. Farkaš, R. (2019). *Poznámky účtovnej závierky pre veľké účtovné jednotky a subjekty verejného záujmu*. Bratislava: Wolters Kluwer.
6. Farkaš, R., & Šikulová, A. (2010). Subjekty verejného záujmu a výbor pre audit. *Dane A Účtovníctvo V Praxi: Mesačník Plný Informácií Z Oblasťi Daní, Práva A Účtovníctva*, 15(6), 37-40.
7. Farkaš, R. (2020). *Účtovná závierka obchodných spoločností* (1st ed.). Bratislava: Wolters Kluwer.
8. International Ethics Standards Board for Accountants (2018). *Handbook of the International Code of Ethics for Professional Accountants*. IFAC.
9. Kozáková, M., & Gedeon, M. (2020). Kľúčové záležitosti auditu v správe audítora. *Účtovníctvo - Audítorstvo - Daňovníctvo: V Teórii A Praxi*, 28(7-8), 28-36.

10. Nariadenie Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 575/2013 o prudenciálnych požiadavkách na úverové inštitúcie a investičné spoločnosti a o zmene nariadenia (EÚ) č. 648/2012 (znenie z 27.06.2020).
11. Nariadenie Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) č. 537/2014 zo 16.04.2014 o osobitných požiadavkách týkajúcich sa štatutárneho auditu subjektov verejného záujmu a zrušení rozhodnutia Komisie 2005/909/ES (znenie zo 16.06.2014)
12. Ondrušová, L., & Kňazková, V. (2017). Subjekty verejného záujmu v kontexte právnej úpravy účtovníctva a audítorstva. In *17. Medzinárodná vedecká konferencia „AIESA – Budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach“*. Retrieved October 17, 2020, from https://fhi.euba.sk/www_write/files/veda-vyskum/konferencie/aiesa/AIESA_2017/AIESA_2017_cely_zbornik.pdf.
13. Smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2006/43/ES zo 17. mája 2006 o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok, ktorou sa menia a dopĺňajú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS a ktorou sa zrušuje smernica Rady 84/253/EHS (znenie zo 16.06.2014).
14. Smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2013/34/EÚ z 26. júna 2013 o ročných účtovných závierkach, konsolidovaných účtovných závierkach a súvisiacich správach určitých druhov podnikov, ktorou sa mení smernica Európskeho parlamentu a Rady 2006/43/ES a zrušujú smernice Rady 78/660/EHS a 83/349/EHS (znenie z 11.12.2014).
15. Smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2013/36/EÚ z 26. júna 2013 o prístupe k činnosti úverových inštitúcií a prudenciálnom dohľade nad úverovými inštitúciami a investičnými spoločnosťami, o zmene smernice 2002/87/ES a o zrušení smerníc 2006/48/ES a 2006/49/ES (znenie z 09.07.2018).
16. Smernica Európskeho parlamentu a Rady č. 2014/56/EÚ zo 16. apríla 2014, ktorou sa mení smernica 2006/43/ES o štatutárnom audite ročných účtovných závierok a konsolidovaných účtovných závierok (znenie z 27.5.2014).
17. Zákon č. 483/2001 Z. z. o bankách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.
18. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
19. Zákon č. 492/2009 Z. z. o platobných službách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.
20. Zákon č. 39/2015 Z. z. o poisťovníctve a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.
21. Zákon č. 423/2015 Z. z. o štatutárnom audite a o zmene a doplnení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.



Hodnotenie vplyvu vybraných faktorov na ohrozenie slovenských domácností materiálnou depriváciou

Selected factors impact assessment in relation to the risk of material deprivation of the Slovak households

Helena Glaser–Opitzová¹

Abstrakt

Chudoba je komplexný, zložitý jav a v súčasnosti je celosvetovo považovaný za jeden z najzávažnejších problémov. Tak ako neexistuje žiadna jej všeobecne uznávaná definícia, neexistuje ani jediný všeobecne prijatý spôsob jej merania. V rámci EU sa chudoba meria predovšetkým prostredníctvom indikátora „miera rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia“, v ktorom sa spája koncept príjmovej chudoby s ďalšími dvoma dimenziami – materiálnou depriváciou a vylúčením z trhu práce. Príspevok analyzuje model logistickej regresie subindikátora - miera závažnej materiálnej deprivácie. V prezentovaných analýzach hodnotí vplyv vybraných faktorov, ktoré boli sledované v rámci výberového zisťovania o príjmoch a životných podmienkach domácností (EU-SILC 2018) na hrozbu, že domácnosť bude vystavená riziku závažnej materiálnej deprivácie.

Kľúčové slová

chudoba, závažná materiálna deprivácia, logistická regresia, EU-SILC 2018

Abstract

Poverty is a comprehensive, complicated phenomenon which is currently considered to be one of the most serious problems throughout the world. Just as there is no a definition of poverty generally accepted, in the same way there is not the only one generally accepted method of its measuring. Within the EU, poverty is measured mainly via "at-risk-of-poverty or social exclusion" indicator, which combines the concept of income poverty with two other dimensions - material deprivation and exclusion from the labour market. The paper analyzes the model of logistic regression of sub indicator - the rate of severe material deprivation. In the presented analysis, there is assessed the impact of selected factors that were observed in the sample survey on household income and living conditions (EU-SILC 2018) in relation to the jeopardy that the household will be exposed to the risk of severe material deprivation.

Key words

poverty, severe material deprivation, logistic regression, EU-SILC 2018

JEL classification

I32, C35

1 Úvod

Chudoba je komplexný a multidimenzionálny sociálny jav. Podľa Výboru OSN pre sociálne, hospodárske a kultúrne práva môže byť chudoba definovaná ako stav človeka charakterizovaný trvalou alebo chronickou depriváciou zdrojov, schopností, možností,

¹ Ing. Helena Glaser-Opitzová, Štatistický úrad SR, Miletičova 3, Bratislava, helena.glaser-opitzova@statistics.sk.

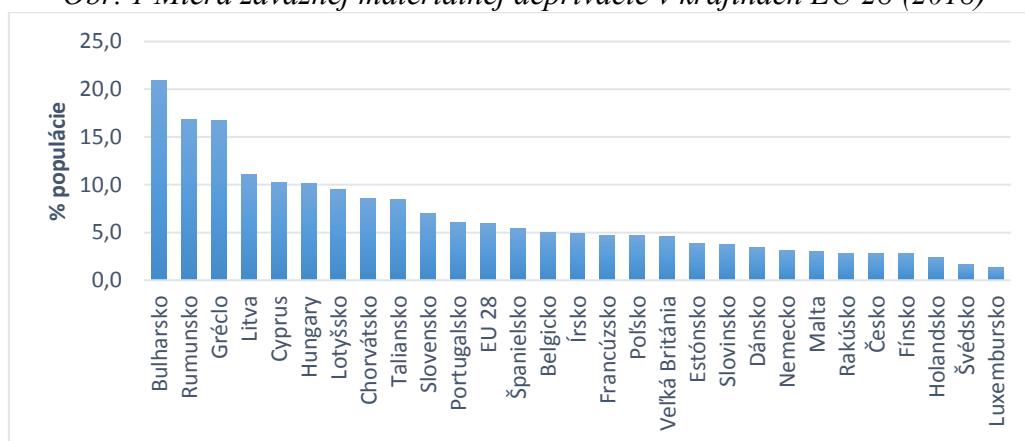
bezpečia a síl potrebných na užívanie si primeranej životnej úrovne a iných občianskych, kultúrnych, ekonomických, politických a sociálnych práv.

Začiatkom roka 2010 bola Európskou komisiou vyhlásená stratégia na zabezpečenie inteligentného, udržateľného a inkluzívneho rastu tzv. Európa 2020, ktorá určuje pre európske sociálne trhové hospodárstvo víziu na obdobie nadchádzajúceho desaťročia. Táto nová vízia je zameraná na tri vzájomne previazané prioritné oblasti:

- inteligentný rast: rozvoj hospodárstva založený na znalostiach a inováciách,
- udržateľný rast: podpora efektívnejších zdrojov a zdrojov ohľaduplnejších k prostrediu, podpora konkurencieschopnej ekonomiky,
- inkluzívny rast: podpora hospodárstva s vysokou mierou zamestnanosti poskytujúcou sociálnu a územnú kohéziu.

V stratégii sa stanovilo päť hlavných cieľov, ktoré vymedzujú, aký pokrok by mala EU dosiahnuť do roku 2020 a na ich základe je možné prostredníctvom merateľných indikátorov sledovať tempo hospodárskeho rastu. Na meranie cieľa v oblasti sociálnej inklúzie, t. j. do roku 2020 vymaniť z rizika chudoby a sociálnej exklúzie 20 miliónov ľudí (na Slovensku, na národnej úrovni aspoň 170 tis. ľudí), bolo stanovené zoskupenie indikátorov na meranie rizika chudoby alebo sociálneho vylúčenia. Zoskupenie indikátorov vzniká kombináciou troch čiastkových indikátorov – miery rizika chudoby, miery závažnej materiálnej deprivácie a miery veľmi nízkej pracovnej intenzity.

Obr. 1 Miera závažnej materiálnej deprivácie v krajinách EU 28 (2018)



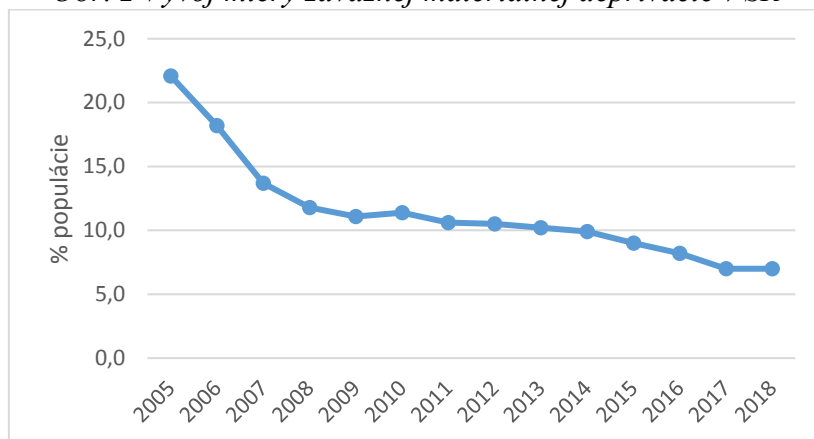
Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie

To znamená, že chudobu nepredstavuje len nedostatočný príjem. Život v chudobe je väčšinou spojený s permanentnou depriváciou. Deprivácia je strádanie, chronicky pociťovaný nedostatok vo forme fyzického (materiálna deprivácia) a psychického niečoho, čo je v danej spoločnosti všeobecne považované za hodnotu, keď si človek nemôže dovoliť tovary a služby, považované v spoločnosti za nevyhnutné pre normálny život.

V krajinách EU trpí závažnou materiálno depriváciou 5,9 % obyvateľov. Najviac ňou trpí populácia v Bulharsku (20,9 %) a najmenej v Luxembursku (1,3 %) (obr. 1).

Na Slovensku bolo v roku 2018 závažne materiálne deprivovaných 7 % populácie. Oproti roku 2005 (22,1 %) došlo síce k poklesu o viac ako 15 percentuálnych bodov (Obr. 2), ale Slovenská republika sa stále nachádza na nelichotivom 10. mieste v porovnaní s ostatnými krajinami EU.

Obr. 2 Vývoj miery závažnej materiálnej deprivácie v SR



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné spracovanie

Hlavným cieľom príspevku je preto prostredníctvom logistickej regresie na údajoch zo štatistického zisťovania o príjmoch a životných podmienkach - EU SILC 2018 identifikovať faktory, ktoré významným spôsobom ovplyvňujú riziko, že slovenská domácnosť bude čeliť závažnej materiálnej deprivácii a v tejto súvislosti identifikovať rizikové skupiny domácností. Vlastné analýzy prezentované v tomto článku boli realizované v softvéri SAS Enterprise Guide.

2 EU SILC

Zisťovanie EU SILC je harmonizovaným zisťovaním, ktoré sa uskutočňuje na základe porovnateľnej medzinárodnej metodiky. Jej obsahom je jednotný zoznam povinných ukazovateľov, ich definície, jednotné pravidlá, usmernenia a postupy pri aplikovaní štatistických metód a pri výpočte základných indikátorov chudoby, čo umožňuje nielen analyzovanie sociálnej situácie domácností na Slovensku, ale i medzinárodné porovnanie Slovenska v rámci Európskej únie.

EU SILC - Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach sa v súčasnosti povinne uskutočňuje vo všetkých krajinách EU. Okrem 28 členských štátov realizujú zisťovanie aj krajiny ako je Island, Nórsko, Švajčiarsko a od roku 2013 aj Srbsko. Na Slovensku sa výberové zisťovanie EU SILC realizuje od roku 2005 podľa porovnateľnej medzinárodnej metodiky.

Štatistickou jednotkou zisťovania je súkromná domácnosť a osoby (t. j. súčasní a bývalí členovia domácnosti). Hlavné oblasti zisťovania na úrovni domácnosti aj jednotlivcov sú uvedené v (Ivančíková, 2004).

3 Miera materiálnej a závažnej materiálnej deprivácie v kontexte štatistického zisťovania EU SILC

Podľa (Kováčová & Vlačuha, 2019) sa pojem deprivácia chápe ako pocit nedostatočného uspokojenia potrieb domácnosti. Má vo všeobecnosti znázorňovať odklon od určitých štandardných životných zvyklostí a spôsobov, ktoré sú považované za bežné pre väčšinu alebo väčšiu časť populácie.

Miera materiálnej deprivácie jednotlivých členov domácnosti bola vymedzená prostredníctvom vybraných premenných/položiek zisťovaných v rámci EU SILC. Tieto položky boli rozdelené do troch dimenzií:

1. dimenzia: Ekonomické zaťaženie
2. dimenzia: Predmety dlhodobej spotreby
3. dimenzia: Bývanie

Indikátor miera materiálnej deprivácie vyjadruje podiel populácie (v percentách), ktorá čelí vynútenému nedostatku v aspoň troch z celkovo deviatich depriváčnych položiek patriacich do dimenzie finančnej záťaže a vlastníctva predmetov dlhodobej spotreby. Vo výpočte indikátora sa berú do úvahy tieto depriváčne položky (Vlačuha & Kováčová, 2019):

- 1) nedoplatky spojené s hypotékou alebo nájomným, úhradou za energie alebo splácaním nákupov na splátky a iných pôžičiek,
- 2) schopnosť dovoliť si ísť raz za rok na jeden týždeň dovolenky mimo domu,
- 3) schopnosť dovoliť si jesť jedlo s mäsom, kuraťom, rybou (alebo vegetariánskou obdobou) každý druhý deň,
- 4) schopnosť čeliť neočakávaným výdavkom vo výške sumy stanovenej ako mesačná národná hranica rizika chudoby za obdobie predchádzajúceho roka,
- 5) domácnosť si nemôže dovoliť telefón (vrátane mobilného telefónu),
- 6) domácnosť si nemôže dovoliť farebný televízor,
- 7) domácnosť si nemôže dovoliť práčku,
- 8) domácnosť si nemôže dovoliť automobil,
- 9) schopnosť domácnosti finančne si dovoliť udržiavať doma primerané teplo.

Miera závažnej materiálnej deprivácie vyjadruje podiel populácie (v percentách), ktorá čelí vynútenému nedostatku v aspoň štyroch z celkovo deviatich depriváčnych položiek z dimenzie finančnej záťaže a vlastníctva predmetov dlhodobej spotreby.

Pojem vynútený nedostatok alebo vynútená neúčast' na aktivitách, ktoré sú v spoločnosti bežné, znamená, že nie sú vecou životného štýlu či voľby. Je výsledkom určitých bariér, odopretia prístupu k aktivitám alebo zdrojom. Pri zisťovaní EU SILC sa absencia jednotlivých položiek overuje na prítomnosť/neprítomnosť predmetu alebo vykonávanie/nevykonávanie aktivity. Pokiaľ aktivita alebo predmet chýba, zisťuje sa kvôli čomu. Môže to byť buď z dôvodu preferencií, vkusu alebo kvôli tomu, že si ho domácnosť (jednotlivec) nemôže dovoliť. Ani tento prístup nie je dokonalý a môže mať určité problémy. Napríklad pri zisťovaní v prieskume je riziko u ľudí, ktorí zažívajú chudobu bez uvedenia dôvodu, že položku nechcú, pričom hlavným dôvodom je, že si ju nemôžu dovoliť (Vojtková, 2018).

4 Predmet výskumu a metodológia

V článku je prezentovaný binomický logitový model SEV_DEP, ktorý porovnáva šancu, že domácnosť je závažne materiálne deprivovaná k šanci, že domácnosť nie je závažne materiálne deprivovaná.

Predpokladali sme, že riziko závažnej materiálnej deprivácie je ovplyvnené nasledujúcimi premennými, ktoré boli zisťované v rámci štatistického zisťovania EU-SILC 2018: pohlavie (RB090), rodinný stav (PB190), typ domácnosti (HT), najvyššie dosiahnuté vzdelanie (EDUCATION) podľa ISCED, najčastejší status ekonomickej aktivity v príjmovom referenčnom období (PX050), všeobecné zdravie (PH010), stupeň urbanizácie (DB100), kraj (KRAJ).

Čo sa týka kategórií, t. j. obmien jednotlivých premenných, keďže početnosti domácnosti v rámci niektorých pôvodne definovaných obmien boli nízke, súbor sme oproti pôvodnému EU-SILC 2018 upravili a niektoré kategórie zlúčili. Opis vstupných premenných uvádzame v tab. 1.

Súbor údajov je na úrovni domácností, kde za každú domácnosť je pridaná osoba na čele domácnosti. Táto je definovaná podľa EU SILC premennej – identifikácia prvej osoby zodpovednej za bývanie. Podľa EU SILC definície: „osoba, ktorá je zodpovedná za bývanie, je osoba, ktorá vlastní (je finančne zodpovedná) za ubytovanie alebo si ho prenajíma. Ak sa ubytovanie poskytuje zadarmo, zodpovednou osobou je ten, komu je bývanie poskytnuté“.

Keďže modelované premenné sú binárne, na identifikáciu relevantných faktorov a posúdenie ich vplyvu sme použili model logistickej regresie v SAS EG.

Model SEV_DEP je logistický regresný model s lineárnou logitovou funkciou:

$$\text{logit}(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} \quad (1)$$

- kde p_i je pravdepodobnosť, že domácnosť bude trpieť závažnou materiálnou depriváciou;
- $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ sú parametre logitového modelu;
- $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ik}$ sú hodnoty vysvetľujúcich premenných pozorované pre i -tú štatistickú jednotku, v našom prípade domácnosť (Vojtková & Stankovičová, 2020).

Na odhad parametrov modelu sme použili štandardne používanú metódu maximálnej vierohodnosti.

Na overenie významnosti modelu ako celku sme použili tri Chí-kvadrát testy (Likelihood ratio, Score statistics, Wald statistics). V týchto testoch ide o overenie platnosti nulovej hypotézy $\beta^T = (\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_k) = \mathbf{0}^T$ oproti alternatívnej hypotéze, ktorá tvrdí, že aspoň jeden regresný koeficient je nenulový. Pri veľkých výberových súboroch nie je dôvod uprednostňovať žiaden z týchto testov a vo všeobecnosti poskytujú porovnateľné výsledky (Allison, 2012).

Na overenie významnosti vplyvu vysvetľujúcich premenných sme aplikovali Waldov test, ktorým sme testovali nulovú hypotézu, že vysvetľujúca premenná neovplyvňuje pravdepodobnosť skúmanej udalosti. Nesignifikantný faktor bol z modelu vylúčený. Podobne boli testované aj jednotlivé parametre logistického modelu. Testovala sa nulová hypotéza, že príslušný parameter modelu nie je štatisticky významný oproti alternatívnej hypotéze, ktorá hovorí, že parameter je nenulový a teda štatisticky významný.

V logistickej regresii sa vplyv vysvetľujúcej premennej na vysvetľovanú premennú kvantifikuje prostredníctvom šanci (OR – *odds ratio*). Pomer šanci v binárnej logistickej regresii vyjadruje, ako sa v dôsledku jednotkového nárastu vysvetľujúcej premennej (za podmienky *ceteris paribus*) zmení šanca, že domácnosť bude trpieť závažnou materiálnou depriváciou oproti šanci, že domácnosť nebude trpieť závažnou materiálnou depriváciou.

Všetky vysvetľujúce premenné okrem premennej pohlavie sú multinomické kategoriálne premenné, ktoré je potrebné transformovať na $s-1$ umelých premenných, pričom kategória, pre ktorú nebola vytvorená umelá premenná je tzv. referenčnou kategóriou. Ak vysvetľujúca premenná je umelá premenná, *odds ratio* udáva, koľko krát je šanca výskytu udalosti na príslušnej úrovni faktora väčšia resp. menšia (ak *odds ratio* je menšie ako 1) ako šanca pre referenčnú kategóriu. Referenčné kategórie pre jednotlivé vysvetľujúce premenné sú v tabuľke č. 1 označené ako REF.

Na základe odhadnutých pomerov šanci identifikujeme skupiny domácností ohrozené závažnou materiálnou depriváciou.

Na základe odhadnutého logistického modelu vieme predikovať pravdepodobnosť, že domácnosť bude musieť čeliť závažnej materiálnej deprivácii podľa vzťahu (Šoltés, 2019):

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k}} = \\
 &= \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k)}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Tab. 1: Vstupné vysvetľujúce premenné

Premenná	Názov cieľovej premennej	Hodnoty	Poznámka
RB090	Pohlavie	1	muž
		2	žena
PB190	Rodinný stav	1	slobodný / á
		2	REF ženatý / vydatá
		3	vdovec / vdova
		4	rozvedený / á
EDUCATION	Najvyššia dosiahnutá úroveň vzdelania (podľa ISCED)	1	nanajvyššie nižšie sekundárne
		2	vyššie sekundárne
		3	post-sekundárne
		4	terciárne 1. stupeň
		5	REF terciárne 2. a 3. stupeň
PH010_a	Všeobecné zdravie	1	REF dobré
		2	priemerné
		3	zlé
PX050	Najčastejší status ekonomickej aktivity v príjmovom referenčnom období	1	REF pracujúci
		2	nezamestnaný
		3	starobný dôchodca, osoba v predčasnom dôchodku
		4	iná neaktívna osoba
HT	Typ domácnosti	1	Jednočlenná domácnosť
		2	Domácnosť 2 dospelých bez závislých detí - obaja vo veku pod 65 rokov
		3	Domácnosť 2 dospelých bez závislých detí - aspoň jeden dospelý vo veku 65 rokov a viac
		4	Ostatné domácnosti bez závislých detí
		5	Domácnosť s 1 rodičom a s 1 alebo viac závislými deťmi
		6	Domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom
		7	REF Domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi
		8	Domácnosť 2 dospelých s 3 alebo viac závislými deťmi
		9	Ostatné domácnosti so závislými deťmi
DB100	Stupeň urbanizácie	1	REF územie s hustým osídlením
		2	územie s priemerne hustým osídlením
		3	územie s riedkym osídlením
KRAJ	Kraj	1	REF Bratislavský
		2	Trnavský
		3	Trenčiansky
		4	Nitriansky
		5	Žilinský
		6	Banskobystrický
		7	Prešovský
		8	Košický
SEV_DEP	Závažná materiálna deprivácia (aspoň 4 z 9 depriváčnych položiek)	1	áno
		0	nie

Zdroj: ŠÚ SR, vlastné spracovanie

5 Vplyv vybraných faktorov na riziko závažnej materiálnej deprivácie na Slovensku

Pravdepodobnosť, že slovenská domácnosť je závažne materiálne deprivovaná (profil modelovanej premennej je v tab. 2) sme na úvod modelovali pomocou úplného logistického regresného modelu, do ktorého vstupovali všetky predpokladané faktory podľa tab. 1. Pri odhade parametrov modelu bola použitá štandardná metóda maximálnej vierohodnosti. Na základe *p*-hodnoty (tab. 3) bola potvrdená významnosť modelu ako celku pomocou troch rôznych testov: Likelihood ratio, Score a Wald test. Na identifikáciu štatisticky významných vysvetľujúcich premenných sme použili metódu *Stepwise selection* (SAS Institute Inc., 1999) ktorej výsledkom bol redukovaný logistický regresný model. Potencionálnych 8 faktorov bolo redukovaných na 6 (tab. 4). Ich význam môžeme posúdiť na základe Waldových chí-kvadrát štatistík.

Tab. 2: Profil modelovanej premennej

Response Profile		
Ordered Value	SEV_DEP	Total Frequency
1	0	5177
2	1	441

Probability modeled is SEV_DEP='1'

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Tab. 3: Testy významnosti modelu SEV_DEP

Testing Global Null Hypothesis: BETA=0			
Test	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	693.4056	27	<.0001
Score	930.7426	27	<.0001
Wald	531.4463	27	<.0001

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Tab. 4: Výsledok Stepwise selekcie pre model SEV_DEP

Summary of Stepwise Selection							
Step	Effect		DF	Number In	Score Chi-Square	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
	Entered	Removed					
1	PX050		3	1	555.1714		<.0001
2	EDUCATION		4	2	175.2172		<.0001
3	PB190		3	3	93.0670		<.0001
4	PH010_a		2	4	57.8384		<.0001
5	HT		8	5	27.6591		0.0005
6	KRAJ		7	6	22.1766		0.0024

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Tab. 5: Analýza vplyvu jednotlivých faktorov

Type 3 Analysis of Effects			
Effect	DF	Wald	
		Chi-Square	Pr > ChiSq
PX050	3	155.0478	<.0001
PB190	3	59.9205	<.0001
EDUCATION	4	121.1240	<.0001
PH010_a	2	58.2469	<.0001
HT	8	25.6086	0.0012
KRAJ	7	21.6798	0.0029

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Tab. 6: Odhady parametrov binomického logistického modelu a odhady pomerov šanci

Analysis of Maximum Likelihood Estimates Model SEV_DEP				
Parameter/Effect		BETA	Pr > ChiSq	Odds Ratio
Intercept		-4.9409	<.0001	
PB190	1	0.9707	<.0001	2.640
PB190	3	0.0481	0.7925	1.049
PB190	4	1.0867	<.0001	2.965
EDUCATION	1	2.43	<.0001	12.862
EDUCATION	2	1.43	<.0001	3.835
EDUCATION	3	0.9447	0.0629	2.572
EDUCATION	4	-0.0602	0.9398	0.942
PH010_a	2	0.5738	0.0002	1.775
PH010_a	3	1.32	<.0001	3.502
PX050	2	2.49	<.0001	11.415
PX050	3	0.1122	0.5215	1.119
PX050	4	1.0833	<.0001	2.954
HT	1	-0.0264	0.9292	0.974
HT	2	-0.2303	0.4450	0.794
HT	3	-0.3024	0.3285	0.739
HT	4	-0.2279	0.4399	0.796
HT	5	1.1152	0.0023	3.050
HT	6	-0.2684	0.4510	0.765
HT	8	-0.1551	0.7382	0.856
HT	9	0.1244	0.6707	1.132
KRAJ	2	-0.5802	0.0216	0.560
KRAJ	3	-0.0475	0.8296	0.954
KRAJ	4	-0.7270	0.0035	0.483
KRAJ	5	-0.3017	0.1879	0.740
KRAJ	6	0.0617	0.7671	1.064
KRAJ	7	0.0789	0.7129	1.082
KRAJ	8	-0.00649	0.9758	0.994

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Na modelovanie pravdepodobnosti, že domácnosť je závažne materiálne deprivovaná, má najvýznamnejší vplyv faktor ekonomickej aktivity a dosiahnutá úroveň vzdelania a najmenej významný vplyv má faktor regiónu (tab. 5). Ako štatisticky nevýznamné faktory boli identifikované pohlavie (RB090) a stupeň urbanizácie (DB100).

Na základe odhadnutých pomerov šanci možno konštatovať, že existuje 11,4 krát vyššia šanca, že domácnosť bude trpieť materiálnou depriváciou, ak je na jej čele nezamestnaná osoba oproti domácnosti, na čele ktorej stojí zamestnaná osoba. Oproti tomu domácnosti, na čele ktorých stojí dôchodca, nemali výrazne odlišnú šancu, že budú čeliť materiálnej deprivácii oproti domácnostiam so zamestnaným prednostom.

Najohrozenejšie sú domácnosti, ktorých prednosta má najnižší stupeň vzdelania, t. j. nanajvýš nižšie sekundárne vzdelanie. Tieto domácnosti mali oproti domácnostiam s prednostom, ktorý mal najvyššie vzdelanie t. j. magisterské alebo doktorandské, 12,9 krát vyššiu šancu, že budú čeliť materiálnej deprivácii. Podľa rodinného stavu sú najohrozenejšie domácnosti, ktorých prednosta je rozvedený (šanca je 2,965 krát vyššia) v porovnaní s domácnosťou, ktorej prednosta je ženatý/vydatá.

Analýza vplyvu zloženia domácnosti (HT) ukázala, že najohrozenejšie sú domácnosti s 1 rodičom a s 1 alebo viac závislými deťmi, u ktorých existuje 3 krát vyššia šanca, že budú čeliť

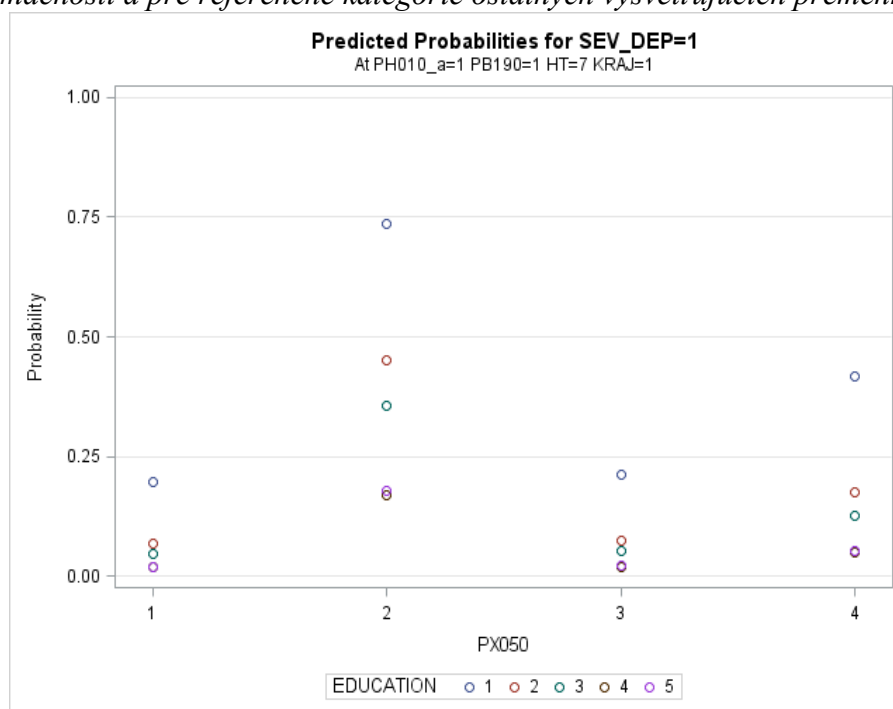
závažnej materiálnej deprivácii ako domácnosti s dvoma dospelými a dvoma deťmi. Z regionálneho hľadiska v členení podľa medzinárodnej klasifikácie NUTS III (KRAJE) sme zaznamenali najvyššiu hrozbu závažnej materiálnej deprivácie v Prešovskom, Banskobystrickom a Bratislavskom kraji.

6 Záver

Príspevok hodnotí vplyv vybraných faktorov, ktoré významne ovplyvňujú riziko, že slovenská domácnosť bude čeliť závažnej materiálnej deprivácii prostredníctvom logistickej regresie na údajoch zo štatistického zisťovania o príjmoch a životných podmienkach (EU-SILC 2018) a identifikuje rizikové skupiny domácností.

Na základe odhadnutého logistického modelu sme identifikovali, že najohrozenejšou domácnosťou je domácnosť s 1 rodičom a s 1 alebo viac závislými deťmi z Prešovského kraja, na čele ktorej stojí nezamestnaný, rozvedený prednosta s nanajvyš nižším sekundárnym vzdelaním. Vplyv pohlavia prednostu a stupeň urbanizácie územia, kde domácnosti žijú, sa ukázal ako nesignifikantný.

Obr. 3 Odhady pravdepodobnosti závažnej materiálnej deprivácie slovenských domácností v závislosti od najčastejšieho statusu ekonomickej aktivity a vzdelania osoby na čele domácnosti a pre referenčné kategórie ostatných vysvetľujúcich premenných



Zdroj: vlastné spracovanie v SAS EG

Pre dva štatisticky najvýznamnejšie faktory - najčastejší statusu ekonomickej aktivity a vzdelanie osoby na čele domácnosti (obr. 3) sme na základe odhadnutého modelu predikovali pravdepodobnosť, že domácnosť bude čeliť závažnej materiálnej deprivácii. Ostatné faktory zostali na úrovni referenčných kategórií, t. j. uvažovali sme domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi žijúcimi v Bratislavskom kraji, na čele ktorej stojí osoba v manželskom zväzku a hodnotí svoje zdravie ako dobré. Ak je táto osoba nezamestnaná, domácnosť má výrazne vyššiu pravdepodobnosť, že bude čeliť závažnej materiálnej deprivácii v porovnaní s domácnosťami, na čele ktorých je zamestnaný prednosta. Najrizikovejšou skupinou domácností s pravdepodobnosťou, že bude čeliť závažnej materiálnej deprivácii takmer 75 %

je skupina domácností s nezamestnaným prednostom, ktorý má nanajvýš nižšie sekundárne vzdelanie. Naopak najnižšiemu riziku čelia domácnosti, na čele ktorých stojí pracujúci prípadne dôchodca s vysokoškolským vzdelaním 1., 2., alebo 3. stupňa. Z uvedenej analýzy vyplýva, že so zvyšujúcim sa vzdelaním sa hrozba závažnej materiálnej deprivácie znižuje.

Literatúra

1. Allison, P. D. (2012). *Logistic Regression Using SAS: Theory and Application*, Second Edition (Second ed.). North Carolina, USA: SAS Institute. Dostupné na: <https://www.scribd.com/book/332789652/Logistic-Regression-Using-SAS-Theory-and-Application-Second-Edition> [cit. 2019-5-13].
2. Ivančíková, I. (2004). Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach (EU SILC). *Zborník. Otázky merania chudoby*. Bratislava: Friedrich Ebert Stiftung, e. V., zastúpenie v Slovenskej republike, 44-51. Dostupné na: <http://library.fes.de/pdf-files/bueros/slowakei/04223.pdf> [cit. 2020-9-10].
3. Kováčová, Y., & Vlačuha, R. (2019). *EU-SILC 2018 Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach domácností v SR*. Bratislava: Ústredie ŠÚ SR. Dostupné na: <https://slovak.statistics.sk:443/wps/portal?urile=wcm:path:/obsah-sk/pub/publikacie/vsetkypublikacie/21dcec72-54fd-4fb3-84da-e31fca6a7113> [cit. 2020-9-15].
4. SAS Institute Inc. (1999). *SAS STAT user's guide version 8*. Cary, NC: SAS Inst.
5. Šoltés, E. (2019). Identifikácia relevantných faktorov a posúdenie ich vplyvu na rôzne formy chudoby a sociálneho vylúčenia slovenských domácností prostredníctvom logistickej regresie. *Slovenská štatistika a demografia*, 29(1), 3-22. Dostupné na: <https://slovak.statistics.sk/wps/portal?urile=wcm:path:/obsah-sk/8.obsah-sk-ssad/ssad-archiv/6cad7e0e-b64c-4163-b0fa-63aa2c94b5cf> [cit. 2020-9-10].
6. Vlačuha, R., & Kováčová, Y. (2019). *EU-SILC 2018 - Indikátory chudoby a sociálneho vylúčenia*. Bratislava: Ústredie ŠÚ SR. Dostupné na: <https://slovak.statistics.sk/wps/portal?urile=wcm:path:/obsah-sk/pub/publikacie/vsetkypublikacie/08feb5da-882d-40a9-b848-12cd5fd4a07e> [cit. 2020-9-15].
7. Vojtková, M. (2018). Zoskupenie krajín EU podľa konceptov materiálnej deprivácie. *Ekonomika a informatika*, 16(1), 143-154. Dostupné na: <https://ei.fhi.sk/index.php/EAI/article/view/122> [cit. 2020-9-10].
8. Vojtková, M., & Stankovičová, I. (2020). *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami v softvéri SAS*. Bratislava: Letra Edu.

Štatistická analýza výdavkov na výskum a vývoj v krajinách Európskej únie

Statistical analysis of expenditures on research and development in European Union countries

Lubica Hurbánková¹

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá analýzou výdavkov na vedu a výskum v krajinách Európskej únie v rokoch 2009 – 2018 v mil. Eur. Cieľom príspevku je zistiť, v ktorých krajinách počas sledovaného obdobia najviac vzrástli výdavky na obyvateľa a v ktorých poklesli, aký bol priemerný ročný rast tohto indikátora. Príspevková metóda pomôže analyzovať, ako sa celkovo zmenili výdavky na vedu a výskum za 27 krajín Európskej únie, aký bol podiel jednotlivých krajín na týchto výdavkoch, ktoré krajiny najviac prispeli k tejto zmene a ktoré najmenej. Výdavky na vedu a výskum na obyvateľa vzrástli priemerne ročne v rokoch 2009 – 2018 vo všetkých analyzovaných krajinách okrem Luxemburska a Fínska, kde poklesli. Najvyšší priemerný ročný nárast bol zaznamenaný v Poľsku (12,48 %), Lotyšsku (10,50 %), na Slovensku (10,47 %) a v Bulharsku (10,38 %). Celkové výdavky na vedu a výskum vzrástli v roku 2018 oproti roku 2009 o 41,65 %, pričom na tomto náraste najviac prispelo Nemecko (18,11 %) a Francúzsko (4,29 %).

Kľúčové slová

výdavky na vedu a výskum, krajiny Európskej únie, príspevková metóda

Abstract

Paper deals with the analysis of expenditures on research and development in European Union countries in years 2009 - 2018 in million Euro. The aim of the paper is to find out in which countries expenditures per capita increased the most during the observed period and in which it decreased, what was the average annual growth rate of this indicator. Contribution method will help to analyze how the total expenditures on research and development in 27 European Union countries has changed, what was the share of each country in this expenditure, which countries contributed the most to this change and which the least. Expenditures on research and development capita increased average annually between 2009 and 2018 in all analyzed countries, except Luxembourg and Finland, where it decreased. The highest average annual growth was recorded in Poland (12.48%), Latvia (10.50%), Slovakia (10.47%) and Bulgaria (10.38%). Total expenditures on research and development increased in 2018 compared to 2009 by 41.65%, Germany (18.11%) and France (4.29%) contributed the most to this increase.

Key words

expenditures on research and development, European Union countries, contribution method

JEL classification

C43, O32

¹ Ing. Lubica Hurbánková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, lubica.hurbankova@euba.sk.

1 Úvod

Výdavky na výskum a vývoj sú indikátorom, ktorý zahŕňa výdavky na výskum a vývoj podnikov, inštitúcií vysokoškolského vzdelávania, vládnych a súkromných neziskových organizácií (Eurostat, 2020).

Výdavky na výskum a vývoj zahŕňajú celkový objem výdavkov vynaložených v organizácii na aktivity výskumu a vývoja, t. j. sú to vnútorné výdavky. Z výdavkov vynaložených mimo organizácie sa sem zahŕňajú len tie, ktoré slúžia na podporu vnútorného výskumu a vývoja (napr. kúpa vybavenia pre výskum a vývoj). Odpisy budov, strojného technického zariadenia a vybavenia sú zo štatistického sledovania vnútorných výdavkov na vedu a výskum vylúčené (Štatistický úrad Slovenskej republiky, 2019).

Výdavky na výskum a vývoj sú priamo spojené s výskumom a vývojom tovarov alebo služieb spoločnosti. Sú to priame výdavky spojené so snahou spoločnosti vyvinúť, navrhnúť a vylepšiť svoje výrobky, služby, technológie alebo procesy. Priemyselný, technologický, zdravotnícky a farmaceutický sektor zvyčajne vynakladá najvyššie výdavky na výskum a vývoj (Investopedia, 2020).

Cieľom príspevku je zistiť, v ktorých krajinách v rokoch 2009 – 2018 najviac vzrástli výdavky na vedu a výskum na obyvateľa a v ktorých poklesli, aký bol priemerný ročný rast tohto indikátora. Ďalej budeme analyzovať, ako sa celkovo zmenili výdavky na vedu a výskum za 27 krajín Európskej únie, aký bol podiel jednotlivých krajín na týchto výdavkoch, ktoré krajiny najviac prispeli k tejto zmene a ktoré najmenej. K tejto analýze využijeme príspevkovú metódu.

2 Použitá metodológia

Aby sme zistili, ako sa vyvíjal analyzovaný indikátor, použijeme charakteristiky časových radov – bázický index a priemerný koeficient rastu (viď Pacáková a kol, 2009).

Keďže je našim cieľom zistiť, ako prispeli jednotlivé krajiny k celkovej zmene výdavkov na vedu a výskum, použijeme príspevkovú metódu.

Príspevková metóda sa používa na analýzu aditívnych (súčtových) veličín Y , ktoré vzniknú súčtom jednotlivých zložiek:

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i \quad (1)$$

kde: Y je aditívna veličina,
 y_i sú jednotlivé zložky.

Postup tejto metódy je nasledovný (Hurbánková, Sivašová, 2018):

Vypočítame *relatívny prírastok agregovanej veličiny*, ktorý vyjadruje, ako sa zmenil daný agregát:

$$k_{dt} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{d(Y)}{Y_{t-1}} = (k_Y - 1) \quad (2)$$

Vypočítame *relatívne prírastky jednotlivých zložiek*, ktoré vyjadrujú, ako sa vyvíjali jednotlivé zložky:

$$k_{dt} = \frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i} = \frac{d(y)}{y_{t-1}^i} = (k_y^i - 1) \quad (3)$$

Určíme *štruktúrne čísla*, ktoré vyjadrujú podiel jednotlivých zložiek na danej agregátnej veličine. Štruktúrne čísla počítame v období $t-1$, pričom predpokladáme, že sa zachová analogický podiel zložky na agregáte pri plynulom vývoji agregátu:

$$s_{t-1}^i = \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} \quad (4)$$

Vypočítame príspevok, ktorým i -ta zložka prispela na relatívnom prírastku agregovanej veličiny:

$$\left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i} \right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = (k_y^i - 1) * s_{t-1}^i \quad (5)$$

Príspevok každej aditívnej zložky je rovný súčinu jej relatívneho prírastku a podielu tejto zložky na agregáte v predchádzajúcom období.

Relatívny prírastok aditívnej veličiny je rovný súčtu relatívnych príspevkov jednotlivých zložiek (Hindls, Hronová, 1997):

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{y_t^i - y_{t-1}^i}{y_{t-1}^i} \right) * \frac{y_{t-1}^i}{Y_{t-1}} = \frac{1}{Y_{t-1}} \sum_{i=1}^n (y_t^i - y_{t-1}^i) = \frac{1}{Y_{t-1}} \left(\sum_{i=1}^n y_t^i - \sum_{i=1}^n y_{t-1}^i \right) = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \quad (6)$$

3 Analýza výdavkov na vedu a výskum v krajinách Európskej únie

V tabuľke 1 sú údaje o výdavkoch na vedu a výskum na obyvateľa v krajinách Európskej únie v rokoch 2009 – 2018 v Eurách. Vypočítaný je vývoj tohto indikátora v roku 2018 oproti roku 2009 a priemerný ročný koeficient rastu.

Ako môžeme vidieť z tabuľky 1, najvyššie výdavky na vedu a výskum (viac ako 1 000 Euro na obyvateľa) boli počas celého sledovaného obdobia v Dánsku (1 580,9 Eura na obyvateľa v roku 2018), Švédsku, Fínsku a Luxembursku. Najnižšie boli v Bulharsku (iba 24,7 Eura na obyvateľa v roku 2009), Rumunsku, Lotyšsku, na Slovensku, v Poľsku, Litve a na Malte. V roku 2018 v porovnaní s rokom 2009 vzrástli výdavky vo všetkých krajinách okrem Luxemburska a Fínska, kde poklesli – v Luxembursku o 3,87 %, čo predstavuje priemerný ročný pokles o 0,44 % a vo Fínsku poklesli o 8,35 %, čiže priemerne ročne o 0,96 %. Najviac zrástol tento indikátor v Poľsku v roku 2018 oproti roku 2009 o 188,18 %, čo je priemerný ročný nárast o 12,48 %. Na Slovensku bol zaznamenaný tretí najvyšší nárast a to o 145,12 %, čo je priemerný ročný nárast o 10,47 %.

Tabuľka 1: Výdavky na vedu a výskum na obyvateľa v krajinách Európskej únie v rokoch 2009 – 2018 v Eurách, vývoj v roku 2018 oproti roku 2009 a priemerný ročný koeficient rastu

Krajina/Rok	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2018/2009	Priemerný ročný koeficient rastu
EU 27	473,7	490,8	519,0	537,2	543,9	558,2	582,7	594,9	629,2	661,9	1,3973	1,0379
Belgium	644,0	690,7	742,8	795,3	822,1	854,3	900,4	959,5	1 045,5	1 115	1,7314	1,0629
Bulgaria	24,7	29,0	29,8	34,6	36,6	46,9	60,4	52,5	54,7	60,1	2,4332	1,1038
Czechia	184,6	200,3	243,4	273,9	285	294,0	308,4	280,8	324,5	377,6	2,0455	1,0828
Denmark	1 282	1 281,6	1 312,7	1 360,0	1 371,8	1 376,2	1 473,7	1 534,2	1 551,4	1 580,9	1,2332	1,0236
Germany	818,0	855,9	942,0	984,8	990,1	1 043,1	1 093,4	1 121,7	1 206,4	1 266,3	1,5480	1,0498
Estonia	147,8	174,6	289,1	287,3	247	217,9	230,3	205,4	231,3	277,2	1,8755	1,0724
Ireland	605,0	586,8	583,2	595,7	610,3	639,8	664,6	671,8	768,2	769,5	1,2719	1,0271
Greece	133,9	121,6	125,1	120,7	133,2	136,2	156,9	162,7	189,3	202,5	1,5123	1,0470
Spain	315,4	313,8	303,9	286,0	278,5	275,6	283,6	285,5	302,2	320,3	1,0155	1,0017
France	665,7	672,3	694,3	712,6	722	724,2	749,9	745,1	757,7	773,6	1,1621	1,0168
Croatia	88,3	77,9	78,4	77,2	83,2	80,0	88,7	96,0	101,9	122,2	1,3839	1,0368
Italy	325,6	331,6	333,7	345,2	351,6	358,3	364,5	382,0	392,7	406,4	1,2482	1,0249
Cyprus	104,1	105,2	107,0	99,0	101,0	104,3	100,7	116,5	128,9	134,0	1,2872	1,0285
Latvia	39,2	51,2	67,8	71,7	69,1	81,3	76,6	56,1	70,7	96,3	2,4566	1,1050
Lithuania	70,2	69,9	92,6	99,3	111,9	128	133,4	113,4	133,0	151,8	2,1624	1,0895
Luxembourg	1 256,9	1 202,4	1 233,6	1 069,6	1 127,9	1 146,7	1 204,4	1 235,8	1 220,1	1 208,3	0,9613	0,9956
Hungary	106,4	112,4	120,6	126,6	142,8	144,7	153,3	139,5	170,8	209,8	1,9718	1,0784
Malta	77,3	96,7	111	141,9	139,8	141,0	162,6	130,3	143,2	148,8	1,9250	1,0755
Netherlands	631,3	657,1	734,6	747,9	759,6	788,4	810,4	833,0	857,0	974,8	1,5441	1,0495
Austria	897,4	965,9	988,2	1 104,6	1 132,4	1 207,7	1 223,0	1 279,9	1 286,9	1 388,1	1,5468	1,0497
Poland	55,0	68,6	74,5	90,1	90,3	101,6	113,6	108,3	127,3	158,5	2,8818	1,1248
Portugal	262,4	260,8	242,7	220,1	215,4	214,1	215,4	231,0	250,7	269,1	1,0255	1,0028
Romania	27,2	28,2	32,5	32,1	27,9	28,8	39,4	41,4	48,1	52,5	1,9301	1,0758
Slovenia	323,2	364,4	436,2	451,6	454,1	431,9	413,5	393,4	388,4	431,8	1,3360	1,0327
Slovakia	56,3	77,2	86,9	108,3	112,9	123,6	171,0	118,1	137,8	138,0	2,4512	1,1047
Finland	1 274,1	1 302,7	1 332,7	1 264,9	1 231,7	1 194,6	1 109,5	1 080,0	1 121,7	1 167,7	0,9165	0,9904
Sweden	1 154,1	1 270,8	1 397,4	1 464,9	1 507,6	1 411,3	1 504,3	1 537,0	1 615,0	1 544,6	1,3384	1,0329

Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

Na to, aby sme mohli vypočítať, ako ktoré krajiny prispeli k celkovej zmene výdavkov na vedu a výskum, potrebujeme mať k dispozícii absolútny ukazovateľ. Preto sme si zvolili indikátor celkové výdavky na vedu a výskum, nie prepočítané na obyvateľa. Vstupné údaje i výpočet pomocou príspevkovej metódy sú uvedené v tabuľke 2.

Z tabuľky 2 sme zistili, že celkovo vzrástli výdavky na vedu a výskum a krajinách EÚ 27 v roku 2018 oproti roku 2009 o 41,65 %, pričom najviac vzrástli v Poľsku o 187,17 % (podobne ako výdavky na vedu a výskum na obyvateľa) a na Slovensku o 147,84 %. Poklesli iba v Portugalsku (o 0,09 %) a vo Fínsku (o 5,14 %). Najvyšší podiel na celkových výdavkoch v roku 2009 malo Nemecko (32,18 %) a Francúzsko (20,55 %). Na náraste celkových výdavkov o 41,65 % najviac prispelo Nemecko (18,11 %) a Francúzsko (4,29 %).

Slovensko malo v roku 2009 iba 0,15 %-ný podiel na tomto indikátore za všetky krajiny EU 27 a prispelo na náraste iba 0,21 %.

Tabuľka 2: Aplikácia príspevkovej metódy na výdavky na vedu a vývoj v krajinách Európskej únie v rokoch 2009 a 2018

Krajina/Rok	2009	2018	Relatívny prírastok	Štruktúrne číslo	Príspevok
Belgium	6 924,591	12 709,638	0,8354	0,0332	0,0278
Bulgaria	184,610	423,818	1,2957	0,0009	0,0011
Czechia	1 924,518	4 006,462	1,0818	0,0092	0,0100
Denmark	7 065,873	9 139,430	0,2935	0,0339	0,0099
Germany	67 078,121	104 836,000	0,5629	0,3218	0,1811
Estonia	197,393	365,650	0,8524	0,0009	0,0008
Ireland	2 735,556	3 716,800	0,3587	0,0131	0,0047
Greece	1 485,940	2 174,670	0,4635	0,0071	0,0033
Spain	14 581,676	14 946,000	0,0250	0,0700	0,0017
France	42 834,917	51 768,559	0,2086	0,2055	0,0429
Croatia	380,677	501,756	0,3181	0,0018	0,0006
Italy	19 209,000	24 581,681	0,2797	0,0921	0,0258
Cyprus	82,988	115,800	0,3954	0,0004	0,0002
Latvia	84,882	186,200	1,1936	0,0004	0,0005
Lithuania	223,471	426,306	0,9077	0,0011	0,0010
Luxembourg	620,280	727,400	0,1727	0,0030	0,0005
Hungary	1 067,166	2 051,375	0,9223	0,0051	0,0047
Malta	31,761	70,792	1,2289	0,0002	0,0002
Netherlands	10 408,000	16 748,200	0,6092	0,0499	0,0304
Austria	7 479,745	12 246,010	0,6372	0,0359	0,0229
Poland	2 095,827	6 018,489	1,8717	0,0101	0,0188
Portugal	2 771,600	2 769,072	-0,0009	0,0133	0,0000
Romania	555,887	1 024,770	0,8435	0,0027	0,0022
Slovenia	656,882	892,399	0,3585	0,0032	0,0011
Slovakia	302,994	750,947	1,4784	0,0015	0,0021
Finland	6 786,472	6 437,900	-0,0514	0,0326	-0,0017
Sweden	10 682,826	15 631,342	0,4632	0,0512	0,0237
EU 27	208 453,653	295 267,466	0,4165	1,0000	0,4165

Zdroj: Eurostat, vlastné spracovanie v MS Excel

4 Záver

Z uskutočnených analýz môžeme vyvodit' nasledovné závery:

- Najvyššie výdavky na vedu a výskum boli v Dánsku v roku 2018 (1 580,9 Eura na obyvateľa), najnižšie v Bulharsku v roku 2009 (iba 24,7 Eura na obyvateľa).
- V roku 2018 v porovnaní s rokom 2009 vzrástli výdavky vo všetkých krajinách EU 27 okrem Luxemburska a Fínska, kde poklesli – v Luxembursku o 3,87 % (priemerne ročne o 0,44 %) a vo Fínsku o 8,35 % (priemerný ročný pokles o 0,96 %). Najviac vzrástol tento indikátor v Poľsku v roku 2018 oproti roku 2009 o 188,18 % (priemerne

ročne o 12,48 %). Na Slovensku bol zaznamenaný tretí najvyšší nárast a to o 145,12 % (priemerný ročný nárast o 10,47 %).

- Celkovo vzrástli výdavky na vedu a výskum v krajinách EÚ 27 v roku 2018 oproti roku 2009 o 41,65 %, najviac vzrástli v Poľsku (o 187,17 %) a na Slovensku (o 147,84 %). Poklesli iba v Portugalsku (o 0,09 %) a vo Fínsku (o 5,14 %). Najväčší podiel na celkových výdavkoch v roku 2009 malo Nemecko (32,18 %) a Francúzsko (20,55 %). Na náraste celkových výdavkov o 41,65 % najviac prispelo Nemecko (18,11 %) a Francúzsko (4,29 %). Slovensko prispelo iba 0,21 %.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy KEGA 007EU-4/2020 *Interaktívna a interdisciplinárna výučba predmetov Služby a Inovácie v cestovnom ruchu s využitím informačných technológií.*

Literatúra

1. Eurostat (2020a). Dostupné na:
https://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=rd_e_gerdtot&lang=en
[cit. 2020-9-22].
2. Eurostat (2020b). Dostupné na:
<https://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/submitViewTableAction.do> [cit. 2020-9-22].
3. Eurostat (2020c)
[https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Glossary:Gross_domestic_expenditure_on_R_%26_D_\(GER_D\)](https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php?title=Glossary:Gross_domestic_expenditure_on_R_%26_D_(GER_D)) (citované 22.9.2020).
4. Hindls, R., & Hronová, S. (1997). Vývoj domáceho produktu z hľadiska príspevní jednotlivých faktorů. *Politická ekonomie*, (5), 699-707.
5. Hurbánková, L. & Sivašová, D. (2018). *Hospodárska štatistika I*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
6. Investopedia (2020). Dostupné na:
<https://www.investopedia.com/terms/r/research-and-development-expenses.asp>
[cit. 2020-9-22].
7. Pacáková, V. et al. (2009). *Štatistické metódy pre ekonómov*. Bratislava: Iura Edition.
8. Štatistický úrad Slovenskej republiky (2019). *Štatistická ročenka Slovenskej republiky 2019*. Bratislava: Veda.

Vybrané nástroje daňovej politiky na podporu vedy a výskumu podnikov v Slovenskej republike

Selectet tools of tax policy to support science and research of companies in the Slovak Republic

Lea Jančíčková¹, Renáta Pakšiová²

Abstrakt

Veda a výskum je v súčasnosti celospoločensky preferovanou oblasťou aj v podnikateľskej sfére vzhľadom na ich nespochybniteľný príspevok k trvalej udržateľnosti tak v národnom ako aj nadnárodnom rozmere. Daňové úľavy (tzv. „superodpočet“) podporujúce rozvoj vedy a výskumu podnikov predstavujú nástroje daňovej politiky, ktoré majú stimulačný efekt. Cieľom príspevku je analyzovať možnosti uplatnenia nástrojov daňovej politiky pri podpore vedy a výskumu podnikov pôsobiacich v Slovenskej republike. V rámci výskumu sa zameriame na teoretickú analýzu požiadaviek na možnosti optimalizácie daňovej povinnosti podniku v súvislosti s vykonávaním činností vedy a výskumu. V rámci kvantitatívneho výskumu vyhodnocujeme vývoj počtu podnikateľských subjektov s uplatnenými analyzovanými nástrojmi daňovej politiky v Slovenskej republike za všetky roky, kedy je možné „superodpočet“ uplatniť. Z analýzy sme zistili rastúci trend v čase, no dosahuje nízke počty.

Kľúčové slová

výskum, vývoj, daňové nástroje, podnikateľský subjekt, superodpočet

Abstract

Science and research are currently a society-wide preferred area in the business sphere, due to their unquestionable contribution to sustainability in both the national and transnational dimensions. Tax relief ("super-deduction") supporting the development of business science and research is a tool of tax policy that has an incentive effect. The aim of the paper is to analyze the possibilities of applying tax policy instruments in support of science and research of companies operating in the Slovak Republic. Within the research, we will focus on the theoretical analysis of the requirements for the possibilities of optimizing the tax liability of the company in connection with the performance of science and research activities. As part of quantitative research, we evaluate the development of the number of business entities with applied analyzed tax policy instruments in the Slovak Republic for all years when it is possible to apply a "super-deduction". From the analysis, we found a growing trend over time, but it reaches low numbers.

Key words

research, development, tax instruments, business entity, super deduction

JEL classification

O32, M21

¹ Ing. Lea Jančíčková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 851 04 Bratislava-Petržalka, lea.jancickova@euba.sk.

² doc. Ing. Mgr. Renáta Pakšiová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 851 04 Bratislava-Petržalka, renata.paksiova@euba.

1 Úvod

„Je nesporným faktom, že význam nehmotného majetku spoločnosti a celkovo duševného vlastníctva rastie. Jeho hodnotu a potrebu jeho rozvoja si uvedomuje stále viac spoločností.“ (Jakubec, 2012) Investície spoločností do vývoja a výskumu sú jedným z faktorov, ktoré stimulujú hospodársky rast a inovačnú výkonnosť spoločností i štátu. (MacGregor Pelikánová, 2019a)

Vlády krajín na celom svete využívajú aplikáciu rôznych druhov nástrojov podporujúcich výskum a vývoj (Turečková a Nevima, 2020). Podpora môže mať priamu i nepriamu formu.

K priamym druhom podpory zaraďujeme poskytnutie verejnej pomoci formou grantov a dotácií. Nepriamym druhom podpory rozvoja výskumu a vývoja môžeme označiť daňové stimuly vo forme dodatočného odpočtu vynaložených výdavkov, formou daňovej úľavy alebo zvýhodneným zaobchádzaním pre spoločnosti. K výhodám zaraďujeme oslobodenie licenčných príjmov alebo príjmov z predaja majetku či patentov súvisiacich s výskumom a vývojom.

Hlavným cieľom daňových stimulov na výskum a vývoj je podpora podnikateľského sektora, podpora konkurencieschopnosti spoločností, zvýšenie atraktivity domácej krajiny voči zahraničným nadnárodným spoločnostiam a ich premiestnenie pôsobnosti na pôdu danej krajiny. Spoločnosti radšej nakúpia inovácie od iných krajín alebo uskutočnia vývoj týchto inovácií v zahraničí, kde sú pre nich vytvorené lepšie podmienky, ak štát nepodporuje, alebo len v slabej miere podporuje vývoj a výskum.

Popularita daňových stimulov na vývoj a výskum vo svete rastie. Celosvetovo sa hodnotí efektívnosť vplyvu na inovačné technológie rôznymi nástrojmi (Bockova Zizlavsky, 2016; MacGregor Pelikánová, 2019b). Merajú sa verejné a súkromné výdavky, ktoré sú vynaložené na výskum a vývoj.

Cieľom príspevku je analyzovať možnosti uplatnenia nástrojov daňovej politiky pri podpore vedy a výskumu podnikov pôsobiacich v Slovenskej republike. V rámci výskumu sa zameriame na teoretickú analýzu požiadaviek na možnosti optimalizácie daňovej povinnosti podniku v súvislosti s vykonávaním činností vedy a výskumu. V rámci kvantitatívneho výskumu vyhodnocujeme vývoj počtu podnikateľských subjektov s uplatnenými analyzovanými nástrojmi daňovej politiky v Slovenskej republike za všetky roky, kedy je možné „superodpočet“ v SR uplatniť, vrátane ich štruktúry podľa právnej formy týchto podnikateľských subjektov.

K napísaniu príspevku nás viedol záujem o analýzu možnosti uplatnenia nástrojov daňovej politiky pri podpore vedy a výskumu podnikov pôsobiacich v Slovenskej republike. Podľa nášho predpokladu podniky pôsobiace v Slovenskej republike nevyužívajú „superodpočet“ do takej miery, ako by mohli a túto skutočnosť sa budeme v našom príspevku snažiť overiť.

2 Výskum a vývoj

Na problematiku výskumu a vývoja v podmienkach Slovenskej republiky sa musíme pozeráť nielen z hľadiska účtovného ale aj daňového. Definícia výskumu a vývoja podľa §2 zákona č. 172/2005 o organizácii štátnej podpory výskumu a vývoja a o doplnení zákona č. 575/2001 Z. z. o organizácii činnosti vlády a organizácii ústrednej štátnej správy v znení neskorších predpisov : „Výskum je systematická tvorivá činnosť uskutočňovaná v oblasti vedy a techniky pre potreby spoločnosti a v záujme rozvoja poznania“ (§2 ods. 1 zákona o VaV) a „Vývoj je systematická tvorivá činnosť v oblasti vedy a techniky využívajúca zákonitosti a poznatky získané prostredníctvom výskumu alebo vychádzajúce z praktických skúseností pri tvorbe nových materiálov, výrobkov, zariadení, systémov, metód a procesov alebo ich zlepšení.“ (§2 ods. 4)

Ministerstvo financií Slovenskej republiky vymedzuje náklady na výskum z účtovného hľadiska ako „*Náklady na výskum: pôvodné a plánované zisťovanie vykonávané s cieľom získať nové vedecké poznatky alebo technické poznatky. Ide najmä o činnosti zamerané na získanie nových poznatkov, skúmanie, zhodnotenie a konečný výber aplikácií zo záverov výskumu alebo iných poznatkov, hľadanie alternatívnych materiálov, zariadení, výrobkov, procesov, systémov alebo služieb, formulácia, dizajn, hodnotenie a konečný výber možných alternatív nových alebo zlepšených materiálov, zariadení, výrobkov, procesov, systémov alebo služieb.*“ (Opatrenie Ministerstva financií SR č. 23054/2002-92, 2020)

Ministerstvo financií Slovenskej republiky vymedzuje náklady na vývoj z účtovného hľadiska ako „*náklady na vývoj: aplikácia zistení výskumu alebo iných znalostí na plánovanie alebo návrh výroby nových alebo významne zlepšených materiálov, zariadení, výrobkov, procesov, systémov alebo služieb pred začatím ich sériovej výroby alebo používania, dizajn, zhotovenie a testovanie prototypov a modelov, zhodnotenie nástrojov, šablón, foriem a čipov využívaním novej technológie, zhotovenie a činnosť skúšobnej prevádzky, ktorá nie je v etape ekonomickej realizovateľnosti výroby, zhotovenie a prevádzka vybranej alternatívy pre nové alebo zlepšené materiály, zariadenia, výrobky, procesy, systémy alebo služby.*“ (Metodický pokyn k odpočtu výdavkov (nákladov) na výskum a vývoj)

Určenie kritérií a ich aplikácie pri stanovovaní, kedy ide o výskum a vývoj a kedy nie, nie je vôbec jednoduché a jednoznačné. Kvôli presnej definícii vývoja a výskumu na medzinárodnej úrovni bol vyvinutý Frascati manuál vydaný OECD, teda Organizáciou pre hospodársku spoluprácu a rozvoj. Manuál vypracovali experti členských krajín, ktorí zbierajú, publikujú a poskytujú stanoviská k výskumu a vývoju. Manuál je výsledok kolektívnej práce národných odborníkov využívajúcich skúsenosti získané pri zbere informácií o výskume a vývoji v členských krajinách OECD. Frascati manuál patrí k najuznávanejším a najprekladanejším prácam OECD a jeho hlavným zámerom je byť referenčnou prácou.

Frascati manuál definuje výskum a vývoj ako „*tvorivú prácu vykonávanú na systematickom základe za účelom zvýšiť zásoby poznatkov vrátane znalostí o človeku, kultúre a spoločnosti a o využívaní tohto fondu vedomostí v smere navrhovať nové aplikácie.*“ (OECD. 2015. FrascatiManual 2015)

3 Daňový odpočet na výskum a vývoj v podmienkach Slovenskej republiky

Väčšina vlád uplatňuje kombináciu daňových stimulov a priamych dotácií na podporu súkromných investícií do výskumu a vývoja. Podporuje to názor, že koncepcia nástroja je prinajmenšom rovnako dôležitá ako ten, ktorý sa používa, a že by sa mala využívať komplementarita. Príkladom osvedčených postupov je, že daňové stimuly pre výskum a vývoj by sa mali zameriavať skôr na výdavky na výskum a vývoj (vstupy) ako na výstupy procesu výskumu a vývoja (t. j. príjem z duševného vlastníctva). Mali by sa tiež lepšie zamerať na mladé spoločnosti, napríklad zahrnutím možnosti prenosu a / alebo možnosti vrátenia peňazí. (D'Andria Pontikakis Skonieczna, 2017)

Stimuly, ktoré sú poskytované ako nástroje podpory na výskum a vývoj, ktorý realizuje podnikateľ, má formu dotácie z prostriedkov štátneho rozpočtu alebo formu úľavy na dani z príjmov spoločnosti. Stimuly sú zamerané taktiež na podporu spolupráce medzi podnikateľským sektorom a akademickým sektorom v rámci Slovenskej republiky aj Európskej únie.

Zákon č. 595/2003 o dani z príjmov (2020) v SR, okrem iného, upravuje aj nástroje daňovej politiky na podporu vývoja a výskumu zo zdrojov podnikateľských subjektov. Podmienkou na uplatnenie odpočtu výdavkov je vypracovanie projektu výskumu a vývoja, t. j. písomného dokumentu, v ktorom je vymedzený predmet výskumu a vývoja, doba riešenia projektu, ciele projektu dosiahnuteľné počas doby jeho realizácie a merateľné po jeho ukončení, celkové

predpokladané výdavky (náklady) na realizáciu projektu. (Baštincová, 2015). Do minulého zdaňovacieho obdobia platilo, že projekt musí byť predložený pred začatím jeho realizácie, od roku 2020 sa projekt predkladá pri podávaní daňového priznania, v ktorom sa odpočet uplatňuje.

Do roku 2015 mohli spoločnosti využívať podporu len vo forme prostriedkov z dotácií alebo daňovej úľavy. Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky prideliť tieto dotácie spoločnostiam, ktoré si podali žiadosť a splnili konkrétne podmienky pre pridelenie finančných prostriedkov z príslušnej podpory. Po žiadosti spoločnosti o úľavu na dani z príjmu je poskytovateľom takejto výhody Ministerstvo financií Slovenskej republiky prostredníctvom správcu dane.

Superodpočet, teda dodatočný odpočet výdavkov na vývoj a výskum sa uplatňuje v podmienkach Slovenskej republiky od roku 2015. Hlavným cieľom superodpočtu výdavkov je snaha o zvýšenie motivácie spoločností vynakladať vlastné finančné prostriedky na vývoj a výskum a tým zmenšiť zaostávanie Slovenska oproti priemeru Európskej únie.

Od januára 2018 (Tab. 1) sa zvýšilo percento superodpočtu výdavkov na úroveň 100 percent. V roku 2019 si spoločnosti mohli uplatniť 150 percent a v roku 2020 až 200 percent (Finančná správa, 2020).

Tab. 1: Odpočet výdavkov na výskum a vývoj

Obdobie	1.1.2015 – 31.12.2017		1.1.2018 – 31.12.2019		Od 1.1.2020	
Daňové zvýhodnenie	Zníženie základu dane		Zníženie základu dane		Zníženie základu dane	
Sadzba (%)	25% celkové výdavky + 25 % (osobné náklady mladých výskumníkov)	25 % (medziročný nárast odpočtu)	100 % celkové výdavky	100 % (priemerný nárast výdavkov za 2 roky)	200 % celkové výdavky	100 % (priemerný nárast výdavkov za 2 roky)
Odpočítateľné výdavky	Bežné a kapitálové výdavky		Bežné a kapitálové výdavky, vrátane licencií za softvér využívaný pri realizácii projektu na výskum a vývoj		Bežné a kapitálové výdavky, vrátane licencií za softvér využívaný pri realizácii projektu na výskum a vývoj	
Základné podmienky uplatnenia	<ul style="list-style-type: none"> Daňovník uskutočňuje projekt výskumu a vývoja, s realizáciou ktorého mu vznikajú výdavky (náklady) na výskum a vývoj. V zdaňovacom období vykáže kladný základ dane po znížení o odpočet daňovej straty (u daňovníka fyzickej osoby – základ dane z príjmov z podnikania a z inej samostatnej zárobkovej činnosti po znížení o odpočet daňovej straty), pričom je umožnený prenos neuplatneného odpočtu do nasledujúcich najviac 4 zdaňovacích období. Výdavky (náklady), na ktoré sa odpočet uplatňuje, sú zároveň daňovými výdavkami. Daňovníkovi nebola na tieto výdavky (náklady) poskytnutá podpora z verejných financií. Daňovník súčasne neuplatňuje úľavu na dani pre príjemcov stimulov pre výskum a vývoj. 					
Prenos zvýhodnenia	4 roky		4 roky		4 roky	

Zdroj: vlastné spracovanie podľa Zákona č. 595/2003 o dani z príjmov

Od základu dane možno odpočítať len výdavky, ktoré sú evidované oddelene od ostatných výdavkov (nákladov). Odpočet nemožno uplatniť na výdavky (náklady), na ktoré bola

poskytnutá úplná alebo čiastočná podpora z verejných financií, na služby, licencie a nehmotné výsledky výskumu a vývoja obstarané od iných osôb (s výnimkou Slovenskej akadémie vied, právnických osôb uskutočňujúcich výskum a vývoj zriadených ústrednými orgánmi štátnej správy, verejných vysokých škôl a štátnych vysokých škôl), certifikáciu vlastných výsledkov výskumu a vývoja (Baštincová, 2015).

V účtovnej závierke sa náklady na výskum a vývoj po ich aktivácii vykazujú v časti majetku v súvahe, ako dlhodobý nehmotný majetok. Pre podniky je podľa zákona o dani z príjmov jednou z požiadaviek pre jednoznačné zaradenie do dlhodobého nehmotného majetku aj jeho ocenenie vyššie ako 2 400 eur, pričom musí byť splnená časová hranica doby použiteľnosti tohto majetku dlhšia ako jeden rok. Vtedy sa takýto majetok môže evidovať ako aktivované náklady na vývoj na účte **012 – Aktivované náklady na vývoj**.

Ďalšou možnosťou, ak nie je splnená hranica ocenenia majetku a účtovná jednotka sa tak rozhodne, alebo nie je splnená časová hranica, vtedy sa účtuje na ľarchu účtu **518 – Ostatné služby**, alebo na iných účtoch účtovnej triedy **5 – Náklady**, ak sa jedná o vývoj vlastnou činnosťou bez aktivácie týchto nákladov.

Vo výkaze ziskov a strát náklady na výskum a vývoj predstavujú tie náklady, ktoré sa dajú spoľahlivo priradiť k výskumu a vývoju a stávajú sa súčasťou účtovaných a vykazovaných nákladov spoločnosti. Zaradujeme sem mzdové nároky zamestnancov pracujúcich v oblasti výskumu a vývoja, odpisy strojov, budov a zariadení podieľajúce sa na výskume a vývoji i spotrebovaný materiál, energie a služby použité na vývoj a výskum.

V poznámkach a výročnej správe podniky často uvádzajú podrobnejšie informácie o výskume a vývoji, ktorému sa venujú v rámci svojej podnikateľskej činnosti.

Od roku 2015 je možné uplatniť aj takzvaný „patent box“. Predstavuje osobitný režim spôsobu zdaňovania príjmov v súvislosti s komerčným využitím výskumných výsledkov spoločnosti. Patent box spojený s duševným vlastníctvom predstavuje súbor práv, ktorých právna ochrana poskytuje možnosti na rozšírenie foriem jeho vlastného využitia. (Mrázová, 2012). Ide o aktíva vrátane softvéru, ktorý je výsledkom vlastného vývoja spoločnosti. Dokonca niektorí slovenskí odborníci komparujú termín nehmotného majetku s pojmi ako sú duševné vlastníctvo a priemyselné vlastníctvo (Matušovič, 2009).

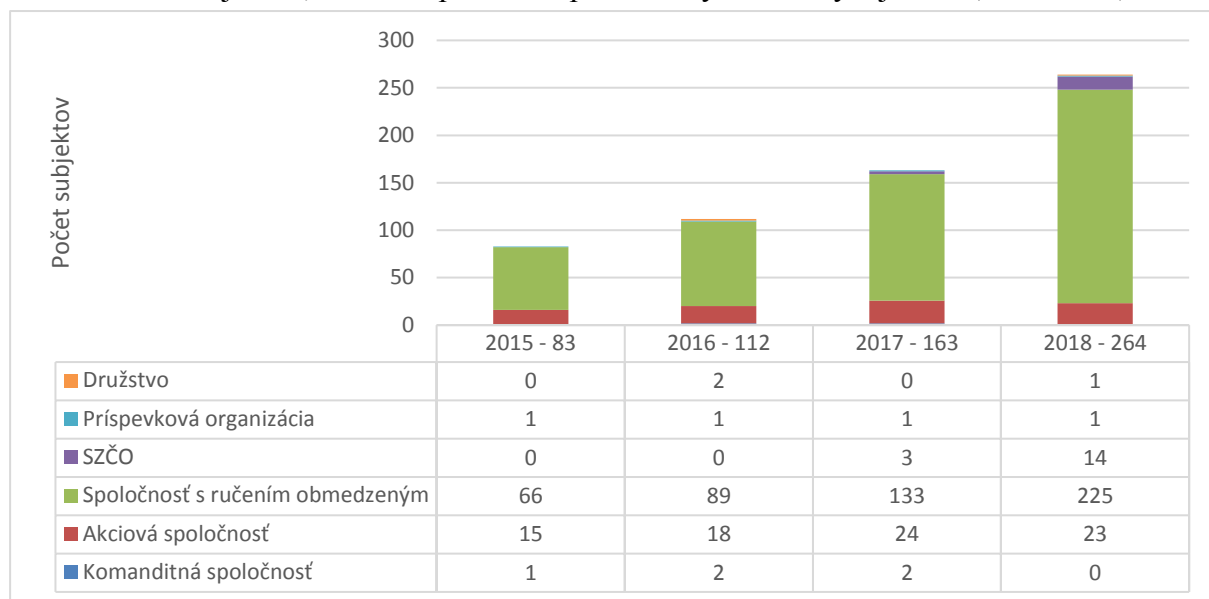
4 Uplatňovanie odpočtu výdavkov na výskum a vývoj v Slovenskej republike v praxi

V tejto časti príspevku analyzujeme vývoj počtu podnikateľských subjektov, ktoré si v jednotlivých rokoch 2015 - 2018 superodpočet uplatnili (Graf 1) a tiež ich štruktúru z pohľadu právnej formy subjektov.

Z grafu 1 je zrejme, že od roku 2015, kedy bol superodpočet v Slovenskej republike zavedený, sa každý rok počet subjektov, ktoré si odpočet uplatnili zvyšoval. Výrazný nárast subjektov nastal v roku 2017, kedy si odpočet uplatnilo o 51 subjektov viac ako v roku 2016. Príčinou tohto nárastu môže byť skutočnosť, že sa výška odpočtu zvýšila z 25 % na 100 %, čo znamená pre subjekty väčšiu úsporu na dani z príjmov. Rastúci trend pokračoval aj v roku 2018, odpočet si uplatnilo o 101 subjektov viac ako v roku 2017.

K najpočetnejšej právnej forme podnikateľských subjektov (Graf 1) vo všetkých rokoch evidujeme spoločnosť s ručením obmedzeným.

Graf 1 Počet subjektov, ktoré si uplatnili odpočet na výskum a vývoj v SR (2015-2018)



Zdroj: Vlastné spracovanie podľa Finančnej správy Slovenskej republiky

Medzi najväčšie podniky, ktoré uplatňujú superodpočet patria U. S. Steel Košice, s.r.o., TATRAVAGÓNKA, a.s. a BSH Drive and Pumps s.r.o..

5 Záver

Porovnaním podpory výskumu a vývoja pomocou daňových stimulov sme týmto príspevkom dospeli k záveru, že Slovenská republika síce poskytuje daňové stimuly na výskum a vývoj, ale podnikatelia ju využívajú len vo veľmi nízkom počte, napriek rastúcemu trendu.

Fungovanie odpočtu výdavkov na výskum a vývoj v Slovenskej republike od roku 2015, kedy vláda stimul zaviedla sa výška odpočtu zmenila až v roku 2018, kedy sa z úrovne 25 % zvýšila na 100 %. Týmto spôsobom chcela podľa nášho názoru vláda Slovenskej republiky podporiť záujem podnikov o uplatnenie tohto stimulu, keďže záujem o odpočet za 3 roky jeho existencie nebol taký, ako by sa mohlo očakávať, resp. aký bol v susedných krajinách. Rastúci trend výšky odpočtu pokračuje aj naďalej, keď vláda v roku 2019 zvýšila odpočet na 150 % a od 1. januára 2020 na osemnásobok pôvodnej sumy z roku 2015, t. j. na 200 %.

Počet subjektov, ktoré si odpočet na výskum a vývoj uplatnili sa v čase postupne zvyšoval, ale iba mierne. Najväčší nárast bol zaznamenaný v roku 2018, kedy si odpočet uplatnilo o 101 subjektov viac ako v predchádzajúcom roku 2017. Najväčší počet podnikateľských subjektov uplatňujúcich superodpočet počas všetkých skúmaných rokov predstavuje právnu formu spoločnosť s ručením obmedzeným. Tento výsledok možno prisúdiť celkovo najpočetnejšej skupine podnikateľských subjektov v podnikateľskom prostredí SR.

Na základe zistených skutočností môžeme konštatovať, že zvýšená % sadzba odpočtu mala pozitívny efekt na motiváciu podnikateľov na uplatnenie stimulov. Na druhej strane nemožno tvrdiť, že podnikatelia, ktorí si superodpočet neuplatňujú, neuskutočňujú činnosti spojené s vedou a výskumom.

Na záver možno konštatovať, že v Slovenskej republike sa zvyšuje záujem subjektov o čerpanie úľav, avšak nie sú tieto stimuly až také využívané, ako by sa mohlo predpokladať. Dôvodom môže byť rozsiahla administratíva, ktorú musí podnik doložiť, aby si mohol dané stimuly uplatniť a možno svoju úlohu zohráva aj strach z následných daňových kontrol, ktoré by uplatnené náklady na výskum a vývoj neuznali a ich dodanili aj so sankciami, čím by vzniknuté predpokladané úľavy na dani neboli pre podnik efektívne. Skúmanie týchto dôvodov

bude cieľom ďalšieho výskumu, aby sa jeho využívanie zvýšilo a veda a výskum bola činnosť, ktorú budú podnikateľské účtovné jednotky motivované uskutočňovať vo väčšom množstve.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy APVV č. APVV-16-0602 „Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR - od nákladov k hodnote“.

Literatúra

1. Baštincová, A. (2015). *Daňové zvýhodnenie výskumu a vývoja ČR a SR*. In: Zborník 16. medzinárodná vedecká konferencia AIESA – Budovanie spoločnosti založenej na vedomostiach. Katedra účtovníctva a audítorstva : Bratislava : Vydavateľstvo EKONÓM, 2015. ISBN 978-80-225-4151-0.
2. Bockova, N., Zizlavsky, O. (2016). Innovation and financial performance of company: A study from Czech manufacturing industry. *Transformations in business & economics* 15(3) s. 156-175.
3. D'andria, D., Pontikakis, D., Skonieczna, A. (2018). *Towards a European R&D incentive? An assessment of R&D provisions under a common corporate tax base*. *Economics of Innovation and New Technology*.. doi:10.1080/10438599.2017.1376168ISSN 1831-9408. [online]. [cit. 2020-10-01]. Dostupné na:
https://kopernio.com/viewer?doi=10.1080%2F10438599.2017.1376168&token=WzI5MjI4MjgsIjEwLjEwODAvMTA0MzgzOTkuMjAxNy4xMzc2MTY4Ii0.uxs6JroAAENy7CJ-aUbUiQzDh_E
4. Finančná správa (2020). *Zoznam daňových subjektov, ktorí si uplatnili odpočet výdavkov na výskum a vývoj*. [online]. [cit. 2020-10-01]. Dostupné na:
<https://www.financnasprava.sk/sk/elektronicke-sluzby/verejnesluzby/zoznamy/zoznam-danovych-subjektov-kto>
5. Finančná správa (2015). *Superodpočet – novinka v zákone o dani z príjmov*. [online]. [cit. 2020-10-01]. Dostupné na:
https://www.financnasprava.sk/sk/pre-media/novinky/archiv-noviniek/detail-novinky/_superodpocet-na/bc
6. Jakubec, M. – Kardoš, P. (2012). *Ekonomické znanectvo - vybrané problémy*. Bratislava: IuraEdition, 2012. 248 s. ISBN 978-80-8078-450-8.
7. Matušovič, M. (2009). *Ohodnocovanie duševného vlastníctva*. Šoporňa: Ľuboš Janica, 2009, 176 s. ISBN 978-80-970304-7-4.
8. Mrázová, M. (2012). Zvýšenie konzistentnosti a zlepšenie kvality informácií a podkladov pre znaleckú činnosť v odvetví „duševné vlastníctvo“. In *Prieniky znaleckých odborov v procese znaleckého dokazovania*. Žilina: Žilinská univerzita, 2012. ISBN 798-80-554-0501-8.
9. Macgregor, Pelikánová, R. (2019a). *Harmonization of the protection against misleading commercial practices: ongoing divergences in Central European countries*. *Oeconomia Copernicana*, 10(2), 239–252. doi: 10.24136/oc.2019.012.
10. Macgregor, Pelikánová, R. (2019b). R&D expenditure and innovation in the EU and selected member states. *JEMI – Journal of Entrepreneurship, Management and Innovation*, 2019, 15(1):13-33. doi: 10.7341/20191511.
11. Metodický pokyn k odpočtu výdavkov (nákladov) na výskum a vývoj podľa §30c zákona č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov
12. OECD (2015). *FrascatiManual 2015: GuidelinesforCollecting and ReportingData on Research and ExperimentalDevelopment, TheMeasurement of Scientific , Technological*

- and InnovationActivities. OECD Publishing, Paris, [online]. [cit. 2020-10-01]. Dostupné na: <https://doi.org/10.1787/9789264239012-en>
13. Opatrenie MFSR č. 23054/2002-92 (2020). Opatrenie Ministerstva financií SR č. 23054/2002-92 zo 16. decembra 2002, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva. Novelizované opatrenie č. MF/017028/2018-74 s účinnosťou od 1. februára 2019 (Oznámenie č. 395/2018 Z. z.)
 14. Operačný program výskum a inovácie 2014-2020 (2020). Dostupné na: https://www.opvai.sk/media/11564/opvai_programovydokument_final.pdf
 15. Turečková, K. and J. Nevima (2020). The Cost Benefit Analysis for the Concept of a Smart City: How to Measure the Efficiency of Smart Solutions? *Sustainability*, 12(7). doi: 10.3390/su12072663.
 16. Zákon č. 595/2003 Z. z. (2020). Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.
 17. Zákon č. 172/2005 (2020). Zákon č. 172/2005 Z. z. o organizácii štátnej podpory výskumu a vývoja a o doplnení zákona č. 575/2001 Z. z. o organizácii činnosti vlády a organizácii ústrednej štátnej správy v znení neskorších predpisov.

Dôležitosť audítorských dôkazov pre závery audítora v čase globálneho vývoja

The Importance of Audit Evidence for Auditor's Conclusions in a Time of Global Development

Veronika Kňazková¹

Abstrakt

Neustály vývoj v súčasnom digitalizovanom svete vedie k rastúcemu využívaniu technológií pri audite so zameraním na analýzu údajov. Pomocou automatizovaných nástrojov a techník môže audítor efektívne získať audítorské dôkazy. Z uvedeného je cieľom predmetného článku objasniť dôležitosťou dôkazov získaných audítorom pri audite účtovnej závierky, ktoré umožnia audítorovi dospieť k primeraným záverom, na základe ktorých stavia svoj názor. Pri získavaní audítorských dôkazov postupuje audítor v kontexte medzinárodného audítorského štandardu ISA 500 - Audítorské dôkazy, ktorý chce Rada IAASB revidovať, aby poskytla aktualizované informácie o postupe prác a potenciálnych problémoch, ktoré sa zohľadňujú pri výkone auditu v kontexte ISA 500. Objektom skúmania je teda ISA 500, ktorý prispieva k získaniu dostatočných a vhodných audítorských dôkazov na globálnej úrovni. V rámci východiskovej časti prezentujem teoretické východiska danej problematiky a inštitúcie, ktoré sú primárne zodpovedné za revidovanie a novelizovanie medzinárodných audítorských dôkazov. V rámci procedurálnej časti sa zameriavam na analýzu ISA 500, pričom prezentujem významné oblasti predmetného štandardu a na záver vyhodnotím proces revízie.

Kľúčové slová

audítorské dôkazy, audítorské postupy, profesionálny skepticizmus, revízia

Abstract

Constant development in today's digitized world leads to the growing use of technology in audit with a focus on data analysis. Using automated tools and techniques, the auditor can effectively obtain audit evidence. From the above, the purpose of this article is to clarify the importance of the evidence obtained by the auditor in the audit of the financial statements, which will enable the auditor to reach reasonable conclusions on which to base his opinion. In obtaining audit evidence, the auditor proceeds in the context of International Auditing Standard ISA 500. Audit evidence that the IAASB wishes to revise to provide updated information about the progress of work and potential issues that are considered in performing the audit in the context of ISA 500. ISA 500 is therefore under review, which contributes to obtaining sufficient appropriate audit evidence at a global level. In the introductory part, I present the theoretical basis of the issue and the institutions that are primarily responsible for reviewing and amending international audit evidence. In the procedural part, I focus on the analysis of ISA 500, presenting important areas of the standard and finally evaluating the revision process.

Keywords

audit evidence, audit procedures, professional skepticism, revision

JEL classification

JEL M4, JEL M42

¹ Ing. Veronika Kňazková, PhD, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, Bratislava, e-mail. – veronika.knazkova@euba.sk

1 Úvod

Audit je veľakrát považovaný za súčasť účtovníctva, nakoľko sa často sleduje v rámci náplne predmetu účtovníctva. Audit a účtovníctvo spolu veľmi úzko súvisia, pretože ho vykonávajú audítori, ktorí sú v prvom rade účtovníkmi. Ide však o odlišné vedné disciplíny s rôznymi základňami a znalosťami. (Ricchiute, 2008) Každá účtovná jednotka je povinná viesť účtovníctvo počas svojej existencie odo dňa svojho vzniku do dňa svojho zániku a zostavovať účtovnú závierku v zmysle zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve (Zuzana Juhászová, Ján Užík, Miloš Tumpach, Zuzana Kubaščíková, 2018), pričom predmetný zákon niektorým účtovným jednotkám ukladá povinnosť overenia účtovnej závierky audítorom. Keďže audítor overuje účtovnú závierku, ktorá je finálnym výstupom účtovníctva, musí audítor poznať účtovné zásady a účtovnú prax. (Ricchiute, 2008) Účtovníctvo je dôležitým zdrojom informácií nielen pre externých používateľov (Parajka, 2016), (Máziková, Ondrušová, 2014) ale aj pre interných používateľov z dôvodu prijímania relevantných informácií (Parajka, 2015), (Ondrušová, Máziková, 2016) pričom sú ich informačné potreby značne odlišné. (Kubaščíková, Pakšiová, 2015) V súčasnosti je veľmi často diskutovanou problematikou efektívnosť vykazovania informácií z účtovníctva, ktoré dotvárajú celkový obraz o účtovnej jednotke, ktorá zverejňuje výročnú správu, účtovnú závierku alebo iné správy (napríklad správu audítora). (Mokošová, 2016) K zvyšovaniu efektívnosti, účinnosti a predovšetkým kvality vykazovaných informácií môže prispieť kvalitne vykonaný audit, ktorého výstupom je prezentovanie názoru na účtovnú závierku v správe audítora, ku ktorému audítor dospeje na základe získaných audítorských dôkazov. Audítorské dôkazy tak predstavujú východisko záverov audítora. (Kareš, 2010)

2 Audítorské dôkazy ako nevyhnutnosť auditu

V dôsledku procesu globalizácie narastá úloha auditu v snahe efektívne riešiť situácie, pri ktorých práve manažment zodpovedný za riadenie, prosperitu a rozvoj účtovnej jednotky, nedokáže využiť svoj potenciál (Kubaščíková, Z., Pakšiová, R., 2015). Práve audítor kvalitne vykonaným auditom môže mnohé operácie v účtovnej jednotke objektívne vyhodnotiť. Je nevyhnutné, aby v tejto súvislosti získal dôkazy, na základe ktorých môže vyvodiť relevantné a adekvátne závery. Audítorské dôkazy teda predstavujú nevyhnutnú a dôležitú oblasť auditu predstavujúcich základ záverov audítora v snahe zvyšovať transparentnosť finančného vykazovania na globálnej úrovni. Audítorské dôkazy získava audítor vo všetkých fázach auditu uplatnením relevantných audítorských postupov. (Kareš, 2014) Aj keď rôzne informácie môžu mať určitý vplyv na rozhodovací proces audítora, je potrebné vyhodnotiť kvantitu aj kvalitu audítorských dôkazov. (Zuca, 2013) Úlohou audítora je získať dostatočné a vhodné audítorské dôkazy o tom, že účtovná závierka neobsahuje významné nesprávnosti a je zostavená v súlade s platným rámcom finančného vykazovania. O tom, či audítori získali dostatočné a vhodné audítorské dôkazy pri formulovaní názoru audítora, rozhodne niekoľko faktorov, ako napríklad *typ dôkazu, kvalita dôkazov, množstvo dôkazov a napokon aj audítorské postupy realizované za účelom získavania dôkazov.*

Obr. 1 Typy dôkazov


 Zdroj: <https://accountinguide.com/audit-evidence/>

Pri vykonávaní auditu môžu audítori získať dôkazy rôznych typov z rôznych zdrojov informácií. Dôkazy možno získať *generovaním audítora*, z *externých zdrojov*, *interných zdrojov*, *v písomnej forme a vo forme originálov*. Dôkazy generované audítormi predstavujú dôkazy získané priamo audítormi, ako napríklad opätovné vykonanie alebo prepočet, ktoré sú spoľahlivejšie ako dôkazy získané odvodením. Audítori vygenerovali dôkazy, ako napríklad dodržanie kontrolných postupov zo strany klienta. *Externé dôkazy* predstavujú dôkazy získané z externého zdroja, ktoré sú vďaka svojej nezávislosti na klientovi spoľahlivejšie ako informácie interne generované. Externé dôkazy poskytuje napríklad bankový výpis vydaný klientom bankou. *Interné dôkazy* predstavujú dôkazy o dobrom systéme vnútornej kontroly, ktoré sú spoľahlivejšie ako dôkazy o zlej vnútornej kontrole. Príkladom je správa o prijatí klienta. *Písomné dôkazy* predstavujú písomné informácie získané vo forme dokumentu, ktoré sú spoľahlivejšie ako informácie získané ústne. Príkladom je vysvetlenie klienta k určitému kontrolnému postupu. *Originálne dôkazy* sú spoľahlivejšie ako dôkazy z kopírovaného dokumentu.

3 Audítorské dôkazy v kontexte audítorských štandardov

V dôsledku procesu digitalizácie sa audit stáva nevyhnutnosťou najmä z dôvodu, že vlastníkom poskytuje istotu, že pri prijímaní svojich rozhodnutí využívajú spoľahlivé informácie. Istotu u vlastníkov zvyšuje audítor formuláciou svojho názoru na informácie prezentované v účtovnej závierke a jeho prezentáciou prostredníctvom správy audítora. Aby mohol audítor vyjadriť svoj názor, musí získať dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, ktoré vedú ku záverom, na základe ktorých audítor formuluje svoj názor. Pri získavaní audítorských dôkazov sa audítor riadi primárne medzinárodným audítorským štandardom **ISA 500 - Audítorské dôkazy** (ďalej len „ISA 500“), ktorý sa zaoberá *zodpovednosťou audítora za navrhovanie a vykonanie audítorských postupov na získanie audítorských dôkazov, aby bolo možné vyvodit' primerané závery, na základe ktorých možno stavať názor audítora*. (IFAC 2016-2017) V zmysle ISA 500 je povinnosťou audítora navrhnúť a vypracovať audítorské postupy, aplikáciou ktorých získa dostatočné a vhodné audítorské dôkazy. Audítorské dôkazy (angl. Audit evidence) podľa ISA 500 predstavujú „informácie, ktoré vedú k záverom, na ktorých je založený názor audítora“. Ide nielen o informácie obsiahnuté v účtovných záznamoch predstavujúcich základ zostavenia účtovnej závierky, ale aj informácie získané z iných zdrojov, napríklad z prechádzajúcich auditov alebo firemných postupov kontroly kvality na akceptáciu klienta a pokračovanie vzťahu s nim. Významným zdrojom audítorských dôkazov sú účtovné záznamy účtovnej jednotky. Ako audítorské dôkazy možno použiť informácie vypracované na základe práce experta nominovaného manažmentom. K

audítorským dôkazom patria informácie podporujúce a potvrdzujúce tvrdenia manažmentu ako aj informácie, ktorú sú s týmito tvrdeniami v rozpore.

3.1 Dostatočnosť a vhodnosť audítorských dôkazov

Audítorské postupy aplikované na získanie audítorských dôkazov zahŕňajú *pozorovanie, preskúmanie, potvrdenie, prepočet, analytické postupy a opakované vykonávanie*. Aplikáciou audítorských postupov získava audítora dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, ktoré umožňujú znížiť riziko auditu, (Mentz, M., Barac K. & Odendaal, E., 2018), t. j. riziko, že audítora vyjadri nesprávny názor, keď účtovná závierka obsahuje významné nesprávnosti, na prijateľne nízku úroveň. Dostatočnosť a vhodnosť audítorských dôkazov vzájomne súvisia, pričom:

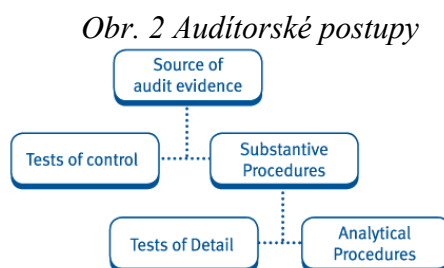
- a) **dostatočnosť** je meradlom kvantity audítorských dôkazov, ktorých získavanie je ovplyvnené tým, ako audítora posúdi riziká nesprávností ako aj kvalitou získaných dôkazov,
- b) **vhodnosť** audítorských je mierou kvality audítorských dôkazov, teda relevantnosťou a spoľahlivosťou dôkazov z hľadiska podpory záverov, o ktoré sa opiera názor audítora. Pri posudzovaní dostatočnosti a vhodnosti audítorských dôkazov sa audítora riadi ISA 330 za účelom znižovania rizika auditu na prijateľne nízku úroveň s uplatnením odborného úsudku. V tejto súvislosti možno za *relevantné faktory*, ktoré audítora uplatňuje pri odbornom úsudku týkajúcom sa otázky, či získal dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, považovať v kontexte ISA 200:
 - charakter audítorských postupov,
 - včasnosť finančného vykazovania,
 - včasnosť vyváženosti prínosov a nákladov (IFAC 2016-2017).

Audítorské dôkazy možno získať z rôznych zdrojov v snahe zistiť konzistentnosť účtovných záznamov s účtovnou závierkou. Audítora môže získať audítorské dôkazy previerkou, analýzou, ale aj opätovným vykonaním postupov uplatnených v procese finančného vykazovania. Za účelom vyvodenia relevantných záverov možno audítorské dôkazy posudzovať jednotlivo alebo konzistentne, pričom práve konzistentné audítorské dôkazy poskytujú vyššie uistenie, že účtovná závierka neobsahuje nesprávnosti, ktoré by mohli byť významné. Príkladom zvýšenia miery uistenie je získanie informácií zo zdroja, ktorý je nezávislý od účtovnej jednotky. Môže ísť o potvrdenia od tretích osôb, správy analytikov prípadne porovnávacie údaje.

3.2. Audítorské postupy získavania audítorských dôkazov

Audítora získava audítorské dôkazy vykonaním audítorských postupov zahrňujúcich:

- a) postupy posudzovania rizík,
- b) postupy pozostávajúce z testy kontrol a substantívnych postupov zahrňujúcich testy detailov a substantívne analytické postupy.



Zdroj: <https://kfknowledgebank.kaplan.co.uk/acca/chapter-7-audit-evidence>

Charakter a časové rozvrhnutie audítorských postupov ovplyvňuje skutočnosť, že účtovné záznamy a informácie môžu byť v elektronickej verzii, napr. nákupné objednávky alebo faktúry v prípade elektronickeho obchodovania. Existuje tu však riziko, že elektronicke informácie sa po určitom čase nemusia dať získať, napríklad ak neexistuje záložný zdroj. Audítora získava dostatočné a vhodné dôkazy:

- *preskúmaním* možno získať audítorské dôkazy zo záznamom v papierovej či elektronickej forme s rôznym stupňom spoľahlivosti v závislosti od kontrol zameraných na ich vytváranie. Niektoré záznamy poskytujú priame dôkazy o existencii majetku, napríklad akcie, avšak neposkytujú dôkazy o vlastníctve či ocenení majetku.
- *pozorovaním* rozumieme sledovanie procesu alebo postupu, ktorý vykonávaná iná osoba, napríklad pozorovanie audítora zamestnancov pri výkone fyzickej inventúry. Pozorovaním možno získať dôkazy o vykonanom procese alebo postupe, pričom sa obmedzuje na časový úsek, počas ktorého sa vykonáva.
- *externými potvrdeniami*, ktoré predstavujú dôkaz, ktorý audítora získava v písomnej forme od tretej osoby zaslanej priamo audítora či už v papierovej, elektronickej alebo inej forme. Ako príklad možno uviesť odsúhlasenie zostatkov účtov, napríklad odsúhlasenie pohľadávok či záväzkov.
- *prepočítavaním* možno získavať dôkazy manuálne alebo elektronicke s cieľom prekontrolovať matematickú správnosť záznamov.
- *opakovaným vykonávaním* predstavuje vykonávanie postupov a kontrol, ktoré audítora vykonáva nezávisle od pôvodne naplánovaných a vykonaných postupov.
- *analytickými postupmi* možno získať dôkazy na vyhodnotenie finančných údajov na základe analýzy prijateľnosti vzťahov medzi finančnými či nefinančnými údajmi. Analytické postupy majú pri audite účtovnej závierky nezastupiteľnú úlohu pretože pomáhajú zefektívniť audit účtovnej závierky. Analytické postupy zahŕňajú potrebu preskúmať zistené výkyvy alebo vzťahy, ktoré nie sú v súlade s ďalšími informáciami alebo ktoré sa významne líšia od očakávaných hodnôt. (IFAC 2016-2017) Využitie analytických postupov prináša spoľahlivejšie výsledky v prípade, že existuje silný a efektívny systém vnútornej kontroly implementovaný v účtovnej jednotke. Môžu byť rôzne metódy používané na vykonávanie analytických postupov, od jednoduchého porovnania až po zložité analýzy pomocou moderných štatistických metód. (Krišková, Užík, 2017) Postup, ktorý zvolí audítora, je založený na jeho profesionálnom úsudku. (Krišková, Užík, 2018)
- *získavanie informácií* predstavuje získavanie finančných a nefinančných údajov počas celého auditu, či už formálnymi alebo neformálnymi spôsobmi.

3.3 Relevantnosť a spoľahlivosť audítorských dôkazov

Pri získavaní audítorských dôkazov v kontexte ISA 500 musí audítora posúdiť **relevantnosť a spoľahlivosť** informácií použitých ako audítorské dôkazy. **Relevantnosť** sa zaoberá logickou súvislosťou medzi účelom audítorského postupu a vplyvom naň. Relevantnosť významne ovplyvňuje smer testovania. Napríklad ak audítora testuje záväzky na nadhodnotenie z hľadiska existencie alebo ocenenia, môže testovanie zaúčtovaných záväzkov predstavovať relevantný audítorský postup. Ak audítora testuje záväzky na podhodnotenie z hľadiska ocenenia alebo existencie, testovanie by nebolo relevantné, relevantné by bolo testovanie uhradených faktúr, potvrdení od dodávateľov. Platí však, že audítorské postupy môžu byť zdrojom dôkazov relevantných len pre niektoré tvrdenia. Napríklad preskúmaním inkasovaných pohľadávok možno získať dôkazy o ich existencii či ocenení, avšak nemožno jednoznačne získať dôkaz o ich správnom zaúčtovaní do príslušného účtovného obdobia. (IFAC 2016-2017)

Spôľahlivosť audítorských dôkazov ovplyvňuje zdroj, charakter informácií, okolnosti, za ktorých sa informácie získali. Existuje veľa okolností, ktoré ovplyvňujú spoľahlivosť informácií. Napríklad získavanie informácií od nezávislého externého zdroja nemusia byť spoľahlivé v prípade, že zdroj je nedostatočne informovaný, prípadne keď je expert nominovaný audítorom neobjektívny. Všeobecne platí, že audítorské dôkazy:

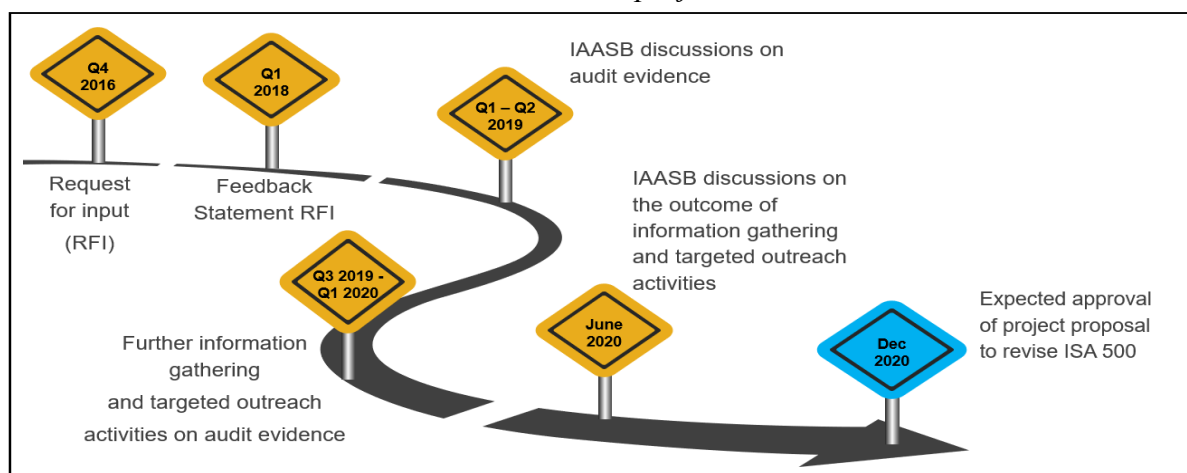
- získané z nezávislého zdroja mimo účtovnú jednotku sú spoľahlivejšie,
- vytvorené interne sú spoľahlivé ak kontroly zavedené na ich získavanie fungujú účinne,
- získané priamo napríklad pozorovaním sú spoľahlivejšie ako dôkazy získané nepriamo uplatnením dedukcie,
- získané v papierovej, elektronickej alebo inej formu sú spoľahlivejšie než audítorské dôkazy získané ústne,
- vo forme originálov sú spoľahlivejšie ako dôkazy získané z fotokópií prenesených do elektronickej formy.

Zostavenie účtovnej závierky si môže vyžadovať zapojenie práce experta z iného odboru ako je účtovníctvo či audítorstvo napríklad v prípade aktuárskych výpočtov alebo ocenenia. V takomto prípade audítor vyhodnotí **spôsobilosť, schopnosť a objektívnosť** experta z takých oblastí, aby získal odborné poznatky nevyhnutné na vypracovanie účtovnej závierky. Ak by ich nezískal, zvýšilo by sa riziko významnej nesprávnosti. Spôsobilosť experta sa vzťahuje na charakter a úroveň odborných znalostí experta. Schopnosť súvisí s vlastnosťou experta, vďaka ktorej vie danú spôsobilosť uplatniť za daných okolností. Existujú faktory ohrozujúce schopnosť experta ako napríklad geografická poloha alebo dostupné zdroje. Objektívnosť sa vzťahuje na možné vplyvy zaujatosti, konfliktu záujmu alebo vplyvu iných osôb na odborný úsudok experta. Spôsobilosť, schopnosť, objektívnosť predstavujú významné faktory vo vzťahu k spoľahlivosti informácií, ktoré expert vypracuje. Pri vyhodnotení spôsobilosti, schopnosti, objektívnosti experta možno za relevantné faktory považovať či prácu experta upravujú technické, etické štandardy alebo zákon či predpis. Objektívnosť môže ohroziť hrozba vyplývajúca zo súkromného záujmu, lobizmu, zastrašovania. Eliminovať ich možno práve zapojením prác experta nominovaného manažmentom ako aj kontrolou kvality. Hrozba objektívnosti je prítomná vždy, pretože vzniká na základe zamestnaneckého vzťahu medzi účtovnou jednotkou a expertom, nakoľko hrozba zastrašovania môže byť menej významná v prípade experta, ktorého účtovná jednotka angažovala, než v prípade zamestnaného experta. K vzniku hrozby môžu viesť finančné záujmy, obchodné a osobné vzťahy, poskytovanie iných služieb.

4 Projekt návrhu revízie ISA 500

Predmetný štandard bol vydaný v roku 2008 ako súčasť revízií Rady IAASB zameraných na zlepšenie prehľadnosti a zrozumiteľnosti medzinárodných audítorských dôkazov. V roku 2018 boli urobené zhodné a následné zmeny a doplnenia štandardu ako súčasť projektu revízie ISA 540 – Audit účtovných odhadov vrátane účtovných odhadov reálnej hodnoty a súvisiace zverejnenia. V súčasnosti mnohé audítorské štandardy prechádzajú procesmi revízie za účelom vývoja vysoko kvalitných audítorských štandardov, ktorých prijatie a uplatnenie je vo verejnom záujme. V prípade ISA 500 pracovná skupina pre audítorské dôkazy (angl. Audit Evidence Working Group – ďalej len „AEWG“) pripravili návrh revízie predmetného štandardu so zameraním na poskytnutie aktuálnych informácií o postupe prác a problémoch, ktoré sa pri revízií ISA zohľadňujú. Na obrázku č. 3 ilustrujem súhrn časovej osi projektu a plánu do dátumu očakávaného schválenia návrhu projektu na revíziu ISA 500: (IAASB, 2020)

Obr. č. 3 Časová os návrhu projektu revízie ISA 500



Zdroj: <https://www.iasb.org/publications/project-update-isa-500-audit-evidence>

V období, keď sa globálny spôsob podnikania vyvíjal a komplikoval, neboli urobené žiadne aktualizácie ISA 500. Avšak, vývoj v oblasti technológií ovplyvnil to, ako subjekty fungujú a spracúvajú informácie. Vývoj technológií súčasne ovplyvnil aj to, ako sa vykonávajú audity, respektíve používajú analýzy údajov, strojové učenie a umelá inteligencia. Faktory, ako veľké dáta a sociálne médiá ovplyvnili zdroje a objem informácií, ktoré majú subjekty a audítori k dispozícii. Vzhľadom na vyvíjajúce sa využívanie technológií audítorami Rada IAASB v decembri 2016 zverejnila *Žiadosť o skúmanie rastúceho využívania technológií pri audite*, so zameraním na analýzu údajov, pričom jej súčasťou boli identifikované a preskúmané rôzne problémy a výzvy spojené s využitím údajov pri výkone auditov. Rada IAASB vydala v januári 2018 vyhlásenie o spätnej väzbe skúmania rastúceho využívania technológií pri audite pričom medzi kľúčové aspekty správy patrilo vyhlásenie, že štandardy ISA nie sú porušené a mali by zostať založené na princípoch a súčasne musia odrážať digitalizáciu v aplikačných materiáloch. Okrem toho boli vyjadrené konkrétne názory v súvislosti s témou auditorských dôkazov, medzi ktoré patria: (IAASB, 2020)

- zdôraznenie potreby uplatnenia profesionálneho skepticizmu pri používaní analýzy údajov,
- objasnenie toho, ako použitie analýzy údajov prispieva k získaniu auditorských dôkazov, nakoľko analýza veľkých dát môže zvýšiť účinnosť a efektívnosť (Goosen, R., Olet van Dyk, H. (2017) auditov finančných výkazov (Cao, M.; Chychyla, R.; Stewart, T. (2015)),
- zdôraznenie dôležitosti zdroja a kvality použitých údajov a výziev pri posudzovaní relevantnosti a spoľahlivosti interných aj externých údajov.

Rada IAASB následne v januári 2019 poverila AEWG, s cieľom identifikovať a preskúmať možné problémy súvisiace s auditorskými dôkazmi a technológiou auditu v kontexte štandardov ISA predovšetkým ISA 500, vypracovať odporúčania pre ďalšie možné opatrenia. AEWG vypracovala prvotný zoznam možných problémov týkajúcich sa zohľadnenia auditorských dôkazov zahŕňajúci:

- zmeny v zdroji informácií a s spôsobe ich spracovania, oznamovania, používania,
- neustály vývoj v oblasti technológií; a
- uplatňovanie profesionálneho skepticizmu.

AEWG následne predstavila v júni 2019 prvotný zoznam problémov a možných opatrení na riešenie zistených problémov. Pri stanovovaní toho, či je potrebné revidovať ISA 500 a

prípadne ďalšie štandardy, bolo potrebné ďalšie zhromažďovanie informácií, ktorých charakter a rozsah boli zachytené v pracovnom pláne dôkazov o audite a zahŕňali: (IAASB, 2020)

- a) cielený dosah na zainteresované strany
- b) analýzu projektu Audit Evidence of the American Institute of Certified Public Accountants;
- c) preskúmanie akademického výskumu v oblasti dôkazných prostriedkov;
- d) zváženie stratégie IAASB na roky 2020 - 2023 a pracovného plánu na roky 2020 - 2021;
- a
- e) zváženie činností pracovnej skupiny profesionálneho skepticizmu, najmä jej práce v súvislosti s výzvou IAASB na pripomienkovanie a zvyšovaním kvality auditu vo verejnom záujme.

Na svojom zasadnutí v júni 2020 IAASB diskutovala o výsledkoch zhromažďovania informácií AEWG a cieľných informačných aktivitách, ktoré obsahovali aktualizovaný zoznam problémov týkajúcich sa audítorských dôkazov. Súčasťou správ boli:

- problémy, ktoré v praxi spôsobujú najväčšie ťažkosti, všeobecne úzko súviseli s informáciami, ktoré sa majú použiť ako audítorské dôkazy, vyhodnotením toho, či sa získali dostatočné a vhodné audítorské dôkazy, a definíciami „dostatočnosti“ a „primeranosti“. Vývoj technológie ďalej priniesol ďalšie výzvy v súvislosti s hodnotením, či sa získal dostatok vhodných audítorských dôkazov.
- bez ohľadu na technologický vývoj sa vo svetle pandémie COVID-19 ďalej zdôrazňuje dôležitosť mnohých identifikovaných problémov s audítorskými dôkazmi.

Projekt na revíziu ISA 500 vrátane zodpovedajúcich a následných zmien a doplnení ďalších ISA bol všeobecne označený ako želaný prístup zainteresovaných strán k riešeniu identifikovaných problémov s audítorskými dôkazmi. AEWG v súlade s tým odporučila a rada podporila uprednostnenie tých problémov, ktoré priamo súviseli s projektom revízie ISA 500 a vykonaním iba zodpovedajúcich a následných zmien a doplnení súvisiacich štandardov.

AEWG je v súčasnosti v procese vypracovania návrhu projektu, ktorý sa zameria na prioritizáciu problémov a rozsah projektu revízie ISA 500. Správna rada zváži a prediskutuje návrh projektu na svojom zasadnutí v decembri 2020 so zameraním na nasledujúce kľúčové záležitosti verejného záujmu ako sú:

- zmeny v informáciách, ktoré používajú audítori, vrátane povahy a zdroja informácií;
- digitalizácia pri uplatnení ISA 500,
- zachovanie profesionálneho skepticizmu pri rozhodovaní o informáciách, ktoré sa majú použiť ako audítorské dôkazy, a pri hodnotení, či boli získané dostatočné a vhodné audítorské dôkazy.

Rozpis položiek týkajúcich sa audítorských dôkazov, ktoré sú v rozsahu tohto projektu, bol vyňatý z materiálov agendy výboru, ktoré boli prerokované na zasadnutí IAASB v júni 2020 a sú prístupné.

5 Záver

Nevyhnutným predpokladom vykonania auditu je získanie audítorských dôkazov aplikáciou vhodne zvolených audítorských postupov. Audítor sa pri ich získavaní riadi ISA 500, ktorý je návodom pre audítora, ako postupovať pri získavaní dostatočných a vhodných dôkazov, pričom však nerieši niektoré kľúčové záležitosti, resp. problémy sprevádzajúce ich získavanie. Potenciálnymi problémami sú zdroje informácií ako aj zmeny v spôsobe ich spracovania, oznamovania, používania, neustály vývoj v oblasti technológií a v neposlednom

rade uplatňovanie profesionálneho skepticizmu. Tu vzniká priestor na revíziu ISA 500. V rámci procesu revízie by sa mali vyriešiť nasledovné skutočnosti:

- v otázke účelu predmetného štandardu by sa mal vymedziť rozsah, resp. vzťah s inými ISA, nakoľko napr. predmetný štandard v odseku 4 naznačuje cieľ audítora spočívajúci v navrhnutí a vykonaní audítorských postupov na získanie dostatočných a vhodných audítorských dôkazov a v odseku 6 vyžaduje, aby tieto postupy navrhol a vypracoval.
- definícia „dostatočné a vhodné“ audítorské dôkazy nie je vhodná, mala by sa v rámci procesu revízie pozmeniť, aby bola jasná a priama,
- v oblasti získavania dôkazov z externých alebo interných zdrojov môže dôjsť k spochybňovaniu vhodnosti informácií získaných z týchto zdrojov, pričom sa možno spoliehať na niektoré zdroje bez uplatnenia profesionálneho skepticizmu. Môže dôjsť k nejasnostiam, pokiaľ ide o to, kedy je zdrojom informácií organizácia poskytujúca služby, a teda keď sa uplatňuje ISA 402. Napríklad v prípade informácií generovaných prostredníctvom blockchainu. Objavili sa otázky, či by bolo možné blockchain považovať za službu tretej strany organizácie a či je súčasťou informačného systému subjektu, ktorý je relevantný z finančného hľadiska.
- pri určení dostatočnosti a vhodnosti dôkazov zhodnotiť, či by všetky získané dôkazy mali byť rovnako prísne posudzované z hľadiska relevantnosti a spoľahlivosti.
- ISA 500 by mal dôraznejšie, spoľahlivejšie reagovať na požiadavku uplatňovania profesionálneho skepticizmu. Určité zlyhania auditu poukazujú na obavy z vhodnosti profesionálnej skepsy audítorov. Patria sem obavy z nedostatku vhodného profesionálneho skepticizmu audítora, ktoré vyplývajú z nedostatku objektivity, a teda zo zaujatosti v hľadaní dôkazov skôr ako tvrdenia manažmentu (konzistentné alebo potvrdzujúce dôkazy), než v rozpore s tvrdeniami manažmentu.

Z uvedeného vyplýva, že pri analýze ISA 500 sa otvára veľký priestor na revíziu, novelizáciu predmetného štandardu. Mám za názor, že revidovaním ISA 500 možno prispieť k zvýšeniu kvality a zrozumiteľnosti medzinárodných audítorských štandardov prijatých, akceptovaných a implementovaných na medzinárodnej úrovni. Audítor uplatnením revidovaného ISA 500 bude môcť získať dostatočné a vhodné dôkazy, z ktorých môže následne vyvodiť relevantné a adekvátne závery a formulovať svoje názory na informácie prezentované v účtovnej závierke a prezentovať ich v správe audítora.

Literatúra

1. Cao, M.; Chychyla, R.; Stewart, T. (2015). Big Data Analytics in Financial Statement Audits.
2. *Accounting Horizons* (2015) Volume 29, Issue 2: 423–429. Dostupné online: <https://doi.org/10.2308/acch-51068>
3. Goosen, R., Olet van Dyk, H. (2017) *Developing an internal audit planning framework at a strategic level by integrating continuous auditing procedures related to automated controls (part I)* Southern African Journal of Accountability and Auditing Research, Volume 19 Number 1, Dec 2017, p. 59 – 70
4. IAASB. (2020) PROJECT UPDATE: ISA 500, AUDIT EVIDENCE. 2020. Dostupné: <https://www.iaasb.org/publications/project-update-isa-500-audit-evidence>
5. IFAC. (2016_2017). Handbook of International Quality Control, Auditing, Review, Other Assurance, and Related Services Pronouncements.
6. Juhászová, Z., Užík, J., Tumpach, M., Kubaščíková, Z. (2018) *What is the price for audit? Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace*, Janské Lázně 2018. Dostupné: <http://kuaa.sk/uploads/What%20is%20the%20Price%20for%20Audit.pdf>

7. Kareš, L. (2010). *Auditorstvo*. 103-127. Bratislava: IURA EDITION.
8. Kareš, L. (2014). *Auditorské postupy*. 11-29, 1. vyd. Bratislava: Wolters Kluwer
9. Krišková, P. & Užík, J. (2017). *Professional skepticism in statutory audit under conditions of increasing requirement on the relevance of accounting information*. Dostupné: <http://kuaa.sk/index?rok=2017&kniha=13>.
10. Krišková, P., Užík, J. (2018) *Analytical procedures*. Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace. Janské Lázně 2018. Dostupné: <http://kuaa.sk/uploads/Analytical%20procedures.pdf>
11. Kubaščíková, Z., Pakšiová, R. (2015). *Impact of accounting standards on the results of financial analysis*. IFRS: global rules & local use: proceedings of the 3rd international scientific conference: Prague, october 8–9, 2015: Anglo-American University, Prague - Czech Republic. Prague: Anglo-American University, 2015, , 150-155. ISBN 978-80-260-8676-5.
12. Máziková, K. & Ondrušová, L. (2014). *Valuation of transaction between related parties and ethical behavior of managers and investors. Ethics as an essential condition for sustainable economic development : proceeding of scientific papers (pp. 51-56)*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
13. Mentz, M., Barac K. & Odendaal, E., 2018, 'An audit evidence planning model for the public sector', *Journal of Economic and Financial Sciences* 11(1), a166. <http://dx.doi.org/10.4102/jef.v11i1.166>
14. Mokošová, D. (2016). *Effectiveness of international reporting*. Účetnictví a auditing v procesu světové harmonizace. Vranov nad Dyjí. 2016. Dostupné: <http://kuaa.sk/uploads/Effectiveness%20of%20international%20reporting.pdf>
15. Ondrušová, L., Máziková, K. (2016). *The revaluation at fair value in merger*. Conference: International Scientific Conference on Accounting and Auditing in the Process of International Harmonization Location: Vranov nad Dyji, CZECH REPUBLIC Date: SEP 13-15, Published: 2016
16. Parajka, B. (2015) *Are information needs of financial entities served by financial statements in the Slovak Republic*. In Financial management of firms and financial institutions. International scientific conference. Financial management of firms and financial institutions : proceedings : 10th international scientific conference : 7th - 8th september 2015, Ostrava, Czech Republic [elektronický zdroj]. - Ostrava : VŠB - Technical university of Ostrava. s. 950-957
17. Parajka, B. (2016). *Micro Accounting Entities in the Slovak Republic – A Year After an Introduction*. In *Strategic management, Vol. 21, No. 3., ISSN 2334-6191, p. 45-48*.
18. Tumpach, M, Manová, E., Meluchová, J. 2014. *Relevantnosť národného podnikového finančného výkazníctva v Slovenskej republike z pohľadu veriteľov ako nepriviligovaných používateľov*. Ekonomický časopis: časopis pre ekonomickú teóriu, hospodársku politiku, spoločensko-ekonomické prognózovanie = journal for economic theory, economic policy, social and economic forecasting. Bratislava: Ekonomický ústav SAV: Prognostický ústav SAV, 2014, 62(5), 495-507. ISSN 0013-3035.
19. Zuca, S. (2013) *Audit evidence – necessity to qualify a pertinent opinion*. 7th International Conference on Globalization and Higher Education in Economics and Business Administration, GEBA 2013 Romanian-American University, Expozitiei Boulevard, No.1B, Bucharest

Dopad koronavírusu na slovenskú ekonomiku. Rýchly odhad HDP

Impact of coronavirus on Slovak economy. Short term forecast of GDP

Silvia Komara¹

Abstrakt

Prepuknutie koronavírusu paralyzovalo ako slovenskú tak aj globálnu ekonomiku. Svetové ekonomiky sa dostali do recesie a opakovaný návrat a nástup druhej vlny ju ešte viac prehĺbia. Preto rýchle odhady vývoja ekonomiky sú dôležité pre následné rýchle reakcie politikov pri tvorbe potrebných opatrení a tvorbe hospodárskej politiky. Ekonomický rast Slovenskej republiky budeme posudzovať pomocou základnej makroekonomickej veličiny hrubý domáci produkt a ako modelový aparát pre tvorbu rýchleho odhadu HDP využijeme koncept ARIMA modelov.

Kľúčové slová

ARIMA model, HDP, Covid-19, prognóza

Abstract

The outbreak of coronavirus paralyzed both the Slovak and global economies. The world economies have entered a recession and the repeated return and onset of the second wave will deepen it even more. Therefore, short-term forecasts of economic development are important for the subsequent reactions of politicians in making the necessary measures and economic policy.

We will assess the economic growth of the Slovak Republic using the basic macroeconomic indicator - the gross domestic product (GDP) and we will use the concept of ARIMA models as a model apparatus for creating short term GDP estimates.

Key words

ARIMA model, GDP, Covid-19, forecast

JEL classification

C22

1 Úvod

Kríza vyvolaná pandémiou koronavírusu sa podpíše v najbližších rokoch aj na vývoji slovenskej ekonomiky. Nákaza prepisuje celosvetové štatistiky a mení aj makroekonomickú prognózu Slovenska. Odhadnúť celkový vplyv COVID-19 je v tomto momente veľmi náročné, pretože situácia sa každým dňom vyvíja a dopady z dlhodobého hľadiska je ťažko predpovedať. Kľúčovými rizikami sú pretrvávajúca neistota ohľadom ďalšieho vývoja pandémie doma i v zahraničí, ako aj správanie sa finančných trhov a spotrebiteľov. Navyše, veľmi vysoký stupeň otvorenosti slovenskej ekonomiky vedie k ešte väčšej zraniteľnosti voči vonkajším ekonomickým, ale aj iným šokom, akým sme v súčasnosti svedkami.

V predkladanom príspevku bude hrubý domáci produkt ústrednou makroekonomickou kategóriou, pomocou ktorej môžeme vyjadriť výkonnosť ekonomiky.

¹ Ing. Silvia Komara, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, silvia.komara@euba.sk.

Z metodologického hľadiska využijeme koncept Box-Jenkinsovej metodológie, ktorej úspech je založený na fakte, že viaceré modely môžu odhadnúť správanie rozličných typov radov a to dosť výstižne bez nutného odhadu veľkého množstva parametrov vo výslednom zvolenom modeli. Cieľom tohto článku je určiť krátkodobú prognózu hrubého domáceho produktu Slovenskej republiky na nasledujúce obdobie, teda 3. štvrťrok 2020.

2 ARIMA modely

ARIMA modely boli vytvorené na začiatku 70. rokov minulého storočia G. E. P. Boxom a G. M. Jenkinsom a podľa ich autorov sú často označované aj ako Box-Jenkinsova metodológia. Tento aparát je založený na myšlienke, že nekonečný kĺzavý priemer môže byť dobre aproximovaný autoregresným procesom nízkeho rádu. Na rozdiel od dekompozičných metód časových radov, tu sa kladie dôraz na reziduálnu zložku modelu, pričom vychádzame z predpokladu, že táto môže byť tvorená korelovanými náhodnými veličinami. (Box, Jenkins, & Reinsel, 2008).

Skratka ARIMA znamená, že ide o spojenie modelov týchto typov:

- autoregresné modely $AR(p)$, kde p je rád autoregresného modelu. Autoregresná zložka vyjadruje vzťah k histórii, teda k predošlým hodnotám časového radu. Každý autoregresný člen zodpovedá použitiu posunutej hodnoty rezídua v predikčnej rovnici
- integrovateľné modely $I(d)$, kde d je stupeň diferencií (integrovania). Integračný člen teda vyjadruje rád, ktorým sa uvažovaný časový rad diferencuje s cieľom odstrániť nestacionaritu.
- modely kĺzavých priemerov $MA(q)$, kde q je stupeň kĺzavého priemeru. Zložka kĺzavých priemerov v modeli využíva na zlepšenie aktuálnej predpovede hodnoty chýb predošlých predpovedí.

Autoregresný proces p -teho stupňa $AR(p)$

Autoregresný proces predstavuje modelovanie vývoja hodnôt časového radu na základe časovo oneskorených hodnôt toho istého časového radu, teda závislosť časového radu od jeho vlastných oneskorených hodnôt. Autoregresný proces umožňujúci modelovať lineárnu závislosť hodnôt časového radu y_t od viacerých (p) oneskorených hodnôt sa nazýva autoregresný proces p -teho stupňa (*autoregressive process of order p [AR(p)]*).

V prípade, že $E(y_t) = \mu \neq 0$, má model $AR(p)$ tvar (Arlt & Arltová, 2009):

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t$$

kde

$$\phi_0 = (\mu - \phi_1 \mu - \dots - \phi_p \mu) = \mu \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j\right)$$

Ak $E(y_t) = 0$, model sa zjednoduší na tvar:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t$$

Nevyhnutnou podmienkou použitia AR modelu je stacionarita. Proces $AR(p)$ je stacionárny, ak ho možno transformovať do tvaru lineárneho procesu, t. j. ak korene polynomickej rovnice $(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) = 0$ ležia mimo jednotkového kruhu, resp. ak platí $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1$.

Proces kĺzavých priemerov q -teho stupňa MA(q)

Namiesto vysokého stupňa AR procesu je vhodné použiť model procesu kĺzavých priemerov q -teho stupňa MA(q) (*moving average process of order q*). Termín „kĺzavý priemer“ sa používa z toho dôvodu, že premenná y_t vzniká ako vážená suma z hodnôt rezíduí sledovaného časového radu a je podobná priemeru. Podstata procesov kĺzavých priemerov sa zakladá na myšlienke opísať vývoj hodnôt časového radu y_t prostredníctvom časového radu náhodných šokov a_t .

Všeobecný zápis procesu kĺzavých priemerov vyjadruje, že hodnoty časového radu y_t lineárne závisia od q oneskorených hodnôt náhodných šokov a_t .

Proces kĺzavých priemerov môžeme zapísať v tvare (ak $E(y_t) = \mu \neq 0$):

$$y_t = \phi_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

kde $\phi_0 = \mu$.

Ak $E(y_t) = \mu = 0$, potom model môžeme zapísať v tvare:

$$y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Model MA je konečnou formou lineárneho procesu, z čoho vyplýva, že všetky modely MA sú stacionárne. Aby bolo možné jednoznačne interpretovať jeho výsledky, musí byť proces MA *invertibilný*. Proces MA je invertibilný, ak sa dá vyjadriť vo forme reprezentácie AR(∞), ktorá konverguje. Táto podmienka je splnená, ak korene polynomickej rovnice $(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) = 0$ ležia mimo jednotkového kruhu, t. j. ak platí $\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_q < 1$.

ARIMA model môžeme zapísať v nasledovnom tvare:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \Phi_1 y_{t-s} + \Phi_2 y_{t-2s} + \dots + \Phi_P y_{t-Ps} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} - \Theta_1 a_{t-s} - \Theta_2 a_{t-2s} - \dots - \Theta_Q a_{t-Qs}$$

a použitím spätného operátora ma ARIMA nasledovne:

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^s) z_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^s) a_t$$

kde

$$z_t = (1-B)^d (1-B^s)^D \ln(y_t)$$

$\phi_p(B)$ – nesezónny operátor autoregresného procesu AR(p)

$\theta_q(B)$ – nesezónny operator kĺzavých priemerov MA(q)

$\Phi_P(B^s)$ – sezónny operátor autoregresného procesu AR(P)

$\Theta_Q(B^s)$ – sezónny operator kĺzavých priemerov MA(Q)

a_t – náhodná zložka (biely šum)

s – poradie sezóny ($B^s y_t = y_{t-s}$)

d, D – nesezónny a sezónny stupeň diferencií

3 Vývoj hrubého domáceho produktu na Slovensku

Na analýzu vývoja hrubého domáceho produktu Slovenskej republiky použijeme štvrtročné údaje od 1995Q1 do 2020Q2 v mil. Eur, v stálych cenách so základom v predchádzajúcom roku. Časový rad sa nachádza na obrázku 1. Zdrojom údajov bola databáza STATdat.

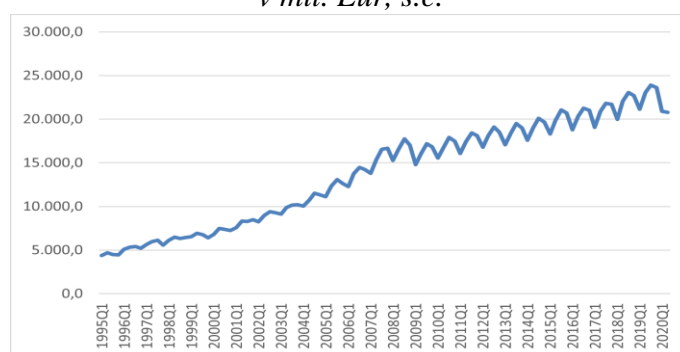
Pri analýze ekonomického vývoja SR od roku 1995 môžeme rozlíšiť niekoľko odlišných etáp, ktorých charakter a následne aj charakter hospodárskeho rastu bol do značnej miery

ovplyvnený hospodárskymi politikami, ktoré v daných obdobiach uplatňovali jednotlivé vlády. Charakter vývoja HDP SR výrazne ovplyvnila, tak ako iné krajiny, aj hospodárska kríza.

Rastúci trend od začiatku skúmaného obdobia strieda prudký nárast v období od roku 2005, ako dôsledok vstupu Slovenskej republiky do Európskej únie v roku 2004, čo odstránilo obchodné prekážky a teda zjednodušilo pohyb tovarov a služieb v priestore európskeho spoločenstva. V prvom štvrtroku 2009 môžeme vidieť obrovský pokles HDP na Slovensku, spôsobený celosvetovou hospodárskou krízou. Oživenie prichádza v priebehu roka 2010, od kedy slovenská ekonomika nepretržite rastie. Zlom nastáva začiatkom roka 2020 prepuknutím pandémie Covid-19, ktorej vplyv sa významne prejavil v 2. štvrtroku 2020. HDP Slovenska sa dostalo do záporných čísel a tento pokles je vôbec najväčší od začiatku sledovaného obdobia. Nástup druhej vlny pandémie v súčasnom období bude mať taktiež vplyv na ďalší vývoj, ktorý je momentálne tak zložitý predpovedať.

Grafický priebeh vývoja HDP Slovenska na obrázku 1 ukazuje okrem spomenutých vývojových aj sezónne výkyvy.

Obr. 1: Vývoj hrubého domáceho produktu Slovenskej republiky od 1995Q1 do 2020Q2, v mil. Eur, s.c.



Zdroj: Autor

ARIMA model pre hrubý domáci produkt Slovenskej republiky

Na konštrukciu ARIMA modelu pre hrubý domáci produkt SR v ďalšej časti použijeme stacionarizovaný časový rad, ktorý sme získali aplikáciou prvej sezónnej a nesezónnej diferencie, pomocou ktorých sme odstránili nestacionaritu v strednej hodnote a logaritmické transformácie, ktorá odstránila nestacionaritu vo variabilite. Uvedenými transformáciami sme stratili 2 obdobia a ďalej budeme pracovať s časovým radom s dĺžkou 101 pozorovaní.

Na určenie stupňa procesu a typu procesu časového radu HDP preskúmame priebeh autokorelačnej funkcie (ACF) a parciálnej autokorelačnej funkcie (PACF) po spomínaných transformáciách.

Po odhadnutí a otestovaní viacerých kombinácií parametrov AR, MA, SAR a SMA ako najvhodnejší model vyberáme ARIMA (3,1,3) (4,1,0)₄ bez konštanty (Tabuľka 1). Pri porovnávaní jednotlivých modelov sme ako jeden z parametrov rozhodovania použili aj Akaikeho a Schwartzovo informačné kritérium.

Výsledky z tabuľky 1 ukazujú štatistickú významnosť na všetkých štandardne používaných hladinách významnosti. Uvedený model spĺňa podmienky stacionarity aj invertibility - korene charakteristického polynómu AR a MA procesu musia byť v absolútnej hodnote menšie ako 1.

Analýzou rezíduí sme v ďalšom kroku sledovali splnenie podmienok bieleho šumu. Autokoreláciu rezíduí, teda ich závislosť sme vylúčili na základe korelogramu ACF a PACF rezíduí a na potvrdenie normality rezíduí sme využili Jarque- Bera test. Na diagnostiku heteroskedasticity rezíduí sme použili White -ov test, avšak na základe p - hodnoty sme nemohli

priať nulovú hypotézu o rovnosti rozptylov rezíduí. Tento problém sme sa snažili vyriešiť napríklad modelmi ARIMAX a teda zaradili sme do modelu rôzne typy intervenčných premenných. Taktiež sme vyskúšali rôzne transformácie dát, avšak ani jeden z uvedených spôsobov a modelov neodstránil problém heteroskedasticity rezíduí. Istým riešením by mohlo byť využitie ARIMA-ARCH/GARCH modelov, avšak pre tento typ dát sme to nepovažovali za vhodné riešenie. Uvedený model aj napriek tomu, že nespĺňa všetky podmienky bieleho šumu použijeme na výpočet prognózy pre nasledujúce obdobie, teda 3. štvrťrok 2020.

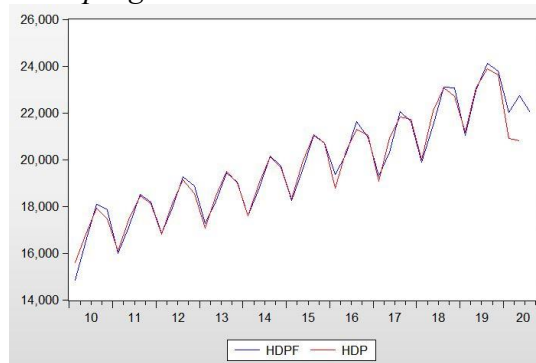
Tab. 1: Odhad parametrov modelu ARIMA pre HDP SR

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.932342	0.035170	-26.50993	0.0000
AR(2)	-0.941937	0.030090	-31.30425	0.0000
AR(3)	-0.957784	0.029634	-32.32044	0.0000
SAR(4)	-0.349614	0.115709	-3.021500	0.0032
MA(1)	-0.218069	0.087589	-2.489683	0.0146
MA(3)	0.290339	0.102259	2.839256	0.0056
SIGMASQ	0.000701	8.74E-05	8.016490	0.0000
R-squared	0.914626	Mean dependent var	-0.000711	
Adjusted R-squared	0.909118	S.D. dependent var	0.091072	
S.E. of regression	0.027455	Akaike info criterion	-4.209008	
Sum squared resid	0.070102	Schwarz criterion	-4.026646	
Log likelihood	217.4504	Hannan-Quinn criter.	-4.135203	
Durbin-Watson stat	1.903607			

Zdroj: Autor

Na obrázku číslo 2 môžeme vidieť porovnanie reálnych a odhadnutých hodnôt ako aj spomínanú prognózu 3Q2020. Vidieť, že tento model veľmi dobre kopíruje predchádzajúci vývoj. Problém nastáva v období 1. štvrťroku 2020, kedy bola medziročná zmena väčšia ako odhadovaná hodnota. V 2.štvrťroku 2020 síce model zareagoval na zmenu z predchádzajúceho obdobia, avšak len v menšej miere ako ukazujú reálne dáta. Bol to vôbec najväčší prepád HDP Slovenskej republiky počas sledovaného obdobia od roku 1995. Takéto neočakávané zmeny vo vývoji nedokáže model vystihnúť. Zmeny v predchádzajúcich 2 obdobiach sa už ale prejavili na odhade a výpočte prognózy na nasledujúce obdobie, teda 3. štvrťrok 2020. Podľa odhadnutého ARIMA modelu predstavuje prognóza hodnotu 22 019,92 mil. Eur, čo medziročne predstavuje pokles HDP o 8%.

Obr. 2: Porovnanie skutočných a odhadnutých hodnôt ARIMA model HDP SR a prognóza na 3. štvrťrok 2020



Zdroj: Autor

4 Záver

Vývoj slovenskej ekonomiky sa v posledných mesiacoch prudko zmenil v súvislosti s pandémiou nového koronavírusu, ktorá stiahla v roku 2020 výkon slovenskej ekonomiky do recesie. Nástup druhej vlny a ďalšie opatrenia a reštrikcie vlády, ktoré môžeme sledovať v súčasnom období tento vývoj ešte prehĺbia a teda očakávame, že aj v nasledujúcich obdobiach budú záporné čísla pretrvávať.

Cieľom príspevku bol výpočet rýchleho odhadu pre HDP Slovenskej republiky pre 3. štvrtrok 2020. Za účelom splnenia cieľa bol použitý koncept ARIMA modelov. Výsledný model predpokladá medziročný pokles, aj keď už miernejší, ako v predchádzajúcom období. Hodnota HDP Slovenskej republiky pre 3. štvrtrok 2020 by podľa odhadnutého modelu mala predstavovať 22 019,92 mil. Eur, v stálych cenách. Dôležitosť prognózy spočíva hlavne v tom, aby tvorcovia politiky čo najlepšie, najrýchlejšie a najefektívnejšie vedeli reagovať na dopady pandémie.

Literatúra

1. Arlt, J., & Arltová, M. (2009). *Ekonomické časové rady*. Praha: Professional Publishing.
2. Box, G. E., & Tiao, G. C. (1975). Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical Association*, 349(70), 70-79.
3. Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. New York: John Wiley & Sons Inc.
4. Dritsaki, C. (2015). Forecasting Real GDP Rate through Econometric Models: An Empirical Study from Greece. *Journal of International Business and Economics*, 3(1), 13-19. doi:10.15640/jibe.v3n1a2.
5. Ďurka, P., & Pastoreková, S. (2012). Arima vs. Arimax - which approach is better analyze and forecast macroeconomic time series? *Mathematical methods in Economics: proceedings of 30th international conference, 11.-13. September 2012, Karviná, Czech Republic: Silesian University in Opava, School of Business Administration in Karviná*, 136-140.
6. Maity, B., & Chatterjee, B. (2012). Forecasting GDP growth rates of India: An Empirical Study. *International Journal of Economics and Management Sciences*, 9(1), 52-58.
7. Pankratz, A. (1991). *Forecasting with Dynamic Regression Models*. New York: Wiley-Interscience.
8. Rublíková, E. (2007). *Analýza časových radov*. Bratislava: Iura Edition.

Výnosy a náklady v účtovníctve neziskových účtovných jednotiek

Income and expenses in the accounting of non-profit accounting entities

Alena Kordošová¹

Abstrakt

Výnosy a náklady v účtovníctve neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike majú svoje osobitosti. Príspevok je zameraný na skúmanie osobitostí výnosov a nákladov v podmienkach neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike. Výnosy sú definované ako zvýšenie ekonomických úžitkov a náklady ako zníženie ekonomických úžitkov v účtovnom období neziskových účtovných jednotiek a dajú sa spoľahlivo oceniť. Výsledkom skúmania jednotlivých výnosov a nákladov v účtovníctve neziskových účtovných jednotiek je poukázanie na špecifické položky výnosov a nákladov, na ich postavenie a význam v podmienkach neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike.

Kľúčové slová

výnosy, náklady, neziskové účtovné jednotky, účtovníctvo

Abstract

Income and expenses in the accounting of non-profit accounting entities in the Slovak Republic have their particularities. The paper is focused on examining the particularities of income and expenses in the conditions of non-profit accounting entities in the Slovak Republic. Income shall be defined as an increase in economic benefits and expenses shall be defined as a decrease in economic benefits during the accounting period of non-profit accounting entities and can be measured reliably. The result of the examination of individual income and expenses in the accounting of non-profit accounting entities is to point out specific items of income and expenses, their position and the importance in the conditions of non-profit accounting entities in the Slovak Republic.

Key words

income, expenses, non-profit accounting entities, accounting

JEL classification

M41, L31

1 Úvod

Účtovníctvo neziskových účtovných jednotiek má svoje osobitosti v porovnaní s ostatnými účtovnými jednotkami. Medzi neziskové účtovné jednotky zaradíme cirkvi a náboženské spoločnosti, nadácie, neinvestičné fondy, neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby, občianske združenia, politické strany a politické hnutia, záujmové združenia právnických osôb a ďalšie vymedzené právnické osoby, ktorých hlavným predmetom činnosti nie je podnikanie. Osobitosťou v hospodárení neziskových účtovných jednotiek je ich neziskovosť. V prípade, ak by bol hospodárením neziskovej účtovnej jednotky dosiahnutý zisk z činnosti, musí byť použitý na zabezpečenie tých činností neziskových účtovných jednotiek, na ktoré boli zriadené. Osobitosti neziskových účtovných jednotiek vyplývajú z rôznorodého

¹ Ing. Alena Kordošová, PhD., Ekonomická univerzita, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, alena.kordosova@euba.sk.

poslania jednotlivých druhov neziskových účtovných jednotiek a napĺňania všeobecne prospešného účelu. Všeobecne prospešným účelom alebo službou môže byť napríklad humanitárna starostlivosť, ochrana ľudských práv, ochrana práv detí a mládeže, ochrana a podpora zdravia a vzdelávania, ochrana a tvorba životného prostredia, poskytovanie zdravotnej starostlivosti a sociálnej pomoci, rozvoj sociálnych služieb, rozvoj vedy, vzdelania a telovýchovy, zachovanie duchovných, prírodných a kultúrnych hodnôt. Účtovníctvo neziskových účtovných jednotiek má v porovnaní s účtovníctvom podnikateľských účtovných jednotiek aj ostatných nepodnikateľských účtovných jednotiek svoje osobitosti aj v oblasti výnosov a nákladov.

Príspevok je zameraný na skúmanie výnosov a nákladov v podmienkach neziskových účtovných jednotiek v Slovenskej republike. Výsledkom skúmania týchto špecifických výsledkových položiek je poukázanie na význam a osobitosti výnosov a nákladov v neziskových účtovných jednotkách a ich zhodnotenie.

2 Výnosy neziskových účtovných jednotiek

Výnosom sa rozumie „zvýšenie ekonomických úžitkov účtovnej jednotky v účtovnom období, ktoré sa dá spoľahlivo oceniť.“ (zákon o účtovníctve, 2002). Výnosy z činnosti neziskových účtovných jednotiek sa účtujú v účtovej triede 6 – Výnosy z činnosti, a to narastajúcim spôsobom od začiatku účtovného obdobia. Konečné stavy účtov výnosov sa prevádzajú pri uzavieraní účtovných kníh v prospech účtu 710 – Účet ziskov a strát.

Výnosy neziskových účtovných jednotiek sa účtujú podľa týchto zásad:

- výnosy sa účtujú zásadne do obdobia, s ktorým časovo a vecne súvisia,
- opravy významných chýb výnosov minulých účtovných období sa účtujú na účet 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov,
- opravy nevýznamných chýb výnosov minulých účtovných období sa účtujú ako účtovné prípady bežného účtovného obdobia na príslušných účtoch výnosov z činnosti neziskovej účtovnej jednotky,
- výnosy a príjmy, ktoré sa týkajú budúcich období, sa časovo rozlišujú. (Opatrenie MF SR, 2007)

Výnosy neziskových účtovných jednotiek je potrebné analyticky členiť podľa:

- potrieb riadenia neziskových účtovných jednotiek a
- pravidiel stanovených osobitnými zákonmi, ktoré upravujú zriaďovanie jednotlivých druhov neziskových účtovných jednotiek.

Analytická evidencia výnosov z činnosti neziskových účtovných jednotiek je stanovená osobitnými predpismi v neziskových účtovných jednotkách, ktorými sú: neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby, politické strany a politické hnutia a verejné vysoké školy. Neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby musia viesť vo svojom účtovníctve oddelene výnosy dosiahnuté realizáciou všeobecne prospešných služieb a vykonávaním podnikateľskej činnosti. Politické strany a politické hnutia sú povinné viesť v účtovníctve osobitnú evidenciu darov, iných bezodplatných plnení a prijatých členských príspevkov. Verejné vysoké školy majú povinnosť viesť vo svojom účtovníctve oddelene výnosy spojené s hlavnou činnosťou a s podnikateľskou činnosťou.

Medzi špecifické výnosy z činnosti neziskových účtovných jednotiek môžeme zaradiť tieto účty výnosov:

- účty účtovej skupiny 62 – Aktivácia,

- 646 – Prijaté dary,
- 647 – Osobitné výnosy,
- 648 – Zákonné poplatky,
- 656 – Výnosy z použitia fondu,
- 658 – Výnosy z nájmu majetku,
- účty účtovej skupiny 66 – Prijaté príspevky,
- 691 – Dotácie.

Obsahová náplň účtovania v súlade s opatrením MF SR (2007) a vykazovania v súlade s opatrením MF SR (2013) vybraných špecifických účtov výnosov z činnosti neziskových účtovných jednotiek je nasledujúca:

V prospech príslušného účtu účtovej skupiny 62 – *Aktivácia* sa účtuje hodnota vykonávanej dobrovoľníckej práce na základe zmluvy o dobrovoľníckej činnosti v neziskových účtovných jednotkách, ktoré sú prijímateľmi dobrovoľníckej činnosti. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadkoch 46 až 49.

V prospech účtu 646 – *Prijaté dary* sa účtujú:

- nepeňažné dary, ktoré prijali neziskové účtovné jednotky vo forme dlhodobého majetku, ak je určený na jeho ďalšie darovanie, zásob alebo služieb a
- prijaté nepeňažné plnenie na základe zmluvy o sponzorstve v športe. Informácie o prijatých daroch sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 55.

V prospech účtu 647 – *Osobitné výnosy* sa účtujú najmä:

- výnosy z usporadúvania domácich a medzinárodných súťaží vrátane registračných poplatkov, štartovného a vstupného,
- výnosy športovej organizácie, ktoré sú spojené s úhradou výchovného a nákladov súvisiacich s prípravou talentovaného športovca,
- špecifické výnosy, ktoré vyplývajú z činnosti cirkví a náboženských spoločností a
- ďalšie špecifické výnosy, ktoré vyplývajú z hlavnej činnosti ostatných neziskových účtovných jednotiek. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 56.

V prospech účtu 648 – *Zákonné poplatky* sa účtujú príjmy podľa osobitných predpisov, ktorými sú najmä:

- školné a poplatky spojené so štúdiom na verejných vysokých školách,
- príjmy z úhrad za služby verejnosti v oblasti vysielania poskytované Rozhlasom a televíziou Slovenska a
- príspevky vysielateľa zriadeného zákonom, príspevky prevádzkovateľa audiovizuálneho technického zariadenia, príspevky distributéra audiovizuálnych diel, atď. Informácie o zákonných poplatkoch sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 57.

V prospech účtu 656 – *Výnosy z použitia fondu* sa účtuje použitie zdrojov fondov, ak sa obstaráva krátkodobý majetok, napríklad materiál, ceniny, stravné lístky a podobne, hradia prevádzkové výdavky alebo zaúčtoval náklad, ktorý sa hradí z fondu. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 64.

V prospech účtu 658 – *Výnosy z nájmu majetku* sa účtujú výnosy z prenájmu majetku alebo jeho časti. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 66.

V prospech účtu 661 – *Prijaté príspevky od organizačných zložiek* sa účtujú prijaté príspevky alebo nárok na príspevky od organizačných zložiek, ak sú účtovnými jednotkami.

V prospech účtu 662 – *Prijaté príspevky od iných organizácií* sa účtujú:

- prijaté príspevky alebo nárok na príspevky od právnických osôb,
- prijatý príspevok z podielu zaplatenej dane od prijímateľa podielu zaplatenej dane,
- prijaté finančné prostriedky ako dar podľa zákona o dani z príjmov,
- prijaté peňažné plnenie na základe zmluvy o sponzorstve v športe a
- odpustenie záväzku právnickým osobám.

V prospech účtu 663 – *Prijaté príspevky od fyzických osôb* sa účtujú:

- prijaté príspevky alebo nárok na príspevky od fyzických osôb a
- odpustenie záväzku fyzickým osobám.

V prospech účtu 664 – *Prijaté členské príspevky* sa účtujú prijaté členské príspevky alebo nárok na členské príspevky.

V prospech účtu 665 – *Príspevky z podielu zaplatenej dane* sa účtuje príspevok od právnických osôb a príspevok od fyzických osôb, podľa zákona o dani z príjmov.

V prospech účtu 667 – *Prijaté príspevky z verejných zbierok* sa účtujú príspevky získané konaním verejnej zbierky od právnických osôb alebo od fyzických osôb podľa zákona č. 162/2014 Z. z. o verejných zbierkach a o zmene a doplnení niektorých zákonov. Informácie o jednotlivých prijatých príspevkoch sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy ako samostatné výsledkové položky na riadkoch 67 až 72.

V prospech účtu 691 – *Dotácie* sa účtuje priznanie dotácií neziskovým účtovným jednotkám a poskytnutie príspevkov podľa osobitných predpisov (napríklad podľa zákona č. 85/2005 Z. z. o politických stranách a politických hnutiach v znení neskorších predpisov – príspevok za hlasy získané vo voľbách, príspevok na činnosť, príspevok na mandát; podľa zákona č. 5/2004 Z. z. o službách zamestnanosti a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov – napríklad príspevok na podporu zamestnávania znevýhodneného uchádzača o zamestnanie, príspevok na podporu rozvoja miestnej a regionálnej zamestnanosti, príspevok na podporu udržania pracovných miest). Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Výnosy na riadku 73.

3 Náklady neziskových účtovných jednotiek

Nákladom sa rozumie „zníženie ekonomických úžitkov účtovnej jednotky v účtovnom období, ktoré sa dá spoľahlivo oceniť.“ (zákon o účtovníctve, 2002). Náklady vynaložené na činnosť neziskových účtovných jednotiek sa účtujú v účtovej triede 5 – Náklady na činnosť, a to narastajúcim spôsobom od začiatku účtovného obdobia. Konečné stavy účtov nákladov sa prevádzajú pri uzavieraní účtovných kníh na ľarchu účtu 710 – Účet ziskov a strát.

Náklady neziskových účtovných jednotiek sa účtujú podľa týchto zásad:

- náklady sa účtujú zásadne do obdobia, s ktorým časovo a vecne súvisia,
- opravy významných chýb nákladov minulých účtovných období sa účtujú na účet 428 – Nevysporiadaný výsledok hospodárenia minulých rokov,
- opravy nevýznamných chýb nákladov minulých účtovných období sa účtujú ako účtovné prípady bežného účtovného obdobia na príslušných účtoch nákladov vynaložených na činnosť neziskovej účtovnej jednotky,
- náhrady vynaložených nákladov minulých účtovných období sa účtujú do výnosov bežného účtovného obdobia,
- náklady a výdavky, ktoré sa týkajú budúcich období, sa časovo rozlišujú. (Opatrenie MF SR, 2007)

Náklady neziskových účtovných jednotiek je potrebné analyticky členiť podľa:

- potrieb riadenia neziskových účtovných jednotiek a

- pravidiel stanovených osobitnými zákonmi, ktoré upravujú zriaďovanie jednotlivých druhov neziskových účtovných jednotiek.

Analytická evidencia nákladov vynaložených na činnosť neziskových účtovných jednotiek je stanovená osobitnými predpismi v neziskových účtovných jednotkách, ktorými sú: nadácie, neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby, politické strany a politické hnutia a verejné vysoké školy. Nadácie musia viesť vo svojom účtovníctve oddelene náklady na správu nadácie a ich výšku určí správna rada každoročne v miere nevyhnutnej na zabezpečenie činnosti nadácie. Neziskové organizácie poskytujúce všeobecne prospešné služby musia viesť vo svojom účtovníctve oddelene náklady súvisiace s realizáciou všeobecne prospešných služieb a s vykonávaním podnikateľskej činnosti. Politické strany a politické hnutia sú povinné viesť v účtovníctve osobitnú evidenciu nákladov na volebnú kampaň vynaložených za jednotlivé druhy volieb v príslušnom roku v členení podľa osobitného predpisu. Verejné vysoké školy majú povinnosť viesť vo svojom účtovníctve oddelene náklady spojené s hlavnou činnosťou a s podnikateľskou činnosťou.

Medzi špecifické náklady vynaložené na činnosť neziskových účtovných jednotiek môžeme zaradiť tieto účty nákladov:

- 546 – Dary,
- 547 – Osobitné náklady,
- 556 – Tvorba fondov,
- účty účtovej skupiny 56 – Poskytnuté príspevky.

Obsahová náplň účtovania v súlade s opatrením MF SR (2007) a vykazovania v súlade s opatrením MF SR (2013) vybraných špecifických účtov nákladov na činnosť neziskových účtovných jednotiek je nasledujúca:

Na ťarchu účtu 546 – *Dary* sa účtuje dobrovoľné bezodplatné odovzdanie dlhodobého nehmotného majetku, dlhodobého hmotného majetku a zásob. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Náklady na riadku 21.

Na ťarchu účtu 547 – *Osobitné náklady* sa účtujú najmä:

- náklady cieľových skupín pri realizácii projektov, napríklad cestovné, stravné, ubytovanie a vreckové,
- náklady na usporadúvanie domácich a medzinárodných súťaží vrátane registračných poplatkov, štartovného, nákladov na ceny, stravovanie a občerstvenie športovcov a iných oprávnených osôb a náklady dopingovej kontroly,
- náklady športovej organizácie na výchovné, na prípravu talentovaného športovca a náhrada preukázateľných účelne vynaložených nákladov spojených s prípravou a súťažou športovca a s tým súvisiace vecné plnenia,
 - špecifické náklady, ktoré vyplývajú z činnosti cirkví a náboženských spoločností,
 - náklady na obstaranie dlhodobého nehmotného majetku alebo dlhodobého hmotného majetku, ktorý nie je vo vlastníctve spoločenstiev vlastníkov bytov a nebytových priestorov, a jeho technické zhodnotenie,
 - volebné kaucie hradené politickými stranami a politickými hnutiami, ktoré sa nevracajú,
 - materiálne zabezpečenie dobrovoľníkov, náhrada za stratu času dobrovoľníka zapísaného v informačnom systéme športu podľa osobitného predpisu a
 - ďalšie špecifické náklady vyplývajúce z hlavnej činnosti neziskových účtovných jednotiek. Informácie o osobitných nákladoch sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Náklady na riadku 22.

Na ťarchu účtu 556 – *Tvorba fondov* sa účtuje tvorba fondov v prospech peňažných fondov tvorených podľa osobitných predpisov alebo fondu reprodukcie. Tieto informácie sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Náklady na riadku 30.

Na ťarchu účtu 561 – *Poskytnuté príspevky organizačným zložkám* sa účtujú poskytnuté príspevky alebo nárok na príspevky medzi organizačnými zložkami, ak sú účtovnými jednotkami.

Na ťarchu účtu 562 – *Poskytnuté príspevky iným účtovným jednotkám* sa účtujú poskytnuté členské príspevky, poskytnuté iné príspevky alebo nárok na príspevky určené pre právnické osoby.

Na ťarchu účtu 563 – *Poskytnuté príspevky fyzickým osobám* sa účtujú poskytnuté príspevky alebo nárok na príspevky určené pre fyzické osoby.

Na ťarchu účtu 565 – *Poskytnuté príspevky z podielu zaplatenej dane* účtujú neziskové účtovné jednotky, ktoré sú prijímateľmi podielu zaplatenej dane a účtuje sa tu poskytnutý príspevok alebo nárok na príspevok určený pre inú právnickú osobu.

Na ťarchu účtu 567 – *Poskytnuté príspevky z verejnej zbierky* sa účtujú poskytnuté dobrovoľné príspevky fyzickým osobám alebo právnickým osobám, pre ktoré bola organizovaná verejná zbierka. Informácie o jednotlivých poskytnutých príspevkoch sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát v časti Náklady ako samostatné výsledkové položky na riadkoch 33 až 37.

4 Záver

Špecifické výnosy a náklady účtovne zobrazené v neziskových účtovných jednotkách sú odrazom osobitostí vo financovaní a hospodárení konkrétnych neziskových účtovných jednotiek a reagujú na zmeny v základných predpisoch účtovníctva. Výnosy a náklady sa vykazujú vo výkaze ziskov a strát, ktorý predstavuje prehľadné usporiadanie výnosov a nákladov neziskových účtovných jednotiek za určité obdobie v peňažnom vyjadrení v požadovanom členení s cieľom zistiť výsledok hospodárenia za toto obdobie. Výkaz ziskov a strát (Úč NUJ 2 – 01) sa zostavuje v účtovnej forme ročne ako súčasť riadnej účtovnej závierky a údaje sú uvádzané v eurách zaokrúhlene na dve desatinné miesta. Konkrétne výnosy a náklady sa vykazujú samostatne za jednotlivé realizované činnosti v neziskových účtovných jednotkách, ktorými sú hlavná nezdaňovaná činnosť, zdaňovaná činnosť a súčasne je vykazovaný aj súhrnný údaj za obidve činnosti spolu za bežné účtovné obdobie a taktiež je uvádzaný aj súhrnný údaj za obidve činnosti za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie. Špecifickými položkami výkazu ziskov a strát neziskových účtovných jednotiek na strane výnosov sú prijaté dary, osobitné výnosy, zákonné poplatky, výnosy z použitia fondu, výnosy z nájmu majetku, prijaté príspevky a dotácie a na strane nákladov sú to dary, osobitné náklady, tvorba fondov a poskytnuté príspevky. Informácie, ktoré vysvetľujú a dopĺňajú údaje vo výkaze ziskov a strát sú uvádzané v poznámkach účtovnej závierky, ako jej tretej súčasti v sústave podvojného účtovníctva. Poznámky (Úč NUJ 3 – 01), ktoré zostavujú neziskové účtovné jednotky obsahujú 6 článkov. Súčasťou poznámok sú okrem textovej časti aj vzorové tabuľky k článkom I, III a IV. Údaje sa v poznámkach uvádzajú v eurách zaokrúhlene na dve desatinné miesta alebo matematicky zaokrúhlene na celé eurá, a to za bežné účtovné obdobie a za bezprostredne predchádzajúce účtovné obdobie. Vo vzťahu k špecifickým položkám výnosov a nákladov sú údaje bližšie špecifikované v článku *IV Informácie, ktoré dopĺňajú a vysvetľujú údaje vo výkaze ziskov a strát*. Takýmito špecifickými informáciami o výnosoch a nákladoch v poznámkach neziskových účtovných jednotiek sú napríklad informácie o opise a vyčíslení významných položiek prijatých darov, osobitných výnosov, zákonných poplatkov a iných ostatných výnosoch, o prehľade prijatých dotácií a grantov neziskovými účtovnými jednotkami, o prehľade účelu a výšky použitia podielu zaplatenej dane. Rôznorodosť a vývoj

výnosov a nákladov v účtovníctve neziskových účtovných jednotiek za skúmané obdobie dokazuje, že aj v súčasnosti na účtovné zobrazenie výsledkových položiek, ktoré sú odrazom osobitostí vo financovaní a hospodárení neziskových účtovných jednotiek je potrebné prihliadať a účtovné zobrazenie špecifických výnosov a nákladov má svoj význam a opodstatnenie v porovnaní s účtovným zobrazením výnosov a nákladov ostatných účtovných jednotiek.

Literatúra

1. Máziková, K., Mateášová, M., & Ondrušová, L. (2019). *Účtovníctvo podnikateľských subjektov I* (2. aktualizované a prepracované vydanie). Wolters Kluwer.
2. Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky č. MF/24342/2007-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a účtovej osnove pre účtovné jednotky, ktoré nie sú založené alebo zriadené na účel podnikania v znení neskorších predpisov.
3. Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky č. MF/17616/2013-74, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o usporiadaní, označovaní a obsahovom vymedzení položiek individuálnej účtovnej závierky, termíny a miesto ukladania individuálnej účtovnej závierky a výročnej správy pre účtovné jednotky účtujúce v systave podvojného účtovníctva, ktoré nie sú založené alebo zriadené na účely podnikania v znení neskorších predpisov.
4. Šlosárová, A., Kadlečíková, O., Kovalčíková, A., & Máziková, K. (2016). *Účtovníctvo* (2. preprac. a dopl. vyd). Wolters Kluwer.
5. Zákon č. 40/1964 Zb. Občiansky zákonník v znení neskorších predpisov.
6. Zákon č. 83/1990 Zb. o združovaní občanov v znení neskorších predpisov.
7. Zákon č. 308/1991 Zb. o slobode náboženskej viery a postavení cirkví a náboženských spoločností v znení neskorších predpisov.
8. Zákon č. 147/1997 Z. z. o neinvestičných fondoch a o doplnení zákona Národnej rady Slovenskej republiky č. 207/1996 Z. z. v znení neskorších predpisov.
9. Zákon č. 213/1997 Z. z. o neziskových organizáciách poskytujúcich všeobecne prospešné služby v znení neskorších predpisov.
10. Zákon č. 34/2002 Z. z. o nadáciách a o zmene Občianskeho zákonníka v znení neskorších predpisov.
11. Zákon č. 131/2002 Z. z. o vysokých školách v znení neskorších predpisov.
12. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
13. Zákon č. 5/2004 Z. z. o službách zamestnanosti a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.
14. Zákon č. 85/2005 Z. z. o politických stranách a politických hnutiach v znení neskorších predpisov.
15. Zákon č. 516/2008 Z. z. o Audiovizuálnom fonde a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.



Vplyv dátovej štruktúry použitej pre ukladanie dát grafu na exekučnú efektívnosť metód hľadajúcich v ňom najkratšie cesty pomocou Dijkstrovho algoritmu

An Influence of the Data Structure Used for Storing Graph Data on the Execution Efficiency of Methods Finding the Shortest Paths in a Graph Using Dijkstra's Algorithm

Igor Košťál¹

Abstrakt

Dijkstrov algoritmus sa používa v rôznych aplikáciách hľadajúcich najkratšie cesty napr. pri smerovaní paketov jednotlivými smerovačmi v počítačových sieťach reprezentovaných orientovanými ohodnotenými grafmi. Metóda aplikácie, ktorá implementuje Dijkstrov algoritmus, musí počas hľadania najkratšej cesty v grafe ukladať dáta spracovávaného grafu, jeho spracované a nespracované vrcholy s ich ohodnoteniami, nájdené najkratšie cesty k spracovaným vrcholom atď., do nejakej dátovej štruktúry. Voľba tejto dátovej štruktúry ovplyvňuje exekučnú efektívnosť takejto metódy. V článku sa zaoberáme vplyvom dvoch rôznych dátových štruktúr, dynamických polí a prioritnej fronty, na exekučnú efektívnosť metód, ktoré tieto dátové štruktúry používajú pri hľadaní najkratších ciest v rovnakých orientovaných ohodnotených grafoch pomocou Dijkstrovho algoritmu.

Kľúčové slová

orientovaný ohodnotený graf, najkratšie cesty v grafe, dynamické pole, prioritná fronta, Dijkstrov algoritmus

Abstract

Dijkstra's algorithm is used in various applications finding the shortest paths, e.g. when packets are routed by individual routers in computer networks represented by directed weighted graphs. An application method that implements Dijkstra's algorithm must store the data of the graph being processed, its processed and unprocessed vertices with their weights, found the shortest paths to the processed vertices, etc., into any data structure while finding the shortest path in the graph. The choice of this data structure affects the execution efficiency of such a method. In this paper we deal with the influence of two different data structures, dynamic arrays and a priority queue, on the execution efficiency of methods that use these data structures during finding the shortest paths in the same directed weighted graphs using Dijkstra's algorithm.

Key words

directed weighted graph, shortest paths in a graph, dynamic array, priority queue, Dijkstra's algorithm

JEL classification

C88

¹ Ing. Igor Košťál, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava 5, igor.kostal@euba.sk.

1 Úvod

Existuje viacero algoritmov na vyhľadávanie najkratších ciest v grafoch, napr. Roy-Warshallov algoritmus, Floyd-Warshallov algoritmus a iné. Avšak, ako sme uviedli vyššie, Dijkstrov algoritmus, pomenovaný po jeho objaviteľovi holandskom počítačovom vedcovi Edsgerovi Dijkstrovi, je veľmi populárny a často používaný v rôznych aplikáciách hľadajúcich najkratšie cesty, napr. vo vyššie spomínanom ovládacom softvéri sieťových smerovačov, taktiež je implementovaný v rôznych navigačných a kartografických systémoch. Zaujímalo nás, ako ovplyvňuje exekučnú efektívnosť metódy aplikácie s implementovaným Dijkstrovým algoritmom zvolená dátová štruktúra pre ukladanie dát spracovávaného grafu. Pre ukladanie týchto dát sme v 2 takýchto metódach C# aplikácie použili dve rôzne dátové štruktúry, 2-rozmerné dynamické pole a prioritnú frontu, a merali sme exekučné časy oboch metód. Predpokladáme, že metóda hľadajúca najkratšie cesty v orientovanom grafe pomocou Dijkstrovho algoritmu a používajúca jednoduchšiu dátovú štruktúru, 2-rozmerné dynamické pole, pre ukladanie dát spracovávaného grafu, by mala byť exekučne efektívnejšia, ako iná metóda, vykonávajúca rovnakú činnosť, ale používajúca prioritnú frontu pre ukladanie dát rovnakého spracovávaného grafu. Náš predpoklad vyplýva z toho, že prioritná fronta je zložitejšia dátová štruktúra ako 2-rozmerné dynamické pole, preto aj operácie s ňou vykonané v predmetnej metóde by mali spotrebovať viac exekučného času, ako operácie v inej metóde používajúcej jednoduchšiu dátovú štruktúru, 2-rozmerné dynamické pole. Predpokladaná horšia exekučná efektívnosť metódy používajúcej prioritnú frontu môže byť pri výbere nosnej dátovej štruktúry metódy čiastočne vyvážená podstatne väčšou flexibilitou prioritnej fronty pri ukladaní dát jednotlivého vrcholu, čo jednoduché 2-rozmerné dynamické pole neumožňuje. V nasledujúcich častiach článku sa krátko zaoberáme Dijkstrovým algoritmom, prioritnou frontou, 2-rozmerným dynamickým poľom a našou C# aplikáciou, pomocou ktorej meriame exekučné časy vyššie spomenutých metód, ktoré po ich analýze použijeme na potvrdenie alebo vyvrátenie našej hypotézy.

2 Princíp fungovania Dijkstrovho algoritmu

Dijkstrov algoritmus sa dá použiť na hľadanie najkratšej cesty zo štartovacieho vrcholu orientovaného alebo neorientovaného grafu do jeho niektorého cieľového vrcholu, alebo sa dá použiť na nájdenie najkratších ciest zo štartovacieho vrcholu do všetkých vrcholov grafu. Pri takomto hľadaní najkratších ciest v grafe Dijkstrov algoritmus (DA) postupne generuje strom najkratších ciest. Finálna verzia tohto stromu obsahuje vrcholy grafu s priradenými hodnotami najkratších ciest k nim. DA používa dve sady vrcholov, *spt_set* sadu, ktorá obsahuje vrcholy zahrnuté v strome najkratších ciest a druhú sadu, *NOspt_set*, ktorá obsahuje vrcholy, ktoré ešte nie sú zahrnuté v *spt_set* sade. DA postupne prehľadáva *NOspt_set* sadu, v každom kroku v nej hľadá vrchol, ktorý má minimálnu vzdialenosť od štartovacieho vrcholu, ak ho nájde tak ho z *NOspt_set* sady vyberie a s jeho vzdialenosťou od štartovacieho vrcholu ho vloží do *spt_set* sady. Pri vyhľadávaní takýchto vrcholov v *NOspt_set* sade postupuje DA nasledovne:

- vyberie vrchol u z *NOspt_set* sady, ktorý má minimálnu vzdialenosť od štartovacieho vrcholu grafu a vloží ho do *spt_set* sady,
- aktualizuje vzdialenosti od štartovacieho vrcholu grafu všetkých príahlych vrcholov vrcholu u . Pri aktualizovaní tejto vzdialenosti každého príahlého vrcholu v postupuje podľa nasledujúceho pseudokódu

$$\begin{aligned} \text{if } (\text{dist}[u] + \text{graph}[u, v] < \text{dist}[v]) \\ \text{dist}[v] = \text{dist}[u] + \text{graph}[u, v]; \end{aligned} \quad (1)$$

tzn., ak suma vzdialenosti vrcholu u od štartovacieho vrcholu a hrany $u - v$ grafu je menšia ako doterajšia vzdialenosť vrcholu v od štartovacieho vrcholu, tak vzdialenosť vrcholu v je aktualizovaná touto sumou. To je kľúčový krok DA.

DA postupne vyhľadá všetky vrcholy s minimálnymi vzdialenosťami v sade $NOspt_set$ a ak je to potrebné, aktualizuje vzdialenosti všetkých príslušných vrcholov vyhľadaných vrcholov postupom uvedeným v predchádzajúcom odstavci. Keď DA dokončí generovanie stromu najkratších ciest, sada vrcholov $NOspt_set$ je prázdna a sada spt_set obsahuje vrcholy s priradenými aktualizovanými minimálnymi vzdialenosťami od štartovacieho vrcholu grafu. Dôležitá je efektívna implementácia DA v metóde aplikácie a tiež voľba dátovej štruktúry pre ukladanie dát spracovávaného grafu, ktorú táto metóda používa. Dvomi použiteľnými dátovými štruktúrami v takejto metóde sa krátko zaoberáme v nasledujúcej kapitole.

3 Prioritná fronta a 2-rozmerné pole v našej C# aplikácii

Prioritná fronta je jeden z najvýznamnejších, najflexibilnejších a najpoužívanejších abstraktných dátových typov slúžiacich pre ukladanie položiek s kľúčmi. Používa sa napr. v profesionálnych simulačných aplikáciách, kde kľúče môžu zodpovedať časom výskytov udalostí, ktoré majú byť spracované v chronologickom poradí podľa času ich výskytu a pod..

Prioritná fronta je dátová štruktúra položiek s kľúčmi, ktorá podporuje dve základné operácie: *vloženie* novej položky a *vymazanie položky s najväčším alebo najmenším kľúčom*, podľa toho, či je orientovaná na prácu s maximálnym alebo minimálnym kľúčom (Sedgewick, 1998). Okrem týchto základných operácií podporuje prioritná fronta tiež nasledujúce operácie (Sedgewick, 1998):

- *vytvorenie* prioritnej fronty z N daných prvkov,
- *zmena priority* ľubovoľne špecifikovanej položky,
- *vymazanie* ľubovoľne špecifikovanej položky,
- *test prázdnoty* fronty atď.

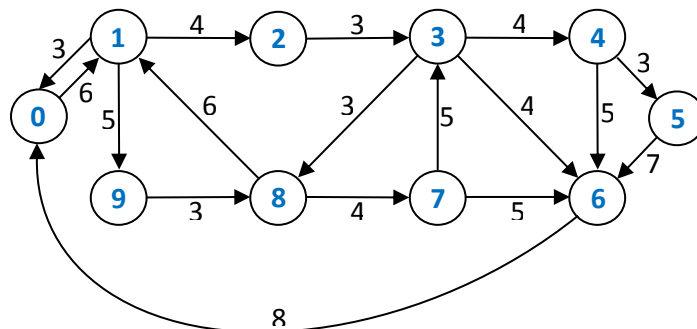
Tieto rôzne operácie, ktoré je možné s prioritnou frontou vykonávať a flexibilita pri vytváraní jej položiek ju robia veľmi populárnou a používanou v profesionálnych aplikáciách.

Metóda *Dijkstra_PriorityQueue* našej C# aplikácie používa prioritnú frontu, ktorá je orientovaná na prácu s minimálnym kľúčom, a ktorá je implementovaná pomocou úplného, hromadovo usporiadaného binárneho stromu uloženého v poli. *Strom* je hromadovo usporiadaný, ak kľúč v každom uzle je menší alebo zhodný s kľúčmi všetkých uzlov potomkov (ak existujú). Ekvivalentne, kľúč v každom uzle hromadovo usporiadaného stromu je väčší alebo zhodný s kľúčom v rodičovskom uzle (Sedgewick, 1998).

Takýto postup ukladania položiek zodpovedá dátovej štruktúre *hromada* (angl. heap), ktorá je množinou uzlov s kľúčmi usporiadanými do úplného, hromadovo usporiadaného binárneho stromu reprezentovaného poľom (Sedgewick, 1998).

Uvedené implementačné princípy používa metóda *Dijkstra_PriorityQueue* našej C# aplikácie pri vytváraní objektu *pq* (objekt našej triedy *PriorityQueue*) prioritnej fronty, do ktorej sú uložené dáta spracovávaného grafu (obr. 1) touto metódou.

Obr. 1: 10-vrcholový graf, v ktorom hľadajú metódy 'Dijkstra_PriorityQueue' a 'Dijkstra_Array' najkratšie cesty zo štartovacieho vrcholu ku všetkým vrcholom



Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 2: Matica pril'ahlosti grafu z obr. 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	0	4	0	0	0	0	0	0	5
2	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	4	0	4	0	3	0
4	0	0	0	0	0	3	5	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0
6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	5	0	0	5	0	0	0
8	0	6	0	0	0	0	0	4	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0

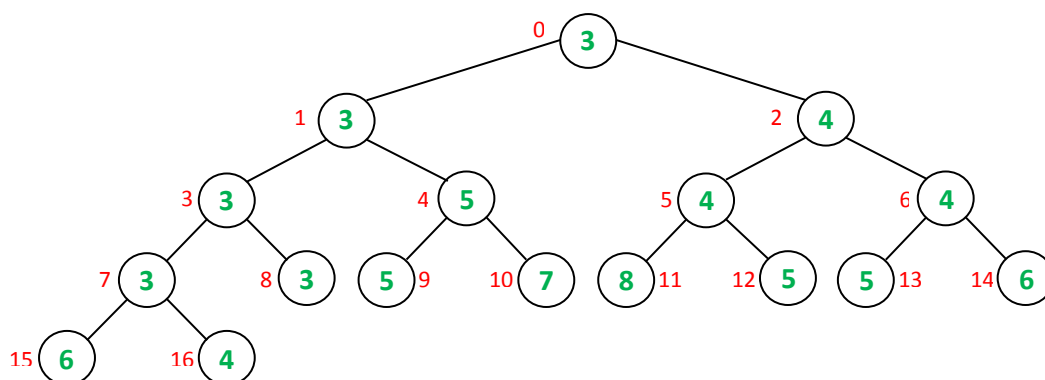
Zdroj: Vlastné spracovanie

Obr. 3: Prioritná fronta obsahujúca dáta spracovávaného grafu (z obr. 1) metódou 'Dijkstra_PriorityQueue', uložená v inštančnej premennej 'arr' objektu 'pq'

pq	
arr[0]	Node.data = 1 Node.priority = 3
arr[1]	2 3
arr[2]	1 4
arr[3]	3 3
arr[4]	1 5
arr[5]	3 4
arr[6]	3 4
arr[7]	9 3
arr[8]	4 3
arr[9]	4 5
arr[10]	5 7
arr[11]	6 8
arr[12]	7 5
arr[13]	7 5
arr[14]	8 6
arr[15]	0 6
arr[16]	8 4
count = 17	

Zdroj: Vlastné spracovanie

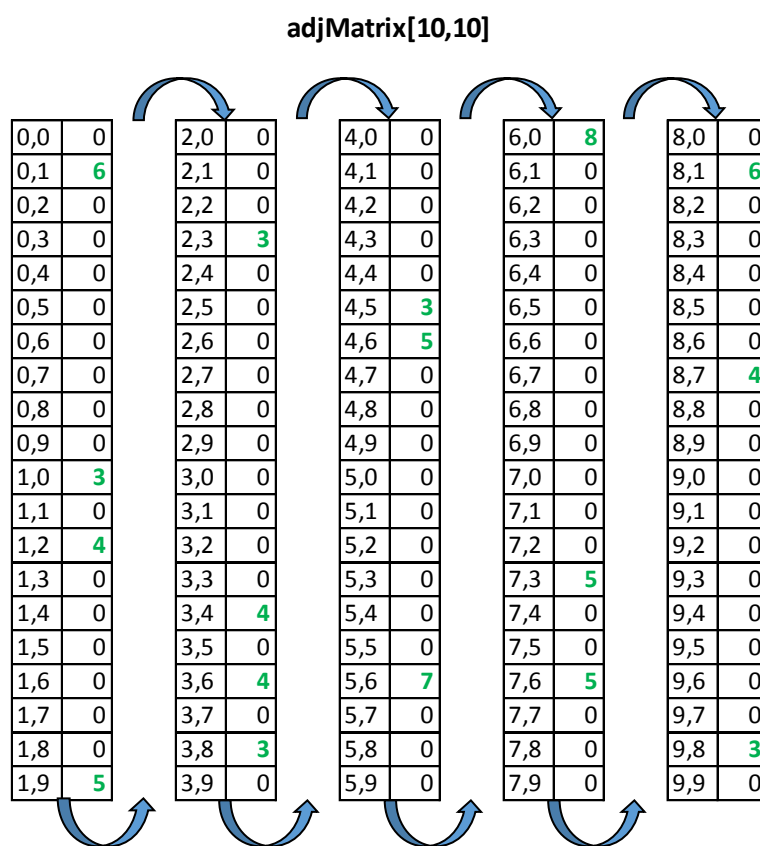
Obr. 4: Reprézntácia prioritnej fronty pomocou úplného hromadovo usporiadaného binárneho stromu uloženého v poli 'arr' (inštančná premenná objektu prioritnej fronty 'pq'). Ak je rodič uzla na pozícii 'i' v tomto poli, tak ľavý potomok je na pozícii '2i + 1' a pravý na pozícii '2i + 2' tohto poľa



Zdroj: Vlastné spracovanie

Metóda *Dijkstra_Array* našej C# aplikácie používa na uloženie dát ňou spracovávaného grafu jednoduché 2-rozmerné dynamické celočíselné pole (obr. 5) uložené v inštančnej premennej *adjMatrix* objektu našej triedy *DijkstrasAlgArray*.

Obr. 5: 2-rozmerné dynamické celočíselné pole (inštančná premenná 'adjMatrix' objektu našej triedy 'DijkstrasAlgArray') obsahujúce dáta spracovávaného grafu z obr. 1 metódou 'Dijkstra_Array'



Zdroj: Vlastné spracovanie

4 C# aplikácia hľadajúca najkratšie cesty pomocou Dijkstrovho algoritmu

Naša C# aplikácia bola vytvorená vo vývojom prostredí Microsoft Visual Studio Enterprise 2017. Dve inštančné metódy *Dijkstra_PriorityQueue* a *Dijkstra_Array* objektov tejto aplikácie dokážu vyhľadať najkratšie cesty z používateľom vloženého štartovacieho vrcholu do všetkých vrcholov orientovaného grafu zapísaného do matice uloženej v súbore *adjacencyMatrix.txt*, ktorý tvorí dátový vstup aplikácie. Inštančná metóda *Dijkstra_PriorityQueue* ukladá dáta ňou spracovávaného grafu do objektu prioritnej fronty *pq* (obr. 3). Inštančná metóda *Dijkstra_Array* má dáta rovnakého spracovávaného grafu uložené v inštančnej premennej *adjMatrix* objektu triedy *DijkstrasAlgArray*. Táto inštančná premenná je 2-rozmerné dynamické celočíselné pole (obr. 5). Okrem toho, aplikácia zmeria exekučné časy oboch inštančných metód a spolu s detailmi jednotlivých meraní ich zapíše do logovacieho súboru *LogFile.txt*. Naša C# aplikácia obsahuje nasledovné 3 triedy s nasledovnými členmi (uvedené sú len dôležité členy tried):

- triedu *DijkstrasAlgPriorityQ*, ktorá má nasledovné členy:
 - trieda *PriorityQueue* - vnorená trieda, ktorá obsahuje
 - členskú premennú pole *arr*, do ktorého je inštančnou metódou *Enqueue* objektu *pq* v členskej metóde *Dijkstra_PriorityQueue* triedy *DijkstrasAlgPriorityQ* ukladaná prioritná fronta vo forme hromadovo usporiadaného úplného binárneho stromu. Táto prioritná fronta obsahuje metódou *Dijkstra_PriorityQueue* spracovávaný graf.

- členskú metódu *Enqueue*, ktorá vkladá na správne miesto do prioritnej fronty novú položku,
 - členskú metódu *Dequeue_min*, ktorá vyberá z prioritnej fronty správnu položku s minimálnou prioritou,
 - členské metódy *GetParentIndex*, *GetLeftChildIndex* a *GetRightChildIndex*, ktoré zistia indexy rodiča, ľavého alebo pravého potomka pri zaradovaní novej položky do prioritnej fronty, do poľa *arr*.
- členská metóda *Dijkstra_PriorityQueue*, ktorá hľadá pomocou Dijkstrovho algoritmu najkratšie cesty z používateľom vloženého štartovacieho vrcholu do všetkých vrcholov orientovaného grafu zapísaného do matice uloženej v súbore *adjacencyMatrix.txt*. Spracovávaný graf si metóda ukladá do inštančnej premennej *arr* objektu prioritnej fronty *pq* (obr. 3).
- členská metóda *Relax*, ktorú volá členská metóda *Dijkstra_PriorityQueue* a ktorá aktualizuje vzdialenosti od štartovacieho vrcholu grafu všetkých priľahlých vrcholov spracovávaného vrcholu *u* metódou *Dijkstra_PriorityQueue*.
- atď.
- triedu *DijkstrasAlgArray*, ktorá má nasledovné členy:
 - členskú premennú 2-rozmerné dynamické pole *adjMatrix*, v ktorej sú uložené dáta spracovávaného grafu členskou metódou *Dijkstra_Array* tejto triedy
 - členskú metódu *Dijkstra_Array*, ktorá hľadá pomocou Dijkstrovho algoritmu najkratšie cesty z používateľom vloženého štartovacieho vrcholu do všetkých vrcholov orientovaného grafu zapísaného do matice uloženej v súbore *adjacencyMatrix.txt*. Spracovávaný graf má metóda uložený v inštančnej premennej *adjMatrix* objektu triedy *DijkstrasAlgArray*. Táto inštančná premenná je 2-rozmerné dynamické celočíselné pole (obr. 5).
 - členskú metódu *MinDist*, ktorú volá členská metóda *Dijkstra_Array* a ktorá hľadá index takého priľahlého vrcholu k spracovávanému vrcholu *u* metódou *Dijkstra_Array*, ktorý ma minimálnu vzdialenosť od štartovacieho vrcholu grafu.
- triedu *Program*, v jej statickej metóde *Main* sú vytvorené objekty tried *DijkstrasAlgPriorityQ* a *DijkstrasAlgArray* a tie volajú inštančné metódy *Dijkstra_PriorityQueue* a *Dijkstra_Array*, ktoré v rovnakom grafe hľadajú najkratšie cesty ku všetkým vrcholom z rovnakého štartovacieho vrcholu. Inštančná metóda *Dijkstra_PriorityQueue* ukladá dáta ňou spracovávaného grafu do objektu prioritnej fronty *pq* (obr. 3), ktorý je objektom triedy *PriorityQueue*. Inštančná metóda *Dijkstra_Array* má dáta rovnakého spracovávaného grafu uložené v inštančnej premennej *adjMatrix* objektu triedy *DijkstrasAlgArray*. Táto inštančná premenná je 2-rozmerné dynamické celočíselné pole (obr. 5). Obom týmto inštančným metódam sú v metóde *Main* zamerané exekučné časy, ktoré sú spolu s detailmi jednotlivých meraní prostredníctvom objektu dátového prúdu zapísané do diskového súboru *LogFile.txt*.

Obr. 6: Zdrojový kód členskej metódy 'Dijkstra_PriorityQueue' triedy 'DijkstrasAlgPriorityQ'

```
public void Dijkstra_PriorityQueue(int[][] adjacencyM, ref int[] dst, ref int[] prv, int sV)
{
    dst[sV] = 0; //vzdialenost startovacieho vrcholu grafu 'sV' od sameho seba nastavime na 0

    //vytvorenie objektu 'pq' triedy 'PriorityQueue', cize objektu prioritnej fronty
    PriorityQueue<int> pq = new PriorityQueue<int>();

    //vlozenie vsetkych vrcholov grafu (jeho data su ulozene v poli 'adjacencyM') do prioritnej fronty 'pq'
    for (int i = 0; i < graphSize; i++)
    {
        for (int j = 0; j < graphSize; j++)
        {
            if (adjacencyM[i][j] > 0)
                pq.Enqueue(i, adjacencyM[i][j]);
        }
    }

    while (!pq.empty()) //kym nie je prioritna fronta 'pq' prazdna
    {
        //z prioritnej fronty 'pq' vyberieme vrchol s minimalnou vzdialenostou od startov. vrcholu grafu 'sV'
        int u = pq.dequeue_min();

        //pre kazdy prilahly vrchol 'v' spracovavaneho vrcholu 'u' zistujeme
        for (int v = 0; v < graphSize; v++)
        {
            if (adjacencyM[u][v] > 0) //ak existuje prilahly vrchol 'v' spracovavaneho vrcholu 'u',
                //tak sa metoda 'Relax' pokusi aktualizovat pomocou pseudokodu (1) jeho vzdialenost od
                //startovacieho vrcholu grafu 'sV'.
                //Ak sa jej to podari, tak prilahly vrchol 'v' spracovavaneho vrcholu 'u' vyberie z fronty 'pq'.
                Relax(u, v, ref dst, ref prv, ref pq, adjacencyM);
        }
    }
}
```

Zdroj: Vlastné spracovanie inšpirované (Oumghar, 2015)

Obr. 7: Zdrojový kód členskej metódy 'Dijkstra_Array' triedy 'DijkstrasAlgArray'

```
public void Dijkstra_Array(int[,] adjMatrix, int nV, ref int[] sdists, ref int[] parentsx, int sV)
{
    //do pola 'sptSet' vlozime 'true', ak je vrchol zahrnuty v sade 'spt_set', tzn. je spracovany
    bool[] sptSet = new bool[nV];

    for (int vIndex = 0; vIndex < nV; vIndex++) //inicializacia pola najkratsich vzdialenosti a pola 'sptSet'
    {
        sdists[vIndex] = int.MaxValue;
        sptSet[vIndex] = false;
    }

    sdists[sV] = 0; //vzdialenost startovacieho vrcholu grafu 'sV' od sameho seba nastavime na 0
    parentsx[sV] = -1; //start. vrchol grafu 'sV' nema rodica, preto vlozime na jeho poziciu do pola -1

    //hladame najkratsie cesty zo startovacieho vrcholu grafu 'sV' do vsetkych vrcholov
    for (int i = 1; i < nV; i++)
    {
        int shortestDist = int.MaxValue;
        //metoda 'MinDist' vyberie vrchol spomedzi nespracovanych s minim. vzdialenostou od vrcholu 'sV'
        int nearV = MinDist(sdists, sptSet, nV, ref shortestDist);
    }
}
```

```

if (nearV != -1)
    sptSet[nearV] = true; //vybraty vrchol 'nearV' oznacime ako spracovany
else
    return;

//pomocou pseudokodu (1) aktualizujeme vzdialenosti vsetkych prilahlych vrcholov
//spracovavaneho vrcholu 'nearV' od startovacieho vrcholu grafu 'sV'
for (int vIndex = 0; vIndex < nV; vIndex++)
{
    //tu je implementovany pseudokod (1)
    if (adjMatrix[nearV, vIndex] > 0 && ((shortestDist + adjMatrix[nearV, vIndex]) < sdists[vIndex]))
    {
        parentsx[vIndex] = nearV;
        sdists[vIndex] = shortestDist + adjMatrix[nearV, vIndex];
    }
}
}
}
}

```

Zdroj: Vlastné spracovanie inšpirované (Goel, 2019)

Obr. 8: Príklad vstupu (tučným písmom) a výstupu C# aplikácie, ktorá hľadala najkratšie cesty zo štartovacieho vrcholu 5 do všetkých vrcholov grafu z obr. 1

```

The adjacency matrix loaded from the 'adjacencyMatrix.txt' file.

The graph has '10' vertices.

Insert the start vertex: 5

** Dijkstra's Shortest Paths computed by the 'Dijkstra_PriorityQueue' method **
from -> to Distance Path
-----
5-> 0 15 5-> 6-> 0
5-> 1 21 5-> 6-> 0-> 1
5-> 2 25 5-> 6-> 0-> 1-> 2
5-> 3 28 5-> 6-> 0-> 1-> 2-> 3
5-> 4 32 5-> 6-> 0-> 1-> 2-> 3-> 4
5-> 5 -
5-> 6 7 5-> 6
5-> 7 33 5-> 6-> 0-> 1-> 9-> 8-> 7
5-> 8 29 5-> 6-> 0-> 1-> 9-> 8
5-> 9 26 5-> 6-> 0-> 1-> 9
---- The 'Dijkstra_PriorityQueue' method execution time (ms): 2,4406

** Dijkstra's Shortest Paths computed by the 'Dijkstra_Arrays' method **
from -> to Distance Path
-----
5-> 0 15 5-> 6-> 0
5-> 1 21 5-> 6-> 0-> 1
5-> 2 25 5-> 6-> 0-> 1-> 2
5-> 3 28 5-> 6-> 0-> 1-> 2-> 3
5-> 4 32 5-> 6-> 0-> 1-> 2-> 3-> 4
5-> 6 7 5-> 6
5-> 7 33 5-> 6-> 0-> 1-> 9-> 8-> 7
5-> 8 29 5-> 6-> 0-> 1-> 9-> 8
5-> 9 26 5-> 6-> 0-> 1-> 9
---- The 'Dijkstra_Arrays' method execution time (ms): 0,6115

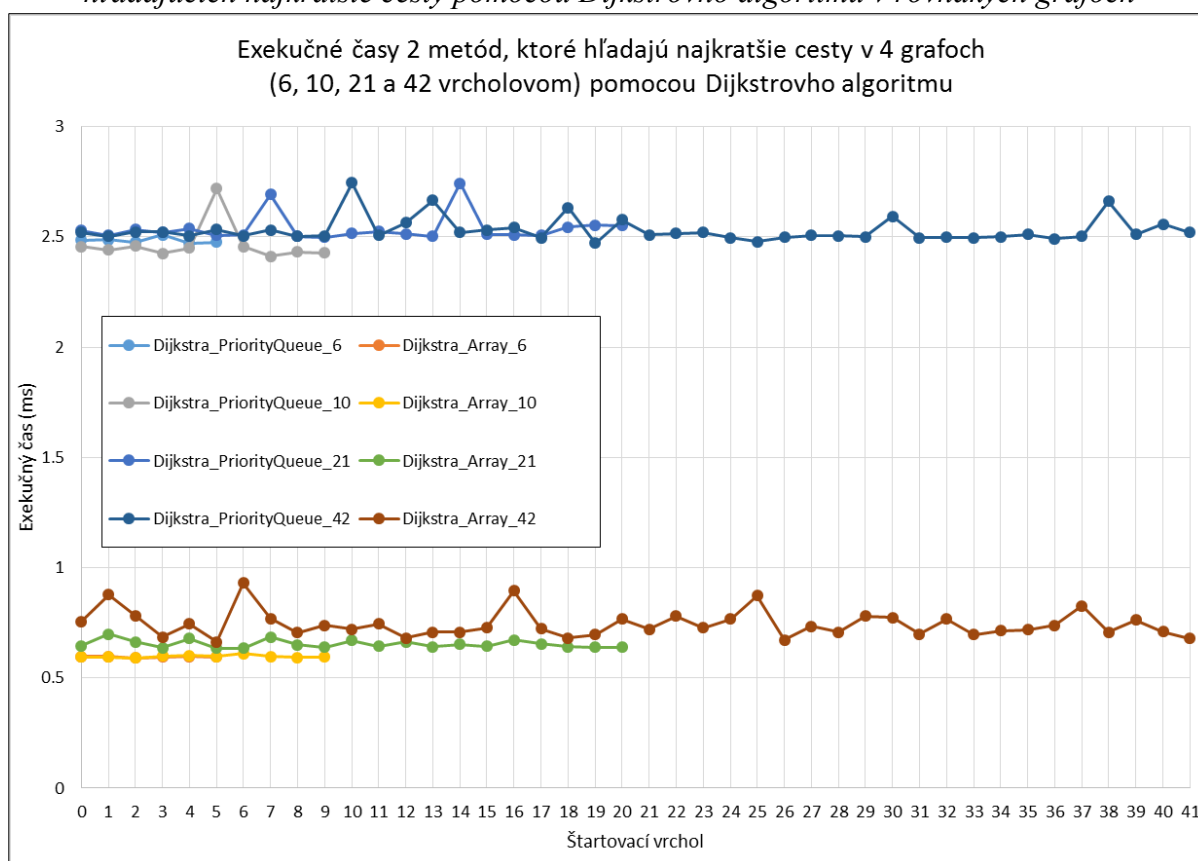
```

Zdroj: Vlastné spracovanie

5 Experiment, jeho krátka analýza

Ako sme uviedli v predchádzajúcej kapitole, naša C# aplikácia dokáže sama zmerať exekučné časy inštancnej metódy *Dijkstra_PriorityQueue*, ukladajúcej dáta ňou spracovávaného grafu do objektu prioritnej fronty *pq* triedy *PriorityQueue* a inštancnej metódy *Dijkstra_Array*, ktorá má dáta rovnakého spracovávaného grafu uložené v inštancnej premennej *adjMatrix* (2-rozmerné dynamické celočíselné pole) objektu triedy *DijkstrasAlgArray*. Pomocou porovnania aplikáciou zmeraných exekučných časov týchto dvoch inštančných metód chceme potvrdiť alebo vyvrátiť našu hypotézu, ktorá predpokladá, že inštančná metóda *Dijkstra_Array* hľadajúca najkratšie cesty v orientovanom grafe pomocou Dijkstrovho algoritmu a používajúca jednoduchšiu dátovú štruktúru, 2-rozmerné dynamické pole, pre ukladanie dát spracovávaného grafu, by mala byť exekučne efektívnejšia, ako inštančná metóda *Dijkstra_PriorityQueue*, vykonávajúca rovnakú činnosť, ale používajúca prioritnú frontu pre ukladanie dát rovnakého spracovávaného grafu. Zmerané exekučné časy oboch metód sú zobrazené v nasledujúcom grafe na obr. 9.

Obr. 9: Exekučné časy inštančných metód 'Dijkstra_PriorityQueue' a 'Dijkstra_Array' hľadajúcich najkratšie cesty pomocou Dijkstrovho algoritmu v rovnakých grafoch



Zdroj: Vlastné spracovanie

Z exekučných časov oboch skúmaných metód zobrazených v grafe na obr. 9 môžeme povedať, že sa potvrdila naša hypotéza: inštančná metóda *Dijkstra_Array* hľadajúca najkratšie cesty v orientovanom grafe pomocou Dijkstrovho algoritmu a používajúca jednoduchšiu dátovú štruktúru, 2-rozmerné dynamické pole, pre ukladanie dát spracovávaného grafu, je exekučne efektívnejšia, ako inštančná metóda *Dijkstra_PriorityQueue*, vykonávajúca rovnakú činnosť, ale používajúca prioritnú frontu pre ukladanie dát rovnakého spracovávaného grafu. Musíme však skonštatovať, že rozdiely v exekučných časoch oboch metód sú veľmi malé,

približne od 1,6 ms po 2 ms so slabo badateľnou tendenciou ich približovania sa pri prehľadávaní grafu s väčším počtom vrcholov (42), z čoho vyplýva, že inštančná metóda *Dijkstra_PriorityQueue* pri prehľadávaní takéhoto grafu si o máličko zlepšila exekučnú efektívnosť v porovnaní s inštančnou metódou *Dijkstra_Array* oproti exekučnej efektívnosti pri prehľadávaní grafov s malým počtom vrcholov (napr. 6). Aj pri prehľadávaní grafu s väčším počtom vrcholov (42) je stále exekučne efektívnejšia inštančná metóda *Dijkstra_Array*.

6 Záver

Z uvedeného porovnania exekučných časov inštančných metód *Dijkstra_Array* a *Dijkstra_PriorityQueue*, ktoré hľadali pomocou Dijkstrovho algoritmu najkratšie cesty v rovnakých orientovaných grafoch, pričom metóda *Dijkstra_Array* používala jednoduchšiu dátovú štruktúru, 2-rozmerné dynamické pole, pre ukladanie dát spracovávaného grafu, a metóda *Dijkstra_PriorityQueue* používala prioritnú frontu pre ukladanie dát rovnakého spracovávaného grafu, vyplýva, že metóda *Dijkstra_Array* je exekučne efektívnejšia ako metóda *Dijkstra_PriorityQueue*. Tým sa potvrdila naša hypotéza. Musíme však dodať, že aj keď je metóda *Dijkstra_PriorityQueue* s veľmi malými rozdielmi, od 1,6 ms do 2 ms, exekučne menej efektívna, ňou použitá dátová štruktúra, prioritná fronta, umožňuje ukladať väčšie množstvo dát o každom vrchole grafu, napr. ak by boli vrcholmi názvy miest v navigačnom softvéri, tak môžeme do prioritnej fronty uložiť počty obyvateľov týchto miest, ich rozlohy, nadmorské výšky, priemernú ročnú teplotu, atď., čo by mohli byť veľmi užitočné informácie o cieľových mestách vo vrcholoch vyhládaných najkratších ciest v takomto softvéri. Takéto prídavné dáta sa v 2-rozmernom dynamickom celočíselnom poli, ktoré používa pre ukladanie dát spracovávaného grafu metóda *Dijkstra_Array*, nedajú ukladať.

Literatúra

1. Goel, A. (2019, February 27). Printing Paths in Dijkstra's Shortest Path Algorithm. Retrieved August 25, 2020, from <https://www.geeksforgeeks.org/printing-paths-dijkstras-shortest-path-algorithm/>.
2. Oumghar, K. (2015, December 22). Graphs and Dijkstra's Algorithm (C#). Retrieved August 30, 2020, from <https://simpledevcode.wordpress.com/2015/12/22/graphs-and-dijkstras-algorithm-c/>.
3. Sedgewick, R. (1998). Algorithms in C parts 1-4. Fundamentals, data structures, sorting, searching. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 361-370. ISBN 0-201-31452-5.



Aplikácia všeobecných lineárnych modelov pri analýze ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských domácností

Application of general linear models in analysis of equivalised disposable income of Slovak households

Martina Košíková¹, Erik Šoltés²

Abstrakt

Cieľom článku je prostredníctvom všeobecných lineárnych modelov kvantifikovať vplyv relevantných faktorov na výšku ekvivalentného disponibilného príjmu slovenských domácností v roku 2018. Analýzu sme realizovali v štatistickom analytickom softvéri SAS Enterprise Guide a na základe údajov pochádzajúcich zo štatistického zisťovania EU-SILC 2018. Prezentované výsledky poskytujú pohľad na ekonomickú situáciu slovenských domácností a zároveň aj postup pri analýze marginálnych hodnôt využitím príkazov CONTRAST a ESTIMATE.

Kľúčové slová

všeobecný lineárny model, hlavné efekty, krížové efekty, viacrozmerná analýza rozptylu, analýza marginálnych stredných hodnôt

Abstract

The aim of the article is to quantify the effect of relevant factors on the amount of equivalised disposable household income in the Slovak Republic in 2018 using general linear models. We performed the analysis in the statistical analytical software SAS Enterprise Guide and on data from the statistical survey EU-SILC 2018. The presented results provide an overview of the economic situation of Slovak households and the procedure for the analysis of least squares means using CONTRAST and ESTIMATE statements.

Key words

general linear model, main effects, crossed effects, multivariate analysis of variance, analysis of least squares means

JEL classification

C12; C51; R29

1 Úvod

V súčasnej dobe je to už pätnásť rok, čo Štatistický úrad Slovenskej republiky realizuje zisťovanie o príjmoch a existenčných podmienkach domácnosti Slovenska (EU-SILC). Hlavnou podstatou realizácie štatistického zisťovania EU-SILC je sledovanie príjmov a zhromažďovanie informácií o sociálnom vylúčení obyvateľstva. Zozbierané údaje slúžia na monitorovanie chudoby v rámci Stratégie Európa 2020, ktorej cieľom je predovšetkým redukcia počtu obyvateľov (zníženie o 20 miliónov) trpiacich chudobou a sociálnym vylúčením. (Eurostat, 2016)

¹ Ing. Martina Košíková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, martina.kosikova@euba.sk.

² doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, erik.soltes@euba.sk.

Chudoba je obrazom kvality životnej úrovne obyvateľstva v krajine. Vzhľadom na to, že je chudobu možné posudzovať prostredníctvom viacerých aspektov, ako je napríklad materiálna deprivácia alebo intenzita práce, najdôležitejším indikátorom je však výška príjmu, ktorou domácnosť, resp. jednotlivec disponuje. (Šoltés a kol., 2018)

Pri kvantifikovaní príjmových podmienok jednotlivcov je potrebné brať do úvahy, že tvoria súčasť spoločne hospodáriacej domácnosti pozostávajúcej z ďalších členov. V takom prípade je dôležité si uvedomiť, že niektorí z členov nemusia byť zárobkovo činní, resp. výška ich príjmov sa môže líšiť, a preto je nutné pri posudzovaní sociálnej situácie pracovať s takým ukazovateľom, ktorý je porovnateľný. (Želinský, 2014)

Hodnotenie a porovnanie príjmov domácností je možné realizovať prostredníctvom ekvivalentného disponibilného príjmu, ktorý vyjadruje príjmy všetkých osôb, ktoré tvoria domácnosť, prepočítané na ekvivalentnú veľkosť domácnosti. Tá závisí od výberu konkrétnej ekvivalentnej škály, pričom v zisťovaní EU-SILC sa využíva modifikovaná OECD škála³. Ekvivalentný disponibilný príjem je ukazovateľom ekonomických zdrojov, ktorými disponuje každý člen domácnosti. Prostredníctvom neho je možné porovnať nielen situáciu celej domácnosti, ale aj situáciu jednotlivcov. Zároveň slúži na výpočet rôznych ukazovateľov týkajúcich sa príjmových nerovností, chudoby a sociálneho vylúčenia.

2 Všeobecný lineárny model

Pojem „lineárny“ v GLM⁴ vychádza z matematickej formulácie rovnice, definujúcej cieľovú premennú pre konkrétne pozorovanie ako súčet nasledujúcich zložiek: konštanty, súčtu vážených vysvetľujúcich premenných a náhodnej chyby:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i.$$

Pre všetky nezávisle premenné odhadujeme hodnotu koeficienta β , ktorý kvantifikuje vzťah medzi vysvetľujúcou premennou X a vysvetľovanou premennou Y .

Ak uvažujeme s dvomi kategoriálnymi faktormi, tak všeobecný lineárny model môžeme zapísať aj v tvare dvojfaktorového modelu:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk},$$

vyjadrujúceho hodnotu závisle premennej ako súčet piatich zložiek:

- μ - strednej hodnoty,
- α_i - príspevku i – tej úrovne faktora A ,
- β_j - príspevku j – tej úrovne faktora B ,
- $(\alpha\beta)_{ij}$ - kombinovaného príspevku (interakcie) i – tej úrovne faktora A a j – tej úrovne faktora B ,
- ε_{ijk} - príspevku náhodnej chyby.

Ak je model nesprávne špecifikovaný, je pravdepodobné, že odhady koeficientov budú skreslené a výsledná rovnica nebude presne opisovať údaje. (Trochim, 2020) Vo všeobecnosti platí, že optimálny model odhadnutý metódou najmenších štvorcov by mal spĺňať všeobecne známe predpoklady [pozri napr. (Šoltés, 2019)]. V prípade, že je každý z predpokladov splnený, môžeme konštatovať, že model poskytuje najefektívnejší nestranný odhad parametrov. (Hintze, 2007)

Všeobecné lineárne modely zahŕňajú širokú škálu štatistických metód, pričom v článku sme využili viacnásobnú regresnú analýzu, analýzu rozptylu nevyvážených údajov a najmä

³ Prvý dospelý člen domácnosti má pridelenú váhu 1,0, každý ďalší člen domácnosti vo veku viac ako 14 rokov má pridelenú váhu 0,5 a každej osobe vo veku menej ako 14 rokov je pridelená váha 0,3.

⁴ Všeobecný lineárny model z angl. General linear model (GLM).

analýzu marginálnych stredných hodnôt (*LSMEANS* - Least Squares Means). Neoddeliteľnou súčasťou *LSMEANS* sú *post hoc testy*, využívané na viacnásobné porovnávanie marginálnych stredných hodnôt pri analýze nevyvážených údajov. Medzi najčastejšie používané testy môžeme zaradiť:

- *Bonferroniho test*,
- *Duncanov test*,
- *Dunnetov test*,
- *Scheffeho test*,
- *Sidakov test*,
- *Tukeyov test*,

prostredníctvom ktorých testujeme hypotézu:

H_0 : rozdiel marginálnych stredných hodnôt medzi kategóriami nie je štatisticky významný,

oproti alternatívnej hypotéze:

H_1 : rozdiel marginálnych stredných hodnôt medzi kategóriami je štatisticky významný.

Realizácia *post hoc* testov v analýze rozptylu je nevyhnutná v prípade identifikácie diferencií medzi kategóriami. Využitie uvedených testov slúži na overenie významnosti rozdielov cieľovej premennej na rôznych úrovniach analyzovaného faktora. Procedúra *GLM* navyše poskytuje možnosť aplikácie príkazov *CONTRAST* a *ESTIMATE*, prostredníctvom ktorých vieme posúdiť diferencie v cieľovej premennej na rôznych úrovniach faktora súčasne. Štruktúra aj podstata príkazov je veľmi podobná, pričom rozdielom medzi nimi je, že v príkaze *CONTRAST* vieme realizovať simultánne testy⁵ a príkaz *ESTIMATE* poskytuje navyše konkrétny odhad veľkosti rozdielu medzi porovnávanými strednými hodnotami.

Problematikou všeobecných lineárnych modelov a aplikáciou uvedených príkazov sa zaoberajú Bowley (2013), Davis (2017), Glen (2015), Gravetter a Wallnau (2008), High (2011), Chen (2008), Kao a Green (2007), Kenton (2019), Lenth (2016), Littell a kol. (2010), Newsom (2019), Schlegel (2018) a pod.

3 Všeobecný lineárny model EDP domácností s interakciou

V nasledujúcej časti článku budeme analyzovať vplyv rôznych faktorov (tab.1) na spojenú vysvetľovanú premennú - ekvivalentný disponibilný príjem (*EDP*) slovenských domácností. Samotná analýza bude pozostávať z vytvorenia modelu, v ktorom poukážeme na vplyv jednotlivých kvalitatívnych premenných (faktorov) na cieľovú premennú samostatne (hlavné efekty) a zároveň model obohatíme o interakciu, resp. krížový efekt dvoch vybraných vysvetľujúcich premenných. Navyše priblížime postup pri aplikácii príkazov *CONTRAST* a *ESTIMATE*, prostredníctvom ktorých identifikujeme vzájomné vzťahy medzi kategóriami analyzovaných premenných.

⁵ Viacnásobné testy, t. j. testovanie niekoľkých nulových hypotéz súčasne.

Tab. 1: Základný prehľad vstupných premenných

Pôvodné premenné	Označenie
EQ_INC20 - Ekvivalentný disponibilný príjem	EDP
RB210 - Status základnej ekonomickej aktivity	EAS
pracujúci	at_Work (referenčná k.)
nezamestnaný	Unemployed
osoba na dôchodku	Retired
iná neaktívna osoba	Inactive_person
PE040 - Najvyššie dosiahnuté vzdelanie	EDUCATION
Primárne, nižšie sekundárne vzdelanie	Less_than_Secondary
Vyššie sekundárne vzdelanie	Upper_Secondary
Post-sekundárne vzdelanie (nie terciárne)	Post_Secondary
Terciárne vzdelanie I. stupňa	Tertiary_1
Terciárne vzdelanie II. a III. Stupňa	Tertiary_2_3 (referenčná k.)
HT - Typ domácnosti	HT
Jednočlenná domácnosť	1Adult
Domácnosť 2 dospelých, obaja vo veku do 65+	2Adult_0Ch
Domácnosť 2 dospelých, aspoň 1 vo veku 65+	2A_1R
Iné domácnosti bez závislých detí	Other_0Ch
Domácnosť 1 rodiča aspoň s 1 závislým dieťaťom	1A_at_least_1Ch
Domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom	2A_1Ch
Domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi	2A_2Ch (referenčná k.)
Domácnosť 2 dospelých s 3+ závislými deťmi	2A_at_least_3Ch
Iné domácnosti so závislými deťmi	Other_with_Ch
PB190 - Rodinný stav	MARITAL_STATUS
slobodný/á	Never_married
ženatý/vydatá	Married (referenčná k.)
vdovec/vdova	Widowed
rozvedený/á	Divorced
PH010 - Všeobecné zdravie	HEALTH
Veľmi dobré, dobré	Good (referenčná k.)
Priemerné	Fair
Zlé, veľmi zlé	Bad
DB100 - Stupeň urbanizácie	URBANISATION
Územie s hustým osídlením	Dense (referenčná k.)
Územie s priemerne hustým osídlením	Intermediate
Územie s riedkym osídlením	Sparse
KRAJ - Kraj	REGION
Bratislavský	BA (referenčná k.)
Banskobystrický, Prešovský, Žilinský	BB_PO_ZA
Košický, Nitriansky, Trenčiansky, Trnavský	KE_NR_TN_TT

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie

(Poznámka: Kategórie premennej *REGION* vznikli na základe našej vlastnej analýzy, ktorá ukázala, že medzi krajinami v jednej skupine nie je signifikantný rozdiel v *EDP*. Vzhľadom na obmedzenie rozsahu sme sa podrobnejšie tejto problematike v tomto článku nevenovali.)

Nevyhnutnou súčasťou správnych analýz je vytvorenie takého modelu, ktorý čo najlepšie opisuje vstupné údaje. Vytvorený model musí zároveň zahŕňať len tie vysvetľujúce premenné, ktoré majú štatisticky významný vplyv na cieľovú premennú.

Tab. 2: Test štatistickej významnosti vplyvu vybraných premenných na vysvetľovanú premennú

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
HT	8	7261276592	907659574	158.89	<.0001
EAS	3	2684623200	894874400	156.65	<.0001
EDUCATION	4	2308190701	577047675	101.02	<.0001
MARITAL_STATUS	3	662049082	220683027	38.63	<.0001
HEALTH	2	208926915	104463458	18.29	<.0001
URBANISATION	2	208398905	104199452	18.24	<.0001
EAS*REGION	6	274823512	45803919	8.02	<.0001
REGION	2	63839742	31919871	5.59	0.0038

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Využitím kvantifikovaného F -testu sme posúdili významnosť vplyvu jednotlivých vstupných premenných na výšku ekvivalentného disponibilného príjmu. P -hodnoty spolu s testovacou štatistikou jednoznačne potvrdzujú, že všetky vstupné premenné (vrátane interakcie premenných EAS a $REGION$) majú štatisticky významný vplyv na vysvetľovanú premennú (tab. 2). Na základe hodnôt testovacej štatistiky F v tab. 2 môžeme konštatovať, že výšku ekvivalentného disponibilného príjmu najviac ovplyvňujú premenné HT (typ domácnosti) a EAS (status ekonomickej aktivity).

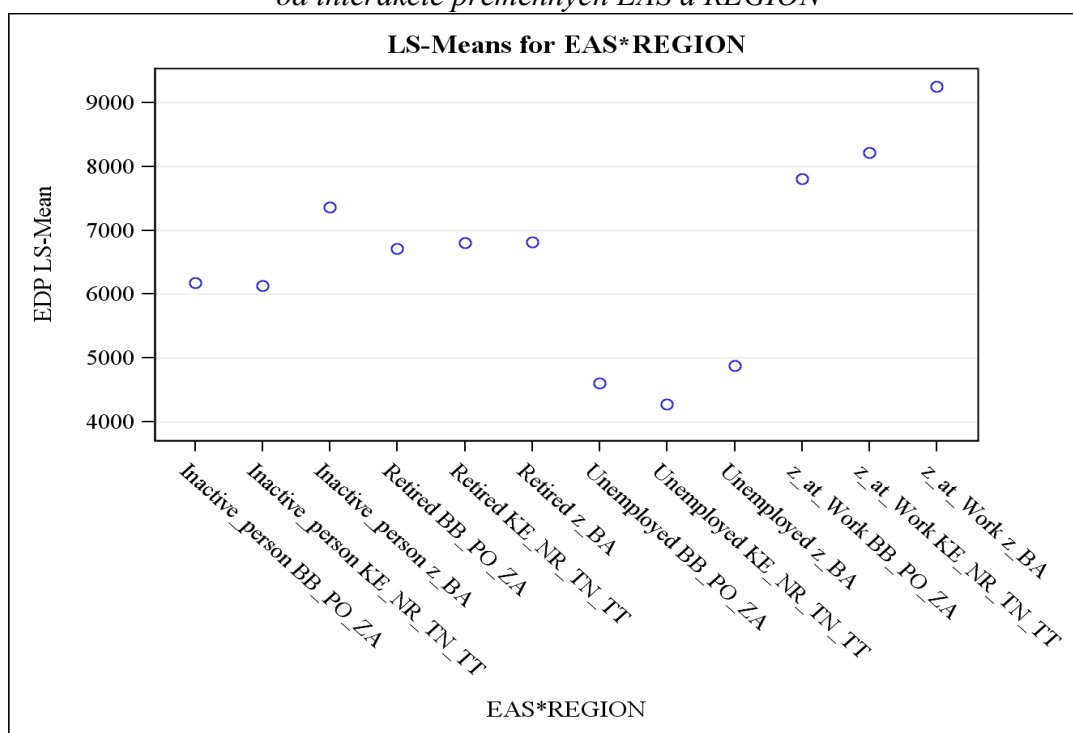
Tab. 3: Bodové a intervalové odhady marginálnych stredných hodnôt EDP domácností v závislosti od interakcie faktorov EAS a $REGION$

EAS	REGION	EDP LSMEAN	95% Confidence Limits	
Inactive_person	BB_PO_ZA	6180.485309	5722.054366	6638.916251
Inactive_person	KE_NR_TN_TT	6132.285898	5710.165281	6554.406514
Inactive_person	z_BA	7356.334778	6569.643124	8143.026432
Retired	BB_PO_ZA	6708.427447	6470.390852	6946.464041
Retired	KE_NR_TN_TT	6798.998234	6574.312496	7023.683972
Retired	z_BA	6810.412727	6490.501433	7130.324022
Unemployed	BB_PO_ZA	4607.769021	4080.764945	5134.773097
Unemployed	KE_NR_TN_TT	4272.681350	3719.507269	4825.855431
Unemployed	z_BA	4885.407440	3525.973201	6244.841679
z_at_Work	BB_PO_ZA	7804.027718	7585.294339	8022.761097
z_at_Work	KE_NR_TN_TT	8205.725311	7994.544673	8416.905948
z_at_Work	z_BA	9245.950962	8968.927616	9522.974307

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Porovnaním marginálnych stredných hodnôt *EDP* domácností na viacerých úrovniach interakcie premenných *EAS* a *REGION* zisťujeme, že najväčšie rozdiely vo výške ekvivalentného disponibilného príjmu je medzi domácnosťami, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba a domácnosťami, na ktorých čele stojí zamestnaná osoba, pričom nezáleží na tom, z akého kraja domácnosť pochádza. Najmenší rozdiel v porovnaní s referenčnou kategóriou je v prípade domácností, ktorých prednostom je osoba na dôchodku. Naše ďalšie analýzy ukázali, že rovnako aj v prípade dvojice kategórii *Unemployed_BB_PO_ZA* a *Unemployed_z_BA* nie je štatisticky významný rozdiel vo výške ekvivalentného disponibilného príjmu ($p=0,7080$). Na základe uvedeného sa domnievame, že na výšku *EDP* domácnosti, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba, nevlýva kraj, v ktorom domácnosť žije. Tento predpoklad podporujú aj malé rozdiely v *EDP* domácností s nezamestnaným prednostom pre rôzne skupiny krajov, čo znázorňuje obr. 1. Overeniu tvrdenia sa budeme zaoberať v časti 3.1.

Obrázok 1: Bodové odhady marginálnych stredných hodnôt *EDP* domácností v závislosti od interakcie premenných *EAS* a *REGION*



Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

3.1 Analýza marginálnych stredných hodnôt s využitím príkazov **CONTRAST** a **ESTIMATE** v prípade modelu s interakciou

V nasledujúcej časti využijeme príkazy **CONTRAST** a **ESTIMATE**, pričom pri ich formulácii budeme využívať skrátené označenie kategórii premennej *REGION*, kde A nahradí kategóriu *BB_PO_ZA*, B nahradí *KE_NR_TN_TT* a poslednú referenčnú kategóriu *z_BA* nahradíme C.

Overenie zhody stredných hodnôt *EDP* domácností s nezamestnaným prednostom naprieč všetkými regiónmi s využitím príkazu **CONTRAST**

Vráťme sa k našej hypotéze, že domácnosti, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba, mali v roku 2018 vo všetkých krajoch v priemere rovnakú *EDP*. Zhodu týchto stredných hodnôt

$H_0: \mu_{UA} = \mu_{UB} = \mu_{UC}$ overíme prostredníctvom simultánneho testovania nulových hypotéz $H_0: \mu_{UA} = \mu_{UB}$ a $H_0: \frac{\mu_{UA} + \mu_{UB}}{2} = \mu_{UC}$, upravených na tvar lineárnych kombinácií nasledovne:

$$H_0: \mu_{UA} - \mu_{UB} = 0,$$

$$H_0: 0,5 * \mu_{UA} + 0,5 * \mu_{UB} - \mu_{UC} = 0.$$

Vzhľadom na to, že testujeme rovnosť marginálnych stredných hodnôt *EDP* pre rôzne regióny prierezoovo pre domácnosti, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba, je dôležité definovať koeficienty pre faktory *REGION* a *EAS* a zároveň aj pre ich interakciu. Koeficienty pre interakciu premenných sú determinované testovanou hypotézou a zaznamenané sú v zelenom poli tabuľky (tab. 4). Súčtovy riadok zobrazuje koeficienty pre faktor *REGION* a súčtový stĺpec predstavuje koeficienty faktora *EAS*. V pravom dolnom rohu je súčet súčtového riadka, resp. súčtového stĺpca, pričom táto hodnota predstavuje hodnotou koeficienta *intercept* (konštanty) v rámci príkazu *CONTRAST*.

Koeficienty prvej nulovej hypotézy zobrazuje tab. 4 a koeficienty pre druhú nulovú hypotézu sú definované v tab. 5.

Tab. 4: Príkaz *CONTRAST* - koeficienty z hypotézy: $H_0: \mu_{UA} - \mu_{UB} = 0$

EAS	REGION			Spolu
	A	B	C	
Inactive_person	0	0	0	0
Retired	0	0	0	0
Unemployed	1	-1	0	0
z_at_Work	0	0	0	0
Spolu	1	-1	0	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 5: Príkaz *CONTRAST* - koeficienty z hypotézy: $H_0: 0,5 * \mu_{UA} + 0,5 * \mu_{UB} - \mu_{UC} = 0$

EAS	REGION			Spolu
	A	B	C	
Inactive_person	0	0	0	0
Retired	0	0	0	0
Unemployed	0,5	0,5	-1	0
z_at_Work	0	0	0	0
Spolu	0,5	0,5	-1	0

Zdroj: vlastné spracovanie

Na základe tab. 4 a tab. 5 má finálny príkaz pre simultánne testovanie vyššie uvedených nulových hypotéz takýto zápis:

```
contrast 'UA=UB=UC simult.'
intercept 0 EAS 0 0 0 0 REGION 1 -1 0 EAS*REGION 0 0 0 0 0
1 -1,
intercept 0 EAS 0 0 0 0 REGION 0.5 0.5 -1 EAS*REGION 0 0 0 0
0 0 0.5 0.5 -1;
```

Úspešnosť spustenia príkazu je ovplyvnená jeho korektným zostavením, preto je dôležité dodržať presnú postupnosť zápisu hodnôt jednotlivých koeficientov. Príkaz začína koeficientom *intercept*, ktorého hodnota predstavuje súčet všetkých koeficientov vo

formulovanej hypotéze (súčet stĺpca, resp. riadku *Spolu*). Po zadefinovaní hodnoty konštanty, nasledujú štyri koeficienty premennej *EAS* nachádzajúce sa v súčtovom stĺpci tabuľky. Príkaz pokračuje hodnotami koeficientov premennej *REGION*, ktoré sa nachádzajú v súčtovom riadku tabuľky. Na záver sa v príkaze zadefinujú koeficienty premennej, ktorá vznikla interakciou faktorov *EAS* a *REGION* pričom ich počet je rovný súčinu počtu kategórii premennej *EAS* a *REGION*. Poznamenajme, že je úplne postačujúce zapísať v príkaze prvých deväť koeficientov, pretože zvyšné tri hodnoty sú nulové a v takom prípade ich nie je potrebné do príkazu zadávať. Výstup takto definovaného príkazu zobrazuje tab. 6.

Tab. 6: Výstup príkazu *CONTRAST*

Contrast	DF	Contrast SS	Mean Square	F Value	Pr > F
UA=UB=UC simult.	2	6708086.502	3354043.251	0.59	0.5559

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Formuláciou dvoch nulových hypotéz, zhotovením tabuliek na určenie hodnôt koeficientov a skonštruovaním samotného príkazu sme získali výstup, prostredníctvom ktorého môžeme overiť predpokladané tvrdenia. Na základe hodnoty testovacej štatistiky ($F=0,59$) a jej prislúchajúcej p -hodnoty ($p=0,5559$) môžeme na hladine významnosti 0,05 prijať tvrdenie o zhode marginálnych stredných hodnôt *EDP* domácností, na čele ktorých stojí nezamestnaná osoba, a to vo všetkých troch regiónoch A, B a C.

Odhad strednej hodnoty *EDP* domácností s nezamestnaným prednostom naprieč všetkými regiónmi s využitím príkazu *ESTIMATE*

Priemernú výšku ekvivalentného disponibilného príjmu v domácnostiach s nezamestnaným prednostom naprieč všetky regióny Slovenska kvantifikujeme pomocou príkazu *ESTIMATE*. Naším cieľom je prostredníctvom príkazu *ESTIMATE* odhadnúť $\frac{\mu_{UA} + \mu_{UB} + \mu_{UC}}{3}$, preto využijeme test hypotézy $H_0: \frac{\mu_{UA} + \mu_{UB} + \mu_{UC}}{3} = 0$, ktorú upravíme na tvar:

$$H_0: \mu_{UA} + \mu_{UB} + \mu_{UC} = 0$$

a na základe toho zostaviť nasledujúcu tabuľku:

Tab. 7: Príkaz *ESTIMATE* - koeficienty z hypotézy: $H_0: \mu_{UA} + \mu_{UB} + \mu_{UC} = 0$

EAS	REGION			Spolu
	A	B	C	
Inactive_person	0	0	0	0
Retired	0	0	0	0
Unemployed	1	1	1	3
z_at_Work	0	0	0	0
Spolu	1	1	1	3

Zdroj: vlastné spracovanie

Zostavením tabuľky a určením hodnôt koeficientov vychádzajúcich z formulácie hypotézy môžeme konštatovať, že súčasťou príkazu bude musieť byť opäť konštanty, pretože sa súčet koeficientov rovná trom. Pokiaľ však chceme získať priemerné hodnoty, je dôležité predeliť koeficienty ich celkovým súčtom – hodnotou 3. V takomto prípade je nutné zaradiť do príkazu operátor delenia (*divisor*). Pokiaľ by sa koeficienty v príkaze nepredelili, dostali by sme trojnásobný odhad strednej hodnoty.

Na odhad strednej hodnoty použijeme príkaz *ESTIMATE* so zápisom:

```
estimate 'priemer UA UB UC'
intercept 3 EAS 0 0 3 0 REGION 1 1 1 EAS*REGION 0 0 0 0 0 0
1 1 1 / divisor=3;
```

ktorého výsledkom je druhý riadok v tab. 8.

Tab. 8: Výstup príkazu *ESTIMATE*

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
priemer UA UB UC	4588.61937	269.438531	17.03	<.0001

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Na základe výstupu príkazu *ESTIMATE* sme zistili, že priemerný ročný *EDP* domácností, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba, naprieč všetky kraje SR pre rok 2018 je na úrovni 4 588,62 EUR, čo predstavuje približne 382 EUR na mesiac.

Keďže nie je vo všetkých oblastiach A, B a C, ktoré vstupovali do testu, rovnaký počet domácností, bolo by korektné pri odhade strednej hodnoty *EDP* v domácnostiach s nezamestnaným prednostom aplikovať adekvátne váhy. Váhy budú predstavovať podiely domácností na čele s nezamestnanou osobou v kategóriách premennej *REGION*.

Tab. 9: Počet domácností s nezamestnaným prednostom v regiónoch SR (absolútne a relatívne podiely)

Table of EAS by REGION				
EAS	REGION			
Frequency Row Pct	BB_PO_ZA	KE_NT_TN_TT	z_BA	Total
Unemployed	88 49.44	78 43.82	12 6.74	178

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Výsledkom výstupu (tab. 9) sú absolútne a relatívne podiely domácností s nezamestnaným prednostom v troch uvažovaných oblastiach (A, B a C) Slovenska. Do kategórie A (*BB_PO_ZA*) patrí 49,44 % domácností, kategória B (*KE_NT_TN_TT*) zahŕňa 43,82 % domácností a zvyšok, konkrétne 6,72 % sa nachádza v Bratislavskom kraji, resp. v kategórii C. Na základe týchto podielov, stanovíme váhy koeficientov (z tab. 7) v pomere 5:4:1, odkiaľ získame takéto koeficienty v nulovej hypotéze:

$$H_0: 0,493 * \mu_{UA} + 0,438 * \mu_{UB} + 0,067 * \mu_{UC} = 0,$$

Výsledkom výstupu (tab. 9) sú absolútne a relatívne podiely domácností s nezamestnaným prednostom v troch uvažovaných oblastiach (A, B a C) Slovenska. Do kategórie A (*BB_PO_ZA*) patrí 49,44 % domácností, kategória B (*KE_NT_TN_TT*) zahŕňa 43,82 % domácností a zvyšok, konkrétne 6,72 % sa nachádza v Bratislavskom kraji, resp. v kategórii C. Na základe týchto podielov, stanovíme váhy koeficientov (z tab. 7) v pomere 5:4:1, odkiaľ získame takéto koeficienty v nulovej hypotéze:

$$H_0: 0,493 * \mu_{UA} + 0,438 * \mu_{UB} + 0,067 * \mu_{UC} = 0.$$

Tab. 10: Príkaz ESTIMATE - koeficienty z hypotézy:

$$H_0: 0,493 * \mu_{UA} + 0,438 * \mu_{UB} + 0,067 * \mu_{UC} = 0$$

EAS	REGION			Spolu
	A	B	C	
Inactive_person	0	0	0	0
Retired	0	0	0	0
Unemployed	0,493	0,438	0,067	1
z_at_Work	0	0	0	0
Spolu	0,493	0,438	0,067	1

Zdroj: vlastné spracovanie

Pomocou koeficientov v tab. 10 skonštruujeme príkaz, ktorého obsahom bude opäť konštanta, v tomto prípade rovná hodnote 1. Príkaz pre odhad priemernej strednej hodnoty má na základe toho takýto zápis:

```
estimate 'UA UB UC s vahami'
intercept 1 EAS 0 0 1 0 REGION 0.493 0.438 0.067
EAS*REGION 0 0 0 0 0 0 0.493 0.438 0.067;
```

ktorého výsledok je zobrazený v tab. 11.

Tab. 11: Výstup príkazu ESTIMATE

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
UA UB UC s vahami	4479.60903	195.169702	22.95	<.0001

Zdroj: EU-SILC 2018, vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Na základe výsledku v tab. 11 môžeme vyvodiť záver, že priemerný ročný EDP domácností, na ktorých čele stojí nezamestnaná osoba súhrne za všetky kraje Slovenska predstavuje hodnotu 4 479,61 EUR, čo je približne 373 EUR na mesiac.

Súčasťou výstupu je okrem bodového odhadu priemernej hodnoty EDP k dispozícii aj informácia aj o štandardnej chybe odhadu $s_{b_{UA-UB-UC}} = 195,1697$. Táto štatistika nám umožňuje realizovať ďalšie indukčné úsudky o predmetnej strednej hodnote, napr. skonštruovať 95 % interval spoľahlivosti pre strednú hodnotu:

$$P\left(\bar{x}_{UA-UB-UC} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} * s_{b_{UA-UB-UC}} < \mu_{UA-UB-UC} < \bar{x}_{UA-UB-UC} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} * s_{b_{UA-UB-UC}}\right) = 1 - \alpha,$$

kde $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ predstavuje kvantil Studentovho rozdelenia s $n-k-1$ stupňami voľnosti a n je celkový rozsah súboru ($n = 5\ 634$). Dosadením príslušných hodnôt do intervalu spoľahlivosti získame:

$$P(4479,609 - 1,96 * 195,1697 < \mu_{UA-UB-UC} < 4479,609 + 1,96 * 195,1697) = 0,95,$$

a po úprave:

$$P(4097,0764 < \mu_{UA-UB-UC} < 4862,1416) = 0,95.$$

So spoľahlivosťou 95% môžeme konštatovať, že priemerný ročný ekvivalentný disponibilný príjem domácností na čele s nezamestnanou osobou súhrne pre všetky kraje je väčší ako 4 097,08 EUR, ale zároveň menší ako 4 862,14 EUR.

4 Záver

Článok analyzuje ekvivalentný disponibilný príjem (*EDP*) slovenských domácností v závislosti od vybraných faktorov, a to prostredníctvom všeobecného lineárneho modelu vychádzajúceho z údajov databázy EU-SILC 2018. Naše analýzy ukázali, že okrem hlavných efektov má na *EDP* signifikantný vplyv aj interakcia medzi statusom ekonomickej aktivity osoby na čele domácnosti a krajom, v ktorom domácnosť žije. Práve táto interakcia bola predmetom hlbšej analýzy, ktorou sme poukázali na málo využívané možnosti v rámci procedúry *PROC GLM*, ktoré dokážu priniesť odpovede na mnohé výskumné otázky. Pre uvedenú interakciu sme bodovo a intervalovo odhadli marginálne stredné hodnoty, tzv. LS Means. Na základe nich sme vyslovili hypotézu, že výšku *EDP* domácností s nezamestnaným prednostom neovplyvňuje kraj, v ktorom domácnosť žije. Kontrastná analýza, ktorú sme realizovali prostredníctvom simultánneho testovania viacerých štatistických hypotéz s využitím príkazu *CONTRAST*, túto hypotézu potvrdila. Spoločnú marginálnu strednú hodnotu pre domácnosti, ktoré majú na čele nezamestnanú osobu, a to naprieč všetkými krajinami, sme odhadli prostredníctvom príkazu *ESTIMATE*. Článok teda okrem konkrétnych výsledkov našej vlastnej analýzy *EDP* poskytuje aj metodický návod na korektné využitie príkazov *CONTRAST* a *ESTIMATE* pri porovnávaní stredných hodnôt cieľovej premennej na rôznych úrovniach interakcie faktorov, ktoré vstupujú do modelu *GLM* ako regresory. Analýza všeobecného lineárneho modelu odhalila, že s pravdepodobnosťou 0,95 bol v roku 2018 ročný ekvivalentný disponibilný príjem slovenských domácností s nezamestnaným prednostom naprieč všetkými krajinami SR v priemere vyšší ako 4 097,08 EUR a súčasne nižší ako 4 862,14 EUR, a to za podmienky fixovania vplyvu ostatných relevantných faktorov uvažovaných v modeli ako sú status ekonomickej aktivity, najvyššie dokončené vzdelanie, rodinný stav a všeobecné zdravie osoby na čele domácnosti, ako aj stupeň urbanizácie územia, na ktorom domácnosť žije.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy KEGA 007EU-4/2020 Interaktívna a interdisciplinárna výučba predmetov Služby a Inovácie v cestovnom ruchu s využitím informačných technológií.

Literatúra

1. Bowley, S. R. (2013). *Constructing SAS Contrast/Estimate Statements*. University of Guelph, Canada. Dostupné na: <https://www.plant.uoguelph.ca/sites/plant.uoguelph.ca/files/forages/Constructing%20SAS%20EstimateContrast%20Statements-2013.pdf> [cit. 2020-8-12].
2. Davis, J. W. (2017). *Linear Mixed Models with Random Effects*. University of Georgia. Dostupné na: <https://site.caes.uga.edu/expstatgrif/files/2018/07/MixedRandDoc1.pdf> [cit. 2020-8-12].
3. Eurostat (2016). *Glossary: EU statistics on income and living conditions (EU-SILC)*. Dostupné na: [https://ec.europa.eu/eurostat/statisticsexplained/index.php/Glossary:EU_statistics_on_income_and_living_conditions_\(EU-SILC\)](https://ec.europa.eu/eurostat/statisticsexplained/index.php/Glossary:EU_statistics_on_income_and_living_conditions_(EU-SILC)) [cit. 2020-9-07].
4. Glen, S. (2015). *Post-Hoc Definition and Types of Post Hoc Tests*. Dostupné na: <https://www.statisticshowto.com/post-hoc/> [cit. 2020-9-07].
5. Gravetter, F. J. & Wallnau, L. B. (2008). *Essentials of Statistics for the Behavioral Science*. Belmont, CA, USA: Courier Corporation.
6. High, R. (2011). *Interpreting the Differences Among LSMEANS in Generalized Linear Models*. The University of Nebraska Medical Center, Omaha NE. Dostupné na: <http://www.mwsug.org/proceedings/2011/dataviz/MWSUG-2011 DG08.pdf> [cit. 2020-9-14].

7. Hintze, J. L. (2007). *Descriptive Statistics, Means, Quality Control, and Design of Experiments*. Utah, USA, Dostupné na: <https://ncss-wpengine.netdna-ssl.com/wpcontent/uploads/2012/09/NCSSUG2.pdf> [cit. 2020-8-18].
8. Chen, H. (2008). Using ESTIMATE and CONTRAST Statements for Customized Hypothesis Tests. *SAS Institute Inc. Paper SP09-2008*.
9. Kao, L. S. & Green, CH. E. (2007). *Analysis of Variance: Is There a Difference in Means and What Does It Mean?* Dostupné na: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2405942> [cit. 2020-8-18].
10. Kenton, W. (2019). *Scheffe's Test*. Dostupné na: <https://www.investopedia.com/terms/s/scheffes-test.asp> [cit. 2020-9-07].
11. Lenth, R., V. (2016). Least-squares means: the R package lsmeans. *Journal of Statistical Software*. 69(1), 1-33.
12. Littell, R. C., Stroup, W. W. & Freund, R. J. (2010). *SAS for Linear Models*. 4th ed. Cary, NC: SAS Institute Inc.
13. Newsom, G. CH. (2019). *Post Hoc Tests*. Dostupné na: <http://web.pdx.edu/~newsomj/uvclass/hoposthoc.pdf> [cit. 2020-9-07].
14. Schlegel, A. (2018). *Tukey's Test for Post-Hoc Analysis*. Dostupné na: <https://aaronshlegel.me/tukeys-test-post-hoc-analysis.html> [cit. 2020-8-12].
15. Šoltés, E. (2019). *Regresná a korelačná analýza: s aplikáciami v softvéri SAS*. Bratislava: Letra Edu.
16. Šoltés, E., Hurbánková, L., Kotlebová, E., Šoltésová, T. & Vojtková, M. (2020). *Chudoba a sociálne vylúčenie v EÚ a v SR: v kontexte stratégie Európa 2020*. Pardubice: Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správni.
17. Trochim, M. K. (2020). *General Linear Model*. Dostupné na: <https://conjointly.com/kb/general-linear-model/> [cit. 2020-8-12].
18. Želinský, T. (2014). *Chudoba a deprivácia na Slovensku: Metodologické aspekty a empiria*. Košice: Equilibria, s.r.o.

Analýza flexibility účtovného obdobia v Slovenskej republike za obdobie 2011-2018

Analysis of Flexibility of Accounting Period in the Slovak Republic for Years 2011-2018

Zuzana Kubaščíková¹, Zuzana Juhászová², Miloš Tumpach³

Abstrakt

Účtovné jednotky využívajú možnosť zmeny účtovného obdobia na hospodársky rok, pretože takáto zmena má racionálny základ zvyčajne v špecifickom druhu podnikania konkrétnej účtovnej jednotky. Ide teda o účtovné jednotky, ktoré majú sezónnu povahu svojej ekonomickej činnosti. V rámci analýzy využitia alternatívy účtovného obdobia slovenskými účtovnými jednotkami uvádzame okrem počtov účtovných jednotiek aj ich oblasť podnikania, aby sme podložili dôvody, ktoré viedli účtovnú jednotku ku zmene účtovného obdobia a overili si v prípade účtovných jednotiek, ktoré sa vyznačujú sezónnosťou, či využili možnosť alternatívnej voľby účtovného obdobia v období rokov 2011-2018.

Kľúčové slová

účtovné obdobie, účtovná jednotka, kalendárny rok, sezónnosť

Abstract

Entities use the option to change the accounting period to a financial year because such a change usually has a rational basis, usually in the specific type of business of a particular entity. These are therefore entities that have the seasonal nature of their economic activity. As part of the analysis of the use of the alternative of the accounting period by Slovak accounting entities, in addition to the number of accounting entities, we also state their area of business to substantiate the reasons that saw the entity to change the accounting period and verify in the case of seasonal entities whether they used the alternative elections of the accounting period in the period 2011-2018.

Key words

accounting period, accounting unit, calendar year, seasonality

JEL classification

M49

1 Úvod

Účtovné jednotky na území Slovenskej republiky si môžu svoje účtovné obdobie – kalendárny rok alebo hospodársky rok zvoliť podľa zákona o účtovníctve už pri vzniku účtovnej jednotky, alebo počas vykonávania svojej podnikateľskej činnosti, ak je takáto zmena účtovného obdobia pre účtovné jednotky ekonomicky výhodná. (Ondrušová, 2011)

¹ Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava, zuzana.kubascikova@euba.sk.

² doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava, zuzana.juhaszova@euba.sk.

³ prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava, milos.tumpach@euba.sk.

Možnosť flexibility účtovného obdobia povoľuje účtovným jednotkám voľbu hospodárskeho roka ako účtovné obdobie, (Miller, 1966) ktoré kopíruje výrobný proces účtovnej jednotky, a teda zohľadňuje v sebe špecifiká jednotlivých výrobných odvetví a prispôsobuje si rôzne faktory. (Pakšiová, Janhuba, 2012)

Pre účtovné jednotky, ktoré sa rozhodnú pre zmenu účtovného obdobia je nové účtovné obdobie, či už hospodársky rok alebo kalendárny rok, i zdaňovacím obdobím. Účtovné jednotky sa ako samostatné ekonomické subjekty rozhodujú o zmene účtovného obdobia samy, racionálne a na základne potrieb, ktoré chcú uspokojiť. (Lehenchuk a kol., 2020) Medzi výhody hospodárskeho roka vo všeobecnosti patria: zosúladenie účtovného obdobia na porovnávanie s konkurenčnými účtovnými jednotkami alebo i inými účtovnými jednotkami v rámci konsolidovaného celku, lepší time management celkového chodu firmy alebo zosúladenie účtovného obdobia s materskou účtovnou jednotkou pre účely konsolidácie účtovnej závierky. (Andrejovská, 2012)

2 Metódy spracovania a zdrojové údaje

Na testovanie a vyhodnotenie údajov z účtovných závierok sme použili databázu dostupnú na webovej stránke www.registeruz.sk. Boli spracované účtovné závierky za roky 2018-2011. Počty zverejnených účtovných závierok v jednotlivých rokoch je nasledujúci.

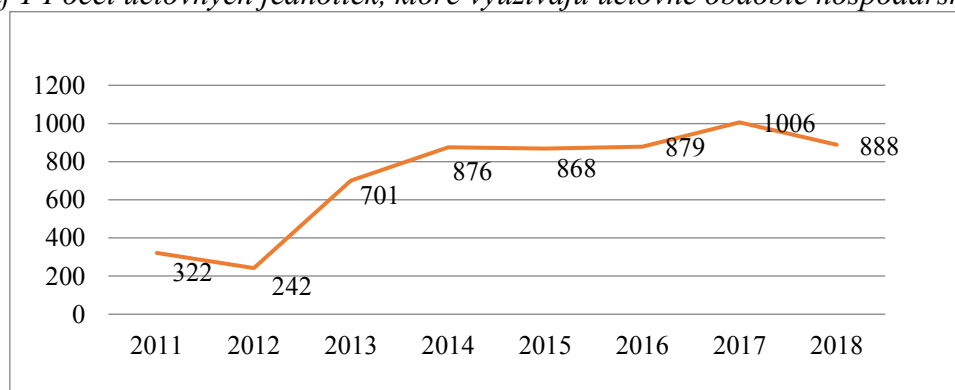
Tab. 1 Počty spracovaných účtovných závierok v jednotlivých rokoch

Rok	Počet účtovných závierok
2018	219173
2017	208228
2016	198414
2015	190486
2014	186348
2013	166269
2012	90451
2011	96535

Zdroj: www.registeruz.sk

Počty účtovných jednotiek, ktoré si zvolili možnosť zmeny obdobia vykazovania sú uvedené v nasledujúcom grafe. Boli spracované roky 2011 - 2018, pretože údaje za rok 2019 ešte neboli k dispozícii (budú k dispozícii až na konci roka 2020).

Graf 1 Počet účtovných jednotiek, ktoré využívajú účtovné obdobie hospodársky rok



Zdroj: www.registeruz.sk

Podiel účtovných jednotiek, ktoré používajú hospodársky rok, je na Slovensku extrémne nízky, je to približne 4,5% účtovných jednotiek, v rokoch 2011 - 2012 to je len 2,5% - 3,5% subjektov.

3 Výsledky

Dôvody na uplatnenie zmien účtovného obdobia môžu byť rôzne od potreby prispôbenia sa výrobnému cyklu až po zosúladenie účtovného obdobia dcérskej spoločnosti s materskou v rámci konsolidovaného celku. (Parajka, 2015) Takáto zmena má výhodu pri eliminácii rôznych rizík z hľadiska nesprávnosti a nepresnosti poskytovaných údajov v rámci konsolidovanej účtovnej závierky konsolidovaného celku. Podniky, ktoré boli súčasťou konsolidovaného celku do roku 2004 museli podľa slovenskej právnej úpravy zostavovať svoju účtovnú závierku na konci kalendárneho roka, ktorý však nekorešpondoval s účtovným obdobím v rámci konsolidovaného celku. Preto sa v mnohých prípadoch stávalo, že sa viedli dva systémy účtovníctva, jeden v zmysle vtedy platného zákona o účtovníctva a Obchodného zákonníka a druhý pre potreby konsolidovaného riadenia a rozhodovania. Takéto opatrenia však v značnej miere komplikovali fungovanie týchto zahraničných firiem. V roku 2011 však už 58 medzinárodných súkromných a 146 zahraničných spoločností využívalo účtovné obdobie hospodársky rok, v roku 2012 došlo k dočasnému zníženiu tohto počtu, ale od roku 2013 má už stúpajúci charakter a podiel zahraničných a medzinárodných spoločností z celkového počtu spoločností uplatňujúcich hospodársky rok bol približne 60%.

Rozdelenie účtovných jednotiek využívajúcich hospodársky rok je ovplyvnené aj legislatívou. Voľbu dvanástich po sebe nepretržite nasledujúcich mesiacov oproti kalendárnemu roku, začínajúcemu 1. januára a končiacemu 31. decembra sledovaného obdobia, nemôžu využívať účtovné jednotky, ktoré sú subjektmi verejnej správy a ktoré svoju činnosť vykonávajú podľa zákona o rozpočtových pravidlách (v dôsledku napojenia ich rozpočtov a toku peňažných príjmov na štátny rozpočet, rozpočet obcí a vyšších územných celkov, ktoré sa zostavujú za obdobie kalendárneho roka). Fyzická osoba ktorá podniká alebo vykonáva inú samostatne zárobkovú činnosť, ak preukazuje svoje výdavky vynaložené na dosiahnutie, zabezpečenie a udržanie príjmov na účely zistenia základu dane z príjmov podľa zákona o dani z príjmov nemôže uviesť vo svojich účtovných výkazoch hospodársky rok.

Tab. 2 Využitie alternatív účtovného obdobia slovenskými účtovnými jednotkami podľa vlastníctva

Vlastníctvo	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
Združ.,p.strany,cirkvi	3	3	3	7	5	3	1	0
Zahrančné	403	446	360	371	391	349	92	146
Medzinárodné súkromné	144	149	152	140	141	121	28	58
Súkromné tuzemské	333	403	359	342	325	217	120	111
Družstevné	5	4	4	4	8	7	0	6
Štátne	0	0	1	1	1	0	0	0
Vlast.územnej samosprávy	0	1	0	3	5	4	1	1
Celkový súčet	888	1006	879	868	876	701	242	322

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa www.registeruz.sk

Za jedno z možných odvetví, ktoré môže mať motív na zmenu účtovného obdobia na hospodársky rok, môžeme považovať aj právo, poradenstvo a účtovníctvo, keďže tieto účtovné jednotky sú ku koncu roka veľmi vyťažené poskytovaním služieb pre svojich klientov. Na

základe našej analýzy to tak na Slovensku nie je, pretože približne iba 0,5% z celkového počtu účtovných jednotiek v danom odvetví využíva ako účtovné obdobie hospodársky rok (v každom roku približne 20 tis. účtovných jednotiek uvádza odvetvie - právo, poradenstvo a účtovníctvo).

Jedným z odvetví, ktoré môže využívať hospodársky rok vo svoj prospech je odvetvie poľnohospodárske, ktorého celková činnosť, teda i rentabilita, je daná striedaním sa jednotlivých ročných období, pretože z pohľadu nákladov, majú účtovné jednotky vyššie náklady v období zasievania, pričom výnosy zo zožatia zasadených plodín môžu vzniknúť v nasledujúcom účtovnom období, ak vôbec nastanú. Poľnohospodárske odvetvie, je odvetvie vystavené vysokým rizikám a neistotám, ktoré nie sú v kompetencii účtovnej jednotky, ktorá nedokáže s presnosťou určiť vývoj podnebných podmienok, poveternostných podmienok sledovaného účtovného obdobia, ale taktiež ani zmien cien poľnohospodárskych produktov a komodít na trhu, ktoré neustále kolíšu. Štádia a fázy výrobného cyklu v tomto odvetví sú podmienené striedaním sa ročných období (zimy, jari, leta a jesene) a pre ne zodpovedajúcich klimatických podmienok. Ak by sme vnímali poľnohospodársku výrobu historicky, teda bez možnosti voľby flexibilného účtovného obdobia, uvedomili by sme si, že na jednej strane je takáto právna direktíva štátu výhodná pre daný štát v ktorom účtovná jednotka poskytuje svoje informácie z účtovných závierok. Štát striktné právnymi predpismi nariaďoval dodržiavanie kalendárneho roku, ktorý začína 1. 1. a končí 31. 12. sledovaného roku, ale na druhej strane, ak berieme do úvahy striedanie sa ročných období a ich vplyv na poľnohospodárske odvetvie, je takáto počinanie pre štát nevýhodné, pretože ekonomický ukazovateľ hrubého domáceho produktu neobsahoval všetky vhodné údaje potrebné na stanovenie želaného stavu makroekonomického ukazovateľa štátu za sledované účtovné obdobie. (Krišková, Užík, 2016) V niektorých ekonomicky nevyvinutých krajinách tvorí poľnohospodárska výroba najsilnejší vplyv na hospodárstvo danej krajiny, takéto krajiny teda využívajú flexibilitu účtovného obdobia vo svoj prospech na zvýšenie hrubého domáceho produktu. Snaha stanovenia si hospodárskeho roku pre poľnohospodárske odvetvie v sebe implementuje požiadavku „zarátania“ fázy predaja do fáz sledovaného účtovného obdobia. Ak účtovná jednotka chce splniť takúto podmienku musí byť jej výrobný proces kratší ako jeden rok a výrobky možno relatívne rýchlo predať ďalej, najčastejšie do živočíšnej výroby na ďalšie spracovanie, ale i do iných odvetví. V takto špecializovanom poľnohospodárskom podniku je vhodné stanoviť začiatok účtovného obdobia na termín, kedy sú zásoby minimálne. Pretože pri minimálnom stave zásob sa znižuje možnosť rizika napríklad chybné inventarizácie zásob a chybného ocenenia zásob. *Vychádzajúc z klimatických podmienok nášho geografického prostredia s hore uvedeným - hospodársky rok by mal začínať 1. júlom a končiť 30. júnom.* Ak však berieme do úvahy menší poľnohospodársky podnik súkromného podnikateľa, začatie účtovného obdobia 1. júlom je pre neho ekonomicky nevýhodné z dôvodu nedostatku času pre vykonávanie sezónnych poľnohospodárskych prác, preto je vhodné aby bolo účtovné obdobie takého podniku v súlade s výrobnou-finančným plánom. Je potrebné optimálne si stanoviť začiatok účtovného obdobia na obdobie, kedy možno reálne predvídať výsledky výrobných procesov predchádzajúceho účtovného obdobia. Napríklad, ak sa účtovná jednotka zaoberá produkciou repky olejnej, ako jedného z druhov oziminy, ktoré sa sejú na jeseň, je pre účtovnú jednotku výhodné začínať svoj hospodársky rok 1. októbra a končiť v období predaja 30. septembra nasledujúceho roka. Ak si účtovná jednotka zvolí optimálne účtovné obdobie eliminuje tým nielen riziko zlého ocenenia vlastných zásob, ktoré nie sú zrealizované, pretože ak nastane pokles cien musí účtovná jednotka takúto skutočnosť zohľadniť formou opravnej položky k zásobám, čím sa jej zníži výsledok hospodárenia. Ďalej sa eliminuje riziko z neinkasovaných pohľadávok, na ktoré si podnik vytvorí opravné položky, vo svojej účtovnej závierke si uvedomuje zníženie ekonomického úžitku takýchto pohľadávok, čo vedie k udržateľnosti peňažnej likvidity účtovnej jednotky. Napriek nepopierateľným výhodám pre účtovné jednotky

z oblasti poľnohospodárstva využíva hospodársky rok iba 0,1% účtovných jednotiek (priemerne 6 z 5300).

Tab. 2 Využité alternatívy účtovného obdobia slovenskými účtovnými jednotkami podľa odvetvia v roku 2018

Odvetvie	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
Cestovný ruch a gastro	21	26	29	29	5	5	5	5
Doprava a logistika	19	23	21	21	12	12	12	12
Drevo a papier	6	9	8	8	2	2	2	2
Elektrotechnika	26	26	20	20	9	9	9	9
Energie a ťažba	4	3	4	4	4	4	4	4
Financie	28	28	27	27	7	7	7	7
Chémia a plasty	12	14	12	12	5	5	5	5
Informačné technológie	64	65	53	53	11	11	11	11
Kovovýroba a hutníctvo	26	26	23	23	9	9	9	9
Maloobchod	72	74	71	71	21	21	21	21
Média, vydavateľstvá a kultúra	8	10	13	13	1	1	1	1
Nehnutelnosti	48	56	72	72	20	20	20	20
Odevy a obuv	3	3	6	6	5	5	5	5
Poľnohospodárstvo a lesníctvo	6	10	6	6	5	5	5	5
Potravinárstvo	13	13	11	11	6	6	6	6
Právo, poradenstvo a účtovníctvo	114	124	95	95	29	29	29	29
Predaj a údržba vozidiel	13	14	13	13	2	2	2	2
Projektovanie a inžiniering	25	31	20	20	3	3	3	3
Reklama	17	19	21	21	1	1	1	1
Služby	35	40	34	34	7	7	7	7
Spracovanie odpadov	1	0	0	0	0	0	0	0
Sprostredkovanie	25	44	41	41	10	10	10	10
Stavebníctvo	56	60	50	50	15	15	15	15
Strojárstvo	26	27	28	28	10	10	10	10
Školstvo a vzdelávanie	5	8	6	6	1	1	1	1
Telekomunikácie	5	5	4	4	2	2	2	2
Veľkoobchod	118	124	135	135	32	32	32	32
Výroba – ostatné	1	2	1	1	0	0	0	0
Vývoj a testovanie	12	12	14	14	1	1	0	1
Zdravotníctvo	70	100	21	21	4	4	0	5
Celkový súčet	888	1006	879	868	876	701	242	322

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa www.registeruz.sk

Hospodárske obdobie využívajú aj účtovné jednotky, ktoré sa zaoberajú veľkoobchodným a maloobchodným predajom, keďže je pre nich nevýhodné a nepraktické uzatvárať účtovníctvo k 31.12., a teda musieť vykonávať v tomto hektickom období inventarizáciu, uzávierkové operácie, teda všetky úkony potrebné na zostavenie a zverejnenie

úctovnej závierky. Na Slovensku približne 70 účtovných jednotiek z oblasti maloobchodu z celkového počtu približne 19 500 účtovných jednotiek využíva účtovné obdobie hospodársky rok, čo je približne 0,3%.

V podnikoch so špecifickou dĺžkou výrobného procesu vzniká problém priradenia výnosov k nákladom. Ak napríklad berieme do úvahy odvetvie stavebníctva ich počiatocne náklady mnohonásobne prevyšujú výnosy, ktoré účtovná jednotka dosiahne v danom roku, prípadne v nasledujúcich. Priemerne 55 účtovných jednotiek z 24 500 z oblasti stavebníctva v Slovenskej republike uvádza, že využíva hospodársky rok, čo je približne 0,2%

Tab. 3 Využité alternatívy účtovného obdobia slovenskými účtovnými jednotkami podľa počtu zamestnancov

Počet zamestnancov	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011
0 zamestnancov	22	191	110	165	349	164	43	5
1 zamestnanec	81	99	110	93	91	69	15	0
2 zamestnanci	42	41	39	47	39	33	9	0
3-4 zamestnanci	72	71	59	51	53	52	13	1
5-9 zamestnancov	122	111	96	76	61	68	24	4
10-19 zamestnancov	83	66	75	84	75	77	25	0
20-24 zamestnancov	22	22	24	20	22	18	6	0
25-49 zamestnancov	60	50	66	47	36	56	30	3
50-99 zamestnancov	60	55	48	36	25	40	25	0
100-149 zamestnancov	0	14	22	20	18	18	9	0
150-199 zamestnancov	14	11	7	11	9	17	7	0
200-249 zamestnancov	13	9	11	9	13	9	4	0
250-499 zamestnancov	17	15	16	9	8	12	9	0
500-999 zamestnancov	5	7	7	9	6	7	5	0
1000-4999 zamestnancov	1	7	5	4	5	6	5	0
5000-19999 zamestnancov	2	3	2	2	2	1	1	0
Nezistený	249	234	182	185	64	54	12	309
Celkový súčet	888	1006	879	868	876	701	242	322

Zdroj: Vlastné spracovanie podľa www.registeruz.sk

Pri analýze využívania hospodárskeho obdobia ako účtovného roka podľa veľkosti spoločnosti sme na základe údajov z tabuľky 3 dospeli k nasledujúcim výsledkom: pri spoločnostiach od 0-10 zamestnancov je podiel účtovných jednotiek využívajúcich hospodárske obdobie do 1%, pri spoločnostiach od 10-50 zamestnancov je tento podiel priemerne 1,5%, pri účtovných jednotkách od 50 do 5000 zamestnancov sa tento podiel zvyšuje až na 5% a najväčší podiel bol zistený pri účtovných jednotkách s 5000 - 19 999 zamestnancami, a to až cca 20% (v roku 2018 2 z 10 účtovných jednotiek v tejto kategórii využíva ako účtovné obdobie hospodársky rok).

4 Záver

Pri analyzovaných účtovných jednotkách okrem vlastníctva a počtu zamestnancov uvádzame aj ich oblasť podnikania, aby sme podložili dôvody, ktoré viedli účtovné jednotky ku zmene účtovného obdobia a overili si v prípade ktorých odvetví sa v najväčšej miere využila alternatívnej voľba účtovného obdobia. (Canto, a kol. 2006) Rozhodnutie o zmene účtovného obdobia účtovné jednotky vykonávajú nie preto, že môžu takúto alternatívu využiť, ale z dôvodu, že pozitívna voľba hospodárskeho roku ako účtovného obdobia prevažujú nad

negatívami pre tieto účtovné jednotky. Hospodársky rok ako svoje účtovné obdobie si volia tie účtovné jednotky, ktoré sa vyznačujú sezónnosťou – poľnohospodárstvo, stavebníctvo, služby, zábavný priemysel. Počet účtovných jednotiek využívajúcich hospodársky rok ako účtovné obdobie v Slovenskej republike je od r. 2012 stúpajúci.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0517/20 *Virtuálne kryptosiete ako relevantný nástroj na elimináciu ekonomickej kriminality.*

Literatúra

1. Andrejovská, A. (2012) Zhodnotenie ekonomickej situácie v obciach pomocou pomerových a absolútnych ukazovateľov. *Verejná správa a spoločnosť : [vedecký časopis]*. - Košice : *Fakulta verejnej správy Univerzity Pavla Jozefa Šafárika*, 13(1), 102-108.
2. Canto, O., Gradin, C., Del Rio, C. (2006) Poverty statics and dynamics: does the accounting period matter? *International journal of social welfare*, 15(3), 209-218.
3. Krišková, P., Užík, J. (2016, September 5th-6th) Management of audit risk and its impact on the audit of financial statements. *Managing and modelling of financial risks : proceedings : 8th international scientific conference, Ostrava, Czech Republic*, 460-466.
4. Lehenchuk, S. F., Valinkevych, N. V., Vyhivska, Irina M., Khomenko, H. Y. (2020) The Significant Principles Of Development Of Accounting Support For Innovative Enterprise Financing. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(8s), 2282 – 2289.
5. Miller, H. (1966) Accounting period concept and its effect on management decisions – discussion. *Journal of accounting research*, 4, supplement S, 15-17.
6. Ondrušová, L. (2011) Management decisions leading to ownership transactions. *Strategic management : international journal of strategic management and decision support systems in strategic management*, 16(3), 18-22.
7. Pakšiová, R., Janhuba, M. (2012) *Teória účtovníctva v kontexte svetového vývoja*. Bratislava: Iura Edition.
8. Parajka, B. (2015) Are information needs of financial entities served by financial statements in the Slovak Republic. *Financial management of firms and financial institutions*, 950-957.



Zhluková analýza európskeho poisťného trhu

Cluster analysis of the European insurance market

Jana Kútiková¹

Abstrakt

Príspevok je zameraný na aplikáciu zhlukovej analýzy v oblasti poisťovníctva pre 27 krajín Európy, ktoré sú súčasťou Európskej federácie poisťovní a zaistovní s cieľom posúdiť dôležitosť a úroveň poistenia v týchto krajinách prostredníctvom ukazovateľa výšky poisťných plnení na obyvateľa v odvetviach životného, neživotného a zdravotného poistenia.

Kľúčové slová

Zhluková analýza, párové koeficienty korelácie, Wardova metóda, Metóda K-priemerov, poisťovníctvo

Abstract

The contribution is focused on application of cluster analysis in the insurance industry for 27 European countries that are part of the European Federation of insurance and reinsurance companies in order to assess the relevance and level of insurance in these countries through indicator of the paid claims per capita in the sectors of the life, non-life and health insurance.

Key words

Cluster analysis, Pearson correlation coefficients, Ward's method, K-means method, insurance

JEL classification

C38, G22

1 Úvod

Úroveň a výkonnosť poisťného trhu sa určuje na základe špecifických ukazovateľov. Tieto ukazovatele sa navzájom porovnávajú a podľa výsledkov sa určuje vyspelosť ekonomiky štátu, rozvinutosť poisťného trhu, ale aj miera poisťného záujmu o jednotlivé poisťné odvetvia, či úroveň poisťovacej činnosti konkrétnej poisťovne.

Objektívne hodnotiť stav a vývoj poisťného trhu nie je celkom možné bez znalosti a posúdenia konkrétnych ukazovateľov úrovne poisťného trhu. Tieto ukazovatele sú špecifické ako sektor poisťovníctva samotný. V poisťovníctve sa na základe vybraných ukazovateľov hodnotí druhové členenie, vyspelosť, efektívnosť ale aj potenciál poisťného trhu. Pri hodnotení a porovnávaní poisťných trhov sa používajú absolútne ako aj relatívne ukazovatele.

K hodnoteniu poisťných trhov sa používajú najmä absolútne ukazovatele, ako:

- predpísané poisťné za všetky komerčné poisťovne
- náklady na poisťné plnenie za všetky komerčné poisťovne
- hospodársky výsledok za všetky komerčné poisťovne
- počet komerčných poisťovní na poisťnom trhu a ďalšie

Súčasťou analýzy poisťného trhu sú taktiež relatívne ukazovatele. Medzi hlavné relatívne ukazovatele poisťného trhu patria:

¹ Ing. Jana Kútiková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, jana.kutikova@euba.sk.

- poistenosť
- koncentrácia poistného trhu
- škodovosť (Čejková, 2002).

V príspevku použijeme na posúdenie dôležitosti a úrovne poistenia zhlukovú analýzu. Zhluková analýza patrí medzi štatistické metódy, ktoré sa zaoberajú podobnosťou viacrozmerných objektov. Základom zhlukovej analýzy je tvorba zhlukov takým spôsobom, aby si objekty v rámci jedného zhluku boli čo najviac podobné a súčasne, aby podobnosť zhlukov bola čo najmenšia. Podobnosť, resp. nepodobnosť objektov sa stanoví pomocou mier podobnosti, ktoré sa klasifikujú na miery vzdialenosti, miery korelácie a miery asociácie. Objektami v našom prípade sú krajiny Európy, ktoré sú členmi Európskej federácie poisťovní a zaistovní.

Algoritmy zhlukovej analýzy sa okrem poisťovníctva využívajú v súčasnosti vo viacerých oblastiach, ako napríklad v marketingu na hľadanie skupín zákazníkov s podobnými vlastnosťami (správaním) na základe vlastností zákazníkov obsiahnutých v databáze, v biológii na klasifikáciu rastlín a zvierat na základe zistených charakteristických črt. Ďalším spôsobom použitia sú knižnice na triedenie a zoskupovanie kníh prípadne klasifikácia webových dokumentov na internete a podobne.

2 Údajová základňa

Pre účely tohto článku sú zvolené nasledujúce pomerové ukazovatele (v €):

- L/P – výška poistných plnení produktov životného poistenia na jedného obyvateľa
- H/P – výška poistných plnení produktov zdravotného poistenia na jedného obyvateľa
- PC/P – výška poistných plnení produktov neživotného poistenia na jedného obyvateľa

Poistné plnenie je náhrada za udalosti vzniknuté podľa poistných podmienok uzavretej poistnej zmluvy, alebo právneho predpisu, ktoré poistenému vznikli pri poistnej udalosti.

Tab. 1: Hodnoty vybraných pomerových ukazovateľov za rok 2018

	Country	L/P	H/P	PC/P
1	AT	751	161	870
2	BE	1137	102	841
3	BG	10	4	67
4	CH	2899	833	957
5	CY	146	138	330
6	CZ	134	3	199
7	DE	852	345	634
8	DK	2966	91	611
9	EE	35	6	403
10	ES	431	142	359
11	FI	3707	61	413
12	FR	1567	140	890
13	HR	76	10	97
14	IE	1952	430	137
15	IT	1094	29	541
16	LU	1939	35	331
17	LV	22	14	47
18	MT	718	13	91
19	NL	871	2596	527
20	PL	132	2	216
21	PT	637	54	370
22	RO	11	2	54
23	SE	2588	116	293
24	SI	234	233	585
25	SK	340	8	99
26	TR	5	8	41
27	UK	3915	70	581

Zdroj: vlastné spracovanie

Údaje o poisťných plneniach jednotlivých krajín pochádzajú zo stránky Insurance Europe (<https://insuranceeurope.eu/>). Insurance Europe zverejňuje databázu s aktuálnymi údajmi o európskom poisťnom odvetví od roku 2004 až po súčasnosť. Databáza obsahuje informácie o investičnom portfóliu poisťovní, vyplatených poisťných plneniach, distribučných kanáloch a trhovej štruktúre pre odvetvia životného, neživotného a zdravotného poistenia v Európe. Údaje poskytujú členovia Európskej federácie poisťovní a zaistovní. Obdobím analýzy je rok 2018, za ktorý boli dostupné všetky požadované údaje.

Na analýzu bolo vybraných 27 krajín z celej Európy. Podľa geografického hľadiska, a aj dostupných údajov, boli do skúmania vybrané tieto krajiny: Rakúsko, Belgicko, Bulharsko, Švajčiarsko, Cyprus, Česko, Nemecko, Dánsko, Estónsko, Španielsko, Fínsko, Francúzsko, Maďarsko, Írsko, Taliansko, Luxembursko, Lotyšsko, Malta, Holandsko, Poľsko, Portugalsko, Rumunsko, Švédsko, Slovinsko, Slovensko, Turecko, Spojene kráľovstvo.

3 Metódy zhlukovej analýzy

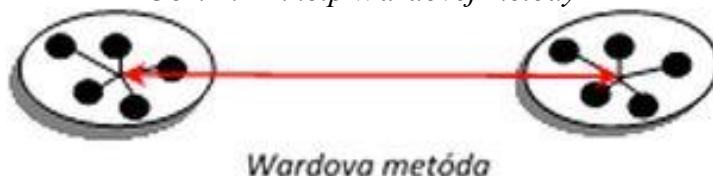
Rôzne literatúry sa líšia v klasifikácii metód, ale vo všeobecnosti metódy zhlukovej analýzy môžeme rozdeliť na hierarchické a nehierarchické metódy. Hierarchické metódy boli v minulosti veľmi populárne a to najmä z dôvodu svojej rýchlosti a jednoduchosti. Napriek jednoduchosti poskytujú podrobnú analýzu štruktúry dát a ich ďalšou veľkou výhodou je, že nie je potrebné poznať počet zhlukov na začiatku analýzy. Medzi nevýhody patrí, že odľahlé pozorovania majú významný vplyv na výsledok a nie sú vhodné na analýzu veľkých súborov. Za nevýhodu sa tiež považuje, že objekt už zaradený do zhluku nemôže byť preradený do iného zhluku.

Všeobecný hierarchický zhlukovací postup:

1. Vypočítame maticu D vhodných mier vzdialenosti.
2. Začneme proces rozkladu od n zhlukov, z ktorých každý obsahuje 1 objekt.
3. V matici D nájdeme dva zhluky, ktorých vzdialenosť je minimálna.
4. Spojíme tieto zhluky do jedného (nového) zhluku. V matici D vynecháme riadok a stĺpec reprezentujúci ich vzdialenosť a nahradíme ho novým, reprezentujúcim ich vzdialenosť od ostatných zhlukov (podľa zvolenej metódy).
5. Postup opakujeme, kým nedôjde k spojeniu všetkých objektov do jedného zhluku.

Medzi hierarchické metódy patrí Metóda najbližšieho suseda, Metóda najvzdialenejšieho suseda, Metóda priemernej vzdialenosti, Centroidná metóda, Mediánová metóda, Wardova metóda. Za jednu z najlepších sa považuje Wardová metóda, ktorá je použitá aj v tomto príspevku, pretože vedie k vytvoreniu zhlukov relatívne rovnakej veľkosti. Metóda je založená na minimalizácii zvyšovania chyby sumy štvorcov odchýlok bodov zhluku od priemeru – centroidu. Pre spojenie každého možného páru zhluku sa počíta suma štvorcov a následne sa spájajú také zhluky, kde dochádza k minimálnemu nárastu chyby sumy štvorcov.

Obr. 1: Princíp Wardovej metódy



Zdroj: <https://www.engineering.sk/>

Hierarchické metódy sa často používajú ako začiatkové riešenie a sú doplnené o nehierarchické postupy, ktoré sú v poslednom čase stále populárnejšie. Väčšinou ide o

iteračné postupy, ktoré vyžadujú zadanie počtu zhlukov na začiatku analýzy. Oproti hierarchickým metódam nie sú natoľko ovplyvnené odľahlými pozorovaniami. Tieto metódy poskytujú viacero prijateľných alternatív štruktúry dát, no ich nevýhodou je, že výsledky sú ovplyvnené praktickými znalosťami užívateľa. Do nehierarchických metód patria Metóda typických bodov (seeded), Metóda K-priemerov, Metóda optimálnych stredov alebo medoidov a Fuzzy zhlukovanie. Z vymenovaných metód aplikujeme v príspevku Metódu K-priemerov, ktorá má viacero modifikácií no vcelku jednoduchý postup:

1. Výber k začiatočných zhlukových centroidov alebo bodov (k = počet apriórne určených zhlukov).
2. Zaradenie objektov do zhlukov podľa minimálnej vzdialenosti od centroidu.
3. Znovuzaradenie alebo premiestnenie objektov medzi zhlukmi podľa určeného pravidla.
4. Ukončenie v prípade splnenia požadovaného kritéria.

4 Aplikácia zhlukovej analýzy

4.1 Posúdenie vhodnosti zhlukovej analýzy

Pre aplikáciu zhlukovej metódy je potrebné najskôr posúdiť, či má vôbec zmysel krajiny zlučovať podľa vybraných ukazovateľov. Do zhlukovej analýzy nemôžu vstupovať premenné, ktoré sú závislé. Na posúdenie závislosti ukazovateľov použijeme korelačnú maticu, ktorá obsahuje párové koeficienty korelácie jednotlivých dvojíc ukazovateľov a p -hodnotu pre test významnosti.

Tab. 2: Korelačná matica

Pearson Correlation Coefficients, N = 27 Prob > r under H0: Rho=0			
	L/P	H/P	PC/P
L/P	1.00000	0.09607	0.44923
H/P	0.09607	1.00000	0.27219
PC/P	0.44923	0.27219	1.00000

Zdroj: výstup zo SAS Enterprise Guide

Na hladine významnosti $\alpha=0,01$ prijímame nulovú hypotézu o tom, že závislosť je slabá a nevýznamná, teda dáta sú vhodné na zhlukovú analýzu.

4.2 Hierarchická metóda

Vstupné premenné sú v rovnakých merných jednotkách, teda nie je potrebná ich štandardizácia a uvažujeme s ich jednotkovými váhami. Použitím Wardovej metódy zhlukovania dostaneme kroky zhlukovej analýzy uvedené v tabuľke č. 3.

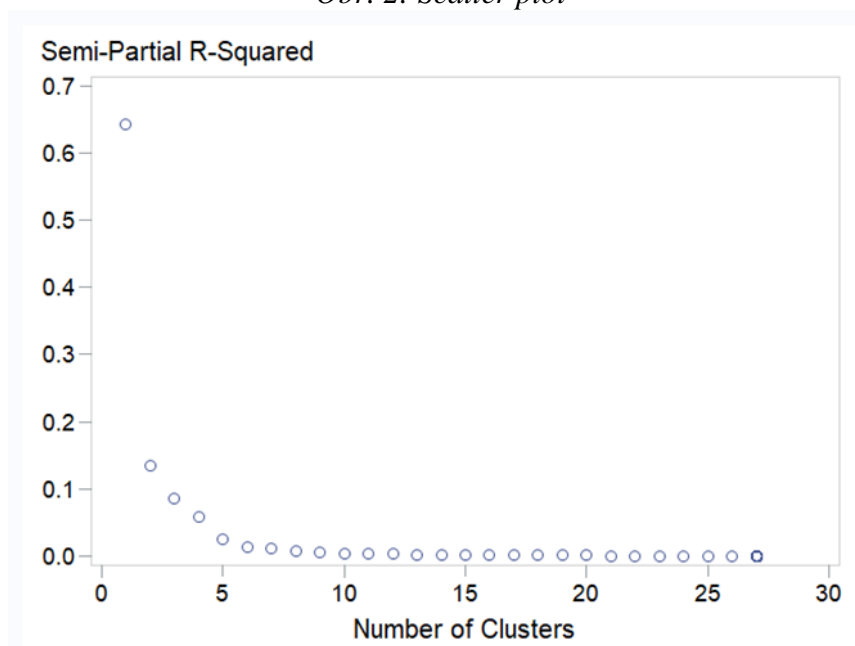
Ďalej je potrebné zistenie optimálneho počtu zhlukov. Na posúdenie použijeme Semi – Partial R-Squared. Na základe scatter plotu, ktorý je na obrázku č. 2 sme sa rozhodli pre 5 zhlukov. K poklesu charakteristiky dochádza už pri 4 stupni zhlukovania, ale jeho hodnota nebola dostatočne nízka, na 5. stupni zhlukovania je hodnota $SPRSQ = 0,024$, čo môžeme považovať za dostatočne nízku.

Tab. 3: Kroky zhlukovej analýzy

Cluster History								
Number of Clusters	Clusters Joined		Freq	Semipartial R-Square	R-Square	Approximate Expected R-Square	Cubic Clustering Criterion	Tie
26	BG	RO	2	0.0000	1.00	.	.	
25	CZ	PL	2	0.0000	1.00	.	.	
24	LV	TR	2	0.0000	1.00	.	.	
23	CL26	CL24	4	0.0000	1.00	.	.	
22	CL23	HR	5	0.0001	1.00	.	.	
21	CY	EE	2	0.0004	.999	.	.	
20	ES	PT	2	0.0005	.999	.	.	
19	CL21	CL25	4	0.0007	.998	.	.	
18	FI	UK	2	0.0008	.997	.	.	
17	BE	IT	2	0.0011	.996	.	.	
16	AT	DE	2	0.0011	.995	.	.	
15	CL19	SK	5	0.0015	.994	.	.	
14	CL20	MT	3	0.0017	.992	.	.	
13	IE	LU	2	0.0021	.990	.	.	
12	DK	SE	2	0.0026	.987	.	.	
11	CL15	SI	6	0.0029	.985	.	.	
10	CL16	CL17	4	0.0030	.982	.	.	
9	CL22	CL11	11	0.0050	.977	.	.	
8	CL10	FR	5	0.0069	.970	.	.	
7	CH	CL12	3	0.0116	.958	.	.	
6	CL9	CL14	14	0.0127	.945	.	.	
5	CL7	CL13	5	0.0240	.921	.878	2.65	
4	CL5	CL18	7	0.0574	.864	.839	1.07	
3	CL8	CL6	19	0.0850	.779	.774	0.15	
2	CL3	NL	20	0.1352	.644	.640	0.07	
1	CL2	CL4	27	0.6439	.000	.000	0.00	

Zdroj: výstup zo SAS Enterprise Guide

Obr. 2: Scatter plot



Zdroj: výstup zo SAS Enterprise Guide

Výsledkom tejto analýzy sú jednotlivé zhluky na obrázku č. 3 a dendogram (obrázok č. 4), v ktorom je znázornené postupné zoskupenie krajín na základe Wardovej metódy zhlukovania s hierarchickým aglomeratívnym postupom.

Obr. 3: Výsledné zhluky použitím Wardovej metódy

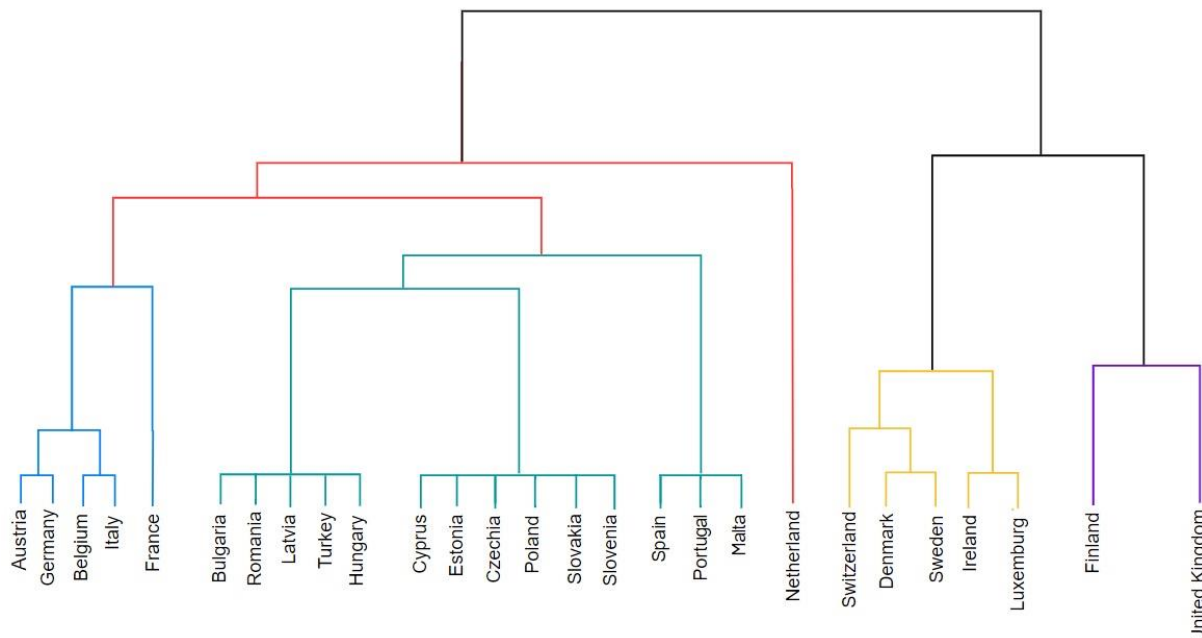
CLUSTER=1				CLUSTER=4				CLUSTER=3			
Country	L/P	H/P	PC/P	Country	L/P	H/P	PC/P	Country	L/P	H/P	PC/P
BG	10	4	67	CH	2899	833	957	AT	751	161	870
CY	146	138	330	DK	2966	91	611	BE	1137	102	841
CZ	134	3	199	IE	1952	430	137	DE	852	345	634
EE	35	6	403	LU	1939	35	331	FR	1567	140	890
ES	431	142	359	SE	2588	116	293	IT	1094	29	541
HR	76	10	97								
LV	22	14	47								
MT	718	13	91								
PL	132	2	216								
PT	637	54	370								
RO	11	2	54								
SI	234	233	585								
SK	340	8	99								
TR	5	8	41								

CLUSTER=2				CLUSTER=5			
Country	L/P	H/P	PC/P	Country	L/P	H/P	PC/P
FI	3707	61	413	NL	871	2596	527
UK	3915	70	581				

Zdroj: výstup zo SAS Enterprise Guide

V uvedenom dendograme na obrázku č. 4 je znázornené, ako sa v postupných krokoch krajiny zlučovali. Na najnižších úrovniach sa zlúčili krajiny s najviac príbuznými hodnotami. V ďalších krokoch sa k nim pridružovali krajiny s postupne narastajúcimi rozdielmi, až pokiaľ nevznikol jeden celkový zhluk.

Obr. 4: Dendogram

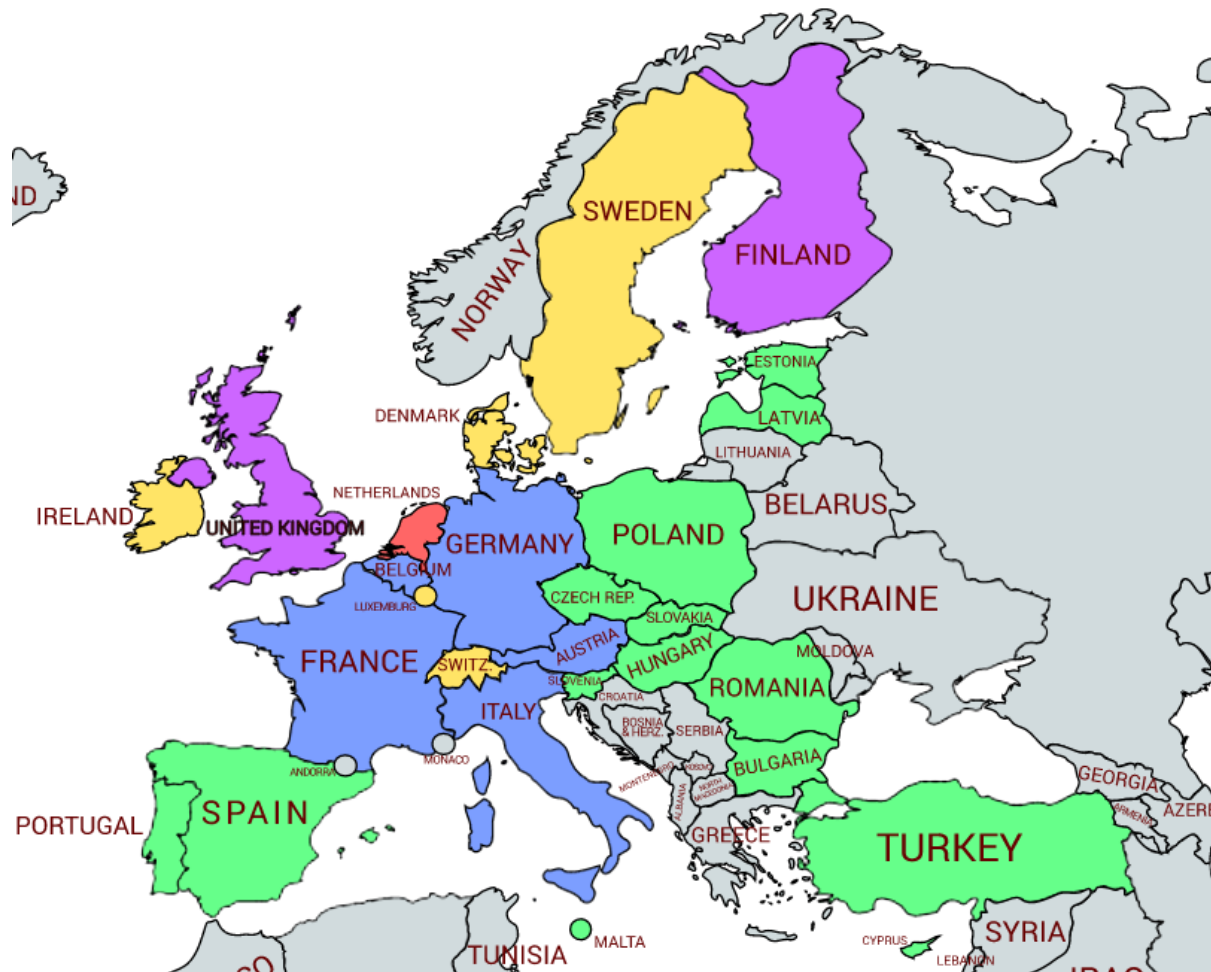


Zdroj: vlastné spracovanie

Pokiaľ sa na tento graf pozrieme ako na celok, môžeme vidieť, že na najvyššej úrovni zhlukovania máme vytvorené dva zhluky (v ľavej časti a v pravej časti). Pravá časť zahŕňa prevažne krajiny severnej Európy (Dánsko, Švédsko, Fínsko, Spojené kráľovstvo a Írsko) a

niektoré krajiny západnej Európy (Luxembursko a Švajčiarsko). V ľavej časti dendogramu, kam patrí aj Slovensko, sú zlúčené všetky ostatné sledované krajiny. Z geografického hľadiska ide o krajiny južnej Európy (Portugalsko, Španielsko, Taliansko, Malta, Bulharsko, Turecko, Slovinsko, Cyprus, Rumunsko), krajiny strednej Európy (Slovensko, Česko, Poľsko, Maďarsko, Rakúsko, Nemecko, Lotyšsko, Estónsko) a zo západnej Európy tam patrí Holandsko, Francúzsko a Belgicko. Pokiaľ sa upriamime na dendogram, vzhľadom na krajiny V4, môžeme vidieť, že tieto krajiny boli zlúčené hneď v úvodných procedúrach, čo len potvrdzuje ich podobnosť.

Obr. 5: Mapa rozdelenia krajín



Zdroj: vlastné spracovanie

Keď sa pozrieme na krajiny detailnejšie po výsledných zhlukoch, zistíme, že prvý zhluk, ktorý je na mape rozdelenia krajín vyfarbený zelenou, tvoria krajiny s najnižším priemerným poisťným plnením na jedného obyvateľa pre všetky typy poisťných produktov. Patrí sem Slovensko a aj jeho okolité štáty. Sú to krajiny, kde poisťovníctvo nie je až tak rozvinuté. Poisťky sú predávané a nie kupované a sú charakteristické nižšími poisťnými sumami a poisťné udalosti nie sú až tak časté.

Druhý zhluk reprezentujú krajiny s najvyšším poisťným plnením na obyvateľa pri poisťných produktoch životného poistenia. Obľúbené sú poistenia na úmrtie, na dožitie, kapitálové a investičné poistenia. Na obrázku č. 5 sú tieto krajiny zobrazené fialovou farbou.

Tretí zhluk je zložený z krajín, ktoré oproti ostatným zhlukom sa odlišujú vo vysokom priemernom poistnom plnení na produktoch neživotného poistenia, kam zaradujeme poistenie auta a domácnosti. Na mape rozdelenia sú rozlíšené modrou farbou.

Štvrtý zhluk rozlíšený žltou farbou obsahuje krajiny, ktoré nevykazujú vysoké odlišnosti ani v jednom z typov poistenia. Priemerné ukazovatele v tabuľke č. 4 sú akýmsi “priemerom” v porovnaní s ostatnými zhlukmi.

V piatom zhluku (červené označenie) figurujú krajiny vyznačujúce sa najvyšším priemerom poistných plnení v oblasti zdravotného a úrazového poistenia. Do tohto zhluku patrí len Holandsko, ktoré má trochu iný systém zdravotného poistenia a veľa občanov je poistených v komerčných poisťovniach.

Tab 4: Zhukové centroidy

The MEANS Procedure		
CLUSTER	Variable	Mean
1	L/P	209.4358619
	H/P	45.4106530
	PC/P	211.2626813
2	L/P	3810.92
	H/P	65.7164009
	PC/P	497.0286824
3	L/P	1080.05
	H/P	155.4697550
	PC/P	755.0343935
4	L/P	2469.04
	H/P	301.2018085
	PC/P	465.7206926
5	L/P	871.1135339
	H/P	2595.88
	PC/P	526.7420845

Zdroj: výstup zo softvéru SAS Enterprise Guide

4.3 Nehierarchická metóda

V prípade, že sme aplikovali Metódu K-priemerov na rovnaký súbor dát, pričom maximálny počet zhlukov sme nastavili na základe predchádzajúcich výsledkov na 5, výsledky zhlukovej analýzy sa zmenili minimálne. Zhluky Wardovej metódy 1, 2 a 5 sú pri tejto metóde totožné. Zo zhluku 4 hierarchickej Wardovej metódy ubudli krajiny Írsko a Luxembursko, ktoré patria podľa Metódy K-priemerov do zhluku 3 spolu s Francúzskom, Nemeckom, Talianskom a Rakúskom. Predpokladáme, že v dôsledku toho, že poistné plnenia vyplývajúce zo životného poistenia sú podobnejšie.

5 Záver

Pomocou zhlukovej analýzy použitím Wardovej hierarchickej metódy zhlukovania sme rozdelili 27 krajín Európskej federácie poisťovní a zaistovní do piatich celkov na základne podobných črt. Výsledky analýzy sú graficky zobrazené pomocou dendogramu a taktiež mapy rozdelenia krajín.

Najväčšie rozdiely sú medzi severskými krajinami a ostatnými časťami Európy. Najviac plnení sa v týchto krajinách viaže na životné poistenie. Neživotné poistenie je naopak nadmieru potrebné a využívané v Nemecku, Francúzku, Švajčiarsku, Belgicku a Taliansku. Čo sa týka krajín V4, tak daná analýza nám iba potvrdila silnú historickú a vývojovú previazanosť týchto krajín. Patria do zhluku z ďalšími krajinami východnej Európy, v ktorých nie je poisťovníctvo veľmi rozvinuté. Zdravotné poistenie je nanajvýš využívané v

Holandsku, ktoré má trochu iný systém zdravotného poistenia ako ostatné zo sledovaných krajín.

V prípade použitia nehierarchickej metódy zhlukovania (Metódy K-priemerov) bola analýza porovnateľná. Rozdielne zaradené boli len krajiny Írsko a Luxembursko. Predpokladáme, že v dôsledku výraznejšej podobnosti poistného plnenia vyplývajúceho zo životného poistenia s Nemeckom, Francúzskom, Švajčiarskom, Belgickom a Talianskom.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0166/22 *Stanovenie kapitálovej požiadavky na krytie katastrofických rizík v životnom a neživotnom poistení.*

Literatúra

1. Bicsanová, K. (2014). *Ukazovatele poistného trhu v SR*. Bakalárska práca. Vysoká škola regionálneho rozvoje a Bankovní institút – AMBIS.
2. Čejková, V. (2002). *Pojistný trh*. Praha: Grada Publishing.
3. Stankovičová, I. & Vojtková, M. (2007). *Viacrozmerné štatistické metódy s aplikáciami*. Bratislava: Iura Edition.
4. Steinbach, M., Kumar, V., & Tan, P. (2005). *Cluster analysis: basic concepts and algorithms. Introduction to data mining*. Pearson Addison Wesley.
5. Šoltés E., & Šoltésová T. (2010). Štatistická analýza rozvinutého poistného trhu v krajinách Európy. *Ekonomika a informatika*, 8(2), 99-109.
6. Trebuňa, P., & Beres, M. (1970). [PDF] *Klasifikácia metód zhlukovania a oblasti ich využitia*. Semantic Scholar. Dostupné na: <https://www.semanticscholar.org/paper/KLASIFIKA%CC%81CIA-METO%CC%81DZHLUKOVANIA-A-OBLASTI-ICH/OF/ec0334ec117f05544d7080de3122d9234ef76099?p2df> [cit. 2020-9-15].
7. Trebuňa, P., Halčinová, J., & Filo, M. (2013). *Jadro aglomeratívnych metód zhlukovej analýzy*. Dostupné na: <https://www.engineering.sk/strojarstvo-extra/1802-jadro-aglomerativnych-metod-zhlukovej-analyzy> [cit. 2020-9-15].



Zadlženie domácností na Slovensku Households' Indebtedness in Slovakia

Viera Labudová¹

Abstrakt

Tento článok analyzuje hypotekárne zaťaženie slovenských domácností pomocou údajov zo zisťovania EU SILC (European Union Statistics on Income and Living Conditions). Cieľom bolo zistiť, ktoré premenné majú vplyv na hypotekárny dlh domácností. Pri analýze bol použitý chí-kvadrát test nezávislosti, Cramerovo V a koeficient neurčitosti. V závere sme porovnali výsledky týchto analýz s výsledkami rozhodovacieho stromu.

Kľúčové slová

zadlženosť domácností, hypotéka, EU SILC, chí-kvadrát test o nezávislosti

Abstract

This article analyses the mortgage debt of Slovak households using data from the EU SILC survey (European Union Statistics on Income and Living Conditions). The aim was to find out which variables affect the household's mortgage debt. A chi-square test of the independence, Cramer V and the uncertainty coefficient was used in the analysis to measure the strength of this dependence. Finally, we compared the results of these analyses with the results of the decision tree.

Key words

household indebtedness, mortgage, EU SILC, chi-square test of independence

JEL classification

C3, G5

1 Úvod

V rozvinutých ekonomikách s modernými finančnými systémami sa fenomén zadlžovania domácností stal ich prirodzenou a bežnou súčasťou. V priebehu posledných desaťročí došlo k výrazným zmenám v prístupe k úverom a tie sa stali neoddeliteľnou súčasťou modernej spotrebiteľskej spoločnosti (Lea, Webley, & Walker, 1995). Domácnosti si zvykli na život na úver a zaobchádzajú s ním ako s bežným zdrojom ich hospodárenia (Raijas, Lehtinen, & Leskinen 2010).

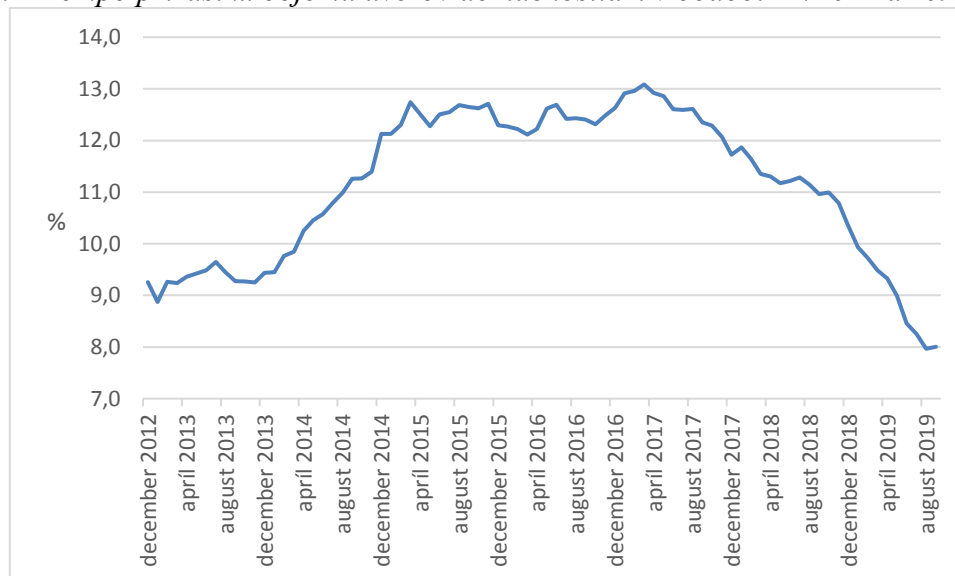
Slovensko sa dlhodobo radilo k tým európskym krajinám, v ktorých bol podiel zadlžených domácností a objem ich dlhu relatívne nízky. Rychtárik (2012) uvádza: „Z makroekonomického hľadiska patria slovenské domácnosti medzi najmenej zadlžené v rámci Európskej únie. Je to prirodzený dôsledok krátkej histórie trhu úverov domácnostiam, ktorého dynamický rozvoj sa začal až okolo roku 2003.“

V posledných rokoch sa však zadlženosť domácností na Slovensku začala dramaticky zvyšovať. V Správe o finančnej stabilite k novembru 2016 sa už konštatuje, že: „Zadlženie slovenských domácností rastie najprudším tempom v celej EÚ a je druhé najvyššie medzi

¹ doc. RNDr. Viera Labudová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, 852035 Bratislava, viera.labudova@euba.sk.

krajinami strednej a východnej Európy“ (NBS, 2016). Od decembra 2012 až do októbra 2017 sa časový rad tempa prírastku objemu úverov slovenských domácností vyznačuje rastúcim trendom. Na konci roku 2018 a začiatkom roku 2019 dochádza k postupnému poklesu tempa prírastku objemu úverov tak, že v auguste 2019 dosahuje svoje nové historické minimum (8 %), ktoré v septembri už ďalej neklesalo“ (NBS, 2019) (Obr.1).

Obr. 1 Tempo prírastku objemu úverov domácnostiam v období 12/2012 až 09/2019



Zdroj: NBS (2020)

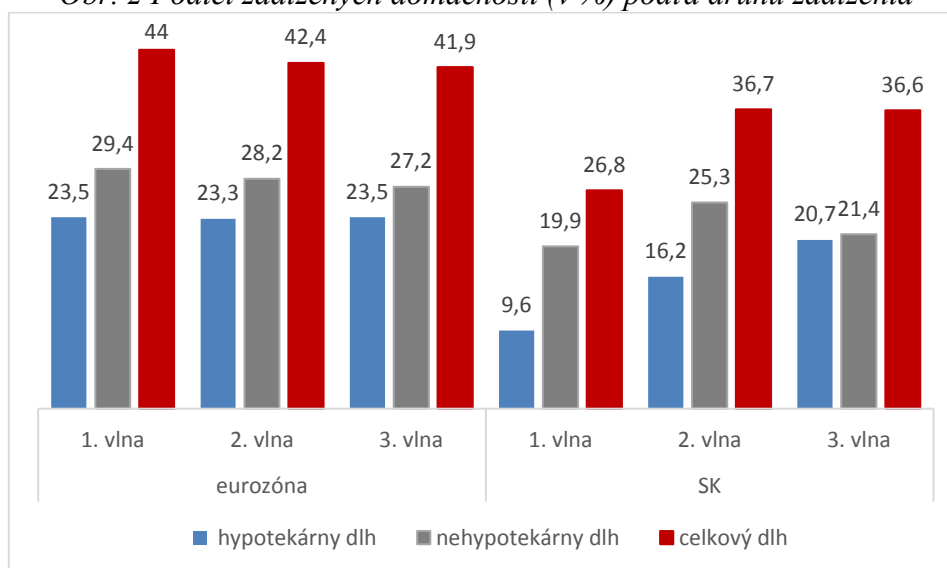
Pri úveroch na bývanie sa tempo prírastku úverov zastavilo po období svojho rastu v roku 2019 na hodnote 10 %. V súčasnosti sa však očakáva, že sektor domácností môže byť významne zasiahnutý nepriaznivými ekonomickými dôsledkami koronakrízy. Ako dôležité riziko sa uvádza relatívne nízka miera úspor, najmä v najviac ohrozených domácnostiach a vysoký podiel splátok k príjmom u veľkej časti domácností. Podľa informácií NBS pri tretine zostatkovej hodnoty úverov ručených nehnuteľnosťou prekračuje podiel splátok a príjmu zníženého o životné minimum hranicu 60 % (NBS, 2020).

Rastúcu zadlženosť slovenských domácností potvrdzujú aj údaje pochádzajúce zo Zisťovanie o financiách a spotrebe domácnosti (HFCS – Household Finance and Consumption Survey), ktoré je spoločným projektom národných centrálnych bánk Eurosystemu a národných štatistických úradov Francúzska, Fínska a Portugalska. Toto zisťovanie prebehlo doteraz v troch vlnách s rôznym počtom zúčastnených krajín, prevažujúcim referenčným obdobím boli roky 2010, 2014 a 2017. Slovensko bolo zapojené do všetkých troch vln zisťovania (ECB 2013, 2016a, 2016b).

Na základe údajov, ktoré pochádzajú z tohto zisťovania, konštatujeme, že podiel zadlžených domácností v eurozóne sa znížil zo 42,4 % v roku 2014 (44 % v roku 2010) na 41,9 % v roku 2017. Na Slovensku bol zaznamenaný opačný trend, pretože podiel takýchto domácností narástol z 26,8 % v referenčnom roku 2010 na 36,7 % v roku 2014. K istej stabilizácii došlo v roku 2017, kedy sa tento podiel mierne znížil (o 0,1 p. b.) (Obr. 2). Pokles podielu zadlžených domácností v eurozóne bol spôsobený najmä nižším podielom domácností s nehypotekárnym dlhom (postupný pokles z 29,4 % v roku 2010, 28,2 % v roku 2014 na 27,2 % v roku 2017). Podiel domácností, ktoré majú hypotekárny dlh, sa v tomto zoskupení krajín radikálne nezmenil (medzi rokmi 2014 a 2017 došlo k nárastu len o 0,2 p. b.). Na Slovensku, rovnako, ako v celej eurozóne, došlo medzi druhou a treťou vlnou zisťovania k poklesu podielu domácností s nehypotekárnym dlhom a to z 25,3 % na 21,4 %. Systematicky však rastie podiel

domácností s hypotekárnym dlhom (9,6 % v roku 2010, 16,2 % v roku 2014 a 20,7 % v roku 2017) (Obr.2).

Obr. 2 Podiel zadlžených domácností (v %) podľa druhu zadlženia



Zdroj: www.ecb.europa.eu, vlastné spracovanie

V predloženom príspevku sme sa pokúsili nájsť také faktory (charakteristiky domácností), ktoré diferencujú domácnosti splácajúce hypotekárny úver a domácnosti, ktoré nie sú takýmto spôsobom finančne zaťažené. Naznačili sme aj zmeny v pôsobení týchto faktorov a to na základe údajov pochádzajúcich zo zisťovania HFCS v referenčných rokoch 2011 a 2017.

2 Údajová základňa

Na sledovanie zadlženosti domácností sú v krajinách EÚ k dispozícii údaje, ktoré pochádzajú zo Zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach domácností (EU SILC – European Union Statistics on Income and Living Conditions), údajov z Európskeho inštitútu pre výskum úverov (ECRI – European Credit Research Institute) a už spomenutého Zisťovanie o financiách a spotrebe domácnosti (HFCS – Household Finance and Consumption Survey).

V tomto článku boli použité individuálne údaje pochádzajúce zo zisťovanie EU SILC. Svoju pozornosť sme upriamili na úverovú zaťaženosť domácností, ktorá súvisí s obstaraním bývania. Tieto finančné záväzky domácností predstavujú úvery, ktoré sú kryté kolaterálom (hlavným bývaním domácnosti alebo inou nehnuteľnosťou). V zisťovaní EU SILC je ukazovateľom, pomocou ktorého môžeme identifikovať, že domácnosť má hypotekárny úver, premenná HY100G: úroky platené z hypotéky (ročná suma). Jej číselné hodnoty sme pretransformovali (premenná Úver) na hodnoty 1 – domácnosť má hypotekárny úver (spláca hypotekárny úver) a 0 – domácnosť nemá hypotekárny úver (nespláca hypotekárny úver).

V článku prezentujeme výsledky zisťovania, ktoré bolo zamerané na posudzovanie vzťahu medzi premennou, ktorá indikuje to, že domácnosť má hypotekárny úver (Úver) a premennými, ktoré vyjadrujú niektoré vlastnosti domácností (charakteristiky domácností). Z množiny subjektívne vybraných premenných boli na základe výsledku chí-kvadrát testu o nezávislosti premenných vybrané tieto charakteristiky domácnosti: Kraj (s obmenami Bratislavský, Trnavský, Trenčiansky, Nitriansky, Žilinský, Banskobystrický, Prešovský a Košický), Typ domácnosti (obmeny: domácnosti so závislými deťmi, domácnosti bez závislých

detí, jednočlenné domácnosti a domácnosti jedného dospelého a aspoň jedného dieťaťa)², Splácanie pôžičiek, lízingov, nákupov na splátky (zaujímalo nás, či je domácnosť okrem hypotekárneho úveru zaťažená splácaním spotrebných úverov, čo vyjadruje hodnota 1 tejto premennej; hodnota 0 vyjadruje opačný stav) a premenná Ohrozenie rizikom chudoby (hodnota 1 tejto premennej indikuje, že domácnosť je ohrozená rizikom finančnej chudoby, hodnota 0 indikuje skutočnosť, že domácnosť nie je v ohrození rizikom chudoby). Okrem toho sme chceli poznať vplyv dosiahnutého vzdelania a ekonomického statusu osôb žijúcich v domácnosti na zadlženie domácnosti. Obmedzili sme sa len na jednu dospelú osobu domácnosti, ktorá bola uvádzaná ako osoba stojaca na čele domácnosti. Na jej charakterizovanie boli použité dve premenné: Najvyššia dosiahnutá úroveň podľa ISCED (zlúčením pôvodných kategórií tejto premennej boli vytvorené tri kategórie: primárne, sekundárne a terciárne³) a Najčastejší status ekonomickej aktivity v príjmovom referenčnom období (s obmenami pracujúci, nezamestnaný, starobný dôchodca alebo osoba v predčasnom dôchodku, iná neaktívna osoba).

3 Výsledky

Analýzy sme uskutočnili na údajoch zo zisťovanie EU SILC 2011 (ŠÚ SR, EU SILC 2011, UDB verzia 22/11/2012) a EU SILC 2017 (ŠÚ SR, EU SILC 2017, UDB 23/10/2018). Štatistickú významnosť vzťahu medzi premennou Úver a zvolenými charakteristikami domácnosti a osoby stojacej na čele domácnosti sme testovali chí-kvadrát testom nezávislosti premenných. Silu závislosti sme merali pomocou Cramerovho V a asymetrického tvaru koeficienta neurčitosti (podrobnosti v Řezanková, 2010; Rublíková, Labudová, & Sandtnerová, 2009). Výsledky sú pre rok 2011 v tabuľke 1 a pre rok 2017 v tabuľke 2. Tabuľka obsahuje p-hodnoty chí-kvadrát testu nezávislosti, hodnoty Cramerovho V a koeficienta neurčitosti, ktorý meria silu závislosti premennej Úroky od vybranej charakteristiky a ďalej relatívne početnosti druhého stupňa v kontingenčných tabuľkách, ktoré sú výsledkom rozdelenia domácností podľa premennej Úver a vybraných charakteristík domácností.

Tab. 1: Kontingenčná tabuľka pre premenné opisujúce domácnosti a premennú Úver (EU SILC 2011)

Premenné	Úver		Cramerovo V; Chí-kvadrát (p-value); Koeficient neurčitosti, R C
	Nie (%)	áno (%)	
Ohrozenie rizikom chudoby			Cramer's V = -0,0306; Chi-square (p-value = 0,0277); Uncertainty Coeff, R C = 0,0023
nie	93,24	6,76	
áno	96,39	3,61	
Najvyššia dosiahnutá úroveň podľa ISCED⁴			Cramer's V = 0,1110; Chi-square (p-value <0,0001);
sekundárne	95,23	4,77	

² Pri premennej Typ domácnosti (HT) boli vytvorené nové kategórie takto: jednočlenná domácnosť; domácnosť bez závislých detí (zlúčením kategórií: domácnosť 2 dospelých bez závislých detí (obaja vo veku pod 65 rokov), domácnosť 2 dospelých bez závislých detí (aspoň jeden dospelý vo veku 65 rokov a viac), ostatné domácnosti bez závislých detí), domácnosť s 1 rodičom a s 1 alebo viac závislými deťmi, domácnosť so závislými deťmi (zlúčením kategórií: domácnosť 2 dospelých s 1 závislým dieťaťom, domácnosť 2 dospelých s 2 závislými deťmi, domácnosť 2 dospelých s 3 alebo viac závislými deťmi, ostatné domácnosti so závislými deťmi).

³ Kategória primárne vznikla zlúčením kategórií: predprimárne a primárne vzdelanie, kategóriu sekundárne tvoria pôvodné kategórie: nižšie sekundárne, (vyššie) sekundárne a post-sekundárne vzdelanie, nie terciárne vzdelanie, kategória terciárne vznikla zlúčením kategórií: prvý stupeň terciárneho vzdelania (nevedie priamo k získaniu vedeckej kvalifikácie) a druhý stupeň terciárneho vzdelania (vedie priamo k získaniu vedeckej kvalifikácie).

⁴ Kategória primárne sa nevyskytla.

Premenné	Úver		Cramerovo V; Chi-kvadrát (p-value); Koeficient neurčitosti, R C
	Nie (%)	áno (%)	
terciárne	88,52	11,48	Uncertainty Coeff, R C = 0,0240
Splácanie pôžičiek, lízingov, nákupov na splátky			
áno	88,72	11,28	Cramer's V = -0,0906; Chi-square (p-value <0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,0156
nie	94,63	5,37	
Typ domácnosti			
so závislými deťmi	88,23	11,77	Cramer's V = 0,1569; Chi-square (p-value <0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,0541
bez závislých detí	96,26	3,74	
jednočlenná	97,58	2,42	
1 dospelý+deti	94,59	5,41	
Kraj			
Bratislavský	92,47	7,53	Cramer's V = 0,0595; Chi-square (p-value = 0,0106); Uncertainty Coeff, R C = 0,0077
Trnavský	93,58	6,42	
Trenčiansky	93,55	6,45	
Nitriansky	91,84	8,16	
Žilinský	92,39	7,61	
Banskobystrický	95,39	4,61	
Prešovský	95,14	4,86	
Košický	94,76	5,24	
Najčastejší status ekonomickej aktivity v príjmovom referenčnom období			
pracujúci	89,85	10,15	Cramer's V = 0,1780; Chi-square (p-value <0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,0930
nezamestnaný	96,1	3,9	
dôchodca	99,42	0,58	

Zdroj: Vlastné spracovanie, ŠÚ SR, EU SILC 2011, UDB verzia 22/11/2012

Tab. 2 Kontingenčná tabuľka pre premenné opisujúce domácnosti a premennú Úver (EU SILC 2017)

Premenné	Úver		Cramerovo V; Chi-kvadrát (p-value); Koeficient neurčitosti, R C
	nie (%)	áno (%)	
Ohrozenie rizikom chudoby			
nie	86,89	13,11	Cramer's V = -0,0401; Chi-square (p-value = 0,0029); Uncertainty Coeff, R C = 0,0029
áno	91,26	8,74	
ISCED			
sekundárne	89,39	10,61	Cramer's V = 0,1167; Chi-square (p-value <0,0001);

Premenné	Úver		Cramerovo V; Chi-kvadrát (p-value); Koeficient neurčitosti, R C
	nie	áno	
	(%)	(%)	
terciárne	78,83	21,17	Uncertainty Coeff, R C = 0,0202
Splácanie pôžičiek, lízingov, nákupov na splátky			
áno	78,27	21,73	Cramer's V = -0,0995; Chi-square (p-value < 0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,0138
nie	89,01	10,99	
Typ domácnosti			
so závislými deťmi	77,13	22,87	Cramer's V = 0,2334; Chi-square (p-value < 0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,0839
bez závislých detí	94,62	5,38	
jednočlenná	92,59	7,41	
1 dospelý+deti	83,35	16,65	
Kraj			
Bratislavský	81,43	18,57	Cramer's V = 0,0765; Chi-square (p-value = 0,0106); Uncertainty Coeff, R C = 0,0095
Trnavský	86,79	13,21	
Trenčiansky	92,06	7,94	
Nitriansky	84,85	15,15	
Žilinský	87,39	12,61	
Banskobystrický	91,66	8,34	
Prešovský	86,14	13,86	
Košický	89,47	10,53	
Najčastejší status ekonomickej aktivity v príjmovom referenčnom období			
pracujúci	79,71	20,29	Cramer's V = 0,2656; Chi-square (p-value < 0,0001); Uncertainty Coeff, R C = 0,1401
nezamestnaný	93,71	6,29	
dôchodca	98,75	1,25	
inak neaktívny	88,13	11,87	

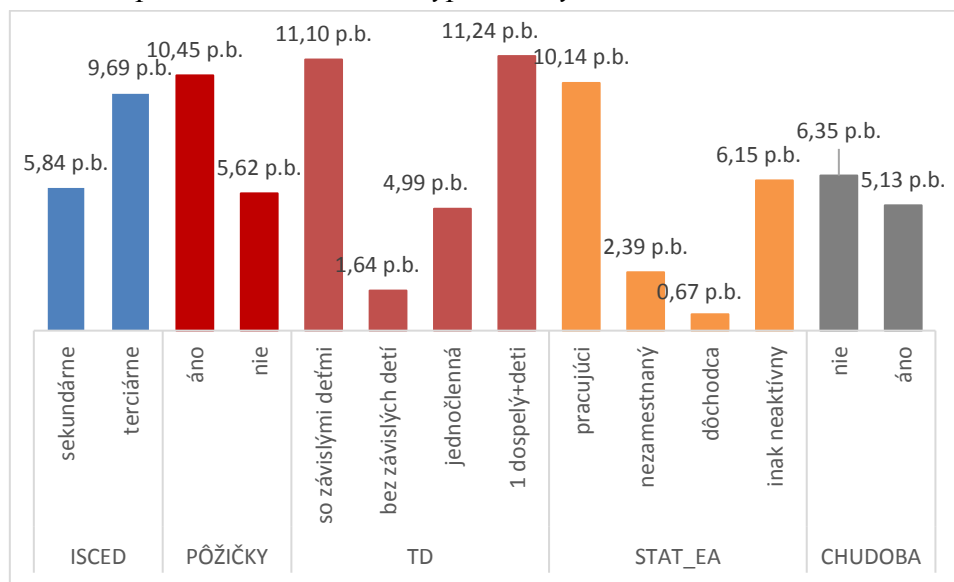
Zdroj: Vlastné spracovanie, ŠÚ SR EU SILC 2017, UDB 23/10/2018

Najsilnejší vzťah bol v oboch referenčných obdobiach potvrdený medzi premennými Úver a Najčastejší status ekonomickej aktivity v referenčnom období (Cramerovo $V_{(2011)} = 0,1780$; Cramerovo $V_{(2017)} = 0,2656$) a medzi premennými Úver a Typ domácnosti (Cramerovo $V_{(2011)} = 0,1569$; Cramerovo $V_{(2017)} = 0,2334$). V kategórii domácností so závislými deťmi splácalo hypotekárny úver 11,77 % takýchto domácností v roku 2011 a až 22,87 % v roku 2017. Vzhľadom na najčastejší status ekonomickej aktivity osoby stojacej na čele domácnosti bolo najviac domácností splácajúcich hypotekárny úver v skupine tých, kde má osoba stojaca na čele domácnosti status pracujúci (10,15 % v roku 2011; 20,29 % v roku 2017). Najslabšie ovplyvňovala úverové hypotekárne zaťaženie domácnosti ohrozenie rizikom finančnej chudoby. Asociácia medzi premennou Úver a Ohrozenie rizikom chudoby bola záporná. Rovnaký charakter vzťahu (záporná asociácia) bol potvrdený aj medzi premennou Úver a premennou Splácanie pôžičiek. V roku 2011 tvorili domácnosti, ktoré splácajú úroky z hypotéky 11,28 % tých, ktoré súčasne platia pôžičky, lízingy a nákupy na splátky. V roku 2017 sa ich podiel zvýšil až na 21,73 %. Podiel domácností zaťažených hypotekárnym úverom vykazuje rozdiely aj pri regionálnom porovnaní na úrovni krajov. V oboch referenčných obdobiach bol najvyšší podiel domácností s hypotekárnym úverom v Bratislavskom (7,53 % v roku 2011 a 18,57 % v roku 2017) a v Nitrianskom kraji (8,16 % v roku 2011 a 15,15 %

v roku 2017). Medzi najmenej zadlžené domácnosti v obidvoch obdobiach patrili domácnosti v Banskobystrickom kraji (4,61 % v roku 2011 a 8,34 % v roku 2017). K záverom, že najviac zadlžených domácností je v krajoch s vysokým regionálnym HDP dospeli aj Messner & Zavadil (2015).

Medzi rokmi 2011 až 2017 došlo k výraznému navýšeniu podielu domácností, ktoré splácajú hypotekárny úver a to vo všetkých kategóriách sledovaných premenných (Obr. 3).

Obr. 3: Zmena podielu domácností s hypotekárnym úverom medzi rokmi 2011 a 2017



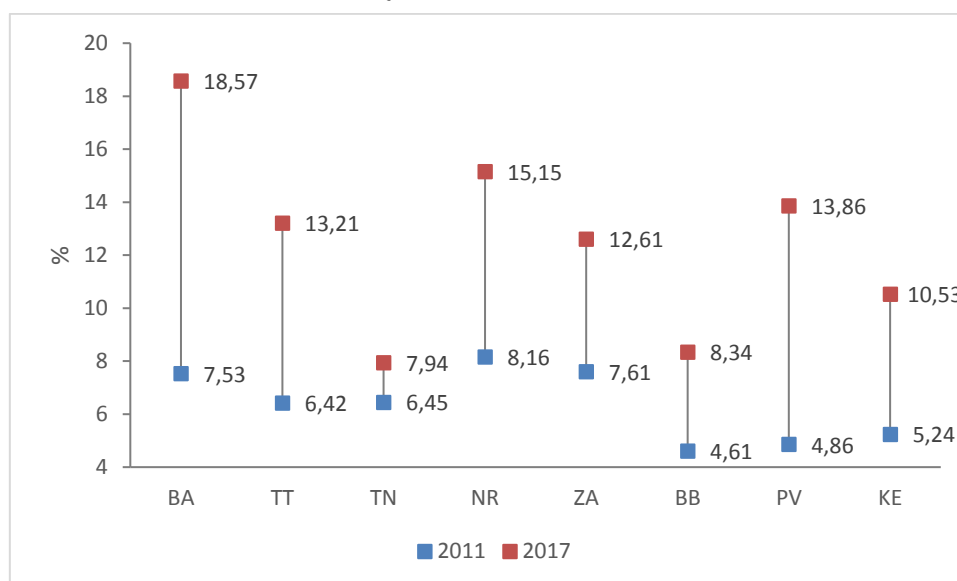
Zdroj: Vlastné spracovanie, ŠÚ SR EU SILC 2011, UDB verzia 22/11/2012; EU SILC 2017, UDB 23/10/2018

K najväčšiemu navýšeniu podielu domácností, ktoré splácajú hypotekárny úver došlo v kategóriách domácností so závislými deťmi, osobitne v skupine domácností len s jedným dospelým (o 11,24 p. b.). V kategórii domácností, ktoré majú uvedenú ako prvú osobu (prednostu domácnosti) pracujúceho, sa zvýšil podiel tých, ktoré majú hypotekárny úver o 10,14 p. b. O prehľbovaní celkového zadlžovania nasvedčuje aj fakt, že sa zvýšil podiel domácností s hypotekárnym úverom a to aj napriek tomu, že splácajú aj nehypotekárne úvery (splácanie pôžičiek, lízingov, nákupov na splátky,...). Väčšia dostupnosť úverov spôsobila, že sa zvýšil podiel zadlžených domácností s hypotekárnym úverom v skupine domácností, ktorých osoby sú ohrozené rizikom chudoby. Zaujímavým je poznatok, že úverové zaťaženie je vyššie u ľudí s vyšším stupňom dosiahnutého vzdelania).

Výsledky analýz nepotvrdili silný vzťah medzi premennými Kraj a Úver, čo sa prejavilo v nevýraznej regionálnej variabilite podielu zaťažených domácností a to hlavne v roku 2011.

Tak, ako pri ostatných sledovaných premenných aj v jednotlivých krajoch Slovenska bolo medzi rokmi 2011 a 2017 zaznamenané výrazné navýšenie podielu zadlžených domácností. Najväčší nárast podielu domácností, ktoré splácajú hypotéku, mali v Bratislavský kraj (o 11,04 p. b.) a Prešovský kraj (o 9 p. b.). Prehĺbili sa aj regionálne rozdiely Zatiaľ čo v roku 2011 predstavoval rozdiel v podiele zadlžených domácností medzi najviac zadlženým a najmenej zadlženým krajom len 2,92 p. b., v roku 2017 to už bolo 10,63 p. b (Obr. 4).

Obr. 4 Zmeny v podiele domácností, ktoré splácajú hypotekárny úver medzi rokmi 2011 a 2017



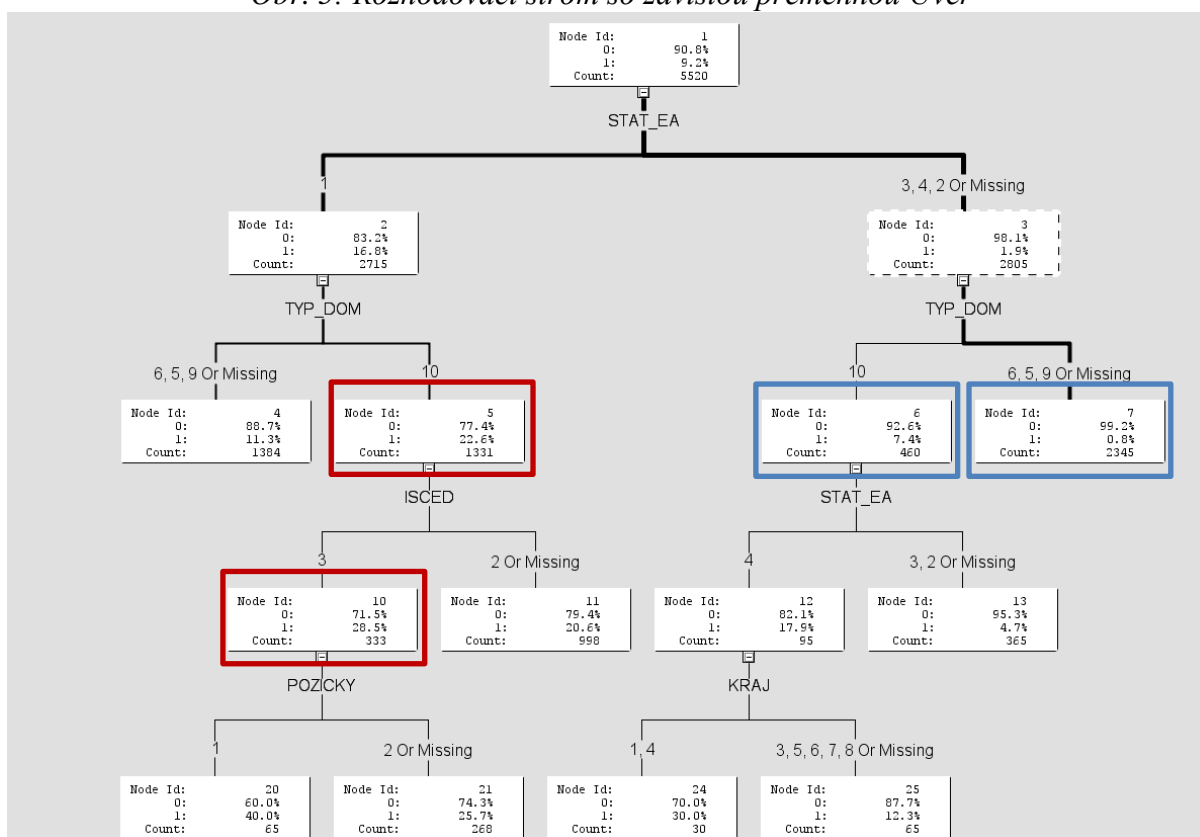
Zdroj: Vlastné spracovanie, ŠÚ SR EU SILC 2011, UDB verzia 22/11/2012; EU SILC 2017, UDB 23/10/2018

4 Záver a diskusia

V príspevku sme sa zaoberali zadlženými domácnosťami na Slovensku, konkrétne tými, ktoré splácajú hypotekárny úver. Zdrojom individuálnych údajov pre naše analýzy boli výsledky zisťovania EU SILC z príjmových referenčných období rokov 2011 a 2017. Naším cieľom bolo nájsť charakteristické znaky, ktoré sú faktormi diferencujúcimi domácnosti s hypotekárnym dlhom a domácnosti bez hypotekárneho dlhu. Výber týchto znakov bol uskutočnený exaktnými štatistickými metódami, pri ktorých bol testovaný vzťah medzi premennou identifikujúcou hypotékou zaťažené domácnosti (premenná Úver) a charakteristikami domácností, resp. osôb, ktoré stoja na čele takýchto domácností. Jedným z najsilnejších diferencujúcich faktorov v oboch obdobiach bol typ domácnosti. Medzi touto premennou a premennou Úver sa potvrdila štatisticky významná pozitívna asociácia. Najväčší podiel domácností, ktoré splácajú hypotekárny úver bol v skupine, ktorú tvoria aspoň dvaja dospelí a závislé deti. V roku 2011 splácalo hypotekárny úver 11,77 % takýchto domácností v roku 2017 ich bolo až 22,87 %. Ďalšou premennou, ktorá výrazne diferencovala domácnosti pri ich zadlžovaní, bol najčastejší status ekonomickej aktivity osoby stojacej na čele domácnosti. Najväčší podiel domácností splácajúcich hypotéku mali domácnosti, na čele ktorých bol pracujúci (10,15 % v roku 2011; 20,29 % v roku 2017). Pozitívny vzťah bol potvrdený medzi premennými Úver a Kraj a premennými Úver a Najvyššie dosiahnuté vzdelanie podľa ISCED. Negatívna asociácia bola zistená medzi premennými Úver a Chudoba a premennými Úver a Splácanie pôžičiek.

Získané výsledky sme konfrontovali s výsledkami, ktoré nám poskytla analýza rozhodovacieho stromu (Obr. 5) vytvoreného na údajoch z databázy zisťovania EU SILC 2017. Modelovanou premennou bola v tomto modeli premenná Úver, vysvetľujúcimi boli ostatné premenné, ktoré sme použili pri tvorbe kontingenčných tabuliek. Ako rozhodovacie kritérium pri vetvení bol použitý Giniho index, nastavené binárne vetvenie a povolený rast stromu maximálne po piatu úroveň vetvenia (podrobnosti o rozhodovacích stromoch možno nájsť napríklad v Terek, Horníková, & Labudová, 2010; Labudová, 2017).

Obr. 5: Rozhodovací strom so závislou premennou Úver



Zdroj: Vlastné spracovanie, ŠÚ SR EU SILC 2017, UDB 23/10/2018

Vo výberovom súbore (pri vytváraní modelu sme nepoužili prierezové váhy) bolo 9,2 % domácností, ktoré splácali hypotekárny úver. V skupine domácností, ktoré mali závislé deti (TYP DOM=10) a na ich čele bol pracujúci (STAT EA=1) bolo takýchto domácností až 22,6 %. Ak mal pracujúci navyše ukončené aj vzdelanie tretieho stupňa, potom sa pravdepodobnosť platenia hypotekárneho úveru zvýšila na 28,5 %. Silný vplyv premennej Najčastejší status ekonomickej aktivity sa prejavil aj v tom, že v tej istej kategórii domácností (so závislými deťmi), ak nebol na jej čele pracujúci, sa vyskytlo 7,4 % domácností splácajúcich hypotekárny úver a pri inom type domácností to bolo len 0,8 %.

Literatúra

1. ECB. (2013). *The Eurosystem Household Finance and Consumption Survey: results from the first wave*. Dostupné na: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpsps/ecbsp2.en.pdf> [cit. 2020-9-15].
2. ECB. (2016a). *The Household Finance and Consumption Survey: results from the second wave*. Dostupné na: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpsps/ecbsp18.en.pdf> [cit. 2020-9-15].
3. ECB. (2016b). *The Household Finance and Consumption Survey: methodological report for the second wave*. Dostupné na: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpsps/ecbsp17.en.pdf> [cit. 2020-9-15].
4. Labudová, V. (2017). Rozhodovacie stromy ako prediktívna modelovacia technika. *Slovenská štatistika a demografia*. 27(3), 60-76.
5. Lea, S. E., Webley, P., & Walker, C. M. (1995). Psychological factors in consumer debt: Money management, economic socialization, and credit use. *Journal of Economic Psychology*, 16(4), 681-701. doi: 10.1016/0167-4870(95)00013-4.

6. Messner, T., & Zavadil, T. (2015). *Are Indebted Households Poorer? Evidence from Slovakia*. NBS Working Paper 2/2015. Dostupné na: http://www.nbs.sk/_img/Documents/PUBLIK/WP_2_2015_Zavadil_Messner_Indebted_households_Slovakia.pdf. [cit. 2020-9-23].
7. NBS. (2019). Správa o finančnej stabilite: november 2019. Dostupné na: https://www.nbs.sk/_img/Documents/ZAKLNBS/PUBLIK/SFS/protected/SFS_112019.pdf [cit. 2020-9-15].
8. NBS. (2020). Správa o finančnej stabilite: máj 2020. Dostupné na: https://www.nbs.sk/_img/Documents/ZAKLNBS/PUBLIK/SFS/protected/SFS_052020.pdf [cit. 2020-9-15].
9. NBS. (2016). Správa o finančnej stabilite k novembru 2016. Dostupné na: https://www.nbs.sk/_img/Documents/ZAKLNBS/PUBLIK/SFS/protected/SFS_112016.pdf [cit. 2020-9-15].
10. Raijas, A., Lehtinen, A.R., & Leskinen, J. (2010). Over-Indebtedness in the Finnish Consumer Society. *Journal of Consumer Policy*, 33(3), 209-223. doi: 10.1007/s10603-010-9131-8.
11. Rublíková, E., Labudová, V., & Sandtnerová, S. (2010). *Analýza kategoriálnych údajov*. Bratislava: Ekonóm.
12. Rychtárik, Š. (2012). Finančné aktíva a pasíva slovenských domácností. *Biatec*, 20(2), 2-7. Dostupné na: https://www.nbs.sk/_img/Documents/_PUBLIK_NBS_FSR/Biatec/Rok2012/2-2012/01_biatec12-2_rychtarik.pdf [cit. 2020-9-23].
13. Řezanková, H. (2010). *Analýza dat z dotazníkových šetření*. Praha: Professional Publishing.
14. Terek, M., Horníková, A., & Labudová, V. (2010). *Hĺbková analýza údajov*. Bratislava: Iura Edition.

Analysis of the difference between anticipated income tax and paid income tax at the level of business entities

Anton Marci¹, Katarína Sigetová²

Abstract

Tax rate for an income tax in any country is probably one of the most important information which is used by potential investors in decision making. Tax rate is also often used by probusiness governmental bodies to attract the investments from abroad and locally, but in reality the difference between what is an anticipated or expected income tax and the tax which the business entity needs to pay can be surprising. The reason for this differences could be find in more subtle rules used for calculating the income tax, the usage of different set of accounting and tax calculating rules often by multinational corporations and the aim of the paper is to focus on calculation of the differences between the tax which can be anticipated by measuring businesses revenues and costs and the tax really paid. Correlation and differences could lead us to stating the more accurate value of the tax rate with regard to the reality of doing business.

Key words

Income tax, business entity, accounting

JEL classification

M40, M41, M48

1 Introduction

The economic result of the accounting unit is always determined according to the principles stated in the Slovak Republic in the Accounting Act. The result of the accounting of the accounting unit determined in this way is subsequently transformed into the basis of income tax already according to the principles and rules determined by the Income Tax Act. After the transformation of the economic result into a tax base, the resulting tax liability of the accounting unit is determined and the tax thus determined is subsequently recorded in the accounts as a cost item (Shaidurova, Homokyová, 2020). For the purposes of this article, we will not consider the method of calculation and the effect of the deferred tax asset and deferred tax liability. As the rules applicable under the Income Tax Act apply to the assessment of income tax, it cannot be said that the pre-tax profit or loss of an entity is the same as the tax base. The profit or loss is transformed into a tax base by adding items of expenses that are not recognized as tax expenses under the Income Tax Act. The profit or loss is also transformed into a tax base by adding items that are not part of the profit or loss determined in accordance with the Accounting Act, but are included in the tax base in accordance with the Income Tax Act (Vašeková, Mateášová, 2017). The economic result is also transformed on a tax basis by deducting items that are part of the economic result determined in accordance with the provisions of the Accounting Act, but are not considered taxable income according to the provisions of the Income Tax Act.

As a cost item that is not recognized as a tax expense, we include in principle all costs that lack a link to the achieved revenues or income of the entity, so it is not possible to prove

¹ Ing. Anton Marci, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, anton.marci@euba.sk.

² Ing. Katarína Sigetová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, katarina.sigetova@euba.sk.

that they were incurred to achieve, secure and maintain the entity's income. Among the items that are not part of the profit or loss determined under the Accounting Act, but increase the value of the tax base when transforming the profit or loss to the tax base, are, for example, significant corrections to the profit or loss that arose in previous accounting periods. Items that reduce the income tax base under the Income Tax Act include, for example, dividends, profit sharing, and so on.

The above adjustments may cause the resulting tax liability, when converted to a percentage of the entity's profit before tax, to differ materially from the percentage income tax rate that is set at 21% of the basic rate and 15% reduced rate for entities in the Slovak Republic. Our research includes only accounting units for which the basic corporate tax rate of 21% was applied. The dataset used contains only information from the financial statements of accounting entities that were published before the introduction of the 15% income tax rate for both legal and natural persons.

Another factor that may affect the discrepancy between the tax rate and the tax actually paid is the possibility of deducting the tax loss found in previous accounting periods by the business entity. In this case, it is possible to logically deduce that the actually applied income tax rate in a given tax period may be even lower than the rate set by the Income Tax Act. In some cases, there may be a situation in which an entity achieves a positive profit before tax and does not pay any corporate income tax.

Selected accounting units can also use other provisions of the Income Tax Act to reduce the income tax base and thus transform the economic result into the income tax base, namely various tax reliefs, deduction of expenses for science and research. These facts may subsequently mean a real corporate income tax rate that is lower than the corporate income tax rate given by the Income Tax Act. Information on these facts should be included in the financial statements of the companies concerned, but as it is not included in the dataset used, it will not be possible to evaluate them.

For many entities, it is probable that the result will be a more accurate real tax rate than using a smaller number of entities, which would have the above-mentioned tax benefits and could be reflected on them.

The European Union's Financial Statements Directive further divides entities into several size groups according to the criteria of asset values, turnover and number of employees. The requirements of the European Union Directive were transposed into Slovak legislation in the form of an amendment to the Accounting Act, and based on the possibilities provided by supranational legislation, the legislator chose to divide it into three size groups of accounting units. They are divided into micro, small, and large accounting units.

It can be assumed that large entities whose profit or loss consists of a large number of different items will have a real corporate tax rate different from the statutory corporate tax rate than small entities, which in turn will have a real corporate tax rate. from corporate income different from the statutory corporate tax rate than micro-entities, which, due to their size and capabilities, may, for practical reasons, have a greater problem generating costs that are not tax-deductible expenses.

2 Methodology and data

The dataset used in the research contains information from the financial statements of 217737 accounting units for the year 2018. We selected data from the dataset on:

- number of employees
- the value of the assets of the entities
- the value of the entities' equity and liabilities
- the profit or loss from previous years

- retained earnings of previous years
- unrecovered loss from previous years
- profit or loss for the accounting period after tax on the balance sheet
- sales of goods
- sales of own products and services
- profit or loss from ordinary activities before taxation
- tax on income from ordinary activities
- profit or loss from ordinary activities after taxation.

Subsequently, we obtained information from the adjusted dataset on the real corporate tax rate that entities were required to pay and on the correlation between profit before tax and the tax rate, we tried to find out to what extent the real corporate income tax rate is dependent on the profit before tax.

Subsequently, we obtained information from the adjusted dataset on the real corporate income tax rate that entities were required to pay and on the correlation between profit before tax and the tax rate, so we tried to find out to what extent the real corporate income tax rate is dependent on the pre-tax profit, and we adjusted the dataset and removed the entities that made a loss.

Subsequently, we obtained information from the adjusted dataset on the real corporate tax rate that entities were required to pay and on the correlation between profit before tax and the tax rate, we tried to find out to what extent the real corporate income tax rate is dependent on the pre-tax profit, while we adjusted the dataset and determined the given values only for micro-accounting units.

Subsequently, we obtained information from the adjusted dataset on the real corporate tax rate that entities were required to pay and on the correlation between profit before tax and the tax rate, we tried to find out to what extent the real corporate income tax rate is dependent on the pre-tax profit, while we adjusted the dataset and determined the given quantities only for small accounting units.

Subsequently, we obtained information from the adjusted dataset on the real corporate tax rate that entities were required to pay and on the correlation between profit before tax and the tax rate, we tried to find out to what extent the real corporate income tax rate is dependent on the pre-tax profit, while we adjusted the dataset and determined the given quantities only for large accounting units.

The above procedure provides answers to the hypotheses based on the information and logical conclusions applied in the introduction and are as follows:

H₀: There is no correlation between pre-tax profit and corporate income tax payable.

H₁: There is a correlation between profit before tax and income tax payable.

H₂: The correlation relationship between the pre-tax profit and the income tax payable for micro-entities is stronger than the correlation relationship for small entities.

H₃: The correlation between stronger pre-tax profit and income tax payable for small entities is stronger than the correlation for large entities.

H₄: The correlation between profit or loss and income tax payable for micro, small and large entities is the same.

The results for micro, small and large entities were obtained from a dataset adjusted for entities that made a loss in the given accounting period.

3 Results

The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 217737 accounting units is 23.56 % with a cumulative profit of € 10,351,578,485.00 and corporate income tax payable of € 2,438,503,853.00. The correlation coefficient is 0.5640.

Table 1: Correlation for all accounting units in dataset

	Profit or loss before tax	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	0,564071338	1

Source: Own elaboration

The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 114035 profitable accounting units is 20,76 % with a cumulative profit of € 11 849 530 872,00 and corporate income tax payable of € 2 460 287 932,00. The correlation coefficient is 0.9086.

Table 2: Correlation for profitable accounting units in dataset

	Profit or loss before taxation	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	0,908645229	1

Source: Own elaboration

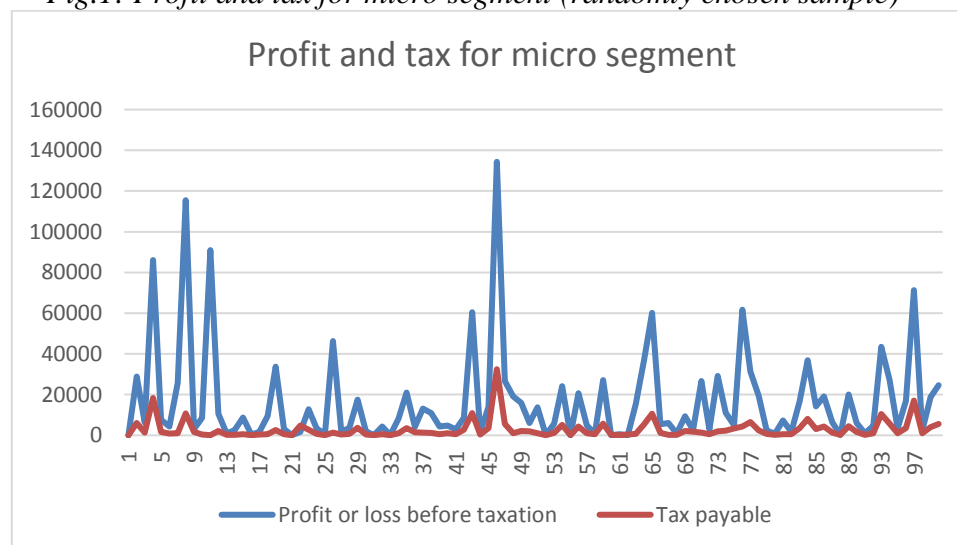
The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 92980 micro accounting units is 20,52 % with a cumulative profit of € 1 339 879 606,00 and corporate income tax payable of € 274 998 616,00. The correlation coefficient is 0.8498.

Table 3: Correlation for micro accounting units in dataset

	Profit or loss before taxation	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	0,849820618	1

Source: Own elaboration

Fig.1: Profit and tax for micro segment (randomly chosen sample)



Source: Own elaboration

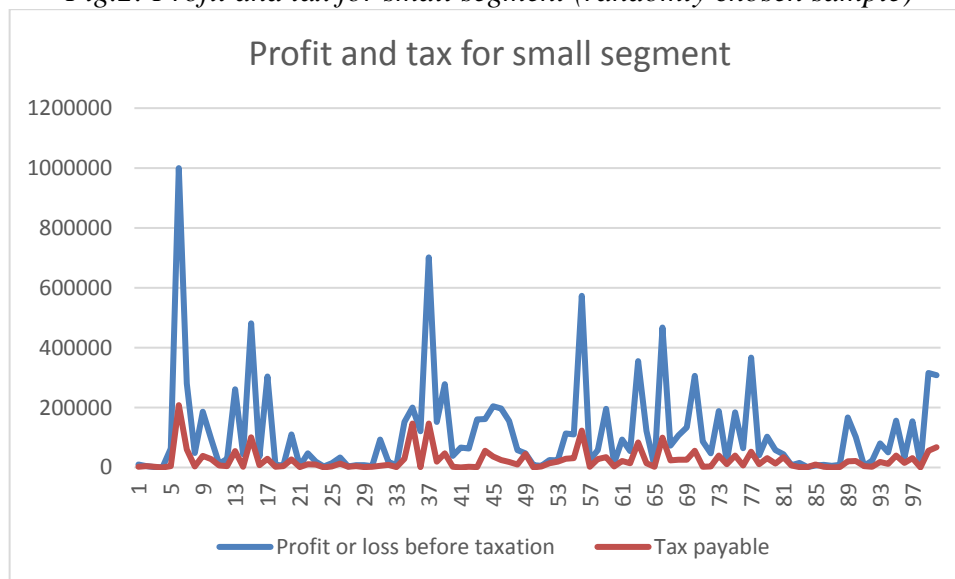
The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 18143 small accounting units is 20,39 % with a cumulative profit of € 2 488 664 721,00 and corporate income tax payable of € 507 534 735,00. The correlation coefficient is 0.8517.

Table 4: Correlation for small accounting units in dataset

	Profit or loss before taxation	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	0,851729858	1

Source: Own elaboration

Fig.2: Profit and tax for small segment (randomly chosen sample)



Source: Own elaboration

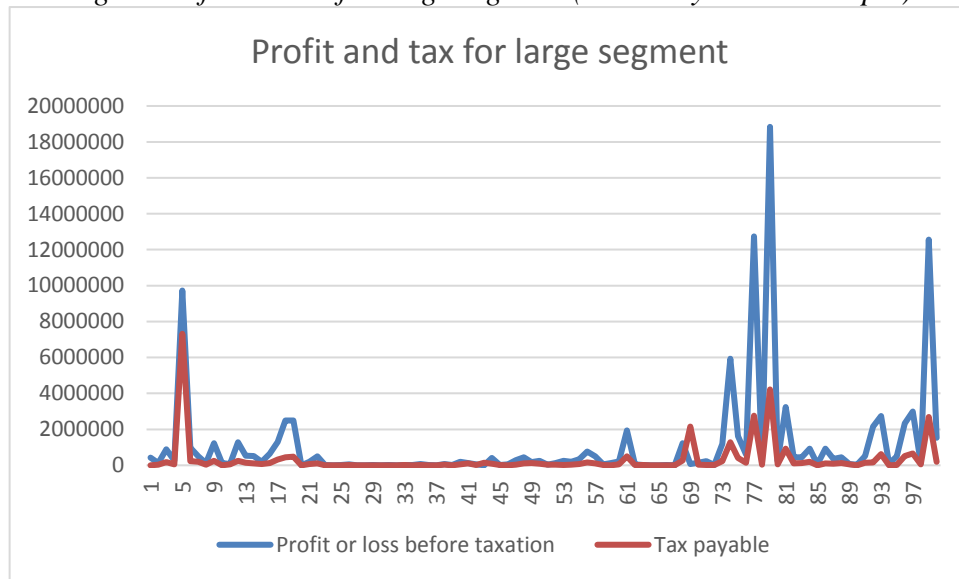
The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 2914 large accounting units is 20,92 % with a cumulative profit of € 8 020 986 545,00 and corporate income tax payable of € 1 677 754 581,00. The correlation coefficient is 0.9061.

Table 5: Correlation for large accounting units in dataset

	Profit or loss before taxation	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	0,906137785	1

Source: Own elaboration

Fig.3: Profit and tax for large segment (randomly chosen sample)



Source: Own elaboration

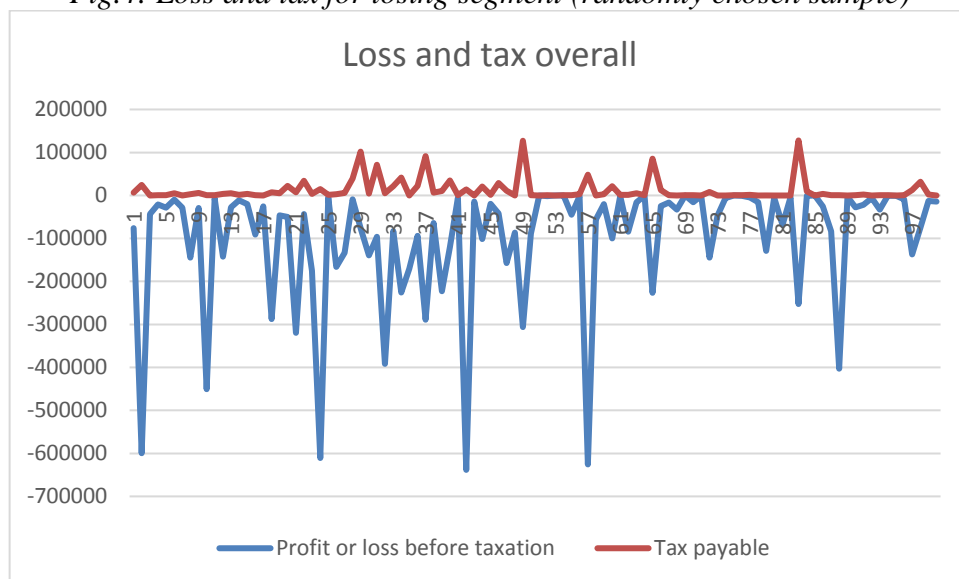
The real (effective) corporate income tax rate for the dataset of 10554 accounting units in loss with the tax obligation raising above zero value is 6,83 % (calculated as a percentage from the absolute value of a loss) with a cumulative loss of € -860 559 441,00 and corporate income tax payable of € 58 737 593,00. The correlation coefficient is -0.1768.

Table 6: Correlation for accounting units in loss in dataset

	Profit or loss before taxation	Tax payable
Profit or loss before taxation	1	
Tax payable	-0,176872623	1

Source: Own elaboration

Fig.4: Loss and tax for losing segment (randomly chosen sample)



Source: Own elaboration

In accordance with the results mentioned above we can accept and reject following hypotheses:

H₀: There is no correlation between pre-tax profit and corporate income tax payable. H₀ is clearly not true about the dataset and therefore rejectable.

H₁: There is a correlation between profit before tax and income tax payable. H₁ is clearly true about the dataset and therefore acceptable.

H₂: The correlation relationship between the pre-tax profit and the income tax payable for micro-entities is stronger than the correlation relationship for small entities. H₂ is clearly not true about the dataset and therefore rejectable.

H₃: The correlation between stronger pre-tax profit and income tax payable for small entities is stronger than the correlation for large entities. H₃ is clearly not true about the dataset and therefore rejectable.

H₄: The correlation between profit or loss and income tax payable for micro, small and large entities is the same. H₄ is clearly not true about the dataset and therefore rejectable.

4 Conclusion

Tax rate for an income tax in any country is probably one of the most important information which is used by potential investors in decision making and according to the results of the research paper it seems rightly so, because the difference between tax rate stated in the law and real (effective) tax rate is marginal (less than 0,5 percentage point) when seen for the business entities as a whole. Tax rate is also often used by probusiness governmental bodies to attract the investments from abroad and locally, but in reality the difference between what is an anticipated or expected income tax and the tax which the business entity needs to pay can be surprising. In the research surprising findings were made about the effective tax rate of a loss, which for chosen companies which were not successful enough to produce profit before taxation made the situation even worse with regard to also pay income tax for business entities. In first part of the article we stated that probably micro accounting entities will be the one segment with the real (effective) tax rate closer to the tax rate stated in the Income Tax Act, but the opposite is true according to the results and it can be so for various reasons. Comparison with the relative values for each segment could provide more insight to the problematic. Surprising result is also the fact that the real (effective) tax rate is mostly lower than official tax rate.

References

1. Shaidurova, N., & Homokyová, M. (2020). The Methodology of Tax Records for the Support of Tax Management. *Multidisciplinary Aspects of Production Engineering*, 3(1), 720-731. <https://content.sciendo.com/view/journals/mape/3/1/article-p720.xml>.
2. Vašeková, M., & Mateášová, M. (2017). Analysis of Tax Burden in the Slovak Republic with Emphasis on Depreciation. In *New Trends in Finance and Accounting* (pp. 271-279). Springer, Cham.
3. Harumová, A., & Kováč, B. CONTRIBUTIONS TO OTHER CAPITAL FUNDS AS THE FORM OF FINANCING FOR BUSINESSES THROUGH OWN FUNDS (EQUITY)-LEGAL, ACCOUNTING AND TAX ASPECTS. *EDAMBA* 2019, 279. https://edamba.euba.sk/www_write/files/archive/edamba2019_proceedings.pdf#page=292.
4. Istok, M., Khouri, S., Slampiakova, L., & Scerba, K. (2020). COMPANIES LOCATED IN TAX HAVENS AND WAGE COSTS: THE CASE OF SLOVAKIA. *Transformations in Business & Economics*, 19(2).
5. Act no. 431/2002 Coll. on Accounting as amended.

6. Act no.513/1991 Coll. (Commercial Code) as amended.
7. Act no. 595/2003 Coll. on Income Tax as amended.
8. DIRECTIVE 2013/34/EU OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 26 June 2013 on the annual financial statements, consolidated financial statements and related reports of certain types of undertakings, amending Directive 2006/43/EC of the European Parliament and of the Council and repealing Council Directives 78/660/EEC and 83/349/EEC.

Zmeny v ekonomickom prostredí na Slovensku vyvolané COVID-19

The changes in the economic environment caused by COVID-19 in Slovakia

Jitka Meluchová¹, Martina Mateášová²

Abstrakt

Zmeny, ktoré Slovensko prijalo v súvislosti s COVID-19 sa týkajú všetkých oblastí ako je účtovníctvo, dane, ochrana osobných údajov, pracovné právo, sociálneho zabezpečenie a zdravotné poistenie. Mnohé zmeny boli ovplyvnené európskou legislatívou a viaceré prijaté súčasnou vládou SR. Príspevok má za cieľ poskytnúť prehľad najvýznamnejších zmien, ktoré v roku 2020 ovplyvňujú podnikateľské prostredie v SR. Príspevok skúma vplyv opatrení a legislatívnych zmien na vykonávanie podnikateľskej činnosti a pracovno-právnu oblasť, ktorá je významne zasiahnutá v súvislosti s pandemickou situáciou vo svete.

Kľúčové slová

COVID-19, ekonomické prostredie, legislatívne zmeny, účtovníctvo, dane

Abstract

The changes adopted by Slovakia in relation to COVID-19 concern all areas such as accounting, taxes, personal data protection, labor law, social security and health insurance. Many changes were influenced by European legislation and several adopted by the current government of the Slovak Republic. The paper aims to provide an overview of the most significant changes that affect the business environment in the Slovak Republic in 2020. The paper examines the impact of measures and legislative changes on the implementation of business activities and labor law, which is significantly affected by the pandemic situation in the world.

Key words

COVID-19, economic environment, legislative changes, accounting, taxes

JEL classification

M40, M48, M50

1 Úvod

Pandémia spojená so šírením ochorenia COVID-19 spôsobila množstvo zmien, ktorým musia podnikateľské účtovné jednotky čeliť. Po niekoľkých letných mesiacoch útlmu prichádza druhá vlna a Slovensko musí, v súvislosti s pandemickou situáciou, prijímať ďalšie opatrenia na zamedzenie šírenia koronavírusu. Zmeny sa dotýkajú všetkých strategických oblastí, a to účtovníctva, daní, ochrany osobných údajov, pracovného práva a sociálneho zabezpečenia, verejného obstarávania, BOZP, školstva atď.. Mnohé zmeny boli ovplyvnené európskou legislatívou a viaceré prijaté súčasnou vládou SR. Podnikateľské prostredie je významne zasiahnuté v oblasti biznisu ako aj zmenami, ktoré vyplynuli z vládnej pomoci, projektu podpory udržania zamestnanosti v čase vyhlásenej mimoriadnej situácie, núdzového stavu alebo výnimočného stavu. Príspevok má za cieľ poskytnúť prehľad najvýznamnejších zmien,

¹ doc. Ing. Jitka Meluchová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska 1, Bratislava, jitka.meluchova@euba.sk.

² Ing. Martina Mateášová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska 1, Bratislava, martina.mateasova@euba.sk.

ktoré v roku 2020 ovplyvňujú podnikateľské prostredie v SR. Skúmať ich vplyv na vykonávanie podnikateľskej činnosti, pracovno-právnu oblasť ako aj ostatné oblasti, ktoré boli a sú významne zasiahnuté v súvislosti s pandemickou situáciou vo svete.

2 Podnikateľské prostredie v SR

Rozvoj podnikateľského prostredia v SR je možné uskutočňovať dvomi spôsobmi. Prvým je poskytovanie pomoci formou podporných nástrojov financovaných z prostriedkov verejných zdrojov, druhým je vytváranie legislatívne stabilného prostredia zameraného na znižovanie administratívneho zaťaženia podnikateľov. Ako to vyplynulo zo záverov *Analýzy hodnotenia regulačnej politiky SR* (MH SR, 2020), ktorej oficiálna prezentácia (tzv. Launch event) sa uskutočnila júli 2020 formou videokonferencie. Analýzu vypracovalo v priebehu rokov 2019 až 2020 OECD (OECD, 2020) v spolupráci s Ministerstvom hospodárstva SR (ďalej len MH SR). Na tvorbe analýzy sa zúčastnili i ďalšie ústredné orgány štátnej správy a inštitúcie relevantné v oblasti regulačnej politiky na Slovensku.

Analýza hodnotenia regulačnej politiky SR je jedným z výstupov národného projektu *Zlepšovanie podnikateľského prostredia na Slovensku a hodnotenie politík v kompetencii MH SR* (MH SR, 2020), ktorý je financovaný z *Operačného programu Efektívna verejná správa* (OP EVS, 2020). Analýza má deväť kapitol, ktoré pokrývajú celú regulačnú oblasť, vrátane zhodnotenia procesu tvorby právnych predpisov, konzultácií s dotknutými subjektmi, ex post hodnotenia regulácií a tiež je zameraná na inovatívne prístupy v SR k tvorbe regulácií na národnej a regionálnej úrovni. OECD v 9 kapitolách vydala celkovo 38 odporúčaní na zlepšenie v jednotlivých oblastiach, z ktorých väčšina je určená vláde SR a niektoré i iným, napr. inšpekčným autoritám. V súvislosti s napĺňaním cieľov lepšej regulácie sú odporúčania OECD postupne implementované, v rámci realizovaných aktivít MH SR, do národných projektov (Slovak Business Agency, 2020). Na účely spracovania príspevku boli zdrojové dáta získavané z uvedených projektov, ako aj z dôvodových správ a zákonov, ktorými sa v roku 2020 upravovalo ekonomické prostredie na Slovensku za účelom znižovania administratívnej záťaže podnikateľov, ako aj za účelom riešenia situácie spôsobenej šírením ochorenia COVID-19. Na zber údajov bola použitá metóda selekcie a analýzy a pre vyhodnotenie metóda komparácie a syntézy.

Posudzovanie vplyvov, v rámci *projektu lepšej regulácie* koordinovanej na národnej úrovni Ministerstvom hospodárstva SR, spočíva v systémovom prístupe k posúdeniu pozitívnych a negatívnych dopadov navrhovaných právnych predpisov.

Tab. 1: Postup hodnotenia vplyvov prijímanej regulácie

Krok	Analýza hodnotenia vplyvov prijímanej regulácie
1.	Príprava analýz jednotlivých regulácií ex ante a ex post
2.	Meranie regulačnej záťaže podnikateľského prostredia
3.	Meranie administratívnych nákladov podnikateľského prostredia
4.	Príprava návrhov na znižovanie administratívneho zaťaženia podnikateľského prostredia

Zdroj: Zlepšovanie podnikateľského prostredia (MH SR, 2020)

3 Opatrenia v rámci prvej vlny pandémie

V rámci zlepšovania podnikateľského prostredia na Slovensku, ako aj v súvislosti s ochorením COVID-19, boli v rámci prvej vlny pandémie prijaté viaceré legislatívne zmeny. Zákonom č. 67/2020 Z. z. (z 2. apríla 2020) o niektorých mimoriadnych opatreniach vo

finančnej oblasti v súvislosti so šírením nebezpečnej nákazlivej ľudskej choroby COVID-19 boli prijaté opatrenia, ktoré sa uplatňovali počas obdobia od 12. marca 2020, keď vláda SR vyhlásila mimoriadnu situáciu z dôvodu ochorenia COVID-19 na území SR, do konca kalendárneho mesiaca, v ktorom vláda mimoriadnu situáciu odvolá (zákon o niektorých mimoriadnych opatreniach, 2020). Týmto sa ustanovili opatrenia v daňovej, colnej a účtovnej oblasti týkajúce sa najmä:

- a) správy daní (ako napr. spôsob doručovania podaní daňovými subjektmi, doručovanie písomností do vlastných rúk, zmeškanie lehoty pre podanie daňového priznania, kontrolného výkazu a súhrnného výkazu, platenie dane a preddavkov na daň, prerušenie daňových kontrol, prerušenie daňových konaní, odloženie daňových exekúcií, úpravy v oblasti správnych deliktov a sankcií),
- b) opatrení pri dovoze tovaru (úprava oslobodenia tovaru od dovozného cla a od dane z pridanej hodnoty pri dovoze tovaru na podporu obetí živelnej pohromy),
- c) opatrenia v oblasti dane z motorových vozidiel (podanie daňového priznania a splatnosti dane počas obdobia pandémie),
- d) opatrenia v oblasti správnych poplatkov,
- e) opatrenia v oblasti účtovníctva (lehoty na podanie účtovných závierok a daňového priznania účtovných jednotiek),
- f) opatrenia v oblasti dane z príjmov (lehoty na podanie daňových priznaní k dani z príjmov, poukázanie a použitie podielu zaplatenej dane z príjmov, oznámenie o zrazení a odvedení dane z príjmov poskytovateľa zdravotnej starostlivosti, hlásenie o vyúčtovaní dane a o úhrne príjmov zo závislej činnosti poskytnutých jednotlivým zamestnancom, ročné zúčtovanie dane z príjmov zo závislej činnosti, poukázanie podielu zaplatenej dane z príjmov, platenie preddavkov na daň z príjmov, odpočet daňovej straty),
- g) opatrenia v oblasti používania registračných pokladníc,
- h) opatrenia v colnej oblasti a pri presadzovaní práv duševného vlastníctva colnými orgánmi,
- i) opatrenia v oblasti dane z pridanej hodnoty a spotrebných daní (týkajúce sa napríklad niektorých podmienok vrátenia nadmerného odpočtu, uplatnenie zvýhodnenej sadzby dane),
- j) opatrenia v oblasti miestneho poplatku za rozvoj,
- k) opatrenia v oblasti miestnych daní a miestneho poplatku,
- l) opatrenia v oblasti automatickej výmeny informácií na účely správy daní,
- m) opatrenia v oblasti finančného trhu,
- n) opatrenia v oblasti finančnej pomoci,
- o) opatrenia v oblasti dohľadu nad finančným trhom,
- p) opatrenia v oblasti odkladu splátok úveru poskytnutého spotrebiteľovi, malému podnikateľovi a inému podnikateľovi - fyzickej osobe,
- r) opatrenia v oblasti vnútorného auditu, vládneho auditu a finančnej kontroly,
- s) opatrenia v oblasti majetku verejnej správy a správy bytov a nebytových priestorov.

Medzi ďalšie významné zmeny v pracovno-právnej oblasti patrilo novelizovanie Zákonníka práce, zákona o sociálnom poistení, zákona o sociálnych službách, zákona o BOZP a zákona o ochrane osobných údajov, ktoré taktiež reagovali najmä na výnimočnú situáciu súvisiacu s šírením ochorenia COVID-19. V rámci zákonného sociálneho poistenia (zákon o sociálnom poistení, 2003) sa upravili podmienky nároku na ošetrovné a nemocenské. Upravila sa možnosť splnomocniť vládu SR vydávať v prípade potreby nariadenia vlády, ktorými by počas krízovej situácie COVID-19 a dvoch mesiacov po jej skončení, bolo možné upravovať podmienky nároku na dávku v nezamestnanosti, podmienky výplaty dávky v nezamestnanosti, dĺžku podporného obdobia v nezamestnanosti a výšku samotnej dávky. V rámci pracovného práva (Zákonník práce, 2001) novelizácia priniesla možnosti flexibilnejšieho reagovania zamestnávateľa na dynamické zmeny v ekonomike. Zmeny sa týkali organizácie práce, ochrany

zamestnancov v oblasti úpravy pracovného času, v oblasti určenia a čerpania dovolenky. Ďalej sa zmeny týkali prekážok v práci, a to pokiaľ ide o náhradu mzdy pri prekážke v práci na strane zamestnávateľa a pokiaľ ide o ochranu zamestnancov, ktorí mali prekážku v práci na svojej strane. Ďalšou významnou zmenou bolo, že zamestnávateľ získal právo nariadiť zamestnancovi prácu z domácnosti zamestnanca (tzv. home office), za predpokladu, že práca vykonávaná zamestnancom to umožňuje, práca na pracovisku nie je nevyhnutná, prípadne je riziková z dôvodu šírenia prenosnej choroby. Novela Zákonníka práce zmenila možnosti zamestnávateľa týkajúce sa oznamovania pracovných zmien zamestnancom vopred. Rozvrhnutie pracovného času je zamestnávateľ povinný oznámiť zamestnancovi najmenej dva dni vopred a s platnosťou najmenej na týždeň. Zamestnávateľ má aj možnosť dohodnúť sa so zamestnancom podľa potreby na kratšej dobe oznamovania rozvrhnutia pracovného času. Vo všeobecnosti platí, že čerpanie dovolenky určuje zamestnávateľ, (podľa Zákonníka práce zamestnávateľ je povinný oznámiť zamestnancovi aspoň 14 dní vopred čerpanie dovolenky). Novela Zákonníka práce túto lehotu skrátila počas trvania mimoriadnej situácie na sedem dní. Pri nevyčerpanej dovolenke za predchádzajúci rok, ktorú si zamestnanec prenáša, mohol zamestnávateľ oznámiť čerpanie minimálne dva dni vopred.

V nadväznosti na nové možnosti zamestnávateľa novela Zákonníka práce zaviedla zvýšenú ochranu zamestnancov v čase hrozby koronavírusu tým, že zamestnávateľ je povinný ospravedlniť neprítomnosť zamestnanca v práci pre dôležitú osobnú prekážku v práci, ktorou je karanténa alebo izolácia. Zamestnancovi za tento čas nepatrila náhrada mzdy, ak osobitný predpis neustanovil inak. Zamestnanec, ktorý má dôležitú osobnú prekážku v práci z dôvodu karanténneho opatrenia, izolácie, osobného a celodenného ošetrovania chorého člena rodiny atď. sa posudzuje ako zamestnanec, ktorý je uznaný dočasne za práceneschopného. Novela rieši aj postavenie zamestnanca po návrate do práce po uplynutí krízy. V súvislosti s tým sa upravila nová prekážka v práci na strane zamestnávateľa. Ak zamestnanec nemôže vykonávať prácu celkom alebo z časti pre zastavenie alebo obmedzenie činnosti zamestnávateľa na základe rozhodnutia príslušného orgánu alebo pre zastavenie alebo obmedzenie činnosti zamestnávateľa ako dôsledku vyhlásenia mimoriadnej situácie, núdzového stavu alebo výnimočného stavu, ide o prekážku v práci na strane zamestnávateľa, pri ktorej patrí zamestnancovi náhrada mzdy v sume 80 % jeho priemerného zárobku, najmenej však v sume minimálnej mzdy.

Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny SR (ďalej len MPSVR SR) spustilo prvú pomoc zamestnancom, zamestnávateľom a SZČO pri znižovaní dopadov koronavírusu, a od apríla 2020 prijímalo žiadosti o príspevky na mzdy zamestnancov od zamestnávateľov, ktorí museli povinne zatvoriť prevádzky. Zamestnávatelia, ktorí museli svoje prevádzky zatvoriť, mohli požiadať o príspevok na mzdu zamestnanca vo výške 80 % jeho priemerného zárobku, najviac vo výške 1 100 EUR. Podmienkou bolo udržanie pracovného miesta aj po skončení krízového obdobia. Príspevok sa poskytoval na zamestnanca, ktorému zamestnávateľ nemôže pridelovať prácu z dôvodu prekážky na strane zamestnávateľa. Výška príspevku na náhradu straty príjmov zo zárobkovej činnosti sa poskytovala nadväzne na pokles tržieb. Výška príspevku sa určila podľa poklesu tržieb a každý žiadateľ si zvolil jednu z alternatív spôsobu výpočtu poklesu tržieb. Príspevok sa poskytoval od marca 2020, t.j. odo dňa rozhodnutia Úradu verejného zdravotníctva SR o uzatvorení alebo obmedzení prevádzok, do konca kalendárneho mesiaca, v ktorom sa rozhodnutie zruší.

Ďalším zákonom, ktorého cieľom bolo odbremeniť zamestnávateľov v čase krízovej situácie od plnenia povinností, bola oblasť bezpečnosti a ochrany zdravia pri práci (zákon o BOZP, 2006). Zamestnávateľ nie je povinný oboznamovať zamestnanca pri prijatí do zamestnania, pri preradení na iné pracovisko, pri zaradení na inú prácu, pri zavedení novej technológie, nového pracovného prostriedku alebo nového postupu s touto skutočnosťou, ak k tomu došlo počas mimoriadnej situácie, núdzového stavu alebo výnimočného stavu

vyhláseného v súvislosti s ochorením COVID-19. Predpokladom je, že túto povinnosť si zamestnávateľ nemôže splniť z objektívnych dôvodov. Nesplnenie tejto povinnosti však nesmie bezprostredne a vážne ohroziť život a zdravie zamestnanca. Túto povinnosť je však zamestnávateľ povinný splniť ihneď, ako to bude možné, najneskôr do jedného mesiaca od odvolania krízovej situácie. Novelou zákona sa ustanovili aj lehoty na účasť na rekondičných pobytoch, na vykonanie lekárskeho preventívneho prehliadok, ktoré sú nevyhnutné pre zachovanie platnosti dokladov o odbornej spôsobilosti; lehoty na absolvovanie aktualizčných odborných príprav a lehoty na vykonanie úradných skúšok, odborných prehliadok a kontrol pracovných prostriedkov atď.

Súčasná situácia priviedla alebo môže priviesť mnohých zamestnávateľov k spracúvaniu osobných údajov, týkajúcich sa zdravia svojich zamestnancov v súvislosti s COVID-19. Údaje, týkajúce sa zdravia zamestnanca a akékoľvek informácie, z ktorých možno odvodiť informácie o zdravotnom stave zamestnanca, spadajú do osobitnej kategórie tzv. citlivých osobných údajov. Spracúvanie týchto údajov si vyžaduje osobitnú ochranu, keďže ich spracúvanie by mohlo predstavovať významné riziká pre základné práva a slobody dotknutých osôb. Zamestnanec je povinný informovať svojho zamestnávateľa, že sa vrátil zo zahraničia alebo bol v kontakte s osobou, ktorá je alebo môže byť potenciálne nakazená. Zamestnávateľ je povinný posudzovať riziko nákazy na pracovisku, a v prípade potreby vykonať vhodné opatrenia na zabezpečenie ochrany zdravia zamestnancov. Zamestnávateľia môžu prísť do kontaktu aj so zdravotnými údajmi rodinných príslušníkov svojich zamestnancov alebo iných osôb. Tieto informácie sú získavané od inej, ako dotknutej osoby a preto je potrebné zabezpečiť informovanosť aj týchto osôb o podmienkach spracúvania ich osobných údajov. Spracúvané citlivé údaje a údaje poskytované ostatným kolegom je zamestnávateľ povinný zredukovať na nevyhnutnú mieru a zabezpečiť, aby sa so všetkými zozbieranými informáciami zaobchádzalo bezpečne (zákon o ochrane osobných údajov, 2018). Pri home office a využívaní technológií pri práci na diaľku sa môže do konfliktu dostať právo zamestnanca na súkromie so záujmami zamestnávateľa (napr. detekcia straty osobných údajov, vznik bezpečnostných hrozieb, kontrola výkonnosti zamestnanca). S ohľadom na základné princípy GDPR je potrebné, aby si účtovná jednotka nastavila interné systémy a technológie tak, aby sa minimalizovalo množstvo a citlivosť spracúvaných osobných údajov, resp. aby boli dáta získavané a uchovávané cielene. Pri využívaní technológií práce na diaľku, pri ktorých dochádza k spracúvaniu osobných údajov zamestnancov, musia byť zamestnanci oboznámení s účelom, rozsahom a použitím dát. Ak zamestnávateľ nariadi zamestnancovi home office je potrebné zabezpečiť primerané bezpečnostné opatrenia (organizačné a technické), ktoré zaručia dôvernosť, integritu a dostupnosť spracúvaných osobných údajov a to definovaním účelu a právneho základu spracúvania osobných údajov vo forme napr. súhlasu s takýmto spracovaním. Ďalšou možnosťou môže byť vydanie resp. aktualizácia interných predpisov v oblasti používania elektronických zariadení a systémov. Účtovná jednotka - zamestnávateľ je tak schopná nastaviť spôsob používania zariadenia zamestnancom aj na súkromné účely. Ak zamestnávateľ zvolí akúkoľvek formu monitorovania resp. kontroly zamestnancov prostredníctvom nimi využívaných zariadení a systémov, musí zabezpečiť neprekročenie právneho rámca spracúvania osobných údajov v duchu zásady primeranosti, nevyhnutnosti a minimalizácie spracúvaných osobných údajov a musí zamestnanca o takomto monitoringu primerane informovať (zákon o ochrane osobných údajov, 2018).

V apríli 2020 bol vydaný už tretí balík Lex korona, ktorý zavádza ďalšie opatrenia vo finančnej oblasti v súvislosti so šírením COVID-19, týkajúce sa oblasti správy daní, dane z motorových vozidiel, dane z príjmov, používania registračných pokladníc ale aj v oblasti dane z pridanej hodnoty, spotrebných daní a cla. Opatrenia Lex korona sa dotýkajú aj miestnych daní a miestnych poplatkov. Ďalší balík opatrení z júna 2020 priniesol 114 zmien, ktoré majú

ambíciu zlepšiť podnikateľské prostredie a pomôcť naštartovať slovenskú ekonomiku po pandémie. Zmeny sa týkajú rôznych zákonov ako napr. obchodného práva (Obchodný zákonník, 1991), ktoré umožní, že na zvýšenie základného imania v spoločnosti s ručením obmedzeným bude možné použiť nerozdelený zisk ako aj iné vlastné zdroje účtovnej jednotky vykázané v účtovnej závierke, bez povinnosti overenia účtovnej závierky audítorom. Ďalšie zmeny sa týkajú zníženia správnych poplatkov, stavebného povolenia, živnostenského podnikania, sociálneho poistenia, reklamy, ochrany spotrebiteľa, služieb zamestnanosti, cestnej premávky atď. V rámci správy daní je prijaté opatrenie, ktorým sa ustanovuje predĺženie minimálnej lehoty na vyjadrenie k protokolu z daňovej kontroly zo súčasných 15 pracovných dní na 30 pracovných dní od doručenia protokolu. V oblasti dane z príjmov zasa umožnenie automatického zvýšenia preukázateľne vynaložených výdavkov na spotrebu pohonných látok prepočítaných podľa spotreby uvedenej v osvedčení o evidencii alebo v technickom preukaze o 20 % bez povinnosti dokladovania a zisťovania vyššej spotreby. Veľmi významnú zmenu priniesla novela zákona o účtovníctve (zákon o účtovníctve, 2003), ktorou nastávajú zmeny v povinnosti overovania účtovnej závierky audítorom. Zmena bola prijatá v rámci opatrení na zlepšenie podnikateľského prostredia a zapríčinila, že sa budú v rokoch 2021 a 2022 zvyšovať veľkostné kritériá pre povinnosť overiť účtovnú závierku audítorom (Máziková, Antalová, 2020).

Pre účtovné obdobie začínajúce najskôr 1. januára 2021 budú stanovené nasledujúce kritériá:

- a) celková suma majetku presiahla 3 000 000 EUR,
- b) čistý obrat presiahol 6 000 000 EUR,
- c) priemerný prepočítaný počet zamestnancov v jednom účtovnom období presiahol 40.

Od 1. januára 2022 sa tieto kritériá budú ešte zvyšovať. Pri posudzovaní povinnosti overovať účtovnú závierku audítorom budú, od 1. januára 2022 a na nasledujúce roky, platné kritériá:

- a) celková suma majetku presiahla 4 000 000 EUR,
- b) čistý obrat presiahol 8 000 000 EUR,
- c) priemerný prepočítaný počet zamestnancov v jednom účtovnom období presiahol 50.

Účtovné jednotky sa pri zostavení účtovnej závierky vyjadrujú v poznámkach aj k pandemickej situácii spôsobenej ochorením COVID-19. Analyzujú skutočnosti, ktoré majú vplyv alebo môžu mať vplyv v budúcnosti na hlavný predmet ich činnosti. Uvádzajú aké opatrenia vykonali na udržanie zamestnanosti, tržieb, svojich zákazníkov, aký má daná situácia vplyv na existujúce a nové objednávky v rámci dodávateľsko-odberateľských vzťahov. Uvádzajú skutočnosti či napríklad zaviedli krízový štáb, ktorý pravidelne monitoruje a rieši aktuálnu situáciu a následne prijíma opatrenia na ochranu zdravia svojich zamestnancov, dodávateľov, partnerov a pod. Zdôvodňujú prijaté opatrenia a vyslovujú predpoklad resp. scenár, ako sa bude postupovať v prípade výpadku výkonnosti v nasledujúcom účtovnom období z dôvodu, napríklad predpokladaného predčasného poklesu odbytu od koncových zákazníkov pri produktoch a službách realizovaných danou účtovnou jednotkou. Vyslovujú z pohľadu princípu going concern či daná situácia nemôže ovplyvniť predpoklad trvania v nasledujúcom účtovnom období.

4 Opatrenia v rámci druhej vlny pandémie

Následné prepuknutie druhej vlny pandémie prinieslo v septembri 2020 schválenie novely zákona č. 67/2020 Z. z. (Lex korona). Novelou zákona sa ukončuje pandemické obdobie, na ktoré je legislatívne naviazaných viacero daňových a účtovných termínov. Tým je najmä obdobie na podanie daňového priznania k dani z príjmov, ktoré je stanovené na koniec kalendárneho mesiaca nasledujúceho po skončení obdobia pandémie, ktoré bolo ukončené. 30. septembra 2020. Termín na podanie daňového priznania k dani z príjmov za zdaňovacie

obdobie, ktorého posledný deň lehoty na podanie uplynul počas obdobia pandémie, bude 2. novembra 2020 (31. október 2020 pripadá na sobotu). Vypočítanú daň je potrebné aj do tohto termínu zaplatiť. Od 3. novembra bude možné podať už iba dodatočné daňové priznania.

Na Slovensku prvým októbrom začal platiť núdzový stav, ktorý bol vyhlásený v zmysle ústavného zákona č. 222/2002 Z. z. o bezpečnosti štátu v čase vojny, vojnového stavu, výnimočného stavu a núdzového stavu (ústavný zákon, 2002). Nová pomoc pre podnikateľov počas druhej vlny pandémie sa označuje ako *Prvá pomoc* a predstavuje nový balík finančnej podpory, ktorý by mal pomôcť prekonať nepriaznivú ekonomickú situáciu podnikateľských subjektov v súvislosti so zatváraním prevádzok. V rámci udržania zamestnanosti v druhej vlne pandémie sa upravuje príspevok na udržanie zamestnanosti pre zamestnávateľov. Pri opatrení 1 a 3A bude možné žiadať 80 % celkovej ceny práce (CCP), nie hrubej mzdy (HM). Limit mesačného čerpania v tzv. kurzarbeite sa zvýši z 880 EUR na 1 100 EUR. V prípade opatrenia 3B sa pri poklese tržieb pomoc zvýši na maximálne 810 EUR.

Tab. 2: Príspevky pre zamestnávateľov vrátane SZČO, ktoré sú zamestnávateľmi

Opatrenie	Aktuálne	Prvá pomoc+
Opatrenie 1	1 100 € (80 % HM)	1 100 € (80 % CCP)
Opatrenie 3A	880 € (80 % HM)	1 100 € (80 % CCP)
Opatrenie 3B	Pokles tržieb	Pokles tržieb
	Od 20,00 % - 180 €	Od 20,00 % - 270 €
	Od 40,00 % - 300 €	Od 40,00 % - 450 €
	Od 60,0 % - 420 €	Od 60,00 % - 630 %
	Od 80 % a viac – 540 €	Od 80 % a viac – 810 €

Zdroj: Úrad vlády SR (MPSVaR SR, 2020)

Tab. 3: Príspevky pre SZČO vrátane súbehu s dohodou

Opatrenie	Aktuálne	Prvá pomoc+
Opatrenie 2	Pokles tržieb	Pokles tržieb
	Od 20,00 % - 180 €	Od 20,00 % - 270 €
	Od 40,00 % - 300 €	Od 40,00 % - 450 €
	Od 60,0 % - 420 €	Od 60,00 % - 630 %
	Od 80 % a viac – 540 €	Od 80 % a viac – 810 €
Opatrenie 4A + 4B	210 €	315 €

Zdroj: Úrad vlády SR (MPSVaR SR, 2020)

Žiadosť o poskytnutie príspevku na udržanie zamestnanosti predkladá zamestnávateľ, na miestne príslušný úrad práce, sociálnych vecí a rodiny, v ktorého územnom obvode udrží pracovné miesta. O pomoc je možné žiadať za obdobie od 1. októbra, tzn. žiadosti o pomoc bude možné podávať od 1. novembra 2020, a to buď v listinnej forme alebo elektronicky (MPSVaR SR, 2020).

5 Záver

Zmeny ekonomického prostredia vyvolané v súvislosti s COVID-19, ako aj snahou o znižovanie administratívnej záťaže, majú za cieľ dosiahnuť všestrannú podporu

podnikateľského sektora. Vykonané opatrenia majú za cieľ pomôcť udržať zamestnanosť ako aj vytvoriť podmienky na oživenie ekonomiky v období pretrvávajúcej pandémie. Cieľom príspevku bolo analyzovať opatrenia vlády a vykonané legislatívne zmeny, ktoré boli realizované v období prvej pandemickej vlny ako aj pripravované zmeny súvisiace s prepuknutím druhej vlny pandémie v súvislosti s ochorením COVID-19. Cieľom tiež bolo analyzovať jednotlivé zmeny v ekonomickom prostredí a ich dopad do účtovníctva, daní, pracovno-právnej oblasti ako aj ďalších sfér.

Účtovné jednotky by mali brať do úvahy stále širšie účinky ochorenia COVID-19 v dôsledku jeho negatívneho vplyvu na globálnu ekonomiku a finančné trhy. Medzi kľúčové dopady patria okrem iného prerušenie výroby, prerušenie dodávok surovín, tovaru a služieb, nárast nezamestnanosti, zníženie tržieb, zatvorenie a likvidácia prevádzok, zatvorenie škôl, zrušenie športových a kultúrnych podujatí. Konkrétny dopad negatívnych ekonomických dôsledkov spôsobených ochorením COVID-19 na podnikateľské subjekty, ako aj legislatívnych opatrení vykonaných na zmiernenie dôsledkov, bude možné ďalej analyzovať až po zostavení účtovnej závierky za účtovné obdobie 2020 a po skončení pandemickej situácie.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II, riešenom na FHI EU v Bratislave.*

Literatúra

1. Máziková, K., Antalová, R. (2020). Reducing Economic Impact of COVID-19 Pandemic from Accounting Entity Perspective. *Účetníctví A Auditing V Procesu Světové Harmonizace: Sborník Z Mezinárodní Vědecké Konference, Slapy, 8.-10. Září 2020*, 116-120.
2. MH SR (2020). Analýza hodnotenia regulačnej politiky SR. Retrieved October 15, 2020, from <https://www.economy.gov.sk/podnikatelske-prostredie/lepsia-regulacia/narodny-projekt-zlepsovanie-podnikatelskeho-prostredia-na-slovensku-a-hodnotenie-politik-v-kompetencii-ministerstva-hospodarstva-sr/oecd-regulatory-performance-review/oficialne-predstavenie-analyzy-launch-event>.
3. MH SR (2020). Zlepšovanie podnikateľského prostredia na Slovensku a hodnotenie politik v kompetencii MH SR. Retrieved October 10, 2020, from <https://www.economy.gov.sk/podnikatelske-prostredie/lepsia-regulacia/narodny-projekt-zlepsovanie-podnikatelskeho-prostredia-na-slovensku-a-hodnotenie-politik-v-kompetencii-ministerstva-hospodarstva-sr>.
4. MPSVaR SR. (2020). Prvá pomoc, zamestnancom, podnikateľom a živnostníkom. Retrieved October 15, 2020, from <https://www.pomahameludom.sk/>.
5. OECD (2020). Regulatory Policy Review of the Slovak Republic. Retrieved October 15, 2020, from <https://www.economy.gov.sk/podnikatelske-prostredie/lepsia-regulacia/narodny-projekt-zlepsovanie-podnikatelskeho-prostredia-na-slovensku-a-hodnotenie-politik-v-kompetencii-ministerstva-hospodarstva-sr/oecd-regulatory-performance-review/analyza-oecd-regulatory-policy-review-2020>.
6. OP EVS. (2020). Operačný programu Efektívna verejná správa. Retrieved October 12, 2020, from <http://www.opevs.eu/>.
7. Slovak Business Agency (2020). Analýza vybraných zmien v pracovno- právnej legislatíve a ich dopadov na MSP. Retrieved August 25, 2020, from

http://www.sbagency.sk/sites/default/files/analyza_vybranych_zmien_v_pracovno-pravnej_legislative_a_ich_dopadov_na_msp.pdf.

8. Zákon č. 67/2020 Z. z. o niektorých mimoriadnych opatreniach vo finančnej oblasti v súvislosti so šírením nebezpečnej nákazlivej ľudskej choroby COVID-19 v znení neskorších predpisov.
9. Ústavný zákon č. 222/2002 Z. z. o bezpečnosti štátu v čase vojny, vojnového stavu, výnimočného stavu a núdzového stavu v znení neskorších predpisov.
10. Zákon č. 124/2006 Z. z. o bezpečnosti a ochrane zdravia pri práci a o zmene a doplnení niektorých zákonov (BOZP) v znení neskorších predpisov.
11. Zákon č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov.
12. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
13. Zákon č. 311/2001 Z. z. Zákonník práce v znení neskorších predpisov.
14. Zákon č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov.
15. Zákon č. 18/2018 Z. z. o ochrane osobných údajov a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov.



Kalkulácia hodnoty nového obchodu v životnom poistení Calculation of value of new business in life insurance

Patrik Mihalech¹

Abstrakt

Metódy založené na diskontovaní budúcich peňažných tokov patria medzi základné techniky používané pri výpočte očakávanej hodnoty uzavretých poistných zmlúv v životnom poistení. Pred samotnou kalkuláciou je dôležité stanovenie správnych predpokladov. Predpoklady môžeme súhrnne rozdeliť na ekonomické a neekonomické, pričom obe skupiny majú podstatný vplyv na konečný výsledok. Pri kalkulácii rozlišujeme medzi výpočtom súčasnej hodnoty všetkých už uzavretých poistných zmlúv a výpočtom súčasnej hodnoty iba pre novo uzatvorené poistné zmluvy, ktoré predstavujú nový obchod poisťovne. V príspevku sa budeme venovať ekonomickým a neekonomickým predpokladom použitým pri výpočte hodnoty nových poistných zmlúv a výpočtu pre konkrétny druh poistenia.

Kľúčové slová

hodnota nového obchodu, ekonomické a neekonomické predpoklady, diskontované peňažné toky, najlepší odhad záväzkov

Abstract

Methods based on discounting of cash-flows belong among core techniques used for calculation of expected value of underwritten insurance contracts in life insurance. Before calculation, it is important to determine assumptions correctly. Assumptions can be, in principle, divided into economic and non-economic. Both groups have significant impact on final outcome. Calculation can be divided into valuation of present value of all insurance contracts and valuation of present value of newly underwritten contracts solely, which represent new business of an insurance company. In this paper we will focus on economic and non-economic assumptions used for calculation of new business and their application on concrete type of insurance.

Key words

value of new business, economic and non-economic assumptions, discounted cash flows, best estimate liabilities

JEL classification

G22, C02

1 Úvod

Poisťovníctvo patrí k dôležitým odvetviam každej rozvinutej ekonomiky a môžeme ho chápať ako nástroj finančnej eliminácie negatívnych dôsledkov náhodnosti. Tak ako aj pri všetkých ostatných druhoch podnikania, aj v životnom poistení je veľmi podstatné vedieť posúdiť svoju ziskovosť a ohodnotiť kapitálovú primeranosť. Ziskovosť poisťovne je predmetom záujmu širokého spektra záujemcov. Jednoznačne medzi nich môžeme zaradiť akcionárov poisťovne a regulačné inštitúcie, predovšetkým NBS. Sektor životného poistenia je do veľkej miery špecifický dlhovekosťou uzatváraných kontraktov, a preto tradičné účtovné

¹ Ing. Patrik Mihalech, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, patrik.mihalech@euba.sk.

metódy založené na princípe výpočtu zisku ako rozdielu medzi výnosmi a nákladmi neumožňujú dostatočne presne identifikovať ziskovosť poisťných kontraktov. Platí, že poisťné produkty sú v prvých rokoch viac ziskové a v neskorších rokoch naopak viac stratové. Toto je spôsobené tým, že sa postupne zvyšuje pravdepodobnosť vyplácania poisťných plnení. Na výpočet hodnoty poisťných kontraktov sa preto využívajú metódy založené na diskontovaní peňažných tokov, ktoré túto neproporcionalitu odstraňujú.

Z hľadiska hodnoty poisťných zmlúv nás môže zaujímať buď hodnota všetkých poisťných kontraktov, teda aj tých, ktoré sú uzavreté už dlhšiu dobu alebo len hodnota nových poisťných zmlúv, ktoré boli uzavreté v priebehu posledného sledovaného obdobia. Cieľom príspevku je stanovenie správnych vstupných ekonomických a neekonomických predpokladov pri výpočte hodnoty nových poisťných zmlúv pre konkrétny druh poistenia.

2 Ocenenie poisťných zmlúv

Hodnotu budúcich záväzkov vypočítame ako projekciu samostatných peňažných tokov za jednotlivé roky a diskontujeme ich do súčasnosti za použitia bezrizikovej úrokovej miery. Diskontovaná hodnota peňažných tokov (CF_t) pri úrokovej miere (r_i) potom bude mať tvar:

$$BEL = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CF_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_i)} \quad (1)$$

V prípade, že nás zaujíma hodnota celého poisťného kmeňa, vypočítame hodnotu budúcich záväzkov pre všetky poisťné zmluvy. Hodnota záväzkov sa počíta ako prospektívna rezerva a pri výpočte sa robí projekcia iba pre zvyšnú dobu trvania poistenia. V tomto prípade očakávame, že výška rezervy bude kladná. Ak nás zaujíma hodnota nového obchodu (VNB), budeme počítať hodnotu budúcich záväzkov iba pre nové poisťné zmluvy. VNB sa obvykle v poisťovniach počíta kvartálne. V tomto prípade vezmeme všetky poisťné zmluvy, ktoré boli uzatvorené v priebehu posledného kvartálu a vypočítame ich hodnotu budúcich záväzkov. Pri výpočte VNB sa však pozeráme na zmluvy v čase ich predaja, resp. v momente pred zaplatením prvého poisťného a pred výplatou akvizičných nákladov. Zjednodušene môžeme povedať, že hodnota nového obchodu sa počíta ako hodnota poisťnej zmluvy v čase 0, zatiaľ čo hodnota poisťného kmeňa sa počíta k neskoršiemu časovému obdobiu (v závislosti od počtu rokov, ktoré je zmluva už v platnosti). V oboch prípadoch je pre kalkuláciu najdôležitejšie zvolenie správnych vstupných ekonomických a neekonomických predpokladov. Pri výpočte sa nepoužívajú rovnaké vstupné predpoklady ako sa použili pri ocenení poistenia, ale použijú sa „best estimate“ predpoklady, teda predpoklady, ktoré by mali byť najpresnejšie v čase kalkulácie.

3 Predpoklady výpočtu hodnoty nového obchodu

Vzhľadom k tomu, že robíme projekciu peňažných tokov do budúcnosti, veľké množstvo vstupných parametrov je neznámych a musíme ich odhadnúť. Vo všeobecnosti môžeme predpoklady rozdeliť na:

- Ekonomické predpoklady:
 - inflácia,
 - predpoklady o úrokovej miere a investičnom výnose.
- Neekonomické predpoklady:
 - úmrtnosť,
 - nákladovosť,
 - stornovanosť.

3.1 Ekonomické predpoklady

Medzi ekonomické zaraďujeme tie predpoklady, ktoré sú priamo závislé od makroekonomických trhových podmienok a ich predpokladaného vývoja v budúcnosti.

Inflácia

Najdôležitejším aspektom určovania inflačného predpokladu je jeho konzistentnosť s predpokladaným výnosom z aktív. Platí, že reálny výnos je rovný nominálnemu výnosu, zníženému o dane a infláciu. Infláciu (f) môžeme započítať aj implicitne do úrokovej miery (i) podľa vzťahu (2).

$$i' = \frac{i - f}{1 + f} \quad (2)$$

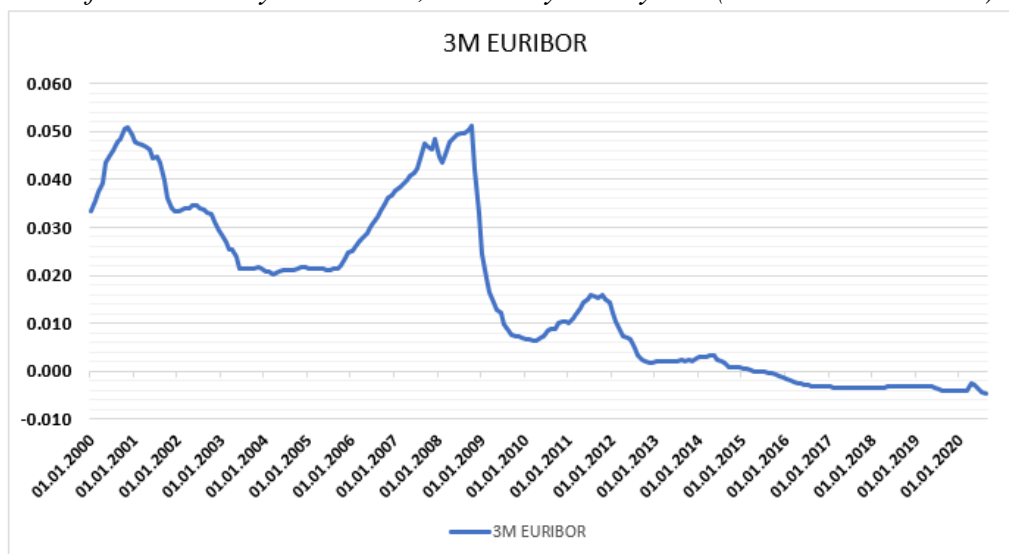
Inflácia spôsobuje aj pokles reálnej výšky poistného plnenia a poisťovne ju riešia napríklad dynamizáciou, ktorá predstavuje postupné zvyšovanie poistnej zmluvy a poistného bez zisťovania zdravotného stavu poisteného. (Sakalová, 2001)

Úrokové miery

Jedným z najdôležitejších predpokladov z hľadiska vplyvu na konečný výsledok je predpoklad o úrokovej miere, použitej na diskontovanie peňažných tokov. Podľa CFO fóra, za referenčnú mieru môžeme považovať bezrizikovú úrokovú mieru vhodne zvolenú vzhľadom k mene, dobe trvania a likvidite peňažných tokov z daného záväzku. V prípade, že záväzok je dostatočne likvidný, diskontnú mieru predstavuje swapová výnosová krivka. Ak záväzok nie je likvidný, swapová výnosová krivka použitá ako diskontná miera, by mala zahŕňať aj prémii za likviditu.²

V súčasnosti je tiež aktuálna otázka, ako pristúpiť k diskontným mieram, ktoré sú negatívne. Na Grafe č.1 je zobrazený historický vývoj 3-mesačného EURIBOR-u a môžeme vidieť, že posledných 5 rokov sa nachádza v záporných hodnotách.

Graf 1: 3 mesačný EURIBOR, historický časový rad (01-2000 až 08-2020)



Zdroj: vlastné spracovanie na základe ECB Statistical Data Warehouse

² Principle 14: CFO Forum: Market Consistent Embedded Value Principles, 2016. 31 s.

Toto je pomerne neobvyklá situácia vzhľadom k tomu, že pri diskontovaní peňažných tokov zápornou sadzbou dostaneme peňažné toky v súčasnosti vyššie ako je ich projekcia v budúcnosti. Nominálna výška peňažných tokov sa teda diskontovaním zvyšuje. Vzhľadom k tomu, že súčasná situácia so zápornými základnými úrokovými sadzbami sa zdá byť stabilná a nezdá sa, že by sa mali sadzby v priebehu najbližších rokov vracat' späť do kladných hodnôt, a tiež vzhľadom k tomu, že pri kalkulácii peňažných projekcií vychádzame z najlepších predpokladov k danému času, používame pri výpočte aj negatívne diskontné sadzby.

3.2 Neekonomické predpoklady

Úmrtnosť

Pri určovaní úmrtnosti vychádzame z úmrtnostných tabuliek. Predpoklady o úmrtnosti by však nemali reprezentovať úmrtnosť celej populácie. Mali by čo najpresnejšie odzrkadľovať úmrtnosť tej skupiny ľudí, ktorá uzavrie daný druh poistenia. Tabuľky sa preto zvyknú upravovať pre konkrétny typ poistného produktu, aby čo najpresnejšie vyjadrovali očakávanú pravdepodobnosť úmrtia. Okrem veku vplyvajú na úmrtnosť aj mnohé iné faktory. Ako príklad môžeme uviesť sociálnu príslušnosť, zamestnanie alebo životný štýl.

Aký má vplyv predpoklad úmrtnosti na konečnú výšku hodnoty nového obchodu závisí predovšetkým od toho, o aký typ poistného produktu ide. Ak ide o dočasné poistenie na úmrtie, zvýšenie úmrtnosti pôsobí na výšku zisku negatívne. Naopak, v prípade dôchodkových poistní spôsobuje zníženie úmrtnosti stratu.

Na výšku úmrtnosti má vplyv tiež to, či je poistená osoba muž alebo žena. Pre všetky poistné zmluvy uzatvorené po dátume 21.12.2012 platí nariadenie Európskeho súdneho dvora o rovnosti pohlaví pri uzatvorení poistnej zmluvy, a preto sa pri výpočte poistného musia použiť rovnaké úmrtnostné tabuľky pre mužov aj ženy. Týmto sa poisťovne musia riadiť aj v prípade kalkulácie nového obchodu a „best estimate“ predpokladov. Za účelom dodržania princípu opatrnosti môžeme miesto priemernej úmrtnosti priradiť väčšiu váhu úmrtnosti mužov, ktorá je spravidla vyššia ako úmrtnosť žien. V aplikačnej časti príspevku budeme vychádzať z úmrtnostných tabuliek, ktoré zverejnilo Výskumné demografické centrum na stránke www.infostat.sk.³

Nákladovosť

V súvislosti s uzatvorením, správou a likvidáciou poistných zmlúv vznikajú rôzne druhy nákladov. V prípade odhadu očakávaných nákladov, je vhodné vychádzať zo skúseností z minulosti. Ak ide o nový produkt, môžeme zobrať do úvahy nákladovosť podobných alebo príbuzných produktov. Náklady môžeme z hľadiska ich druhu rozdeliť na:

- *Počiatkové náklady* – náklady súvisiace s uzatvorením poistnej zmluvy. Sem môžeme zaradiť marketingové náklady, náklady spojené s predajom a distribúciou alebo napríklad náklady na upisovací proces.
- *Správne náklady* – vznikajú počas celej doby platnosti poistnej zmluvy. Zahŕňajú náklady na udržiavanie a prevádzku poistných zmlúv. Zaradiť sem môžeme priame a nepriame náklady na inkasovanie poistného a administratívne náklady spojené s komunikáciou s klientom.
- *Terminálne náklady* – náklady, ktoré vznikajú v čase výplaty poistného plnenia a podliehajú inflácii. Sú to náklady spojené s likvidáciou poistných udalostí a s výplatou poistných plnení. Terminálne náklady sú vyššie v prípade výplaty poistného plnenia

³ Úmrtnostné tabuľky SR. Výskumné a demografické centrum.

http://www.infostat.sk/vdc/sk/index.php?option=com_wrapper&view=wrapper&Itemid=50

z dôvodu úmrtia ako v prípade výplaty z dôvodu dožitia, lebo aj šetrenie poisťnej udalosti býva oveľa komplikovanejšie.

Produkty životného poistenia sa najčastejšie predávajú klientom prostredníctvom siete finančných sprostredkovateľov. Títo sprostredkovatelia za svoje služby dostávajú provízie, ktoré sú pre poisťovne tiež nákladom. S províziami musíme rátať aj pri výpočte hodnoty nového obchodu. Zvykne sa vyplácať počiatočná provízia hneď po uzavretí poistenia a udržiavacia provízia, ktorá sa vypláca sprostredkovateľovi určitú dobu každoročne, počas trvania poisťnej zmluvy. Týmto sa snaží poisťovňa sprostredkovateľov motivovať, aby uzatvárali s klientmi poisťné zmluvy, ktoré sú pre nich výhodné a aby tieto poisťné zmluvy nerušili. Klienti zvyknú poisťné zmluvy vypovedať najčastejšie v prvých rokoch poistenia, a preto poisťovne často vyžadujú vrátenie určitej časti provízie od sprostredkovateľov, ak je kontrakt ukončený zo strany klienta v priebehu prvých rokov platnosti poisťnej zmluvy. Toto vrátenie už poskytnutej provízie (*commission clawback*) je pre poisťovňu peňažným tokom, ktorý zvyšuje hodnotu novej produkcie.

Stornovanosť

Storno predstavuje predčasné ukončenie poisťnej zmluvy zo strany poisteného. Z hľadiska poisťovne je podstatné vedieť, aké percento zo všetkých uzavretých kontraktov skončí stornom. Najvyššia miera stornovanosti býva v prvom roku poistenia a v nasledujúcich klesá, až sa ustáli na stabilnej úrovni. Celková miera storien tiež závisí od distribučného kanála. Klienti, ktorí prišli osobne do poisťovne uzavrieť poisťnú zmluvu, majú nižšiu tendenciu zmluvu zrušiť ako je to v prípade klientov, ktorí uzavreli zmluvu prostredníctvom sprostredkovateľa. V prvom roku môže miera storna dosahovať hodnoty od 5 % až do 50 % všetkých poistených v rámci daného poisťného produktu. Stornovanosť, spolu s diskontnou krivkou sú predpoklady, na ktoré je hodnota nového obchodu najcitlivejšia, a teda ich správny odhad je veľmi dôležitý pre správnosť celého výpočtu.

Za účelom spresnenia predpokladu o stornách, sa môžu použiť aj tzv. dynamické storná (*dynamic lapses*), keď storná pre každý daný rok nie sú dané deterministicky, ale počítajú sa v rámci stochastických modelov, aby sa predišlo podhodnoteniu záväzkov.⁴ Vychádza sa z predpokladu, že pravdepodobnosť storna nie je nezávislá, ale závisí od toho, či je klient v rámci poistenia ziskový alebo nie (za predpokladu, že poistenie má aj sporiacu časť). Ak ziskový nie je, má tendenciu zmluvu zrušiť. *Dynamické storná* sa v slovenských podmienkach zatiaľ veľmi neuplatňujú vzhľadom k tomu, že vplyv úrokových mier a alternatívnych ekonomických príležitostí na rozhodovanie klientov sa nepreukázal ako významný faktor pre ďalšie modelovanie.

4 Kalkulácia nového obchodu

Kalkuláciu hodnoty nového obchodu ukážeme na zmiešanom poistení. Poisťovňa vyplatí poisťnú sumu pozostalým v prípade, že poistený zomrie v priebehu trvania poistenia alebo vyplatí poisťnú sumu poistenému, ak sa dožije konca poisťnej doby. Jednotlivé predpoklady sú zhrnuté na Obr. 2. Vzhľadom k rozsiahlosti použitých predpokladov, uvádzame iba tie, ktoré sú potrebné pre výpočet nášho konkrétneho poistenia. Vstupné parametre vzorovej zmluvy sú na Obr. 1. Budeme uvažovať o 20 ročnej zmluve, ktorú uzavrel 50-ročný muž.

⁴ Society of Actuaries: Interactions Between Dynamic Lapses and Interest Rates in Stochastic Modeling <https://www.soa.org/globalassets/assets/library/newsletters/product-development-news/2010/june/pro-2010-iss77-xue.pdf>

na pravú stranu rovnice ekvivalencie (k výdavkom) ešte súčasnú hodnotu nákladov. Čistý peňažný tok v čase t , vypočítame podľa vzťahu (3).

$$CF_t = (N^M + M_t) \cdot q_{x+t-1} + (N^S + S_t) \cdot p_{x+t-1} + O_t \cdot w_t + N_t + Comm_t - P_t - (P_t - N_t - Comm_t) \cdot IR_t - Cw_t \quad (3)$$

kde N^M a N^S predstavujú náklady na poistné plnenie pre prípad úmrtia (M) a dožitia (S), M_t a S_t sú poistné plnenia v roku t , O_t sú odkupné hodnoty v čase t , w_t je pravdepodobnosť storna, $Comm_t$ je provízia v čase t , prijaté poistné je P_t , investičný výnos je IR_t a vrátená počiatočná provízia pri storne je Cw_t . Maximálne vierohodný odhad záväzkov (BEL) potom vypočítame tak, že jednotlivé čisté peňažné toky diskontujeme na začiatok poistenia podľa vzťahu (1).

Pre výpočet hodnoty novej produkcie vypočítame ešte rizikovú maržu (RM). Riziková marža predstavuje výšku nákladov na dodatočný kapitál, ktorý je potreba držať pre prípad nepriaznivého vývoja predpokladov. Problematika určovania rizikovej marže je pomerne komplexná a v tomto prípade sa budeme venovať iba mortalitnému riziku. Dodatočný kapitál vypočítame tak, že zvýšime úmrtnosť o 20 % a vypočítame rozdiel medzi novým a pôvodným peňažným tokom. Do výpočtu vstupujú ešte náklady na kapitál (CoC), ktoré stanovíme vo výške 6 %. Rizikovú maržu vypočítame takto

$$RM = \sum_{t=1}^n \frac{\text{kapitál} \cdot (CoC - r_t)}{(1 + CoC)^t} \quad (4)$$

Po stanovení všetkých vstupných parametrov môžeme pristúpiť k výpočtu samotnej hodnoty novej produkcie. Použité predpoklady a výstupy sú na Obr. 3. Hodnotu novej produkcie (VNB) vypočítame z najlepšieho odhadu záväzkov (BEL) a rizikovej marže takto

$$VNB = -(BEL + RM) \quad (5)$$

BEL v našom prípade nadobúda hodnotu -105 573 € a riziková marža $RM = 3 228$ €. Vzhľadom k tomu, že ide o nový obchod, hodnota rezervy je záporná a predstavuje pre nás zisk. Hodnota novej produkcie je 102 345 €.

$$VNB = -(-105 573 + 3 228) = 102 345 \text{ €} \quad (6)$$

Marža novej produkcie (NBM) v pomere k súčasnej hodnote prijatého poistného ($PVNBM$) je vo výške 2,99 %.

$$NBM = \frac{|-105 573|}{3 525 996} = 2.99 \% \quad (7)$$

Hodnota novej produkcie je v našom prípade kladná, čo je pre poisťovňu žiaduce. Marža novej produkcie vo výške približne 3 % je trochu nižšia. Poisťovne sa usilujú mať maržu čo možno najvyššiu. Z ich hľadiska sa dá dosahovať zvyšovanie marže predovšetkým vo vyššej efektívite a nižších prevádzkových nákladoch.

Obr. 3: Maximálne vierohodný odhad záväzkov vzorovej zmluvy (časť 1/2)

Obdobie	Vek	Predpoklady				Portfólio					Peňažný tok na začiatku obdobia		
		Bezriková úroková miera	Investičný výnos	Pravdepodobnosť úmrtia	Stornovanosť	Počet zmlúv - začiatok obdobia	Dožitie	Úmrtie	Storno	Počet zmlúv - koniec obdobia	Poistné	Náklady	Provizie
0										1000			
1	50	0.00108%	0.31246%	0.004955	0.12	1000.00000	0	4.95489	120.00000	875.04511	321 659.00 €	168 497.70 €	611 152.10 €
2	51	0.00108%	0.31246%	0.005477	0.09	875.04511	0	4.79250	78.75406	791.49855	281 466.14 €	8 016.00 €	6 433.18 €
3	52	0.07120%	0.49294%	0.006174	0.07	791.49855	0	4.88661	55.40490	731.20704	254 592.63 €	7 028.39 €	5 629.32 €
4	53	0.21253%	0.84397%	0.006996	0.05	731.20704	0	5.11583	36.56035	689.53086	235 199.33 €	6 370.06 €	5 091.85 €
5	54	0.35927%	1.20496%	0.007717	0.04	689.53086	0	5.32112	27.58123	656.62851	221 793.81 €	5 896.59 €	4 703.99 €
6	55	0.52097%	1.55984%	0.008447	0.03	656.62851	0	5.54647	19.69886	631.38319	211 210.47 €	5 571.63 €	4 435.88 €
7	56	0.67723%	1.89720%	0.009454	0.03	631.38319	0	5.96927	18.94150	606.47242	203 090.08 €	5 316.38 €	4 224.21 €
8	57	0.82983%	2.18994%	0.010484	0.03	606.47242	0	6.35824	18.19417	581.92001	195 077.31 €	5 122.21 €	4 061.80 €
9	58	0.97519%	2.40546%	0.011472	0.03	581.92001	0	6.67572	17.45760	557.78669	187 179.81 €	4 929.95 €	3 901.55 €
10	59	1.10541%	2.54926%	0.012438	0.03	557.78669	0	6.93792	16.73360	534.11517	179 417.11 €	4 739.83 €	3 743.60 €
11	60	1.21577%	2.68642%	0.013665	0.03	534.11517	0	7.29864	16.02346	510.79308	171 802.95 €	4 552.35 €	3 588.34 €
12	61	1.32150%	2.79528%	0.015446	0.03	510.79308	0	7.88973	15.32379	487.57956	164 301.19 €	4 367.87 €	3 436.06 €
13	62	1.41446%	2.83198%	0.016987	0.03	487.57956	0	8.28238	14.62739	464.66979	156 834.35 €	4 185.50 €	3 286.02 €
14	63	1.49645%	2.81742%	0.018592	0.03	464.66979	0	8.63931	13.94009	442.09039	149 465.22 €	4 003.28 €	3 136.69 €
15	64	1.56486%	2.80085%	0.019625	0.03	442.09039	0	8.67593	13.26271	420.15175	142 202.35 €	3 822.81 €	2 989.30 €
16	65	1.62186%	2.78030%	0.021174	0.03	420.15175	0	8.89624	12.60455	398.65096	135 145.59 €	3 644.32 €	2 844.05 €
17	66	1.66935%	2.74798%	0.022430	0.03	398.65096	0	8.94186	11.95953	377.74958	128 229.67 €	3 470.40 €	2 702.91 €
18	67	1.70835%	2.66862%	0.024321	0.03	377.74958	0	9.18739	11.33249	357.22970	121 506.55 €	3 299.39 €	2 564.59 €
19	68	1.73956%	2.71027%	0.025974	0.03	357.22970	0	9.27885	10.71689	337.23396	114 906.15 €	3 132.66 €	2 430.13 €
20	69	1.76336%	2.52822%	0.027797	0.03	337.23396	317.74300	9.37394	10.11702	317.74300	108 474.34 €	2 968.41 €	2 298.12 €

Zdroj: vlastné spracovanie

Obr. 3: Maximálne vierohodný odhad záväzkov vzorovej zmluvy (časť 2/2)

Obdobie	Peňažný tok na konci obdobia							Čistý peňažný tok	BEL	PVNBP	Capital	RM	PV_RM
	Úrok	Poistné plnenia - úmrtie	Náklady na PP - úmrtie	Poistné plnenia - dožitie	Náklady na PP - dožitie	Odkupy	Commission clawback						
0										2.99%			2.90%
1	-1 431.02 €	24 774.46 €	322.71 €	0	0	0.00 €	58 670.60 €	425 848.39 €	-105 573.30 €	3 525 995.97 €	4 590.34 €	275.37 €	3 228.14 €
2	834.31 €	23 962.51 €	312.76 €	0	0	18 907.63 €	36 669.13 €	-261 337.49 €	-531 422.83 €	3 204 371.58 €	4 834.79 €	290.04 €	3 129.93 €
3	1 192.58 €	24 433.03 €	319.54 €	0	0	26 620.30 €	0.00 €	-191 754.63 €	-270 091.08 €	2 922 937.01 €	5 129.75 €	304.13 €	3 010.29 €
4	1 888.28 €	25 579.15 €	335.20 €	0	0	26 331.59 €	0.00 €	-173 379.76 €	-78 528.76 €	2 670 244.25 €	5 593.89 €	323.74 €	2 868.53 €
5	2 544.79 €	26 605.58 €	349.35 €	0	0	26 463.97 €	0.00 €	-160 319.12 €	94 684.11 €	2 440 220.23 €	6 109.70 €	344.63 €	2 697.47 €
6	3 138.45 €	27 732.34 €	364.87 €	0	0	23 617.28 €	0.00 €	-152 626.93 €	255 343.40 €	2 226 396.63 €	6 575.23 €	360.26 €	2 494.01 €
7	3 672.02 €	29 846.34 €	393.47 €	0	0	27 262.26 €	0.00 €	-139 719.44 €	409 300.59 €	2 025 684.64 €	7 024.97 €	373.92 €	2 261.78 €
8	4 070.95 €	31 791.20 €	419.94 €	0	0	30 558.05 €	0.00 €	-127 195.07 €	551 791.94 €	1 834 937.72 €	7 598.22 €	392.84 €	2 001.13 €
9	4 290.10 €	33 378.58 €	441.79 €	0	0	33 522.48 €	0.00 €	-115 295.55 €	683 565.96 €	1 653 468.53 €	8 116.91 €	407.86 €	1 704.78 €
10	4 357.54 €	34 689.60 €	460.07 €	0	0	36 176.07 €	0.00 €	-103 965.49 €	805 527.55 €	1 480 587.76 €	8 538.74 €	417.94 €	1 374.74 €
11	4 396.65 €	36 493.20 €	484.95 €	0	0	38 536.74 €	0.00 €	-92 544.01 €	918 397.41 €	1 315 553.89 €	8 877.36 €	424.71 €	1 014.21 €
12	4 374.54 €	39 448.63 €	525.28 €	0	0	40 598.39 €	0.00 €	-80 299.50 €	1 022 107.02 €	1 157 656.32 €	9 276.49 €	434.00 €	624.87 €
13	4 229.92 €	41 411.90 €	552.52 €	0	0	42 340.14 €	0.00 €	-69 288.18 €	1 115 913.69 €	1 006 482.34 €	9 852.30 €	451.78 €	202.32 €
14	4 009.90 €	43 196.54 €	577.48 €	0	0	43 798.19 €	0.00 €	-58 762.93 €	1 200 985.98 €	861 665.88 €	10 199.31 €	459.33 €	-264.43 €
15	3 792.07 €	43 379.65 €	581.09 €	0	0	44 984.60 €	0.00 €	-50 236.97 €	1 277 721.06 €	722 858.38 €	10 464.05 €	464.10 €	-767.19 €
16	3 577.06 €	44 481.18 €	597.04 €	0	0	45 954.16 €	0.00 €	-41 201.90 €	1 347 952.61 €	589 742.50 €	10 396.49 €	455.17 €	-1 305.16 €
17	3 354.08 €	44 709.28 €	601.30 €	0	0	46 692.06 €	0.00 €	-33 407.79 €	1 411 016.46 €	461 969.85 €	10 436.94 €	451.99 €	-1 865.95 €
18	3 086.06 €	45 936.95 €	619.05 €	0	0	47 234.03 €	0.00 €	-24 938.60 €	1 467 979.00 €	339 311.45 €	10 278.36 €	441.11 €	-2 457.02 €
19	2 963.50 €	46 394.24 €	626.46 €	0	0	47 559.50 €	0.00 €	-17 726.67 €	1 517 995.83 €	221 525.77 €	10 234.21 €	436.02 €	-3 072.01 €
20	2 609.32 €	46 869.72 €	634.15 €	1 588 714.99 €	11 574.40 €	47 698.84 €	0.00 €	1 589 674.96 €	1 562 128.94 €	108 474.34 €	-87 770.54 €	-3 718.52 €	-3 718.52 €

Zdroj: vlastné spracovanie

5 Záver

Pre každého podnikateľa je podstatné vedieť určiť svoj zisk. V prípade životných poisťovní však tradičné metódy na ohodnotenie ziskovosti nie sú vhodné. V tomto príspevku sme sa venovali ohodnocovaniu nových poisťných zmlúv metódou diskontovania peňažných tokov a výpočtu rizikovej marže. Podrobne sme sa venovali jednotlivým ekonomickým a neekonomickým predpokladom a postupu ich určovania.

Postupy založené na projekcii peňažných tokov sú dlhodobo základom ohodnocovania poisťných zmlúv v životnom poistení. Celkový rámec na určovanie kapitálu poisťovne (a teda nie iba nových poisťných zmlúv) sa však mení. Ako prvá sa začala používať metodika Embedded Value, ktorá bola od 1.1.2016 doplnená o režim Solventnosť II. Veľký vplyv na výkazníctvo poisťovní bude mať nový účtovný štandard IFRS 17, ktorý má od roku 2022 nahradiť aktuálne používaný štandard IFRS 4. Cieľom nového štandardu je to, aby sa čo najpresnejšie reprezentovala podstata upisovaných poisťných zmlúv. Veľkou výzvou pre poisťovne je, že musia nový štandard aplikovať aj na už existujúce poisťné zmluvy v ich portfóliu. Tento štandard opäť výrazne zasiahne do aktuálne používaných metód a postupov. Cieľom je zvýšenie transparentnosti a získanie presnejších informácií o výhodnosti poisťných produktov.

Vo všetkých režimoch výkazníctva však naďalej platí, že korektné určenie predpokladov je kľúčové pre správne vyhodnotenie svojich záväzkov za účelom zabránenia krachu poisťných inštitúcií.

Literatúra

1. Bianchi, L. (2014). *Life Technical Provisions in Solvency II*. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing.
2. Bilíková, M., & Sekerová, V. (2007). *Poisťná matematika*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
3. CFO Forum (2016). *Market Consistent Embedded Value Principles*. Dostupné na: http://www.cfoforum.eu/downloads/CFO-Forum_MCEV_Principles_and_Guidance_April_2016.pdf. [cit. 2020-9-26].
4. Littvová, Z., & Krátka, Z. (2009). *Životné poistenie*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
5. Majtánová, A. (2009). *Poisťovníctvo*. Bratislava: Vydavateľstvo Wolters Kluwer.
6. Sakálová, K. (2006). *Aktuárske analýzy*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
7. Sakálová, K. (2001). *Oceňovanie produktov v životnom poistení*. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM.
8. Society of Actuaries (2010). *Interactions Between Dynamic Lapses and Interest Rates in Stochastic Modeling*. Dostupné na: <https://www.soa.org/globalassets/assets/library/newsletters/product-development-news/2010/june/pro-2010-iss77-xue.pdf> [cit. 2020-9-26].
9. Šoltésová, T. (2019). *Aktuárske modelovanie v životnom poistení*. Bratislava: Vydavateľstvo Letra Edu.

Využitie simulácií diskretných nehomogénnych Markovových reťazcov v jazyku R v životnom poistení

Usage of discrete time non-homogeneous Markov chains simulations in R in life insurance

Vladimír Mucha¹

Abstrakt

Cieľom príspevku je predstaviť možnosť využitia simulácií diskretných nehomogénnych Markovových reťazcov v oblasti poistenia pre prípad potreby dlhodobej starostlivosti. Predmetom skúmania je jednosmerný model s tromi stavmi, konkrétne model tzv. trvalého postihnutia. Uvažujeme o poistení, v rámci ktorého budú poistencovi vyplácané pravidelné dávky v prípade, že sa dostane do stavu nevyliciteľne chorý. Na generovanie trajektórií Markovovho reťazca a ich grafickú prezentáciu je možné využiť jazyk R. Na základe štatistického spracovania údajov získaných zo simulácií získa poisťovňa informácie, ktoré môže použiť pre kalkuláciu poistného. Na prezentáciu uvedených techník použijeme údaje dostupné v rámci balíčka Markovchain v prostredí jazyka R.

Kľúčové slová

poistenie, model trvalého postihnutia, Markovove reťazce, simulácie, balíček Markovchain

Abstract

The aim of the paper is to show the possibility of using simulations of discrete non-homogeneous Markov chains in the insurance area for the long-term care (LTC insurance) insurance product. The subject of the research is a one-way model with three states, specifically so-called permanent disability model. We are considering insurance with regular benefits payment to the policyholder in case if he or she becomes terminally ill. The R software can be used to generate Markov chain trajectories and their graphical presentation. Based on the statistical processing of data obtained from simulations, an insurance company obtains information which can be used for effective calculation of premiums. For presentation of these techniques we will use the data available in the Markovchain package in the R software.

Key words

insurance, permanent disability model, Markov chains, simulations, Markovchain package

JEL classification

C63, G22

1 Úvod

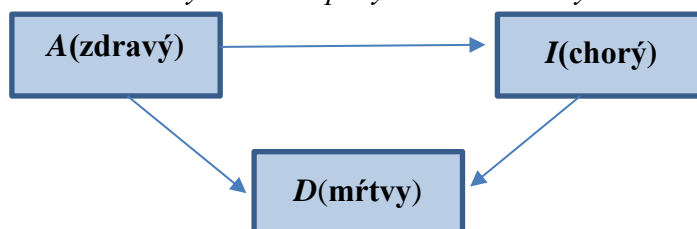
Každému človeku sa môže v živote stať, že sa dostane do situácie, kedy bude po prejavení sa určitej choroby potrebovať intenzívnu zdravotnú starostlivosť a to z dôvodu nesebestačnosti. Mnoho jednotlivcov sa môže cítiť neprijemne, keď sa spolieha na podporu svojich detí alebo rodinných príslušníkov, pričom často až neskoro zistia, že poistenie dlhodobej starostlivosti by mohlo pomôcť pokryť ich výdavky. Bez poistenia dlhodobej starostlivosti môžu náklady na poskytovanie týchto služieb rýchlo vyčerpať úspory jednotlivca alebo jeho rodiny.

¹ doc. Mgr. Vladimír Mucha, PhD. Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, vladimir.mucha@euba.sk.

V prípade, že sú k dispozícii reálne údaje o zdravotnom stave ľudí, môže poisťovňa využiť simulácie a modelovať určitý vývoj ich stavu pre potreby získania informácií, na základe ktorých bude efektívne kalkulovať poisťné pre spomenutých záujemcov o toto poistenie. V oblasti dlhodobého poistenia (*Long-term care insurance*) je možné využiť na modelovanie Markovove reťazce.

V príspevku sa v uvedenom kontexte budeme zaoberať jednosmerným model s tromi stavmi, medzi ktorými sa dá prechádzať len v jednom smere. Pomocou tohto modelu vieme opísať situáciu pre chorobu, z ktorej sa nedá vyliečiť, nazývame ho aj modelom trvalého postihnutia (*the permanent disability model*). Príkladom je model so stavmi zdravý A (*active*), nevyliečiteľne chorý I (*ill*) a mŕtvy D (*dead*). Zo stavu zdravý je možný prechod do stavu nevyliečiteľne chorý a prechod do stavu mŕtvy. Po výstupe zo stavu zdravý nie je možné sa doň opätovne vrátiť. Zo stavu nevyliečiteľne chorý je možný prechod iba do absorpčného stavu mŕtvy. Opísaný model je znázornený na obrázku č.1, (Škrovánková, L.,2013)

Obr. 1: Jednosmerný trojstavový model so striktno prechodnými stavmi zdravý, nevyliečiteľne chorý a s absorpčným stavom mŕtvy



Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

2 Nehomogénne Markovove reťazce v diskretnom čase

Vhodným nástrojom na matematické popísanie náhodného javu je náhodná premenná. Pre sledovanie priebehu náhodného javu, ktorý sledujeme (najčastejšie) počas časového obdobia, nám už náhodná premenná nestačí. Ak berieme teda do úvahy časový vývoj, mohli by sme pri popísaní náhodného javu hovoriť o určitej postupnosti náhodných premenných. V tejto súvislosti je prirodzeným rozšírením pojmu náhodná premenná tzv. náhodný proces. *Náhodný proces* (*random process, stochastic process*) je systém $\{X_t\}_{t \in T}$, kde pre každé $t \in T$ je $X_t : \Omega \rightarrow R$ náhodná premenná, zapisujeme

$$\{X_t(\omega), t \in T, \omega \in \Omega\}, \text{ resp. } \{X_t\}_{t \in T},$$

pričom (Ω, F, P) je pravdepodobnostný priestor, kde Ω je množina elementárnych udalostí, F je σ - algebra podmnožín množiny Ω a P je pravdepodobnostná miera definovaná na F . Pod množinou T je prirodzené predstaviť si čas, ak T je množina prirodzených čísel alebo celých čísel, hovoríme o náhodnom procese s diskretným časom (Janková, K., Kilianová, S., Brunovský, P., & Bokes, P., 2014).

Hodnoty, ktoré nadobúdajú náhodné premenné $X_t, t \in T$, nazývame stavmi, ich množinu označíme S . Budeme uvažovať o náhodnom procese s konečnou množinou stavov, ktorý v tomto prípade budeme nazývať *náhodný reťazec* (*chain*).

Je potrebné teda rozlišovať označenie s_n , ktoré popisuje stav nadobudnutý v čase t_n od označenia s_n , ktoré popisuje n -ty stav z množiny stavov $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$.

Náhodný reťazec $\{X_t\}_{t \in T}$ nazývame *Markovov reťazec (Marková vlastnosť)*, ak pre každé $h = 0, 1, 2, \dots$, pre všetky časy $0 \leq t_0 \leq t_1, \dots, t_h \leq t_{h+1}$, $t_0, t_1, \dots, t_h, t_{h+1} \in T$ a pre všetky stavy $s \in S$ platí

$$P(X_{t_{h+1}} = s_{t_{h+1}} | X_{t_h} = s_{t_h}, \dots, X_{t_1} = s_{t_1}, X_{t_0} = s_{t_0}) = P(X_{t_{h+1}} = s_{t_{h+1}} | X_{t_h} = s_{t_h}),$$

za predpokladu, že náhodná premenná $X_{t_{h+1}}$ je nezávislá od $X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_h}$.

To znamená, že v prípade Markovových reťazcov pravdepodobnosť prechodu do nasledujúceho stavu závisí iba od súčasného stavu a nie od predchádzajúcich stavov, nazývajú sa preto aj reťazcami „bez pamäti“.

Markovov reťazec $\{X_t\}_{t \in T}$ nazývame *homogénny (v čase)*, ak platí

$$\forall i, j \in S, \forall k \in N : P(X_{t+k+1} = j | X_{t+k} = i) = P(X_{t+1} = j | X_t = i).$$

V prípade, že uvedené tvrdenie neplatí, čo v jednoduchosti znamená, že daná pravdepodobnosť prechodu zo stavu i do stavu j závisí od času t , hovoríme o *nehomogénnom Markovovom reťazci*. Pravdepodobnosti prechodu zo stavu i do stavu j po jednom časovom kroku od času t označíme

$$p_{i,j}(t, t+1) = P(X_{t+1} = j | X_t = i)$$

a usporiadame ich pre dané t do *matice pravdepodobností prechodu (transition matrix)* $P(t; t+1)$

$$P(t; t+1) = (p_{ij}(t; t+1))_{i,j \in S},$$

pre ktorú platí $\sum_{j \in S} p_{ij}(t; t+1) = 1$, čo znamená, že každý riadok tejto matice je pravdepodobnostným rozdelením a ak sú všetky prvky tejto matice nezáporné $p_{ij}(t; t+1) \geq 0$, nazývame ju *stochastickou maticou*.

V nehomogénnom Markovovom reťazci s konečným počtom stavov m pre dané t maticu prechodu pre jeden časový krok zapíšeme

$$P(t; t+1) = \begin{pmatrix} p_{s_1 s_1}(t; t+1) & p_{s_1 s_2}(t; t+1) & \dots & p_{s_1 s_m}(t; t+1) \\ p_{s_2 s_1}(t; t+1) & p_{s_2 s_2}(t; t+1) & \dots & p_{s_2 s_m}(t; t+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{s_m s_1}(t; t+1) & p_{s_m s_2}(t; t+1) & \dots & p_{s_m s_m}(t; t+1) \end{pmatrix}.$$

Nech $\{X_t\}_{t \geq 0}$ je Markovov reťazec. Rozdelenie pravdepodobnosti $\alpha = \{\alpha_k\}_{k \in S}$ také, že $P(X_{t_0} = s_k) = \alpha_k$ pre $s_k \in S$, nazývame *začiatočným rozdelením reťazca* $\{X_t\}_{t \geq 0}$.

Jav $X_{t_0} = s_k$ znamená, že Markovov reťazec je v počiatočnom časovom okamihu, teda v čase $t = 0$, v stave s_k . Pravdepodobnosť $P(X_{t_0} = s_k)$ označíme $p_{s_k}(0)$. Jednotlivé pravdepodobnosti $p_{s_k}(0)$ pre $k \in \{1, \dots, m\}$ potom zapíšeme ako zložky riadkového vektora, ktorý budeme nazývať *vektorom začiatočných pravdepodobností*

$$\mathbf{p}(0) = (p_{s_1}(0); \dots; p_{s_k}(0); \dots; p_{s_m}(0)).$$

Tento vektor vyjadruje rozdelenie pravdepodobností všetkých stavov $s_k \in S$ v počiatočnom časovom okamihu. Toto rozdelenie je teda začiatočné rozdelenie Markovovho reťazca. Pravdepodobnosť prechodu zo začiatočného stavu k do stavu j , $j \in S$ po h časových krokoch, teda od času 0, t. j. od začiatku Markovovho reťazca, nazývame *absolútnou pravdepodobnosťou stavov Markovovho reťazca* a označíme ju nasledovne

$$p_{k,j}(0, h) = p_j^{(k)}(h).$$

Vektor $\mathbf{p}(h) = (p_j^{(k)}(h))_{j \in S}$ nazývame *vektorom absolútnych pravdepodobností*, pre Markovov reťazec s konečným počtom stavov m pre prípad $X_{t_0} = s_k$ môžeme zapísať tento vektor aj v tvare

$$\mathbf{p}(h) = (p_{s_1}^{(s_k)}(h), p_{s_2}^{(s_k)}(h), \dots, p_{s_m}^{(s_k)}(h)).$$

Jednotlivé pravdepodobnosti $p_j^{(s_k)}(h)$, $j \in S$, ktoré predstavujú zložky daného vektora je možné určiť aj v prípade nehomogénneho Markovovho reťazca na základe *Chapman-Kolmogorovovej rovnosti*

$$p_{i,j}(t, s) = \sum_{k \in S} p_{i,k}(t; u) \cdot p_{k,j}(u; s),$$

kde $0 \leq t < u < s$, $t, u, s \in T$, $i, j, k \in S$.

Ako príklad uvidíme v prípade, že $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ určenie pravdepodobnosti $p_{s_1, s_3}(0, 2)$ prechodu zo začiatočného stavu s_1 do stavu s_3 po 2 časových krokoch. Z uvedeného vzťahu pre $t = 0, u = 1, s = 2$ potom dostaneme

$$\begin{aligned} p_{s_1, s_3}(0; 2) &= \sum_{k \in \{s_1, s_2, s_3\}} p_{s_1, k}(0; 1) \cdot p_{k, s_3}(1; 2) = \\ &= p_{s_1, s_1}(0; 1) \cdot p_{s_1, s_3}(1; 2) + p_{s_1, s_2}(0; 1) \cdot p_{s_2, s_3}(1; 2) + p_{s_1, s_3}(0; 1) \cdot p_{s_3, s_3}(1; 2). \end{aligned}$$

Hodnotu pravdepodobnosti $p_{s_1, s_3}(0; 2) = p_{s_3}^{(s_1)}(2)$ je možné získať skalárnym súčinom vektora absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(1)$ a tretieho stĺpca matice prechodu $P(1; 2)$, čo zapíšeme (Fecenko, 2018),

$$p_{s_3}^{(s_1)}(2) = \left(p_{s_1}^{(s_1)}(1), p_{s_2}^{(s_1)}(1), p_{s_3}^{(s_1)}(1) \right) \cdot \left(p_{s_1;s_3}(1;2); p_{s_2;s_3}(1;2); p_{s_3;s_3}(1;2) \right).$$

Všetky súradnice vektora absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(2)$ vypočítame tak, že vynásobíme vektor absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(1)$ maticou prechodu $P(1;2)$.

$$\mathbf{p}(2) = \mathbf{p}(1) \cdot P(1;2)$$

$$\mathbf{p}(2) = \left(p_{s_1;s_1}(0;1); p_{s_1;s_2}(0;1); p_{s_1;s_3}(0;1) \right) \cdot \begin{pmatrix} p_{s_1;s_1}(1;2) & p_{s_1;s_2}(1;2) & p_{s_1;s_3}(1;2) \\ p_{s_2;s_1}(1;2) & p_{s_2;s_2}(1;2) & p_{s_2;s_3}(1;2) \\ p_{s_3;s_1}(1;2) & p_{s_3;s_2}(1;2) & p_{s_3;s_3}(1;2) \end{pmatrix}.$$

Pravdepodobnosť toho, že sa systém po h časových krokoch $h = 1; 2; 3 \dots$ bude nachádzať v jednotlivých stavoch $S = \{s_1, s_1, \dots, s_m\}$, ak sa na začiatku nachádzal v týchto stavoch s pravdepodobnosťou vyjadrenou zložkami vektora počiatkových pravdepodobností, t. j. zložky vektora absolútnych pravdepodobností $\mathbf{p}(h)$ dostaneme nasledovne

$$\mathbf{p}(1) = \mathbf{p}(0) \cdot P(0;1)$$

$$\mathbf{p}(2) = \mathbf{p}(1) \cdot P(1;2) = \mathbf{p}(0) \cdot P(0;1) \cdot P(1;2)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{p}(h) = \mathbf{p}(h-1) \cdot P(h-1;h) = \mathbf{p}(0) \cdot P(0;1) \cdot \dots \cdot P(h-1;h)$$

3 Generovanie trajektórií nehomogénneho Markovovho reťazca v diskretnom čase v jazyku R

Na generovanie stavov nehomogénneho Markovovho reťazca, resp. na simuláciu jeho trajektórií využijeme inverznú transformačnú metódu pre generovanie hodnôt diskretnej náhodnej premennej.

Pre nehomogénny Markovov reťazec s maticami prechodu $P(t;t+1) = \left(p_{ij}(t;t+1) \right)_{i,j \in S}$ pre $t \in T$, zdefinujeme v každej tejto matici náhodnú premennú Y_t . Hodnoty jej pravdepodobnostnej funkcie $P(Y_t = j)$ predstavujú v príslušnej matici $P(t;t+1)$ hodnoty $p_{ij}(t;t+1)$, $j \in S = \{s_1, s_1, \dots, s_m\}$, ktoré sú uvedené v jej i -tom riadku. Toto diskkrétne rozdelenie zapíšeme aj v označení $\left\{ p_{ij}(t;t+1) \right\}_{j \in S}$. Algoritmus generovania hodnôt náhodnej premennej Y_t inverznou transformačnou metódou môžeme v uvedenom kontexte zapísať nasledovne:

1. vygenerujeme hodnotu u náhodnej premennej $U \sim Ro(0;1)$
2. transformujeme hodnotu u na hodnotu náhodnej premennej Y_t podľa tohto princípu

$$Y_i = j, \text{ ak } \sum_{m=1}^{j-1} p_{Y_i}(s_m) < u \leq \sum_{m=1}^j p_{Y_i}(s_m).$$

Simuláciu nehomogénneho Markovovho reťazca v diskretnom čase (vytvorenie jeho trajektórie) s maticami prechodu $P(t; t+1)$ a počiatočným rozdelením $\alpha = \{\alpha_k\}_{k \in S}$ na množine stavov $S = \{s_1, s_1, \dots, s_m\}$ do času h zrealizujeme podľa nasledovných krokov:

1. Z diskretného počiatočného rozdelenia $\{\alpha_k\}_{k \in S}$, popísaného prostredníctvom jednotlivých zložiek vektora počiatočných pravdepodobností $\mathbf{p}(\mathbf{0})$ vygenerujeme hodnotu s_{t_0} náhodnej premennej X_{t_0} v počiatočnom časovom okamihu.

V prípade, že $\mathbf{p}(\mathbf{0}) = (0; \dots; 0; p_{s_k}(0) = 1; 0; \dots; 0)$, čo znamená, že k -ty stav nadobúda s pravdepodobnosťou 1 a ostatné stavy s pravdepodobnosťou 0, vychádzame pri generovaní z predpokladu, že Markovov reťazec je v počiatočnom okamihu vo vybranom stave s_k .

2. Z diskretného rozdelenia náhodnej premennej Y_i , t. j. $\{p_{s_k j}(t_0; t_1)\}_{j \in S}$, teda z k -teho riadku matice prechodu $P(t_0; t_1)$ vygenerujeme hodnotu s_{t_1} , ktorá predstavuje hodnotu náhodnej premennej X_{t_1} .

3. Ak $t_c < h$ a máme vygenerovanú hodnotu náhodnej premennej X_{t_c} , tak z rozdelenia náhodnej premennej Y_i , t. j. $\{p_{s_c j}(t_c; t_{c+1})\}_{j \in S}$, teda z riadku prislúchajúcemu stavu s_{t_c} v matici prechodu $P(t_c; t_{c+1})$ vygenerujeme hodnotu $s_{t_{c+1}}$, ktorá predstavuje hodnotu náhodnej premennej $X_{t_{c+1}}$.

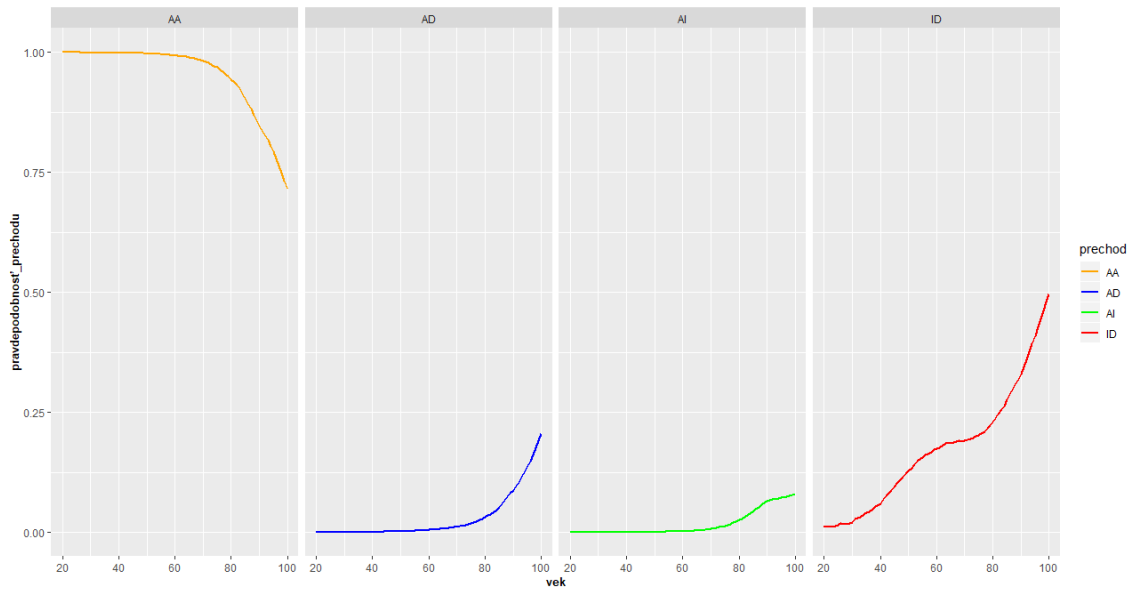
Ak $t = h$, generovanie ukončíme. Výsledkom bude realizácia h -tica stavov $s_{t_0}, s_{t_1}, \dots, s_{t_h}$, ktoré získame po h časových krokoch. V prípade, že tento algoritmus zrealizujeme 100 000 krát, tak získame 100 000 trajektórií Markovovho nehomogénneho reťazca v diskretnom čase.

4 Praktická realizácia

V tejto časti príspevku si priblížime možnosti využitia simulácií trajektórií nehomogénnych Markovových reťazcov v diskretnom čase. Na základe štatistického spracovania vygenerovaných údajov môže poisťovňa získať informácie potrebné pre kalkuláciu poistného. V súvislosti s popísaným trojstavovým modelom sa budeme zaoberať údajmi o mužskej časti populácie v Taliansku od veku 20 rokov, pričom pod stavom chorý budeme myslieť postihnutie v zmysle tzv. nesebestačnosti. Jednotlivé matice prechodu sme z uvedených dát získali z balíčka *Markovchain*, pričom tieto dáta boli získané z publikácie Assicurazioni Sulla Salute: Caratteristiche, Modelli E Basi Tecniche autorov Paolo de Angelis a Luigi di Falco uverejnenej v roku 2016 (Spedicato, 2017).

Uvedené údaje sú v príspevku použité len na prezentáciu možností využitia simulácií nehomogénnych Markovových reťazcov v diskretnom čase v sektore poistenia dlhodobej starostlivosti, na obr. 2 graficky prezentujeme takto prevzaté pravdepodobnosti prechodu využitím balíčka *ggplot2* v prostredí jazyka R (Wickham, H., 2016).

Obr. 2: Pravdepodobnosti prechodu $p_{i,j}(t, t+1) = P(X_{t+1} = j | X_t = i)$, $i, j \in \{A, I, D\}$ pre stavy zdravý A, chorý I a mŕtvy D v závislosti od veku t mužov v Taliansku



Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

Označme pravdepodobnosť, že sa daný muž nachádza v stave $j \in \{A, I, D\}$ po h časových krokoch ako $p_j^{(A)}(h)$, pričom uvažujeme o situácii, že sa na začiatku nachádzal v stave zdravý. Vektor absolútnych pravdepodobností potom zapíšeme

$$\mathbf{p}(h) = (p_A^{(A)}(h), p_I^{(A)}(h), p_D^{(A)}(h)),$$

kde zložka $p_A^{(A)}(h)$ tohto vektora vyjadruje pravdepodobnosť, že po h časových krokoch bude tento muž zdravý A, pričom uvažujeme o situácii, že na začiatku bol zdravý A. Podobným spôsobom by sme mohli popísať aj ostatné zložky $p_I^{(A)}(h)$ a $p_D^{(A)}(h)$.

Vzhľadom na popísanú situáciu vektor počiatkových pravdepodobností vyjadríme v tvare

$$\mathbf{p}(0) = (p_A(0); p_I(0); p_D(0)) = (1; 0; 0)$$

a maticu prechodu pre dané t v tvare

$$P(t; t+1) = \begin{pmatrix} p_{A:A}(t; t+1) & p_{A:I}(t; t+1) & p_{A:D}(t; t+1) \\ p_{I:A}(t; t+1) & p_{I:I}(t; t+1) & p_{I:D}(t; t+1) \\ p_{D:A}(t; t+1) & p_{D:I}(t; t+1) & p_{D:D}(t; t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{A:A}(t; t+1) & p_{A:I}(t; t+1) & p_{A:D}(t; t+1) \\ 0 & p_{I:I}(t; t+1) & p_{I:D}(t; t+1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Jednotlivé matice prechodu pre daný vek muža sme pre skúmaný nehomogénny reťazec získali využitím balíčka Markovchain v prostredí jazyka R (Spedicato, 2017). Na generovanie trajektórií nehomogénnych Markovových reťazcov v diskretnom čase bol použitý vlastný kód.

Obr. 3: Kód na generovanie 100 000 trajektórií nehomogénneho Markovovho reťazca v predstavenom trojstavovom modeli v jazyku R

```

72 n<-100000
73 h<-20
74 m<-matrix(0,nrow=n,ncol=h+1)
75 re<-NULL
76 for (zz in 1:n) {
77   re[1] <- "A"
78   for (z in 2:(h+1)) {
79     NN <- matr[[z-1]]
80     re[z]<-sample(c("A","I","D"),1, prob=NN[re[z-1], ],replace = FALSE)
81   }
82   m[zz, ] <- re
83 }
84 print(m)

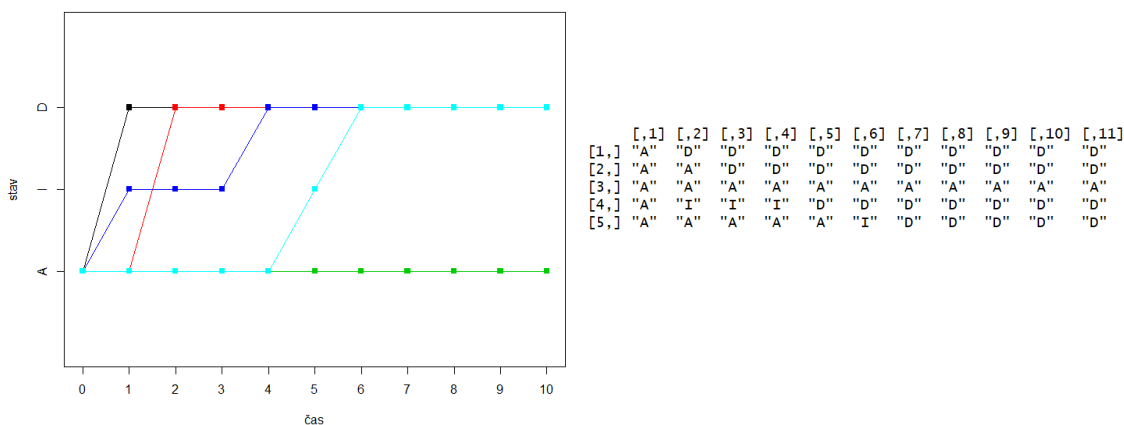
```

Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

Výstupom realizácie kódu je výstupná matica $M = [m_{i,j}]_{n \times h}$, v ktorej sú jednotlivé výsledky z n simulácií spomenutých trajektórií v podobe stavov $\{A, I, D\}$ zapísané v n riadkoch, pričom počet stĺpcov h zodpovedá počtu časových krokov reprezentujúcich v tomto prípade počet rokov. Podľa potreby je možné výnimočne pridať v matici M ešte jeden stĺpec a zobrazíť tak v prvom stĺpci aj počiatočný stav, v ktorom sa na začiatku muž v určitom veku nachádzal.

V názornej ukážke je na obr. 4 prezentovaná simulácia 5 trajektórií počas 10 rokov modelovania popísaného Markovovho reťazca, pričom v zobrazenej matici je pre názornosť v prvom stĺpci v každom riadku zobrazený aj počiatočný stav zdravý A. Na základe grafického znázornenia je možné prezentovať jednotlivé trajektórie v zmysle prechádzania do jednotlivých stavov počas uvedených 10 rokov.

Obr. 4: Grafické zobrazenie vygenerovaných trajektórií nehomogénneho Markovovho reťazca s výstupnou maticou, v ktorej je zobrazený aj počiatočný stav

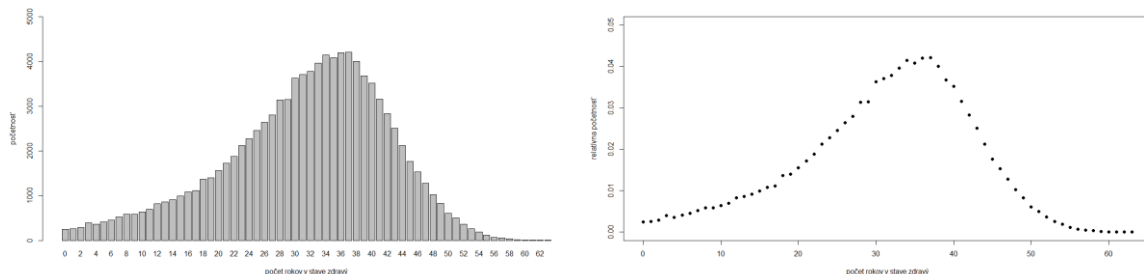


Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

V nasledujúcej časti príspevku poukážeme na možnosti získania určitých informácií zo štatistického spracovania vygenerovaných výsledkov, ktoré by mohla poisťovňa zakomponovať do efektívnej kalkulácie poisťného v uvažovanom prípade potreby dlhodobej, resp. permanentnej starostlivosti. Z vygenerovaných 100 000 údajov, ktoré sú zapísané v matici M môžeme sledovať počet rokov, počas ktorých bude muž vo veku 50 rokov v stave zdravý. Simulácie môžeme tiež interpretovať ako modelovanie 100 000 štúdií vývoja stavu spomínaných 50 ročných mužov. Výskyt počtu uvedených rokov, počas ktorých bol daný muž zdravý, si

graficky znázorníme na grafe, ktorý prezentuje ich početnosť(vľavo), resp. relatívnu početnosť(vpravo), obr. 5.

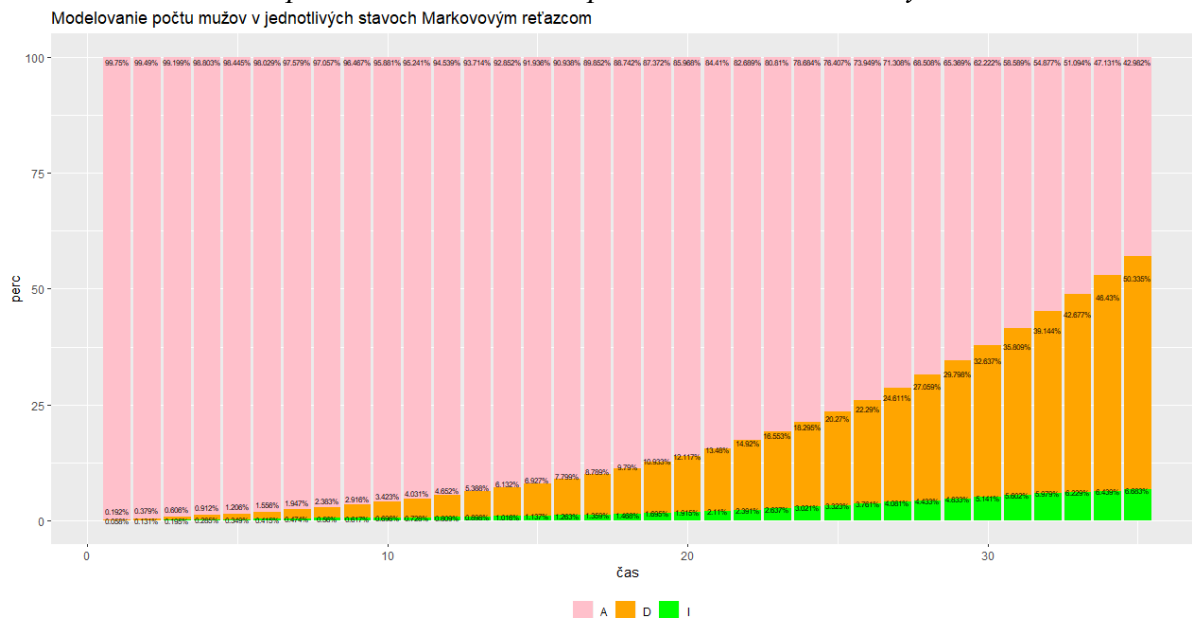
Obr. 5: Grafické zobrazenie početnosti a relatívnej početnosti počtu rokov, počas ktorých bol od začiatku muž vo veku 50 rokov v stave zdravý v rámci 100 000 modelových štúdií



Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

Priemerný počet rokov, počas ktorých bol daný muž v stave zdravý je rovný 31,38924. Vzhľadom na fakt, že bol pri odhade použitý aritmetický priemer, je nutné brať vo všeobecnosti do úvahy rozptýlenosť hodnôt na ľavej, resp. pravej strane daného hodnotového spektra. Tá môže v konečnom dôsledku ovplyvniť relevantnosť takto získanej informácie napriek dostatočne veľkému súboru hodnôt. V súvislosti s odhadnutou priemernou hodnotou si môžeme pre názornosť uviesť, že 41411(41,411%) simulovaných štúdií bola doba zostávania v stave zdravý kratšia ako 31 rokov, resp. v 58589(58,589%) modelovaných prípadoch bola dlhšia, nanajvýš rovná ako 31 rokov.

Obr. 6: Modelovanie percentuálneho zastúpenia jednotlivých stavov počas niekoľkých rokov pre 50 ročného muža v počiatočnom stave zdravý



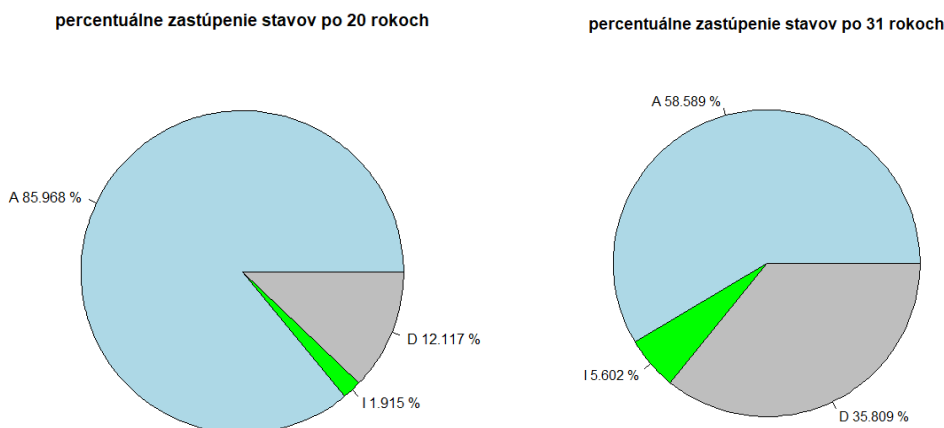
Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

Ďalej môžeme konštatovať, že v 85968(85,968%) prípadoch bola skúmaná doba zotrvania v stave zdravý dlhšia ako 20 rokov. Vzhľadom na odhadnutý priemer si predstavíme iný

pohľad na skúmanie vývoja počtu rokov, počas ktorých zostáva daný muž v stave zdravý. Budeme analyzovať rozdelenie portfólia 50 ročných mužov v počiatočnom stave zdravý počas niekoľkých rokov. Modelovaním predstaveného Markovovho reťazca pomocou simulácií určíme z údajov uvedených v matici M percentuálne zastúpenie stavov zdravý, chorý, mŕtvy počas jednotlivých rokov, štúdiu sme graficky znázornili na obr. 6.

Na nasledujúcom obrázku, obr. 7, sú zobrazené percentuálne zastúpenia mužov v stavoch zdravý, chorý, mŕtvy po uplynutí 20 a po uplynutí odhadnutého priemeru 31 rokov.

Obr. 7: Zobrazenie percentuálneho zastúpenia daných stavov po uplynutí 20 a 31 rokov



Zdroj: Vlastné spracovanie v prostredí jazyka R

Z koláčového grafu umiestneného na obr. 7 vpravo, si môžeme všimnúť, že z modelovaného portfólia 100 000 mužov je po uplynutí priemerného počtu 31 rokov v stave zdravý už len 58,589% v porovnaní s uplynutím 20 rokov, kde je tento počet rovný 85,968%.

Tieto výsledky o percentuálnom zastúpení daných mužov po uplynutí uvedeného počtu rokov získaných zo simulácií potvrdzujú aj hodnoty, ktoré sme vypočítali využitím potrebných matíc prechodu $P(t; t+1)$ v jazyku R v podobe zložiek vektora absolútnych pravdepodobností

$$\mathbf{p}(20) = (p_A^{(A)}(20); p_I^{(A)}(20); p_D^{(A)}(20)) = (0,8577998; 0,01906967; 0,1231306),$$

$$\mathbf{p}(31) = (p_A^{(A)}(31); p_I^{(A)}(31); p_D^{(A)}(31)) = (0,5836212; 0,05632398; 0,3600548).$$

Napríklad zložka $p_A^{(A)}(20) = 0,8577998$ vyjadruje pravdepodobnosť, že na začiatku 50 ročný muž bude aj po 20 rokoch stále v stave zdravý, pričom sme uvažovali o situácii s počiatočným stavom zdravý. Ak by sme teda zaoberali dostatočne veľkým portfóliom 50 ročných mužov, tak by sme mohli v zmysle zákona veľkých čísel predpokladať, že 85,77998% na začiatku 50 ročných mužov bude aj po 20 rokoch stále zdravých.

Na záver si uvedieme ešte analýzu počtu rokov, počas ktorých v prípade vzniku choroby zostáva daný muž chorý až do nastátia smrti. Zo 100 000 nasimulovaných štúdií nastala v 59 700 prípadoch situácia, že 50 ročný muž po niekoľkých rokoch, počas ktorých bol evidovaný ako zdravý, následne zomrel. To znamená, že z údajov, ktoré sme mali k dispozícii, nebol evidovaný v kontexte popísaného trojstavového modelu ako človek, ktorý potrebuje z dô-

vodu nesebestačnosti intenzívnu dlhodobú starostlivosť. V zostávajúcich 40 300 štúdiách reprezentovaných vygenerovanými trajektóriami uvažovaného Markovovho reťazca sme zistili, že v prípade, keď sa dostal do stavu nesebestačnosti, tak v ňom zostal priemerne 3,5 roka, následne teda potom zomrel. Tieto informácie vychádzajúce z reálnych údajov o uvedenej mužskej populácii v Taliansku by mohla poisťovňa využiť pri uzatváraní poistenia a kalkulácii poistného pre prípad potreby permanentnej starostlivosti.

5 Záver

V príspevku sme prezentovali možnosť modelovania vývoja zdravotného stavu osoby v určitom veku pomocou simulácie trajektórií nehomogénneho Markovovho reťazca v diskretnom čase. Na základe štatistického spracovania údajov získaných z vygenerovaných štúdií môže poisťovňa disponovať informáciami, ktoré sú potrebné pre kalkuláciu poistného v uvažovanom poistení dlhodobej starostlivosti (Long-term care insurance). Medzi zaujímavé informácie môžeme zaradiť odhadnutý priemerný počet rokov, počas ktorých ostáva osoba v stave nesebestačnosti a potrebuje permanentnú starostlivosť. V rámci uvedenej analýzy sme sa v príspevku zaoberali aj modelovaním rozdelenia portfólia poistencov do popísaných troch stavov počas jednotlivých rokov. Na realizáciu simulácií bol použitý vlastný kód v jazyku R a údaje, na ktorých bola táto problematika realizovaná sme spolu s maticami prechodu získali z balíčka Markovchain v prostredí jazyka R.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA č. 1/0120/18 *Moderné nástroje riadenia rizika v interných modeloch poisťovní v kontexte direktívy Solvency II* a VEGA č. 1/0647/19 *Moderné nástroje na riadenie a modelovanie rizík v neživotnom poistení*.

Literatúra

1. Fecenko, J. (2018). *Teória pravdepodobnosti II v MAXIME*. Bratislava: Letra Edu.
2. Janková, K., Kilianová, S., Brunovský, P., & Bokes, P. (2014). *Markovove reťazce a ich aplikácie*. Bratislava: Epos.
3. Paleš, M. (2019). *Jazyk R pre aktúarov*. Bratislava: Letra Edu.
4. Spedicato, A., G. (2017). Discrete Time Markov Chains with R. *The R Journal*, 9(2), 84-104. Retrieved October 10, 2020, from <https://doi.org/10.32614/RJ-2017-036>.
5. Škrovánková, L.(2013). *Zdravotné a nemocenské poistenie*. Bratislava: Ekonóm.
6. Wickham, H. (2016). *ggplot2, Elegant Graphics for Data Analysis*. New York: Springer-Verlag, Retrieved October 10, 2020, from <https://ggplot2.tidyverse.org>.



Aktivity proti násiliu na deťoch na internete

Activities against violence against children on the Internet

Anna Ondrejková¹

Abstrakt

Internet v súčasnosti nevyužíva v pracovnom a súkromnom živote iba dospelá populácia, ale čoraz väčšmi ho využívajú deti, pričom digitálne technológie vo zvýšenej miere ovplyvňujú ich životy a budúcnosť. Vplyv digitálnych technológií má pozitívne ale aj negatívne stránky. Digitálny mediálny svet prináša množstvo príležitostí, ale má aj výrazný rizikový potenciál ako je nezákonný obsah, obsah nevhodný pre danú vekovú skupinu, nevhodné kontakty, nevhodné správanie. Je veľmi potrebné rozširovať povedomie o nástrahách a nebezpečenstvách pre deti na internete a venovať pozornosť osvete a ochrane detí na internete. Príspevok mapuje aktivity proti násiliu na deťoch z hľadiska Národnej koncepcie ochrany detí v digitálnom priestore, z hľadiska inštitúcií v Slovenskej republike, ktoré sa zaoberajú predmetnou aktuálnou problematikou a tiež z hľadiska významných medzinárodných dokumentov. Rodičia, učitelia, vychovávatelia a pracovníci s mládežou sa musia sami učiť a následne učiť deti vnímať médiá s porozumením, získať mediálne zručnosti, ktoré by deťom pomohli využívať mediálne obsahy zodpovedne, bezpečne, kriticky a tvorivo s dôrazom na dodržiavanie ľudských práv, morálny kontext a vekovú vhodnosť.

Kľúčové slová

Internet, sociálne siete, násilie na deťoch, kyberšikanovanie, ochrana detí

Abstract

Today, the Internet is not only used by the adult population in work and private life, but is increasingly used by children, with digital technologies increasingly affecting their lives and the future. The impact of digital technologies has both positive and negative aspects. The digital media world brings many opportunities, but it also has significant risk potential such as illegal content, age-appropriate content, inappropriate contacts, inappropriate behaviour. The contribution maps activities against violence against children from the point of view of the National Concept of Child Protection in the Digital Space, from the point of view of the institutions in the Slovak Republic dealing with the current issue and also in terms of important international documents. Parents, teachers, educators and youth workers must learn themselves and then teach children to perceive the media with understanding, to acquire media competences that would help children to use media content responsibly, safely, critically and creatively, with an emphasis on respect for human rights, moral context and age appropriateness.

Key words

Internet, social networks, violence against children, cyberbullying, child protection

JEL classification

K24, K38

¹ Ing. Anna Ondrejková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, anna.ondrejкова@euba.sk.

1 Úvod

Internet v súčasnosti nevyužíva v pracovnom a súkromnom živote iba dospelá populácia, ale čoraz väčšmi ho využívajú deti, pričom digitálne technológie vo zvýšenej miere ovplyvňujú ich životy a budúcnosť. Vplyv digitálnych technológií má pozitívne ale aj negatívne stránky.

Médiá vo všetkých formách vrátane televízie, počítačov a smartfónov môžu mať významný vplyv na to, ako sa deti cítia, premýšľajú, ako sa učia a správajú, čo konštatuje aj správa Svetovej zdravotníckej organizácie (WHO).

Všeobecne je akceptovaná téza, že vnímanie niektorých digitálnych obsahov môže mať negatívny vplyv nielen na emocionálnu pohodu dieťaťa, ale môže poškodiť aj ich fyzický, psychický, sociálny a morálny vývin. Či už je to kvôli schopnosti detí preberať nevhodné vzory správania sa alebo citlivosti na negatívne audiovizuálne vnemy. Čím je dieťa mladšie, tým je menej zodpovedné, má menej vytvorené kognitívne štruktúry, vyzreté emócie a nerozmýšľa o dôsledkoch svojho konania (*Správa svetovej zdravotníckej organizácie WHO, 2016*).

Mladá generácia, deti a mládež, intenzívne využíva moderné informačné a komunikačné technológie na dennej báze. Je súčasťou digitálneho priestoru bez ohľadu na ich vek, pohlavie, kultúrne, národnostné, sociálne pozadie, vrátane detí s rôznymi formami zdravotného postihnutia či detí so špeciálnymi výchovno-vzdelávacími potrebami. Digitálny mediálny svet ponúka množstvo príležitostí a zábavy, ale má aj výrazný rizikový potenciál, ktorý možno rozdeliť do štyroch kategórií:

- nezákonný obsah/správanie,
- obsah nevhodný pre danú vekovú skupinu,
- nevhodné kontakty,
- nevhodné správanie.

Dnešok kladie na rodičov, učiteľov, vychovávateľov a pracovníkov s mládežou nové úlohy, a to učiť seba a žiakov vnímať médiá s porozumením a teda disponovať mediálnymi zručnosťami. Tieto nové zručnosti môžu pomôcť využívať mediálne obsahy zodpovedne, bezpečne, kriticky a tvorivo s dôrazom na dodržiavanie ľudských práv, morálny kontext a vekovú vhodnosť. Vývoj informačných a komunikačných technológií je mimoriadne dynamický, prináša rýchle zmeny digitálneho priestoru, rýchle starnutie niektorých riešení, čo tiež sťažuje prevenciu a výchovu. Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore bola vypracovaná na obdobie do roku 2025 s cieľom prispieť k podpore online bezpečnosti detí a zvyšovaniu úrovne mediálnej gramotnosti na Slovensku (*Národná koncepcia, 2020*).

Národná koncepcia na ochranu detí v digitálnom priestore bola schválená vládou SR vo februári roku 2020.

2 Ochrana detí v digitálnom priestore z hľadiska medzinárodných dokumentov

Medzinárodné a európske právne záväzné nástroje a normy stanovujú povinnosti alebo poskytujú referenčné kritériá členským štátom pri rešpektovaní a ochrane ľudských práv a základných slobôd detí v digitálnom priestore. Mimoriadnu aktuálnosť problematiky ochrany detí v digitálnom priestore dokazuje aj intenzívny záujem Európskej komisie, Rady Európy, UNESCO, UNICEF, OECD, ktoré v tejto oblasti prijali už viaceré odporúčania, smernice či legislatívne normy. Ide už o množstvo dokumentov v kontexte ochrany detí v digitálnom priestore, z ktorých vyberáme (*Národná koncepcia, 2020*):

- Európsky dohovor o ľudských právach,
- Európska sociálna charta,
- Dohovor OSN o právach dieťaťa,

- Dohovor Rady Európy o ochrane jednotlivcov pri automatizovanom spracovaní osobných údajov. (ETS č. 108),
- Dohovor o počítačovej kriminalite (ETS č. 185) a jeho dodatkový protokol o kriminalizácii činov rasistickej a xenofóbnej povahy spáchaných prostredníctvom počítačových systémov (ETS č. 189),
- Dohovor Rady Európy o boji proti obchodovaniu s ľuďmi (CETS č. 197),
- Dohovor Rady Európy o ochrane detí pred sexuálnym vykorisťovaním a sexuálnym zneužívaním tzv. Lanzarotský dohovor (CETS č. 119),
- Charta základných práv Európskej únie (čl. 24),
- Nariadenie Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) 2016/679 z 27. apríla 2016 o ochrane fyzických osôb pri spracúvaní osobných údajov a o voľnom pohybe takýchto údajov, ktorým sa zrušuje smernica 95/46/ES (všeobecné nariadenie o ochrane údajov) (ďalej len „GDPR“),
- Dokument Rady EÚ z 11.12.2011 Závety o ochrane detí v digitálnom svete,
- Stratégia Rady Európy o právach dieťaťa (2016-2021),
- Odporúčanie CM / Rec (2018) 7 Výboru ministrov členským štátom o usmerneniach o rešpektovaní, ochrane a plnení práv dieťaťa v digitálnom priestore, ktoré prijal 4. júla 2018 Výbor ministrov Rady Európy,
- Smernica Európskeho parlamentu a Rady (EÚ) 2018/1808 zo 14. novembra 2018, ktorou sa mení smernica 2010/13/EÚ o koordinácii niektorých ustanovení upravených zákonom, iným právnym predpisom alebo správnym opatrením v členských štátoch týkajúcich sa poskytovania audiovizuálnych mediálnych služieb (smernica o audiovizuálnych mediálnych službách) s ohľadom na meniace sa podmienky na trhu (obzvlášť články 28b, 30b, 33a zdôrazňujú význam mediálnej gramotnosti),
- Dokument Zdravie 2020,
- Opčné protokoly k Dohovoru OSN o právach dieťaťa o predaji detí, detskej prostitúcii a detskej pornografii (2000) a o procedúre oznámení (2011) – pre Slovenskú republiku je platný od 2014,
- Smernica Európskeho parlamentu a rady 2011/92/EÚ z 13. decembra 2011 o boji proti sexuálnemu zneužívaniu a sexuálnemu vykorisťovaniu detí a proti detskej pornografii.

Národná koncepcia tiež kontinuálne nadväzuje na aktivity programov EK Bezpečný internet 1999 - 2004, Bezpečný internet plus 2005 - 2008, Bezpečný internet 2009 - 2013, Lepší internet pre deti 2014 – súčasnosť (Národná koncepcia, 2020).

3 Súčasný stav ohrozenia detí v digitálnom priestore na Slovensku

Zneužívanie detí v digitálnom priestore je závažný spoločenský jav. Deti sú v digitálnom priestore reálne ohrozené a často si neuvedomujú riziká, ktoré ich obklopujú a spôsobujú im celoživotnú digitálnu stopu niekedy aj s fatálnymi následkami.

Z výsledkov výskumu EU Kids online na Slovensku vyplýva, že za posledné roky sa na Slovensku výrazne zvýšilo používanie internetu prostredníctvom mobilných zariadení. Mobilné telefóny používa na pripojenie k internetu 83 % detí vo veku 9 – 17 rokov, pričom 38 % takto pristupuje na internet viackrát denne. Najnovší výskum dokazuje viditeľný trend používania internetu v mobilných zariadeniach, keďže stolový počítač a notebook používa na pripojenie k internetu v tejto intenzite len 10 % opýtaných. Používanie internetu prostredníctvom tabletov na dennej báze sa dotýka 24 % detí a mládeže. O intenzívnej prítomnosti internetu v živote mladej generácie svedčí zistenie, že internet na dennej báze používajú takmer všetky deti (96 %). Dve tretiny detí trávi v pracovné dni 1 až 3 hodiny denne

na internete. Približne každé piate dieťa trávi v pracovný deň viac ako 4 hodiny na internete. Množstvo času stráveného na internete je vyššie cez víkend, keď viac ako 4 hodiny na internete strávi jedna tretina detí. Zaujímavým zistením je, že 51 % detí vo veku 9 – 12 rokov používa sociálne siete minimálne raz do týždňa, hoci veková hranica pre používanie Facebooku a Instagramu, ktoré sú najpopulárnejšie, bola v tom čase 13 rokov (dnes 16 rokov).

Ako negatívne javy pre deti a mládež v prostredí internetu možno označiť (*Národná koncepcia*, 2020):

- Sexuálne obrázky, fotografie,
- Krvavé alebo násilné obrázky zobrazujúce napr. ľudí, ktorí ubližujú iným ľuďom alebo zvieratám,
- Skúsenosti s braním drog,
- Nenávistné správy napádajúce určité skupiny alebo jednotlivcov (napr. ľudí inej farby pleti, náboženstva, národnosti alebo sexuálnej orientácie),
- Návody, ako byť veľmi chudý (propagujúce bulímiu alebo anorexiu, či obrázky veľmi chudých ľudí “thinspiration”),
- Spôsoby telesného poškodzovania alebo ubližovania si.

Za pozornosť stoja vybrané čísla v kontexte digitálneho ohrozenia detí na Slovensku:

- 30% slovenských detí vo veku od 11 do 18 rokov dostáva žiadosť o zaslanie vlastnej nahej fotografie (Hollá, 2016).
- Aktívny self sexting vo forme odosielania vlastných fotografií zobrazujúcich úplnú alebo čiastočnú nahotu realizuje v SR 16 % maloletých od 11 do 18 rokov (Hollá, 2016).
- Nahlasovanie online nezákonného obsahu Stopleveline.sk vrátane sexuálneho zneužívania detí v roku 2017 stúpol počet hlásení spomínaného obsahu oproti roku 2016 z počtu 4104 na 6609. Najvyšší počet hlásení sa týka detskej pornografie.

Internet násilníkom poskytuje istotu, ľahký prístup k obeti a možnosť falošnej identity.

4 Charakteristika situácie ochrany detí v digitálnom priestore

Kladne treba hodnotiť, že mnohé zainteresované subjekty v SR sú si vedomé výziev spojených s ochranou detí v digitálnom priestore a čoraz viac sa snažia na výzvy reagovať. Kombinácia legislatívnych, samoregulačných a vzdelávacích opatrení sa zdá byť najúčinnjším riešením ochrany detí v digitálnom priestore na viacerých platformách (televízia, počítače, smartfóny, hracie konzoly atď.).

S výsledkami aktivít realizovaných zainteresovanými stranami sa nemožno uspokojiť. Je potrebné otvoriť diskusie a realizovať výskumy a analýzy, ktoré by mapovali ochranu detí v digitálnom priestore, sumarizovať aktuálne výsledky parciálnych výskumných projektov a na ich základe následne predkladať návrhy riešenia systémových problémov a odporúčania pre exekutívu. Pri súčasnom stave ochrany maloletých v digitálnom priestore môžeme konštatovať, že ohrozené môže byť každé dieťa, ktoré sa v digitálnom priestore vyskytuje. Cieľom národnej koncepcie je najmä podporovanie vhodných aktivít a opatrení zameraných na ochranu detí v digitálnom priestore. Na zabezpečení inštitucionálnej a politickej podpory ochrany detí v digitálnom priestore participujú najmä nasledovné subjekty (*Národná koncepcia*, 2020):

- Úrad vlády SR,
- Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informatizácie SR,
- Ministerstvo vnútra SR, Rada vlády pre prevenciu kriminality,

- Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu SR,
- Ministerstvo kultúry SR,
- Ministerstvo spravodlivosti SR,
- Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny SR,
- Úrad komisára pre deti,
- Úrad na ochranu osobných údajov SR,
- Univerzity, Slovenská akadémia vied, Audiovizuálny fond, registrované cirkvi a náboženské spoločnosti, mimovládne organizácie, zástupcovia občianskej spoločnosti, psychológovia, samosprávy, školy, školské zariadenia, poskytovatelia zdravotnej starostlivosti, akreditované subjekty a ďalšie subjekty.

Problematika ochrany detí v digitálnom priestore, rovnako ako vývoj ohrození a ich povaha sú veľmi dynamické a rýchlo meniace sa fenomény. Z uvedeného dôvodu je preto potrebné pri riešení koncepcie aplikovať koordinovaný, konzistentný a prehľadný prístup, rovnako ako adekvátnu politickú a inštitucionálnu podporu.

Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore je vypracovaná na obdobie rokov 2020 – 2025. Vzhľadom na skutočnosť, že ide o rýchlo sa vyvíjajúcu oblasť, Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore pre jednotlivé špecifické ciele predkladá opatrenia, ktoré budú zohľadnené v krátkodobých akčných plánoch. Ku koncepcii budú vytvorené tri akčné plány na obdobie dvoch rokov s prihliadnutím na aktuálny vývoj situácie ochrany a ohrozenia detí v digitálnom priestore. Prvý akčný plán na roky 2020 - 2021 bol predložený súčasne s koncepciou (*Národná koncepcia*, 2020).

5 Realizované aktivity a opatrenia v súvislosti s ochranou detí v digitálnom priestore v SR

V súvislosti s ochranou detí v digitálnom priestore v SR boli realizované viaceré aktivity a opatrenia, ktoré bližšie charakterizujeme (*Národná koncepcia*, 2020):

- **Samoregulačné mechanizmy a zodpovednosti poskytovateľov internetových služieb**

Poskytovatelia obsahu a služieb v SR sa angažujú v boji proti diskriminujúcemu a inému nezákonnému alebo škodlivému obsahu, predovšetkým vo forme záväzkov/kódexov správania, ktoré existujú aj v iných členských štátoch. Pokiaľ ide o obsah na internete, niektoré z týchto iniciatív zahŕňajú možnosť zobrazit' na webovej stránke označenie kódexu správania na znamenie toho, že ho daná stránka dodržiava. Okrem toho poskytovatelia obsahu a služieb sa usilujú rozvíjať primeraný obsah pre deti a uľahčovať prístup k nemu, napríklad prostredníctvom osobitných webových stránok pre deti a špeciálnych vyhľadávačov .

- **Projekt Zodpovedne.sk (Slovenské centrum bezpečného internetu)**

Od roku 2007 v SR funguje projekt Zodpovedne.sk ako národné centrum bezpečného internetu, ktoré prevádzkuje eSlovensko o. z. Projekt financuje EK v rámci rôznych programov na ochranu detí pred ohrozeniami internetu, zo štátnej správy boli partnermi Ministerstvo vnútra SR, Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu SR a v súčasnosti Ministerstvo investícií, regionálneho rozvoja a informatizácie SR.

Za 12 rokov existencie projekt získal viac ako 30 ocenení doma a v zahraničí. Medzi najúspešnejšie výstupy patria Ovce.sk, kniha Deti v sieti, Matfilipa.sk, Kyberšikanovanie.sk (vrátane 6 filmov a interaktívneho divadelného predstavenia), Nehejtuj.sk (12 filmov) a Sidliskovysen.sk (celovečerný film), otvorenie prvého Centra prevencie internetovej závislosti s aplikáciou Nezavislost.sk, projekt Bezinternetu.sk, organizácia každoročného podujatia Dňa bezpečného internetu či množstvo výskumov, školení, prednášok, legislatívnych návrhov,

odborných publikácií, mediálnych kampaní s dopadom nie len na cieľovú skupinu detí ale aj rodičov, učiteľov a laickú verejnosť.

- **Horúca linka (Stopleveline.sk)**

V SR funguje horúca linka Stopleveline.sk od roku 2010 a prevádzkuje ju eSlovensko o. z. Stopleveline.sk je linka na nahlasovania a odstraňovania nezákonného obsahu, ktorá spolupracuje s Ministerstvom vnútra SR. Stopleveline.sk získava hlásenia z viacerých kanálov: emailom, formulár na stránke, databázovým systémom INHOPE. Počas 9 ročnej činnosti získal Stopleveline.sk viac ako 30.000 hlásení. Stopleveline.sk sa zameriava na nezákonný obsah, ktorý porušuje zákony Slovenskej republiky najmä v oblasti sexuálnych ohrození (sexuálne zneužívanie, detská pornografia – výroba, rozširovanie, prechovávanie a účasť na detskom pornografickom predstavení, ohrozovanie mravnosti, ohrozovanie mravnej výchovy mládeže...) ako aj v oblasti neznášanlivosti (nenávisťné prejavy, anticiganizmus-antiromizmus, antisemitizmus, antimadžarizmus, homofóbia, xenofóbia, rasizmus, popieranie holokaustu, radikalizmus, regrútovanie, extrémizmus, ohrozovanie ľudskej dôstojnosti a základných práv a slobôd...).

- **Linky pomoci**

V súčasnosti v SR existuje viacero liniek pomoci, ktoré poskytujú poradenstvo prostredníctvom telefonických liniek, chatovacími aplikáciami či e-mailami (Linka detskej istoty, Linka detskej dôvery, IPčko). Občianske združenie IPčko zabezpečuje chatové poradenstvo a nonstop e-mailové poradenstvo, pričom ročne poskytne asi 14 000 chatových kontaktov a 4000 e-mailových konzultácií. Nonstop prevádzku a bezplatné služby poskytuje linka prevádzkovaná organizáciou Linka detskej istoty. Od roku 2007 v rámci podpory Európskej komisie linka rozšírila svoje pôsobenie aj na digitálny svet a problémy detí v ňom prostredníctvom projektu Pomoc.sk. Tento projekt rovnako ako Stopleveline.sk prevádzkuje eSlovensko o.z. Linka je členom medzinárodnej siete INSAFE. Pre svoje telefonické poradenstvo používa harmonizované číslo EÚ 116111 a 116000.

- **Podpora mediálnej gramotnosti prostredníctvom mediálnej výchovy**

Mediálna gramotnosť sa vzťahuje na zručnosti, vedomosti a porozumenie, ktoré umožňujú občanom využívať médiá účinne a bezpečne kriticky a tvorivo. S cieľom umožniť občanom prístup k informáciám a využívať ich, kriticky hodnotiť a vytvárať multimedialný obsah, zodpovedne a bezpečne je potrebné, aby občania mali lepšie zručnosti v mediálnej gramotnosti. Mediálna gramotnosť by nemala byť obmedzená na učenie sa o technológiách a nástrojoch, ale mala by sa snažiť vybaviť deti kritickým myslením, zručnosťami potrebnými na výkon rozhodnutia, analyzovať zložité mediálne skutočnosti a rozoznať rozdiel medzi názormi a faktami. Mediálna výchova v systéme formálneho vzdelávania je od roku 2008 ako povinná zložka začlenená do obsahu vzdelávania. V súlade s aktuálnou školskou legislatívou platnou na území Slovenskej republiky, je mediálna výchova vymedzená ako prierezová téma, ktorá je povinnou súčasťou vzdelávania pre predprimárne, primárne, nižšie a vyššie sekundárne vzdelávanie (*Národná koncepcia*, 2020).

- **Obmedzený prístup k obsahu: zatriedenie podľa veku a klasifikácie obsahu (audiovizuálne mediálne služby)**

Aktuálny systém z hľadiska nevhodnosti pre jednotlivé vekové kategórie klasifikuje obsahy ako nevhodné a neprístupné pre vekovú skupinu maloletých do 18 rokov, nevhodné pre vekovú skupinu maloletých do 15 rokov a nevhodné pre vekovú skupinu maloletých do 12 rokov, nevhodné pre vekovú skupinu maloletých do 7 rokov. Najčastejší spôsob upozornení rodičov na škodlivý obsah a potrebu obmedziť prístup sú ikony na obrazovke a/alebo akustické signály priamo pred poskytnutím potenciálne škodlivého obsahu. Tento systém existuje zo zákona aj v SR ako pre televízne vysielanie, tak pre služby audiovizuálneho mediálneho obsahu na požiadanie vysielané aj cez internet.

- **Obmedzený prístup k obsahu: technické systémy**

V SR existujú viaceré aplikácie na rodičovskú kontrolu, ktoré chránia deti pred nevhodným obsahom. Aplikácie sú určené pre rodičov a deti, ktorí chcú efektívne používať internet a chcú mať istotu, že na internete budú deti v bezpečí. Okrem toho môžu rodičia využiť časové limity pre tablety a smartfóny, príp. úplné blokovanie vybraných webových stránok a aplikácií.

6 Strategické zámery ochrany detí v digitálnom priestore

Víziou dokumentu *Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore* je vytvorenie trvalo udržateľného, komplexného, národného, koordinovaného prístupu ochrany detí v digitálnom priestore s jasne vymedzenými kompetenciami, primeranou personálnou, finančnou a dotačnou podporou. Hlavným cieľom dokumentu *Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore* je v záujme zdravého psychického, fyzického a morálneho vývinu detí a ich ochrany v digitálnom priestore podporovať efektívne opatrenia v oblasti prevencie, zvyšovania povedomia, potlačania počítačovej kriminality, vzdelávania, výskumu, práva, opatrenia v politickej a inštitucionálnej oblasti, spoluprácu a koordináciu na vnútroštátnej a medzinárodnej úrovni.

Boli vytýčené nasledovné priority (*Národná koncepcia*, 2020):

1. **Priorita 1 – Prevencia**

Realizovať systematickú a koordinovanú podporu prevencie v kontexte ochrany detí v digitálnom priestore na Slovensku.

2. **Priorita 2 – Intervencia**

Komplexne adekvátne reagovať na nebezpečenstvo, ktorému deti v digitálnom prostredí čelia a na prípady aktuálneho ohrozenia detí.

3. **Priorita 3 - Následná starostlivosť**

Podporovať účinnú a efektívnu následnú starostlivosť pre obeť všetkých foriem ohrozenia v digitálnom prostredí ale aj podporovať prácu s páchateľmi trestných činov v digitálnom prostredí.

Pre jednotlivé priority boli vytýčené špecifické ciele a pre naplnenie špecifických cieľov boli stanovený gestori v súlade so zákonom stanovenými kompetenciami.

7 Kampaň o problematike násillia na deťoch a o ochrane detí v digitálnom priestore

Národné koordinačné stredisko pre riešenie problematiky násillia na deťoch MPSVR SR realizuje aj v roku 2020 kampaň zameranú na zvyšovanie povedomia o problematike násillia na deťoch. Ide o kampaň s názvom „Kampaň na zvyšovanie povedomia o problematike násillia na deťoch – ochrana detí v digitálnom priestore“. Jej tohtoročným cieľom je upozorniť na riziká hroziace deťom v digitálnom priestore. Kampaň spolu s videami kopíruje úlohy Národnej koncepcie na ochranu detí v digitálnom priestore schválenej vládou vo februári roku 2020 (Baníková, 2020).

„Zneužívanie detí v digitálnom priestore sa stáva skutočne závažným spoločenským javom. Deti v ňom čelia reálnemu ohrozeniu neuvedomujúc si riziká, ktoré ich obklopujú. Pre dieťa môže byť nebezpečnejšie zostať doma v izbe s telefónom ako byť vo večerných hodinách v uliciach mesta. Takéto správanie spôsobuje celoživotnú digitálnu stopu, niekedy aj s fatálnymi následkami,“ uviedla riaditeľka Národného koordinačného strediska pre riešenie problematiky násillia na deťoch MPSVR Mária Vargová (Baníková, 2020).

Jednou z hlavných odpovedí na hrozby internetu na Slovensku je Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom prostredí. Prináša informácie o rizikách v digitálnom

priestore a možnostiach ochrany a pomoci pred nimi. Na koncepcii participovali všetky relevantné rezorty, generálna prokuratúra a mimovládne organizácie (Baníková, 2020).

8 Šikanovanie a kyberšikanovanie na školách

Za zdravé študijné prostredie sa považuje miesto bez násilia, agresivity a intolerancie, kde je o deti dobre postarané, kde sa cítia dobre a kde získajú optimálnu prípravu na budúci život. Tieto predpoklady spĺňa také školské prostredie, ktoré je zárukou vytvárania primeraných pracovných podmienok pre deti a súčasne dáva istotu ochrany osobnej slobody rozhodovania, ľudskej dôstojnosti a vážnosti ich učiteľov (Paľovčíková & Černáková 2018).

Z aspektu ľudských práv a dodržiavania práv dieťaťa si vyžadujú veľkú pozornosť a systematické sledovanie nebezpečné sociálne patologické javy v spoločnosti, ku ktorým patrí **šikanovanie a kyberšikanovanie** v škole. Problematikou šikany a kyberšikany, ich výskytom, prejavmi, frekvenciou, následkami, prevenciou, elimináciou a právnymi prostriedkami, ktoré možno použiť v boji proti nim, sa v poslednej dobe zaoberajú psychológovia, sociálni pracovníci, pedagógovia, lekári, právnici a ďalší odborníci na celom svete. Cieľom týchto odborníkov je prispieť k:

- fungovaniu bezpečného, zdravého študijného prostredia pre žiakov,
- primeraným pracovným podmienkam, ľudskej dôstojnosti a vážnosti učiteľov a v záujme získania aktuálnych poznatkov o súčasnej situácii v oblasti výskytu a frekvencie šikany a kyberšikany žiakov a učiteľov.

Slovenské národné stredisko pre ľudské práva v školskom roku 2017/2018 zrealizovalo výskum šikanovania a kyberšikanovania na slovenských školách. Výskum sa členil na dve časti:

1. časť zameranú na šikanovanie a kyberšikanovanie medzi žiakmi
2. časť venovanú otázke agresívneho správania a šikanovania učiteľov zo strany žiakov.

Hlavnými cieľmi výskumu bolo:

- zmapovať mieru výskytu a foriem tradičnej šikany a kyberšikany na slovenských školách, pri ktorých sa stávajú obeťami žiaci aj učitelia,
- popísať stratégie vyrovnávania sa s nimi a zistiť, či a ako sú páchatelia šikany odhalení a potrestaní,
- na základe získaných údajov získať informácie o prítomnosti fenoménu šikany a kyberšikany v školách, identifikovať najzávažnejšie problémy a porovnať výsledky so závermi niektorých výskumov a programov týkajúcich sa tejto problematiky na Slovensku aj v zahraničí.

Výskum šikany a kyberšikany, realizovaný na základných a stredných školách potvrdil výsledky iných štúdií, že výskyt tohto sociálno – patologického javu sa stáva bežným už aj na Slovensku. Výsledky priniesli informácie, ktoré na jednej strane ukazujú, že hoci rozsah šikany a kyberšikany nenadobudol u nás, v porovnaní s mnohými inými krajinami, charakter epidémie, tento negatívny fenomén je rozšírený aj na našich školách a je súčasťou života detí aj pedagógov (Paľovčíková & Černáková, 2018).

Nové poznatky si Slovenské národné stredisko pre ľudské práva dáva za cieľ implementovať v praxi do konkrétnych vzdelávacích aktivít zameraných na prevenciu, riešenie šikanovania a kyberšikanovania a tým aj na skvalitnenie vzdelávania detí, mládeže a informovanosti pedagógov a rodičov. Lepšia informovanosť o aktuálnom stave výskytu šikany a kyberšikany žiakov a učiteľov na našich školách môže prispieť k zvýšeniu účinnosti opatrení pri prevencii a eliminácii tohto rozšíreného sociálne patologického javu.

V súčasnosti je často diskutovaná problematika tradičného šikanovania považovaná za globálny celosvetový problém, ktorý si získal pozornosť množstva našich aj zahraničných autorov.

S príchodom informačných a komunikačných technológií sa objavila nová forma šikanovania, ktorá ubližuje obeti bez fyzického kontaktu s útočníkom. Slovenskí odborníci začali venovať pozornosť tomuto fenoménu už v prvom desaťročí tohto storočia. V súčasnosti patrí kyberšikanovanie v zahraničí, ale aj na Slovensku, k pomerne často skúmaným javom.

Šikana a kyberšikana patria medzi najzávažnejšie negatívne javy, s ktorými sa v súčasnej dobe stretáva takmer každá škola. Väčšinou ide o narastajúci výskyt, znižovanie vekovej hranice agresorov a obetí šikanovania, zvýšenú brutalitu, agresiu a rafínanosť šikanovania.

Pod pojmom šikana, šikanovanie sa rozumie široký okruh násilného správania dieťaťa alebo skupiny detí, ktorých zámerom je ohrozenie, zastráňovanie, poníženie či iné ublíženie inému dieťaťu alebo skupine detí (Paľovčíková & Černáková 2018).

Šikanovanie a kyberšikanovanie definuje aj Smernica Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky č. 36/2018 z 1. 9. 2018 k prevencii a riešeniu šikanovania detí a žiakov v školách a školských zariadeniach. Táto smernica v čl. 2 v bodoch 1 a 4 definuje šikanovanie a kyberšikanovanie, ich podstatu, znaky, prejavy a v bodoch 6 a 7 uvádza trestné činy a priestupky, ktorých skutkovú podstatu môže šikanovanie naplňať. Šikanovanie v nej je definované ako „*a) správanie žiaka, ktorého úmyslom je ublíženie, ohrozenie alebo zastráňovanie iného žiaka alebo b) úmyselný spravidla opakovaný útok voči žiakovi alebo skupine žiakov, ktorí sa z rôznych dôvodov nevedia alebo nemôžu účinne brániť*“ a kyberšikanovanie ako „*priama forma šikanovania, pri ktorej ide o zneužitie informačno-komunikačných technológií (najmä telefónu, tabletu, internetu a sociálnych sietí) na úmyselné ohrozenie, ublíženie alebo zastráňovanie, pričom sa často vyskytuje v spojení s inými formami šikanovania.*“ (Smernica Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky č. 36/2018, 2018).

Ľudské práva je potrebné aktívne chrániť vo všetkých oblastiach edukačného procesu a vytvárať v školách pozitívnu sociálnu klímu tak, aby sa žiaci naučili konštruktívne a kooperatívne riešiť konflikty, boli tolerantní pri komunikácii a hodnotení iných, rešpektovali odlišnosť, správali sa zodpovedne a empaticky voči sebe aj svojim učiteľom a v spolupráci s inými rešpektovali ich práva a potreby (Paľovčíková & Černáková 2018).

9 Nebezpečenstvá internetových známostí

Internet je priestor, kde sa ľudia majú možnosť prezentovať, kde komunikujú s kamarátmi a blízkymi, kde rozvíjajú existujúce vzťahy alebo nadväzujú nové. Možnosť stretnúť sa s ľuďmi s podobnými záujmami, nájsť si nových priateľov či partnerov je lákavá pre deti i dospelých. Zoznamovanie cez internet má však aj svoje riziká (Drobný & Gregussová, 2013).

Zoznamovanie s novými ľuďmi cez internet je rýchle a dynamické, umožňuje preklenúť vzdialenosť a prísť do kontaktu s niekým, s kým by sme sa ináč nemali možnosť stretnúť. Mnohí ľudia si našli cez internet nielen nových priateľov, ale aj životných partnerov. Rovnako sa však aj niektorí ľudia stali obeťami podvodníkov alebo násilníkov.

Anonymita virtuálneho priestoru vytvára zdanlivý pocit bezpečia a povzbudzuje nás k tomu, aby sme sa rýchlejšie otvorili a odložili zábrany. Zabúdame často na obranné mechanizmy, ktoré používame pri nadväzovaní vzťahov v realite, kde spoznávame nových ľudí postupne a kde trvá nejaký čas, kým sa medzi nami vytvorí dôvera (Drobný & Gregussová, 2013).

V realite vidíme veľa znakov, ktoré nám pomáhajú pri posudzovaní druhých. Vidíme, ako osoba vyzerá, ako rozpráva, gestikuluje, podľa jej reakcií a očného kontaktu vieme lepšie

odhadnúť, či hovorí pravdu alebo klame. Takto si môžeme všimnúť signály, ktoré nás varujú pred nebezpečenstvom. Pri komunikácii cez internet sú nám tieto jemné signály nedostupné.

Na internete je preto oveľa jednoduchšie klamať alebo vydávať sa za niekoho iného. Nie je ťažké vytvoriť si falošný profil, použiť cudziu fotografiu alebo zatajiť svoje skutočné úmysly. Podvodníci a nebezpeční ľudia sa môžu pohybovať v číťových miestnostiach, na internetových fórach a v diskusných skupinách, na internetových alebo telefonických zoznamkách. Pravdivosť informácií je preto potrebné si vždy overiť.

Zoznamovanie cez internet, stretnutia s neznámymi osobami je späté s novými javmi a pojmami ako napríklad, disinhibičný efekt, grooming, sexuálne zneužitie, sexuálne násilie a či sociálne inžinierstvo. **Disinhibičný efekt** predstavuje skutočnosť, kedy pre zdanlivú anonymitu internetu majú ľudia menej zábran, sú menej opatrní, ľahšie a rýchlejšie prezradia o sebe intímne detaily, robia veci, ktoré by si v reálnom svete nedovolili. **Grooming** označuje postupné vytváranie dôverného, priateľského vzťahu s dieťaťom tak, aby prestalo byť ostrážité a pristúpilo na stretnutie. Najčastejším cieľom groomingu je sexuálne zneužitie dieťaťa. **Sexuálne zneužitie** znamená využitie osoby mladšej ako 15 rokov dospelým na akékoľvek aktivity sexuálneho charakteru. Veková hranica pre sexuálne zneužitie sa zvyšuje až na 18 rokov v prípade, ak je dieťa od dospelého určitým spôsobom závislé (rodinný príslušník, učiteľ, vychovávateľ) alebo ak ho páchatel' za sexuálne aktivity nejakým spôsobom odmení. **Sexuálne násilie** predstavuje prinútenie k sexuálnym aktivitám násilím alebo pod hrozbou násilia. **Sexting** môžeme charakterizovať ako posielanie správ, fotografií alebo videí prostredníctvom informačných a komunikačných technológií s erotickým a sexuálnym obsahom. **Sociálne inžinierstvo** je to metóda psychologickéj manipulácie ako získať od obete dôverné informácie (Drobný & Gregusová, 2013).

Zoznamovania sa cez internet a možné nadviazanie kontaktu so sexuálnym agresorom je veľkým rizikom pre deti a mládež. Pod falošnou identitou sa snaží získať si obeť a vylákať ju na stretnutie. Agresor si na internete vytipuje zraniteľnú a ľahko dostupnú obeť. Signálom pre neho je práve veľké množstvo zverejnených osobných údajov, fotografie, ochota ku komunikácii s neznámymi, vysoká miera dôverčivosti, rýchle otváranie citlivých oblastí svojho života, aktuálne prežívanie sklamaní a trápenia, osamelosť.

Chrániť dieťa pred nebezpečnými známosťami z internetu je predovšetkým úlohou rodičov. Rodičia by mali rozprávať sa s dieťaťom o všetkom, čo cez deň robí. Aj o tom, čo robí na internete, aké stránky navštevuje, s čím sa stretlo. Treba dieťa povzbudiť, nech sa spýta, ak natrafí na niečo, čomu nerozumie. Rovnako je najlepšie, ak porozpráva aj o tom, keď sa mu stane niečo nepríjemné alebo mu niekto ubližuje.

10 Záver

Významným problémom ostáva, že slovenská legislatíva jednoznačne nedefinuje, ako zaobchádzať a stíhať prípady zneužívania detí v digitálnom priestore. Prokuratúra sa v súvislosti s počítačovou kriminalitou predovšetkým zaoberá riešením prípadov detskej pornografie, nebezpečného prenasledovania, sexuálneho zneužívania a obdobných trestných činov, vzhľadom na to, že domáca legislatíva nepozná ďalšie formy zneužívania a vykorisťovania detí na internete, ako je sexting, trolling, hatespeech, kyberšikanovanie a podobne (Národná koncepcia, 2020).

Kybernetická šikana medzi mládežou má najčastejšie formu ohovárania, zosmiešňovania a ponižovania na sociálnych sieťach a zverejnenie alebo šírenie znevažujúcej fotografie či videa na internete. Medzi páchatel'mi kyberšikanovania je až polovica násilníkov z rovnakej školy ako obeť a takmer 20 % respondentov priznalo, že aj oni v poslednom roku použili kyberútok voči niekomu inému (Paľovčíková & Černáková, 2018).

Možno konštatovať, že 100 % obrana pred kyberšikanou neexistuje, ale v takýchto situáciách by sa mali mať deti a mládež zdôveriť blízkej osobe, ktorá im ich pomôže vyriešiť. Žiaci by sa podľa výskumu najčastejšie obracali s žiadosťou o pomoc na rodičov (takmer 80 % dievčat necelých 60 % chlapcov).

Násilie, šikanovanie a kyberšikanovanie v škole nemožno bagatelizovať ani tolerovať. Prudký rozvoj informačných a komunikačných technológií a nárast intolerancie vo všetkých oblastiach života spoločnosti si vyžadujú zo strany odborníkov ďalšie teoretické prehlbovanie poznatkov a kvalitatívne skúmanie problematiky šikanovania a kyberšikanovania v celom jej kontexte (Paľovčíková & Černáková, 2018).

Hľadanie ciest k vytváraniu bezpečného školského prostredia a zaisťovanie primárnej a sekundárnej prevencie šikany a kyberšikany v školskom prostredí si vyžaduje súčinnosť učiteľov, výchovných poradcov, ďalších spolupracujúcich odborníkov a rodičov.

Nové médiá prinášajú na jednej strane možnosť rýchlej a bezproblémovej komunikácie, výmeny nápadov a vzdelávania, na druhej strane predstavuje virtuálny svet realitu bez pevne stanovených pravidiel. Deti a dospievajúci si neuvedomujú, akou emocionálnou silou na nich médiá vplyvajú, preto je dôležité, že sa napríklad v projekte *Zodpovedne.sk* zameriavajú na šírenie osvedy o bezpečnom používaní internetu a mobilov, o rizikách virtuálneho priestoru a možnostiach získania poradenstva a pomoci (*O projekte zodpovedne.sk*, 2007).

Aktuálnej problematike násilia na deťoch na internete venujeme pozornosť aj na Ekonomickej univerzite v Bratislave, na Fakulte hospodárskej informatiky, kde napríklad v školiacom pracovisku Katedra aplikovanej informatiky v študijnom programe Hospodárska informatika a v študijnom odbore Informatika boli v akademickom roku 2019/2020 úspešne obhájené záverečné bakalárske práce na témy *Kyberšikanovanie a aktivity detí na internete* a *Online závislosť detí a mládeže – rizikové faktory, dopady a prevencia*. Študenti vo svojich záverečných bakalárskych prácach nielen analyzovali vybrané teoretické poznatky, ale tiež realizovali vlastné elektronické dotazníkové výskumy na vzorkách respondentov, žiakov základných škôl a študentov stredných škôl a navrhli opatrenia na elimináciu negatívneho a rizikového správania sa detí na internete.

Literatúra

1. Baníková, L. (2020). *Začala sa kampaň na ochranu detí v digitálnom priestore*. Dostupné z <https://noviny.mojeslovensko.sk/velkykrtis/zacala-sa-kampan-na-ochranu-deti-v-digitalnom-priestore/>.
2. Drobný, M., & Gregussová, M. (2013). *Deti v sieti*. Bratislava: eSlovensko.
3. Hollá, K. (2016). *Sexting a kyberšikana*. Bratislava: Iris.
4. *Národná koncepcia ochrany detí v digitálnom priestore*. (2020). Dostupné z https://detstvobeznasilia.gov.sk/web_data/content/upload/subsubsub/2/narodna-koncepcia-ochrany-deti-v-digitalnom-priestore-1.pdf.
5. *O projekte zodpovedne.sk*. (2007). Dostupné z <https://www.zodpovedne.sk/index.php/sk/kontakt>.
6. Paľovčíková, G. & Černáková, K. (2018). *Šikana a kyberšikana na školách*. Slovenské národné stredisko pre ľudské práva. Výskumná správa. Bratislava. Dostupné z http://mladez.sk/wp-content/uploads/2019/01/Šikana_a_kyberšikana_2018.pdf.
7. *Smernica Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky č. 36/2018 z 1.9.2018 k prevencii a riešeniu šikanovania detí a žiakov v školách a školských zariadeniach*. (2018). 9 s. Dostupné z <https://www.minedu.sk/20471-sk/smernica-c-362018-k-prevencii-a-rieseniu-sikanovania-deti-a-ziakov-v-skolach-a-skolskych-zariadeniach/>.

8. *Správa Svetovej zdravotníckej organizácie WHO* (2016). Dostupné z <http://www.euro.who.int/en/media-centre/sections/press-releases/2016/11/new-who-europe-report-calls-for-urgent-action-to-protect-children-from-digital-marketing-of-food>.

Účtovné špecifiká európskej spoločnosti, európskeho družstva alebo európskeho zoskupenia hospodárskych záujmov so sídlom v SR

Accounting Specifics of a Societas Europaea, Societas Cooperativa Europaea or European Economic Interest Grouping Based in the Slovak Republic

Branislav Parajka¹

Abstrakt

V rámci Európskej únie je možné využívať právne formy podnikania, ktorých legislatívna úprava je vo všetkých členských štátoch EÚ rovnaká, založená na právnych aktoch EÚ. S využitím uvedených právnych foriem podnikania v SR existujú isté špecifiká, ktoré sú zakotvené aj v právnej úprave účtovníctva v SR. Tento článok sa zaoberá využitím uvedených právnych foriem podnikania so sídlom v SR, skúma ich početnosť a rieši možnú aplikáciu Medzinárodných štandardov finančného vykazovania (IFRS).

Kľúčové slová

európska spoločnosť, európske družstvo, európske zoskupenie hospodárskych záujmov, IFRS

Abstract

Within the European Union, it is possible to use legal forms of business, the legislation of which is the same in all EU Member States, based on EU legal acts. With the use of the mentioned legal forms of business in the Slovak Republic, there are certain specifics that are specified in the legal regulation of accounting in the Slovak Republic. This article deals with the use of these legal forms of business based in the Slovak Republic, examines their frequency and possible application of International Financial Reporting Standards (IFRS).

Key words

Societas Europaea, Societas Cooperativa Europaea, European Economic Interest Grouping, IFRS

JEL classification

M40, M41, M48

1 Úvod (automaticky číslované, Medzera Pred: 12 b, Medzera Za: 6 b)

Európska spoločnosť (Societas Europaea, ďalej uvádzaná ako „SE“), európske družstvo (Societas Cooperativa Europaea, ďalej uvádzané ako „SCE“) a európske zoskupenie hospodárskych záujmov (ďalej uvádzané ako „EZH“) patria medzi novšie právne formy podnikania, ktoré vznikli na základe otvorenia trhov a ľahšieho pohybu kapitálu v rámci obchodovania medzi jednotlivými štátmi Európskej únie. Právne sú upravené na základe jednotlivých Nariadení Rady Európskej únie, príslušnej Smernice Rady a v rámci SR aj samostatným zákonom.

Európska spoločnosť je legislatívne upravená zákonom č. 562/2004 Z. z. o európskej spoločnosti a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov. Tento zákon bol prijatý na základe Nariadenia Rady (ES) č. 2157/2001 z 8. októbra 2001 o stanovách

¹ Ing. Branislav Parajka, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, e-mail: branislav.parajka@euba.sk.

európskej spoločnosti (SE) a je v ňom implementovaná Smernica Rady 2001/86/ES z 8. októbra 2001, ktorou sa dopĺňajú stanovky európskej spoločnosti v súvislosti s účasťou zamestnancov na riadení. Európske družstvo je legislatívne upravené zákonom č. 91/2007 Z. z. o európskom družstve, ktorý bol prijatý na základe Nariadenie Rady (ES) č. 1435/2003 z 22. júla 2003 o stanovách európskeho družstva (SCE) a implementuje Smernicu Rady 2003/72/ES z 22. júla 2003, ktorou sa dopĺňajú stanovky Európskeho družstva s ohľadom na účasť zamestnancov na riadení. Európske zoskupenie hospodárskych záujmov je legislatívne upravené zákonom č. 177/2004 Z. z. o európskom zoskupení hospodárskych záujmov, ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov. Tento zákon bol prijatý na základe Nariadenie Rady (EHS) č. 2137/85 z 25. júla 1985 o Európskom zoskupení hospodárskych záujmov (EZHZ).

Všetky uvedené právne formy podnikania majú na základe zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov stanovené určité špecifiká vzhľadom na skutočnosť, že môže dôjsť k zmene ich sídla v rámci EÚ. Jedným z týchto špecifik je aj oblasť oceňovania majetku a záväzkov: „Ocenenie majetku a záväzkov obstarávacou cenou, vlastnými nákladmi alebo reálnou hodnotou európskou spoločnosťou, európskym družstvom a európskym zoskupením hospodárskych záujmov pred premiestnením sídla na územie Slovenskej republiky sa považuje za ocenenie obstarávacou cenou, vlastnými nákladmi alebo reálnou hodnotou aj po premiestnení sídla na územie Slovenskej republiky“, čím sa zabezpečuje stálosť používaných metód v konkrétnej účtovnej jednotke a dočasne, do nasledujúceho momentu ocenenia majetku a záväzkov, sa preberajú aj definície oceňovacích veličín upravených v právnych predpisoch krajiny, v ktorej mala sídlo pred jeho premiestnením na územie SR.

Ďalším špecifikom je podľa Ondrušovej (2012) napríklad aj transferové oceňovanie medzi závislými osobami v rámci európskej spoločnosti alebo európskeho družstva, na čo nutne musí reagovať aj účtovníctvo.

Premetom skúmania v tomto článku je možnosť aplikácie Medzinárodných štandardov finančného vykazovania (IFRS) účtovnými jednotkami s uvedenou právnou formou. Aplikácia IFRS je všeobecne hodnotená pozitívne, napríklad porovnateľnosť, zvýšenie konkurencie, lepší prístup ku kapitálu, zníženie nákladov v rámci skupiny a podobne. Ball (2006) konštatuje, že aplikáciou IFRS sa dosiahnu presné a komplexné informácie porovnateľné v zverejnených účtovných závierkach. Tumpach (2006) pozitívne hodnotí kvalitu štandardov IFRS, ale zároveň upozorňuje na pochybnosti o správnej implementácii v Slovenskej republike z dôvodu chýbajúceho kvalitného prekladu štandardov do slovenského jazyka v čase ich implementácie. K aplikácii IFRS v Slovenskej republike sa viacerí domáci autori stavia aj skepticky. Podľa Kubaščíkovej a Pakšiovej (2015) môže aplikácia IFRS z dôvodu odlišných účtovných zásad významne ovplyvniť výsledky finančnej analýzy konkrétnej účtovnej jednotky. Tumpach, Máziková & Kuceková (2015) našli dôkazy o tom, že informácie zverejnené účtovnými jednotkami v účtovných závierkach zostavených v súlade s IFRS v poznámkach sú často len predpripraveným textom alebo kópiou informácií zverejnených v minulých obdobiach bez priamej súvislosti s vykazovaným obdobím. Konštatujú, že takéto konanie je pomerne bežné napriek tomu, že všetky účtovné závierky zostavené v súlade s IFRS sú povinne overované nezávislým audítorom. Nedostatky zavedenia IFRS v Slovenskej republike odhaľuje aj štúdia Tumpach (2016), ktorá sa uskutočnila na počte 148 účtovných jednotiek, ktoré boli povinné zostaviť účtovnú závierku v súlade s IFRS. Uvedený počet účtovných jednotiek pravdepodobne predstavuje celú populáciu účtovných jednotiek, ktoré v sledovanom období zostavili účtovnú závierku v súlade s IFRS.

2 Metodológia a zdrojové údaje

Predmetom skúmania je možnosť aplikácie IFRS účtovnými jednotkami s právnou formou: SE, SCE alebo EZHZ v Slovenskej republike. Aplikáciu IFRS upravuje zákon o účtovníctve, pričom rozlišujeme medzi povinnou a voliteľnou aplikáciou IFRS. Podľa zákona o účtovníctve individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS povinne zostavujú:

- banka, správcovská spoločnosť, poisťovňa okrem zdravotnej poisťovne, zaistovňa, Slovenská kancelária poisťovateľov, dôchodková správcovská spoločnosť, doplnková dôchodková spoločnosť, Burza cenných papierov a Železnice Slovenskej republiky,
- pobočka zahraničnej banky, pobočka zahraničnej správcovskej spoločnosti, pobočka poisťovne z iného členského štátu, pobočka zahraničnej poisťovne, pobočka zaistovne z iného členského štátu a pobočka zahraničnej zaistovne.
- účtovná jednotka neuvedená v predchádzajúcom odseku, ak je obchodnou spoločnosťou, ktorá najmenej dve po sebe idúce účtovné obdobia spĺňa aspoň dve z nasledovných podmienok:
 - a) celková suma majetku presiahla 170 000 000 eur brutto,
 - b) čistý obrat presiahol 170 000 000 eur,
 - c) priemerný prepočítaný počet zamestnancov v jednotlivom účtovnom období presiahol 2 000.

Dobrovoľne môže aplikovať IFRS len účtovná jednotka ak:

- v účtovnom období emitovala cenné papiere a tieto boli prijaté na obchodovanie na regulovanom trhu, alebo
- je platobnou inštitúciou, inštitúciou elektronických peňazí, obchodníkom s cennými papiermi, pobočkou zahraničného obchodníka s cennými papiermi a nie je súčasne bankou, pobočkou zahraničnej banky, správcovskou spoločnosťou alebo pobočkou zahraničnej správcovskej spoločnosti, alebo
- je nástupníckou účtovnou jednotkou a zanikajúca účtovná jednotka alebo nástupnícka účtovná jednotka pred rozhodným dňom zostavovala individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS, alebo
- je novovzniknutou dcérskou účtovnou jednotkou a ku dňu, ku ktorému zostavuje prvú individuálnu účtovnú závierku, spĺňa veľkostné kritériá podľa predchádzajúceho odseku a zároveň jej materská účtovná jednotka, ktorá podlieha právu niektorého členského štátu, zostavuje individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS, alebo
- je európskou spoločnosťou so sídlom na území Slovenskej republiky, európskym družstvom so sídlom na území Slovenskej republiky alebo je európskym zoskupením hospodárskych záujmov so sídlom na území Slovenskej republiky, ak pred premiestnením sídla na územie Slovenskej republiky zostavovali individuálnu účtovnú závierku podľa IFRS.

Zdrojom údajov pre analýzu je databáza získaná extrahovaním údajov z verejnej časti Registra účtovných závierok, ktorý spravuje Ministerstvo financií Slovenskej republiky a prevádzkuje ho DataCentum. Výber testovacej vzorky sa riadil nasledovnými kritériami: účtovné jednotky s právnou formou podnikania: a.s., družstvo, EZHZ, SE, SCE, j.s.a., k.s, s.r.o., v.o.s.; s účtovným obdobím 2018 (končiacim 31. decembra 2018 alebo účtovné jednotky, ktoré využívajú hospodársky rok končiaci po 31. júli 2018). Obdobie 2018 bolo zvolené na základe skutočnosti, že vzhľadom na pandémiu COVID-19 bol legislatívne umožnený odklad podania finančných výkazov a preto by k dátumu skúmania nemuseli byť k dispozícii údaje za dostatočne veľkú vzorku účtovných jednotiek za novšie obdobie. Takto získaná databáza bude následne podrobená analýze údajov za účtovné jednotky s právnou formou SE, SCE a EZHZ. V prípade, ak sa v uvedenej vzorke vyskytne účtovná jednotka s účtovnou závierkou zostavenou v súlade s IFRS bude táto účtovná jednotka predmetom ďalšieho skúmania vo

verejných databázach, pre overenie predpokladov povinnej alebo dobrovoľnej aplikácie IFRS, najmä: Register účtovných závierok s cieľom získať údaje za čo najdlhší časový rad, Obchodný register SR s cieľom zistenia dôvodu zápisu (založenie/vznik alebo presun sídla z iného členského štátu EÚ), zoznam obchodníkov s cennými papiermi vedený NBS, preverenie registrov Národného centrálného depozitára cenných papierov a iné.

3 Výsledky a diskusia

Databáza získaná extrakciou údajov z verejnej časti Registra účtovných závierok za obdobie 2018, extrakcia údajov sa uskutočnila dňa 30. septembra 2020 a poskytla údaje za 221 128 účtovných jednotiek. Extrakcia údajov prebehla pomocou automatizovaného spracovania dát cez verejné API rozhranie internetového portálu www.registeruz.sk. Následným spracovaním údajov použitím filtra podľa právnej formy účtovnej jednotky bola zistená vzorka o veľkosti 140 účtovných jednotiek, ktorých právna forma podnikania bola SE, SCE alebo EZHZ. S vysokou pravdepodobnosťou populácia zahŕňa všetky účtovné jednotky s uvedenou právnou formou podnikania, ktoré majú sídlo v SR, ktoré zostavili a zverejnili svoju účtovnú závierku v sledovanom období vychádzajúc z premisy, že všetky účtovné jednotky, ktoré v sledovanom období mali povinnosť zostaviť a zverejniť účtovnú závierku v zmysle platných právnych predpisov tak učinili prostredníctvom elektronického podania a obsah tohto podania bolo korektné spracované systémom Registra účtovných závierok. Následne bol uskutočnený test na aplikáciu štandardov IFRS (zostavenie a zverejnenie účtovnej závierky s v súlade s IFRS). Vyčerpávajúcim testovaním celej populácie (140 účtovných jednotiek) bolo zistené, že žiadna účtovná jednotka v sledovanom období neaplikovala IFRS. Zistené výsledky sú prezentované v tabuľke č. 1.

Tab. 1: Početnosť SE, SCE a EZHZ v SR a aplikácia IFRS za rok 2018

	Početnosť	Aplikácia IFRS
Európska spoločnosť (SE)	130	0
Európske družstvo (SCE)	6	0
Európske zoskupenie hospodárskych záujmov (EZHZ)	7	0
Spolu	140	0

Zdroj: vlastné spracovanie na základe údajov z Registra účtovných závierok

Dôvodov, pre ktoré existuje výnimka pre dobrovoľnú aplikáciu IFRS účtovnými jednotkami s právnou formou SE, SCE alebo EZHZ po zmene sídla do SR ak pred zmenou sídla zostavovali svoju individuálnu účtovnú závierku v súlade s IFRS je niekoľko. Ide v podstate o aplikáciu všeobecných účtovných zásad v praxi. Aj keď sa všetci autori nezhodnú na ich jednotnom zozname, väčšina autorov (Weygandt, Kimmel, & Kieso, 2018; Šlosárová, & Blahušiaková, 2020) medzi ktoré zaraďuje zásadu stálosti metód, ktorej podstata spočíva v tom, že účtová jednotka by mala používať rovnaké účtovné zásady a účtovné metódy na zaznamenávanie podobných udalostí alebo transakcií. Uvedená zásada priamo nadväzuje na kvalitatívne charakteristiky informácií z účtovnej závierky, konkrétne na porovnateľnosť. Je nevyhnutné, aby účtovná jednotka dôsledne uplatňovala svoje účtovné metódy a zásady tak, aby údaje zverejnené za jedno účtovné obdobie boli porovnateľné s údajmi z predchádzajúceho účtovného obdobia. Z toho vyplýva, že ak účtovná jednotka s uvedenou právnou formou už aplikovala IFRS a presunula svoje sídlo do SR sa môže rozhodnúť, že bude IFRS aplikovať aj naďalej bez ohľadu na splnenie ostatných podmienok aplikácie IFRS stanovených v SR. V podmienkach SR však platí, že ak účtovná jednotka začne aplikovať IFRS, teda zostavovať

a zverejňovať svoju účtovnú závierku v súlade s IFRS, zostavuje takúto účtovnú závierku aj keď zaniknú podmienky, kvôli ktorým začala IFRS aplikovať.

Hoci väčšina autorov hodnotí aplikáciu IFRS vo všeobecnosti pozitívne, niektorí autori sa k dobrovoľnej aplikácii IFRS sa stavajú skôr skepticky (Andrzejewski, Kedzior, & Kedzior, 2017) najmä kvôli, časovej náročnosti alebo najmä výške nákladov (Procházka, 2016), ktoré takáto zmena vyvolá. Všeobecný predpoklad o jednoduchšom prístupe ku kapitálu sa v SR príliš nepotvrdil, pretože finančné trhy v SR nie sú natoľko rozvinuté ako v západnej Európe a nepredstavujú významný spôsob získavania kapitálu. V neposlednom rade treba brať do úvahy, že účtovná závierka zostavená v súlade s IFRS podlieha povinnosti auditu v SR, takže účtovná jednotka, ktorá inak nemá povinnosť overenia svojej účtovnej závierky auditorom to musí zobrať do úvahy. Podľa štúdie (George, Ferguson, & Spear, 2012) sa náklady na audit po prechode na IFRS podstatne zvýšia aj v prípade, že pred prechodom na IFRS podliehala účtovná závierka auditu.

4 Záver

Aj keď Európska spoločnosť (SE), európske družstvo (SCE) a európske zoskupenie hospodárskych záujmov (EZH) patria medzi novšie právne formy podnikania v SR, ktoré vznikli na základe otvorenia trhov a kvôli zjednodušeniu pohybu kapitálu v rámci obchodovania medzi jednotlivými štátmi Európskej únie, sa na základe vykonanej analýzy nepotvrdil predpoklad, že v SR existuje účtovná jednotka s právnou formou podnikania SE, SCE, EZHZ, ktorá by využila výnimku, ktorú umožňuje zákon o účtovníctve a aplikovala by štandardy IFRS na základe skutočnosti, že pred zmenou sídla účtovnej jednotky do SR by už aplikovala štandardy IFRS a zostavovala a zverejňovala svoju individuálnu účtovnú závierku v súlade s IFRS.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy APVV-16-0602 Zvyšovanie relevantnosti účtovných informácií v SR - od nákladov k hodnote

Literatúra

1. Andrzejewski, M., Kedzior, D., & Kedzior, M. (2017). Determinants of a voluntary adoption of the International Financial Reporting Standards, an overview of theoretical considerations. *Ifrs: Global Rules & Local Use: Proceedings Of The 5th International Scientific Conference: Prague, October 20, 2017: Anglo-American University, Prague - Czech Republic*, 259-271.
2. Ball, R. (2006). International Financial Reporting Standards (IFRS): pros and cons for investors. *Accounting and Business Research*, 36(sup1), 5–27. <https://doi.org/10.1080/00014788.2006.9730040>.
3. George, E. T., Ferguson, C. B., & Spear, N. A. (2012). How Much Does IFRS Cost? IFRS Adoption and Audit Fees. *The Accounting Review*, 88(2), 429-462. doi:10.2308/acrr-50317.
4. Kubaščíková, Z., & Pakšiová, R. (2015). Impact of accounting standards on the results of financial analysis. *Ifrs: Global Rules & Local Use: Proceedings Of The 3rd International Scientific Conference: Prague, October 8–9, 2015: Anglo-American University, Prague – Czech republic*, 150-155.
5. Ondrušová, L. (2012). Transakcie medzi závislými osobami v rámci európskej spoločnosti a ich oceňovanie. *Účetníctví A Auditing V Procesu Světové Harmonizace: Sborník Z Mezinárodní Vědecké Konference: Hotel Horizont, Špičák, 11. - 13. Září 2012*, 89-92.

6. Procházka, D. (2016). Forced Adoption of IFRS by Czech Non-Listed Companies: An Assessment of Benefits and Costs. *Acta Oeconomica Pragensia*, 24(2), 46-62. doi:10.18267/j.aop.528.
7. Šlosárová, A., & Blahušiaková, M. (2020). *Analýza účtovnej závierky* (2. prepracované a doplnené vydanie). Wolters Kluwer SR.
8. Tumpach Miloš. (2006). *Medzinárodné štandardy na zostavenie účtovnej závierky Ifrs/Ias*. Iura Edition.
9. Tumpach, M., Máziková, K., & Kuceková, M. (2015). Boilerplate reporting used by Slovak IFRS submitters. *Financial Management Of Firms And Financial Institutions: Proceedings: 10Th International Scientific Conference: 7Th - 8Th September 2015, Ostrava, Czech Republic*, 1334-1339.
10. Tumpach, M. (2016). Misapplications of rules for the exchange rate differences by Slovak IFRS adopters. *Managing And Modelling Of Financial Risks: Proceedings: 8Th International Scientific Conference: 5Th - 6Th September 2016, Ostrava, Czech Republic*, 1016-1021.
11. Weygandt, J. J., Kimmel, P. D., & Kieso, D. E. (2018). *Accounting principles* (13th ed.). Wiley.
12. Zákon NR SR č.431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.

Aplikácia genetického algoritmu a ostrovného genetického algoritmu na problém obchodného cestujúceho s časovými oknami

Application of genetic algorithm and island genetic algorithm for solving traveling salesman problem with time windows

Mário Pčolár¹

Abstrakt

Problém obchodného cestujúceho s časovými oknami patrí do triedy NP-ťažkých úloh. Na riešenie sa využívajú ako exaktné metódy, tak aj heuristické a metaheuristické metódy. Cieľom tohto príspevku je preskúmať možnosť aplikácie genetického algoritmu a ostrovného genetického algoritmu na riešenie úloh obchodného cestujúceho s časovými oknami. Príspevok sa zaoberá formuláciou genetického a ostrovného genetického algoritmu a testovaním naprogramovaných formulácií na štandardizovaných úlohách. Dosiachnuté výsledky pre vybrané testovacie úlohy sú na porovnateľnej úrovni s doteraz najlepšimi známymi riešeniami z odbornej literatúry. Obe formulácie genetického algoritmu poskytujú konzistentnú konvergenciu ku kvalitatívne „dobrým“ riešeniam v „rozumnom“ čase.

Kľúčové slová

problém obchodného cestujúceho s časovými oknami, genetický algoritmus, ostrovný genetický algoritmus.

Abstract

The traveling salesman problem with time windows belongs to the class of NP-hard problems. They are used exact methods as well as heuristic and metaheuristic methods to solving TSPTW. The aim of this paper is to explore the possibility of applying a genetic algorithm and an island genetic algorithm to solve the traveling salesman problem with time windows. The paper deals with the formulation of the genetic and island genetic algorithm and by testing programmed formulations by standardized problems. The achieved results for selected test problems are at a level comparable to the best known solutions from the literature. Both formulations of the genetic algorithm provide consistent convergence to qualitatively "good" solutions in a "reasonable" time.

Key words

traveling salesman problem with time windows, genetic algorithm, island genetic algorithm.

JEL classification

C61, R41

1 Úvod

Problém obchodného cestujúceho s časovými oknami (TSPTW) patrí do kategórie NP-ťažkých úloh. Savelsbergh (1985) vo svojom článku ukázal, že dokonca nájdenie prípustného riešenia TSPTW je NP-ťažký problém. Exaktné metódy na riešenie tohto problému sú limitované veľkosťou úlohy a komplexnosťou časových okien (veľké množstvo prekrývajúcich

¹ Ing. Mário Pčolár, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, mario.pcolar@gmail.com.

sa časových okien). Zložitosť riešenia tohto problému umožňuje využitie heuristických, prípadne metaheuristických metód, ktoré však nezaručujú nájdenie optimálneho riešenia, no na druhej strane sú pomerne jednoduché a rýchle. Medzi takéto metódy patria aj evolučné algoritmy.

Prístupy k riešeniu problematiky obchodného cestujúceho s časovými oknami siahajú od exaktných metód matematického programovania po heuristické a metaheuristické metódy. Využitie exaktných metód je stále limitované veľkosťou a komplexnosťou problému, na druhej strane heuristické metódy nezaručujú nájdenie optimálneho riešenia, no výpočtový čas potrebný na dosiahnutie „kvalitného“ riešenia je väčšinou menší ako v prípade exaktných metód. Jednou z prvých exaktných metód využitých na riešenie tohto problému bola metóda vetiev a hraníc, ktorá sa bežne využíva aj pri riešení problému obchodného cestujúceho (TSP). Formuláciu metódy vetiev a hraníc pre problém TSPTW predstavujú v článku Christofides et al. (1981). Ich formulácia je schopná riešiť úlohy o veľkosti 50 vrcholov, no algoritmus si vyžaduje, aby nedochádzalo k výraznému prekryvaniu časových okien jednotlivých klientov. V článku Dumas et al. (1995) využívajú metódy dynamického programovania, ktoré umožňujú riešiť úlohy TSPTW o rozmeroch 200 vrcholov so šírkou časových okien od 20 po 100 jednotiek. Ďalším prístupom zo sféry exaktných metód je riešenie TSPTW prostredníctvom metód optimalizácie s ohraničujúcimi podmienkami. Takúto formuláciu môžeme nájsť napríklad v článku Focacci et al. (2002). Zo súčasnejších príspevkov je to napríklad Baldacci et al. (2012), ktorí na riešenie využívajú dynamické programovanie.

V dôsledku limitácií exaktných algoritmov pri riešení problémov tohto typu existuje solídna vetva výskumu, ktorá sa zaoberá využitím heuristických a metaheuristických techník. Medzi takéto články patria napríklad: Carlton a Barnes (1996), ktorí využívajú techniku tabu-search, kde pri prehľadávaní susedných vrcholov zohľadňujú neprípustné alternatívy aplikáciou penalizačnej funkcie; Gendreau et al. (1998) využívajú post-optimalizačnú heuristiku založenú na takmer-optimálnej (near-optimal) heuristike pre TSP; Ohlmann a Thomas (2007) využívajú Compressed-Annealing heuristiku založenú na technikách simulovaného žihania (Simulated-Annealing) a dynamickej penalizačnej funkcii; Čičková (2008) rieši TSPTW pomocou modifikácie SOMA algoritmu; López a Blum (2010) na riešenie TSPTW využívajú Bean-ACO algoritmus založený na modifikácii algoritmu mravčej kolónie; Da Silva a Urrutia (2010) využívajú General variable neighborhood search heuristiku, ktorá je založená na princípe dvoch fáz. Väčšina novších príspevkov v oblasti heuristik na riešenie TSPTW využíva modifikácie práve tejto metódy.

2 Problém obchodného cestujúceho s časovými oknami (TSPTW)

TSPTW pridáva do problému TSP dodatočné ohraničenia a to časové okná (intervaly), v rámci ktorých je možný vstup do daného vrcholu. Cieľom takéhoto problému môže byť minimalizácia trvania okružnej cesty alebo minimalizácia prejdenej vzdialenosti s ohľadom na dodržanie ohraničení spojených s časovými oknami. Z pohľadu praktickej aplikácie tohto problému sa väčšinou zvykne označenie vrcholu v grafe nahradiť označením klient a počiatočný a záverečný vrchol sa zvykne označovať ako stredisko. Problém TSPTW pozostáva z nájdenia najkratšej ohodnotenej cesty začínajúcej a končiacej v stredisku a prechádzajúcej každým klientom práve raz. Každý klient ma pridelený:

- čas obsluhy; teda čas potrebný na obslúženie klienta
- najskôr možný čas obsluhy; klient nemôže byť obslúžený pred najskôr možným časom obsluhy
- najneskôr možný čas obsluhy; klient musí byť obslúžený pred jeho najneskôr možným časom obsluhy

Takéto dodatočné ohraničenia zvyšujú komplexnosť pôvodného problému TSP. Ohlmann a Thomas (2007) uvádzajú, že v odbornej literatúre existujú dva typy formulácie účelovej funkcie pre úlohy TSPTW: (1) minimalizácia prejdenej vzdialenosti s ohľadom na splnenie ohraničení spojených s časovými oknami, (2) minimalizácia času potrebného na návrat do strediska.

V súlade s článkom (Ohlmann a Thomas, 2007) problém obchodného cestujúceho s časovými oknami môžeme definovať nasledovne. Nech platí, že $G = (N, A)$ predstavuje úplný graf, kde $N = \{0, 1, \dots, n\}$ predstavuje konečný zoznam vrcholov (klientov) a $A = N * N$ tvorí set hrán spajajúcich jednotlivých klientov. Predpokladajme, že pre všetky $i, j \in N$ existuje hrana $(i, j) \in A$. Každá okružná cesta je definovaná poradím navštívenia jednotlivých n klientov zapísaná nasledovne $\tilde{s} = \{p_0, p_1, \dots, p_n, p_{n+1}\}$, kde p_i predstavuje index klienta v i -tej pozícii okružnej cesty. Klient označený indexom 0 predstavuje stredisko a predpokladáme, že každá okružná cesta začína a končí v stredisku, teda $p_0 = p_{n+1} = 0$. Všetci ostatní klienti majú pridelenú pozíciu zo zvyšných p_1 až p_n možných pozícií. Pre $j = 0, \dots, n$, existujú náklady $c(a_j)$ spojené s prechodom medzi klientom v poradí j a $j + 1$ teda $a_j = (p_j, p_{j+1})$. Tieto náklady prechodu medzi klientom p_j a p_{j+1} pozostávajú z času vynaloženého na obsluhu klienta p_j plus čas vynaložený na prejdenie trasy medzi klientom p_j a p_{j+1} . Každý $i - t\acute{y}$ klient má stanovené časové okno $[e_i, l_i]$ počas ktorého musí byť $i - t\acute{y}$ klient navštívený. Ďalej uvažujme v prípade, že obchodný cestujúci navštívi $i - teho$ klienta v čase menšom ako e_i , tak obchodný cestujúci čaká do momentu začatia časového okna $i - teho$ klienta. V dôsledku kontrolovania prípustnosti s ohľadom na ohraničenia spojené s časovými oknami budeme zaznamenávať čas príchodu A_{p_i} obchodného cestujúceho k $i - temu$ klientovi a čas začatia

$$\begin{aligned}
 \text{UF: } \text{Min } v(\tilde{s}, \lambda) &= \sum_{i=0}^n c(a_i) + \lambda \sum_{i=1}^n \max\{0, D_{p_i} - l_{p_i}\} \\
 A_{p_i} &= D_{p_i} + c(a_{i-1}) \text{ pre } i = 1, \dots, n + 1; \\
 D_{p_i} &= \max\{A_{p_i}, e_{p_i}\} \text{ pre } i = 1, \dots, n; \\
 D_{p_0} &= 0 \\
 p_i &\in \{1, 2, \dots, n\} \text{ pre } i = 1, \dots, n; \\
 p_i &\neq p_j \text{ pre } i, j = 1, \dots, n, i \neq j;
 \end{aligned}$$

obsluhy D_{p_i} u $i - teho$ klienta. D_{p_i} je zároveň totožný s časom odchodu obchodného cestujúceho od $i - teho$ klienta v prípade, že neuvažujeme so žiadnym časom obsluhy. Následne relaxáciou ohraničení spojených s časovými oknami môžeme problém TSPTW formulovať v tvare uvedenom vyššie.

Druhý člen účelovej funkcie predstavuje penalizačnú funkciu, ktorá nám umožňuje relaxovať ohraničenia spojené s časovými oknami. Pričom λ predstavuje nezáporné veľké číslo, ktoré označujeme ako penalizačný koeficient (násobiteľ). V rámci formulácie nášho algoritmu uvažujeme s nastavením $\lambda = 5000$. Formulácia funkcie minimalizácie prejdenej vzdialenosti pre úlohu TSPTW v prostredí RStudio uvádzame na obr. 1.

Obr. 1: Funkcia minimalizácie prejdenej vzdialenosti pre úlohu TSPTW

```

Trvanie<-function(tour,distMatrix){
  tour <- c(tour,tour[1])
  route <- embed(tour, 2)[, 2:1]
  suma<-sum(distMatrix[route])
  arrival<-c(0)
  i=2
  Departure<-c(0)
  penalizacna<-c(0)
  while (i<=length(route[,1])) {
    if (i==1) {
      arrival<-0
      Departure<-0
      penalizacna<-max(0,Departure-Dáta2[[tour[i],6]])
    } else {
      arrival<-Departure+distMatrix[route[i-1,][1],route[i-1,][2]]
      Departure<-max(arrival,Dáta2[[tour[i],5]])
      penalizacna<-penalizacna+max(0,Departure-Dáta2[[tour[i],6]])
    }
    i<-i+1
  }
  suma<-suma+5000*penalizacna
  return(suma)
}

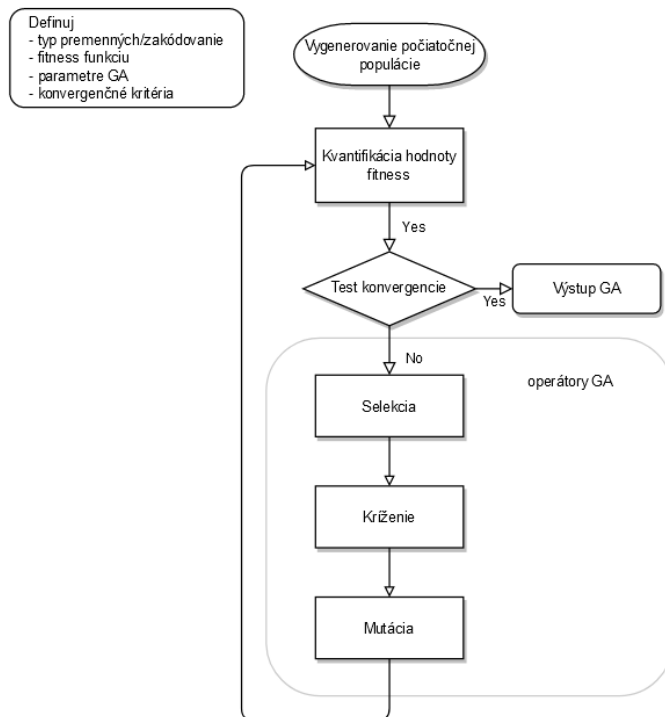
```

Zdroj: vlastné spracovanie

3 Genetický algoritmus a ostrovny genetický algoritmus

Genetický algoritmus (metaheuristická metóda) môžeme označiť ako algoritmus založený na stochastickom prehľadávaní množiny riešení. Myšlienku genetických algoritmov ako prvý predstavil John Holland v roku 1960 ako koncept algoritmu založený na Darwinovej evolučnej teórii.

Obr. 2: Schéma znázorňujúca priebeh genetického algoritmu



Zdroj: spracované podľa (Scrucca, 2013)

Samotná aplikácia genetického algoritmu v súlade s obr. 2 začína vygenerovaním náhodnej počiatočnej populácie jedincov. Následne dochádza k ohodnoteniu kvality jedincov

prostredníctvom fitness funkcie. Kontroluje sa splnenie konvergenčných kritérií, ak sú splnené algoritmus končí, ak nie sú splnené konvergenčné kritériá dochádza k tvorbe novej populácie. Jednotlivcom v súčasnej populácii je priradená pravdepodobnosť proporcionálna ku hodnote fitness funkcie daného jedinca. Prostredníctvom operátora selekcia sa zostaví množina jedincov, na ktorých bude následne aplikované kríženie. Novú populáciu tvorí percento najlepších jednotlivcov stanovených mierou elitizmu. Zvyšná časť novej populácie je doplnená prostredníctvom aplikácie operátorov kríženia a mutácie. Následne sa algoritmus vracia ku kroku ohodnotenia kvality jedincov a v tejto slučke pokračuje do momentu dosiahnutia konvergenčných kritérií.

Selekcia

Jedným z operátorov GA je selekcia. Selekcia predstavuje nástroj, ktorý rozhoduje o výbere jednotlivých jedincov pre potreby kríženia. Výber jednotlivcov prebieha na základe fitness hodnôt jednotlivých jedincov. Existuje viacero metód selekcie pre GA s formuláciou jedinca ako permutácie. Medzi tie najznámejšie patria roulette wheel (ruleta), rank selection (podľa poradia) a tournament selection (turnaj). V rámci našich formulácií využívame selekciu prostredníctvom turnaja.

➤ *Tournament selection*

Princíp turnajovej selekcie je jednoduchý. Stanoví sa počet jedincov, ktorý sa vyberie náhodne z populácie a následne najlepšiemu z týchto náhodne vybraných jedincov je umožnené kríženie.

Elitizmus (Elitism)

V určitej miere môžeme elitizmus v GA označiť za metódu selekcia. S ohľadom na kvalitu jedinca sa vyberie percento jedincov s najlepšou hodnotou fitness funkcie a títo jedinci sa stanú súčasťou novej populácie. Takýto nástroj umožňuje GA zachovanie informácie o najlepších jedincoch, čo zvyšuje pravdepodobnosť konvergenzie GA ku globálne optimálnemu riešeniu z ľubovoľnej náhodnej počiatočnej populácie.

Kríženie

Kríženie ako nástroj GA slúži na predávanie informácie medzi jedincami s cieľom vytvoriť nového jedinca. Algoritmus GA pomocou selekcie určí kandidátov, ktorým bude umožnené kríženie, následne pomocou kombinácie dvoch jedincov (rodičov) sú vytvorení potomkovia. V prípade formulácie jedinca ako permutácie je pre väčšinu metód charakteristické, že krížením dvoch jedincov vzniknú dvaja noví jedinci. Medzi najznámejšie metódy patria napríklad cycle crossover, order-based crossover, position-based crossover a ďalšie. V prípade našich formulácií GA algoritmu sme pracovali s Non-Wrapping Ordered Crossover (NWOC).

➤ *Non-Wrapping Ordered Crossover*

NWOC predstavený Cicirellom (2006) je metóda kríženia založená na princípe vytvárania a vypĺňania prázdnych miest s ohľadom na udržanie absolútneho poradia génov jedinca. Jednotlivé kroky algoritmu zachytáva tab.1.

Tab. 1: Non-wrapping ordered crossover algoritmus

Rodičia: $r_1 = \{r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{1,i}, \dots, r_{1,n}\}$, $r_2 = \{r_{2,1}, r_{2,2}, \dots, r_{2,i}, \dots, r_{2,n}\}$
Potomkovia: $p_1 = \{p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{1,i}, \dots, p_{1,n}\}$, $p_2 = \{p_{2,1}, p_{2,2}, \dots, p_{2,i}, \dots, p_{2,n}\}$
(1) Vytvoríme jedincov p_1 a p_2 s prázdnyimi génmi a rovnakou dĺžkou chromozómu ako u rodičov
(2) Vyberme ľubovoľné dva body x a y , pre ktoré platí, že $1 \leq x \leq y \leq n$
(3) Doplňme na rovnaké pozície do prvého potomka gény nachádzajúce sa v druhom rodičovi na pozíciách z intervalu $\langle x, y \rangle$; Doplňme na rovnaké pozície do druhého potomka gény nachádzajúce sa v prvom rodičovi na pozíciách z intervalu $\langle x, y \rangle$
(4) Identifikujme gény u prvého rodiča, pre ktoré platí, že $r_{1,i} \notin \{r_{2,x}, \dots, r_{2,y}\}$ a doplňme dané gény na prázdne miesta u prvého potomka v poradí ako sa nachádzajú u rodiča; Identifikujme gény u druhého rodiča, pre ktoré platí, že $r_{2,i} \notin \{r_{1,x}, \dots, r_{1,y}\}$ a doplňme dané gény na prázdne miesta u druhého potomka v poradí ako sa nachádzajú u rodiča.

Zdroj: vlastné spracovanie podľa (Cicirello, 2006)

Ilustračný príklad uvádzame v tab. 2 v danom prípade sú náhodne vybrané pozície 4 a 6.

Tab. 2: Ilustračný príklad priebeh kríženia metódou NWOC

1. Rodič	2. Rodič
1 2 3 4 5 6 7 8 9	9 1 8 2 7 3 6 4 5
1. Potomok	2. Potomok
- - - 2 7 3 - - -	- - - 4 5 6 - - -
1. Rodič	2. Rodič
1 4 5 2 7 3 6 8 9	9 1 8 2 7 3 6 4 5
1. Potomok	2. Potomok
1 4 5 2 7 3 6 8 9	9 1 8 4 5 6 2 7 3

Zdroj: vlastné spracovanie

Mutácia

Predstavuje nástroj, ktorý zvyšuje diverzifikáciu informácií v rámci populácie, čo zvyšuje pravdepodobnosť GA na konvergenciu k riešeniu blízkeho globálne optimálnemu. V určitom zmysle slova mutácia slúži ako poistka pred stratou genetického materiálu počas jednotlivých iterácií GA. Jedinci, ktorí boli vybraní na kríženie, sú podrobení pri stanovenej pravdepodobnosti mutácií, predtým ako budú podrobení kríženiu. V rámci náhodne vybraných jedincov dochádza k prehodeniu poradia jednotlivých génov alebo reťazcov génov s ohľadom na zachovania permutácie.

V našej formulácii GA ako aj ostrovného GA využívame metódu mutácie, ktorú označujeme ako Random selection mutation method (RSMM). Jedná sa o metódu, ktorá v prípade aplikácie mutácie na konkrétneho jedinca vyberie náhodne jednu z vybraných metód mutácie. Každá zvolená metóda mutácie má rovnakú pravdepodobnosť výberu. Naša

formulácia metódy obsahuje 5 rozdielnych metód mutácie a to: Simple inversion mutation, Insertion mutation, Exchange mutation, Displacement mutation, Scramble mutation. V nasledujúcej časti príspevku vyššie uvedené metódy stručne popíšeme, nakoľko sú všetky súčasťou našej formulácie metódy mutácie. Bližší popis vyššie uvedených metód mutácie ako aj prehľad ďalších metód poskytuje článok (Larrañaga et al., 1999).

➤ *Simple inversion mutation*

Táto metóda je založená na princípe, že sa vyberú náhodne dve pozície v reťazci. Všetky gény, ktoré sa nachádzajú medzi týmito bodmi vrátane nich predstavujú podmnožinu pôvodného reťazca. V rámci danej podmnožiny prevrátíme poradie jednotlivých génov. Ilustračný príklad: náhodne vyberme pozíciu 5 a 7; podmnožina predstavuje (5,6,7); prevrátíme poradie v podmnožine (7,6,5).

Pred mutáciou									Po mutácii								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	7	6	5	8	9

➤ *Insertion mutation*

Princíp tejto metódy je nasledovný. Náhodne vyber pozíciu v reťazci a odstráň danú hodnotu z reťazca. Následne dosad' odstránenú hodnotu v poradí za inú náhodne vybranú hodnotu v reťazci. Ilustračný príklad: náhodne vyberme 6. pozíciu; vyberme náhodne hodnotu 7 a dosad'me odstránenú hodnotu v poradí za hodnotu 7.

Pred mutáciou									Po mutácii								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	7	6	8	9

➤ *Exchange mutation*

Táto metóda spočíva na princípe náhodného výberu dvoch pozícií v reťazci a výmene ich poradia. Ilustračný príklad: náhodne vyberieme pozíciu 3 a 5 a vymeníme ich poradie.

Pred mutáciou									Po mutácii								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	5	4	3	6	7	8	9

➤ *Displacement mutation*

Princíp displacement metódy je podobný ako v prípade insertion metódy s tým rozdielom, že namiesto jedného génu odstránime náhodne vybraný subset génov. Náhodne vyberieme dve pozície v reťazci. Všetky gény, ktoré sa nachádzajú medzi týmito bodmi vrátane nich predstavujú podmnožinu pôvodného reťazca. Z pôvodného reťazca odstránime vybranú podmnožinu a následne vyberieme náhodnú hodnotu (z takto upraveného reťazca) za ktorú dosadíme odstránenú podmnožinu reťazca. Ilustračný príklad: náhodne vyberieme pozíciu 3 a 5; získame podmnožinu (3,4,5), ktorú z pôvodného reťazca odstránime; zo zvyšných hodnôt náhodne vyberiem hodnotu 6 za ktorú dosadíme odstránený reťazec.

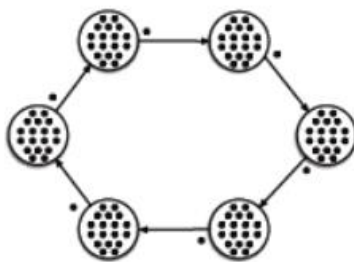
Pred mutáciou									Po mutácii								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	6	3	4	5	7	8	9

Ostrovny genetický algoritmus

Ostrovny genetický algoritmus rozširuje myšlienku genetického algoritmu o paralelné populácie. Jednotlivé populácie sa nachádzajú na samostatných ostrovoch, pričom na každú

populáciu je aplikovaná rovnaká formulácia genetického algoritmu. Jednotlivé ostrovy sú prepojené použitím jednoduchej prstencovej topológie. Medzi ostrovmi dochádza k migračným vlnám prichádzajúcich v stanovených intervaloch, ktoré umožňujú migrácií stanovenému počtu najkvalitnejších jedincov. Prepojenie ostrovov a smer prípadných migrácií zobrazuje obr. 3. Rozšírenie všeobecnej formulácie o paralelné populácie umožňuje nastavenie dodatočných parametrov týkajúcich sa počtu ostrovov, dĺžky migračných intervalov a počtu migrujúcich jedincov. Výhoda takejto formulácie GA spočíva v tom, že každá z paralelných populácií sa môže po určitú dobu vyvíjať sama čo umožňuje preskúmanie naraz viacerých oblastí (smerov) v množine riešení.

Obr. 3: Schéma prepojenia ostrovov v ostrovnom genetickom algoritme



Zdroj: prevzaté z (Scrucca, 2017)

Genetické algoritmy sú pomerne citlivé na nastavenie parametrov algoritmu. Medzi nastaviteľné parametre (označenie parametrov je prevzaté podľa formulácie funkcie $ga()$ v prostredí RStudio) genetického algoritmu patria:

- Popsiz; predstavuje veľkosť populácie, ktorá bude využitá v jednotlivých iteráciách algoritmu
- Pcrossover; predstavuje percentuálnu mieru s ktorou nastane kríženie medzi 2 jedincami
- Pmutation; predstavuje percentuálnu mieru s ktorou nastane mutácia v rámci vybraného jedinca
- Elitism; určuje percento najlepších jedincov z populácie (na základe fitness funkcie), ktorý budú zachovaný do ďalšej generácie

V prípade našej formulácie pre riešenie úlohy TSPTW využívame kombináciu metód a parametrov uvedenú v tab. 3. Hodnoty jednotlivých parametrov boli stanovené na základe série experimentov s rôznymi kombináciami hodnôt parametrov a metód, pričom sme porovnávali rýchlosť a dosiahnuté výsledky jednotlivých kombinácií. Všetky výpočty obsiahnuté v rámci výpočtových experimentov sú kvantifikované pri nastaveniach uvedených nižšie.

Tab. 3: Nastavenia parametrov genetického algoritmu a ostrovného genetického algoritmu

Genetický algoritmus TSPTW	Ostrovný genetický algoritmus TSPTW
Popsiz: 100	Popsiz: 200
Mselection: tournament selection	Mselection: tournament selection
Mcrossover: NWOC	Mcrossover: NWOC
Mmutation: RSMM	Mmutation: RSMM
Elitism: 0,1	Elitism: 0,05
Pcrossover: 0,4	Pcrossover: 0,4
Pmutation: 0,5	Pmutation: 0,5
	NumIsland: 4
	Migration rate: 0,01
	Migration interval: 50

Zdroj: vlastné spracovanie

4 Výpočtové experimenty

Na otestovanie schopností našich formulácií GA a ostrovného GA využijeme štandardizované dáta využívané v odbornej literatúre pri testovaní algoritmov na riešenie úloh TSPTW. Jedná sa o súbor dát z článku (Potvin a Bengio, 1996). Jednotlivé úlohy sa líšia počtom klientov n , prípadne maximálnou dĺžkou intervalu pre časové okná w . Distančné matice vybraných testovacích úloh sú prevzaté z webovej stránky, ktorá obsahuje zbierku štandardizovaných úloh využívaných pri testovaní algoritmov na riešenie TSPTW, ktorú uvádzame v zozname použitej literatúry. Získané výsledky budeme porovnávať s doteraz najlepšimi nájdenými výsledkami. Nakoľko v prípade GA môže kvalitu získaných výsledkov vo veľkej miere ovplyvniť počiatočná populácia, ktorá je generovaná náhodne, riešenie jednotlivých úloh budeme opakovať v 5 opakovaníach, pričom budeme prezentovať najlepší získaný výsledok, priemerný získaný výsledok, výpočtový čas v sekundách najlepšieho riešenia, priemerný čas realizovaných opakovaní ako aj percentuálnu odchýlku najlepšieho dosiahnutého riešenia od doteraz najlepšieho známeho riešenia. Jednotlivé výpočty boli realizované v prostredí RStudio za použitia balíčka GA (Genetic algorithm) a funkcií `ga()` a `gaisl()` s tým, že jednotlivé použité metódy genetických operátor GA ako aj nastavenia jednotlivých parametrov uvádzame vyššie v tab. 3. Podrobnosti o balíčku a využití balíčka GA sú podrobnejšie popísané v (Scrucca, 2013 a 2017).

Tab. 4: Výsledky ostrovného genetického algoritmu

(Potvin a Bengio, 1996)	GA					
	Typ úlohy	Naj.znám.rieš.	Naj. rieš.	Priemer.	Čas (sec)	Priemerný čas (sec)
n20w120.001	267	267	276,20	20,60	22,68	0,00
n20w160.003	201	201	201,00	21,30	24,26	0,00
n20w200.001	233	233	233,20	19,90	23,08	0,00
n40w120.001	434	434	440,40	36,60	44,92	0,00
n40w160.001	348	349	354,00	36,00	45,66	0,29
n40w200.001	330	330	344,60	47,20	47,68	0,00
n60w120.001	384	384	406,00	106,80	89,40	0,00
n60w160.001	560	566	575,20	82,80	101,52	1,07
n60w200.001	410	415	446,80	77,40	84,24	1,22
n80w120.001	498	518	533,00	134,40	130,44	4,02
n80w160.001	506	516	542,40	113,40	169,08	1,98
n80w200.001	490	495	511,60	130,20	181,20	1,02

Zdroj: vlastné spracovanie

Tab. 4 a tab. 5 obsahuje výsledky dosiahnuté jednotlivými formuláciami genetického algoritmu v porovnaní s doteraz najlepšimi známymi riešeniami. Zdrojom doteraz najlepších známych riešení je zbierka riešení štandardizovaných úloh autorov López-Ibáñez a Blum (2019). Uvedené tabuľky obsahujú v jednotlivých stĺpcoch zľava: označenie vybraných štandardizovaných testovacích úloh z článku (Potvin a Bengio, 1996); doteraz najlepšie známe riešenie danej úlohy; najlepšie získané riešenie konkrétnou formuláciou genetického algoritmu; priemerný získaný výsledok pri piatich opakovaníach, výpočtový čas v prípade najlepšieho získaného riešenia; priemerný výpočtový čas pri piatich opakovaníach; percentuálnu odchýlku vypočítanú ako $(\text{Naj.rieš} - \text{Naj.znám.rieš})/\text{Naj.znám.rieš} * 100$.

Tab. 5: Výsledky ostrovného genetického algoritmu

Typ úlohy	Island GA						
	(Potvin a Bengio,1996)	Naj.znám.rieš.	Naj. rieš.	Priemer.	Čas (sec)	Priemerný čas (sec)	%odch.
n20w120.001		267	267	277,80	13,10	14,86	0,00
n20w160.003		201	201	201,00	10,50	12,46	0,00
n20w200.001		233	233	247,40	12,70	13,60	0,00
n40w120.001		434	434	436,40	32,40	38,62	0,00
n40w160.001		348	349	352,00	31,70	37,38	0,29
n40w200.001		330	333	337,20	31,30	34,08	0,91
n60w120.001		384	384	390,60	68,40	73,56	0,00
n60w160.001		560	563	580,80	73,20	83,16	0,54
n60w200.001		410	445	451,20	81,60	69,84	8,54
n80w120.001		498	511	528,60	158,40	142,68	2,61
n80w160.001		506	508	546,80	187,80	188,76	0,40
n80w200.001		490	510	525,20	187,80	190,08	4,08

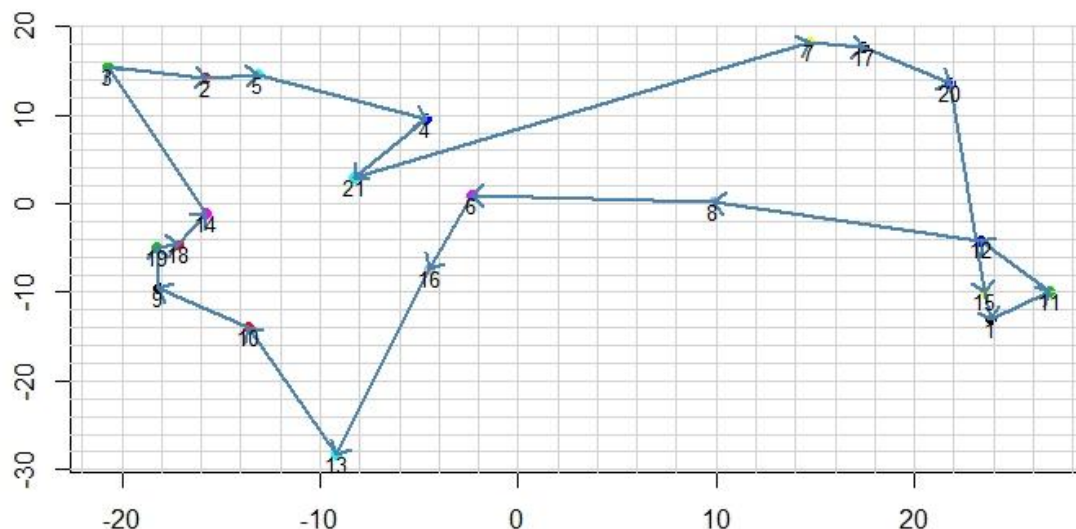
Zdroj: vlastné spracovanie

Z výsledkov prezentovaných v tab. 4 a tab. 5 je zjavné, že genetický algoritmus ako aj ostrovný genetický algoritmus predstavujú použiteľnú alternatívu pre riešenie úloh TSPTW. Vo všetkých vybraných úlohách dosiahnuté výsledky dosahujú kvalitu blízku doteraz najlepšiemu známemu riešeniu. Možnosť aplikácie našich formulácií GA na riešenie úloh TSPTW potvrdzuje aj prijateľnosť potrebného výpočtového času. Najdlhší potrebný výpočtový čas bol v najdlhšom prípade menší ako 4 minúty a to v prípade riešenia úlohy o 80 klientoch. Z porovnania výsledkov dosiahnutých jednotlivými formuláciami genetického algoritmu je zjavné, že ako kvalita, tak aj výpočtový čas v prípade jednotlivých úloh je na porovnateľnej úrovni. V oboch prípadoch je zjavné, že genetický algoritmus aj ostrovný genetický algoritmus konzistentne konvergujú ku kvalitatívne porovnateľným riešeniam s doteraz najlepšimi známymi riešeniami pre vybrané štandardizované úlohy problému obchodného cestujúceho s časovými oknami. V prípade genetického algoritmu bolo dosiahnuté najlepšie známe riešenie v 6 prípadoch z 12 a v prípade ostrovného genetického algoritmu v 5 prípadoch z 12. Najväčšia odchýlka pri porovnaní najlepšieho získaného s najlepším doteraz známym riešením je v rámci oboch formulácií 8,5 %. Priemerná odchýlka medzi získanými najlepšimi riešeniami a doteraz najlepšimi známymi riešeniami v rámci všetkých vybraných testovacích úloh je v prípade genetického algoritmu na úrovni 0,8 % a v prípade ostrovného genetického algoritmu 1,45 %. Z pohľadu času vynaloženého na výpočty je genetický ostrovný algoritmus v priemere rýchlejší v rámci úloh rozmeru 20-60 klientov, na druhej strane genetický algoritmus je v priemere rýchlejší ako ostrovný genetický algoritmus pri úlohách rozmeru 80 klientov.

Vizualizácia vybraného riešenia v prostredí RStudio je zachytená na obr. 4. Grafická vizualizácia zobrazuje najlepšie riešenie problému n20w160.003, teda najkratšiu okružnú trasu medzi 20 klientmi so stanicou vo vrchole číslo 1.

Obr. 4: Vizualizácia najkratšej okružnej cesty problému n20w160.003

Najkratšia okružná cesta



Zdroj: vlastné spracovanie

5 Záver

Cieľom tohto príspevku bolo preskúmať možnosť aplikácie genetického algoritmu na riešenie problému obchodného cestujúceho s časovými oknami. V článku popisujeme problematiku genetického algoritmu a ostrovného genetického algoritmu pri ich aplikácii na riešenie problému TSPTW. Aplikácia formulácií genetického algoritmu si vyžaduje využitie náležitých softvérových produktov. Na aplikáciu všeobecného genetického algoritmu ako aj realizáciu všetkých výpočtov využívame prostredie RStudio. Pre potreby riešenia TSPTW sme navrhli upravenú formuláciu všeobecného genetického algoritmu, ktorý sa nachádza v prostredí RStudio, v rámci balíčka GA. V prípade oboch formulácií sme testovali pomocou vybraných, v odbornej literatúre bežne používaných, úloh TSPTW schopnosti konvergencie algoritmu k optimálnemu riešeniu ako aj časovú náročnosť algoritmu spojenú s riešením tohto problému. Z dosiahnutých výsledkov vyplýva, že prezentované formulácie GA a ostrovného GA môžu predstavovať alternatívne metódy na riešenie problému obchodného cestujúceho s časovým ohraničením v podobe časových okien v prípade nemožnosti aplikácie exaktných techník. Prezentované výsledky poukazujú na konzistentnosť konvergencie k „dobrým“ riešeniam v prijateľnom čase v oboch skúmaných formuláciách genetického algoritmu. Predstavené formulácie s najväčšou pravdepodobnosťou nepredstavujú najefektívnejšie formulácie genetického algoritmu na riešenie problému obchodného cestujúceho s časovými oknami. Potencionálne zlepšenie algoritmu môže spočívať vo viacerých aspektoch ako napríklad: (1) zlepšenie kvality počiatočnej populácie predstavením „kvalitných návrhov“, (2) preskúmaním možnosti a efektívnosti aplikácie edge recombination operator ako metódy kríženia, (3) kombináciou GA a ďalších techník matematickej optimalizácie (hybridné GA). Na druhej strane predstavené formulácie predstavujú solídny základ na riešenie problému tohto typu evolučnými technikami.

Literatúra

1. Baldacci, R., Mingozzi, A. and Roberti, R. (2012). New State-Space Relaxations for Solving the Traveling Salesman Problem with Time Windows. *INFORMS Journal on Computing*, 24, 356-371. DOI: <https://doi.org/10.1287/ijoc.1110.0456>.
2. Carlton, W.B. and Barnes, J.W. (1996). Solving the Traveling-Salesman Problem with

- Time Windows Using Tabu Search. *IIE Transactions*, 28, 617-629. DOI <https://doi.org/10.1080/15458830.1996.11770707>.
3. Cicirello, V.A. (2006). Non-wrapping order crossover: an order preserving crossover operator that respects absolute position. *Proceedings of the 8th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation - GECCO '06*. ACM Press, Seattle, Washington, USA, 1125. DOI: <https://doi.org/10.1145/1143997.1144177>.
 4. Čičková, Z. (2015). Solving time constrained routing problems by exact and alternative approach. *Information Technology Applications/International Scientific Journal*, 4(2), pp.: 32-47.
 5. da Silva, R.F. and Urrutia, S. (2010). A General VNS heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *Discrete Optimization*, 7, 203-211. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2010.04.002>.
 6. Dumas, Y., Desrosiers, J., Gelinas, E. and Solomon, M.M. (1995). An Optimal Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Time Windows. *Operations Research*, 43, 367-371. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.43.2.367>.
 7. Focacci, F., Lodi, A. and Milano, M. (2002). A Hybrid Exact Algorithm for the TSPTW. *INFORMS Journal on Computing*, 14, 403-417. DOI: <https://doi.org/10.1287/ijoc.14.4.403.2827>.
 8. Gendreau, M., Hertz, A., Laporte, G. and Stan, M., (1998). A Generalized Insertion Heuristic for the Traveling Salesman Problem with Time Windows. *Operations Research*, 46, 330-335. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.46.3.330>.
 9. Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1981). Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. *Mathematical Programming*, 20, 255-282. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01589353>.
 10. Larrañaga, P., Kuijpers, C.M.H., Murga, R.H., Inza, I. and Dizdarevic, S. (1999). Genetic Algorithms for the Travelling Salesman Problem: A Review of Representations and Operators. *Artificial Intelligence Review*, 13, 129-170. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1006529012972>.
 11. López-Ibáñez, M. and Blum, C. (2010). Beam-ACO for the travelling salesman problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 37, 1570-1583. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.11.015>.
 12. López-Ibáñez, M. and Blum, C. (2019). Benchmark Instances for the Travelling Salesman Problem with Time Windows (TSPTW). Available at: <http://lopez-ibanez.eu/tsptw-instances#LopBlu13:asoc> [28.8.2020].
 13. Ohlmann, J.W. and Thomas, B.W. (2007). A Compressed-Annealing Heuristic for the Traveling Salesman Problem with Time Windows. *INFORMS Journal on Computing*, 19, 80-90. DOI: <https://doi.org/10.1287/ijoc.1050.0145>.
 14. Potvin, J.Y. and Bengio, S. (1996). The Vehicle Routing Problem with Time Windows - Part II: Genetic Search; *INFORMS Journal on Computing*, 8(2), 165-172, DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.8.2.165>.
 15. Savelsbergh, M.W.P. (1985). Local search in routing problems with time windows. *Ann Oper Res*, 4, 285-305. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02022044>.
 16. Scrucca, L. (2013). GA: a package for genetic algorithms in R. *Journal of Statistical Software*, 53(4), 1-37.
 17. Scrucca, L. (2017). On Some Extensions to GA Package: Hybrid Optimisation, Parallelisation and Islands Evolution On some extensions to GA package: hybrid optimisation, parallelisation and islands evolution. *The R Journal*, 9(1), 187-206. DOI: <https://doi.org/10.32614/RJ-2017-008>.

Blackov-Littermanov model v teórii a praxi

Black-Litterman model in theory and practice

Ludovít Pinda¹

Abstrakt

Príspevok teoreticky opisuje Blackov-Littermanov model, ktorého využitie ukážeme na konštrukcii portfólia akcií vybraných z akciového indexu DAX30. Na základe subjektívnych pozorovaní ukážeme, že nami vytvorené portfólio má vyššiu výnosnosť ako výnosnosť indexu DAX30 pri stratégii buy&hold a ešte vyššiu výnosnosť pri uvažovaní krátkej pozície vybraných akcií.

Kľúčové slová

Blackov-Littermanov model, akciový index DAX30, buy&hold stratégia, krátka pozícia

Abstract

The paper theoretically describes the Black-Litterman model, the use of which we will show in the construction of a portfolio of stocks selected from the DAX30 stock index. Based on subjective observations, we will show that the portfolio we create has a higher return than the return of the DAX30 index in the buy & hold strategy and an even higher return when considering the short position of selected stocks.

Key words

Black-Litterman model, stock index DAX30, buy&hold strategy, short position

JEL classification

G22

1 Úvod

Blackov-Littermanov model (B-L model) je pokračovaním pôvodnej teórie modelu CAPM. Predstavuje však vyššiu komplexnosť, než aká je známa z tradičného postupu pri modernej teórii portfólia. Cieľom tohto modelu je spojiť kvantitatívne matematické metódy s kvalitatívnymi, subjektívnymi odhadmi investorov. Za tvorcov modelu sa považujú americkí ekonómi Fischer S. Black a Robert B. Litterman, ktorí ho po prvýkrát predstavili začiatkom 90. rokov minulého storočia v spoločnosti Goldman Sachs len ako súčasť interného dokumentu. Ich model ponúka sofistikovanú metódu na prekonanie neintuitívnych, silno koncentrovaných portfólií podľa Markowitza zahrnutím subjektívnych názorov investorov na trhu. Optimalizácia Markowitzovho modelu je podstatne závislá od vstupných a historických dát, pričom váhy jednotlivých aktív sa významne menili so zmenami vstupujúcich premenných. Táto skutočnosť je hlavným dôvodom, prečo väčšina portfóliových investorov už nevyužíva Markowitzovu optimalizáciu založenú na maximalizácii výnosov pre stanovenú úroveň rizika. Black s Littermanom vytvorili model, ktorý umožňuje tzv. Bayesovský prístup, ktorého význam spočíva v kombinovaní názorov investorov na očakávané výnosy aktív s predchádzajúcim rozdelením očakávaných výnosov. Pomocou modelu sa tak vytvorí portfólio, ktoré je

¹ prof. RNDr. Ludovít Pinda, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, ludovit.pinda@euba.sk.

kombináciou trhovej rovnováhy s názormi investorov, čím sú váhy portfólia pridelené aktívam oveľa intuitívnejšie. Tento model tak umožňuje investorom realizovať svoje presvedčenie, aby sa ich pozorovanie prejavilo pri rozhodnutí, aké váhové zastúpenie by mali použiť pre každé aktívum alebo skupinu aktív pri vytváraní svojho optimálneho portfólia. Ich dôvera a predpoklady sú v modeli implementované prostredníctvom odhadov (Black, F. – Litterman, R., (1992)).

2 Formulácia Blackovho- Littermanovho modelu

Jednotliví autori sa na B-L model a jeho podstatu pozerajú z viacerých pohľadov. Podľa Benninga, S. et al.(2000) je hlavnou myšlienkou modelu, že ak neexistujú dodatočné informácie, výnos benchmarku (trhového indexu) nemôže byť prekonaný pri jeho vypočítanom riziku. Pri B-L modely sa očakávané výnosy každej zložky berú z akciového indexu - benchmarku. V prípade nesúhlasu investora s očakávanou návratnosťou niektorých aktív z portfólia môže investor vykonať vlastné pozorovania a na ich základe upraviť vážené zastúpenie uvažovaných zložiek. Portfóliá štruktúrované podľa modelu B-L sa z tohto dôvodu považujú za intuitívnejšie a logickejšie. V prípade, ak investor súhlasí s výnosmi všetkých aktív a nevykonával by žiadne pozorovania, model by vôbec nemusel používať a stačilo by mu len zakúpiť indexové portfólio.

Podľa Lee, W. (2000) je podstatou B-L modelu vytvoriť také portfólio, ktoré je stabilnejšie, efektívnejšie ako portfóliá vytvorené inými modelmi, a ktoré zároveň zodpovedá presvedčeniam investorov. Zdôraznil, že optimalizácia B-L tiež znižuje existenciu chyby pri maximalizácii, ktorá je spojená s Markowitzovou teóriou. Toto je prekonané rozložením chýb do celého vektora očakávaných výnosov.

Ako sa uvádza už vyššie, B-L model kopíruje trhové rovnovážne výnosy indexu a používa ich ako neutrálny východiskový bod. Rovnovážne výnosy sú odvodené pomocou metódy reverznej optimalizácie, pri ktorej je rovnovážny návratový vektor Π (vektor návratností) získaný podľa vzorca

$$\Pi = S \cdot \lambda \cdot w_i, \quad (1)$$

kde

Π – rovnovážny návratový vektor, stĺpcový vektor s rozmermi $n \times 1$,

S – kovariančnú maticu výnosnosti (matica rozmerov $n \times n$),

λ – koeficient averzie k riziku, je označovaný aj ako δ ,

w_i – trhovú kapitalizačnú váhu aktív v tvare stĺpcového vektora $n \times 1$ - ten sa dá vypočítať pomocou reverznej optimalizácie so strednou odchýlkou – priemerným rozptylom, resp. ako podiel daného aktíva na celom trhu [27].

Koeficient λ popisujú Grinold, R.C. a Kahn, R.N. (1999) tak, že znázorňuje averziu investora k riziku a charakterizuje tak očakávaný kompromis medzi rizikom a výnosom. Je to hodnota, ktorá uvádza mieru, kedy sa vzdáva investor vyššieho očakávaného výnosu kvôli zachovaniu menšieho rozptylu a teda nižšieho rizika. Pri procese reverznej optimalizácie pôsobí koeficient averzie ako faktor pre odhad očakávaných výnosov; vážené očakávané výnosy získané reverznou optimalizáciou sa rovnajú prémii za trhové riziko. Väčšia λ vyjadrujúca vyšší výnos na jednotku rizika a zvyšuje odhadovaný výnos. Koeficient λ pre portfólio je podiel rizikovej prémie portfólia a jeho rozptylu

$$\lambda = \frac{E(r) - r_f}{\sigma^2}, \quad (2)$$

kde

$E(r)$ – vyjadruje očakávanú hodnotu výnosnosti portfólia,

r_f – vyjadruje bezrizikovú mieru,

σ^2 – vyjadruje rozptyl portfólia.

Po určení rovnovážneho návratového vektora Π je potrebné uviesť hlavnú formuláciu B-L modelu, ktorý má tvar

$$E(r) = [(\tau S)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} \cdot [(\tau S)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q], \quad (3)$$

kde

$E(r)$ – vektor očakávaných výnosov (stĺpcový vektor rozmeru $n \times 1$),

τ – skalárna veličina vyjadrujúca neistotu odhadov priemerného výnosu,

S – kovariančná matica výnosnosti o rozmeru $n \times n$,

P – matica identifikujúca aktíva obsiahnuté v pozorovaniach rozmeru $k \times n$, kde k je počet pozorovaní a n je počet aktív,

Q – vektor očakávaných výnosov s rozmermi $k \times 1$ pre každé pozorovanie, ktoré majú relatívne alebo absolútne hodnoty,

Π – rovnovážny návratový vektor,

Ω – diagonálna kovariančná matica $k \times k$ reprezentujúca úroveň spoľahlivosti (neistoty) každého pozorovania,

$$\Omega = \text{diag}(P \cdot (\tau S) \cdot P^T). \quad (4)$$

V B-L modeli sa objavuje jeden faktor, ktorý názorovo rozdelil jednotlivých odborníkov, a to je prístup ku skalárnej veličine τ nazývanej ako tau. Jednotliví autori súhlasia, že τ má hodnotu z interval $\langle 0,1 \rangle$. Samotný Black, F. a Litterman, R. (1992) uvádzajú, že hodnota τ je takmer nula, pretože neistota v priemere je oveľa menšia ako neistota v návratnosti samostatnej. Lee, W. (2000) stanovuje hodnotu skaláru τ medzi 1% a 5%, čiže od 0,01 do 0,05. Iní interpretujú τS ako štandardnú chybu pri odhade rovnovážneho návratového vektora Π , takže hodnota skalára by mala byť vyjadrená ako podiel čísla 1 ku počtu pozorovaní. Množstvo investorov podľa Satchella, S. a Scowcrofta, A. (2000) tiež dáva τ rovné 1 pre zjednodušenie výpočtu a menšiu závislosť modelu na hodnote tau.

Zo všeobecného hľadiska vieme povedať, že B-L model je komplexným váženým priemerom rovnovážneho vektora návratností Π a vektora pozorovaní Q , v ktorých sú váhy odvodené skalárnou veličinou τ a mierou neistoty investorových pozorovaní Ω . Nanešťastie, koeficient τ a neistota pozorovaní Ω sú veľmi abstraktné a je ťažké ich parameter v modeli presnejšie špecifikovať. Model predpokladá odklon od benchmarkovej trhovej hodnoty niektorých aktív portfólia, a to na základe pozorovaní investora v prípade, ak sú dané aktíva predmetom takýchto pozorovaní.

3 Realizácia portfólia v praxi

Pre naše účely sme sa rozhodli pracovať s akciami obchodovanými na nemeckej burze. Rozhodli sme sa pre akciový index DAX30, z ktorého vyberieme 20 druhov akcií. Zoznam vybraných akcií je zobrazený v tabuľke Tab. 1.

Ako možno vidieť, pre modely sme vybrali 20 druhov akcií. Keďže sú tieto akcie obchodované na nemeckej burze, všetky sú vyjadrené v jednotnej mene, ktorou je euro (EUR). Symboly akcií jednotlivých spoločností sú názvy, pod ktorými je možné jednotlivé akcie nájsť ako na burze, tak aj na stránkach, z ktorých budeme čerpať dáta.

Hodnotu výnosu trhového portfólia získame z historických údajov indexu DAX30. Na získanie týchto dát opäť využijeme portál YAHOO finance, odkiaľ si stiahneme hodnoty indexu. Získané ceny sú nadobudnuté za obdobie v rozmedzí 15.2.2019 – 15.2.2020, čo je spolu 251 obchodovateľných dní na burzách. Ročnú výnosnosť tak určíme z priemeru jeho denných výnosností vynásobením počtom obchodovateľných dní. Ročný výnos indexu DAX30 za uvedené obdobie teda predstavuje hodnotu 20,58%, a volatilita tohto portfólia predstavuje na základe strednej štandardnej odchýlky hodnotu 13,53%. Tieto údaje budeme neskôr porovnávať s výstupom B-L modelu. Po výpočte trhovej výnosnosti prechádzame na výpočet rozptylu výnosov $\sigma^2 = 0,01686022$ opäť pre dané obdobie. Teraz, keď už poznáme všetky premenné vzťahu (2), vypočítajme hodnotu λ , teda $\lambda = 12,4460286$.

Tab.1: Zoznam vybraných akcií

Symbol	Názov spoločnosti	Mena
ADS.DE	adidas AG	EUR
ALV.DE	Allianz SE	EUR
BAS.DE	BASF SE	EUR
BAYN.DE	Bayer Aktiengesellschaft	EUR
DAI.DE	Daimler AG	EUR
DB1.DE	Deutsche Borse AG	EUR
DBK.DE	Deutsche Bank Aktiengesellschaft	EUR
DPW.DE	Deutsche Post AG	EUR
DTE.DE	Deutsche Telekom AG	EUR
EOAN.DE	E.ON SE	EUR
FME.DE	Fresenius Medical Care AG & Co. KGaA	EUR
HEI.DE	HeidelbergCement AG	EUR
HEN3.DE	Henkel AG & Co. KGaA	EUR
IFX.DE	Infineon Technologies AG	EUR
LIN.DE	Linde plc	EUR
RWE.DE	RWE Aktiengesellschaft	EUR
SAP.DE	SAP SE	EUR
SIE.DE	Siemens Aktiengesellschaft	EUR
VNA.DE	Vonovia SE	EUR
VOW3.DE	Volkswagen AG	EUR

Zdroj: YAHOO finance, Akciový index DAX30

Nasledujúci krok spočíva v stanovení trhových kapitalizačných váh w_i pre každú akciu. Kapitalizačné váhy reprezentujú trhovú podiel každej z našich vybraných akcií. Tieto váhy možno vypočítať z ich trhových hodnôt, ktoré sú voľne dostupné podobne ako historické dáta

na finančnom portáli YAHOO a pohybujú sa v miliardách eur. My sme tieto hodnoty vyhľadali ku dňu 15.2.2020. Po vyhľadani všetkých trhových hodnôt je potrebné spočítať ich sumu, a každej akcii priradiť hodnotu kapitalizačnej váhy pomernú k celkovej trhovej hodnote všetkých sledovaných akcií. Samozrejme musí platiť všeobecná podmienka, že suma týchto váh musí predstavovať hodnotu 1.

V tabuľke Tab.2 v druhej časti je vidieť vektor Π . Je zrejmé, že je vypočítaný ako súčin koeficientu lambda a súčinu kovariančnej matice S s vektorom trhových váh w_i .

Ďalším postupom pri tvorbe Blackovho-Littermanovho modelu je zahrnutie našich pozorovaní do modelu, čo znamená vytvorenie matice prechodu P a vektora Q . Pre model sme vykonali 5 pozorovaní, ktoré sú sformulované nasledovne:

- akcie Deutsche Post budú vykazovať o 3% vyšší výnos ako akcie Linde,
- akcie Allianz budú vykazovať o 2% vyšší výnos ako akcie Fresenius,
- akcie Henkel budú vykazovať o 0,1% vyšší výnos ako akcie Heidelberg,
- akcie Deutsche Bank budú vykazovať o 1% vyšší výnos ako akcie Infineon a Siemens,
- akcie RWE budú vykazovať o 0,3% vyšší výnos ako akcie BASF.

Tab.2: Trhové váhy w_i akcií a vektor Π rovnovážnych návratností

	Celkové trhové hodnoty	Trhové váhy		Π (rovnovážna návratnosť)
ADIDAS	61,19	5,11%		Lambda!H4*MMULT(S;w)
ALLIANZ	103,5	8,65%	ADIDAS	0,231685848
BASF	62,09	5,19%	ALLIANZ	0,192506734
BAYER	82,6	6,90%	BASF	0,269715998
DAIMLER	49,94	4,17%	BAYER	0,286014867
DE Bank	22,81	1,91%	DAIMLER	0,298794289
DE Borse	30,34	2,54%	DE Bank	0,305097093
DE Post	44,5	3,72%	DE Borse	0,12611301
DE Telekom	80,18	6,70%	DE Post	0,227756781
EON	25,91	2,17%	DE Telekom	0,099907393
FRESENIUS	29,05	2,43%	EON	0,064202717
HEIDELBERG	13,62	1,14%	FRESENIUS	0,198480369
HENKEL	39,21	3,28%	HEIDELBERG	0,225818223
INFINEON	30,24	2,53%	HENKEL	0,133438388
LINDE	118,66	9,92%	INFINEON	0,392880865
RWE	22,24	1,86%	LINDE	0,23557026
SAP	164,06	13,71%	RWE	0,086301427
SIEMENS	93,84	7,84%	SAP	0,310674974
VOLKSWAGEN	91,61	7,66%	SIEMENS	0,252138945
VONOVIA	30,89	2,58%	VOLKSWAGEN	0,279116148
	1196,48	1	VONOVIA	0,014400134

Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri Microsoft Excel

Zápis matice prechodu P je zobrazený v tabuľke Tab. 3 a zápis hodnôt vektora je v tabuľke Tab. 4.

Tab.3: Číselné vyjadrenie matice prechodu P

ADIDAS	ALLIANZ	BASF	BAYER	DAIMLER	DE Bank	DE Borse	DE Post	DE Telekom	EON
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0

FRESENIUS	HEIDELBERG	HENKEL	INFINEON	LINDE	RWE	SAP	SIEMENS	VOLKSWAGEN	VONOVIA
0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-0,5	0	0	0	-0,5	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri Microsoft Excel

Matica P vyjadruje, ktorá akcia je nami ako investorom preferovaná nad ktorou. Pri akcii, ktorá podľa nášho pozorovania prekoná inú akciu, je pri danom pozorovaní zapísaná hodnota 1. Rovnako platí, že akcia, pri ktorej predpokladáme slabšiu výkonnosť oproti inej akcie, bude mať v danom riadku pozorovania zápornú hodnotu -1. Pri štvrtom pozorovaní máme situáciu, kedy je jedna akcia preferovaná nad dvoma inými. V takomto prípade bude pri oboch nepreferovaných akciách v bunkách daného pozorovania ich hodnota nastavená na -0,5.

Tab.4: Vektor Q

VEKTOR Q
Q
0,03
0,02
0,001
0,01
0,003

Zdroj: Vlastné spracovanie

Vektor Q znázorňuje o koľko sa v danom pozorovaní jednotlivé akcie prekonávajú. Hodnoty sú vyjadrené v číselných hodnotách, ktoré reprezentujú percentuálne vyjadrenie rozdielov medzi preferovanými a nepreferovanými akciami pre jednotlivé pozorovania.

Po vytvorení pozorovaní možno vyjadriť maticu Ω , ktorá znázorňuje neistotu našich pozorovaní. Jej rozmer je závislý od počtu pozorovaní, ktoré sme vykonali. Keďže ich máme 5, naša matica Ω bude mať rozmer 5 x 5. Na jej výpočet využijeme vzťah (4).

V tomto kroku máme vyjadrené všetky premenné, ktoré vystupujú vo vzorci pre výpočet očakávaných výnosností podľa B-L modelu. Môžeme teda pristúpiť k jeho výpočtu na základe vzorca (3).

Tab.5: Matica neistoty Ω

		OMEGA			
0,038865955	0,002612505	-0,00593	0,002594	-0,01117726	
0,002612505	0,048863192	-0,00186	0,002015	0,000225811	
-0,005927133	-0,00186395	0,064294	-0,00348	0,021497827	
0,002594039	0,002015059	-0,00348	0,112291	-0,006400528	
-0,01117726	0,000225811	0,021498	-0,0064	0,091237922	

Zdroj: Vlastné spracovanie

Teraz prechádzame k výpočtu vektoru optimálnych váh, ktorý nám uvedie, ktoré akcie budú podľa vypočítaného modelu tvoriť naše nové portfólio a v akom pomere. Vektor váh má rozmer 20 x 1, keďže uvažujeme našich 20 akcií. Na výpočet váh opäť využijeme Solver, kde stanovíme všetky potrebné parametre. Pripomíname, že našim hlavným cieľom je pomocou B-L modelu nájsť také portfólio, ktoré bude vykazovať vyšší očakávaný výnos než dosiahnutý výnos pôvodného indexového portfólia, a to všetko pri rovnakej miere rizika trhového portfólia. Hodnoty týchto parametrov pre indexové portfólio sme už zobrazili predtým v tabuľke Tab. 2. Táto podmienka bude zaradená ako jedna z obmedzení v Solveri.

Budeme uvažovať dva prípady: 1. prípad dlhú pozíciu akcií, teda stratégiu buy&hold; 2. prípad, ktorý zahrňuje aj krátku pozíciu v akciách.

V prvom prípade budeme požadovať v Solveri nezáporné riešenie pre hodnoty váh, ktoré sú zobrazené v tabuľke Tab. 6.

Tab.6: Optimálne váhy B-L portfólia a kapitalizačné váhy akcií a porovnanie s indexom

	váhy B-L	pôvodné kapital. váhy
ADIDAS	6,05%	5,11%
ALLIANZ	7,61%	8,65%
BASF	0,00%	5,19%
BAYER	7,25%	6,90%
DAIMLER	3,83%	4,17%
DE Bank	3,38%	1,91%
DE Borse	1,92%	2,54%
DE Post	10,79%	3,72%
DE Telekom	4,07%	6,70%
EON	0,69%	2,17%
FRESENIUS	0,00%	2,43%
HEIDELBERG	0,00%	1,14%
HENKEL	6,55%	3,28%
INFINEON	1,74%	2,53%
LINDE	3,86%	9,92%
RWE	11,34%	1,86%
SAP	15,97%	13,71%
SIEMENS	5,67%	7,84%
VOLKSWAGEN	7,76%	7,66%
VONOVIA	1,51%	2,58%
	1	1

Výnos B-L	Riziko B-L
21,23%	13,53%
20,58%	13,53%

Výnos index	Riziko index

Zdroj: Vlastné spracovanie v softvéri Microsoft Excel

V druhom prípade, teda pre možnú krátku pozíciu akcií v Solveri nebudeme požadovať nezáporné riešenie pre váhy. Výpočet váh a výnosu portfólia porovnáme v nasledujúcej tabuľke. V nej je znázornené, že po úprave výpočtu oproti pôvodnému B-L modelu dosiahli negatívne hodnoty váh 3 druhy akcií. Sú nimi akcie spoločností BASF, Heidelberg a Fresenius. Všetky 3 druhy akcií predstavovali v pôvodnom B-L portfóliu nulový podiel. Ďalším dôležitým poznatkom je, že všetky 3 spomenuté druhy akcií sú spomenuté aj v našich pozorovaniach, pričom všetky z nich predstavujú nami nepreferované aktíva.

Tab.7: Optimálne váhy nového B-L portfólia v porovnaní s váhami pôvodného portfólia

	Váhy nového B-L portfólia	Váhy pôvodného B-L portfólia
ADIDAS	5,60%	6,05%
ALLIANZ	10,22%	7,61%
BASF	-3,90%	0,00%
BAYER	7,69%	7,25%
DAIMLER	4,89%	3,83%
DE Bank	3,70%	3,38%
DE Borse	1,93%	1,92%
DE Post	11,56%	10,79%
DE Telekom	4,39%	4,07%
EON	0,81%	0,69%
FRESENIUS	-0,06%	0,00%
HEIDELBERG	-3,23%	0,00%
HENKEL	6,99%	6,55%
INFINEON	2,15%	1,74%
LINDE	3,95%	3,86%
RWE	11,31%	11,34%
SAP	15,57%	15,97%
SIEMENS	7,39%	5,67%
VOLKSWAGEN	7,74%	7,76%
VONOVIA	1,29%	1,51%

Zdroj: v softvéri Microsoft Excel Vlastné spracovanie

Na druhej strane, najvyšší nárast váhového zastúpenia v novom portfóliu predstavujú akcie Allianz a Deutsche Post, ktoré sme v pozorovaniach preferovali. Z toho je zrejmé, že naše pozorovania majú vplyv aj v prípade takéhoto portfólia.

4 Záver

V príspevku je opísaný Blackov-Littermanov model, ktorý obohacuje modernú teóriu portfólia o konštrukciu takého portfólia, ktoré pri rovnakej miere rizika – volatility, dosahuje vyššiu výnosnosť. Ďalej sa poukázalo na nedostatky Markowitzovej teórie opierajúcej sa o priemerné hodnoty historických dát aktív, ktoré nemusia vždy reálne odzrkadľovať skutočné hodnoty tak nevyhnutné pre konštrukciu portfólií v skutočnosti.

Popísaným postupom konštrukcie portfólia podľa jednotlivých krokov uvedených v Blackovom – Littermanovom modeli sa prezentovala konštrukcia portfólií, ktoré pri rovnakej miere rizika ako mal trhový index DAX 30, mali vyššiu výnosnosť, či už len pri dlhých pozíciách alebo aj krátkych pozíciách vybraných akcií indexového benchmarku. Zhrnuli sa investorove pozorovania, ktoré napomohli k dosiahnutému výsledku. Vedecká a analytická verejnosť stále pracuje na zveľadňovaní existujúcich modelov a hľadani nových prístupov

k investovaniu. V aktuálnej dobe prudkých zmien a neistoty trhu preto odporúčame držať sa primárne Blackovho-Littermanovho modelu, a to najmä pri dlhodobom horizonte investovania.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0166/20 Stanovenie kapitálovej požiadavky na krytie katastrofických rizík v životnom a neživotnom poistení.

Literatúra

1. Benninga, S. et al. (2000). *Financial modeling*. 3.vyd Cambridge: The MIT Press, 1132 s. ISBN: 978-0-262-02628-4.
2. Black, F. – Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *In Financial Analysts Journal*, 48(5):28–43, from <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.2469/faj.v48.n5.28>.
3. Grinold, R.C. - Kahn, R.N. (1999). *Active Portfolio Management*. 2. vyd. New York: McGraw-Hill. ISBN 978-0070248823.
4. Lee, W. (2000). *Advanced Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation*. New York: John Wiley & Sons ISBN: 978-1-883249-72-4.
5. Litterman, R. et. al. (2003). *Modern Investment Management: An Equilibrium Approach*. Goldman Sachs Asset Management. New Jersey: John Wiley & Sons., 648 s. ISBN 978-0-471-12410-8.
6. Bartošovič, I. (2016). Some aspects of health status of the Gypsy population in Slovakia. *Bratislava Medical Journal - Bratislavské lekárske listy*, 117(1), 26-30. doi:10.4149/BLL__2016_006.
7. Satchell, S. – Scowcroft, A. (2000) A demystification of the Black–Litterman model: Managing quantitative and traditional portfolio construction. *In Journal of Asset Management*, from <https://link.springer.com/content/pdf/10.1057/palgrave.jam.2240011.pdf>.



Kúpa podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike

Purchase of a business or its part in the Slovak Republic

Martina Podmanická¹

Abstrakt

Kúpa podniku alebo jeho časti je pomerne frekventovaný typ kombinácie podnikov. Ako súčasť širšej problematiky spájania podnikov do väčších ekonomických či právnych celkov je kúpe podniku alebo jeho časti venovaný významný priestor v príslušnej legislatíve i v odbornej literatúre. Cieľom príspevku je prezentovať a analyzovať problematiku kúpy podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike z právneho, účtovného a daňového aspektu. Príspevok objasňuje transakciu kúpy podniku ako jednu z možných kombinácií podnikov, ozrejmuje vzťahy medzi predávajúcim a kupujúcim, vysvetľuje prevod vecí, práv a majetkových hodnôt tvoriacich podnik v súlade s Obchodným zákonníkom a analyzuje účtovné a daňové riešenie danej problematiky z hľadiska kupujúceho podnik alebo jeho časť v súlade s platnou účtovnou a daňovou legislatívou.

Kľúčové slová

podnik, predávajúci, kupujúci, reálna hodnota, goodwill

Abstract

The purchase of a business or its part are relatively frequent types of business combinations. As part of a broader issue of certain types of undertakings joining into larger economic or legal units, a significant space in the relevant legislation and in the specialist literature is devoted to this issue. The aim of this paper is to present and analyse the issue of the purchase of a business or its part in the Slovak Republic from a legal, accounting and tax point of view. The paper clarifies the purchase of a business transaction as one of the possible business combinations, explains the relationship between the seller and the buyer, explains the transfer of things, rights and property values forming a business in accordance with the Commercial Code. The paper also analyses the accounting and tax solution to this issue from the buyer's point of view in accordance with the currently valid accounting and tax legislation.

Keywords

business, seller, buyer, fair value, goodwill

JEL classification

M40, M41

1 Úvod

V trhovej ekonomike predmetom ponuky a dopytu môže byť prakticky čokoľvek, čo je niekto ochotný vyrobiť, poskytnúť a predat' na jednej strane a na druhej strane existuje niekto, kto je tento statok ochotný kúpiť, pričom dopyt a ponuku na celom trhu ovplyvňuje mnoho faktorov. Predmetom dopytu a ponuky na trhu môže byť i podnik ako jedinečný ekonomický celok. Je zrejmé, že kúpa, resp. predaj podniku nie je transakciou, ktorá by sa uskutočňovala

¹ Ing. Martina Podmanická, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, martina.podmanicka@euba.sk.

často. Kúpa podniku alebo jeho časti sa v Slovenskej republike považuje za kombináciu podnikov. (Farkaš, 2020) K zvýšenému výskytu kombinácií podnikov dochádza predovšetkým vo fáze recesie a expanzie ekonomického cyklu. Vzhľadom na šíriace sa informácie o tom, že jednotlivé krajiny dosahujú najhoršie ekonomické výsledky od čias finančnej krízy, očakávame práve v tomto období zvýšený výskyt kombinácií podnikov najrôznejšieho typu.

Ku kúpe podniku dochádza najčastejšie v rámci rozširovania podnikateľských aktivít etablovanej skupiny, ktorá chce rozšíriť portfólio svojich aktivít o ďalšiu spoločnosť. Dôvody však môžu byť rôzne. Získanie prosperujúceho podniku, ktorý generuje príjmy a jeho kúpou sa výhodne investuje nadbytočný kapitál, expanzia do určitého geografického regiónu, oslabenie konkurencie a posilnenie svojej pozície v danom ekonomickom odvetví, rozšírenie škály produktov a služieb, zvýšenie obratu či získanie väčšieho podielu na trhu. Samotná kúpa podniku je náročná operácia z právneho, účtovného aj daňového hľadiska.

Z ekonomického hľadiska pri kúpe podniku dochádza u kupujúceho k prírastku jednotlivých zložiek majetku a záväzkov a ku vzniku záväzku z kúpy podniku voči predávajúcemu podnik alebo časť podniku vo výške kúpnej ceny za podnik. V prípade, že kupujúcim je obchodná spoločnosť, kúpna cena bude výdavkom obchodnej spoločnosti ako právnickej osoby a nie jej spoločníkov či akcionárov ako vlastníkov danej spoločnosti. Kúpa resp. predaj podniku sa musia zapísať do príslušného obchodného registra.

Cieľom príspevku je prezentovať a analyzovať problematiku kúpy podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike z právneho, účtovného a daňového aspektu tak, ako je riešená v platnej právnej úprave tejto problematiky v súčasnosti, predovšetkým v súlade so zákonom č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov (ďalej len „Obchodný zákonník“), zákonom č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o účtovníctve“), zákonom č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov (ďalej len „zákon o dani z príjmov“), opatrením Ministerstva financií Slovenskej republiky č. 23054/2002-92 zo 16. decembra 2002, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva, v znení neskorších predpisov (ďalej len „postupy účtovania pre podvojnú účtovníctvo“).

V príspevku sa zaoberáme účtovným a daňovým riešením kúpy podniku výlučne z pohľadu kupujúceho účtujúceho v sústave podvojného účtovníctva.

2 Transakcia kúpy podniku alebo jeho časti ako typ kombinácie podnikov

Kúpa podniku alebo jeho časti je súčasťou širšej problematiky spájania podnikov do väčších ekonomických či právnych celkov, nakoľko vo väčšine prípadov platí, že práve spájanie podnikov do väčších celkov so sebou prináša zvýšenie hospodárnosti a efektívnosti činnosti podnikateľských subjektov. V medzinárodnej účtovnej terminológii je spájanie podnikov známe pod názvom podnikové kombinácie (angl. business combinations).

V Slovenskej republike sa za kombinácie podnikov zvyknú považovať (Farkaš, 2020):

- zlúčenie,
- splynutie,
- rozdelenie,
- kúpa podniku alebo jeho časti,
- vklad podniku alebo jeho časti,
- prevod, resp. obstaranie akcií alebo obchodných podielov.

Najpočetnejšiu skupinu z uvedených typov kombinácií podnikov predstavuje prevod, resp. obstaranie akcií alebo obchodných podielov, tzv. kapitálové akvizície, ktoré vedú k vzniku väčšieho ekonomického celku, tzv. konsolidovaného celku, pričom kombinované

podniky si zachovávajú svoju právnu subjektivitu. Subjektu, ktorý je identifikovaný ako nadobúdateľ podnikovej kombinácie, následne vzniká povinnosť zostaviť konsolidovanú účtovnú závierku za konsolidovaný celok.

Najčastejšími kombináciami podnikov spomedzi prvých piatich prípadov sú zlúčenia, ale pomerne častými sú aj kúpa a vklad podniku alebo jeho časti. Odhadujeme, že ročne sa ich v Slovenskej republike realizujú desiatky, možno aj stovky. Menej častými typmi kombinácií podnikov sú splnutie a rozdelenie. (Farkaš, 2020)

3 Právny aspekt transakcie kúpy podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike

Predaj podniku a zrkadlovo aj kúpa podniku sa realizuje na základe zmluvy o predaji podniku podľa Obchodného zákonníka. Zmluva o predaji podniku je upravená v ustanoveniach § 476 až § 488 Obchodného zákonníka a je obligatórne zmluvou odplatnou. Podľa Obchodného zákonníka možno predat' aj časť podniku, ktorá tvorí samostatnú organizačnú zložku. Zmluvnými stranami zmluvy o predaji podniku sú predávajúci a kupujúci. Predmetom zmluvy o predaji podniku je podnik ako súbor hmotných, osobných a nehmotných zložiek podnikania, pričom k podniku patria veci, práva a iné majetkové hodnoty, ktoré patria podnikateľovi a slúžia na prevádzkovanie podniku alebo vzhľadom na svoju povahu majú tomuto účelu slúžiť. (Obchodný zákonník, § 5)

Zmluvou o predaji podniku sa predávajúci zaväzuje previesť na kupujúceho vlastnícke právo k veciam, iné práva a iné majetkové hodnoty, ktoré slúžia prevádzkovanému podniku a kupujúci sa zaväzuje prevziať záväzky predávajúceho súvisiace s podnikom a zaplatiť kúpnu cenu. Na kupujúceho teda spolu s právami prechádzajú aj všetky záväzky predávajúceho, ktorých rozsah nemusí byť v momente predaja preukázateľne zistiteľný, pričom predávajúci len ručí za splnenie prevedených záväzkov. Toto je základná nevýhoda kúpy podniku. Zákonný prechod práv a záväzkov súvisiacich s predávaným podnikom z predávajúceho na kupujúceho sa však týka len práv a záväzkov súkromnoprávnej povahy, ktoré vznikli na základe noriem súkromného práva, nie práv a záväzkov, ktoré vznikli na základe noriem verejného práva. (Bombor, 2019) Na kupujúceho prechádzajú len práva majetkové, a nie oprávnenia verejnoprávnej povahy napr. živnostenské oprávnenie, či iné oprávnenie alebo povolenie udelené predávajúcemu na podnikateľskú činnosť, rovnako na kupujúceho neprechádzajú daňové povinnosti, záväzky voči štátnemu rozpočtu, povinnosť platiť clo, pokuty uložené orgánmi verejnej správy a iné záväzky verejnoprávnej povahy.

Z predávajúceho na kupujúceho prechádza vlastnícke právo k veciam, ktoré sú zahrnuté do predaja účinnosťou zmluvy. Zvyčajne sa zmluvou o predaji podniku prevádza i vlastnícke právo k nehnuteľnostiam, ktoré sú súčasťou podniku, vlastnícke právo k nehnuteľnostiam prechádza vkladom do katastra nehnuteľností, pričom podkladom pre zápis zmien v katastri nehnuteľností je práve zmluva o predaji podniku. Na kupujúceho prechádzajú práva aj záväzky z existujúcich právnych vzťahov, napr. práva a záväzky z nájomných, poisťných i úverových zmlúv. Prevod práv znamená zmenu v osobe veriteľa. Namiesto predávajúceho sa veriteľom stane kupujúci. Na kupujúceho prechádzajú tiež práva a povinnosti z pracovnoprávných vzťahov k zamestnancom podniku i všetky práva vyplývajúce z priemyselného alebo iného duševného vlastníctva, ktoré sa týkajú podnikateľskej činnosti predávaného podniku. Ak zo zmluvy nevyplýva niečo iné, prechádza na kupujúceho aj oprávnenie používať obchodné meno spojené s predávaným podnikom, ibaže by to bolo v rozpore so zákonom alebo s právom tretej osoby. Pokiaľ na kupujúceho prechádzajú i pohľadávky, tak prechod pohľadávok sa spravuje ustanoveniami o postúpení pohľadávok. S pohľadávkou prechádza na kupujúceho aj jej príslušenstvo a všetky práva s ňou spojené. Predávajúci je povinný bez zbytočného odkladu oznámiť dlžníkom prechod pohľadávok na kupujúceho. Prevzatie peňažných záväzkov kupujúcim znamená, že kupujúci na seba preberá

povinnosť zaplatiť dlh, stáva sa tak novým dlžníkom. Na prechod záväzku sa nevyžaduje súhlas veriteľa. Kupujúcemu vzniká oznamovacia povinnosť oznámiť veriteľom prevzatie záväzkov.

Ku dňu účinnosti zmluvy je kupujúci povinný prevziať od predávajúceho veci zahrnuté do predaja. O prevzatí sa spíše zápisnica a podpíše sa oboma stranami. Najneskôr v zápisnici o odovzdaní a prevzatí je predávajúci povinný upozorniť kupujúceho na vady prevádzaných vecí, práv alebo iných majetkových hodnôt, o ktorých predávajúci vie alebo musí vedieť. Prevzatím vecí prechádza nebezpečenstvo škody na týchto veciach z predávajúceho na kupujúceho.

4 Účtovný aspekt transakcie kúpy podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike

Z účtovného hľadiska podnik predstavuje majetok a záväzky vykázané v súvahe. K podniku však patria aj také práva a povinnosti, ktoré nie sú vykázané v súvahe, ale v poznámkach účtovnej závierky ako napr. informácie o skutočnostiach sledovaných na podsúvahových účtoch, informácie o iných aktívach a iných pasívach, či významné položky ostatných finančných povinností. Účtovná hodnota podniku je potom rozdiel účtovných hodnôt jednotlivých položiek majetku a záväzkov. Účtovná hodnota podniku je rovnaká ako účtovná hodnota jeho vlastného imania. V tejto súvislosti treba rozlišovať medzi účtovnou hodnotou podniku, reálnou hodnotou podniku a hodnotou podniku spoločnosti ako celku. (Farkaš, 2020)

Pre správne účtovné zobrazenie kúpy podniku je dôležité ocenenie samotnej transakcie kúpy podniku a následne ocenenie prírastku majetku a záväzkov u kupujúceho. Kúpna cena podniku sa dá objektívne zistiť, je výsledkom realizovanej transakcie, predstavuje podstatnú náležitosť zmluvy o predaji podniku a je záväzná pre obe zmluvné strany. Kúpna cena podniku sa spravidla odvodzuje od hodnoty podniku ako celku. Zistenie skutočnej hodnoty podniku je však mimoriadne náročné, nakoľko každý podnik je jedinečný, je treba zohľadňovať nielen súčasnú hodnotu majetku a záväzkov, ale aj jeho výnosový potenciál, investície do podniku, štruktúru majetku a záväzkov. Podľa § 25 ods. 1 písm. e) bodu 1. zákona o účtovníctve kupujúci majetok a záväzky nadobudnuté kúpou podniku alebo jeho časti ocení reálnou hodnotou podľa § 27 ods. 2 zákona o účtovníctve, bez ohľadu na kúpnu cenu podniku alebo jeho časti. Pre kúpu podniku je špecifické, že reálnou hodnotou sa neoceňuje len majetok a záväzky, ktoré boli vykázané v súvahe predávajúceho, ale aj tie, ktoré vykázané neboli z dôvodu, že nespĺňali kritériá pre ich vykázanie. Typickým príkladom je napr. nehmotný majetok vytvorený vlastnou činnosťou. Na rozdiel od predávajúceho, ktorý tento majetok v súvahe vykázat nemohol, pretože bol vytvorený vlastnou činnosťou, u kupujúceho už nejde o majetok vytvorený vlastnou činnosťou, ale o majetok, ktorý je obstaraný kúpou, preto je potrebné takýto majetok identifikovať a spoľahlivo ho oceniť reálnou hodnotou. K takémuto nehmotnému majetku patria napr. know-how, licencie, obchodné značky, zákaznícke kmene.

V súlade s postupmi účtovania pre podvojnú účtovníctvo sa v účtovníctve kupujúceho kupovaný majetok podniku alebo jeho časti účtuje na ľarchu príslušných účtov majetku a prevzaté záväzky sa účtujú v prospech príslušných účtov záväzkov. Kúpna cena podniku alebo jeho časti predstavuje pre kupujúceho záväzok a účtuje sa v prospech účtu 372 – Záväzky z kúpy podniku. Kúpa podniku je teda pre kupujúceho súvahová transakcia.

Podkladom pre zaúčtovanie predmetných účtovných prípadov v účtovníctve kupujúceho je zmluva o predaji podniku a zápisnica, ktorá sa povinne vyhotovuje pri prevode a prevzatí vecí, práv, iných majetkových hodnôt a záväzkov, ako aj vystavené interné účtovné doklady. Kúpa podniku alebo jeho časti nie je dôvodom pre zostavenie mimoriadnej účtovnej závierky u kupujúceho.

V prípade, ak je kúpna cena podniku alebo jeho časti vyššia ako je reálna hodnota podniku alebo jeho časti t. j. reálna hodnota jednotlivých zložiek majetku a záväzkov, ktorou sa tento majetok a záväzky ocenia v účtovníctve kupujúceho podnik alebo jeho časť, v účtovníctve kupujúceho vzniká goodwill, ktorý sa účtuje na ľarchu účtu 015 - Goodwill. Ak je kúpna cena podniku alebo jeho časti nižšia ako je reálna hodnota podniku alebo jeho časti, v účtovníctve kupujúceho vzniká záporný goodwill, ktorý sa účtuje v prospech účtu 015 – Goodwill. Goodwill je špecifický druh dlhodobého nehmotného majetku, ktorý v porovnaní s inými druhmi nehmotného majetku má niekoľko osobitostí. Nemôže existovať ako samostatná položka, len v spojitosti s inými položkami majetku a len v prípade, ak ide o ocenenie podniku ako celku a to pri zmene vlastníctva podniku alebo jeho časti. Pri účtovaní goodwillu sa zisťuje, v akej výške sa v budúcnosti v súvislosti s goodwillom zvýšia ekonomické úžitky a v súvislosti so záporným goodwillom znížia ekonomické úžitky. Ak budúce zvýšenie ekonomických úžitkov bude pravdepodobne nižšie ako je výška goodwillu zaúčtovaná na účte 015 – Goodwill, príslušná časť goodwillu sa odpíše pri kúpe podniku alebo jeho časti. Je to vtedy, keď je pravdepodobné, že goodwill nemá žiaden vplyv na budúce ekonomické úžitky. Takýto prípad môže vzniknúť vtedy, keď kupujúci zaplatil bez opodstatnenia predávajúcemu za podnik viac. Vzniknutý záporný goodwill sa jednorazovo odpíše v prospech účtu 551 – Odpisy dlhodobého nehmotného majetku a dlhodobého hmotného majetku so súvzťažným zápisom na ľarchu účtu 075 – Oprávky ku goodwillu, teda ako zníženie nákladov. Podľa zákona o účtovníctve, ak sa nedá životnosť goodwillu spoľahlivo odhadnúť, musí ho účtovná jednotka odpísať najneskôr do piatich rokov od jeho obstarania. V opačnom prípade doba jeho odpisovania môže byť pokojne kratšia i dlhšia ako päť rokov. Na prvotné zaúčtovanie goodwillu alebo záporného goodwillu sa nevzťahuje požiadavka účtovania o odloženej dani. Ak v budúcnosti vznikne rozdiel medzi účtovnou hodnotou goodwillu a daňovou základňou goodwillu, napr. z dôvodu rôznych účtovných odpisov a daňových odpisov, potom sa na tento dočasný rozdiel odložené dane vzťahujú v prípade, ak pri prvotnom účtovaní goodwillu alebo záporného goodwillu nevznikol dočasný rozdiel, t. j. v prípade, ak odpisy goodwillu sú daňovo uznané. Tu je potrebné sledovať ako sa vyvíja daňová legislatíva.

5 Daňový aspekt transakcie kúpy podniku alebo jeho časti v Slovenskej republike

Daňovník, ktorý kupuje podnik alebo jeho časť a účtuje v sústave podvojného účtovníctva alebo vykazuje výsledok hospodárenia v individuálnej účtovnej závierke podľa IFRS postupuje na účely dane z príjmov podľa § 17a ods. 5, 6 a 7 zákona o dani z príjmov.

V súlade so zákonom o účtovníctve a postupmi účtovania pre podvojnú účtovníctvo daňovník kupujúci podnik a účtujúci v sústave podvojného účtovníctva oceňuje majetok a záväzky nadobudnuté kúpou podniku alebo jeho časti reálnou hodnotou podľa § 25 ods. 1 písm. e) prvého bodu zákona o účtovníctve, pričom pri odpisovaní majetku na daňové účely uplatní postup podľa § 26, t. j. majetok ocenený reálnou hodnotou zaradi do príslušnej odpisovej skupiny a odpisuje ho ako novoobstaraný z reálnej hodnoty, ktorá je na účely daňového odpisovania vstupnou cenou. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že na uplatnenie daňových výdavkov pri majetku a záväzkoch nadobudnutých kúpou podniku alebo jeho časti sa vychádza z reálnej hodnoty majetku a záväzkov v súlade s účtovným riešením.

Ak vznikne rozdiel medzi kúpnou cenou zaplattenou za podnik a reálnou hodnotou podniku, u daňovníka kupujúceho podnik vznikne goodwill alebo záporný goodwill, ktorý je považovaný za dlhodobý nehmotný majetok. Pri goodwille, resp. zápornom goodwille však zákon o dani z príjmov neumožňuje tak ako pri ostatnom nehmotnom majetku, aby sa odpisoval v súlade s účtovnými predpismi. Na daňové účely sa goodwill zistený u kupujúceho musí odpisovať v súlade s § 17a ods. 5 zákona o dani z príjmov. Podľa tohto ustanovenia

goodwill alebo záporný goodwill daňovník kupujúci podnik zahrnie do základu dane až do jeho úplného zahrnutia, najdlhšie počas siedmich bezprostredne po sebe nasledujúcich zdaňovacích období, najmenej vo výške jednej sedminy ročne, počnúc zdaňovacím obdobím, v ktorom nastane účinnosť zmluvy o predaji podniku alebo jeho časti. Goodwill, resp. záporný goodwill teda môže kupujúci zahrnúť do základu dane buď jednorazovo ešte v zdaňovacom období, v ktorom nadobudla účinnosť zmluva o predaji podniku (goodwill bude položkou znižujúcou základ dane a záporný goodwill bude položkou zvyšujúcou základ dane) alebo postupne, nie však viac ako sedem zdaňovacích období. V situácii, že počas týchto najviac siedmich rokov zahŕňania goodwillu, resp. záporného goodwillu do základu dane sa daňovník zrušuje s likvidáciou, zrušuje bez likvidácie, je na daňovníka vyhlásený konkurz alebo dôjde k následnému predaju podniku či k nepeňažnému vkladu podniku, je daňovník povinný zahrnúť do základu dane ešte nezahrnutú zvyšnú časť goodwillu, resp. záporného goodwillu a to najneskôr v zákonom o dani z príjmov stanovenom zdaňovacom období.

Podľa § 17a ods. 6 daňovník kupujúci podnik upraví základ dane o rozdiel medzi sumou prevzatej rezervy a výškou skutočnej úhrady záväzku v zdaňovacom období, v ktorom došlo k úhrade záväzku, ku ktorému bola tvorená táto rezerva, ak náklad vzťahujúci sa k tomuto záväzku by bol daňovým výdavkom. Z uvedeného ustanovenia vyplýva, že v prípade, ak daňovník kupujúci podnik použije rezervu, ktorú od predávajúceho prevzal (a ktorá znížila základ dane u predávajúceho), do základu dane zahrnie len rozdiel medzi sumou prevzatej rezervy a výškou skutočnej úhrady záväzku, t. j. v prípade, že výška skutočnej úhrady záväzku je vyššia, ako je prevzatá rezerva, základ dane u kupujúceho sa v súlade s účtovným riešením zníži a v prípade, že výška skutočnej úhrady záväzku je nižšia, ako je prevzatá rezerva, v súlade s účtovným riešením sa základ dane u kupujúceho zvýši. V prípade, ak sa ukáže, že rezerva nadobudnutá kúpou bola nepotrebná, musí kupujúci zaúčtovať jej zrušenie opačným účtovným zápisom ako sa účtovala jej tvorba u predávajúceho. Zrušenie takejto rezervy ovplyvní základ dane u kupujúceho v súlade s účtovným riešením. Na následnú tvorbu rezerv u daňovníka kupujúceho podnik po dni účinnosti zmluvy o predaji podniku sa budú vzťahovať ustanovenia § 17 ods. 23 a § 20 o tvorbe, použití alebo zrušení rezerv.

Zákon o dani z príjmov v § 17a ods. 7 ustanovuje pre daňovníka kupujúceho podnik možnosť uplatnenia daňových výdavkov pri postúpení alebo odpise pohľadávky nadobudnutej kúpou podniku alebo jeho časti ocenej v reálnej hodnote, ktorá nesmie byť vyššia ako jej menovitá hodnota, pričom musí ísť o pohľadávku, ktorá bola v zdaňovacom období jej postúpenia alebo odpisu aspoň jeden kalendárny deň nepremlčaná. Pri postúpení uvedenej pohľadávky daňovým výdavkom bude reálna hodnota tejto pohľadávky bez príslušenstva najviac do výšky príjmu z jej postúpenia alebo daňovým výdavkom bude suma v ustanovenom rozsahu z reálnej hodnoty pohľadávky bez príslušenstva (20 %, 50 % alebo 100 %) v závislosti od uplynutia lehoty odo dňa nadobudnutia účinnosti zmluvy o predaji podniku alebo jeho časti (360 dní, 720 dní alebo 1 080 dní) a to podľa toho, ktorá je vyššia. Ak dôjde k odpisu uvedenej pohľadávky, daňovým výdavkom bude suma v ustanovenom rozsahu z reálnej hodnoty pohľadávky bez príslušenstva (20 %, 50 % alebo 100 %) a to v závislosti od uplynutia lehoty odo dňa nadobudnutia účinnosti zmluvy o predaji podniku alebo jeho časti (360 dní, 720 dní alebo 1 080 dní).

Na daňovníka kupujúceho podnik alebo jeho časť sa podľa § 17 ods. 13 zákona o dani z príjmov vzťahuje aj ustanovenie § 17 ods. 19 zákona o dani z príjmov, podľa ktorého sú určité náklady súčasťou základu dane až po ich zaplatení. Na daňovníka kupujúceho podnik tak prechádza právo zníženia základu dane po splnení podmienky zaplatenia, nakoľko predajom podniku alebo jeho časti došlo k prechodu záväzkov na kupujúceho a s ním aj k prechodu povinnosti kupujúceho uhradiť prevzaté záväzky. Medzi náklady, ktorých daňová

uznateľnosť je podmienená zaplatením, patria napr. kompenzačné platby u ich dlžníka; výdavky (náklady) na nájomné za prenájom hnutelnej veci, nehnuteľnosti, odplaty za poskytnutie práva na použitie alebo za použité predmetu priemyselného vlastníctva, počítačových programov, návrhov alebo modelov, plánov, výrobnotechnických a iných hospodársky využiteľných poznatkov a odplaty za poskytnutie práva na použitie alebo za použitie autorského práva alebo práva príbuzného autorskému právu, pričom tieto výdavky (náklady) a odplaty zaplatené fyzickej osobe za príslušné zdaňovacie obdobie sa uznávajú najviac do výšky časovo rozlíšenej sumy prislúchajúcej na zdaňovacie obdobie; výdavky (náklady) na marketingové štúdie a iné štúdie a na prieskum trhu u dlžníka; odplaty za sprostredkovanie u prijímateľa služby; výdavky (náklady) na poradenské služby a právne služby; zmluvné pokuty, poplatky z omeškania a úroky z omeškania u dlžníka, odstupné u oprávnenej osoby a iné.

6 Záver

Podnik ako objekt právnych vzťahov je výsledkom činnosti podnikateľského subjektu. Podnik možno predať, kúpiť, prenajať, vložiť ako vklad do obchodnej spoločnosti, darovať, dediť či založiť. Kúpa podniku alebo jeho časti sa v Slovenskej republike považuje za kombináciu podnikov. Rovnaký ekonomický efekt ako dosiahneme kúpou podniku alebo jeho časti dosiahneme kúpou i akcií či obchodných podielov danej spoločnosti, vkladom daného podniku alebo jeho časti do inej spoločnosti, či splynutím a zlúčením obchodných spoločností. Právne dôsledky uvedených transakcií sú však odlišné. Príspevok rieši súčasný stav problematiky kúpy podniku alebo jeho časti z právneho, účtovného a daňového aspektu.

Z právneho aspektu sa predaj podniku a zrkadlovo i kúpa podniku alebo jeho časti realizuje na základe zmluvy o predaji podniku podľa Obchodného zákonníka. Zmluva o predaji podniku predstavuje komplexné riešenie prevodu vecí, práv a majetkových hodnôt tvoriacich podnik s cieľom umožniť, aby podnik tvorený veľkým objemom majetku rôzneho druhu mohol byť prevedený ako celok bez obmedzenia jeho prevádzky. Zmluvou o predaji podniku na kupujúceho prechádzajú všetky práva a záväzky, na ktoré sa predaj vzťahuje, napr. vlastnícke právo k veciam, iné práva a iné majetkové hodnoty, ktoré slúžia prevádzkovaniu podniku, všetky práva vyplývajúce z priemyselného alebo iného duševného vlastníctva, ktoré sa týkajú podnikateľskej činnosti predávaného podniku, práva a povinnosti vyplývajúce z pracovnoprávných vzťahov k súčasným zamestnancom podniku, ako i oprávnenie používať obchodné meno spojené s predávaným podnikom, ak to zmluva nevyklučuje. Prechod pohľadávok sa spravuje ustanoveniami o postúpení pohľadávok, na prechod záväzkov sa nevyžaduje súhlas veriteľa, predávajúci však ručí za splnenie prevedených záväzkov kupujúcim, pričom kupujúci je bez zbytočného odkladu povinný veriteľom oznámiť prevzatie záväzkov a predávajúci zas dlžníkom prechod pohľadávok na kupujúceho. Pre zmluvu o predaji podniku je charakteristické, že sa kupujúci zaväzuje prevziať záväzky predávajúceho súvisiace s podnikom. Toto je základná nevýhoda kúpy podniku. Pochopenie vzťahov medzi predávajúcim a kupujúcim daného podniku z obchodného hľadiska je dôležité tak pre správne účtovné zobrazenie transakcie predaja podniku ako aj pre daňové riešenie transakcie predaja podniku.

Účtovníctvo by v súlade so všeobecne uznávanou zásadou prednosti podstaty pred formou malo pri účtovnom riešení problematiky kúpy podniku uprednostniť ekonomickú podstatu transakcie kúpy podniku pred jej právnym riešením. Účtovné riešenie kúpy podniku účtovnou jednotkou účtujúcou v sústave podvojného účtovníctva je v Slovenskej republike upravené v postupoch účtovania pre podvojnú účtovníctvo v nadväznosti na zákon o účtovníctve. Vecná podstata transakcie kúpy podniku spočíva v tom, že sa jedná o transakciu s podnikom ako ekonomickým celkom, ktorý vykonáva svoju podnikateľskú

činnosť, disponuje určitým množstvom rôznych druhov majetku, pričom množstvo a štruktúra tohto majetku závisí od druhu a rozsahu jeho činnosti. Pri kúpe podniku sa spravidla kúpna cena odvodzuje od hodnoty podniku ako celku. Racionálnym dôsledkom tejto skutočnosti je, že v účtovníctve kupujúceho sú jednotlivé položky majetku a záväzkov ocenené v reálnej hodnote, ktorá nahrádza obstarávaciu cenu pre jednotlivé položky, ktoré sú v účtovníctve samostatne sledované a tiež, že kúpna cena podniku ako peňažné vyjadrenie hodnoty podniku ako celku sa bude líšiť od súčtu reálnych hodnôt jednotlivých položiek majetku a záväzkov, ktorými budú predmetné položky majetku a záväzkov ocenené v účtovníctve kupujúceho. Pri kúpe podniku teda spravidla vznikne goodwill, resp. záporný goodwill ako druh nehmotného majetku, ktorý kvantifikuje špecifické podmienky, v ktorých podnik uskutočňuje svoju činnosť. Napriek istým špecifikám môžeme skonštatovať, že transakcia kúpy podniku ako celku sa vo svojej podstate významne nelíši od transakcie kúpy jednotlivého majetku. Kúpa podniku je súvahovou transakciou.

Daňový aspekt transakcie kúpy podniku býva často významným faktorom pri rozhodovaní o realizácii danej transakcie. Daňová úprava predaja a kúpy podniku je riešená v zákone o dani z príjmov. Sprisňujúca či meniacia sa daňová legislatíva je často dôvodom útlmu či zníženého výskytu vybraných transakcií, počet či typ realizovaných kombinácií podnikov nevynímajúc. Našťastie daňovú legislatívu venovanú problematike predaja a kúpy podniku alebo jeho časti v reálnych hodnotách môžeme považovať za dlhodobu stabilnú. V zásade platí, že daňové dôsledky transakcií, ktoré vznikli do predaja podniku, znáša predávajúci, ktorý ako daňový subjekt aj po predaji podniku naďalej existuje a daňové dôsledky vyplývajúce z kúpy podniku, t. j. z prechodu majetku a záväzkov a následne z činnosti nadobudnutého podniku po dátume účinnosti zmluvy o predaji podniku znáša kupujúci. Z dôvodu dodržania uvedenej zásady základ dane u predávajúceho i kupujúceho musí prejsť špecifickými úpravami. Na vyčíslenie základu dane sa pri kúpe podniku alebo jeho časti použije ocenenie majetku i záväzkov v reálnych hodnotách.

Literatúra

1. Bombor, T. (2019). Zmluva o predaji podniku z právneho hľadiska. *Daňový a účtovný poradca podnikateľa*, 19(1), 16-21.
2. Farkaš, R. (2008). *Kombinácie podnikov (účtovné aspekty)*. Bratislava: Iura Edition.
3. Farkaš, R. (2020). *Účtovná závierka obchodných spoločností*. Bratislava: Wolters Kluwer.
4. Gášpárová, E. (2018). Predaj podniku v podvojnóm účtovníctve. *Dane a účtovníctvo v praxi*, 18(11), 45-54.
5. IFRS 3 *Podnikové kombinácie* v znení neskorších predpisov.
6. Kajba, J. (2013). Zmluva o predaji podniku. *Právo a podnikateľ*, 13(3), 172-186.
7. Krupová, L. (2012). Podnikové kombinácie podľa IFRS 3/1. *Účtovníctvo, audítorstvo a daňovníctvo v praxi*, 12(2), 39-47.
8. Máziková, K., Ondrušová, L., & Seneši, N. (2016). *Účtovníctvo vlastníckych transakcií*. Bratislava: Wolters Kluwer.
9. Murínová, M. (2010). Predaj podniku alebo jeho časti z pohľadu účtovných a daňových aspektov. *Účtovníctvo, audítorstvo a daňovníctvo*, 10(7 - 8), 285-291.
10. Opatrenie Ministerstva financií Slovenskej republiky č. 23054/2002-92 zo 16. decembra 2002, ktorým sa ustanovujú podrobnosti o postupoch účtovania a rámcovej účtovej osnove pre podnikateľov účtujúcich v sústave podvojného účtovníctva, v znení neskorších predpisov.
11. Petrovická, I. (2019). Predaj podniku a základ dane u daňovníkov účtujúcich v podvojnóm účtovníctve. *Daňový a účtovný poradca podnikateľa*, 19(1), 22-38.

12. Sklenka, M., Šlosárová, A., Hornická, R., & Blahušiaková, M. (2019). *Účtovníctvo podnikateľských subjektov II* (2. doplnené a prepracované vydanie). Bratislava: Wolters Kluwer.
13. Vomáčková, H. (2004). *Účetnictví akvizicí, fúzí a jiných vlastnických transakcí (vyšší účetnictví)*, 2.vydání, výrazně přepracované a aktualizované. Praha: Polygon.
14. Zákon č. 513/1991 Zb. Obchodný zákonník v znení neskorších predpisov.
15. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.
16. Zákon č. 595/2003 Z. z. o dani z príjmov v znení neskorších predpisov.



Podobné vlastnosti expertných systémov a vysvetľujúcej umelej inteligencie

A similar features of Expert systems and Explainable Artificial Intelligence

Eva Rakovská¹

Abstrakt

Koniec minulého storočia bol v praxi érou expertných systémov (ES). Expertný systém je soliterný systém na riešenie mnohých úloh, ktoré si vyžadujú netriviálne riešenia. Expertné systémy sú často založené na kvalitatívnych znalostiach expertov známych ako „the rules of thumbs“, ktoré využívajú reprezentáciu znalostí založenú na pravidlách alebo reprezentáciu znalostí založenú na rámcoch (nazývané tiež systémy založené na jednotlivých prípadoch). Jednou z hlavných vlastností ES je existencia vysvetľovacieho modulu. Je to dôležitý modul pre používateľov, ktorý je schopný vysvetliť proces riešenia „ľudskou rečou“. Podobná funkcia založená na technikách umelej inteligencie sa nazýva „Explainable AI (XAI)“, ktorá je nevyhnutná na pochopenie procesov strojového učenia pri riešení úloh. Výsledné riešenia strojového učenia sú často čiernou skrinkou, ktorá je pre používateľov nepochopiteľná. Príspevok sa zameriava na porovnanie ES a XAI a ukazuje rozdiel medzi nimi.

Kľúčové slová

expertný systém, architektúra ES, umelá inteligencia, XAI, strojové učenie

Abstract

The end of the last century was the era of Expert systems (ES) in practice. An expert system is a solitaire system for solving many tasks, which need nontrivial solutions. Expert systems are often based on qualitative knowledge of experts known as "the rules of thumb", which use rule-based knowledge representation or frame-based knowledge representation (called also case-based systems). One of the main features of ES is the existence of an explanation module. It is an important module for users, which is able to explain the solving process "in human language". The similar feature, based on AI techniques is called Explainable AI (XAI), which is necessary for understanding the machine learning processes by solving tasks. Machine learning solutions are often as a black-box no understandable for users. The paper focuses on comparison the AI techniques used in ES and XAI and show difference between ES and XAI.

Key words

Expert system, architecture of Expert system, Artificial Intelligence, XAI, machine learning

JEL classification

O3, C8

1 Úvod

Vývoj umelej inteligencie sa v 21. storočí urýchľuje hlavne vďaka novým technickým riešeniam v oblasti hardvéru. Matematické princípy umelej inteligencie, ktoré boli objavené v minulom storočí dali základ rozvoju mnohých algoritmov, ktoré sú kombináciou týchto matematických modelov a algoritmov zefektívňujúcich zložité matematické výpočty. Veľké

¹ RNDr. Eva Rakovská, PhD., Ekonomická Univerzita Bratislava, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, eva.rakovska@euba.sk.

podnikové databázy a neštruktúrované dáta sú základom informačných systémov vo firmách a v celej spoločnosti. Požiadavky na rýchle rozhodnutia nad dátami sa stali nevyhnutnosťou. Umelá inteligencia sa dostáva nielen do robotiky a automatizácie, ale do virtuálneho priestoru narábania s dátami a hľadania závislostí a vzťahov medzi nimi.

Od ustanovenia oblasti umelej inteligencie ako samostatnej disciplíny, po Dartmouthskej konferencii v roku 1956, sa umelá inteligencia vyvíjala dvoma základnými smermi. Vývoj neurónových sietí, ktorý dal základ neskoršiemu strojovému učeniu, a vývoj znalostných a expertných systémov postavených na automatizácii ľudského usudzovania a riešenia úloh. Avšak po roku 2000 sa ukázala potreba kombinovať tieto vývojové vetvy a metódy výpočtovej inteligencie. Dnešné riešenia opäť spájajú princípy neurónových sietí, optimalizačných metód (či už štatistických alebo evolučných algoritmov) a princípy pravidlovo-orientovaných a prípadovo-orientovaných spôsobov odvodzovania, ktoré sa využívajú v expertných systémoch. Strojové učenie sa stalo základom systémov, kde hlavným princípom sa stáva samo-učenie sa systému a jeho vývoj v rozpoznávaní podobnosti riešených úloh. Práve preto sa dajú nájsť viaceré spoločné črty v rámci vývoja umelej inteligencie. Príspevok sa zaoberá priblížením podobných črt expertných systémov a systémov takzvanej „vysvetľujúcej“ umelej inteligencie, ktorá interpretuje výsledky zložitých výpočtových procedúr tak, aby boli používateľovi zrozumiteľné. Článok sa zaoberá architektúrou a prácou expertných systémov a na historickom vývoji poukazuje kam smeroval vývoj umelej inteligencie v jej dvoch základných vývojových vetvách a aké sú rozdiely v súčasnosti v systémoch vychádzajúcich z oboch vetiev – expertných systémov a systémov strojového učenia. Následne objasňuje pojem vysvetľujúcej umelej inteligencie (XAI) a jej vzťahu s oboma vetvami umelej inteligencie s dôrazom na odlišnosti a spoločné črty s expertnými systémami.

2 Expertné systémy

Koncom dvadsiateho storočia sa prudko rozvíjal smer vývoja znalostných a expertných systémov, kde systémy sú často postavené na princípoch tzv. deklaratívneho alebo situačného programovania (Popper, Kelemen, 1988), ktoré zachytáva explicitne ľudské poznanie pomocou rôznych formálnych reprezentácií poznatkov (Návrat, 2007). Architektúra týchto systémov je postavená práve na tvorbe bázy poznatkov, ktorú tiež môžeme nazvať báza znalostí. Ak zvážime, že znalosť je „významový útvar tvorený systémom poznatkov; vzájomne previazaná (meniteľná, doplniteľná) štruktúra súvisiacich poznatkov, ktorú možno použiť v interakcii so svetom. Znalosť niečoho znamená vlastniť jemu zodpovedajúcu reprezentáciu v podobe dostatočne verného a presného kognitívneho modelu vrátane spôsobilosti vykonávať s tým, čo je reprezentované, rôzne kognitívne operácie“² (Piaček, Kravčík, 1999), tak znalostné a expertné systémy zachytávajú kognitívne modely resp. modely logického odvodzovania človeka. Na týchto modeloch je postavená tvorba situačného programu, kedy program tvorený formálne správne zapísanými znalosťami predstavuje model postupu riešenia úlohy. Tieto systémy teda potrebujú, aby znalosti ľudí boli správne formalizované prostredníctvom reprezentácií znalostí (Popper, Kelemen, 1988), tj. splňajú Backus-Naurovu formu a aby boli správne interpretovateľné prostredníctvom programovacieho jazyka a spracovateľné na počítači. Charakteristika expertných systémov je však na rozdiel od znalostných systémov (agentov) postavená na doménových špecifických poznatkoch z tej ktorej oblasti (napr. medicína, chémia, technické systémy). To znamená, že na vytvorenie bázy znalostí je potrebný proces získavania znalostí od doménových expertov. Tí často používajú práve poznatky, ktoré nie sú presne formulované, obsahujú neurčitosti, vágnosti, sú postavené na skúsenostiach a intuícii (často ide o poznatky typu „the rules of thumb“). Preto zachytenie takýchto poznatkov

² Piaček, Kravčík, M., (1999), Znalosť. <http://dai.fmph.uniba.sk/~filit/fvz/znalost.html>

do explicitnej formy nie je jednoduché a aj práca expertného systému ako modelu riešenia úloh namiesto človeka je zložitý proces.

Napísať jednoznačnú definíciu expertného systému nie je možné, ale je možné nájsť charakteristické črty pre expertné systémy. Dvořák charakterizuje „Expertné systémy sú navrhnuté tak, aby simulovali kognitívne správanie človeka pri riešení špecifickej a presne definovanej oblasti. Tieto systémy ukladajú znalosti väčšinou vo forme faktov a pravidiel spolu s postupmi na spracovanie týchto znalostí a odvodenie riešenia problému, ktorý by štandardne vyžadoval prítomnosť ľudského experta“ (Dvořák, 2004). Zároveň uvádza základné tri charakteristiky pre expertné systémy (Dvořák, 2004):

- Oddelenie znalostí a inferenčného mechanizmu – hlavná črta, ktorá oddeľuje expertné systémy od klasických programov

- Schopnosť rozhodovania sa za prítomnosti neurčitosti
- Schopnosť vysvetľovania

Podobne podľa (Akram, 2014) uvádza nasledovné charakteristické črty expertného systému:

- Obsahuje veľké množstvo špecifických doménových znalostí a znižuje stavový priestor prehľadávania pomocou aplikovania heuristických pravidiel

- Poskytuje vysokokvalitný výkon, ktorý rieši náročné problémy v doménovej oblasti ekvivalentne alebo lepšie ako experti

- Má schopnosť odôvodňovania, čo je jedinečná vlastnosť expertného systému, ktorý mu umožňuje preskúmať a vysvetliť svoje rozhodnutia

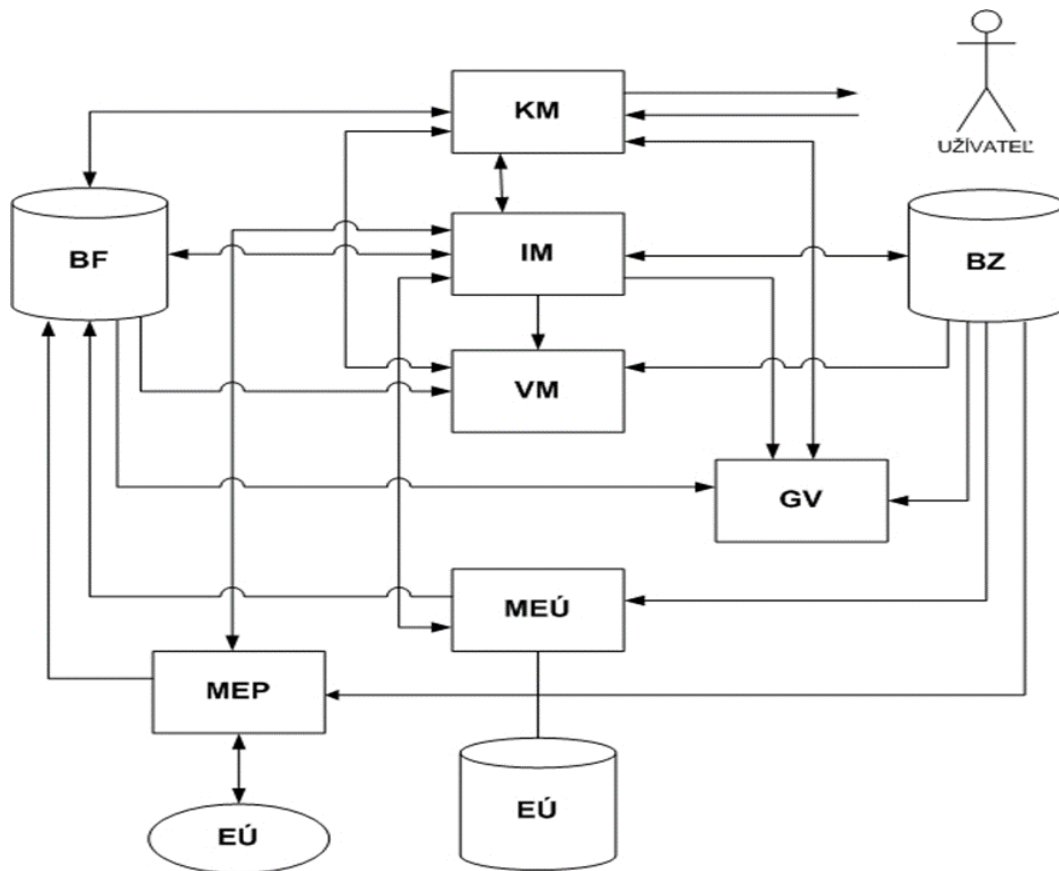
- Má reprezentované rôzne typy poznatkov vrátane faktov, konceptov a pravidiel prostredníctvom symbolov

- Môže upravovať, aktualizovať, rozširovať a zaoberať sa neistými, nesúvisiacimi, neúplnými, nedôveryhodnými faktami

Práve tieto charakteristické črty sú zachytené aj v architektúre expertných systémov (Obr.1) a schopnosť vysvetľovania a zdôvodňovania riešiacich postupov je často vnímaná ako existencia vysvetľovacieho modulu (VM) v rozšírenej architektúre systému. Spôsob práce expertného systému je založený na oddelení znalostí od inferenčného mechanizmu (IM) nazývaného aj odvodzovací stroj. Jeho úlohou však nie je vyriešenie problému alebo úlohy, ale len sprostredkuje vykonávanie porovnávania danej situácie zachytenej pomocou faktov do bázy faktov (BF) s poznatkami v báze znalostí (BZ) a hľadaním správnych poznatkov a krokov na vyriešenie danej situácie. Kým IM pozostáva zo súborov kooperujúcich programov zabezpečujúcich procedurálnu zložku činnosti systému, báza znalostí a báza faktov sú pasívne údajové štruktúry. Tieto tri zložky expertného systému tvoria jeho základné jadro alebo tzv. tradičnú architektúru systémov. Toto členenie odráža kľúčovú myšlienku deklaratívneho (situačného) programovania, tvoriaceho jeden zo základných princípov znalostných a expertných systémov (Popper, Kelemen, 1988). K tradičnej architektúre sú viazané ďalšie moduly. MEP je modul externých programov a MEÚ je modul externých údajov, ktoré často v súčasnosti predstavujú iba rozhrania komplexných informačných systémov (napríklad podnikových informačných systémov) a slúžia na získanie potrebných údajov pre vnímanie prostredia, v ktorom expertný systém pracuje. Komunikačný modul (KM) predstavuje rozhranie pre interakciu s používateľom. Avšak dôležitou charakteristickou črtou je práve existencia tzv. vysvetľovacieho modulu (VM) a generátora výsledkov (GV). Tieto dva moduly nemusia byť explicitne viditeľné v architektúre, ale môžu byť začlenené v inom module. Úlohou generátora výsledkov je zabezpečiť takú prezentáciu výsledkov, pri ktorej sa používateľovi prezentujú len relevantné výsledky bez nadbytočných a odvodzovacích informácií. A vysvetľovací modul slúži na zodpovedanie otázok používateľovi ak mu nie je jasný postup riešenia a odpovedá na otázky typu „How? Why?“. Vysvetľovací modul je charakteristický pre interaktívne expertné systémy (napríklad výučbové, poradné a pod.), kedy

používateľ potrebuje vedieť ako systém dospel k výsledku alebo pri výučbových systémoch si používateľ potrebuje ozrejmiť postup riešenia.

Obr. 1: Architektúra rozšírené expertného systému



Spracované podľa (Popper, Kelemen, 1988) a upravené autorom

Expertné systém po roku 2000 radíme do kategórie expertných systémov druhej generácie, ktoré umožňujú (Návrat, 2007)

- Využívanie rozsiahlych báz poznatkov
- Kombináciu rôznych formálnych reprezentácií poznatkov a v závislosti od nich rôzne techniky odvodzovania a abstrakcie
- Efektívne prepojenie s rozsiahlymi databázami
- Distribuovaný prístup k riešeniu problémov realizáciou multiagentových systémov

Aplikácie expertných systémov prešli od prvotného využívania čisto pravidlovo orientovaného usudzovania (rule-based systems) k prípadovému usudzovaniu (case-based systems) resp. ku kombinácii oboch spôsobov uvažovania tzv. hybridné znalostné systémy. Takýto spôsob modelovania znalostí dal základ pre tvorbu sémantických modelov založených na ontológiách, ktoré kladú dôraz na zachytenie konceptov a teda na zachytenie významu odvodených riešení.

3 „Explainable Artificial Intelligence (XAI)“ – umelá inteligencia slúžiaca na vysvetľovanie

Postupným vývojom modelov neurónových sietí, ktoré sú postavené na čisto kvantitatívnych matematických modeloch sa rozvíjala časť umelej inteligencie nazývaná výpočtová inteligencia, ktorá kombinuje predovšetkým metódy neurónových sietí, evolučných algoritmov a fuzzy logiky. Kombinovanie týchto metód umožňuje dosahovanie rýchlych

a vysoko presných výsledkov na riešenie úloh vo viacrozmerných priestoroch. Kombinácie týchto metód zaradujeme do pod-kategórie strojového učenia, kde základným princípom je dynamika systému zohľadnená v jeho schopnosti učiť sa. Strojové učenie je prudko rozvíjajúcou sa oblasťou využívajúcou vyššie spomínané algoritmy kombinované aj s matematickými či štatistickými metódami na úlohy klasifikácie a predikcie. Pri týchto úlohách hlavný význam pre používateľa má interpretovateľnosť, zrozumiteľnosť a dôveryhodnosť získaných výsledkov, preto vznikol pojem vysvetľujúcej umelej inteligencie (XAI).

Definíciu strojového učenia by sme mohli vnímať nasledovne: „Strojové učenie je aplikácia umelej inteligencie, ktorá poskytuje systému schopnosť automaticky sa učiť a zdokonaľovať sa zo skúseností bez toho, aby skúsenosti boli vyslovene naprogramované. Strojové učenie sa zameriava na vývoj počítačových programov, ktoré majú prístup k údajom a používajú ich na vlastné vzdelávanie“ (Expert system, 2020). Teda metódy strojového učenia sa využívajú v oblastiach, kde potrebujeme, aby sa systém učil riešiť množinu podobných úloh a tak sa zdokonaľoval. „Podľa Toma Mitchella, profesora počítačovej vedy a strojového učenia na Carnegie Mellon, sa hovorí, že počítačový program sa učí zo skúseností E v súvislosti s nejakou úlohou T a určitou mierou výkonu P, ak sa jeho výkon na T, meraný P, zlepšuje so skúsenosťami E.“³ Strojové učenia sa využíva v oblastiach ako rozpoznávanie obrazu, rozpoznávanie reči, rozpoznávanie vzorov (napr. v chemických zlúčeninách, štruktúre materiálov a pod.), spracovanie prirodzených jazykov, v analýze dát (finančníctvo, poisťovníctvo, medicínska diagnostika a pod.) a taktiež pre vyhľadávacie stroje vo webovom priestore (search engines). Existujú však aj mnohé ďalšie aplikácie v praxi.

Strojové učenia obsahuje niekoľko metód (supervised learning, semi-supervised learning a unsupervised learning), ktoré vychádzajú z princípov vývoja neurónových sietí a obsahujú množstvo algoritmov (od neurónových sietí, cez deep learning, reinforcement learning, Baysove siete, rozhodovacie stromy, učenie sa pomocou asociačných pravidiel, učenie sa cez podobnosti, evolučné algoritmy, ILP, heuristiky a iné) (DeepAI, 2020). V súčasnosti práve strojové učenie napreduje rýchlo a jeho použitie je relatívne jednoduché a to vďaka trom faktorom (DeepAI, 2020):

- výpočtový výkon sa za posledných niekoľko desaťročí výrazne zvýšil a stal sa oveľa lacnejším,
- informácie o možnostiach využitia strojového učenia sa rozšírila s rozšírením internetu
- „open source“ nástroje strojového učenia sú čoraz dostupnejšie

Na druhej strane systémy využívajúce strojové učenie fungujú navonok ako „čierne skrinky“ a sú využívané hlavne pre automatické strojové učenie (aML). Automatické strojové učenie je používané predovšetkým na rozpoznávanie vzorov ako sú obrazy, reč, automatické riadenie (autonómne autá a pod). Pri aML často prichádza k nesprávnej interpretovateľnosti rozpoznávaného obrazu alebo k nedostatočnej schopnosti systému interpretovať dáta formou zrozumiteľnou používateľovi. Napríklad obrázok, kde pes leží na zemi a polovicu tela má pod posteľou, systém strojového učenia popisuje ako „pes sediaci na drevenej dlážke“ (Goedel, 2018). Rozdielnosť ľudského vnímania situácií v obrazoch, či sémantiky prirodzeného jazyka oproti systémom strojového učenia je významná. Aj spôsob učenia sa je postavený na rozdielnych princípoch a ľudské poznávanie nepotrebuje tisícku opakovaní na tréningovej množine dát, ale podobnosti vnímame na základe skúseností a aj intuície, čo je doteraz nezachytiteľné v akýchkoľvek systémoch umelej inteligencie. Príkladom môže byť, že ak dieťa vidí tri-štyrikrát psa, vie rozpoznať psa, aj keď je to iná rasa. Na to, aby systém používajúci

³ 3. Deep AI, (2020), web-page retrieved 14.October 2020 from <https://deeptai.org/machine-learning-glossary-and-terms/machine-learning>

strojové učenie identifikoval obraz psa potrebuje podstatne viac opakovaní na dátach ako dieťa. Napriek zdokonaľovaniu algoritmov stále existuje výzva na transparentnosť vo výstupoch pri systémoch strojového učenia (najmä v medicíne, ale napríklad aj v „legal-based“ systémoch). Práve pri takýchto systémoch sa žiada transparentné vysvetlenie výsledkov alebo potvrdenie daných výsledkov. V súčasnosti je teda výzvou pre umelú inteligenciu ako zostrojiť explicitné systémy, ktoré zreprodukovujú výsledky výpočtového výkonu takou formou, aby bola zrozumiteľná, transparentná a vysvetľujúca pre človeka. Systémy, ktoré nahrádzajú činnosť či uvažovanie človeka pri mnohých praktických úlohách musia byť dôveryhodné nielen z hľadiska výpočtovej sily, ale aj z hľadiska schopnosti objasniť výsledok riešenia (Goedel, 2018). V oblastiach, ako je medicína, kde často nie sú dostatočné vzorky tréningových dát (kvôli špecifickosti vzoriek) je problém použiť aML. Preto je v týchto oblastiach potrebné zvoliť interaktívny prístup, kde do procesu tréningu systémov strojového učenia sa vstupuje v interakcii znalostný agent napr. aj človek. Tým sa redukuje prehľadávanie dátového priestoru, v ktorom sa systém trénuje a úlohy NP zložitosti sa riešia vďaka heuristike. Hovoríme o interaktívnom strojovom učení (iML). Holzinger charakterizuje iML v (Holzinger, 2016) ako „algoritmy, ktoré môžu interagovať s agentami a môžu optimalizovať svoje správanie pri učení prostredníctvom týchto interakcií, kde agentami môžu byť aj ľudia.“ V iML teda podobne ako v expertných systémoch sa narába s poznatkami ľudí a hovoríme o prístupe, kedy človek je začlenený do procesu učenia sa systému („human-in-the-loop“). Ako bolo spomenuté, tento prístup sa používa ak sú dáta neurčité, nie sú dobre štruktúrované, resp. sú riedke, tak ako napríklad v medicíne ale aj iných oblastiach (Holzinger, 2016). Začlenenie ľudského poznania v podobe znalostného agenta do procesu učenia sa v strojovom učení má podobné znaky ako modelovanie znalostí v expertných systémoch. Interaktívne strojové učenie nie je v súčasnej dobe tak rozšírené ako automatické strojové učenie, pre ktorom sa dajú jednoduchšie robiť experimenty na tréningových dátach. Do experimentov s iML by bolo potrebné získať reálne často zriedkavé dáta a zapojiť tímy odborníkov pre danú oblasť. Podobne ako expertné systémy poskytujú znalosti ľudí, tak aj iML potrebuje v interaktívnom režime zachytiť poznatky ľudí vhodnou formálnou reprezentáciou tak, aby ich systém strojového učenia dokázal použiť a spracovať. Teda iML využíva akúsi bázu poznatkov na efektívnejšie učenie sa. To je jedna spoločná charakteristika pre expertné systémy a metódy iML. Na druhej strane práve iML systémy v konečnom výsledku majú poskytnúť používateľovi nájdené rozpoznané vzťahy, závislosti, poznatky v dátach (vzťahy či už funkčné, časové, príčinné, empiricko-asociačné a pod.) v takej forme, aby im používateľ ľahko rozumel a preto je dôležitá aj funkcia vysvetľovania dosiahnutých výsledkov v týchto systémoch.

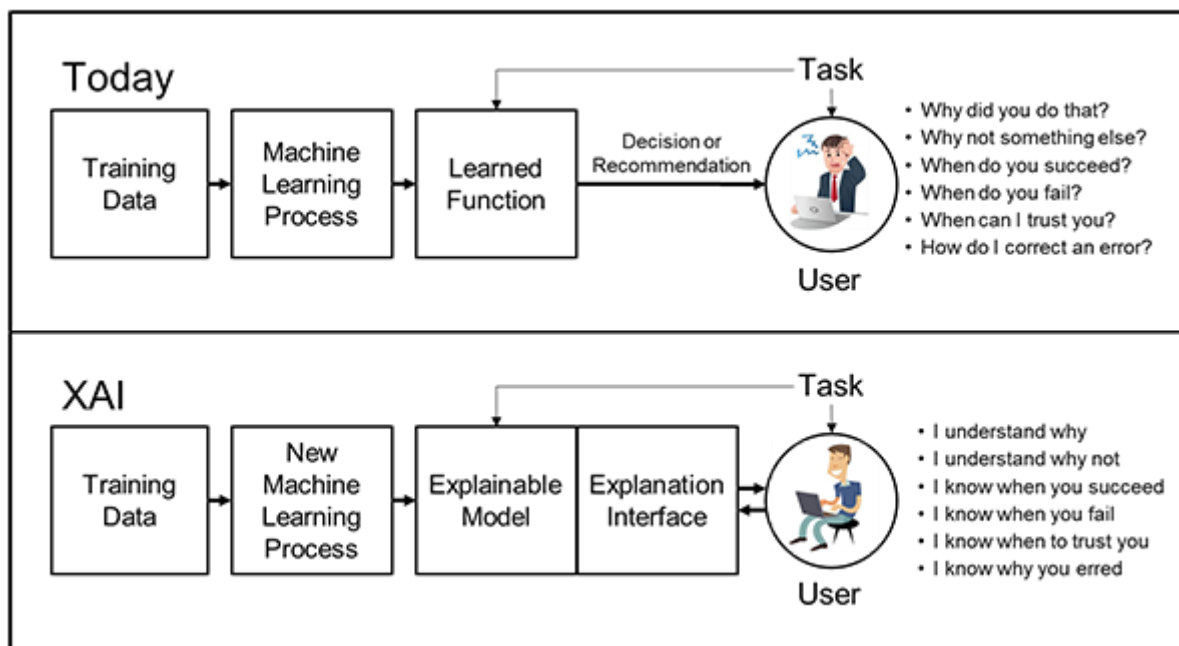
Staršie metódy vysvetľovania v expertných systémoch boli postavené na textových správach a odpovediach na otázky, ktoré zadal používateľ (ako? prečo?). S rozvojom spracovania prirodzenej reči textové vysvetlenia obsahujú viac kontextu (sémantiky, ktorá vyplýva zo správneho uchopenia syntaxe). Expertné systémy druhej generácie dali základ pre vytvorenie tzv. „Explainable Artificial Intelligence“, teda vysvetľujúcej umelej inteligencie, ktorá vychádza z potreby zrozumiteľnej interpretácie výsledkov strojového učenia (najmä tzv. deep learning). Mohli by sme ju charakterizovať ako vytváranie metód, techník a aplikácií strojového učenia, ktoré sú zrozumiteľné ľuďom. (Turek, 2020) charakterizuje cieľ XAI ako vytvorenie sád techník strojového učenia, ktoré

- Vytvárajú viac modelov, ktoré sú schopné vysvetľovať výsledky pri zachovaní vysokej úrovne výkonu učenia sa

- Umožňujú ľuďom porozumieť, primerane dôverovať a efektívne riadiť nastupujúcu generáciu agentov umelej inteligencie (ak ich vnímame ako partnerov na riešenie úloh).

Začlenenie vysvetľovacích mechanizmov do architektúr strojového učenia je možné urobiť rôznym spôsobom, ale základný princíp je zachytený na Obr.2

Obr. 2: Základný koncept XAI



Zdroj: Turek, M., Explainable Artificial Intelligence (XAI) dostupné na <https://www.darpa.mil/program/explainable-artificial-intelligence>

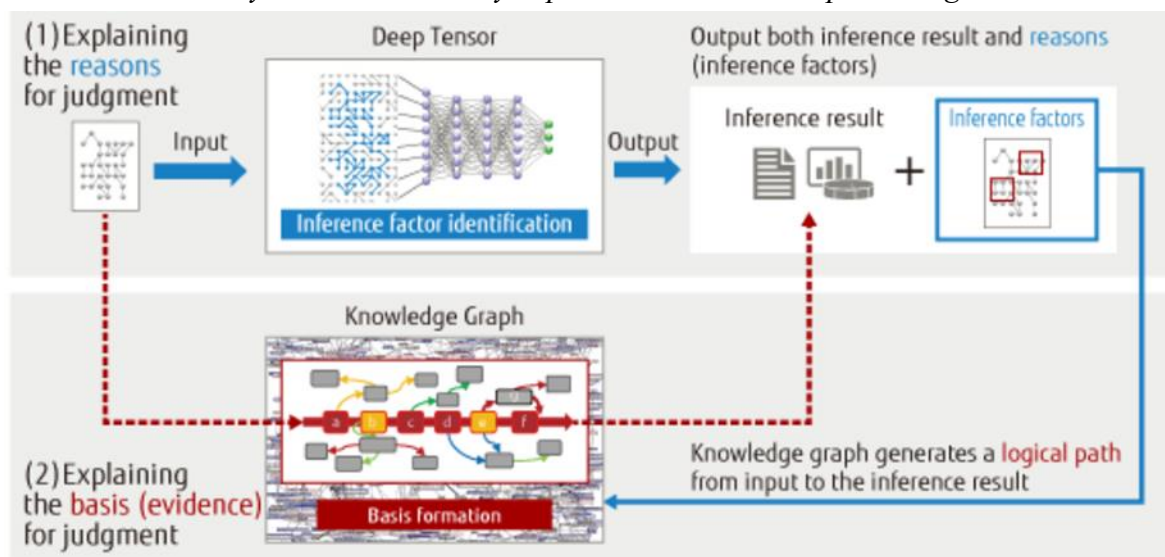
XAI vyvoláva v súčasnosti mnoho otázok (právných a etických napr. GDPR) a nových výziev. Napríklad technických výziev – aké techniky použiť na vyhodnotenie kvality vysvetlenia, na správne interpretovanie výsledkov, na zabezpečenie IT bezpečnosti systémov, ktoré často pracujú s citlivými údajmi a podobne. (Longo a kol., 2020) konštatuje, že najväčšie výzvy pre XAI sú, „ že v skutočnom svete však čelíme dvom významným problémom:

- základná pravda nemôže byť vždy úplne definovaná, napríklad pokiaľ ide o lekárske diagnózy, ak existuje vysoká neistota;

- ľudské modely, ako napríklad vedecké modely riešenia problémov, sú často založené na kauzalite (v zmysle rôznych modelov inferencovania) čo je veľmi náročné, pretože súčasné strojové učenie ich nezahŕňa a sleduje iba čistú koreláciu.“

V súčasnosti rozvoj umelej inteligencie umožňuje bádanie ako implementovať vysvetľujúcu vrstvu do architektúry strojového učenia (formou znalostných grafov, symbolového odvodzovania, ktoré je začlenené priamo do výpočtového mechanizmu či zameraním sa na zachytenie správnej kontextovej štruktúry vysvetlenia v doménovej oblasti a pod.) (Longo a kol., 2020). V tomto kontexte nie je zanedbateľná ani forma výstupu vysvetlenia pre používateľa, kedy smer vývoja ide od textových, obrazových, logických výstupov až po multimodálnu formu. Avšak smerovanie vývoja návrhu vysvetľovacej vrstvy v systémoch XAI smeruje opäť k interaktivite človek-počítač, kde znalosti expertov zohrávajú dôležitú rolu pri potvrdzovaní, overovaní dôveryhodnosti automaticky odvodených výsledkov systémami strojového učenia. Návrh vysvetľovacej vrstvy (resp. modulu) sa opiera o vytvorenie bázy znalostí expertov, ktorí sú schopní porozumieť výsledkom. Takýto návrh ako jeden z možných je zachytený na obrázku Obr.3.

Obr. 3: Návrh XAI so znalostným grafom (ako bázou znalostí) na potvrdenie správnosti výsledkov dosiahnutých prostredníctvom „deep learning“



Zdroj: Goebel, R. at col. Explainable AI: the new 42? dostupné na: <https://openaccess.city.ac.uk/id/eprint/20659/1/>

4 Záver

Základné dve vývojové vetvy umelej inteligencie sa vyvíjali samostatne viac ako 50 rokov a až v súčasnosti je možné konštatovať, že nachádzajú spoločný prienik vďaka rýchlemu rozvoju technických prostriedkov.

V čom sa teda líšia expertné systémy a XAI?

Expertné systémy prešli dlhým vývojom a ich druhá generácia je zakomponovaná do mnohých automatizovaných činností (finančníctvo, bankovníctvo, medicína, výroba) takou formou, že človek nie je potrebný pri automatizovaných rozhodnutiach a činnostiach, pretože sú postavené na explicitne zadaných (vložených) poznatkoch. Je však potrebné neustále aktualizovať poznatky expertov a meniť bázu poznatkov na základe zmien v jednotlivých doménových oblastiach. Údaje (fakty), s ktorými pracujú expertné systémy majú vplyv na riešenie úloh, na poskytnutie záverečného rozhodnutia, či výkonu. Expertné systémy sa ale vyznačujú hlavnou črtou v architektúre a tou je vysvetľovací modul a teda schopnosť systémov vysvetliť zrozumiteľne používateľovi postup riešenia problému. Na druhej strane, tvorba rozsiahlych a komplexných báz expertných znalostí je veľmi zložitá úloha a zachovať mieru zložitosti, neurčitosti a dôveryhodnosti odvodzovania v takomto systéme nie je jednoduchá úloha.

XAI v súčasnej podobe nedisponuje explicitnými poznatkami expertov, narába len prostredníctvom algoritmov na interpretovanie výsledkov výpočtov strojového učenia, pričom sa používajú kvantitatívne metódy. Tieto systémy, napriek mnohým matematickým modelom, nie sú schopné začleniť do vysvetľovacích postupov všetky typy ľudského poznania, preto aj keď sú výsledky interpretovateľné expertami, nie sú zrozumiteľné bežnému používateľovi. Vysvetlenia výsledkov zo systémov strojového učenia by mali mať niektoré základné vlastnosti ako správnu vyjadrovaciu silu, prehľadnosť postupu (aby postup nebol znova čiernou skrinkou) portabilitu a vhodnú algoritmickú zložitosť (Molnar, 2020). V prípade konkrétnych a individuálnych vysvetlení aj vlastnosti ako zrozumiteľnosť, presnosť, dôveryhodnosť, stabilitu, pokrytie určitej oblasti, mieru istoty a pod.

Práve z vyššie uvedených dôvodov sa javí kombinácia populárnych algoritmov strojového učenia, ktoré sú interpretovateľné a ľudského poznania explicitne zachyteného v znalostných bázach resp. mapách vhodnou technológiou. V takýchto prípadoch báza znalostí nemusí uvažovať nad komplexnými problémami (napr. zvažovať širokú oblasť), ale sa špecializuje len na poskytnutie poznatkov, prostredníctvom ktorých sa interpretujú a overujú výsledky dosiahnuté systémami so strojovým učením. A to je úlohou XAI, ako ďalšej generácie systémov s umelou inteligenciou.

Literatúra

1. Akram at al. (2014). A Review on Expert System and its Applications, International Journal of Civil Engineering and Built Environment, 2014. Retrieved 10.October 2020 from https://www.academia.edu/12985075/A_Review_on_Expert_System_and_its_Applications_in_Civil_Engineering.
2. Dvořák, J. (2004), Expertní systémy. Retrieved 10.October 2020 from <http://www.uai.fme.vutbr.cz/~jdvorak/Opory/ExpertniSystemy.pdf>.
3. Deep AI, (2020), web-page retrieved 14.October 2020 from <https://deepai.org/machine-learning-glossary-and-terms/machine-learning>.
4. Expert system, (2020) Retrieved 10. October 2020 from <https://expertsystem.com/machine-learning-definition/>.
5. Goebel, R. at al. (2018), Explainable AI: the new 42? Retrieved 14.October 2020, from <https://openaccess.city.ac.uk/id/eprint/20659/1/> link: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-99740-7_21.
6. Holzinger A. Interactive machine learning for health informatics: when do we need the human-in-the-loop? (2016) Brain Inform. 2016 Jun;3(2):119-131. doi: 10.1007/s40708-016-0042-6. Epub 2016 Mar 2. PMID: 27747607; PMCID: PMC4883171.
7. Kelemen, J. Popper, M., (1988), Expertné systémy. Alfa, Bratislava 1988, ISBN 80-05-00051-0.
8. Longo L., Goebel R., Lecue F., Kieseberg P., Holzinger A. (2020) Explainable Artificial Intelligence: Concepts, Applications, Research Challenges and Visions. In: Holzinger A., Kieseberg P., Tjoa A., Weippl E. (eds) Machine Learning and Knowledge Extraction. CD-MAKE 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12279. Springer, Cham. Retrieved 30. September 2020 from http://doi-org-443.webvpn.fjmu.edu.cn/10.1007/978-3-030-57321-8_1.
9. Molnar, Ch. (2020), Interpretable Machine Learning. A Guide for Making Black Box Models Explainable. Retrieved 15. October 2020 from <https://christophm.github.io/interpretable-ml-book/>.
10. Návrat, P. a kol. (2007), Umelá inteligencia, STU 2007, ISBN 9788022726290.
11. Piaček, Kravčík, M., (1999), Znalosť. Retrieved 30. September 2020 from <http://dai.fmph.uniba.sk/~filit/fvz/znalost.html>.
12. Turek, M. (2020) Explainable Artificial Intelligence (XAI). Retrieved 10. October 2020 from <https://www.darpa.mil/program/explainable-artificial-intelligence>.



Odhad pravdepodobnostného rozdelenie času nákupu

Shopping time probability distribution estimation

Marian Reiff¹, Pavel Gežík²

Abstrakt

Príspevok poskytuje špecifický pohľad na údaje z počítačového zákazníkov v maloobchode a ich využitie k predikcii potreby otvorených pokladní. Počítač poskytuje údaje o počte zákazníkov vstupujúcich a o počte vystupujúcich zákazníkov prevádzky maloobchodu. Porovnaním týchto dvoch časových radov je možné odhadnúť dobu nákupu zákazníkov a tak určiť množstvo pokladní v čase, kedy zákazníci budú približne prichádzať k pokladniciam vzhľadom na ich príchod do prevádzky. Analýza je vykonávaná pomocou metodológie skrytých Markovových modelov, nakoľko trvanie nákupu nie je priamo merané ale skryté v dátach o príchode a odchode zákazníkov. Vychádzajúc z faktu, že čas nákupu sa mení v jednotlivých intervaloch v priebehu otváracjej doby prevádzky, tak v príspevku sú analyzované tieto zmeny, intervaly zmien, pravdepodobnostné rozdelenia a odhady jednotlivých parametrov týchto pravdepodobnostných rozdelení.

Kľúčové slová

čas nákupu, Markovov model prepínania režimov, model pravdepodobnostného rozdelenia

Abstract

The paper provides a specific view of the data from the retail customer counter and their use to predict the need for open cash registers. The counter provides data on the number of customers entering and the number of performers of the retail operation. By comparing these two time series, it is possible to estimate the time of purchase of customers and thus determine the amount of cash registers at the time when customers will approximately come to the cash registers due to their arrival in service. The analysis is carried out using the methodology of hidden Markov models, since the duration of purchase is not directly measured but hidden in customer arrival and departure data. Based on the fact that the time of purchase varies at different intervals during the opening hours of operation, the contribution analyzes these changes, change intervals, probability distributions and estimates of the individual parameters of these probability distributions.

Key words

shopping time, Markov switching model, probability distribution model

JEL classification

C59, L250

1 Úvod

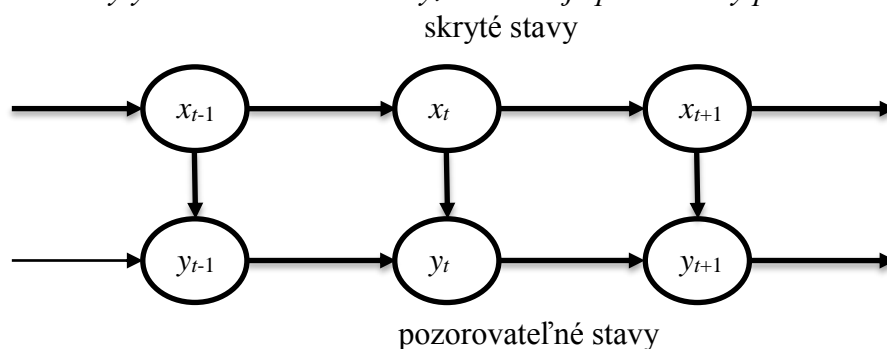
Teória skrytých Markovových modelov sa už dlhšie používa v oblasti spracovania signálov, najmä v súvislosti s automatickým rozpoznávaním reči. Táto teória však poskytuje

¹ doc. Ing. Marian Reiff, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, marian.rieff@euba.sk.

² Ing. Pavel Gežík, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, pavel.gezik@euba.sk.

dostatočne flexibilné, univerzálne modely aplikovateľné v prípadoch, ak sú k dispozícii dáta typu časových radov jednej alebo viacerých premenných, a to buď kvalitatívneho alebo kvantitatívneho charakteru, vrátane časových radov s cyklických výskytom hodnôt. Vďaka flexibilitate modelu sa záujem o teóriu a aplikácie skrytých Markovových modelov rýchlo rozšíril aj do iných oblastí. Medzi prvé aplikácie skrytého Markovovho modelu časových radov na ekonomických ukazovateľoch možno zaradiť publikácie (Hamilton 1989) a (Hamilton 1990), kde autor skúma povojnový vývoj hrubého národného produktu Spojených štátov amerických v závislosti od skrytých stavov modelujúcich ekonomické cykly v Spojených štátoch amerických. Hamiltonove práce spopularizovali skrytý Markovov model pre analýzu ekonomických časových radov, keďže preukázali schopnosť modelu zachytiť asymetrický podmienený pohyb časového radu alebo asymetrické dynamické vlastnosti časových radov pomocou homogénnych podmienených pravdepodobností prechodov medzi stavmi systému. Skrytý Markovov model je model detekcie signálu, ktorý predpokladá, že pozorované sekvencie sú odvodené zo sekvencie skrytých stavov. Sekvencia skrytých stavov je diskretná, modelovaná pomocou Markovovho reťazca. Skrytý Markovov model je teda stochastický model (MacDonald a Zucchini 1997). Baum a Petrie (1966) navrhli matematické základy teórie skrytého Markovovho modelu. Autori predpokladajú, že pozorovania sú generované skrytou sekvenciou, ktorá je modelovaná Markovovým procesom. V skrytom Markovovom modeli sú latentné stavy neviditeľné, zatiaľ čo pozorovania (vstupy modelu), ktoré závisia od stavov, sú viditeľné. Pozorovanie v čase t skrytého Markovovho modelu má konkrétne pravdepodobnostné rozdelenie zodpovedajúce príslušnému stavu Markovovho reťazca. Prirodzeným rozšírením skrytého Markovovho reťazca je variant, kde pozorovateľný proces nie je závislý len od súčasného skrytého stavu ale aj predchádzajúcich pozorovaní pozorovateľných stavov, zobrazený na obrázku č. 1. Pre tento variant skrytého Markovovho modelu sa ustálil názov Markovov prepínací model (angl. Markov switching model) alebo Markovov model prepínania režimov (angl. Markov regime switching model).

Obr. 1: Popis štruktúry Markovov model prepínania režimov, kde premenná x_t znázorňuje skrytý Markovov reťazec a y_t znázorňuje pozorovaný proces.

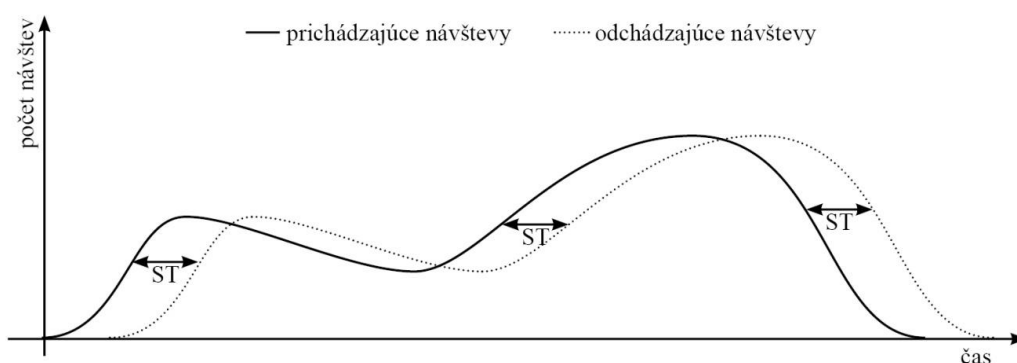


Zdroj: Vlastné spracovanie.

Vo všeobecnosti môžeme povedať, že skrytý Markovov model je skôr teoretická konštrukcia. V skutočnosti je pozorovateľný iba stavovo závislý proces $\{Y_t\}$, kým proces popísaný Markovovým reťazcom zostáva neznámy - skrytý. V mnohých aplikáciách však existuje primeraný výklad pre skryté stavy. Napríklad, čas zákazníka strávený v predajni nákupom tovaru, nie je bežne priamo meraný u každého zákazníka. Obchodníci však majú technológie, ktoré umožňujú merať počet zákazníkov na vstupe a výstupe do predajne v čase. Počítadlo poskytuje údaje o počte zákazníkov vstupujúcich a o počte vystupujúcich zákazníkov

prevádzky maloobchodu. Porovnávaním týchto dvoch časových radov je možné odhadnúť dobu nákupu zákazníkov a tak určiť množstvo pokladní v čase, kedy zákazníci budú približne prichádzať k pokladniciam vzhľadom na ich príchod do prevádzky. Zmeny času potrebného na nákup tovaru možno analyzovať z pozorovateľného ukazovateľa počtu odchádzajúcich zákazníkov a počtu vstupujúcich zákazníkov a modelovať skrytým Markovovým modelom s dvoma stavmi. Stavy Markovovho reťazca môžeme interpretovať ako úroveň kvality poskytovania služieb, kde jeden zo stavov je charakterizovaný nízkou úrovňou poskytovaných služieb charakterizovaný dlhým čakaním pred pokladnicami, resp. dlhým časom potrebným na nákup a druhý stav s vysokou úrovňou poskytovaných služieb, teda krátkym čakaním pred pokladnicami, resp. krátkym časom potrebným na nákup. Možno nás napadne, že čas strávený v predajni alebo dĺžka čakania pred pokladňou sú pozorovateľné premenné, ale v našom prípade nie sú priamo merané a zaznamenávané. Merané a zaznamenávané sú iné ukazovatele, počet vstupujúcich a odchádzajúcich zákazníkov z predajne a tieto ukazovatele resp. ich pomer ktorý obsahuje „zaobalenú“ informáciu o kvalite poskytovaných služieb. Obrázok č. 2 znázorňuje krivku denného priebehu počtu návštev.

Obr. 2: Priebeh príchodu a odchodu návštevníkov počas otváracích hodín s rôznym časom pobytu (ST).



Zdroj: Vlastné spracovanie.

2 Odhadnutý Markovov model prepínania režimov

Markovov model prepínania režimov je odhadnutý pomocou softvéru Eviews pre maloobchodnú predajňu na základe hodinových dát o počte prichádzajúcich a odchádzajúcich zákazníkov. Konkrétne sme analyzovali závislú premennú *koef* vypočítaný podľa vzťahu (1), sedem nezávislých kvalitatívnych umelých premenných reprezentujúcich deň v týždni ($d1$, $d2$, ..., $d7$) a 15 nezávislých kvalitatívnych umelých premenných reprezentujúcich hodinu počas otváracie doby od 6:00 do 20:00 ($h1$, $h2$, ..., $h15$) a nezávislé oneskorené exogénne premenné ($ar(1)$, $ar(2)$).

$$koef = \frac{\text{odchádzajúce návštevy}}{\text{prichádzajúce návštevy}} \quad (1)$$

Odhadli sme viacero verzii modelu pričom v príspevku prezentujeme model (Tabuľka č. 1) s najnižšou hodnotou Akaikeho informačného kritéria kde všetky vysvetľujúce premenné sú štatisticky významné. Vplyv dňa v týždni na hodnotu koeficientu sa štatisticky významne nepotvrdil. Prezentovaná verzia modeluje prepínanie medzi režimami s rôznou strednou hodnotou a rozptylom. Odhadnuté boli aj verzie modelujúce len prepínanie medzi režimami s rôznou strednou hodnotou a rovnakým rozptylom a verzia s rovnakou strednou hodnotou a rôznym rozptylom.

Tab. 1: Štatistiky pre odhadnutý Markovov model prepínania režimov

Dependent Variable: KOEF
 Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 10/15/20 Time: 10:06
 Sample: 1 1307
 Included observations: 1307
 Number of states: 2
 Initial probabilities obtained from ergodic solution
 Standard errors & covariance computed using observed Hessian
 Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard deviation (rng=kn, seed=864016429)
 Convergence achieved after 16 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	0.914690	0.015837	57.75700	0.0000
LOG(SIGMA)	-2.159290	0.120854	-17.86685	0.0000
Regime 2				
C	0.890175	0.004704	189.2460	0.0000
LOG(SIGMA)	-2.720428	0.057207	-47.55417	0.0000
Common				
H4	0.099114	0.010012	9.899270	0.0000
H5	0.078687	0.009492	8.290173	0.0000
H6	0.151788	0.009322	16.28323	0.0000
H7	0.153248	0.009424	16.26072	0.0000
H8	0.127434	0.009353	13.62532	0.0000
H9	0.077226	0.009204	8.390904	0.0000
H10	0.087463	0.009291	9.413312	0.0000
H11	0.121635	0.009188	13.23844	0.0000
H12	0.111675	0.009142	12.21503	0.0000
H13	0.116031	0.009130	12.70870	0.0000
H14	0.163552	0.009173	17.82983	0.0000
H15	0.325212	0.009934	32.73622	0.0000
AR(1)	-0.342058	0.028779	-11.88575	0.0000
AR(2)	-0.102163	0.027579	-3.704396	0.0002
Transition Matrix Parameters				
P11-C	-0.730407	0.880660	-0.829386	0.4069
P21-C	-1.883718	0.680969	-2.766233	0.0057
Mean dependent var	1.002676	S.D. dependent var	0.114408	
S.E. of regression	0.077352	Sum squared resid	7.712489	
Durbin-Watson stat	1.997163	Log likelihood	1515.774	
Akaike info criterion	-2.288866	Schwarz criterion	-2.209669	
Hannan-Quinn criter.	-2.259159			
Inverted AR Roots	-.17+.27i	-.17-.27i		

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Výsledný Markovov model s prepínaním medzi režimami s rôznou strednou hodnotou a rozptylom analyzovanej pre prvý stav je vyjadrený vzťahom (2) a pre druhý stav vyjadrený vzťahom (3):

$$\begin{aligned} \text{Stav 1: } koef = & 0.914690217348 + 0.0991142987373h4 + 0.0786868326054h5 + \\ & 0.151787909401h6 + 0.153247917222h7 + 0.127433982471h8 + 0.0772263054364h9 + \\ & 0.0874632469769h10 + 0.121634709785 * h11 + 0.111674582544h12 + 0.116031272534h13 \\ & + 0.163551587316h14 + 0.32521199765h15 + [ar(1)=-0.342057845553, ar(2)=- \\ & 0.102163371826] \end{aligned} \tag{2}$$

$$\text{Stav 1: } SIGMA = @EXP(-2.15928952559)$$

$$\begin{aligned} \text{Stav 2: } koef = & 0.890174508386 + 0.0991142987373h4 + 0.0786868326054h5 + \\ & 0.151787909401h6 + 0.153247917222h7 + 0.127433982471h8 + 0.0772263054364h9 + \\ & 0.0874632469769h10 + 0.121634709785 * h11 + 0.111674582544h12 + 0.116031272534h13 \\ & + 0.163551587316h14 + 0.32521199765h15 + [ar(1)=-0.342057845553, ar(2)=- \\ & 0.102163371826] \end{aligned} \tag{3}$$

$$\text{Stav 2: } SIGMA = @EXP(-2.72042828648)$$

Odhadnuté podmienené pravdepodobnosti prechodu medzi režimami s stredná hodnota zotrvania v príslušnom stave/režime sú uvedené v tabuľke č. 2

Tab. 2: Matica podmienených pravdepodobnosti prechodov medzi stavom jedna a dva stredná hodnota zotrvania v príslušnom stave

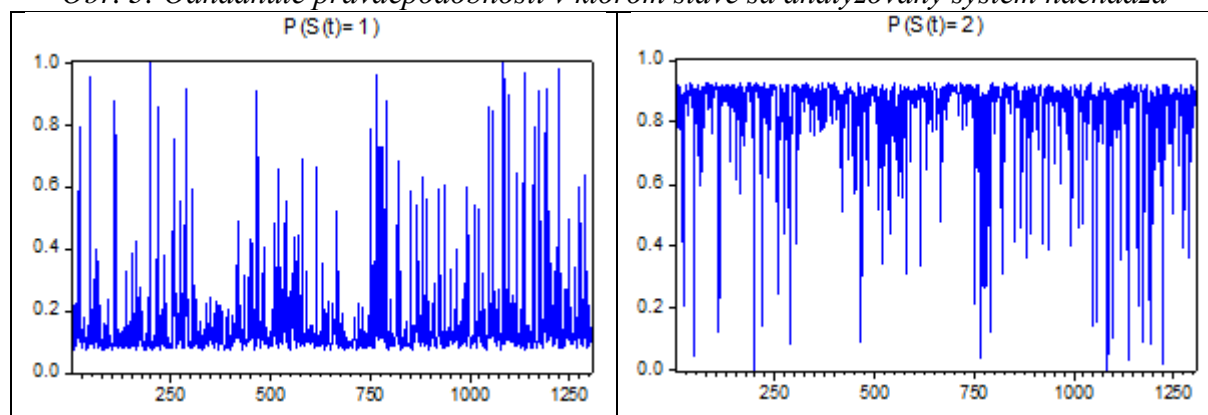
Constant transition probabilities:		
P(i, k) = P(s(t) = k s(t-1) = i)		
(row = i / column = j)		
	1	2
1	0.325105	0.674895
2	0.131962	0.868038

Constant expected durations:		
	1	2
	1.481713	7.577914

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Pri analýze časového radu za obdobie od 1.7. do 30.9.2020 pre hodinové dáta počas otváraciej doby boli odhadnuté pravdepodobnosti, v ktorom stave sa pravdepodobne analyzovaný systém nachádza. Tieto pravdepodobnosti sú zobrazené na obrázku č 3.

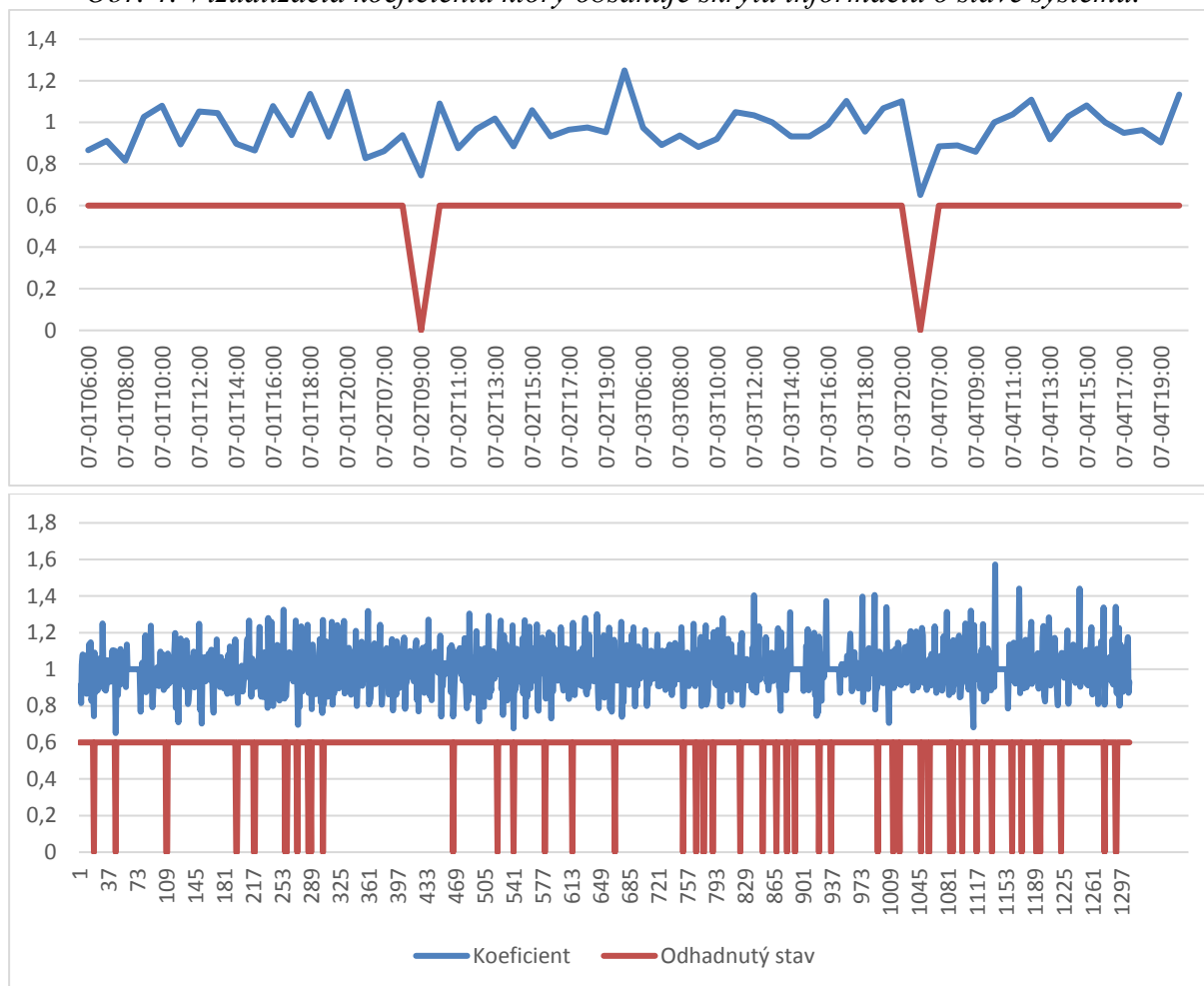
Obr. 3: Odhadnuté pravdepodobnosti v ktorom stave sa analyzovaný systém nachádza



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na základe odhadnutých pravdepodobností je možné vizualizovať hodnotu pozorovanej premennej a odhadnutého skrytého stavu. Obrázok č. 4 znázorňuje modrou čiarou hodnoty koeficientu v čase a červenou čiarou, v ktorom stave sa systém nachádza. Na osi y hodnota 0,6 predstavuje odhadnutý stav s_2 a hodnota 0 stav s_1 . Systém v priemere zotrúva 7,58 hodín v stave s_2 a v stave s_1 1,48 hodín.

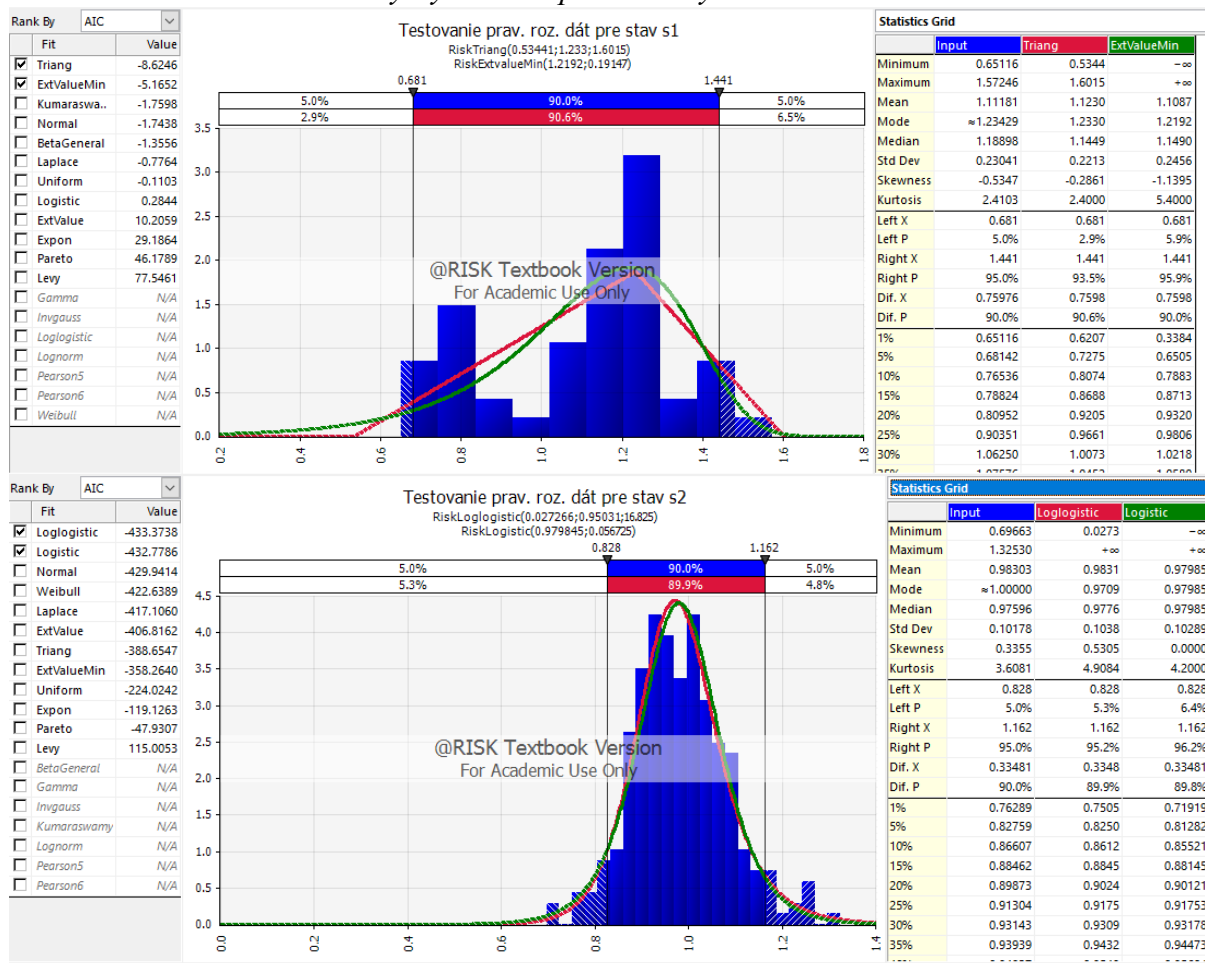
Obr. 4: Vizualizácia koeficientu ktorý obsahuje skrytú informáciu o stave systému.



Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na základe odhadnutých stavov pre historické hodnoty premennej *koef*, sme určili pravdepodobnostné rozdelenia, podľa ktorých je možné modelovať výskyt podmienených stavom s_1 alebo s_2 . Výsledky sú uvedené na obrázku číslo 5.

Obr. 5: Odhad modelu pravdepodobnostného rozdelenie pomocou ktorého je možné modelovať výskyt hodnôt podmienených stavom s_1 alebo s_2 .



Zdroj: Vlastné spracovanie.

V prípade skrytého stavu s_1 je vhodné použiť trojuholníkové rozdelenie s minimálnou hodnotou koeficientu 0,5344, s maximálnou hodnotou koeficientu 1.6015 a módom 1,233 a v prípade skrytého stavu s_2 je vhodné použiť log-logistické rozdelenie s parametrom gama 0,00254, beta 0,9756 a alfa 17,281.

3 Záver

Príspevok poskytuje špecifický pohľad na údaje z počítačla zákazníkov v maloobchode a ich využitie k predikcii potreby otvorených pokladní. Analýza je vykonávaná pomocou metodológie skrytých Markovových modelov, nakoľko trvanie nákupu nie je priamo merané ale skryté v dátach o príchode a odchode zákazníkov. Stav Markovovho reťazca môžeme interpretovať ako úroveň kvality poskytovania služieb, kde jeden zo stavov je charakterizovaný nízkou úrovňou poskytovaných služieb charakterizovaný dlhým čakaním pred pokladňami (malo otvorených pokladní na množstvo zákazníkov v predajni) a druhý stav s vysokou úrovňou poskytovaných služieb teda krátkym čakaním (dostatočné množstvo otvorených pokladní na množstvo zákazníkov v predajni). Vychádzajúc z faktu, že čas nákupu sa mení v jednotlivých intervaloch v priebehu otváracjej doby prevádzky, tak v príspevku sú analyzované tieto zmeny, intervaly zmien, pravdepodobnostné rozdelenia a odhady jednotlivých parametrov týchto pravdepodobnostných rozdelení. konkrétne v prípade skrytého stavu s_1 (nízkou úrovňou poskytovaných služieb) je vhodné použiť trojuholníkové rozdelenie s minimálnou hodnotou

koeficientu 0,5344, s maximálnou hodnotou koeficientu 1,6015 a módom 1,233 a v prípade skrytého stavu s_2 (vysoká úroveň poskytovaných služieb) je vhodné použiť log-logistické rozdelenie s parametrom γ 0,00254, β 0,9756 a α 17,281.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0339/20 *Využitie skrytého Markovovho modelu vo finančnom modelovaní.*

Literatúra

1. Baum, L. E., Petrie, T. (1966). Statistical inference for probabilistic functions of finite state Markov chains. *The annals of mathematical statistics*, 37(6), 1554-1563.
2. Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 57(2), 357-384.
3. Hamilton, J. D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, 45(1-2), 39-70.
4. Macdonald, I. L., Zucchini, W. (1997). *Hidden Markov and other models for discrete-valued time series*. Chapman and Hall/CRC.

Využitie fuzzy logiky pri rozhodovacích procesoch v oblasti aktuárstva

Use of fuzzy logic in decision-making processes in actuarial field

Katarína Sakálová¹, Anna Strešňáková²

Abstrakt

Fuzzy množiny poskytujú neobmedzené možnosti pri rozhodovacích procesoch. Nie sú zamerané na striktné booleanovské príslušnosti k množinám – je členom množiny/nie je členom množiny. Pri rozhodovacích procesoch umožňuje využívať lingvistické výrazy ako prislúcha, veľmi prislúcha, je dostatočný, postačujúci a podobne. V našom článku sa zameriame na ukážku možností použitia fuzzy množín v oblasti poisťovníctva pri určovaní vhodnosti osoby ako možného poistenca vzhľadom na jeho zdravotné ukazovatele.

Kľúčové slová

fuzzy množiny, poisťovníctvo, operátor

Abstract

Fuzzy sets provide unlimited possibilities in decision-making processes. They are not focused on strict Boolean belongings to sets - it is a member of a set / it is not a member of a set. In decision-making processes, it allows the use of linguistic expressions such as appropriate, very appropriate, sufficient, sufficient and the like. In our article, we will focus on demonstrating the possibilities of using fuzzy sets in the field of insurance in determining the suitability of a person as a possible insured with respect to his health indicators.

Key words

fuzzy sets, insurance, operator

JEL classification

G22

1 Úvod

Teória fuzzy množín je oblasť matematiky, ktorá sa venuje množinám objektov, ktorých hranice nie sú presne definované. V klasickej Booleanovskej algebre platí, že prvok buď je alebo nie je prvkom množiny. V teórii fuzzy množín je zmena medzi príslušnosťou a nepríslušnosťou k danej množine postupne gradujúca. Cieľom teórie je modelovať situácie popísané neurčitými alebo nepresnými pojmami ktoré sú príliš obsiahle alebo nesprávne zadefinované na to, aby boli predmetom konvenčných metód. V tomto článku predstavíme základné princípy tejto teórie, ktoré sa môžu používať v poisťovníctve.

¹ prof. RNDr. Katarína Sakálová, CSc., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, katarina.sakalova@euba.sk.

² RNDr. Anna Strešňáková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, anna.stresnakova@euba.sk.

2 Teória fuzzy množín

V roku 1965 Zadeh publikoval príspevok s názvom Fuzzy množiny v malom neznámom časopise. Tento článok zaznamenal veľký ohlas u výskumníkov a inicioval vznik novej oblasti matematiky – Teórii fuzzy množín.

V klasickej algebre je prechod medzi stavom – je v množine/nie je v množine jednoznačný a prudký. Pri fuzzy množinách je prechod medzi stavmi postupný. Objekt môže viac či menej prislúchať k množine. Ukážme si to na množine „mladých vodičov“. V klasickej algebre je vodič buď prislúchajúci množine mladých vodičov alebo nie. Môže sa stať, že vodič bude vyradený zo skupiny mladých vodičov cez noc. Teória fuzzy množín dovoľuje príslušnosť k množine postupne gradovať. Ak by sme mali uviesť príklad, tak 20 ročný vodič patrí naozaj k množine mladých vodičov, 30 ročný vodič už jednoznačne nie je členom tejto množiny a otázkou ostáva, či 23 ročný vodič je viac či menej mladý, alebo či je členom množiny s hodnotou 0,7 na škále od 0 do 1.

Teória fuzzy množín je nástroj na modelovanie nejasne opísateľných, vágnych situácií, ktoré sú v reálnom živote môžu nastať. Počítače sami o sebe v tejto situácii nevedia byť nápomocné, pretože pracujú na základe klasickej – Booleanovskej – logiky. Ľudský mozog je v tomto nenahraditeľný, je schopný sa rozhodovať na základe filtrovania informácií potrebných a relevantných len pre jeho prípad. Ľudský mozog má oveľa vyššiu kapacitu na procesy a na filtrovanie údajov ako počítače. Skupinka jednotlivcov je schopná vyriešiť príkaz – vysokí ľudia dozadu, nízki dopredu ale počítač nie. Fuzzy logika práve odкрýva neurčitosti pri rozhodovaní s cieľom vybrať riešenie čo najbližšie k riešeniu vybranému človekom.

3 Fuzzy logika a „fuzzy preferovaní“ poistenci

Fuzzy množina je kategória objektov, ktorá nemá ostro vymedzené hranice medzi tým, či objekt prislúcha kategórii alebo nie. Konkrétne, nech $X = \{x\}$ označuje množinu objektov všeobecne označovaných ako x . Fuzzy množina A v množine X je množina usporiadaných dvojíc

$$A = \{x, U_A(x)\}, \quad x \in X$$

kde $U_A(x)$ je označovaný ako stupeň príslušnosti objektu x k množine A a

$$U_A : X \rightarrow M$$

je funkcia zobrazujúca množinu X do množiny M , ktorý sa nazýva priestor príslušnosti.

Je dôležité si uvedomiť, že M nadobúda hodnoty z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, pričom 0 a 1 reprezentuje najnižšiu a najvyššiu hodnotu príslušnosti. Stupeň príslušnosti x ku A korešponduje s pravdivosťou výroku „ x je členom A “. Keď množina M obsahuje iba dve hodnoty a to 0 a 1, tak sa nejedná o fuzzy množiny.

Nech X je množina perspektívnych poistencov, $x = x(t_1, t_2, t_3, t_4)$. Pre zjednodušenie predpokladajme, že status „preferovaný poistenec“ sa priradí na základe 4 premenných:

- t_1 hodnota cholesterolu v krvi uvádzaná v mg/dl,
- t_2 hodnota systolického tlaku krvi,
- t_3 pomer (v %) medzi aktuálnou váhou a optimálnou váhou vypočítanou ako funkcia výšky a postavy,
- t_4 priemer dennej spotreby cigariet.

Pri klasickom prístupe môže poisťovňa definovať preferovaného poistenca ako nefajčiara s cholesterolom, ktorého úroveň nepresiahne hladinu 200, s krvným tlakom nižším ako 130 a váhou, ktorá sa pohybuje v intervale 85 % až 110 % odporúčanej váhy.

Ak chceme použiť prístup na základe fuzzy množín, je potrebné definovať funkcie príslušnosti pre všetky 4 kritériá. Je odporúčané, aby hladina cholesterolu v krvi neprekročila 200 mg cholesterolu na deciliter krvi. Hladina medzi 200 a 240 je už považovaný za hraničnú. Fuzzy množina A osôb s nízkou hladinou cholesterolu môže byť definovaná funkciou príslušnosti $U_A(x, t_1)$

$$U_A(x, t_1) = \begin{cases} 1, & t_1 \leq 200 \\ 1 - 2\left(\frac{t_1 - 200}{40}\right)^2, & 200 < t_1 \leq 220 \\ 2\left(\frac{240 - t_1}{40}\right)^2, & 220 < t_1 \leq 240 \\ 0, & 240 < t_1 \end{cases}$$

Optimálny systolický tlak je okolo 130. Osoby s tlakom vyšším ako 170 majú 5 krát vyššie riziko cievnej príhody ako osoby s normálnym tlakom. Preto množina osôb s prijateľným tlakom krvi môže byť definovaná ako funkcia príslušnosti $U_B(x, t_2)$.

Osoby s nadváhou alebo podváhou majú kratšiu predpokladanú dĺžku života, pričom nadváha so sebou prináša viac zdravotných rizík. Toto je zachytené v asymetrickej funkcii príslušnosti $U_C(x, t_3)$

$$U_C(x, t_3) = \begin{cases} 0, & t_3 \leq 60 \\ 2\left(\frac{t_3 - 60}{25}\right)^2, & 60 < t_3 \leq 72,5 \\ 1 - 2\left(\frac{85 - t_3}{25}\right)^2, & 72,5 < t_3 \leq 85 \\ 1, & 85 < t_3 \leq 110 \\ 1 - 2\left(\frac{t_3 - 110}{20}\right)^2, & 110 < t_3 \leq 120 \\ 2\left(\frac{130 - t_3}{20}\right)^2, & 120 < t_3 \leq 130, \\ 0, & 130 < t_3 \end{cases}$$

Aj pri príležitostných fajčiaraoch je pravdepodobnosť prepuknutia ochorenia vyššia ako pri nefajčiaraoch a preto nie sú preferovanejší ako silní fajčiari a preto množina D nefajčiaraov nie je fuzzy množina

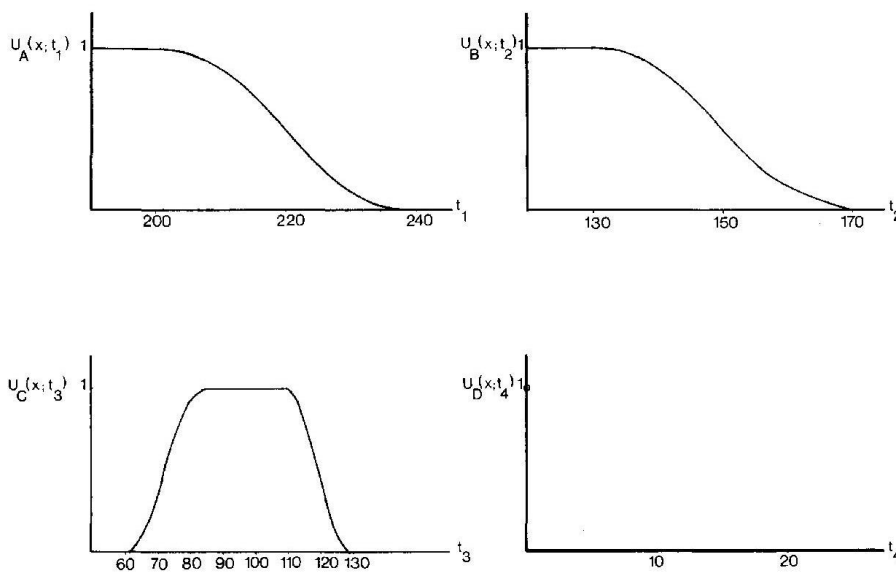
$$U_D(x, t_4) = \begin{cases} 1, & t_4 = 0 \\ 0, & t_4 > 0 \end{cases}$$

Tieto štyri vybrané funkcie príslušnosti sú zobrazené na Obrázku 1.

Pravdaže, pri zostrojovaní pravidiel sa fuzzy logika riadi iba skúsenosťami expertov. V každom prípade je to lepšie ako pri klasickom prístupe.

- Fuzzy množinu nazývame normálnou, ak $\sup_x U_A(x) = 1$.
- Subnormálna fuzzy množina môže byť normalizovaná rozdelením jednotlivých $U_A(x)$ faktorom $\sup_x U_A(x)$.
- \bar{A} sa nazýva komplementom množiny A ak $U_{\bar{A}}(x) = 1 - U_A(x)$ pre každé x .
- Fuzzy množina je podmnožinou alebo nadmnožinou fuzzy množiny ($A \subset B$) ak $U_A(x) \leq U_B(x)$ pre všetky x .
- Zjednotenie množín A a B ($A \cup B$) je definované ako najmenšia fuzzy množina obsahujúca obe množiny A a B . Funkcia príslušnosti je daná ako $U_{A \cup B}(x) = \max[U_A(x), U_B(x)]$.
- Prienik množín A a B ($A \cap B$) je definovaná ako najväčšia fuzzy množina obsahujúca obe množiny A a B a funkcia príslušnosti je daná ako $U_{A \cap B}(x) = \min[U_A(x), U_B(x)]$.

Obr. 1: Funkcie príslušnosti



Zdroj: vlastné spracovanie

Fuzzy množina E nefajčiarov s nízkou hladinou cholesterolu, s prijateľným tlakom krvi a adekvátnou váhou vznikne prienikom 3 fuzzy množín a jednej nie fuzzy množiny. Funkcia príslušnosti je daná ako

$$U_E(x, t_1, t_2, t_3, t_4) = \min[U_A(x, t_1), U_B(x, t_2), U_C(x, t_3), U_D(x, t_4)]$$

Takže, osoba môže byť členom množiny E iba vtedy, ak nefajčí, hladinu cholesterolu má nižšiu ako 200, krvný tlak nie vyšší ako 130 a má hmotnosť v intervale 85 % až 110% odporúčanej váhy. Toto by zodpovedalo klasickému prístupu.

Nefajčiar $x = x(210, 145, 112, 0)$ s hladinou cholesterolu 210, krvným tlakom 145, ktorého hmotnosť je o 12% viac ako optimálna hmotnosť je členom množiny E s funkciou príslušnosti

$$U_E(x, 210, 145, 112, 0) = \min[0, 875; 0, 71875; 0, 98; 1] = 0, 71875$$

Inak povedané, operácia prieniku priradí stupeň príslušnosti ktorý zodpovedá „najväčšiemu porušeniu dokonalosti“, v tomto prípade výška krvného tlaku. Kumulatívna vlastnosť jednotlivých faktorov je v tomto prípade ignorovaná, čo vôbec nie je realistické. Obyčajne totiž problémy vyplývajúce z vyššieho krvného tlaku sú ešte zhoršované nadváhou a vyššou hladinou cholesterolu. Zvýšená hmotnosť a jej vplyv na zdravie nemôže byť vykompenzovaná optimálnou hladinou cholesterolu alebo krvného tlaku. Na posudzovanie príslušnosti treba ísť inak.

3.1 Ďalšie definície prienikov fuzzy množín

Najmenšia hodnota operátora, ktorý charakterizuje prienik korešponduje s „logickým a“. Je potrebné nájsť iné operátory, ktoré by umožňovali zachytiť kumulatívny efekt, interakciu a kompenzáciu jednotlivých kritérií.

- algebraický súčin F množín A a B je definovaný ako

$$U_{AB}(x) = U_A(x) \cdot U_B(x),$$

- ohraničený rozdiel G množín A a B je definovaný ako

$$U_{A \oplus B}(x) = \max[0, U_A(x) + U_B(x) - 1]$$

- Hamacher operátor H definuje prienik dvoch fuzzy množín A a B ako

$$U_H^p(x) = \frac{U_A(x) \cdot U_B(x)}{p + (1-p)[U_A(x) + U_B(x) - U_A(x) \cdot U_B(x)]}, \text{ pričom } 0 \leq p \leq 1.$$

- Yager operátor Y definuje prienik dvoch fuzzy množín A a B ako

$$U_Y^p(x) = 1 - \min\left\{1, \left[(1 - U_A(x))^p + (1 - U_B(x))^p\right]^{1/p}\right\}, \text{ pričom } 1 \leq p.$$

Zovšeobecnené operátory umožňujú viac realistické modelovanie špecifických problémov, nakoľko umožňujú kompenzáciu a ovplyvňovanie jednotlivých vybraných kritérií.

Stupeň príslušnosti osoby s hodnotami jednotlivých kritérií $x(210, 145, 112, 0)$ pri použití algebraického súčinu, ak fuzzy množina $F = ABCD$ je

$$U_F(x, 210, 145, 112, 0) = 0, 875 \cdot 0, 71875 \cdot 0, 98 \cdot 1 = 0, 6163$$

Vplyv vysokého krvného tlaku je tu zosilnený prítomnou obezitou a cholesterolom mierne nad optimálnu hranicu. Tento operátor zohľadňuje všetky tri kritériá.

Stupeň príslušnosti osoby s hodnotami jednotlivých kritérií $x(210,145,112,0)$ pri použití fuzzy množiny, ktorá $G = A \oplus B \oplus C \oplus D$, ktorá zodpovedá ohraničenému rozdielu je

$$U_G(x, 210, 145, 112, 0) = \max(0; 0,875 + 0,71875 + 0,98 + 1 - 3) = 0,57375$$

Minimový operátor a operátor algebraického súčinu sú dva operátory na modelovanie extrémnych situácií. Hamacher operátor sa zredukuje na algebraický súčin, ak $p = 1$. Vplyv jednotlivých kritérií je potrebné rátať postupne, Ak hodnota operátora $p = 0,5$, tak

$$U_H^{0,5}(x; 210, 145) = \frac{0,875 \cdot 0,71875 - 1}{0,5 + (0,5)[0,875 + 0,71875 - 0,875 \cdot 0,71875]} = 0,6402$$

$$U_H^{0,5}(x; 210, 145, 112, 0) = U_H^{0,5}(x; 210, 145, 112)$$

$$U_H^{0,5}(x; 210, 145, 112, 0) = \frac{0,6402 \cdot 0,98}{0,5 + (0,5)[0,6402 + 0,98 - 0,6402 \cdot 0,98]} = 0,6296$$

Yagger operátor sa zredukuje na operátor ohraničeného rozdielu ak $p = 1$ a na minimový operátor ak $p \rightarrow \infty$. $U_Y^p(x)$ je rastúca funkcia vzhľadom na p a vieme namodelovať všetky spomenuté situácie. Ak zvolíme za $p = 2$, tak získame

$$U_Y^2(x) = 1 - \min\left\{1, \left[(1 - 0,875)^2 + (1 - 0,71875)^2 + (1 - 0,98)^2 \right]^{1/2}\right\} = 0,69157$$

Spôsobov, ako spracovávať vplyv jednotlivých parametrov a ako vyhodnotiť, či poistenec je naozaj vhodný pre poisťovňu vzhľadom na jeho ukazovatele zdravotného stavu, je veľa. V článku sme spomenuli len niektoré základné operátory. Následným krokom pri fuzzy množinách je defuzzifikácia, čo obvykle spočíva v prevedení hodnoty operátora do lingvistického pojmu napr. prijateľný, neakceptovateľný, vhodný atď.

V oblasti fuzzy množín je dôležité pri zostrojovaní funkcií príslušnosti mať dostatok informácií o danom procese. vyžaduje si to prehľad v danej oblasti, schopnosť vymodelovať danú funkciu a vidieť vplyv jednotlivých parciálnych funkcií na jednotlivé kritériá. Zostrojovanie jednotlivých funkcií príslušnosti je úplne voľné, nie je viazané na žiadne pravidlá, úplne závisí na skúsenosti tvorcu s fuzzy logikou (experta). Použitie „nehodne“ zvolenej funkcie príslušnosti sa ukáže až pri testovaní na konkrétnych dátach. Tu v tomto procese je dôležitý selektívny prístup, ktorého je schopný iba ľudský mozog.

Poslednou časťou celého procesu je vyhodnotenie jednotlivých operátorov, výber toho optimálneho a defuzzifikácia celého procesu – preklopenie číselného vyhodnotenia do verdiktu pre poistenca – objekt. To je opäť proces, ktorý je plne závislý od posudzovania toho, kto daný model zostrojil. Pre niekoho je hodnota operátora 0,69 prijateľná a osoba by bola v hodným – preferovaným - poistencom, pre iného je to hodnota neakceptovateľná.

4 Záver

Fuzzy množiny prenikajú svojou širokou možnosťou aplikácií do mnohých oblastí spojených s rozhodovacími procesmi. V našom článku sme sa venovali základným pojmom z fuzzy množín a na jednoduchý príklad oblasti, v ktorej sa môže teória fuzzy množín použiť. Ich využitie sa presadzuje nielen v poisťovníctve ale aj v decíznej sfére, marketingu, prieskumoch – všade, kde rozhodovací proces ovplyvňuje ďalšie procesy. Keďže tieto procesy sú spojené obyčajne s veľkým množstvom údajov, na spracovávanie sa používajú buď celé špecializované balíky softvérov alebo voliteľné toolboxy najčastejšie v open source systémoch. Pomocou zadávaných funkcií príslušnosti softvér spravuje jednotlivé hodnoty a priradí im podľa zvoleného operátora výslednú hodnotu. V niektorých softvéroch je nutné posledný krok – defuzzifikáciu – vyhodnotenie do slovného hodnotenia nutné namodelovať pre všetky možné scenáre, ktoré môžu nastať.

Literatúra

1. Bede, B. (2013). *Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*. Berlin, Heidelberg: Springer.
2. Gaines, B. R., Zimmermann, H. J., & Zadeh, L. A. (1984). *Fuzzy sets and decision analysis*. Amsterdam: North-Holland.
3. Sakálová, K., & Krčová, I. (2016). Measures of profitability in life insurance product management. *Strategic Management : International Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management, University of Novi Sad*.
4. Strešňáková, A., & Simonka, Z. (2019). Možnosti využitia softvéru pri fuzzy logike. *Softvérová Podpora v Ekonomicko-matematických a Aktuárskych Modeloch : Recenzovaný Monografický Zborník Vedeckých Prác., Vydavateľstvo EKONÓM*(ISBN 978-80-225-4626-3).



Teória hier a evolučne stabilná stratégia Game Theory and Evolutionarily Stable Strategy

Allan Jose Sequeira Lopez¹

Abstrakt

Klasická teória hier poskytuje matematický rámec pre opis a analýzu strategických interakcií medzi racionálnymi subjektami a predpokladá, že subjekty s rozhodovacou právomocou sú racionálne, t. j. konajú tak, aby maximalizovali svoje platby. Ale v prípade, že hráči sú neskúsení a hry zložité, potom je tento predpoklad často porušovaný. Je tiež nerozumné predpokladať, že hráči sa budú vždy správať racionálne. V tomto článku uvádzame tematiku evolučnej teórie hier. Prehodnocujeme pojmy z klasickej teórie hier a diskutujeme o nich vo svetle Darwinovského vývoja. Popisujeme centrálny koncept evolučne stabilnej stratégie (ESS) a jej vzťah k myšlienke Nashovej rovnováhy z klasickej teórie hier a uvedieme príklady na niektoré známe hry.

Kľúčové slová

Populácia, evolučná teória hier, evolučne stabilná stratégia (ESS), koordinačná hra, dynamika

Abstract

Classical game theory provides a mathematical framework for describing and analyzing strategic interactions between rational individuals and assumes that the interacting decision makers are rational, i.e., they act so as to maximize their payoffs. But if the players are inexperienced and the games complex, then this assumption is often violated. It is also unreasonable to assume that the players will always behave rationally. In this paper we introduce the topic of evolutionary game theory. We revisit the concepts from classical game theory and discuss them in the light of Darwinian evolution. We describe the central concept of an evolutionarily stable strategy (ESS), and its relationship to the idea of Nash equilibrium from classical game theory.

Key words

Population, Evolutionary Game Theory, Evolutionarily Stable Strategy, Dynamics

JEL classification

B52, C73, D83

1 Úvod

Už klasické modely teórie hier (Von Neumann & Morgenstern, 1944; Nash, 1950) analyzovali rôzne interaktívne situácie, kde každý agent², tým, že sa snaží získať maximálne možné platby, robí rozhodnutia prostredníctvom výberu stratégií s prihliadnutím na správanie ostatných agentov. Na základe toho sa (Smith & Price, 1973) snažili z Darwinovej evolučnej teórie (Darwin, 1869) reprezentovať prirodzený výber, prirovnávajú agentov k entitám, ktoré

¹ Ing. Allan Jose Sequeira Lopez, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemská 1, 852 35 Bratislava, allan.lopez@euba.sk.

² Predpokladáme, že klasická teória hier (teda pod hypotézou racionality) je čitateľovi dobre známa, aj keď budeme definovať niektoré jej najdôležitejšie pojmy.

sa môžu replikovať. Tieto subjekty môžu byť druhy (zvieratá, rastliny), genetické skupiny alebo gény. Stratégie sa približujú ku charakteristikám správania sa entít; a platby sa približujú užitočnosti, ktorá generuje rozšírenie druhu najväčšieho počtu budúcich generácií, to znamená na úroveň prispôsobenia, ktorá je zastúpená v miere reprodukcie (fitness).

V skutočnosti sú v prírode druhy eticky naprogramované tak, aby sa správali určitým spôsobom, čo umožňuje, aby zmeny v zložení populácie boli výsledkom prirodzeného výberu, náhodných mutácií a spolupráce. Avšak, podľa evolučnej teórie hier, agenti vyberajú svoju stratégiu podľa určitých pravidiel a zmeny v súhrnnom správaní pochádzajú z veľkého počtu individuálnych rozhodnutí (Sandholm, 2012). Táto perspektíva evolučnej analýzy sa potom dostáva do oblasti spoločenských vied, pretože čiastočné vysvetlenie ľudského správania sa stanovilo prostredníctvom rovnakej štruktúry.

Presnejšie povedané, evolučný charakter týchto modelov je daný v prvom rade predpokladom, že jednotlivci nie sú vždy racionálni, vzhľadom na zložitosť a obrovské množstvo výpočtov, ktoré by museli zvážiť, aby urobili optimálne rozhodnutie.

Na druhej strane, v dôsledku ich tesnej racionality (Simon, 1955) vyplýva spôsob výberu stratégií vyplýva z procesu učenia “pokus-omyl”, kde agenti môžu nájsť pomerne lepšie stratégie na miestnej úrovni. Napokon sa predpokladá, že jednotlivci hrajú hru počas rozsiahleho časového obdobia a že tento horizont má za následok existenciu dynamických vzdelávacích procesov, ktoré popisujú pravidlo časového rozhodnutia a je možné, že sa približujú k stabilnému modelu správania. Týmto spôsobom je cieľom evolučnej teórie hier študovať správanie sa veľkých populácií agentov, ktoré sa opakovane nachádzajú v nevedomých strategických interakciách.

Tu by sme však mali doplniť, že hráči sú náhodne zhodní pre každé obdobie a že okrem toho má každý z nich vždy rovnakú pravdepodobnosť interakcie s niektorou z ostatných osôb. Táto vlastnosť, spolu so symetriou, umožňuje dynamiku učenia, ktorá nie je podmienená iba úlohou v hre alebo súperom. Najmä to nezávisí od žiadnej charakteristiky hráča. Namiesto toho je založená na celkovej štruktúre modelu.

2 Všeobecné charakteristiky evolučnej hry

Z formálneho hľadiska charakterizujú nasledujúce podmienky evolučnú hru (Gintis, 2009). Po prvé, uvažujeme o hre v strategickej forme s dvoma hráčmi ($i = 1, 2$) a súbor čistých stratégií je pre každého hráča $S_i = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. Okrem toho sa predpokladá, že hra je symetrická; to znamená, že platby môžu byť zastúpené maticou A , v ktorej sú zahrnuté len platby jedného hráča, pretože platby súpera sú dané transpozíciou tejto matice (A^T). Hráči tak nemôžu podmieňovať svoje rozhodnutia podľa svojej role. Symetrická hra definovaná maticou A sa označuje stavová hra.

Okrem toho sa predpokladá veľký počet agentov, ktorí sú v každom časovom období t náhodne spárovaní pre interakcie cez A . Predovšetkým, ak agent hrá stratégiu s_i , tak sa hovorí, že je to hráč typu i . Potom podiel počtu agentov, ktorí hrajú čistú stratégiu s_i v určitom čase t na celkovej populácii určí počet hráčov typu i , ktorí sú označené x_{it} ; to umožňuje definovať stav populácie nasledovne:

$$\sigma_t = x_{1t} s_1 + x_{2t} s_2 + \dots + x_{nt} s_n$$

Nakoniec, platba v čase t pre hráča typu i , ak je stav populácie σ_t , čo predstavuje očakávanú platbu agenta pred párovaním a začatím hry, je daná nasledovne:

$$\pi_{it}(i, \sigma_t) = \sum_{j=1}^n \pi_{ij} x_{jt}$$

Následne, rovnako sa ako genetické zmeny alebo mutácie môžu vyskytnúť u druhov, niečo podobné sa môže stať aj v štruktúre evolučného modelu. K tomu dochádza prostredníctvom porúch v procese učenia, ktoré upravujú cestu správania sa jednotlivca, presmerovanie jeho rozhodnutia k ľubovoľnej stratégii. Ak táto mutácia nezmení trend správania sa z dlhodobého hľadiska, znamená to, že populácia si zvolila evolučne stabilnú stratégiu (ESS). (Smith & Price, 1973) zaviedli tento pojem, aby zachytili možný statický výsledok, ktorý pochádza z dynamického evolučného procesu, ale reálne to bol (Smith J. M., 1974), ktorý ho definoval nasledovne: σ_i je stratégia evolučnej hry ESS, ak očakávaná platba hry σ_i proti sebe samej je väčšia alebo rovná očakávanej platbe akejkoľvek inej stratégie (tzv. "mutovanej stratégie") σ_j pri hre proti σ_i :

$$\pi(\sigma_i, \sigma_i) \geq \pi(\sigma_j, \sigma_i) \quad (1)$$

A v prípade, že $\pi(\sigma_i, \sigma_i) = \pi(\sigma_j, \sigma_i)$ potom musí platiť

$$\pi(\sigma_i, \sigma_j) \geq \pi(\sigma_j, \sigma_j) \quad (2)$$

kde π je očakávaná platba z hry. Ak by σ_i bola napadnutá σ_j , očakávaná platba niektorých hráčov populácie typu σ_i je vyššia ako očakávaná platba akéhokoľvek hráča v populácii s mutantmi. Táto definícia preto jasne ukazuje, že ESS je Nashova rovnováha (podmienka (1)), ktorá spĺňa dodatočnú podmienku stability (podmienka (2)). Táto posledná zabezpečuje, že v prípade remízy populácia typu σ_i by mohla úspešne napadnúť mutovaná populáciu typu σ_j . Napokon, ak niektorá z podmienok nie je splnená, môže byť napadnutá σ_i .

Vzhľadom k tomu, že pojem ESS je statický koncept, evolučná teória hier používa dynamického aktéra v evolučnom systéme, tzv. replikátor (Taylor & Jonker, 1978). Ide o entitu, ktorá je schopná vytvoriť približné kópie seba a navyše určuje strategické správanie sa v hre. Replikátorom môže byť gén, stratégia, viera, inštitúcia alebo kultúrna norma. Na základe replikátora je do evolučných hier začlenený základný dynamický faktor, ktorý napodobňuje mechanizmus prirodzeného výberu.

Konkrétne, dynamika replikátora determinuje proces zmeny v priebehu času, v závislosti od frekvencie výskytu replikátora, kde sa stratégie s vyššou platbou reprodukujú rýchlejšie, zatiaľ čo stratégie s nižšou platbou pomaly zanikajú. Na základe uvedeného, podľa počtu hráčov typu i v čase $t(x_{it})$ dostaneme nasledujúci dynamický systém:

$$\dot{x}_{it} = x_{it}(\pi_{it} - \sum_{i=1}^n x_{it}\pi_{it}) \quad \text{pre } i = 1, \dots, n \quad (3)$$

kde \dot{x}_{it} predstavuje derivácia x_i v čase t a π_{it} je očakávaná platba hráčov typu i v čase t a výraz daný sumou (označený tiež $\bar{\pi}_t$) vyjadruje priemernú platbu celkovej populácie. Výraz v zátvorke vyjadruje mieru rastu hráčov typu i v populácii.

Následne: riešenia týchto diferenciálnych rovníc determinujú rovnováhu dynamiky replikátora, ktoré predstavujú stav populácie, ktorý by sa dosiahol, keď $t \rightarrow \infty$. Preto táto dynamika predstavuje idealizovanú verziu toho, ako sa evolučné strategické systémy interakcie vyvíjajú v priebehu času pre veľmi veľký počet hráčov.

Napokon, pokiaľ ide o stabilitu rovnováhy, Samuelson navrhuje, aby v prípade, že rovnováha dynamiky replikátora je asymptoticky stabilná, potom sa nazýva evolučná rovnováha (Samuelson, 1998). V súlade s tým Binmore poukazuje, že v symetrickej hre je každá ESS nevyhnutne asymptotickým atraktorom dynamiky replikátora a recipročné potvrdenie je tiež k dispozícii; preto je dostatočná a nevyhnutná podmienka pre evolučnú stabilitu (Binmore, 2007).

V nasledujúcej kapitole sú vyššie uvedené hry bližšie znázornené na príklade koordinačnej hry.

3 Ilustračný príklad

V tejto časti uvádzame príklad koordinačnej hry. Tieto typy hier predstavujú scenáre, v ktorých agenti hrajú podobné stratégie, pretože existujú spoločné záujmy, aby konali týmto spôsobom. Základné hry tohto typu sú

- Čistá koordinačná hra (ang. Pure coordination game),
- Boj pohlaví (ang. Battle of the sexes),
- Lov jeleňov (ang. Stag hunt),
- Výber strán (ang. Choosing sides)

Posledne uvedená je napríklad situácia, keď sa každý vodič musí rozhodnúť, či bude jazdiť vpravo alebo vľavo a je jasné, že bude lepšie pre oboch, keď si vyberú to isté. Vo väčšine západných krajín sa jazdí na pravej strane a celý tranzitný systém je na to prispôbený; zatiaľ čo v krajinách ako Veľká Británia, Jamajka, Japonsko, Austrália a iných, sa jazdí na ľavej strane.

Formálnejšie, v prípade hry zobrazenej v Tabuľke 1 je jasné, že Nashove rovnováhy v čistých stratégiách sa určujú kombináciou stratégií (D;D) a (C; C) a Nashova rovnováha v zmiešaných stratégiách je určená kombináciou pravdepodobnosti $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$, $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$, kde posledne uvedený naznačuje, že každý hráč si vyberie svoju stratégiu D s pravdepodobnosťou 1/3 a stratégiu C s pravdepodobnosťou 2/3. Z toho ukážeme, že stratégie D a C sú evolučne stabilné stratégie, zatiaľ čo stratégia, ktorá charakterizuje Nashovu rovnováhu v zmiešanej stratégii nie je.

Tab. 1: Koordinačná hra

Stratégia	D	C
D	2	3
C	0	4

Zdroj: Vlastné spracovanie

V skutočnosti: nech $qD + (1 - q)C$ je mutovaná stratégia³, ktorá zvažuje čisté stratégie s pravdepodobnosťou q , čo je pravdepodobnosť priradená k stratégii D. Vzhľadom k tomu, že existujú tri Nashove rovnováhy, analyzujeme každú z nich.

- Pre stratégiu, v ktorej Nashova rovnováha je (D; D) rovnovážne platby a mutovaná stratégia sú:

$$\pi(D, D) = 2 \text{ a } \pi(qD, (1 - q)C, D) = 2q + (1 - q)0 = 2q$$

Vzhľadom k tomu, že $q \neq 1$ (mutovaná stratégia), potom

$$\pi(D, D) > \pi(qD, (1 - q)C, D)$$

Takže, stratégia D je ESS.

- Pre stratégiu, v ktorej Nashova rovnováha je (C; C) rovnovážne platby a mutovaná stratégia sú dané:

$$\pi(C, C) = 4 \text{ a } \pi(qD, (1 - q)C, C) = 3q + (1 - q)4 = 4 - q$$

³ Mutovaná stratégia je stratégia, ktorá sa bude snažiť napadnúť stratégiu navrhnutú ako stratégia ESS

A vzhľadom k tomu, že v tomto prípade $q \neq 0$ (mutovaná stratégia), potom

$$\pi(C, C) > \pi(qD, (1 - q)C, C)$$

Takže, stratégia C je, rovnako, ESS.

- Napokon, pre stratégiu, kde Nashova rovnováha je $(\frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C, \frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C)$ rovnovážne platby sú dané:

$$\pi\left(\frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C, \frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}(2) + \frac{2}{3}(3)\right) + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(4)\right) = \frac{8}{3},$$

a platba mutovanej stratégie je

$$\pi\left(qD + (1 - q)C, \frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C\right) = q\left(\frac{1}{3}(2) + \frac{2}{3}(3)\right) + (1 - q)\left(\frac{1}{3}(0) + \frac{2}{3}(4)\right) = \frac{8}{3}q + (1 - q)\frac{8}{3} = \frac{8}{3}$$

Potom sú obe platby rovnaké a podľa definície ESS v (1), aby bola táto rovnováha ESS, musí platiť, že

$$\pi\left(\frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C, qD + (1 - q)C\right) > \pi(qD + (1 - q)C, qD + (1 - q)C) \quad (4)$$

Teraz: príslušné platby sú dané takto:

$$\pi\left(\frac{1}{3}D + \frac{2}{3}C, qD + (1 - q)C\right) = \frac{1}{3}(2q + (1 - q)3) + \frac{2}{3}(0(q) + (1 - q)4) = \frac{11}{3} - \frac{9}{3}q$$

$$\begin{aligned} \pi(qD + (1 - q)C, qD + (1 - q)C) &= q(2q + (1 - q)3) + (1 - q)(0(q) + (1 - q)4) \\ &= 3q^2 - 5q + 4 \end{aligned}$$

Na to, aby bola splnená vyššie uvedená podmienka (4), musí platiť, že

$$\frac{11}{3} - \frac{9}{3}q > 3q^2 - 5q + 4$$

alebo že

$$0 > 3q^2 - 2q + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(3q - 1)^2$$

Ako už bolo uvedené, posledný výraz na pravej strane je vždy kladný, potom podmienka (4) neplatí. Zmiešaná stratégia, ktorá charakterizuje jednu z Nashových rovnováh, preto nie je ESS. S cieľom získať dynamiku replikátora vzorca (3) tejto koordinačnej hry, nájdeme platby hráčov typu D a typu C a navyše priemernú platbu celkovej populácie:

$$\pi_{D_t} = 2x_{D_t} + (1 - x_{D_t})3 = 3 - x_{D_t}$$

$$\bar{\pi}_t = x_{D_t}\pi_{D_t} + (1 - x_{D_t})\pi_{C_t}$$

$$\pi_{C_t} = (0)x_{D_t} + (1 - x_{D_t})4 = 3 - x_{D_t}$$

$$\bar{\pi}_t = 3x_{D_t}^2 - 5x_{D_t} + 4$$

Týmto spôsobom je dynamika replikátora daná takto:

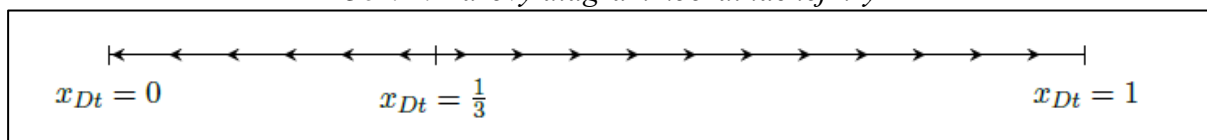
$$\begin{aligned} \dot{x}_{D_t} &= x_{D_t}(x_{D_t} - \bar{\pi}_t) = -x_{D_t}(3x_{D_t}^2 - 4x_{D_t} + 1) \\ &= -x_{D_t}(3x_{D_t} - 1) \end{aligned}$$

Riešenia tejto diferenciálnej rovnice udávajú rovnováhu tejto dynamiky:

$$x_{Dt} = 0, x_{Dt} = \frac{1}{3}, x_{Dt} = 1.$$

Na základe toho sú stanovené rovnováhy, ktoré sú asymptoticky stabilné (evolučné rovnováhy), ktoré v tomto prípade zodpovedajú $x_{Dt} = 0$ a $x_{Dt} = 1$, to znamená, že sa zvolia čisté stratégie (C;C) a (D;D), ako je znázornené v nasledujúcom diagrame:

Obr. 1: Fázový diagram koordinačnej hry



Zdroj: Vlastné spracovanie

Z tohto vyplýva, že ESS tejto symetrickej hry sú rovnaké evolučné rovnováhy dynamiky replikátora.

4 Záver

V tomto článku sme sa zamerali na porovnanie Nashovej rovnováhy a evolučných stabilných stratégií. Ukázalo sa, že hoci pár stratégií zodpovedajú Nashovej rovnováhe, nie sú nevyhnutne ESS. V prípade evolučnej teórie hier hovoríme o mnohých hráčoch, ktorí sú v danom priestore a v určitom čase a prezentujeme dynamiku replikátora a overujeme, že ESS symetrickej hry je tiež rovnováha v dynamike replikátora. Tento článok poskytuje východiská pre širšie štúdie na túto tému, z ktorých jedna môže byť prosociálna analýza hráčov v danom čase.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0427/20 Viackriteriálne modely teórie hier v ekonómii a politológii.

Literatúra

1. Binmore, K. (2007). *Game theory: A very short introduction*. New York: Oxford University Press.
2. Darwin, C. (1869). *On the origin of species by means of natural selection: Or the preservation of favoured races in the struggle for life*. London: John Murray.
3. Gintis, H. (2009). *Game theory evolving: A problem-centered introduction to modeling strategic behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
4. Neumann, J.V. & Morgenstern, O. (2007). *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press.
5. Samuelson, L. (1998). *Evolutionary games and equilibrium selection*. Cambridge, USA: MIT Press.
6. Simon, A. H. (1955). A behavioral model of rational choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69(1), 99-118. doi:10.2307/1884852.
7. Smith, J. M. & Price, G. R. (1973). The Logic of Animal Conflict. *Nature*, 246(5427), 15-18. doi:10.1038/246015a0.
8. Smith, J. M. (1974). The theory of games and the evolution of animal conflicts. *Journal of Theoretical Biology*, 47(1), 209-221. doi:10.1016/0022-5193(74)90110-6.
9. Taylor, P. D. & Jonker, L. B. (1978). Evolutionary stable strategies and game dynamics. *Mathematical Biosciences*, 40(1-2), 145-156. doi:10.1016/0025-5564(78)90077-9.

Gamifikácia v online prostredí, v pandemickom období

Gamification in the online environment, in the pandemic period

Peter Schmidt ¹, Jaroslav Kultán ²

Abstrakt

Hra je základným prostriedkom učenia, nielen u ľudí, ale aj vo zvieracej ríši. Vďaka hre je učenie sa nových vecí zábavné a nevyčerpávajúce. V rôznych fázach vývoja civilizácie mala hra vo vyučovaní rôzne silnú pozíciu, napr. v stredoveku bola takmer úplne utlačená. V modernom školstve sa využívanie hier veľmi nepraktizuje, nakoľko množstvo látky čo treba prebrať je natoľko veľké, že neostane priestor na inovatívne formy vzdelávania a končí sa pri memorovaní. V čase pandémie, keď väčšina školských zariadení prešla na niektorú z foriem online vzdelávania, je gamifikácia ešte dôležitejšia. Udržanie pozornosti žiaka, študenta počas vyučovania nie je ľahká úloha ani pri prezenčnej forme. Pri online vyučovaní má učiteľ sťaženú prácu aj tým, že chýba očný kontakt, medzi vyučujúcim a študentom. Práve v týchto podmienkach môže zapojenie herných prvkov do vyučovacieho procesu pomôcť pri udržaní pozornosti a záujmu študenta.

Kľúčové slová

Gamifikácia, informatika, internet, vzdelávanie

Abstract

Game is a basic learning tool not only in humans but also in the animal kingdom. Thanks to this game, learning new things is fun and not tiring. At different stages of the development of civilization, play had different strengths in teaching, e.g. in the Middle Ages it was almost completely suppressed. In modern education, the use of toys is not very common, because the amount of material downloaded is so large that there is no room for innovative forms of education and this leads to memorization. At a time of pandemic, when most school facilities have switched to some form of online education, gamification is even more important. Maintaining a student's attention during class is not easy, even in a normal class. In online teaching, this is difficult for the teacher due to the lack of eye contact between teacher and student. In such circumstances, the involvement of play elements in the teaching process can help maintain the student's attention and interest.

Key words

Gamification, informatics, internet, education

JEL classification

I2

1 Úvod

Za ostatných 100 rokov ľudstvo prešlo takými technologickými premenami, ktoré sú zásadnejšie, ako tie čo ľudstvo dosiahlo od svojich začiatkov. Najmä rozmach polovodičových

¹ Ing. Mgr. Peter Schmidt, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, Bratislava, peter.schmidt@euba.sk.

² Ing. Jaroslav Kultán, PhD. et PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, Bratislava, jaroslav.kultan@euba.sk.

technológií a pokroky vo vývoji počítačov zabezpečili doteraz nevídanú technologickú úroveň. Od osemdesiatych rokov minulého storočia začínali byť počítače dostupné pre jednotlivcov aj v našich končinách. V deväťdesiatich rokoch sa začal masívne rozširovať internet a sieťové technológie. V novom tisícročí sa zamerali firmy na zvyšovanie výkonnosti a znižovanie rozmerov zariadení, pričom „bezkáblivosť“ bola prioritou. (Davletova, Maykibayeva, Rakhimzhanova, Kasymova, & Kusainov, 2016) Táto snaha slávila úspech, vznikom takých zariadení ako sú smartfóny či tablety. Ostatné desaťročie sa nesie v duchu IoT a všadeprítomných sietí. Všetky tieto výdobytky sa sústreďujú okolo jedného pojmu a to sú informácie. Nie nadarmo sa hovorí, že informácie sú najdôležitejšou komoditou na svete.

2 Výzvy

Koncom roka 2019 sa z Číny začala šíriť korona vírusová epidémia, ktorá prerástla do pandémie. Napriek tomu, že sa informácie šíрили veľmi rýchlo, predsa bola zasiahnutá vírusom takmer celá zemeguľa. Dôvodom bola dlhá inkubačná doba vírusu a veľmi rýchle transportné možnosti leteckých spoločností. Vďaka rýchlemu šíreniu informácií a zdieľaniu odborných informácií sme mohli byť svedkami celosvetovej kooperácie odborníkov v boji proti vírusu. V celku rýchle reakcie vlád pri zavádzaní opatrení mali veľký význam v potlačení šírenia tohto ochorenia.

Pandémia mala dopad na všetky oblasti života, vďaka čomu si ľudia uvedomili, ako dôležité sú niektoré profesie, medzi nimi aj učiteľská profesia. Zatvorením všetkých typov školských zariadení museli pri mladších žiakoch prevziať na seba úlohu učiteľov rodičia. Nie nadarmo sa hovorí „Všetko zlé je na niečo dobré.“ Rodičia už po týždni mali problémy udržať pozornosť svojich detí a preberať s nimi plánované školské učivo.

3 Dištančné vzdelávanie počas pandémie

Na rôznych stupňoch škôl mala koronakríza rôzne silný dopad. Pozrieme sa na jednotlivé školské zariadenia od materských škôl až po univerzity.

Materské školy – V MŠ prebieha výchovno-vzdelávací proces takmer výlučne formou integrovaným tematickým vyučovaním s využitím gamifikácie v maximálne možnej miere. Takúto edukáciu v domácom prostredí rodič, ktorý je po stránke pedagogickej nekvalifikovaný, nemôže svojim deťom poskytnúť. Navyše väčšina aktivít sa vykonáva spoločne s ostatnými deťmi. Pri „karanténnej dištančnej edukácii“ v MŠ môžu učiteľky poslať deťom prostredníctvom ich rodičov pracovné listy, ktoré vypracovávajú aj v MŠ, na ostatné aktivity ako on-line vyučovanie ešte tieto deti nie sú zrelé.

Primárne vzdelávanie – na ZŠ je už určitý priestor na aplikáciu on-line vyučovania, ale hlavne na druhom stupni. Keďže na prvom stupni je integrované vyučovanie postupne modifikované na vyučovanie podľa predmetov a znalosti žiakov ako členov generácie Alfa³, v oblasti IKT sú silné, je možné využiť on-line vzdelávanie už aj vo 4. ročníku. Na druhom stupni bolo on-line vyučovanie už vcelku často využívané. Samozrejme nemôžeme si predstaviť že každý učiteľ na každom predmete môže využívať on-line technológie. Odhadujeme že asi 15-20% vyučujúcich siahlo po tejto možnosti.

Stredné školstvo – na stredných školách sú vo všeobecnosti IKT znalosti študentov na veľmi dobrej používateľskej úrovni, čo nie je prekvapujúce, lebo patria do generácie Z⁴. Využívanie on-line edukácie bolo približne na úrovni 20%, ale intenzívne bolo využívanie off-line technológií ako sú LMS, mailové konzultácie, využívanie komunikácie cez EDUpage. Dá sa povedať, že vyše 35% učiteľov používalo len off-line metódy.

³ Generácia Alfa, narodená po roku 2010 vedľa od batol'at'a ovládať intuitívne smartfóny, či tablety.

⁴ Generácia Z 1995-2010 nezažila obdobie bez internetu.

Vysoké školstvo – bolo asi najmenej zasiahnuté koronakrízou, nakoľko viacerí pedagógovia využívali on-line metódy napr. pri vzdelávaní externých študentov. Pedagógovia ktorí odmietali online metódy využívali off-line formy ako mailové komunikácie, telefonické konzultácie, LMS Moodle a podobne. Z online nástrojov boli najobľúbenejšie MS TEAMS, Meet, Webex a pod. Podľa našich odhadov a prieskumu na našej fakulte môžeme povedať, že značná časť VŠ pedagógov využívalo niektorú formu dištančného vzdelávania. Zvyšok len zasielal zadania na krúžkové maily študentov.

Z uvedenej jednoduchej analýzy vidíme, že aj keď sa vcelku podarilo pokračovať vo vyučovaní, je zrejmé, že školstvo v SR nebolo na takúto formu vzdelávania pripravené. Aj keď technologickú záťaž poskytovateľa internetu zvládli vcelku dobre, musíme ale povedať, že keby každý učiteľ k tejto situácii pristúpil korektne, možno by bola záťaž internetu 5x väčšia. Napriek všetkému môžeme povedať, že prechod z prezenčnej formy vyučovania na virtuálnu (online, off-line) bolo najväčšou reformou školstva od Márie Terézie.

Napriek tomu, že dištančné vzdelávanie má veľké výhody najmä v takýchto situáciách, nie je možné ho použiť vo všetkých oblastiach a študijných smeroch. Obmedzujúce sú hlavne tie faktory ktoré vychádzajú z potreby určitých zručností študenta, resp. potreba špeciálneho prostredia ako je napr. laboratórium a pod. Ďalším nedostatkom je chýbajúca fyzická a sociálna interakcia žiakov a študentov.

Ďalšie faktory, ktoré ovplyvňujú kvalitu edukácie je zrelosť generácie. Za posledných 30 rokov sa posunula veková hranica sociálnej zrelosti. Kým v minulosti bol tento vek u žien 20 rokov a u mužov 22 rokov. V súčasnosti odborníci za sociálne zreleho považujú muža staršieho ako 26 rokov a ženu staršiu ako 24 rokov. Dôvody a faktory ktoré ovplyvňujú tento posun nebudeme v tomto článku rozoberať, stačí zdôrazniť, že ide hlavne o osoby z generácie Alpha a z generácie Z. (Tomeš, 2017) Tieto používajú rôzne moderné technické zariadenia, smartfóny, tablety, pretože vyrastali v prostredí, v ktorom je prítomnosť internetu prirodzená. Vďaka online priestoru sú v neustálom kontakte v sociálnych sieťach a prijímajú obrovské množstvo, často zbytočných, informácií. Z tohto dôvodu je mimoriadne ťažké upútať pozornosť v triede obvyklou metódou frontálneho vyučovania. Ako môže v dnešnom digitálnom svete udržať tradičný spôsob vzdelávania krok so zmenenými zvyklosťami mladých ľudí v oblasti konzumácie obsahu a ako môžeme využiť príležitosti, ktoré ponúka priestor online, vzdelávacím službám? Odpoveď môže byť v gamifikácii resp. „škola hrou“ známa od čias Komenského.

4 Čo je to gamifikácia?

Gamifikácia ako koncept sa zrodila spojením pojmov hra a fikcia. V definícii spoločnosti, Deterding v roku 2011 uvádza, že „počas gamifikácie začleňujeme prvky z hry do nehraných, každodenných situácií, napríklad do pracovného prostredia alebo vzdelávania.“ (Deterding, 2011).

Gamifikácia je aplikácia prvkov hry a techník návrhu digitálnych hier na problémy, ktoré sa netýkajú hier, ako sú napríklad problémy podnikania, sociálnych interakcií či vyučovania.

Gamifikácia pridáva herný mechanizmus do prostredí kde hra nie je typickým faktorom daného prostredia, ako sú webové stránky, online komunita, e-learningové systémy (LMS), či podnikový intranet, aby sa zvýšil záujem účastníkov o služby daného prostredia. Cieľom hry je nadviazať kontakt s používateľmi, ktorí môžu byť študenti, spotrebitelia, zamestnanci, obchodní partner a pod., s cieľom inšpirovať ich k spolupráci, zdieľaniu a interakcii.

5 Ako funguje Gamifikácia?

Gamifikácia funguje tým spôsobom, že poskytuje účastníkom proaktívne smerovanie a spätnú väzbu prostredníctvom herného mechanizmu a hernej dynamiky pridanej k určitým činnostiam, ktoré vedú k dosiahnutiu cieľov.

Úžasný zážitok z hry prináša emócie účastníka a demonštruje ako ľahko sa môžu činnosti vykonávať, ktoré majú vplyv na spoločné výsledky. Keď sa účastníci aktívne zapájajú a navzájom spolupracujú prostredníctvom gamifikácie, dostávajú okamžitú spätnú väzbu o svojej činnosti čo pôsobí spravidla motivačne a vedie k ďalším krokom k novým úspechom.

6 Čo sú to herné mechanizmy?

Herné mechanizmy predstavujú pravidlá a benefity, ktoré sa poskytujú pri úspešnom zvládnutí určitej činnosti. Ako príklady benefitov, môžeme uviesť body, úrovne, misie, výsledkové tabuľky, odznaky a pod. Herný mechanizmus je spôsob, akým sa účastníci zapájajú do hry samotnej, pričom cieľom nie je oddych alebo zábava, ale neformálny spôsob vykonania určitej činnosti, resp. naučenie sa určitej kompetentnosti. Po úspešnom zvládnutí jednej úrovne, dostávajú postupne ďalšie úlohy, vykonávajú nové kroky, pričom dostávajú spätnú väzbu o úspechoch či neúspechoch (McGonigal, 2010).

Vo výchovno-vzdelávacom procese herný mechanizmus sprehľadňuje prácu žiakov a študentov tým, že ciele jasne a ľahko definuje a sleduje cestu k ich dosiahnutiu. Žiak či študent je schopný vidieť pokrok vo svojom výkone, dostáva okamžitú spätnú väzbu o úspechoch a vidí výhody spolupráce so spolužiakmi formou kooperácie či konkurencie.

Hlavné herné mechanizmy majú nasledovné atribúty:

- **Hra je samoučelná.** Csíkszentmihályi v diele Flow – The Psychology of Optimal Experience (Csíkszentmihályi, 2009), definoval hru ako samoučelnú, ktorú hráč hrá len kvôli akcii bez očakávania odmeny.
- **Hra je dobrovoľná.** Z vyššie uvedeného vyplýva, že hráčovi nemožno prikázať, aby sa cítil dobre. To platí rovnako o školských a voľnočasových hrách. Jedným z nevyhnutných atribútov hry je preto dobrovoľníctvo, čo je priamy stav motivácie.
- **Hra je emotívna.** Každá hra ktorá vtiahne do deja pôsobí na emócie účastníka. Bez tejto vlastnosti by pri prvom neúspechu hráč prestal hrať.
- **Hra sľubuje úspech.** Ak je úloha príliš veľa alebo je príliš ťažká, hráč stráca svoj záujem a keď je príliš ľahká, bude sa nudiť. Preto sú do hier začlenené určité medzníky, resp. benefity, aby odmenili hráča po splnení určitých úloh a motivovali ho pokračovať.
- **Hra je oslobodzujúca.** Csíkszentmihályi v atribútoch toku (Flow) tiež spomína vylúčenie vonkajšieho sveta, "nedostatok obáv". Ako pozitívum vyzdvihuje odstránenie stresu. Typickou vlastnosťou počítačových a videohier je, že majú iba pozitívne a odmeňujúce mechanizmy. Na základe tohto poznatku rastie počet učiteľov, ktorí využívajú len pozitívne hodnotenie a kladné body. Dobrý študent získa viac bodov ako slabší (Csíkszentmihályi & Szabó, 2010).
- **Hra má zaručený čas.** Časové rámce sú vopred určené. Mnoho hier musí byť navyše naplánovaných na vopred stanovené časy (napr. v hrách pre viacerých hráčov, v bitkách, futbalových hrách). Časové rámce sú veľmi dôležité aj kvôli tomu, aby sa nám gamifikácia nevymkla z rúk a nezačali sme vychovávať patologických hráčov.
- **Hra je prehľadná.** Výsledky sú predvídateľné, pravidlá sú vždy jasné a nemenia sa v priebehu hry. Hráč môže neustále vidieť, ako stojí. Intuitívne ovládanie je spravidla prispôbené vekovej kategórii pre koho je hra určená.

- **Hra je spoločenský priestor.** Online komunity sú organizované paralelne s hrami, kde hráči môžu navzájom komunikovať, radovať sa, riešiť situácie, poradiť sa a získavať zdroje. Spolupráca s partnermi v mnohých hrách je predpokladom úspechu (Schmidt, 2018).

7 Čo je dynamika hry?

Dynamika hry má veľký vplyv na súbor emócií, správania sa a túžob, ktoré sa nachádzajú v herných mechanizmoch a vtáhujú účastníkov do deja. Pozitívny pocit účastníka je vyvolaný úspešným zvládnutím určitého zadania, zvládnutie misie a podobne. Za tento úspech patrí odmena ktorú sme už spomenuli vyššie. Dynamika hry v tandeme s herným mechanizmom výrazne pôsobí na motiváciu účastníkov. Motivovaný účastník sa pri prvom neúspechu nevzdáva, ale opakuje činnosti až kým ich nezvládne a nedostane odmenu, či nepostúpi na ďalšiu úroveň.

8 Význam gamifikácie vo vzdelávaní?

Gamifikácia vo vzdelávaní je stratégia ovplyvňovania a motivovania správania žiakov a študentov, ktorá sa môže uplatniť v širokom spektre situácií, keď je potrebné motivovať jednotlivcov k tomu, aby vykonávali konkrétne aktivity, alebo činnosti. (Zichermann & Linder, 2013) Gamifikácia vo výchovno-vzdelávacom procese môže zvýšiť angažovanosť žiakov a študentov s cieľom zvýšiť ich efektivitu v rámci edukácie a uľahčiť im proces vzdelávania. Myšlienka výučby s podporou hier, škola hrou je prítomná počas celých dejín pedagogiky a školskej výchovy. V starovekom Ríme či v Gréckych mestských štátoch sa deti už vo veľmi mladom veku pripravovali na život pomocou bojových hier, kde používali z dreva vyrobené zmenšeniny reálnych zbraní. V stredoveku sa hra zo škôl takmer úplne vytráca. Až začiatkom novoveku sa začala situácia postupne meniť, hlavne pôsobením Jana Amosa Komenského a jeho preslávenou „škola hrou“.

Ak sa gamifikácia v edukácii využíva zmysluplne, môže pomôcť zlepšiť študijné výsledky rôznymi spôsobmi, napr.:

- Zvýšenie akceptácie a využívania nástrojov na riadenie výučby (LMS).
- Podpora udržania si nadobudnutých vedomostí a znalostí u žiakov.
- Rozšírenie zdieľania znalostí žiakov s cieľom zlepšiť efektivitu edukácie.

Celkovo môže gamifikácia v školstve zvýšiť motiváciu žiakov a študentov. Platforma výučbových tematických hier môže odhaliť aj ďalšie skryté výhody. Medzi tieto výhody môžeme radiť napr. nájdenie najsilnejších stimulov, odhalenie preferencií žiakov, osvetlenie vzájomných väzieb v skupine a pod..

9 Aké sú osvedčené postupy v oblasti Gamifikácie?

Tak ako úspešná hra nevznikne cez noc, tak ani gamifikovaný študijný obsah nevznikne z jedného dňa na druhý. Vyžaduje si to hlboké odborné, metodické, didaktické znalosti a mať schopnosť vcítiť sa do žiaka. Niektoré osvedčené postupy týkajúce sa najlepšieho gamifikovania zahŕňajú:

1. Lákavý obsah

Je dôležité dôsledne analyzovať obsah a platformy. Treba sa tiež uistiť, že sú ideálne na gamifikáciu. Gamifikácia nebude úspešná keď sa aplikuje nevhodne resp. na oblasť, ktorá nie je na gamifikáciu vhodná. Najlepšie funguje, keď premení vzrušujúci a atraktívny zážitok na bohatší a participatívnejší.

2. Časový rámec

Gamifikácia je dlhodobá stratégia. Je nevyhnutné naplánovať ideálny časový rámec, aby si žiaci mohli časom rozširovať svoje skúsenosti. Časový rámec je dôležitý aj z hľadiska toho, aby nevenovali danej téme neúmerne veľa času na úkor iných.

3. Umiestnenie v rámci časovo-tematických plánov

Ku gamifikácii sa musí pristupovať strategicky a nesmie sa uponáhľať. Pre žiakov to musí pôsobiť ako spontánna hra, ale pre učiteľa je to veľmi efektívny nástroj na motiváciu žiakov na dosiahnutie čo najvyšších cieľov.

4. Vyhodnotenie

Je dôležité mať jasnú predstavu o tom, aké sú ciele a ako sa určujú. Je to veľmi dôležité aby sa dala vyhodnotiť úspešnosť hry. Pri hodnotení sú dôležité hlavne dosiahnuté výsledky žiakov, ktoré sú spravidla previazané s emotívnosťou danej hry.

10 Záver

V súčasnosti, keď sa objavuje otázka hier a online hier, sa dostávajú do popredia predovšetkým ich negatíva (napríklad návykovosť). Na druhej strane je dôležité spomenúť mnohé z jeho pozitív. Digitálne hry môžu pomôcť rozvíjať spoločenské a kognitívne zručnosti, pretože tieto hry si často vyžadujú tímové hry, takže hráči sa musia naučiť pravidlá sociálneho kontaktu a integrácie, ako aj to, ako s ostatnými pracovať na konkrétnej úlohe aby sa dosiahol cieľ.

Rovnako ako stolové alebo logické hry, aj v online hrách musíme dodržiavať pravidlá a riešiť problémy, aby sme dosiahli daný cieľ. Niektoré hry môžu tiež priamo alebo nepriamo prispieť k rozvoju dôležitých zručností a schopností. Umocňuje sa schopnosť riešiť problém, nakoľko hry nám neumožňujú vyhnúť sa prekážkam alebo ponechať nevyriešené úlohy. Môžeme pokračovať v hernom zážitku, ak zistíme, čo nám bráni v napredovaní a hľadať riešenie ďalej. (Fromann & Damsa)

V hre sa hráč cíti byť slobodný, začína veriť v seba samého, stotožňuje sa s virtuálnym hrdinom a prežíva misie cez ktoré prechádza. Týmto spôsobom na jednej strane využíva svoju kreativitu a na druhej strane sa prejavuje ako subjekt, ktorý môže byť vynikajúcim zdrojom poznatkov či riešení ako pre jednotlivca tak aj pre celú spoločnosť.

Môžeme zdôrazniť niekoľko výhod vyučovacej metódy založenej na hrách:

- Chyby nie sú penalizované oproti väčšine školských metód, základným prvkom hry je pozitívna spätná väzba.
- Hry vytvárajú virtuálnu realitu, ktorá pomáha študentom získať skúsenosti zo sterilného školského prostredia.
- V hrách nie sú žiadne znaky skúšok, ktoré by tlmili výkon študentov.
- Hry tiež posilňujú komunitnú komunikáciu v triede, pretože si vyžadujú viac aktivity a interakcie zo strany študentov aj učiteľov.
- Pomáhajú rozvíjať nezávislosť.
- Pomáhajú stanoviť krátkodobé a dlhodobé ciele.
- Poskytujú okamžitú spätnú väzbu.
- Účelom gamifikácie je zvýšiť aktivitu študentov a ich motiváciu učiť sa.

Hra vo vzdelávaní neznamená len to, že sa žiaci učia prostredníctvom hodín digitálnej výučby, ale aj to, že učitelia začleňujú pracovné princípy hier do svojich predchádzajúcich metód výučby. Účelom gamifikácie je zvýšiť aktivitu študentov a ich motiváciu učiť sa. Metódy výučby založené na hrách na rozdiel od tradičného systému podporujú získavanie vedomostí

študentov a motivujú ich, aby pokračovali v práci aj v prípade prvotného neúspechu. V pandemickom období, keď sa výučba presunula do online priestoru a stratil sa priamy kontakt lektora so študentom, je ešte náročnejšie aktivizovať študentov a udržať ich pozornosť počas vyučovacej jednotky.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy KEGA 019EU-4/2020 Podpora dištančného vzdelávania prostredníctvom virtuálnej katedry.

Literatúra

1. Csikszentmihalyi, M. (2009). *Flow: The psychology of optimal experience*. New York, NY: Harper Row.
2. Csikszentmihályi, M., & Szabó, E. (2010). *Az áramlat = Flow: A tökéletes élmény pszichológiája*. Budapest, Hungary: Akadémiai kiadó.
3. Davletova, A. K., Maykibayeva, E. K., Rakhimzhanova, M. B., Kasymova, A. K., & Kusainov, A. A. (2016). Didactic Potential of Multimedia-Technology in the Development of Students' Informational Culture. *Indian Journal of Science and Technology*, 9(12). doi:10.17485/ijst/2016/v9i12/89517.
4. Deterding, S. (2011). Gamification: Toward a definition. Proceedings of the 2011 Annual Conference Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems. ACM, New York.
5. Fromann, R., & Damsa, A. (n.d.). A gamifikáció (játékosítás) motivációs eszköztára az oktatásban. Retrieved September 26, 2020, from <https://folyoiratok.oh.gov.hu/uj-pedagogiai-szemle/a-gamifikacio-jatekositas-motivacios-eszkoztara-az-oktatasban>.
6. McGonigal, J. (2010). Gaming can make a better world. Retrieved September 26, 2020, from http://www.ted.com/talks/jane_mcgonigal_gaming_can_make_a_better_world.html.
7. Schmidt, P. (2018). Gejmifikacija - igra kak motivacionnyj instrument obučenia. *Elektronnaja Kazaň 2018* (s. 498-505). Kazaň: Juniverzum.
8. Tomeš, M. (2017). Generace Z: Další ztracená mládež? Retrieved September 26, 2020, from <https://www.e15.cz/the-student-times/generace-z-dalsi-ztracena-mladez-1327770>.
9. Zichermann, G., & Linder, J. (2013). *The gamification revolution: How leaders leverage game mechanics to crush the competition*. New York, NY: McGraw-Hill.



Komparácia aplikácie IFRS 7 v poznámkach individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky vybraných podnikov

Comparison of the application of IFRS 7 in the notes of the individual and consolidated financial statements of selected companies

Katarína Sigetová¹, Lenka Užíková²

Abstrakt

Aplikácia IFRS 7 Finančné nástroje: Zverejňovanie je vo všeobecnosti pre účtovné jednotky veľkou výzvou, najmä z toho pohľadu, aby poznámky účtovnej závierky obsahovali všetky požadované skutočnosti. Štandard IFRS 7 vyžaduje od účtovných jednotiek, aby vo svojich účtovných závierkach poskytovali informácie, ktoré umožnia používateľom vyhodnotiť význam finančných nástrojov pre finančnú pozíciu a výkonnosť účtovnej jednotky, ale aby aj prezentovali charakter a rozsah rizík vyplývajúcich z finančných nástrojov. Účtovné jednotky musia dbať vo svojich konsolidovaných účtovných závierkach na zmeny spôsobené konsolidačnými úpravami, ktoré vplyvajú na jednotlivé individuálne účtovné závierky účtovných jednotiek zahrnutých do konsolidovaného celku. Cieľom príspevku je analyzovať aplikáciu IFRS 7 v poznámkach individuálnych a konsolidovaných účtovných závierok niekoľkých veľkých účtovných jednotiek podnikajúcich na území Slovenskej republiky.

Kľúčové slová

účtovná závierka, poznámky, IFRS 7, finančné nástroje

Abstract

The application of IFRS 7 Financial Instruments: Disclosures is generally a major challenge for accounting entities, particularly in terms of ensuring that notes of the financial statements include all the required facts. Standard IFRS 7 requires accounting entities to provide information in their financial statements that enables users to evaluate the significance of financial instruments for the accounting entity's financial position and performance, as well as the nature and extent of risks arising from financial instruments. Accounting entities have to pay attention in their consolidated financial statements the changes caused by the consolidation adjustments that affect the individual financial statements of the entities included in the consolidated group. The purpose of paper is to analyze the application of IFRS 7 in the notes to the individual and consolidated financial statements of several large accounting entities operating in the Slovak Republic.

Key words

financial statements, notes, IFRS 7, financial instruments

JEL classification

M41, M48

¹ Ing. Katarína Sigetová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, katarina.sigetova@euba.sk.

² Ing. Lenka Užíková, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra účtovníctva a audítorstva, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, lenka.uzikova@euba.sk.

1 Úvod

V súčasnej dobe je kladený veľký dôraz na správne vykazovanie všetkých skutočností v účtovných závierkach. Výnimkou nie sú ani finančné nástroje zverejňované v účtovných závierkach v súlade s IFRS 7 *Finančné nástroje: zverejňovanie* (ďalej „IFRS 7“). Účtovné jednotky rozlišujú vplyv finančných nástrojov na individuálnu a konsolidovanú účtovnú závierku.

Najprv sa budeme venovať porovnaniu individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky, pričom budeme vychádzať z ustanovení zákona č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov (ďalej „zákon o účtovníctve“) a ustanovení medzinárodných štandardov IAS 1 *Prezentácia účtovnej závierky* (ďalej „IAS 1“) a IFRS 10 *Konsolidovaná účtovná závierka* (ďalej „IFRS 10“).

V ďalšej časti sa zameriame výlučne na aplikáciu IFRS 7. Ustanovenia tohto medzinárodného štandardu detailne rozpracujeme, zameriame sa predovšetkým na jeho ciele a rozsah pôsobnosti, a tiež na požiadavky zverejňovania informácií o finančných nástrojov v účtovných závierkach.

Posledná časť príspevku bude obsahovať výsledky analýzy toho, ako uplatňujú IFRS 7 vo svojich účtovných závierkach vybrané účtovné jednotky, ktorými sú konkrétne Slovenské elektrárne, a. s., SLOVNAFT, a. s. a U. S. Steel Košice, s. r. o. Výber účtovných jednotiek sme vykonali na základe dvoch kritérií, a to veľkosť účtovnej jednotky a zostavovanie individuálnej aj konsolidovanej účtovnej závierky podľa medzinárodných štandardov IFRS.

2 Porovnanie individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky

Účtovná závierka musí byť zostavená tak, aby poskytovala verný a pravdivý obraz o finančnej situácii podniku a o všetkých skutočnostiach ktoré nastali a sú predmetom účtovníctva.

Konsolidovaná účtovná závierka poskytuje informácie o konsolidovanom celku, teda o všetkých účtovných jednotkách, ktoré sú súčasťou konsolidovaného celku. Konsolidovanú účtovnú závierku zostavuje materská účtovná jednotka, pokiaľ nie je od tejto povinnosti oslobodená, podľa zákona o účtovníctve.

Základné požiadavky, obsah a štruktúru tak ako individuálnej, aj konsolidovanej účtovnej závierky zostavovanej podľa IFRS rieši medzinárodný štandard IAS 1. Cieľom tohto štandardu je požiadavka, aby boli porovnateľné účtovné závierky rôznych účtovných jednotiek, a tiež za rôzne účtovné obdobia. Avšak, požiadavky kladené na oceňovanie, zverejňovanie a vykazovanie ďalších skutočností sú riešené už v iných medzinárodných štandardoch IFRS.

Medzinárodný štandard IAS 1 uvádza nasledovnú štruktúru účtovnej závierky (IASB, 2007):

- výkaz o finančnej situácii – ku koncu obdobia;
- výkaz komplexného výsledku;
- výkaz zmien vlastného imania;
- výkaz o peňažných tokoch;
- poznámky.

Požiadavkou, aby účtovná jednotka zostavovala konsolidovanú účtovnú závierku, ktorá ovláda inú účtovnú jednotku, sa zaoberá štandard IFRS 10. Tento štandard určuje, kedy ide o ovládaný subjekt do ktorého investuje a následne tento subjekt konsoliduje. Podľa tohto štandardu investor ovláda subjekt vtedy, keď sú splnené súčasne všetky uvedené podmienky (IASB, 2011):

- má právomoci nad týmto subjektom;

- je angažovaný na variabilných výnosoch zo svojho podielu alebo má na tieto výnosy právo;
- je schopný využiť právomoci nad týmto subjektom na ovplyvnenie výnosov tohto investora.

Medzi konsolidovanou účtovnou závierkou a individuálnou účtovnou závierkou vznikajú určité rozdiely, ktoré budeme riešiť pri každom výkaze účtovnej závierky osobitne (Hvožďarová, Sapara, Užík, 2014).

V konsolidovanom výkaze o finančnej situácii je dôležité, aby boli tak ako majetok, aj vlastné imanie a záväzky zobrazené takým spôsobom, ako keby išlo o jednu účtovnú jednotku. Ide o agregáciu všetkých položiek majetku, vlastného imania a záväzkov všetkých dcérskych účtovných jednotiek a materskej účtovnej jednotky, pričom musí byť vykonaná eliminácia vzájomných duplicitných položiek. Existujú rôzne špecifické položky, ktoré sa v individuálnej účtovnej závierke nenachádzajú, ale v konsolidovanej účtovnej závierke naopak áno. V rámci majetku je to goodwill z konsolidácie kapitálu a v prípade použitia metódy vlastného imania sú to investície. Vo vlastnom imaní sú touto špecifickou položkou nekontrolujúce podiely na vlastnom imaní, pričom predstavujú všetky podiely, ktoré nepatria materskej účtovnej jednotke. Pri zostavení konsolidovaného výkazu o finančnej situácii je potrebná eliminácia finančného majetku – podiel v dcérskej účtovnej jednotke s podielom na vlastnom imaní. V tomto výkaze musia byť tiež eliminované všetky vzájomné pohľadávky a záväzky v rámci konsolidovaného celku, ako aj zisk alebo strata, ktorá vznikla medzi účtovnými jednotkami v skupine, tzv. medzivýsledok (kladný alebo záporný). Napríklad, ďalšou osobitosťou je tiež skutočnosť, že v prípade prenájmu nehnuteľnosti vzniká rozdiel medzi ocenením a klasifikáciou tejto nehnuteľnosti v konsolidovanej účtovnej závierke a v individuálnej účtovnej závierke. V konsolidovanej účtovnej závierke sa postupuje podľa IAS 16 *Nehnutelnosti, stroje a zariadenia* (ďalej „IAS 16“), čiže nehnuteľnosť je klasifikovaná ako majetok konsolidovaného celku a v individuálnej účtovnej závierke podľa IFRS 40 *Investičný nehnuteľný majetok* (ďalej „IAS 40“), keďže nehnuteľnosť je držaná za účelom získať nájomné alebo kapitálové zhodnotenie, prípadne oboje. V neposlednom rade je veľmi dôležitá úprava odloženej dane, teda odloženého daňového záväzku, resp. odloženej daňovej pohľadávky, na ktoré vplyvajú konsolidačné úpravy, ktoré znížia alebo zvýšia rozdiel medzi účtovnou a daňovou hodnotou majetku alebo záväzkov.

V prípade konsolidovaného výkazu o komplexnom výsledku je tiež potrebné, aby boli všetky položky vykázané tak, ako keby tvorili všetky účtovné jednotky skupiny jeden celok. Náklady a výnosy, ktoré vznikli zo vzájomných transakcií v rámci konsolidovaného celku sa v konsolidovanom výkaze neuvádzajú, je potrebné ich eliminovať. Veľmi dôležité je správne vykázanie nákladov a výnosov dcérskej účtovnej jednotky v účtovnom období, v ktorom došlo k obstaraniu podielu. V takejto situácii sa vykazujú náklady a výnosy dcérskej účtovnej jednotky pripadajúce len na obdobie, kedy mala materská účtovná jednotka kontrolu nad dcérskou účtovnou jednotkou, teda odo dňa akvizície. Všetky náklady a výnosy, ktoré vznikli pred dňom akvizície sa do konsolidovaného výkazu o komplexnom výsledku nezahrňujú, pretože tento podnik ešte nepatril do konsolidovaného celku.

Pri konsolidovanom výkaze zmien vlastného imania je podstatné, aby tento výkaz zobrazoval vlastné imanie, ktoré je vykázané v individuálnom výkaze zmien vlastného imania materskej účtovnej jednotky a všetky zmeny, ktorými sú konsolidačné úpravy, a tiež zmeny položiek jej dcérskych účtovných jednotiek (od momentu prvej konsolidácie kapitálu). Tento výkaz nadväzuje na konsolidovaný výkaz o finančnej situácii, nakoľko začiatkové stavy a konečné stavy sa zhodujú.

Konsolidovaný výkaz peňažných tokov musí byť zostavený tak, aby všetky príjmy a výdavky boli len medzi konsolidovanou skupinou a okolím. V tomto výkaze nesmie byť

vykázaný príjem alebo výdavok, ktorý nastal v rámci konsolidovanej skupiny, ako je tomu pri individuálnom výkaze peňažných tokov. Špecifickou položkou tohto výkazu je výdavok na obstaranie podielu v dcérskej účtovnej jednotke, ktorý je v tomto prípade znížený o peňažné prostriedky dcérskej účtovnej jednotky k momentu akvizície. Príjmy a výdavky dcérskych podnikov, ktoré boli vykázané pred dňom akvizície sa do tohto výkazu nezahrňujú.

Poznámky ku konsolidovaným výkazom by mali po správnosti oproti poznámkam k individuálnym výkazom obsahovať navyše všetky údaje o konsolidovanom celku, o spôsobe zahrnutia a popis celej konsolidácie všetkých účtovných jednotiek – všetky postupy, výsledky konsolidácie, goodwill a jeho vykávanie, nekontrolujúce podiely (či boli vyčíslené proporcionálnym podielom alebo reálnou hodnotou) a pod.

Pre lepší prehľad prezentovaných rozdielov v jednotlivých výkazoch individuálnej účtovnej závierky a konsolidovanej účtovnej závierky sme vytvorili tabuľku 1.

Tab. 1: Rozdiely medzi individuálnou a konsolidovanou účtovnou závierkou

Predmet rozdielu	Druh účtovnej závierky	
	Individuálna	Konsolidovaná
Položka goodwill	Neobsahuje	Obsahuje
Položka investície (v prípade metódy vlastného imania)	Neobsahuje	Obsahuje
Položka nekontrolujúce podiely	Neobsahuje	Obsahuje
Podiel v dcérskej účtovnej jednotke (finančný majetok)	Obsahuje – súčasťou finančného majetku materskej účtovnej jednotky	Eliminácia s podielom na vlastnom imaní
Podiel v dcérskej účtovnej jednotke (vlastné imanie)	Obsahuje – súčasťou vlastného imania dcérskej účtovnej jednotky	Eliminácia s podielom v rámci finančného majetku
Vzájomné pohľadávky a záväzky v rámci konsolidovaného celku	Obsahujú účtovné závierky materskej aj dcérskej účtovnej jednotky	Vzájomná eliminácia pohľadávok a záväzkov
Medzivýsledok v rámci konsolidovaného celku	Obsahujú účtovné závierky materskej aj dcérskej účtovnej jednotky	Vzájomná eliminácia medzivýsledkov
Prenájom nehnuteľnosti v rámci konsolidovaného celku	Podľa IAS 40	Podľa IAS 16
Príjmy a výdavky v rámci konsolidovaného celku	Obsahujú účtovné závierky materskej aj dcérskej účtovnej jednotky	Vzájomná eliminácia príjmov a výdavkov
Výdavky na obstaranie podielu v dcérskej účtovnej jednotke	Obsahuje účtovná závierka materskej účtovnej jednotky	Zníženie o peňažné prostriedky dcérskej účtovnej jednotky k momentu akvizície
Výkaz Poznámky	Podľa požiadaviek príslušajúcich štandardov	Navyše aj všetky údaje o konsolidácii

Zdroj: Hvozdarová, J., Sapara, J., Užik, J. (2014). Konsolidovaná účtovná závierka, 2. vydanie. Bratislava: Ekonóm.

Existuje však aj oveľa viac ďalších rozdielov, prípadne rovnakých požiadaviek vyplývajúcich z jednotlivých medzinárodných štandardov IFRS. V ďalšej časti sa zameriame na požiadavky týkajúce sa finančných nástrojov v medzinárodnom štandarde IFRS 7.

3 Zverejňovanie informácií o finančných nástrojoch podľa IFRS 7

Cieľom IFRS 7 je vyžadovať od účtovných jednotiek, aby súčasťou ich účtovných závierok boli zverejnenia, ktoré umožnia používateľom informácií z účtovných závierok vyhodnotiť význam finančných nástrojov ovplyvňujúcich finančnú pozíciu a výkonnosť účtovnej jednotky a charakter a rozsah rizík vyplývajúcich z finančných nástrojov, ktorým je účtovná jednotka vystavená počas účtovného obdobia a k dátumu vykazovania v účtovnej závierke, a spôsob, akým účtovná jednotka tieto riziká riadi (IASB, 2007).

Pre pochopenie jednotlivých ustanovení IFRS 7 je dôležité poznať aj ustanovenia medzinárodných štandardov IAS 32 *Finančné nástroje: prezentácia* (ďalej „IAS 32“) a IFRS 9 *Finančné nástroje* (ďalej „IFRS 9“). Zásady IFRS 7 dopĺňajú pravidlá na vykazovanie, oceňovanie a prezentáciu finančných aktív a finančných záväzkov spomínaných medzinárodných štandardov.

Ustanovenia IFRS 7 určujú rozsah pôsobnosti, pričom tento štandard uplatňujú všetky účtovné jednotky na všetky typy finančných nástrojov s výnimkou:

- podielov v dcérskych spoločnostiach, pridružených alebo spoločných podnikoch, ktoré sa účtujú podľa iných IFRS;
- práv a povinností vyplývajúcich z programov zamestnaneckých požitkov;
- poisťných zmlúv;
- finančných nástrojov, zmlúv a povinností v rámci platobných transakcií formou akcií;
- nástrojov, ktoré je potrebné klasifikovať ako nástroje vlastného imania.

Okrem týchto výnimiek sa však IFRS 7 vzťahuje na vykazované a nevykazované finančné nástroje, pričom vykazované finančné nástroje sú v rozsahu pôsobnosti IFRS 9. Ďalej sa IFRS 7 vzťahuje na zmluvy o nákupe a predaji nefinančnej položky taktiež patriace do rozsahu pôsobnosti IFRS 9. V neposlednom rade nemôžeme zabudnúť na požiadavky na zverejňovanie úverového rizika uplatňované na tie práva, ktoré sú vykazované znova v súlade s IFRS 9.

IFRS 7 stanovuje triedy a kategórie finančných nástrojov. Účtovná jednotka má povinnosť zoskupiť finančné nástroje do tried, ktoré sú primeraného charakteru zverejnených informácií a ktoré zohľadňujú vlastnosti týchto finančných nástrojov. Účtovná jednotka poskytuje také informácie, ktoré sú dostatočné z pohľadu zhody na riadkové položky prezentované vo výkaze o finančnej situácii. Účtovné hodnoty každej nasledujúcej kategórie finančných nástrojov (podľa IFRS 9) sa zverejňujú buď vo výkaze o finančnej situácii, alebo ako doplňujúce a iné informácie v poznámkach:

- finančné aktíva oceňované reálnou hodnotou cez výsledok hospodárenia, pričom samostatne sa uvádzajú
 - finančné aktíva takto určené pri prvotnom vykázaní alebo následne a
 - finančné aktíva povinne oceňované reálnou hodnotou cez výsledok hospodárenia;
- finančné záväzky oceňované reálnou hodnotou cez výsledok hospodárenia, pričom samostatne sa uvádzajú
 - finančné záväzky takto určené pri prvotnom vykázaní alebo následne a
 - finančné záväzky, ktoré spĺňajú vymedzenie pojmu držaný na obchodovanie;
- finančné aktíva oceňované v amortizovanej hodnote;
- finančné záväzky oceňované v amortizovanej hodnote;
- finančné aktíva oceňované reálnou hodnotou cez ostatné súčasti komplexného výsledku, pričom samostatne sa uvádzajú

- finančné aktíva, ktoré sa oceňujú reálnou hodnotou cez ostatné súčasti komplexného výsledku a
- investície do nástrojov vlastného imania takto určené pri prvotnom vykázaní.

Ďalšie požiadavky na zverejňovanie informácií o finančných nástrojoch (vo výkaze o finančnej situácii alebo v poznámkach) sa odvíjajú od výberu oceňovacej veličiny použitej na vyčíslenie účtovnej hodnoty, resp. od momentu začatia používania oceňovacej veličiny alebo zmeny použitej oceňovacej veličiny, ďalej od prípadnej reklasifikácie niektorej kategórie finančných nástrojov a pod. Účtovná jednotka musí zverejňovať aj informácie týkajúce sa zabezpečenia finančných nástrojov. Nemôže zabudnúť ani na započítavanie finančných aktív a finančných záväzkov, opravné položky na úverové straty a v prípade úverových záväzkov ani na zlyhania a porušenia podmienok poskytnutia úveru.

IFRS 7 obsahuje aj požiadavky na zverejnenia vo výkaze komplexného výsledku a k tomu súvisiacich informácií v poznámkach. Sú to predovšetkým tieto položky výnosov, nákladov, ziskov a strát:

- čisté zisky alebo čisté straty z finančných nástrojov v členení podľa jednotlivých kategórií;
- celkové úrokové výnosy a celkové úrokové náklady vypočítané pomocou metódy efektívnej úrokovej miery;
- výnosy a náklady z poplatkov (iné ako sumy zahrnuté pri stanovovaní efektívnej úrokovej miery).

IFRS 7 požaduje od účtovnej jednotky aj iné, ostatné zverejnenia. V súlade s IAS 1 ide o významné účtovné politiky vrátane oceňovacích základov použitých pri zostavovaní účtovnej závierky a ostatné použité účtovné politiky relevantné pre pochopenie účtovnej závierky. Ostatné zverejnenia sa týkajú aj účtovania zabezpečenia a jeho účinkov na finančnú situáciu a výkonnosť, výšky, načasovania a neistoty budúcich peňažných tokov, reálnej hodnoty atď.

Ako vyplýva z cieľa IFRS 7, tak časť štandardu je venovaná charakteru a rozsahu rizík vyplývajúcich z finančných nástrojov. Zverejnenia týkajúce sa rizík, ktoré vyplývajú z finančných nástrojov a zo spôsobu, akým sú riadené, spravidla zahŕňajú úverové riziko, riziko likvidity a trhové riziko. Podľa terminológie IFRS 7 úverové riziko je také riziko, pri ktorom jedna strana finančného nástroja spôsobí finančnú stratu inej strane nesplnením svojho záväzku. Riziko likvidity vyplýva z ťažkostí účtovnej jednotky pri plnení povinností súvisiacich s finančnými záväzkami, ktoré sa vyrovnávajú dodaním peňazí alebo iného finančného aktíva. Trhové riziko predstavuje riziko, že reálna hodnota alebo budúce peňažné toky finančného nástroja budú kolísať z dôvodu zmien v trhových cenách, pričom sa skladá z menového, úrokového a iného cenového rizika.

V spojení s rizikami je potrebné uvádzať kvalitatívne a kvantitatívne zverejnenia. Vzájomný vzťah medzi kvalitatívnymi a kvantitatívnymi zverejneniami prispieva k zverejneniu informácií spôsobom, ktorý umožňuje používateľom lepšie zhodnotiť vystavenie účtovnej jednotky rizikám.

V prípade kvalitatívnych zverejnení účtovná jednotka pre každý druh rizika vyplývajúceho z finančných nástrojov zverejní:

- expozície voči riziku a ako vznikajú;
- svoje ciele, postupy a procesy riadenia rizika a metódy používané na meranie rizika a
- všetky zmeny vyššie spomenutých kvalitatívnych zverejnení v porovnaní s predchádzajúcim obdobím.

Neodlúčiteľnou súčasťou sú aj kvantitatívne zverejnenia pri každom druhu rizika vyplývajúceho z finančných nástrojov, pričom účtovná jednotka zverejní:

- súhrnné kvantitatívne údaje o svojej expozícii tomuto riziku na konci obdobia vykázovania;

- zverejnenia požadované v súlade s rozsahom pôsobnosti a cieľmi ďalších ustanovení;
- koncentráciu rizika.

Všetky spomenuté požiadavky vyplývajúce z ustanovení IFRS 7 a aplikáciu týchto požiadaviek v účtovných závierkach vybraných účtovných jednotiek budeme skúmať v nasledujúcej časti.

4 Aplikácia IFRS 7 v účtovných závierkach vybraných účtovných jednotiek

Na analyzovanie sme si vybrali nasledovné účtovné jednotky:

- Slovenské elektrárne, a. s.
- SLOVNAFT, a. s.
- U. S. Steel Košice, s. r. o.

Účtovné závierky, výročné správy a správy audítora vybraných účtovných jednotiek sme získali pomocou registra účtovných závierok dostupného online, kde sme čerpali údaje za rok 2019.

Slovenské elektrárne, a. s. sa zaoberajú výrobou a predajom elektrickej energie, táto spoločnosť je najväčším výrobcom elektrickej energie na Slovensku. Okrem toho vyrába a predáva teplo a poskytuje podporné služby pre elektrizačnú sústavu.

Individuálna a konsolidovaná účtovná závierka spoločnosti Slovenské elektrárne, a. s. obsahuje v poznámkach požiadavky IFRS 7, pričom v nich uvedené informácie sa v určitých ohľadoch zhodujú a v iných zase rozlišujú.

Čo sa týka údajov, ktoré sa v oboch účtovných závierkach zhodujú, ide najmä o slovné opisy rôznych skutočností. Ako príklad uvádzame obrázok 1.

Obr. 1: Slovenské elektrárne, a. s. – slovné opisy skutočností

Deriváty ocenené v reálnej hodnote cez výkaz ziskov a strát

Vnorené deriváty

Dňa 7. októbra 2013 bola uzatvorená dlhodobá zmluva o predaji elektrickej energie so spoločnosťou Slovalco, a.s. s platnosťou od 1. januára 2014 do 31. decembra 2021. V súlade s ustanoveniami zmluvy je cena elektrickej energie stanovená v USD. Hodnota vnorenej opcie na cenu hliníka podlieha indexácii cien hliníka na Londýnskej burze kovov (LME). Prvotné ocenenie vnorených opcií k dátumu uzavretia dlhodobej zmluvy na dodávky elektriny so spoločnosťou Slovalco, a.s. bolo vykazané na súvahe oproti výnosom budúcich období, keďže sa vzťahovalo k dodávkam elektrickej energie od 1. januára 2014. Táto hodnota sa umoruje do výkazu ziskov a strát rovnomerne počas obdobia trvania dlhodobej zmluvy (pozri poznámku 20 a 30).

Komoditné deriváty

Spoločnosť vykazuje komoditné deriváty, ktoré nie sú určené na zabezpečenie peňažných tokov v súvislosti so zmluvami o kúpe a predaji elektrickej energie v súlade s platnou účtovnou politikou Spoločnosti. Okrem zmlúv na elektrickú energiu Spoločnosť uzatvorila deriváty aj na iné komodity (urán, emisné kvóty) s cieľom ekonomického zabezpečenia proti volatilitě cien týchto komodít.

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Odlíšnosti sú zrejme v číselných údajoch týkajúcich sa ocenenia, konkrétne účtovných a reálnych hodnôt finančných aktív a finančných záväzkov. Táto skutočnosť môže naznačovať, že boli zohľadnené aj údaje všetkých dcérskych účtovných jednotiek, ktoré prešli konsolidačnými úpravami a boli zahrnuté do účtovnej závierky konsolidovaného celku. Príkladom číselných údajov sú nasledujúce obrázky 2 a 3, kde môžeme vidieť rozdiely v účtovných a reálnych hodnotách dlhodobých finančných aktív a dlhodobých finančných záväzkoch.

Obr. 2: Slovenské elektrárne, a. s. – číselné údaje v individuálnej účtovnej závierke
 30. Reálna hodnota finančných nástrojov

Reálne hodnoty finančných aktív a záväzkov v porovnaní s ich účtovnými hodnotami vykázanými v súvahe sú nasledovné:

V tis. EUR	Pozn.	31. december 2019		31. december 2018	
		Účtovná hodnota	Reálna hodnota	Účtovná hodnota	Reálna hodnota
Dlhodobé finančné aktíva					
Ostatné pohľadávky	11	104 969	104 969	101 386	101 386
Nárok na plnenie voči Národnému jadrovému fondu	15	1 339 112	1 339 112	1 229 869	1 229 869
Vnorené deriváty	7	622	622	607	607
Zabezpečovacie deriváty	7	6 243	6 243	526	526
Ostatné investície	9	5 996	5 996	5 196	5 196
Spolu dlhodobé finančné aktíva		1 456 942	1 456 942	1 337 584	1 337 584
Dlhodobé finančné záväzky					
Úvery a pôžičky	19	3 266 826	4 085 255	2 921 793	2 921 793
Zabezpečovacie deriváty	7	99 115	99 115	202 283	202 283
Spolu dlhodobé finančné záväzky		3 365 941	4 184 370	3 124 076	3 124 076

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Obr. 3: Slovenské elektrárne, a. s. – číselné údaje v konsolidovanej účtovnej závierke
 30. Reálna hodnota finančných nástrojov

Reálne hodnoty finančných aktív a záväzkov v porovnaní s ich účtovnými hodnotami vykázanými v konsolidovanej súvahe sú nasledovné:

V tis. EUR	Pozn.	31. december 2019		31. december 2018	
		Účtovná hodnota	Reálna hodnota	Účtovná hodnota	Reálna hodnota
Dlhodobé finančné aktíva					
Ostatné pohľadávky	11	107 289	107 289	100 610	100 610
Nárok na plnenie voči Národnému jadrovému fondu	15	1 339 112	1 339 112	1 229 869	1 229 869
Vnorené deriváty	7	622	622	607	607
Zabezpečovacie deriváty	7	6 243	6 243	526	526
Ostatné investície	9	5 495	5 495	4 695	4 695
Spolu dlhodobé finančné aktíva		1 458 761	1 458 761	1 336 307	1 336 307
Dlhodobé finančné záväzky					
Úvery a pôžičky	19	3 269 574	4 088 003	2 923 839	2 923 839
Zabezpečovacie deriváty	7	99 115	99 115	202 283	202 283
Spolu dlhodobé finančné záväzky		3 368 689	4 187 118	3 126 122	3 126 122

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Ako je zrejmé z uvedených príkladov, prezentované informácie sú vo všeobecnosti rovnaké, iba pri číselných údajoch je rozdiel. Platí to aj o iných požiadavkách, ktoré vyžaduje zverejniť IFRS 7, či už vo výkaze o finančnej situácii, výkaze komplexného výsledku alebo poznámkach. Čiže môžeme konštatovať, že Slovenské elektrárne, a. s. aplikujú prvú časť IFRS 7 správne, ale niektoré informácie prenášajú z individuálnej do konsolidovanej účtovnej závierky a opačne.

Spoločnosť SLOVNAFT, a. s. sa zaoberá spracovaním ropy a výrobou motorových palív, plastov so širokou škálou použitia a ďalších produktov, ako aj ich distribúciou.

Aplikácia prvej časti IFRS 7 je v prípade spoločnosti SLOVNAFT, a. s. už mierne zanedbaná. Vo výkaze o finančnej situácii individuálnej aj konsolidovanej účtovnej závierky je

uvedená jedna položka týkajúca sa finančných nástrojov s názvom „Finančné aktíva ocenené v reálnej hodnote so zmenami vykázanými do ostatného komplexného výsledku“ – avšak k tejto položke už nie sú v poznámkach doplňujúce informácie. Jediné, čo je bližšie špecifikované ohľadom finančných nástrojov, sú údaje vo finančných výnosoch a nákladoch vychádzajúce z výkazu komplexného výsledku. Znova sa nám zhodujú slovné opisy skutočností v oboch účtovných závierkach – príklad je na obrázku 4.

Obr. 4: SLOVNAFT, a. s. – slovné opisy skutočností

8 Finančné výnosy a náklady

Účtovná politika

Úroky sa vykazujú proporcionálne zohľadňujúc efektívny výnos z príslušného majetku. Splatné dividendy sa vykazujú v čase, keď akcionárom vznikne právo na ich vyplatenie. Zmeny reálnej hodnoty derivátov, o ktorých sa neúčtuje ako o zabezpečovacích derivátoch, sú zaúčtované do zisku/straty v období, v ktorom nastala zmena.

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Číselné údaje sa opäť rozlišujú, čo je dobrým náznakom správneho uplatnenia konsolidačných úprav, čoho dôkazom sú obrázky 5 a 6.

Obr. 5: SLOVNAFT, a. s. – číselné údaje v individuálnej účtovnej závierke

v tis. €	2019	2018
Dividendy	3 372	10 255
Čistý zisk z derivátových operácií	1 718	593
Výnosové úroky	338	268
Čistý zisk z predaja dcérskej spoločnosti	-	20 967
Čistý kurzový zisk z peňazí a peňažných ekvivalentov	-	790
Ostatné	14	10
Finančné výnosy spolu	5 442	32 883
Čistá kurzová strata z pohľadávok a záväzkov	- 2 996	- 13 372
Úrokové náklady z rezerv (poznámka 19)	- 1 729	- 1 125
Úrokové náklady z úverov a pôžičiek	- 1 356	- 391
Čistá kurzová strata z peňazí a peňažných ekvivalentov	- 476	-
Zníženie hodnoty investícií v dcérskych spoločnostiach (poznámka 10)	- 452	-
Poplatok za predčasné splatenie úveru	-	- 199
Ostatné	- 9	- 35
Finančné náklady spolu	- 7 018	- 15 122
Finančné výnosy/(náklady) netto	- 1 576	17 761

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Obr. 6: SLOVNAFT, a. s. – číselné údaje v konsolidovanej účtovnej závierke

v tis. €	2019	2018
Čistý zisk z derivátových operácií	1 718	592
Dividendy	559	8
Výnosové úroky	228	261
Čistý kurzový zisk z peňazí a peňažných ekvivalentov	-	790
Ostatné	2	-
Finančné výnosy spolu	2 507	1 651
Čistá kurzová strata z pohľadávok a záväzkov	- 3 001	- 13 375
Úrokové náklady z rezerv (poznámka 20)	- 1 861	- 1 221
Úrokové náklady z úverov a pôžičiek	- 1 685	- 531
Čistá kurzová strata z peňazí a peňažných ekvivalentov	- 476	-
Poplatok za predčasné splatenie úveru	-	- 199
Ostatné	- 56	- 124
Finančné náklady spolu	- 7 079	- 15 450
Finančné výnosy/(náklady) netto	- 4 572	- 13 799

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Spoločnosť SLOVNAFT, a. s. z hľadiska konsolidácie pravdepodobne uplatňuje požiadavky správne, avšak to neplatí o aplikácii prvej časti IFRS 7. Bolo by vhodné v ďalších rokoch do účtovných závierok zahŕňať aj ďalšie doplňujúce informácie.

Spoločnosť U. S. Steel Košice, s. r. o. sa zaoberá výrobou valcovaných výrobkov s výrobným programom pozostávajúcim zo širokej škály za tepla a za studena valcovaných výrobkov pre elektrotechnický priemysel.

V prípade spoločnosti U. S. Steel Košice, s. r. o. sme v individuálnej ani konsolidovanej účtovnej závierke nenašli slovné opisy skutočností týkajúcich sa finančných nástrojov. Avšak nechýbajú bližšie špecifikácie položiek z výkazu o finančnej situácii v poznámkach, kde sú jednotlivé hodnoty rozčlenené podľa toho, aká oceňovacia veličina bola použitá. Porovnaním individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky z pohľadu číselných údajov sú obrázky 7 a 8.

Obr. 7: U. S. Steel Košice, s. r. o. – číselné údaje v individuálnej účtovnej závierke

Poznámka 27 Finančné nástroje podľa kategórie

Nasledujúca tabuľka poskytuje odsúhlasenie skupín finančného majetku a záväzkov s kategóriami ocenenia stanovenými v IFRS 9 Finančné nástroje:

31. decembra 2019				
	Amortizované náklady	Reálna hodnota cez výsledok hospodárenia	Reálna hodnota cez ostatný komplexný výsledok	Spolu
Majetok				
Nekótované finančné nástroje	-	259	-	259
Pohľadávky z obchodného styku (netto)	185 967	-	13 790	199 757
Pohľadávky voči spriazneným stranám (netto)	30 783	-	-	30 783
Ostatné pohľadávky – environmentálne projekty	16 463	-	-	16 463
Ostatné pohľadávky (netto)	16 364	-	-	16 364
Peniaze a peňažné ekvivalenty	214 508	-	-	214 508
Peňažné prostriedky s obmedzeným použitím	-	-	-	-
Krátkodobé pôžičky poskytnuté spriazneným stranám	394	-	-	394
Derivátové finančné nástroje	-	3 971	-	3 971
Spolu	464 479	4 230	13 790	482 499

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Obr. 8: U. S. Steel Košice, s. r. o. – číselné údaje v konsolidovanej účtovnej závierke

Poznámka 27 Finančné nástroje podľa kategórie

Nasledujúca tabuľka poskytuje odsúhlasenie skupín finančného majetku a záväzkov s kategóriami ocenenia stanovenými v IFRS 9 Finančné nástroje:

31. decembra 2019				
	Amortizované náklady	Reálna hodnota cez výsledok hospodárenia	Reálna hodnota cez ostatný komplexný výsledok	Spolu
Majetok				
Nekótované finančné nástroje	-	259	-	259
Pohľadávky z obchodného styku (netto)	187 928	-	13 790	201 718
Pohľadávky voči spriazneným stranám (netto)	424	-	-	424
Ostatné pohľadávky – environmentálne projekty	16 463	-	-	16 463
Ostatné pohľadávky (netto)	17 165	-	-	17 165
Peniaze a peňažné ekvivalenty	217 183	-	-	217 183
Peňažné prostriedky s obmedzeným použitím	-	-	-	-
Derivátové finančné nástroje	-	3 971	-	3 971
Spolu	439 163	4 230	13 790	457 183

Zdroj: Register účtovných závierok [online]

Príklady číselných údajov v účtovných závierkach U. S. Steel Košice, s. r. o. naznačujú správne uplatnenie konsolidácie. Rovnako môžeme konštatovať, že aj požiadavky prvej časti IFRS 7 sú splnené.

Druhá časť IFRS 7, ktorá obsahuje požiadavky na charakter a rozsah rizík vyplývajúcich z finančných nástrojov je vo všetkých účtovných závierkach vybraných účtovných jednotiek aplikovaná správne. Všetky účtovné závierky obsahujú charakteristiku jednotlivých rizík v samostatnej časti poznámok. V tomto prípade zase platí, že informácie z individuálnej účtovnej závierky sú prebraté takmer v zhodnom tvare do konsolidovanej účtovnej závierky, prípadne naopak. Slovenské elektrárne, a. s. a SLOVNAFT, a. s. majú tieto informácie takmer identické, čo mohla spôsobiť aj skutočnosť, že majú účtovné závierky overené rovnakou audítorskou spoločnosťou.

5 Záver

V závere tohto príspevku konštatujeme, že stanovený cieľ sme splnili, či už z pohľadu zverejnení informácií o finančných nástrojoch podľa IFRS 7, alebo z pohľadu porovnania individuálnej a konsolidovanej účtovnej závierky.

V prvých dvoch častiach sme sa venovali predovšetkým teoretickým požiadavkám a požiadavkám právnych predpisov z oblasti finančných nástrojov a konsolidácie.

V ďalšej časti sme premietli, ako tieto požiadavky uplatňujú vybrané účtovné jednotky v praxi. Z našich zistení vyplýva, že aplikácia jednotlivých ustanovení nie je vždy dokonalá, preto je dôležité v budúcnosti dbať na lepšie a detailnejšie spracovanie údajov v účtovných závierkach.

Literatúra

1. Hvozďarová, J., Sapara, J., Užík, J. (2014). *Konsolidovaná účtovná závierka*, 2. vydanie. Bratislava: Ekonóm.
2. IASB (2007). IAS 1. *Presentation of Financial Statements*.
3. IASB (2005). IAS 16. *Property, plant and equipment*.
4. IASB (2005). IAS 32. *Financial instruments: presentation*.
5. IASB (2005). IAS 40. *Investment property*.
6. IASB (2007). IFRS 7. *Financial instruments: disclosures*.
7. IASB (2014). IFRS 9. *Financial instruments*.
8. IASB (2011). IFRS 10. *Consolidated Financial Statements*.
9. MINISTERSTVO FINANCIÍ SLOVENSKEJ REPUBLIKY (2020). *Register účtovných závierok* [online]. Dostupné na: <https://www.registeruz.sk/cruz-public/domain/accountingentity/simplesearch>.
10. Zákon č. 431/2002 Z. z. o účtovníctve v znení neskorších predpisov.



Prehĺbenie polarizácie spoločnosti: analýza posunu v strednej časti rozdelení príjmov zamestnancov na Slovensku v rokoch 2005 až 2017

Deepening the polarization of the society: analysis of the shift in the middle part of the income distribution of employees in Slovakia from 2005 to 2017

Lubica Sipková¹

Abstrakt

V súčasnom krízovom vývoji spoločnosti môžeme pozorovať relatívne silnú polarizáciu príjmov, ku ktorej dochádza celosvetovo. Charakteristickým rysom procesu polarizácie je prudký nárast príjmov bohatých a postupné znižovanie príjmov v strednej vrstve spoločnosti s prepadom významnej časti obyvateľstva do chudoby. Cieľom príspevku bolo porovnať príjmové rozdelenia adekvátnym grafickým prezentovaním a posúdiť rozmer posunu k nižším príjmom v strednej vrstve spoločnosti na Slovensku za posledné desaťročie. Na základe predložených výsledkov sme dospeli k záveru, že prostredná časť rozdelení príjmov zamestnancov Slovenska za posledné desaťročie má proporcionálny posun k nižším hodnotám príjmom.

Kľúčové slová

rozdelenie príjmov, hrubá mzda, zamestnanci, kvantily, funkcia hustoty pravdepodobnosti

Abstract

In the current crisis development of society, we can observe a relatively strong polarization of revenues, which is occurring worldwide. A characteristic feature of the polarization process is the sharp increase in the incomes of the rich and the gradual decline in incomes in the middle class of society, with a significant part of the population falling into poverty. The aim of the paper was to compare with adequate graphic presentation to assess the extent of the shift to lower incomes in the middle part of income distributions in Slovakia over the past decade. Based on the presented results, we conclude that the middle part of income distributions has experienced a proportional shift to lower incomes in the Slovak Republic over the last decade.

Key words

Income distribution, Gross wages, Employees, Quantiles, Probability distribution function

JEL classification

J31, C14, C46

1 Úvod

Na konci druhej polovice minulého storočia s prebiehajúcim procesom globalizácie, ale aj deregulácie možno sledovať, že dochádza k relatívne silnej polarizácii príjmov hlavne v priemyselne vyspelých štátoch, ale aj v novoundustrializovaných a rozvojových štátoch, teda aj v európskych štátoch. Výsledkom procesu polarizácie je rastúca sila najbohatších, čo vedie k ďalšiemu nespravodlivému prerozdeleniu zdrojov v spoločnosti v prospech nich. Charakteristickou črtou nastúpeného procesu polarizácie je prudký nárast príjmov v skupine

¹ doc. Ing. Lubica Sipková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska 1, 852 35 Bratislava, lubica.sipkova@euba.sk.

bohatých a postupné posuny v strednej časti príjmového rozdelenia s prepacom jej časti smerom k nízko zarábajúcim.

Stredne zarábajúca vrstva (stredná vrstva) by mala predstavovať rozhodnú solventnú časť v spoločnosti, ktorá výraznou mierou ovplyvňuje agregovaný dopyt. Jej kúpyschopný dopyt závisí aj od úrovne príjmov. Čím vyššie sú príjmy strednej vrstvy, tým je vyšší agregovaný dopyt, ktorý umožňuje vyšší hospodársky rast a zamestnanosť. Vyššie príjmy spravidla nielen podporujú hospodársky rast a znižujú nezamestnanosť, ale pozitívne ovplyvňujú aj sociálnu situáciu v spoločnosti a umožňujú rast životnej úrovne obyvateľstva. Okrem toho, pre strednú vrstvu je charakteristická aj vzdelanostná úroveň a mala by mať rozhodné slovo v rozhodovacích procesoch v spoločnosti.

V hodnotiacich správach o ekonomickom vývoji sa problematike sociálnej situácie stredne zarábajúcich vrstiev v krajinách EÚ zatiaľ nevenuje primeraná pozornosť. Boj proti chudobe a sociálnemu vylúčeniu je jedným z konkrétnych cieľov EÚ a jej členských štátov v oblasti sociálnej politiky. Pozornosť sociológov, regionálnych geografov, štatistikov, ekonómov a politikov v hodnoteniach o sociálnom vývoji v krajinách EÚ je sústredená hlavne na najchudobnejšie skupiny obyvateľstva a hodnotenia narastajúcich nerovností. Kvantifikácia nerovností, tak ako je v súčasnosti aplikovaná, odzrkadľuje hlavne vzdialovanie sa časti najbohatších od väčšiny.

Zisťovania a aj analýzy získaných dát v EÚ sú orientované hlavne na meranie veľkosti nerovnosti pomocou Giniho indexu a pomeru ôsmeho decilu k mediánu a indikátory chudoby a sociálneho vylúčenia na posúdenie veľkosti chudoby podľa rizika ohrozenia chudobou, rozsahu sociálneho vylúčenia a na meranie životných podmienok jednotlivcov nachádzajúcich sa na okraji spoločnosti. Kvantifikácia miery ohrozenia chudobou má svoj základ v hodnote 60-tich percent národného mediánu rozdelenia ekvivalentných disponibilných príjmov domácností. Hodnoty národných mediánov tak nesprávne predstavujú nerovnaký základ k porovnaniam v priestore, ale aj v čase.

V rámci Európskej únie sú východiskom medzinárodných porovnaní a kvantifikácie sociálnej situácie databázy získané harmonizovaným zisťovaním o príjmoch a životných podmienkach domácností v štátoch Európskej únie a niektorých ďalších (European Union Statistics on Income and Living Conditions, EU-SILC). Snahou v príspevku je využiť zisťovanie EU-SILC, určené na meranie chudoby, sociálneho vylúčenia a životných podmienok na posúdenie posunu v strednej časti príjmového rozdelenia. V príspevku sú prezentované výsledky štatistickej analýzy rozdelení ročných príjmov zo zamestnania (peňažných a nepenažných) zamestnancov SR podľa výsledkov oficiálneho zisťovania EU-SILC. Základom pre klasifikáciu strednej vrstvy v tomto príspevku je teda úroveň príjmov.

Cieľom tohto príspevku je zodpovedať otázky ako: Aký je posledný posun v strednej časti rozdelenia príjmov v okolí mediánu? Dochádzalo aj naďalej k postupnému prepadu strednej časti príjmového rozdelenia smerom k nízkym hodnotám, teda menila sa asymetria strednej časti rozdelenia príjmov po roku 2009? Dochádza v poslednom desaťročí k zmene v asymetrii strednej časti rozdelení príjmov na Slovensku a v akom smere? Ako je vhodné kvantifikovať zmeny v prostrednej časti príjmového rozdelenia tak, aby bola možná aktualizácia navrhnutých analýz v čase a zabezpečená vhodnosť ich časového a prípadne aj priestorového porovnania?

2 Použité údaje a aplikovaná metodológia

Vstupujúce do štatistických analýz sú údaje slovenských harmonizovaných ročných výberových zisťovaní o príjmoch a životných podmienkach domácností (EU-SILC) za roky 2005 (SILC 2005 UDB_version09_2006), 2006 (SILC 2006 UDB_version09_2007), 2007 (SILC 2007 UDB_version20_08_2008), 2008 (SILC 2008 UDB_version10_09_2009), 2009 (SILC 2009 UDB_26_07_2010), 2010 (SILC 2010 UDB_version31_08_2011), 2011 (SILC

2011 UDB_version22_11_2012), 2012 (EU SILC 2012 UDB verzia 24/08/2013), 2013 (EU SILC 2013 UDB verzia 23/07/2014), 2014 (EU SILC 2014, UDB 20/05/2015), 2015 (EU SILC 2015, UDB 26/09/2016), 2016 (EU SILC 2016, UDB 27/04/2017), 2017 (EU SILC 2017, UDB 23/10/2018). Boli poskytnuté Štatistickým úradom Slovenskej Republiky (ŠÚ SR) na vedecké účely (a je potrebné pri výstupoch ich analýz uvádzať ich presné verzie, ktoré boli použité, ktoré uvádzame v zátvorkách).

Získané boli stratifikovaným náhodným výberom v domácnostiach v SR v súlade s platnými nariadeniami Európskej komisie ohľadom výberu, spôsobu zisťovania a definovania premenných. Informácie o osobách vo veku 16 rokov a viac sú v každom roku sústredené do samostatného súboru osobných prierezoých údajov, ktorý je označený ako P_súbor daného zisťovania.

Primárne premenné v P_súbore sú rozdelené do piatich oblastí. Údaje o osobnom príjme predstavujú hodnoty série komponentov hrubých príjmov a série komponentov čistých príjmov. Využívané v príspevku sú premenné: PY010G – Peňažný príjem zo zamestnania alebo jemu blízky príjem (ročná suma $PY010G = SPY0101 + SPY0102 + SPY0106 + SPY0132 + SPY0133$); PY020G – Nepeňažný príjem zo zamestnania (ročná suma $PY020G = SPY0212 + SPY0213 + SPY0214 + SPY0218 + SPY0219$), PY021G – Nepeňažný príjem zo služobného auta (uvádzaný a zahrnutý do výpočtu len od roku 2010); PY035G – Príspevky do individuálnych súkromných dôchodkových fondov (ročná suma). Súčtom týchto položiek v jednotlivých rokoch vznikla analyzovaná príjmová premenná, ktorá neobsahuje položku PY030G – Príspevky zamestnávateľa na sociálne poistenie kvôli porovnaniu v rokoch, pretože v rokoch 2005 až 2007 nebola, odvod predstavuje proporcionálnu časť k peňažnému príjmu a nezahŕňame ju do disponibilného príjmu zamestnanca, nemá ju k dispozícii. Príjmy v databázach v rokoch 2005 až 2008 uvádzané v slovenských korunách boli prepočítané na eurá konverzným kurzom 30,126 Sk.

Spracovávané boli len nenulové hodnoty príjmov osôb zaradených do kategórie 3 (zamestnanec pracujúci za mzdu, plat, iný druh odmeny) premennej PL040 – Ekonomické postavenie v zamestnaní, ktorá má ďalšie do analýz nezahrnuté osoby s obmenami: 1 podnikateľ (spoločník firmy, živnostník, samostatne hospodáriaci roľník, slobodné) so zamestnancami; 2 podnikateľ (spoločník firmy, živnostník, samostatne hospodáriaci roľník, slobodné) bez zamestnancov; 4 vypomáhajúci (neplatený) člen domácnosti v rodinnom podniku. Osoby zahrnuté do kategórie 3 (zamestnanec), ktoré mali nulové hodnoty sledovanej príjmovej premennej, neboli do analýzy zahrnuté.

Zistené údaje boli na ŠÚ SR kontrolované a upravované pre neodpovede, nekontaktovanie domácnosti, nevyčíslenie a zistené chyby. Pre príjmové premenné boli uplatnené imputácie, predovšetkým na základe priemerovania. Analyzované príjmové premenné, obsiahnuté v P_súbore, sú v príspevku označené v súlade s oficiálnym označením v databáze podľa nariadení Európskej komisie (EK) a oficiálnych príloh k databáze. Preto ich v článku nedefinujeme, definície cieľových premenných možno nájsť na oficiálnej stránke EK v Nariadení Komisie (ES) č. 1983/2003 zo dňa 7. 11. 2003. Kvôli rýchlejšej orientácii vo výstupoch a grafoch používame krátke označenie s posledným dvojčíslo roka (napr. income05, prípadne pre prostrednú polovicu hodnôt v danom roku ako income05_half).

Použitá metodológia pre hodnotenie príjmovej nerovnosti a jej vývoja podľa vyššie uvedenej údajovej základne bola hlavne na báze kvantilov a nadväzujúcich induktívnych štatistických metód. Analýzy boli robené v štatistických programových balíkoch Statgraphics a výpočty pre časti rozdelení boli v tabuľkovom procesore MS Excel.

Grafická analýza spočívala v porovnaní neparametrických jadrových odhadov (kernelových odhadov) funkcií hustôt, Q-Q grafov empirických rozdelení poriadkových štatistík a box-plotov pre volené časti rozdelení. Zdrojom všetkých prezentovaných grafov v príspevku sú vlastné analýzy autorky.

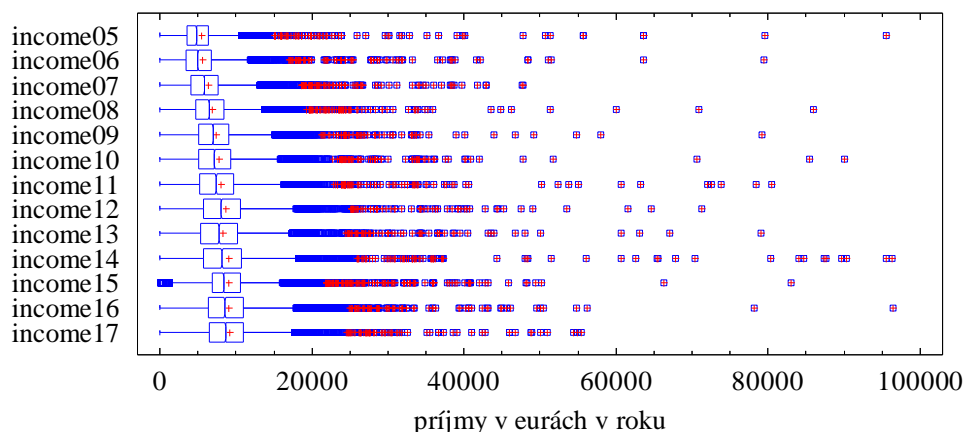
3 Rozdelenia ročných príjmov zamestnancov SR v rokoch 2005 až 2017

Empirické rozdelenia zistených hodnôt ročných príjmov zamestnancov v jednotlivých rokoch sú prezentované krabičkovými grafmi (Box-Plotmi) na obrázku 1. Porovnaním umiestnení a širok krabičiek v mierke číselnej osi x možno konštatovať nárast v sledovanom období rokov v úrovni príjmov prostrednej časti rozdelení, ako aj ich variability meranej kvartilovým rozpätím. Extrémne vysoké príjmy boli častejšie zistené v strede sledovaného obdobia rokov a podľa zaznamenaných deviatich hodnôt nad 100 tis. eur hlavne v roku 2014 (pozri poznámku pod obrázkom 1). V rokoch 2015 až 2017 nebola zaznamenaná ani jedna hodnota ročného príjmu zamestnanca v SR nad 100 tis. eur. Treba podotknúť, že odpovede respondentov nie sú podľa zákona povinné a chýbajúce hodnoty príjmov sú imputované na ŠÚ SR technikami priemerovania podľa zodpovedajúcich si vlastností respondentov. Hodnoty momentových mier variability, šikmosti a špicatosti, ako aj mier nerovnosti príjmových rozdelení vychádzajúcich zo všetkých hodnôt sú pri nie veľkých rozsahoch výberov ovplyvnené hlavne niekoľkými extrémne vysokými hodnotami empirických rozdelení. Zmysel má použitie deskriptívnych mier na kvantilovom základe.

Podľa postavenia priemeru a mediánu, ale aj v súlade s kvartilovou šikmost'ou je zrejmé, že vo všetkých sledovaných rokoch boli empirické rozdelenia ročných príjmov zamestnancov kladne zošikmené. V grafickom zobrazení na obr. 1 upúta ešte aj rok 2015 s výskytom viacerých extrémne nízkych príjmov a menším kvartilovým rozpätím v porovnaní s predchádzajúcimi aj nasledujúcimi rokmi.

Je známe, že polarizácia v spoločnosti nastáva nárastom extrémne vysokých príjmov (predĺžením horného konca rozdelenia), a tiež k väčšej polarizácii môže dôjsť prepadom stredne zarábajúcej vrstvy smerom k nízkym hodnotám (zhrubnutím dolného konca rozdelenia). Často ide o nerovnomernú kombináciu oboch prípadov. Presunom pravdepodobnosti do tenkého pravého konca, t. j. častejším výskytom extrémne vysokých miezd v SR sa v tomto príspevku nezaobráme aj z dôvodu predpokladu chýbajúcich reálnych extrémne vysokých hodnôt ročných príjmov zamestnancov v zisťovaniach za posledné sledované roky.

Obr. 1: Krabičkové grafy rozdelení ročných príjmov zamestnancov SR podľa rokov

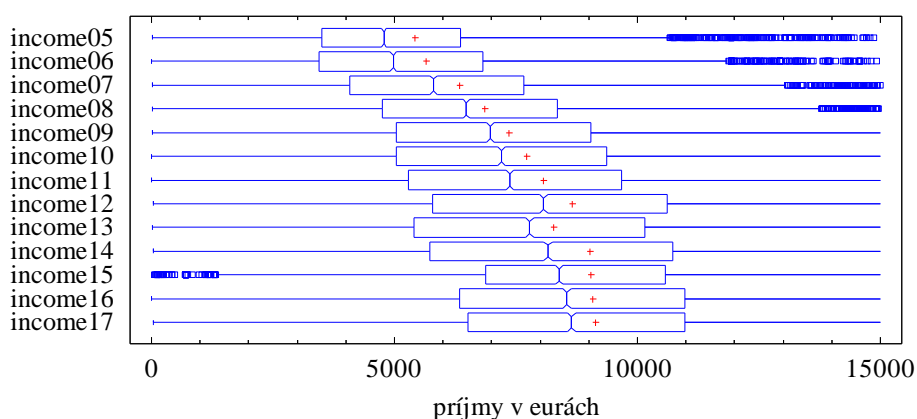


Poznámka: Extrémne ročné príjmy presahujúce hranicu 100 tis. eur nie sú na grafoch znázornené z dôvodu lepšej prezentácie dolných častí empirických rozdelení. Znamenané **extrémne hodnoty** sú v eurách len v uvedených rokoch nasledovné. V roku **2005 (2 hodnoty)**: 106 026,79; 118 311,19; v roku **2006 (3 hodnoty)**: 106 922,62; 132 571,61; 795 703,60; v roku **2010 (2 hodnoty)**: 180 003,20; 520 426,08; v roku **2011 (5 hodnôt)**: 100 388; 112 327; 126 792; 135 000; 146 003; v roku **2014 (9 hodnôt)**: 120 330; 120 350; 120 380; 120 440; 120 440; 120 576; 120 635; 120 660; 120 707.

Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Sústredili sme pozornosť na nárast príjmovej nerovnosti, ktorý je spôsobený postupným presunom pravdepodobnosti v prostrednej časti rozdelenia smerom k dolnému (ľavému) hrubému koncu rozdelenia príjmov zamestnancov SR. Podľa nárastu príjmového intervalu štvrtiny najnižších príjmov pod dolným kvartilom na obrázku 2, a tiež rastúcej šírky kvartilového rozpätia pri jeho takmer symetrickom členení mediánom na dve polovice (okrem roku 2015), možno konštatovať približne symetrické rozdelenie hodnôt v strednej časti rozdelení príjmov v jednotlivých rokoch a s rokmi narastajúcou variabilitou v dolnej časti príjmových rozdelení pod horným kvartilom.

Obr. 2: Dolné časti krabičkových grafov rozdelení ročných príjmov podľa rokov



Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Predĺženie ľavého „fúza“ Box-plotov pri symetrii rozdelenia hodnôt medzi kvartilmi znamená postupný posun do zápornej asymetrie časti rozdelenia pod horným kvartilom, čo potvrdzuje predpoklad nárastu hrúbky dolného konca príjmových rozdelení. Zameriame sa v ďalšej časti na zmeny tvaru prostredných častí príjmových rozdelení, t. j. medzi ich dolným a horným kvartilom.

4 Posúdenie zmien prostredných častí rozdelení príjmov v rokoch 2005 až 2017

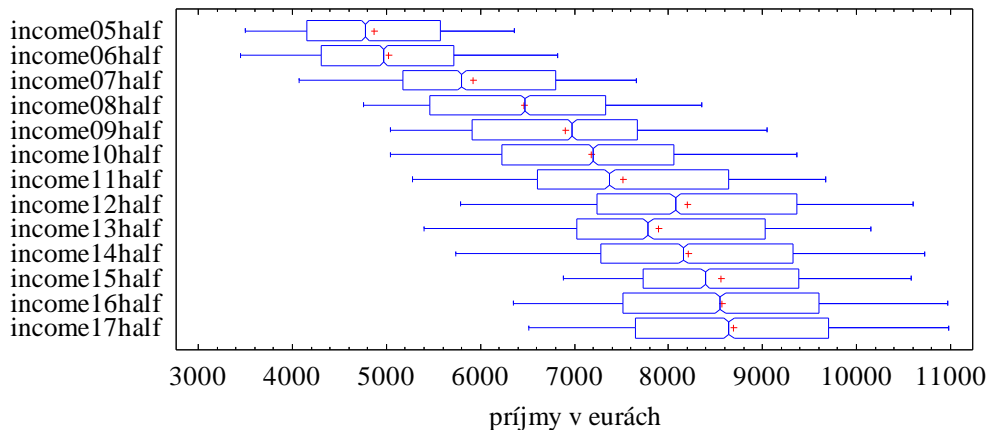
Strednú vrstvu zamestnancov definujeme podľa úrovne príjmov, t. j. patria do nej zamestnanci s príjmami medzi dolným a horným kvartilom príjmového rozdelenia. Rozsah rastu príjmovej nerovnosti len posunom v strednej časti rozdelenia príjmov zamestnancov smerom k nižším hodnotám v SR v poslednom období hodnotíme graficky, napr. porovnaním box-plotov len pre prostrednú časť, ale aj kvantitatívne, napr. kvantilovými charakteristikami asymetrie strednej časti rozdelenia miezd v SR v rokoch 2005 až 2017. Rozdelenie časti medzi dolným a horným kvartilom príjmovej premennej (peňažný aj nepeňažný) príjem zo zamestnania, je za roky 2005 až 2017 porovnaný na obrázku 3 opäť pomocou box-plotov.

Pretože sledovaný príjem je nominálnou premennou, rastúcou v rokoch 2005 až 2017 (posun Box-plotov v smere rastúcich hodnôt príjmov podľa osi x na obrázku 3), porovnania na základe absolútnych hodnôt príjmov vhodne necharakterizujú posuny v proporcionálnej štruktúre rozdelenia príjmov. Cieľom nie je hodnotiť vývoj úrovne príjmov, ale názorne porovnať proporcionálne zmeny v prostrednej časti rozdelenia, preto sme na obrázku 4 použili rozdiely príjmov od mediánu v roku vzhľadom na mediánovú úroveň v sledovanom roku.

Využili sme relatívne vyjadrenie príjmov, umiestnenie prostredných častí príjmových rozdelení do nuly a následne vyjadrenie tejto vzdialenosti od mediánu relatívne k veľkosti príslušného mediánu. Zaujímá nás zmena vlastného tvaru rozdelenia príjmov postupne v rokoch (asymetria, špicatosť a koncentrácia – nerovnosť) preto úroveň príjmov, čiže poloha

rozdelení nie je dôležitá. Štandardizácia, teda relatívne vyjadrenie vzhľadom na veľkosť mediánu v danom roku umožnila adekvátnejšie porovnanie vlastných tvarov (šikmosti a špicatosti) pravdepodobnostných rozdelení v rokoch.

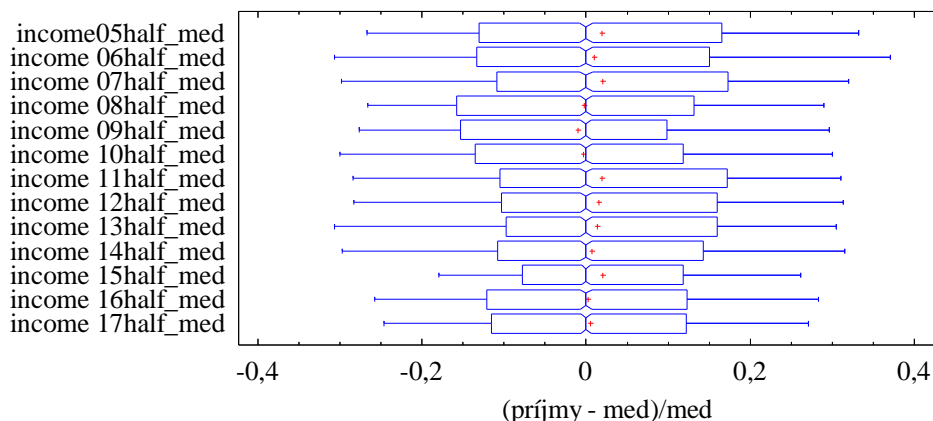
Obr. 3: Box-ploty pre prostredné časti rozdelení ročných príjmov podľa rokov 2005 až 2017



Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Zaujímavé je postupné skracovanie hornej časti škatuľky sprevádzané nárastom jej ľavej časti, posun celej škatuľky k nižším hodnotám, ako aj zmena polohy priemeru pod medián v krízovom roku 2008 a jeho ešte väčší posun k nižším hodnotám v pokrízovom období už od roku 2009. Posun priemeru a nárast ľavej časti škatuľky v porovnaní s pravou časťou znamenajú rast zápornej asymetrie prostrednej časti príjmových rozdelení, čo je v grafe znázornené aj proporcionálne v súlade s narastajúcou vzdialenosťou dolných kvartilov od mediánov relatívnych hodnôt príjmov. V rokoch 2011 až 2013 sa proces otočil a stredná časť spočiatku späť nadobúdala tvar podobný roku 2005 až 2007. Po roku 2013 je zrejмый posun pravdepodobnosti z hornej časti nad stredom rozdelenia do časti pod medián. Vzdialenosti dolného kvartilu a mediánu sa rokmi zväčšujú a rozdelenie medzi kvartilmi sa stáva symetrickejšim (pozri obrázok 4).

Obr. 4: Box-ploty relatívnych hodnôt prostredných častí rozdelení ročných príjmov vzhľadom na veľkosti mediánov podľa rokov 2005 až 2017

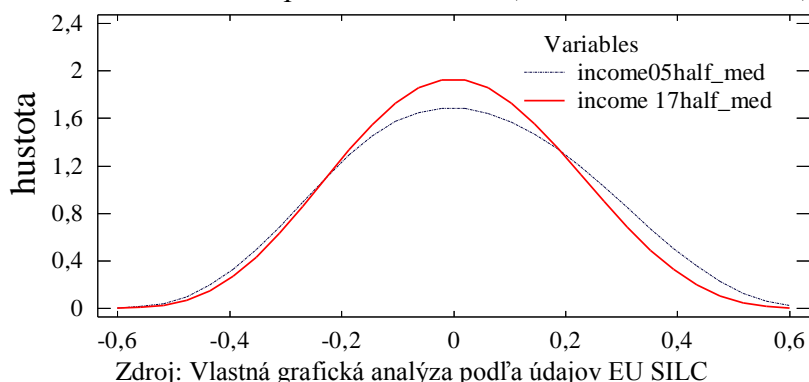


Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Našou snahou bolo nájsť primerané a názorné grafické zobrazenia vhodne charakterizujúce posun v strednej vrstve zamestnancov k nižším príjmom. Jedným z takýchto

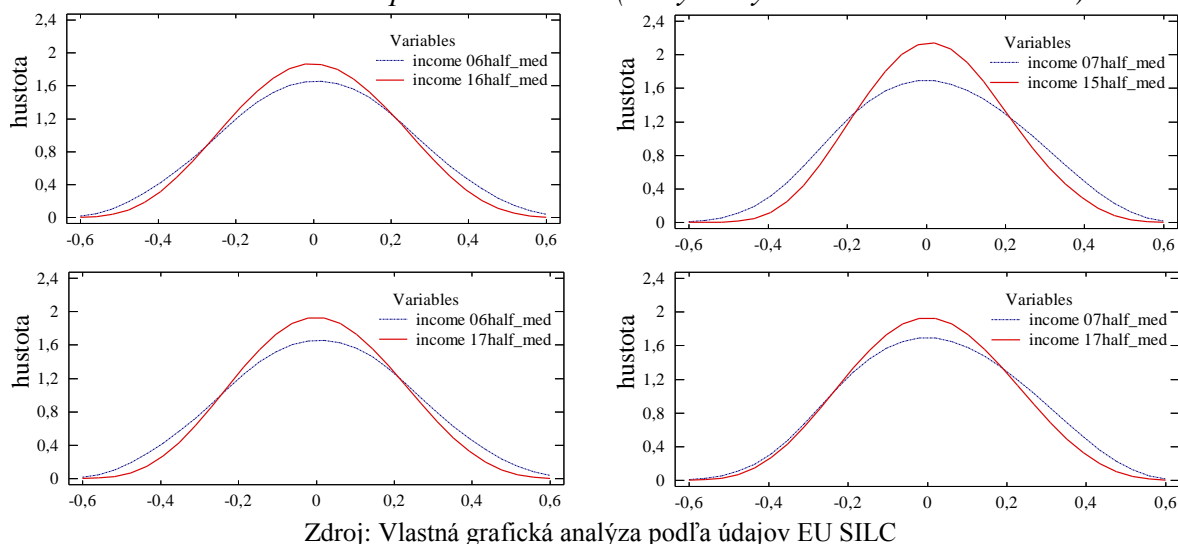
analytických grafických zobrazení je porovnanie jadrových (kernelových) odhadov hustôt relatívnych vzdialeností hodnôt od mediánov v prostredných poloviciach príjmových rozdelení v porovnávaných rokoch. Takáto názorná grafická analýza je aj na obrázku 5 pre roky 2005 a 2017, teda na začiatku a na konci sledovaného obdobia. Podstaný v tomto porovnaní na začiatku a na konci sledovaného obdobia je posun, povedzme „prepad“ časti rozdelenia od 0,2 do 0,6 hodnôt relatívnych príjmových diferencií od mediánov, čo naznačuje presun pravdepodobnosti výskytu hodnôt príjmov z hornej časti prostrednej polovice rozdelenia príjmov do dolnej. Znamená to nárast pravdepodobnosti v dolnej časti na úkor pravdepodobnosti výskytu v hornej časti tohoto rozdelenia príjmov zamestnancov v SR.

Obr. 5: Porovnanie jadrových funkcií hustôt rozdelení prostredných častí relatívnych príjmov vzhľadom na medián príslušného roka (v rokoch 2006 a 2017)



Veľmi podobné predchádzajúcemu je aj zodpovedajúce grafické porovnanie jadrových funkcií hustôt v rokoch 2006 a 2016, 2007 a 2015, 2006 a 2017 ako aj 2007 a 2017 v tej istej mierke (obrázok 6).

Obr. 6: Porovnanie jadrových funkcií hustôt rozdelení prostredných častí relatívnych príjmov vzhľadom na medián príslušného roka (vo vybraných rokoch 2006 až 2017)

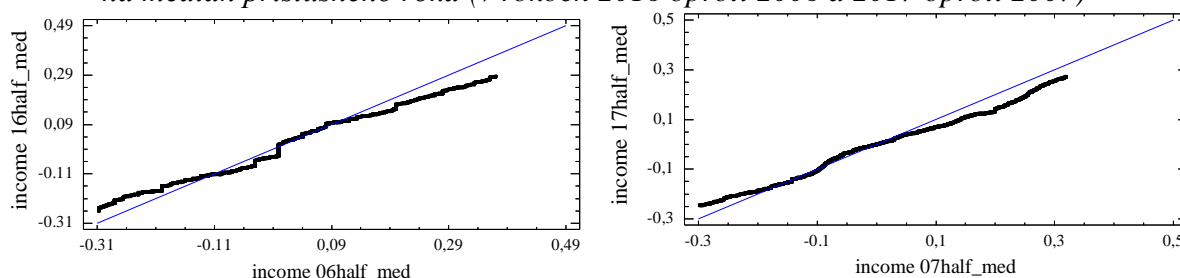


Znamená to, že všeobecne možno tvrdiť, že tvary jadrových funkcií hustôt na začiatku sledovaného obdobia sú plochšie a majú väčšiu pravdepodobnosť výskytu vyšších hodnôt nad mediánom ako tvary posledných sledovaných rokov.

Na osi x grafov obrázkov 5 a 6 sú odchýlky príjmov od mediánu v desatinnom vyjadrení z veľkosti mediánu v príslušnom roku. Prepad empirickej *pdf* v časti nad hodnotami 0,2 až 0,6 v posledných rokoch oproti rokom 2005, 2006 a 2007 je výrazný a jednoznačne podporujúci naše predchádzajúce tvrdenia o posunoch pravdepodobnosti smerom k nižším hodnotám z oblasti nad mediánom.

Zmenu rozdelenia prostrednej polovice príjmov za desať rokov možno posúdiť Q-Q grafom (obrázok 7). Zhrubnutie dolného konca na úkor horného konca v strednej časti rozdelení v období desiatich rokov potvrdzujú Q-Q grafické zobrazenia aj od roku 2006, aj od roku 2007.

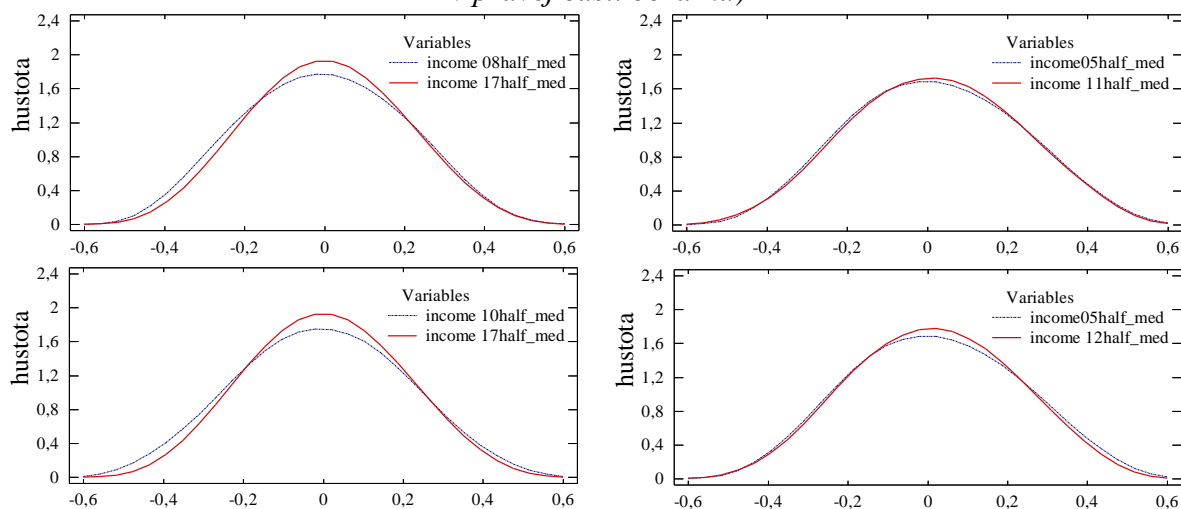
Obr. 6: Q-Q grafické porovnanie rozdelení prostredných častí relatívnych príjmov vzhľadom na medián príslušného roka (v rokoch 2016 oproti 2006 a 2017 oproti 2007)



Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

V prípade keď pravdepodobnosť v častiach príjmových rozdelení interpretujeme ako šancu nadobudnutia príjmu v určitom intervale vyjadrenú v hodnote od 0 po 1, potom na základe grafických analýz tvrdíme, že stále menej zamestnancov zo strednej vrstvy má šancu udržať sa na rovnakej úrovni v spoločnosti alebo zaradiť sa k lepšie zarábajúcej vrstve.

Obr. 7: Porovnanie prostredných častí *pdf* relatívnych príjmov vzhľadom na medián príslušného roka (v rokoch 2008 a 2010 oproti 2017 v ľavej časti obrázka; v rokoch 2011 a 2012 oproti 2005 v pravej časti obrázka)



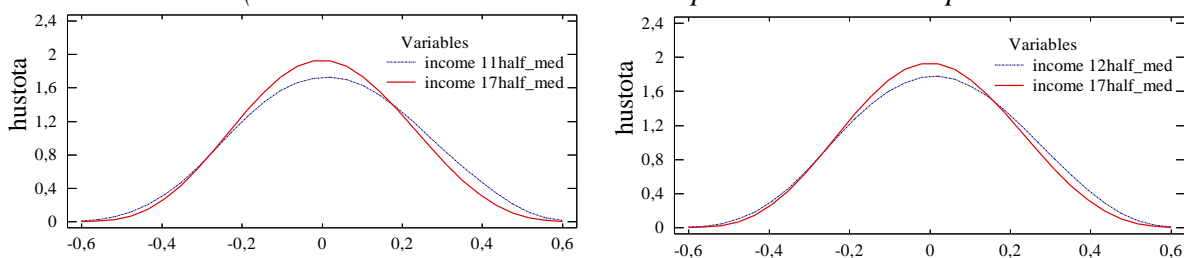
Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Špecifické sú krízové a pokrízové roky 2008, 2009 a 2010, v ktorých tvar prostredných častí príjmových rozdelení je podobný posledným sledovaným rokom 2016 a 2017 (pozri grafy umiestnené v pravej časti obrázka 7), dokonca presunutie pravdepodobnosti do dolnej časti pod vrchol bol v týchto rokoch ešte výraznejší ako v rokoch 2016 aj 2017 a asymetria prostrednej časti bola v nich dokonca záporná (obrázok 4). Zmena nastala už v roku 2011, v ktorom je tvar

odhadu hustoty podobný roku 2005 (obdobne ešte aj v roku 2012; pozri grafy v pravej časti obrázka 7).

Od roku 2012 opätovne nastúpil druhý proces nárastu pravdepodobnosti v dolnej časti s jej prepadom v hornej časti za vrcholom, ktorý pokračuje až do posledného sledovaného roku 2017 (pozri porovnanie kernelových odhadov hustôt rokov 2011 a 2017, ako aj 2012 a 2017 (obrázok 8).

Obr. 8: Kernelové odhady pdf stredných častí rozdelení relatívnych odchýlok príjmov od mediánov (zamestnanci v SR v rokoch 2017 oproti 2011 a 2017 oproti 2012)



Zdroj: Vlastná grafická analýza podľa údajov EU SILC

Prepad empirickej pdf v časti nad hodnotami 0,2 až 0,6 v rokoch 2007 až 2009 oproti roku 2005 a následne opäť v rokoch 2011 až 2017 oproti 2005 až 2007 je výrazný a jednoznačne podporujúci naše predchádzajúce tvrdenia o presune časti pravdepodobnosti k nižším hodnotám príjmov. Táto skutočnosť sa nedá kvantifikovať mierami oficiálne používanými v rámci krajín EÚ, ktoré vychádzajú z relatívnej hranice ohrozenia chudobou – stanovenej ako 60 % národného mediánu ekvivalentného disponibilného príjmu domácností.

Prepad empirickej pdf v časti nad hodnotami 0,2 až 0,6 v rokoch 2007 až 2009 oproti roku 2005 a následne opäť v rokoch 2011 až 2017 oproti 2005 až 2007 je výrazný a jednoznačne podporujúci naše predchádzajúce tvrdenia. Táto skutočnosť sa nedá kvantifikovať mierami oficiálne používanými v rámci krajín EÚ, ktoré vychádzajú z relatívnej hranice ohrozenia chudobou – stanovenej ako 60 % národného mediánu ekvivalentného disponibilného príjmu domácností.

Záveru podľa grafických analýz neparametrických jadrových odhadov (kernelových odhadov) funkcií hustôt možno podložiť aj číselnou kvantifikáciou. Ale nie ľubovoľná miera šikmosti a špicatosti príjmového rozdelenia odhalí meniacu sa asymetriu prostrednej časti rozdelenia a aj miery koncentrácie (nerovnosti) nereagujú na zmeny prostrednej časti rozdelenia rovnako. Väčšina mier nerovnosti je rovnako ako momentové miery šikmosti a špicatosti citlivá hlavne na dlhé pravé konce rozdelení. Reaguje nárastom ich hodnôt a nárastom počtu a veľkosti vysokých ale málo zriedkavých hodnôt v pravom konci príjmového rozdelenia.

5 Záver

Výsledky analýz oficiálnych údajov EU-SILC poskytnutých ŠÚ SR v príspevku potvrdzujú tézu o posune v strednej časti príjmových rozdelení zamestnancov SR v priebehu rokov 2005 až 2017 smerom k nižším príjmom. Zvolili sme relatívne vyjadrenia hodnôt príjmových rozdelení, ktoré sú vhodné na porovnania v sledovaných rokoch bez citlivosti na rast nominálnych príjmov v čase a vhodne charakterizujú proporcionálny posun v prostrednej polovici príjmových rozdelení k nižším hodnotám. Prezentované grafické zobrazenia pomocou Box-plotov a jadrových odhadov funkcií hustôt podporili tvrdenie o prepade strednej časti príjmových rozdelení zamestnancov SR v rokoch 2005 až 2017 k nižším hodnotám.

Prezentované grafické analýzy sledovaných zmien vlastných tvarov (týkajúcich sa len asymetrie a špicatosti) pravdepodobnostných rozdelení príjmov zamestnancov v rokoch 2005 až 2017, bez úvah o zmene ich polohy (úrovne) a veľkosti stupnice merania (variability) v čase bude vhodné zopakovať aj v nadväzujúcich rokoch. Ich prezentáciu ako aj kvantifikáciu pomocou vhodných mier šikmosti, špicatosti na kvantilovom základe a mier nerovnosti citlivých na zmeny v dolnej a strednej časti príjmových rozdelení budeme publikovať v ďalších nadväzujúcich príspevkoch. Možno očakávať, že vplyv krízového vývoja v čase pandémie tieto procesy ešte prehĺbi, ale na vhodnú údajovú základňu k podobným analýzám je nutné počkať.

Literatúra

1. Sipková, E. (2010). Porovnanie rozdelení hrubých miezd mužov a žien na Slovensku podľa EU-SILC. *Analýza príjmovej diferenciácie žien a mužov na Slovensku: Monografický zborník z riešenia IGP 21/2008 na EU v Bratislave*. Bratislava: EKONÓM.
2. Suter, Ch. (2010). Globalization, economic and social transformation, and inequality: Introduction to special issue. *International Journal of Comparative Sociology*, 51(4), 243-245.
3. Ward, W., Lelkes, O., Sutherland, H., & Tóth, I. T. (2009). *European Inequalities: Social Inclusion and Income Distribution in the European Union*. Budapest: TÁRKI Social Research Institute Inc.
4. Milanovic, B., & Yitzhaki, S. (2002). Decomposing World Income Distribution: Does The World Have A Middle Class? *Review of Income and Wealth*, 48(2), 155-178. doi: 10.1111/1475-4991.00046.

Napredovanie online marketingu

Advancing online marketing

Mária Szivósová¹

Abstrakt

Do digitálneho priestoru boli nútené pre pandémiu dostať sa všetky spoločnosti, ktorým záleží na svojej budúcnosti. Veľká časť populácie v dnešnej dobe preferuje pohodlný a nerizikový nákup cez internet, z čoho môžu profitovať aj jednotlivé spoločnosti. Zákazníkov môžu prilákať šikovným marketingom v digitálnom prostredí. Využitie novodobých online nástrojov v marketingu je tak už v dnešnej dobe pre podniky nevyhnutnosťou. Príspevok sa bude venovať nástrojom, ktoré môžu podnikom pomôcť v oblastiach rozšírenia zákaznickej základne, podpory predaja, zlepšenia konkurencieschopnosti a priblíženia sa zákazníkom zlepšovaním vzťahov k nim. Predajné nástroje zároveň umožňujú nakupovať zákazníkom a automatizujú predajný proces odkiaľkoľvek a kedykoľvek.

Kľúčové slová

digitálny marketing, online marketingové nástroje, sociálne siete, predaj

Abstract

All companies that care about their future have been forced into the digital space due to the pandemic. Today, a large part of the population prefers convenient and risk-free shopping over the Internet, from which individual companies can also benefit. They can attract customers by clever marketing in a digital environment. The use of modern online tools in marketing is now a necessity for companies. The paper will focus on tools that can help businesses expand their customer base, support sales, improve competitiveness and reach out to customers by improving relationships with them. Sales tools also allow customers to shop and automate the sales process from anywhere, anytime.

Key words

digital marketing, online marketing tools, social networks, sale

JEL classification

M15

1 Úvod

Dynamický rozvoj internetu a informačných technológií všeobecne priniesol radu nových prístupov v marketingu. Internet sa postupne stáva silným samostatným marketingovým nástrojom a nielen nástrojom podporným, ako tomu bolo skôr. Jeho podstatnou výhodou je vysoká miera interaktivity samotných používateľov a ich zapojenie do marketingového procesu. Vďaka internetu môžu používatelia nielen prijímať, ale aj sami sa podieľať na tvorbe marketingovej komunikácie. Internet obsahuje doposiaľ celkom nepoznané množstva komunikačných kanálov a marketingových nástrojov, ktoré vedia pomocou pokročilej analýzy veľmi ľahko a presne vyhodnotiť (Štedroň. 2009).

¹Ing. Mária Szivósová, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra aplikovanej informatiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, maria.szivosova@euba.sk.

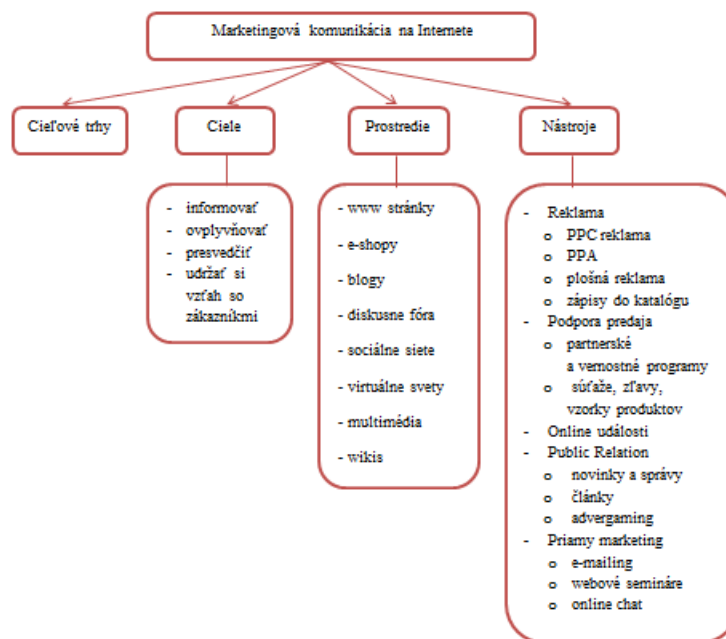
Online marketing, sociálne otázky a globalizácia predstavujú tri veľké smery makroprostredia, ktoré majú v dnešnej dobe obrovský vplyv na marketing, podnikanie a spoločnosť. Online marketing sa v súčasnosti využíva do takej miery, že sa nikomu nezdá tento pojem nový. Online marketing prešiel životným cyklom nadmernej vitality a investícií, prudkým prepacom a neúspechom, až po stabilnejšiu vyspelosť.

Online marketing ponúka pre zákazníkov pohodlné a lacné možnosti distribúcie. V súčasnosti online marketing používajú i inovatívne spoločnosti s kombinovaným modelom, označované ako hybridné spoločnosti. Technologický nenáročný prístup k elektronickému predaju urobil z viacerých spoločností najväčších svetových obchodníkov. Ako príklad môžeme uviesť spoločnosť Tesco, Safeway, Ryanair. Tieto firmy využívajú online marketing na dosiahnutie svojich komerčných cieľov. Tiež na získanie pozornosti svojich zákazníkov, zaistenie si peňazí na podporu realizácie svojich plánov (Kotler, 2007).

2 Digitálne marketingové prostredie

Online marketing sa orientuje najmä na zákazníkov. Snaží sa využívať také nástroje a ciele aby komunikácia so zákazníkmi bola čo najefektívnejšia a aby sa dosiahli potrebné ciele. Nasledujúci obrázok č. 1 slúži najmä k väčšej prehľadnosti všetkých možností oslovenia zákazníka.

Obr. 1: Marketingová komunikácia



Zdroj: Vlastné spracovanie

Social Marketing

Sociálne médiá sú online médiá, kde používatelia spolu tvoria a zdieľajú obsah. Marketingoví pracovníci sa snažia na sociálnych médiách priamo zisťovať, čo zákazníci vyžadujú a načo sa sťažujú. Na rozdiel od tradičných médií neboli sociálne médiá primárne určené k propagácii a reklame. Momentálne je ich hlavnou úlohou komunikácia so zákazníkmi. Komunikácia sa uskutočňuje aj cez tradičné médiá, kde je však jednosmerná (smerom od firmy k zákazníkovi). V sociálnych médiách je výhodou, že je obojsmerná. Na sociálnych sieťach je charakteristické hodnotenie, hlasovanie o akejkoľvek téme, vytváranie poradia, písanie

komentárov, komentovanie komentárov a ďalšie podobné aktivity. Firmy by mali tieto všetky aktivity neustále sledovať (Janouch, 2014).

Obr. 2: Social Marketing



Zdroj: Vlastné spracovanie

Sociálny marketing sa orientuje na implementovanie konkrétnych marketingových princípov, konceptov a nástrojov, ktoré pomáhajú vyriešiť sociálne zmeny v spoločnosti. Zaoberá sa najmä témami makromarketingu, ktoré ale rieši na úrovni mikromarketingu. Vymenúva programy a stratégie, kde hlavným cieľom je zvyšovanie povedomia konečných zákazníkov za účelom uplatnenia zodpovedných spôsobov správania (Bartáková-Pjatniková, 2012).

Affiliate Marketing

Ide o typ marketingu, ktorý sa zakladá na výkonnosti a obchodník platí len vtedy, keď reklama vykonáva svoju úlohu dobre. Je založený na výkone marketingu, kde sadzba reklamy závisí od toho aké činnosti reklama vykonáva.

Je to program, ktorý funguje na princípe ponúkaniu cudzích služieb za províziu pri sprostredkovaní. Z obchodného hľadiska ide o jeden z najlepších modelov, pretože klient zaplatí partnerovi províziu až vo chvíli, keď si u klienta zákazník objedná. Tohto zákazníka by klient za normálnych okolností neoslovil

Obr. 3: Affiliate Marketing

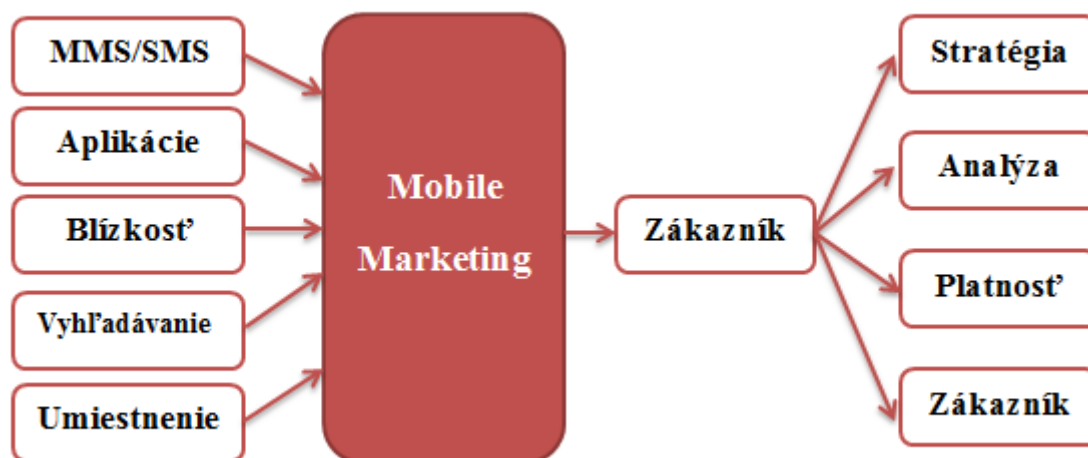


Zdroj: Vlastné spracovanie

Mobilný Marketing

Mobilný marketing chápeme ako využívanie mobilných technológií na dosiahnutie marketingových cieľov. Je jasné, že oblasť internetového a mobilného marketingu sa vzájomne prelínajú, a to nielen preto, že dochádza ku konvergencii internetových, mobilných a iných technológií. Využívanie internetu a mobilných technológií v marketingu sa mení tak, ako sa rozvíja samotný internet a ďalšie informačne a komunikačne technológie (Sedláček, 2006).

Obr. 4: Mobilný Marketing



Zdroj: Vlastné spracovanie

3 Napredovanie online marketingu

Online marketing sa od svojho vzniku neustále vyvíja. Vývoj technológií umožnil sofistikovanejšie a integrovanejšie systémy, ktoré stimulujú nové, kreatívne nápady podporujúce priemysel, aby prekonal konkurenciu najinovatívnejšími metódami. Domnievame sa, že tri najdôležitejšie aspekty vytvárania úspešnej digitálnej kampane v dnešnom prostredí je byť **inovačný, interaktívny a zaujímavý**. Kombinácia týchto troch aspektov maximalizuje jej účinnosť. Digitálne prostredie sa vzťahuje na používanie digitálnych platforiem ako sú operačné systémy, internetové prehliadače, e-mail, sociálne siete alebo mobilné aplikácie elektronických zariadení ako sú napríklad počítače, tablety alebo smartfóny. Moderné internetové technológie sú mimoriadne dynamické, neustále sa formujú, menia online kontext, ovplyvňujú spoločnosť, správanie kupujúceho, vzorce spotreby, či obchodné alebo marketingové postupy.

Na to aby sme mohli v praxi vykonať implementáciu konkrétnych analytických nástrojov online marketingu a následne analyzovať efektívnosť týchto použitých nástrojov pre vybraný produkt danej firmy, musíme sa poznať teoreticky podklad riešenej problematiky, ktorý sme objasnili v úvode príspevku.

Kam sa dostal online marketing, by sme chceli odprezentovať cez webovú analytickú platformu Matomo. Táto webová analytická platforma vznikla ako open-source (otvorený zdroj) alternatíva, k doposiaľ najpoužívateľnejšiemu analytickému softvéru od spoločnosti Google, a to Google Analytics, ktorá nie je open-source platformou.

Stručný popis softvéru Matomo

Matomo, do roku 2018 známe ako Piwik, bola založená v roku 2007 Matthieu Aubrym. Táto webová analytická platforma vznikla ako open-source (otvorený zdroj) alternatíva, k doposiaľ najpoužívateľnejšiemu analytickému softvéru od spoločnosti Google, a to Google Analytics, ktorá nie je open-source platformou. Matomo poskytuje podrobné správy o sledovanej webovej stránke a jej návštevníkoch, vrátane vyhľadávacích nástrojov a kľúčových slov, ktoré použili, jazyku, ktorým hovoria, stránok, ktoré sa im páčia a súborov, ktoré sťahujú. Matomo je softvér MySQL PHP, ktorý je potrebné stiahnuť a nainštalovať na svoj vlastný webový server. Na konci zhruba 5-minútovej inštalácie používateľ obdrží jedinečný JavaScriptový kód, ktorý jednoducho skopíruje a vloží ho niekam do zdrojového kódu sledovanej stránky, najčastejšie sa tento sledovací kód vkladá do takzvanej pätičky. Hneď, ako je tento sledovací kód nasadený na stránke, Matomo začne zo zberom informácií.

Výhody softvéru Matomo

Ako sme už spomenuli ide o open-source softvér, čo je nepochybne veľkou výhodou, pretože používateľ si ho vie sám prispôbiť svojim potrebám a záujmom. Výhodou takéhoto open-source riešenia je aj to, že používatelia majú možnosť stať sa priamo spoluvývojcami tohto softvéru, čím vzniká priestor na rýchlejšie inovácie, odstránenie chýb v softvéri a v neposlednom rade, otvorená možnosť pre kontrolu dôveryhodnosti softvéru. Matomo zaručuje používateľovi 100% vlastníctvo svojich dát prostredníctvom vlastného webového úložiska (cloudu), prísne rešpektovanie všeobecného nariadenia o ochrane osobných údajov GDPR a zber presných údajov bez vzorkovania, ktoré vedú k skresleným dátam.

Matomo ponúka široké spektrum funkcií, akými sú napríklad sledovanie údajov v reálnom čase, nastavenia cieľov, lievikov, nastavenie Heatmap (tepelné mapy) a A/B testovanie.

Medzi ďalšie užitočné funkcie patrí aj funkcia denník návštevníka, v ktorom je možnosť sledovania profilov jednotlivých návštevníkov webu, ktoré majú za úlohu poskytnúť informácie pre lepšie pochopenie správania sa návštevníkov za pomoci sumarizácie a zobrazenia všetkých ich návštev na webe. Stretáme sa tu aj s možnosťou nahrávania aktivity používateľov na stránke, akými sú skrollovanie, pohyby myši, kliknutia a zmeny veľkosti okna. Nájdeme tu aj funkciu vylepšené SEO, ktorá používateľovi ponúka informácie pre analýzu s prostredia webových vyhľadávačov ako napríklad Google, Yahoo, Bing a iné.

Matomo sa ľahko integruje do viac ako 100 technológií, vrátane systémov na správu obsahu, elektronického obchodu, fór a ďalších. Toto zahŕňa integráciu napríklad s WordPress, Microsoft Sharepoint a Moodle.

Hlavnou výhodou tohto softvéru je takzvaný Matomo Import, kde je možnosť nainštalovať svoje historické dáta z inej platformy, a to Google Analytics priamo do svojej inštalácie Matomo.

Nevýhody softvéru Matomo

Aj keď Matomo na svojich oficiálnych stránkach uvádza že je prístupná vo viac ako 50 jazykoch po inštalácii a navolení Slovenského jazyka je tento softvér len čiastočne preložený. Takže v konečnom dôsledku pre prácu s týmto softvérom je nevyhnutná znalosť cudzieho jazyka.

Ďalšou nevýhodou môže byť cena. Matomo ponúka tri základné produktové balíčky Essential (Základný), Business (Obchodný), Enterprise (Podnikový). Cenové relácie sa líšia v závislosti od ponúkaných funkcií a od počtu návštevníkov webu. Matomo síce ponúka ku každému balíčku 21 dnovú skúšobnú verziu zdarma no táto verzia na relevantnú analýzu nie je

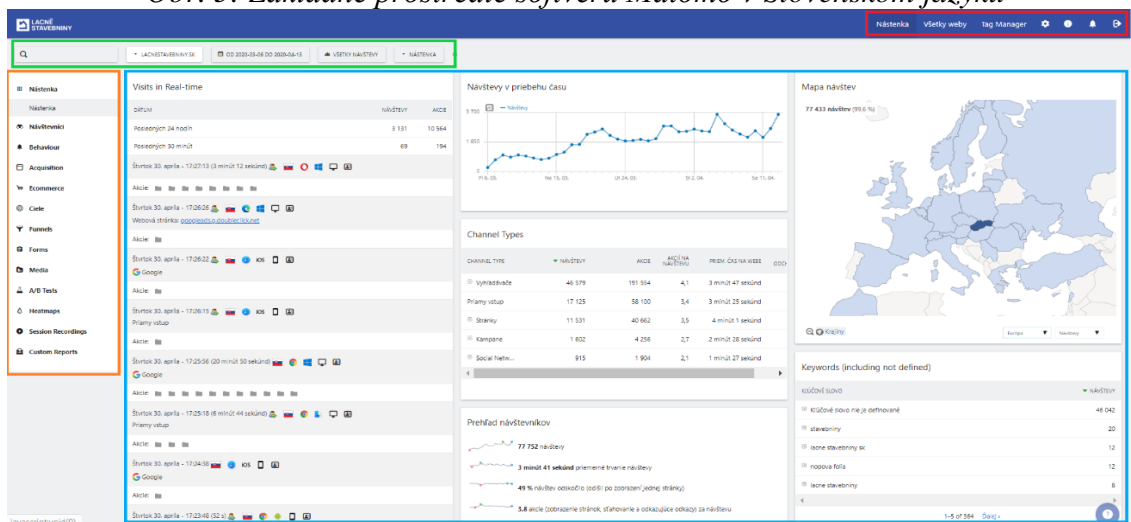
postačujúca. Plný potenciál tohto softvéru poskytuje balíček Business začínajúc na cene 49,- € pri 100 000 návštevníkoch webu za mesiac samozrejme sa táto cena môže navýšiť v dôsledku prekročenia návštevnosti pri 10 000 návštevníkoch v sume 5,- €. Matomo sa v súčasnej dobe stalo č.1 open-source webovou analytickou platformou na svete. Dnes sa používa na viac ako 1,4 milióna webových stránok vo viac ako 190 krajinách. Medzi najznámejších používateľov tejto platformy patria organizácie ako Organizácia Spojených národov, Amnesty International, Nasa, Európska komisia a firmy ako Huawei a RedBull.

Následne prejdeme na opis prostredia a vybraných analytických funkcií softvéru Matomo.

4 Opis prostredia a funkcií softvéru Matomo

Po prihlásení do serveru Matomo cloudu sa nám zobrazí základné prostredie analytického softvéru Matomo pre vybranú sledovanú web stránku.

Obr. 5: Základné prostredie softvéru Matomo v Slovenskom jazyku





Zdroj: Vlastné spracovanie v <https://matomo.org>

Ako môžeme vidieť z obrázka č. 5, základné prostredie Matomo obsahuje tri sekcie prehľadov a to Hlavné menu (oranžový ramček), sekcia Rýchly správca (zelený ramček), v Horná lišta (červený ramček) a jednu sekciu pre výstupy vybraných funkcií Nástenka (modrý ramček).

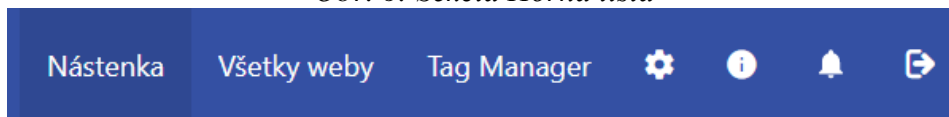
Sekcia Horná lišta:

Ponúka ikonky ako **Nástenka** (*Dashboard*), umožňuje prezeranie reportov webovej analytiky danej stránky. **Všetky weby** (*All Websites*), je ikonka slúžiaca na preklikávanie medzi webovými stránkami, ktoré monitorujeme. Následne poskytne skrátený report za sledované obdobie, a to informácie o celkovej návštevnosti, počte zobrazení stránky, tržbe a percentuálnom vývoji spomínaných ukazovateľov.

Správca značiek (*Tag Manager*) umožňuje rýchly prístup k správe značiek alebo sledovacích kúskov kódu najčastejšie JavaScript alebo HTML na analyzovanej stránke. **Nastavenia** (*Settings*) - táto ikonka obsahuje rôzne nastavenia ako osobné nastavenia, nastavenia softvéru, nastavenia súkromia, nastavenie sledovanej stránky, nastavenie platformy a diagnostika chýb. **Pomoc** (*Help*) predstavuje možnosť nápovedy pri riešení problémov

spojených s prácou v Matomo. **Oznam** (*Notice*)  ponúka informácie o novinkách v Matomo. **Odhlásenie** (*Log off*)  .

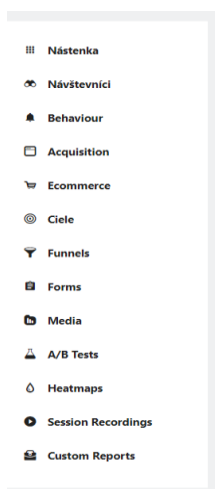
Obr. 6: Sekcia Horná lišta



Zdroj: Vlastné spracovanie v <https://matomo.org>

Sekcia Hlavné menu:

Táto sekcia obsahuje všetky prehľady a funkcie určené pre analýzu zozbieraných dát ktoré Matomo ponúka.



Ako môžeme vidieť nachádzame tu ikonky ako **Nástenka** (*Dashboard*), ktorá umožňuje spätné vrátenie na základnú stránku. **Návštevníci** (*Visitors*), táto ikonka ponúka rôzne funkcie a metriky na meranie návštevnosti webu (denník návštevníka, prehľad celkovej návštevnosti, demografické ukazovatele). **Správanie** (*Behaviour*) ponúka funkcie zamerané na analýzu dát správania sa používateľov na sledovanej webovej stránke. **Získavanie** (*Acquisition*) - nájdeme tu informácie o tom, z akých affiliate stránok, vyhľadávačov, sociálnych sietí nás používatelia navštívili a s tým späté metriky. **Ecommerce** táto ikonka ponúka informácie o predaji jednotlivých tovarov a to, ktoré tovary, kategórie tovarov sa najviac predávali, celková tržba za tovar a miera opusteného košíka. **Ciele** (*Goals*) ako už zo samotného názvu vyplýva predstavujú možnosť nastavenia konkrétnych cieľov analýzy. **Zúženia** (*Funnels*) táto ikonka definuje sériu akcií, ktoré môžeme od svojich návštevníkov očakávať na ceste k cieľu. Definovaním zúženia môžeme vylepšiť mieru konverzie, predaj a príjem, pretože môžeme zistiť, kde pri konverzii cieľa strácame svojich návštevníkov.

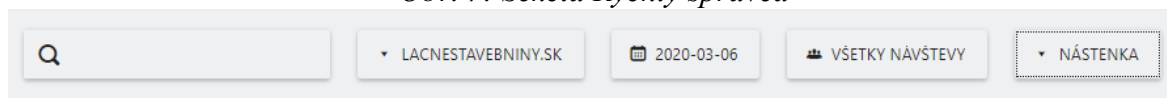
Ďalej ikonka **Formuláre** (*Forms*), kde sa nachádzajú funkcie sledovania formulárov na analyzovanej stránke s funkciami analýzy, ako napríklad priemerný čas vyplňania formulárov a miera konverzie formulárov. **Média** ikonka poskytujúca informácie pre analýzu audio a audiovizuálneho obsahu stránok a reklamných kampaní, a to sprava videí a zvukových nahrávok. **Testovanie A/B** (*A/B tests*) – po rozkliknutí tejto ikonky máme možnosť vytvoriť testy na základe rôznych variácií webovej stránky. **Tepelná mapa** (*Heatmaps*) obsahuje možnosť vizuálnej analýzy stránky za pomoci tepelných škvŕn realizované samotným klikom myšou, alebo scrollovaním stránky. **Nahrávanie relácie** (*Session Recordings*) - ikonka poskytujúca ďalší s vizuálnych testov stránky v podobe videonahrávok správania sa jednotlivých návštevníkov webu. **Vlastné prehľady** (*Custom Reports*) - je tu možnosť vytvárania a manažovania vlastných ukazovateľov, ktoré si vie používateľ nastaviť podľa svojich špecifických potrieb.

Sekcia Rýchly správca:

V tejto sekcii sa nachádza pole **Vyhľadávanie** (*Searching*), ktorého úlohou je rýchle vyhľadávanie v menu položkách. Ďalej ikonka **Lokalita** (*Locality*) s možnosťou výberu sledovaných web stránok, keďže Matomo dokáže monitorovať niekoľko webových stránok naraz. Nachádza sa tu veľmi dôležitá ikonka **Dátum** (*Date*) s výberom časového obdobia analýzy (deň, týždeň, mesiac, rok a dátumový rozsah). Ikonka **Všetky návštevy** (*All visits*),

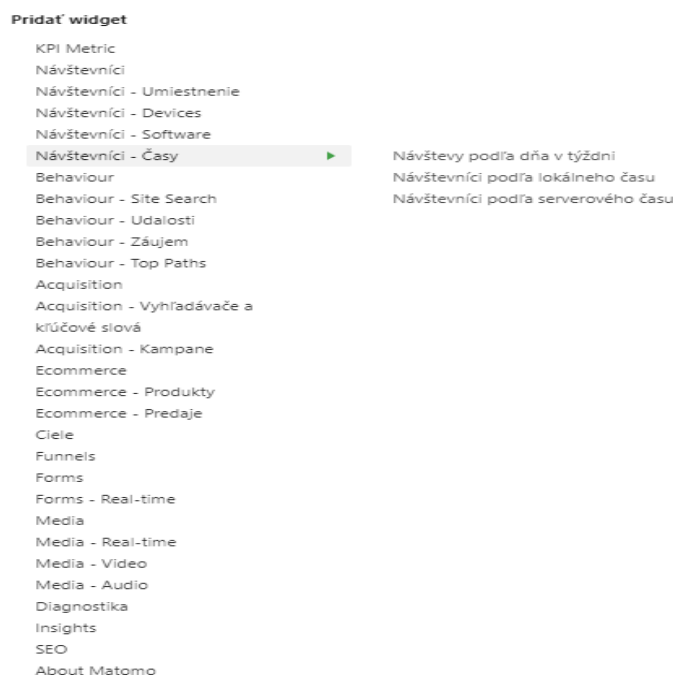
ktorá používateľovi umožní prekliknutie medzi vytvorenými segmentami, ako napríklad všetky návštevy alebo nákup. Poslednou ikonkou tejto sekcie je **Nástenka** (*Dashboard*), ktorá okrem funkcií v hlavnom menu ponúka rýchle pripnutie niektorých z ponúkaných tridsiatich funkcií pre analýzu do sekcie Nástenka a taktiež spravovanie Nástenky ako výstupného poľa softvéru.

Obr. 7: Sekcia Rýchly správca



Zdroj: Vlastné spracovanie v <https://matomo.org>

Obr. 8: Ponuka s viac ako 30 funkciami ikonky Nástenka



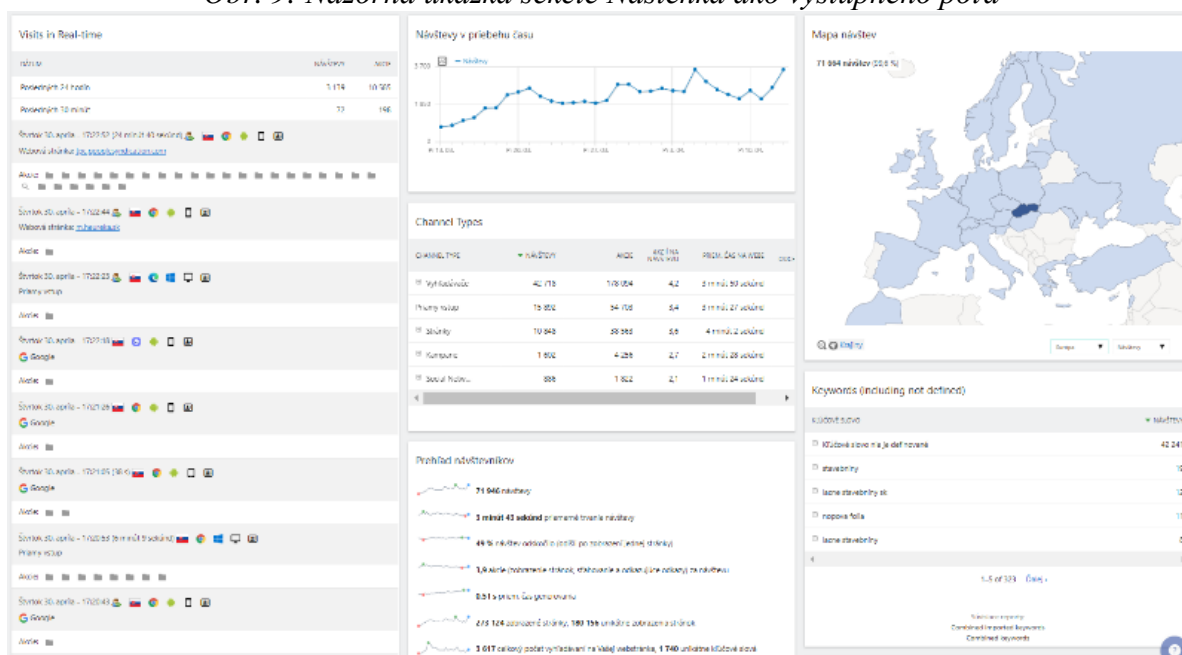
Zdroj: Vlastné spracovanie v <https://matomo.org>

Sekcia Nástenka:

Nástenka poskytuje celkový prehľad analýz, ktoré sledujeme. Je to takzvané výstupné pole. Nachádzajú sa tu numerické výstupy, v podobe celých čísel alebo percentuálneho podielu a grafické výstupy, v podobe už spomínaných 2D grafov. Do tejto sekcie je možné pridávať rôzne funkcie, či už vo vyššie spomínanej sekcii rýchleho správcu alebo zo sekcie Hlavné menu v podobe miniaplikácií. Medzi základné analytické funkcie, ktoré má Matomo prednastavené sú **Návštevy v reálnom čase** (*Visits in real-time*). Táto miniaplikácia ponúka celkový prehľad akcií vykonaných jednotlivými návštevníkmi webu v reálnom čase a taktiež jeho demografické a systémové ukazovatele. V **návštevách v priebehu času** (*Visits Over Time*) nachádzame celkovú návštevnosť zobrazenú v podobe 2D grafu s časovými údajmi na vertikálnej osi a údajmi o celkovom počte na horizontálnej osi. **Prehľad návštevníkov** (*Visits Overview*), v tejto funkcii nachádzame metriky na meranie návštevnosti, ako priemerný čas trvania návštevy, priemerná hodnota akcií vykonaná na stránke, koľko bolo zobrazení stránky a unikátne zobrazenia stránky, počet sťahovaní zo stránky (Např. návody v Pdf.) a iné metriky na analýzu návštevnosti. **Mapa návštev** (*Visitor Map*), táto funkcia ponúka vizuálny výstup s percentuálnym podielom v podobe mapového zobrazenia sledovaných oblastí, s možnosťami

filtrovania svet, kontinent, jednotlivé štáty a ich územné celky. Ďalej funkcia **Kľúčové slová** (*Keywords*) zobrazuje najčastejšie používané kľúčové slová, ktoré návštevníci vyhľadávali vo svojich internetových vyhľadávačoch. **Typy kanálov** (*Channel types*), je nepochybne jedná z dôležitých funkcií pre akúkoľvek analýzu efektívnosti. Ponúka celkový prehľad informácií, odkiaľ k nám návštevníci prišli, v akom počte akou formou sa o nás dozvedeli, či v podobe vyhľadávačov, priameho vstupu na stránku, za pomoci kampaní (*Adwords*) alebo sociálnych médií.

Obr. 9: Názorná ukážka sekcie *Nástenka ako výstupného poľa*



Zdroj: Vlastné spracovanie v <https://matomo.org>

Pri práci s týmto analytickým softvérom sa budeme stretávať aj z rôznymi značkami, ktoré nám uľahčia prácu. Tu je všeobecný prehľad :

- zobrazíť jednoduchú tabuľku s hlavnou metrikou, ktorú obsahuje miniaplikácia
- zobrazíť tabuľku s viacerými metrikami
- zobrazíť informácie v cieľoch v danej metrike
- zobrazíť stĺpcový graf alebo koláčový graf
- exportovať údaje
- uložiť graf ako obrázok
- vyhľadávať v riadkoch prehľadu

5 Záver

V závere článku by sme zhodnotili, že forma digitálneho marketingu spoločností použitím digitálnych a sociálnych nástrojov je v dnešnej dobe nevyhnutnosťou. Pomocou použitých nástrojov dokážu spoločnosti nie len navýšiť tržby zo svojho predaja, ale aj posilniť meno značky a dostať sa tak do povedomia širokého spektra zákazníkov.

Literatúra

1. Bartáková-Pjatniková, G. (2012). Udržateľný marketingový manažment. (1st ed.) *Inštitút aplikovaného manažmentu in Trenčín*.
2. Janouch, V. (2014). Internetový marketing. *Brno: Computer Press*.
3. Kotler, P. (2007). Moderní marketing. *Praha: Grada Publishing*.
4. Sedláček, J. (2006). Internetový a mobil marketing od A do Z. *Praha: Ben – technická literatúra*.
5. Štědroň, B., Budiš, P., & Jr., B. (n.d.). (2009). Marketing a nová ekonomika. Retrieved Marketing a nová ekonomika. (1st ed.). *C. H. Beck Praha*.
6. 7 trendov online marketingu, ktoré budú dominovať v roku 2018. (2018, February 26) Retrieved from <https://www.goup.sk/blog/7-trendov-online-marketingu-ktore-budu-dominovat-v-roku-2018/>.

Odhad elasticity substitúcie vstupov pre rôzne krajiny sveta

Estimation of Elasticity of Substitution in Different World Economies

Karol Szomolányi¹, Martin Lukáčik², Adriana Lukáčiková³

Abstrakt

V práci sú odhadnuté hodnoty elasticity substitúcie vstupov pre rôzne ekonomiky sveta. Na odhad sú použité ekonometrické špecifikácie vyplývajúce z podmienok prvého rádu pre firmu maximalizujúcu zisk. Na odfiltrovanie cyklických vplyvov sú časové rady upravené frekvenčným filtrom. Špecifikácie sú odhadnuté metódou najmenších štvorcov a tiež ako systémy dvoch rovníc s korelovanými náhodnými zložkami. Odhadnuté hodnoty elasticity substitúcie vstupov sú väčšinou menšie ako 1, čím sa potvrdzujú súčasné empirické výsledky spochybňujúce relevantnosť produkčnej funkcie Cobbovho-Douglasovho typu. Analýza nepreukázala súvis medzi hodnotami elasticity substitúcie vstupov a rôznymi charakteristikami krajín ako ich rast, rozvoj, miera ich otvorenosti alebo veľkosť.

Kľúčové slová

elasticita substitúcie vstupov, kapitálový a pracovný dopyt, frekvenčné filtre

Abstract

The paper estimates the elasticity of substitution in various world economies. Econometric specifications resulting from the first-order conditions of the profit-maximizing firm are used for estimation. To filter out cyclical effects, the time series are adjusted by a frequency filter. The specifications are estimated by the least squares method and as systems of two equations with correlated random terms. The estimated values of the elasticity of substitution are usually less than 1, which confirms the current empirical results questioning the relevance of the production function in the Cobb-Douglas form. According to the analysis, here is not a relationship between the values of elasticity of substitution and various characteristics of countries such as growth, development, openness, and size is examined.

Key words

elasticity of substitution, capital and labour demand, frequency filters

JEL classification

C22, C32, O47

¹ doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, karol.szomolanyi@euba.sk.

² doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, martin.lukacik@euba.sk.

³ Ing. Adriana Lukáčiková, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, adriana.lukacikova@euba.sk.

1 Úvod

Elasticita substitúcie vstupov je kľúčový ekonomický parameter, ktorý hrá rolu vo vysvetlení mnohých ekonomických javov (Chirinko a Mallick, 2017). Z pohľadu analýzy dynamického vývoja slovenskej ekonomiky, ktorá sa aj po realizácii mnohých spoločenských zmien neustále nachádza v tranzitívnom stave, sú zaujímavé vzťahy medzi elasticitou substitúcie vstupu a ekonomickým bohatstvom a medzi elasticitou substitúcie vstupu a hospodárskym rastom. Tieto vzťahy sú detailne teoreticky spracované v prácach de La Grandville (2017) a Klumpa et al. (2012).

Preto je cieľom tejto práce realizácia odhadu elasticity substitúcie vstupov pre rôzne krajiny sveta. Aby sme sa v ďalšej časti výskumu mohli detailnejšie zamerať na prierezový vzťah medzi odhadnutými koeficientmi elasticity substitúcie vstupov a priemerným ekonomickým rozvojom, priemerným hospodárskym rastom, priemernou veľkosťou a priemernou otvorenosťou skúmaných krajín.

Prehľady prác zaoberajúcich sa odhadom elasticity substitúcie vstupov a ďalších parametrov produkčnej funkcie sú dostupné v súčasnej ekonomickej literatúre. Klump et al. (2012) a Chirinko (2008) ponúkajú ucelené a podrobne klasifikované prehľady. Podľa rôznych prehľadov, vo svetovej literatúre absentujú práce, ktoré sa zaoberajú odhadom elasticity substitúcie vstupov pre množstvo krajín v danom časovom období. Pre takýto odhad využijeme údaje z databáz Penn World Tables (Feenstra et al. 2015) upravené frekvenčným filtrom Baxterovej a Kinga (1999) podľa návrhu autorov a tiež Chirinka a Mallicka (2017).

2 Metodológia

Odhadom parametrov produkčnej funkcie sa zaoberalo množstvo ekonómov, pozri (Chirinko, 2008), (Klump et al. 2012). Výskum zaoberajúci sa odhadom produkčných funkcií využíva ekonometrické špecifikácie vzťahov na ponukovej strane hospodárstva. Sú nimi linearizovaný tvar produkčnej funkcie a podmienky prvého rádu reprezentatívnej firmy maximalizujúcej zisk. Tieto podmienky vysvetľujú kapitálový dopyt a pracovný dopyt.

Odhad týchto ekonometrických špecifikácií je spojený s teoretickými aj štatistickými problémami, ktoré sťažujú výber vhodného prístupu na odhad parametrov produkčnej funkcie. Hlavným teoretickým problémom je nevyhnutnosť normalizovať všeobecný tvar produkčnej funkcie s konštantnou nejednotkovou elasticitou substitúcie vstupov. Z prác (de La Grandville, 2017) a (Klump et al. 2012) vyplýva, že odhad linearizovaného tvaru produkčnej funkcie je spojený s chybou ekonometrickej špecifikácie, ak nie je produkčná funkcia správne normalizovaná. Normalizácia produkčnej funkcie by nemala vplyv na odhad parametrov iba za predpokladu jednotkovej elasticity substitúcie vstupov, t.j. v prípade Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie.

Za najväčší problém zo štatistického hľadiska považujeme nestacionárnosť prislúchajúcich procesov generujúcich časové rady a z toho vyplývajúcu prípadnú nepravú regresiu lineárnych vzťahov na ponukovej strane. Obvyklým riešením nestacionarity premenných je odhad prislúchajúceho kointegračného vzťahu modelom s korekčným členom, ako to vo svojej práci využil Caballero (1994). Okrem toho, kointegračný vzťah prislúcha teórii racionálneho správania reprezentatívnej firmy maximalizujúcej zisk, ktorá je relevantná z dlhodobého hľadiska. Chirinko a Mallick (2011) kritizovali tento prístup, pretože kointegračný vzťah medzi podielmi vstupu (práce alebo kapitálu) a produkcie na jednej strane a ich podielmi cien na druhej strane podľa nich nemeria elasticitu substitúcie vstupov. Podrobne ich argumentáciu rozoberáme v Szomolányi et al (2019).

Chirinko a Mallick (2017) navrhli ako riešenie získať údaje dlhodobého správania pomocou frekvenčných filtrov. Tento prístup využijeme aj v našej práci. Zameriame sa na

odhad vzťahov upravujúcich podmienky prvého rádu firmy maximalizujúcej zisk. Vzťah možno vo všeobecnosti zapísať v tvare (Chirinko a Mallick, 2017):

$$\Delta(y_t) = \beta_0 - \sigma \Delta(x_t) + u_t \quad (1)$$

kde y je prirodzený logaritmus podielu vstupu a výstupu a x je prirodzený logaritmus podielu ich cien. Časové rady sú upravené o krátkodobé cyklické výkyvy frekvenčným filtrom Baxterovej a Kinga (1999), preto predpokladáme, že náhodná zložka u zodpovedá predpokladom lineárneho regresného modelu. Elasticitu substitúcie vstupov meriame ako zápornú hodnotu elasticity vplyvu podielov cien vstupu (práce, resp. kapitálu) a produkcie na podiele ich množstiev.

Z dôvodu robustnosti odhadov, sledujeme 3 koncepcie. V prvej, podľa vzoru Chirinka a Mallicka (2017), je za vstup v špecifikácii (1) považovaný kapitál. Špecifikácia je odhadnutá metódou najmenších štvorcov pre každú skúmanú krajinu. V druhej a tretej koncepcii odhadujeme špecifikáciu (1) využitím vstupu práca aj vstupu kapitál. Získame tak systém dvoch rovníc (vstup kapitál a vstup práca) so spoločným parametrom σ . V prípade vzájomnej korelovanosti náhodných zložiek oboch rovníc nemôžeme pri odhade ignorovať ich vzájomný vzťah, ale na tieto dve rovnice by sme mali nazerať ako na systém, v ktorom vzťahy resp. procesy prebiehajú súčasne. Takýto typ sústavy sa nazýva sústava regresných rovníc so zdanlivo nesúvisiacimi náhodnými zložkami a v literatúre sa označuje ako metóda SUR (Hatrák, 2007). Korelovanosť náhodných zložiek u_K a u_L sme testovali Breuschovym a Paganovym testom (Hatrák, 2007). Databáza Penn World Tables nám umožňuje vyjadriť vstup práce časovými radmi počtu osôb zapojených na trhu práce alebo priemerného ročného počtu odpracovaných hodín osobami zapojenými na trhu práce. Podľa voľby časového radu rozlišujeme medzi druhou a treťou koncepciou. V oboch prípadoch sú parametre oboch rovníc pre každú skúmanú krajinu odhadnuté metódou SUR. Tieto dve koncepcie zodpovedajú výskumu Klumpa et al. (2007), ktorí odhadli systém viacerých rovníc na ponukovej strane. Do nášho systému nezahrnieme linearizovaný tvar produkčnej funkcie vyžadujúci správnu normalizáciu.

Štandardné odchýlky parametrov sú prepočítané procedúrou Neweyho a Westa. Najdôležitejšou charakteristikou procedúr vyvinutých Neweyom a Westom (1987) je ich konzistencia za prítomnosti heteroskedasticity alebo autokorelácie v neznámom tvare.

3 Údaje

Všetky použité údaje pochádzajú z voľne dostupnej databázy Penn World Tables. Výstup v každej krajine je reprezentovaný časovými radmi reálneho HDP v stálych národných cenách v miliónoch amerických dolároch (USD) z roku 2011 (označenie v Penn World Tables je *rgdpna*).

Vstup kapitál je reprezentovaný časovými radmi reálneho kapitálu v stálych národných cenách v miliónoch USD z roku 2011 v každej krajine (*rkna*, 1. koncepcia). Vstup práca je reprezentovaný časovými radmi počtu ľudí zapojenými na trhu práce v miliónoch (*emp*, 2. koncepcia) alebo priemerného ročného počtu odpracovaných hodín osobami zapojenými na trhu práce (*avh*, 3. koncepcia) v každej krajine.

Cena výstupu je reprezentovaná časovými radmi deflátoru HDP v každej krajine. Deflátor HDP je vypočítaný ako podiel reálneho a nominálneho HDP (*rgdpna/cgdpn*). Cena kapitálu je v každej krajine vypočítaná podľa vzťahu:

$$p_K = (1 + irr) \frac{ck}{rkna} \quad (2)$$

kde *irr* je reálna vnútorná miera návratnosti, *ck* je nominálny kapitál a *rkna* reálny kapitál. Nominálna vnútorná miera návratnosti je vyjadrená z reálnej pomocou deflátoru kapitálu.

Časový rad cena práce je vypočítaný podľa vzťahu:

$$p_L = \frac{labsh \times rgdpna}{N} \quad (3)$$

kde *labsh* je podiel kompenzácie práce na HDP, *rgdpna* je reálny HDP, *N* je práca, ktorú reprezentuje počet ľudí zapojených na trhu práce (*emp*), resp. počet odpracovaných hodín (*avh*).

Časové rady logaritmov vstupu a výstupov a ich cien sú upravené frekvenčným filtrom. Použitie tohto filtra vyžaduje nastavenie intervalu, ktorý odfiltruje frekvencie hospodárskeho cyklu a keďže sa využívajú kľzavé priemery, je potrebné zvoliť počet období kľzavého priemeru. Chirinko a Mallick (2017) vo svojej analýze preukázali, že americký hospodársky cyklus zodpovedá parametrom navrhnutým Baxterom a Kingom, podľa ktorých je periodičita hospodárskeho cyklu 2–8 rokov a počet období kľzavého priemeru 3. V analogickej analýze Szomolányi et al. (2019) potvrdili túto voľbu pre slovenský hospodársky cyklus. V tejto analýze zvolíme rovnaké parametre frekvenčného filtra na úpravu dát. Voľbou počtu období kľzavého priemeru 3 strácame 6 pozorovaní. Do štúdie sú zaradené iba tie časové rady, ktorých počet pozorovaní je po aplikovaní frekvenčného filtra väčší ako 30.

4 Výsledky

V tab. 1. uvádzame výber odhadov iba pre krajiny, pre ktoré sú dostupné všetky používané údaje. Tri hviezdičky označujú štatistickú významnosť na 1% hladine významnosti, dve hviezdičky na 5% hladine významnosti a jedna hviezdička na 10% hladine významnosti. Väčšina odhadov je štatisticky významných na 1% hladine významnosti.

Tab. 1: Výsledky odhadu

Krajina	Iba kapitál		Kapitál a práca – zamestnanosť			Kapitál a práca – hodiny		
	Sigma	Std. err.	Sigma	Std. err.	BP	Sigma	Std. err.	BP
Argentina	0,3493***	0,0560	0,1990***	0,0283	15,665	0,1731***	0,0211	34,410
Australia	0,0852	0,1126	0,2859***	0,0382	19,940	0,3578***	0,0419	22,659
Austria	-0,0057	0,0183	0,1911***	0,0263	13,872	0,1713***	0,0259	14,030
Belgium	-0,0395	0,0359	0,1725***	0,0285	20,892	0,1600***	0,0296	20,433
Brazil	0,0576	0,1038	0,3380***	0,0360	22,456	0,4561***	0,0331	16,869
Canada	0,0731	0,0882	0,3602***	0,0429	18,484	0,4272***	0,0449	16,172
Switzerland	0,1274***	0,0475	0,2670***	0,0291	18,867	0,2574***	0,0358	16,644
Chile	0,9767***	0,0986	0,5213***	0,0625	5,901	0,6576***	0,0733	3,293
China	0,3397	0,2227	0,8943***	0,0425	1,846	0,7059***	0,0839	0,039
Colombia	0,0403	0,0589	0,1506***	0,0442	17,601	0,2209***	0,0403	25,966
Germany	0,1886***	0,0531	0,3778***	0,0344	0,844	0,4688***	0,0348	3,846
Denmark	0,0966	0,0675	0,2979***	0,0282	21,070	0,4253***	0,0337	9,042
Spain	-0,1543***	0,0480	0,3343***	0,0445	0,231	0,3162***	0,0385	13,251
Finland	-0,2774***	0,0896	-0,0696	0,0533	0,038	0,1948***	0,0413	27,391
France	-0,0493	0,0430	0,1768***	0,0327	13,037	0,2508***	0,0312	19,361
United Kingdom	0,1201	0,0770	0,2193***	0,0365	2,050	0,2683***	0,0342	8,614
Greece	-0,2399	0,1394	0,4784***	0,0342	21,704	0,5126***	0,0271	29,108
Hong Kong	0,0599	0,1343	0,1045*	0,0564	20,877	0,3205***	0,0496	21,162
Hungary	0,2127	0,1314	0,3487***	0,0529	0,458	0,4589***	0,0351	6,105
Indonesia	0,1259**	0,0606	0,1075**	0,0411	9,965	0,1732***	0,0393	10,178
India	0,1722	0,1293	0,1654***	0,0624	0,005	-0,0489	0,0519	0,516
Ireland	-0,1568	0,1136	0,0146	0,0459	14,951	0,0396	0,0521	19,085
Iceland	0,1573	0,1106	0,4053***	0,0466	16,129	0,4372***	0,0443	20,193
Israel	0,1478	0,1086	0,4446***	0,0398	27,187	0,1519***	0,0515	0,005

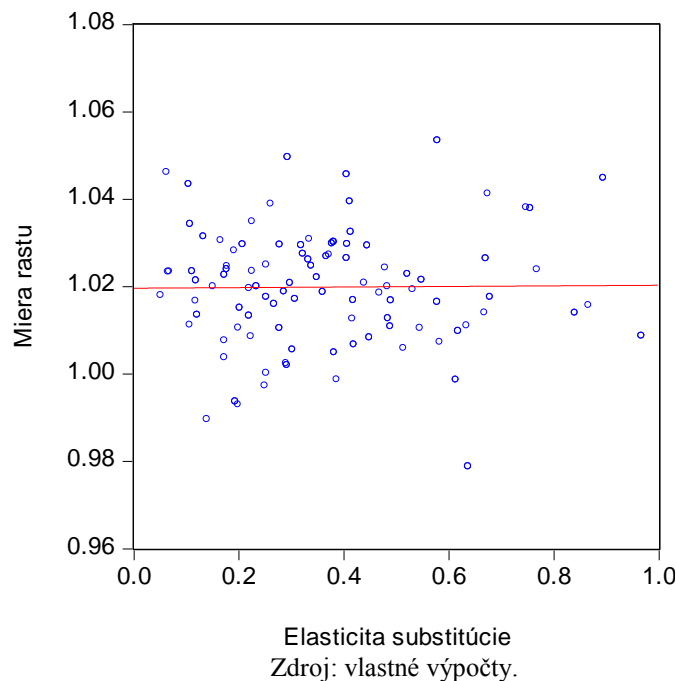
Krajina	Iba kapitál		Kapitál a práca – zamestnanosť			Kapitál a práca – hodiny		
	Sigma	Std. err.	Sigma	Std. err.	BP	Sigma	Std. err.	BP
Italy	-0,0086	0,0613	0,3322***	0,0336	19,704	0,3444***	0,0303	23,869
Japan	0,3037**	0,1412	0,7472***	0,0443	5,762	0,7805***	0,0424	9,461
Republic of Korea	-0,0767	0,1389	0,0551	0,0689	1,034	0,1534**	0,0734	0,317
Sri Lanka	-0,0237	0,0291	0,1325***	0,0346	0,052	0,0088	0,0311	1,363
Luxembourg	-0,0768	0,0994	0,2251***	0,0409	26,087	0,0150	0,0471	25,300
Mexico	0,1835**	0,0863	0,4677***	0,0372	5,335	0,4729***	0,0348	8,384
Malaysia	0,4738***	0,1168	0,7555***	0,0461	30,517	0,6532***	0,0627	10,346
Netherlands	-0,0189	0,0366	0,1112***	0,0269	5,855	0,1934***	0,0252	22,540
Norway	0,1024	0,0685	0,1773***	0,0293	18,121	0,1636***	0,0341	1,298
New Zealand	0,0321	0,0788	0,2016***	0,0440	30,607	0,2776***	0,0472	15,070
Peru	0,2743*	0,1505	0,4180***	0,0336	13,624	0,3805***	0,0340	12,745
Philippines	0,0801	0,0923	0,2337***	0,0313	25,804	0,1888***	0,0390	16,292
Portugal	0,0482	0,0596	0,3187***	0,0325	15,714	0,4239***	0,0269	23,280
Singapore	0,3271***	0,0526	0,2930***	0,0324	1,037	0,3195***	0,0317	4,898
Sweden	-0,0703	0,0895	0,1186***	0,0416	9,388	0,3297***	0,0404	13,148
Thailand	0,0041	0,0911	0,2608***	0,0513	0,018	0,1004*	0,0522	0,089
Turkey	0,0956	0,0613	0,2777***	0,0482	0,163	0,1777***	0,0551	0,139
Taiwan	0,3176***	0,0766	0,5783***	0,0480	22,777	0,6549***	0,0428	26,057
United States	0,3071*	0,1550	0,4825***	0,0399	11,291	0,5858***	0,0315	16,465
Venezuela	0,2862	0,1876	0,2901***	0,0621	5,065	0,4180***	0,0532	0,008

Zdroj: Vlastné výpočty

Záporné hodnoty odhadov elasticity substitúcie vstupov sú v rozpore s teóriou. Konštatujeme, že takmer všetky odhady sú pozitívne. Väčšina odhadov elasticity je menšia ako 1, čo je výsledok, ktorý nepotvrďuje Cobb-Douglasov tvar produkčnej funkcie. Porovnaním rôznych prístupov sa systémové odhady (SUR) javia ako vyššie.

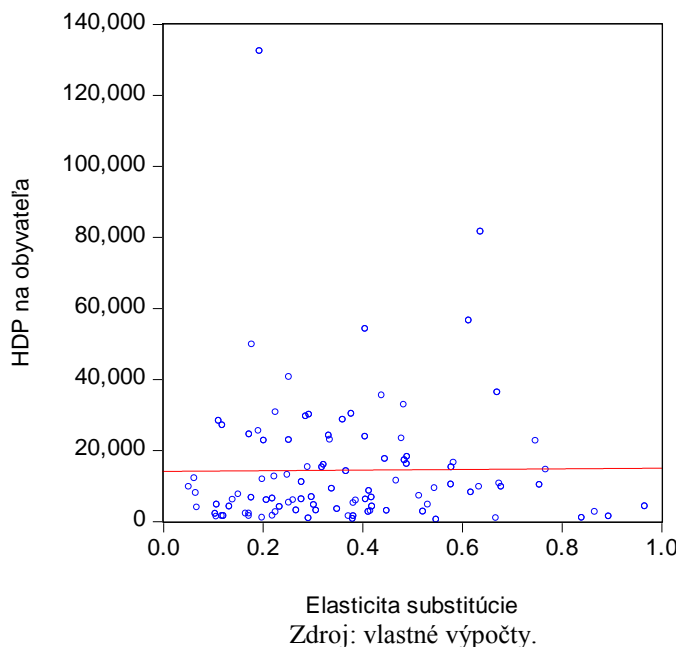
Na obrázkoch 1 až 4 je zobrazená závislosť medzi odhadnutou elasticitou substitúcie vstupov a rastom, bohatstvom, otvorenosťou a veľkosťou v každej krajine. Elasticita substitúcie vstupov na obrázkoch 1 až 4 je odhadnutá systémovým odhadom, v ktorom je práca reprezentovaná zamestnanosťou.

Obr. 1: Vzťah medzi elasticitou substitúcie a rastom.



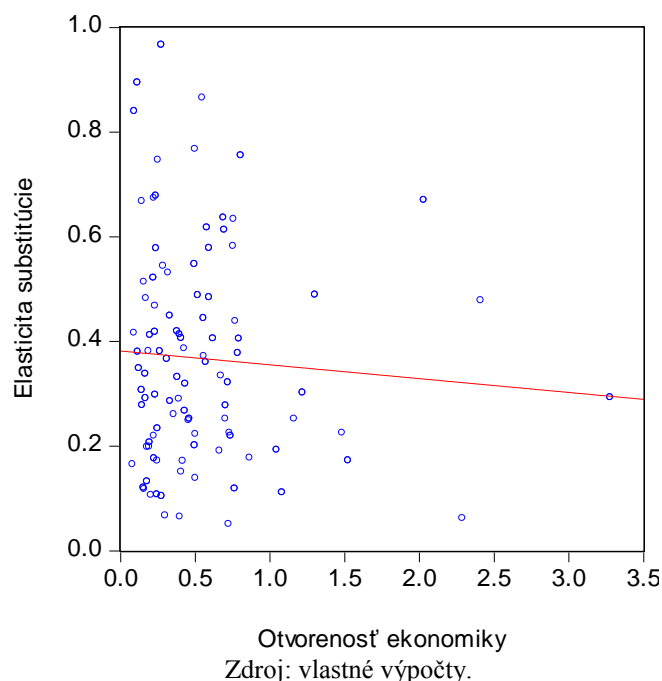
Obrázok 1 vyjadruje vzťah medzi priemernou medziročnou mierou rastu a elasticitou substitúcie vstupov. Podľa grafu nemožno potvrdiť súvislosť medzi týmito premennými.

Obr. 2: Vzťah medzi elasticitou substitúcie a bohatstvom ekonomiky.



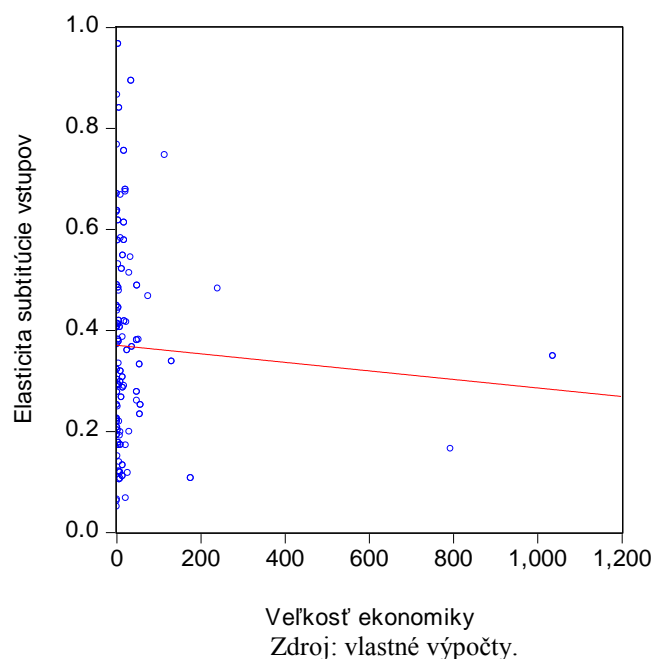
Na obrázku 2 je vzťah medzi priemerným ročným reálnym HDP na obyvateľa a elasticitou substitúcie vstupov. Znova sa nepotvrďuje súvislosť medzi oboma premennými. Vzťah sa nepotvrdí ani medzi elasticitou substitúcie a priemerným ročným reálnym HDP na obyvateľa v rokoch 1982–1993, resp. v rokoch 2006–2017.

Obr. 3: Vzťah medzi elasticitou substitúcie a otvorenosťou ekonomiky.



Rovnako nemožno potvrdiť vzťah medzi otvorenosťou ekonomiky, ktorá je vyjadrená ako súčet dovozu a vývozu na HDP a elasticitou substitúcie vstupov a zobrazená na obrázku 3, ani medzi veľkosťou ekonomiky (populáciou) a elasticitou zobrazenou na obrázku 4.

Obr. 4: Vzťah medzi elasticitou substitúcie a veľkosťou ekonomiky.



Pri hľadaní vzťahu medzi elasticitou substitúcie a uvedenými premennými sme tiež uvažovali aj odhady získané ďalšími dvoma ekonometrickými modelmi, ale vo výsledku sa takisto medzi nimi nepotvrdili súvislosti. Do analýzy sú zahrnuté iba štatisticky významné kladné odhady elasticít na 5% hladine významnosti.

5 Záver

V práci sme odhadli elasticitu substitúcie vstupov v rôznych krajinách sveta. Podľa odhadov sú hodnoty elasticity menšie ako 1. Potvrdzujú sa tak empirické závery Klumpa et al. (2007), Chirinka a Mallicka (2017) a Szomolányiho et al. (2019). Jednotková elasticita substitúcie vstupov zodpovedá často používanej produkčnej funkcii v jednoduchom Cobbom-Douglasovom tvare. V skutočnosti však súčasný empirický výskum nepotvrďuje relevantnosť použitia Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie. Aj preto Chirinko a Mallick (2017, s. 251) navrhujú: „že by sa malo upustiť od často využívaného predpokladu Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie v mnohých oblastiach ekonomickej analýzy. Dynamické stochastické modely všeobecnej rovnováhy s predpokladom jednotkovej elasticity substitúcie vstupov nadhodnocujú skutočný vplyv zmien cien – vrátane tradičného kanála monetárnej politiky – v porovnaní s modelmi s nižšou elasticitou substitúcie vstupov. Simulačné modely zdanenia využívajúce Cobbovu-Douglasovu produkčnú funkciu predpovedajú podobné nadhodnotenie vplyvu daňových škrtov. Dôsledkom neuvažovania Cobbovej-Douglasovej produkčnej funkcie bude rozšírenie neoklasického modelu rastu o ďalšie faktory, ako význam zmeny technológie, ktorá vplýva na podiely vstupov na produkcii a na vybilancovaný rast.“

Porovnaním rôznych prístupov sa systémové odhady (SUR) javia ako vyššie. Tento výsledok zodpovedá výsledku Szomolányiho et al. (2019) pre slovenskú ekonomiku. V rozpore s teoretickými štúdiami (de La Grandville, 2017; Klump et al. 2012) sa v práci nepodarilo nájsť súvis medzi hodnotou elasticity substitúcie vstupov a hospodárskym rastom alebo hospodárskym rozvojom krajiny. Pri interpretácii výsledkov treba navyše zohľadniť nedostatky spojené s problémami databázy Penn World Tables, ktorá spája údaje získané rôznymi metódami systémov národných účtov s rôznymi podielmi tieňovej ekonomiky. Na prepojenie teoretických a empirických prác bude potrebný ďalší výskum.

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantových úloh: VEGA 1/0294/18, *Analýza krátkodobej a dlhodobej dynamiky ekonomického vývoja európskych postkomunistických krajín a ich regiónov* a VEGA 1/0193/20, *Vplyv priestorových spillover efektov na inovačné aktivity a rozvoj regiónov EÚ*.

Literatúra

1. Baxter, M., & King, R. G. (1999). Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *Review of Economics and Statistics*, 81(4), 575-593. <https://doi.org/10.1162/003465399558454>.
2. Caballero, R. J. (1994). Small Sample Bias and Adjustment Costs. *The Review of Economics and Statistics*, 76(1), 52-58. <https://doi.org/10.2307/2109825>.
3. Chirinko, R. S. (2008). σ : The long and short of it. *Journal of Macroeconomics*, 30(2), 671-686. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2007.10.010>.
4. Chirinko, R. S., & Mallick, D. (2011). Cointegration, factor shares, and production function parameters. *Economics Letters*, 112(2), 205-206. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2011.04.002>.
5. Chirinko, R. S., & Mallick, D. (2017). The Substitution Elasticity, Factor Shares, and the Low-Frequency Panel Model. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(4), 225-253. <https://doi.org/10.1257/mac.20140302>.
6. de La Grandville, O. (2017). *Economic Growth: A Unified Approach (2nd ed.)*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316335703>.
7. Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150-3182. <https://doi.org/10.1257/aer.20130954>.

8. Hatrák, M. (2007). *Ekonometria (1. vyd.)*. IURA Edition..
9. Klump, R., McAdam, P., & Willman, A. (2007). Factor Substitution and Factor-Augmenting Technical Progress in the United States: A Normalized Supply-Side System Approach. *Review of Economics and Statistics*, 89(1), 183-192. <https://doi.org/10.1162/rest.89.1.183>.
10. Klump, R., McAdam, P., & Willman, A. (2012). The Normalized CES Production Function: Theory and Empirics. *Journal of Economic Surveys*, 26(5), 769-799. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2012.00730.x>.
11. Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix. *Econometrica*, 55(3), 703-708. <https://doi.org/10.2307/1913610>.
12. Szomolányi, K., Lukáčik, M., & Lukáčiková, A. (2019). Estimate of Elasticity of Substitution of Inputs in Slovak Economy. *Politická Ekonomie*, 67(6), 611-630. <https://doi.org/10.18267/j.polek.1253>.



Charakteristika osobnosti majiteľov automobilov z hľadiska modelu „Veľkej päťky“ (The Big Five personality traits) s využitím korešpondenčnej analýzy

Personality traits of car owners in terms of the Big Five personality traits using correspondence analysis

Romana Šipoldová¹

Abstrakt

Automobilový priemysel je jedným z priemyselných odvetví, v ktorom prevláda neustála konkurencia medzi jednotlivými výrobcami automobilových značiek. Výrobcovia medzi sebou súťažia, pričom sa snažia získať nových zákazníkov a intenzívne inzerujú, aby si udržali existujúcich zákazníkov aj v budúcnosti. Jednotlivé značky sa snažia od seba odlíšiť používaním rôznych foriem reklamy čím môžu získať výhodu oproti konkurentom. Presvedčiť zákazníka, aby sa stal verným alebo aby zostal verný konkrétnej značke alebo modelu automobilu, je náročné. Preto jedným z kľúčových prvkov je vytvorenie profilu zákazníka. Tento príspevok zahŕňa analýzu vzťahu medzi vybranou značkou automobilu a faktormi modelu „Veľkej päťky“ (the Big Five personality traits), ktoré v psychológii slúžia na popisanie osobnosti človeka, za použitia metódy korešpondenčnej analýzy.

Kľúčové slová

Model Veľkej päťky, značka automobilu, preferencia značky

Abstract

The automotive industry is one of the industries in which there is a constant competition between individual car manufacturers. Manufacturers compete with each other, trying to gain new customers and advertise intensively to retain existing customers in the future. Brands try to differentiate themselves by using different forms of advertising, which can give them an advantage over competitors. Convince a customer to become loyal or stay loyal to a particular brand or car model is challenging. Therefore, the creation of a customer profile is one of the key elements. This paper includes an analysis of the relationship between a selected car brand and the factors of the "Big Five personality traits" (or the OCEAN model), which are used to describe a person's personality in psychology, using the method of correspondence analysis.

Key words

The Big Five personality traits, car brand, Brand Preference

JEL classification

C3, M3

1 Úvod

Prečo ľudia reagujú rozdielne na rovnaké situácie? Aká je súvislosť medzi osobnosťou človeka a jeho preferenciami v oblasti značiek? Je možné určiť vzťah medzi preferenciami značky a osobnostnými faktormi? Tieto a mnohé ďalšie otázky si môžu pokladať predajcovia

¹ Ing. Romana Šipoldová, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava, romana.sipoldova@euba.sk.

automobilov aj špecialisti na reklamu, keď hľadajú cieľovú skupinu a vytvárajú profil zákazníka. Na druhej strane je zaujímavé vidieť, ako sa osobnostné charakteristiky spájajú so značkami či už automobilov alebo rôznych iných zariadení a prístrojov.

Existuje množstvo modelov, ktoré popisujú osobnosti človeka z rôznych hľadísk. Model „Veľkej päťky“ (the Big Five personality traits) je model popisujúci osobnosť človeka prostredníctvom piatich charakteristík/faktorov:

- **Extraverzia** (*Extraversion*),
- **Neurotizmus** (*Neuroticism*),
- **Otvorenosť** (*Openness*),
- **Prívetivosť** (*Agreeableness*),
- **Svedomitosť** (*Conscientiousness*).

Model Veľkej päťky má počiatky už v roku 1949. D. W. Fiske skúmal vplyv osobnosti človeka na jeho akademické výsledky. Na tento výskum nadviazali a ďalej ho rozšírili výskumníci Norman, Smith, Goldberg a dvojica McCrae a Costa (Cherry, 2019). L. Goldberg (1981) presadzoval 5 primárnych faktorov osobnosti (Ackerman, 2017). Jeho prácu rozšírili McCrae a Costa (1987), ktorí potvrdili platnosť jeho modelu a vytvorili model, ktorý sa používa dodnes. Na základe prvých písmen je niekedy model Veľkej päťky nazývaný aj OCEAN model.

2 Model „Veľkej päťky“ (The Big Five personality traits) - faktory

Je dôležité si uvedomiť, že každý z piatich osobnostných faktorov predstavuje rozpätie medzi dvoma extrémami. Napríklad hranice extravenzie tvoria extrémna extravergia a extrémna introverzia. V skutočnom svete leží väčšina ľudí niekde medzi dvoma koncami každej dimenzie. Okrem toho, každá z osobnostných charakteristík predstavuje širokú kategóriu, ktorá je reprezentovaná množstvom výrazov popisujúcich osobnosť. Napríklad extravergia je tvorená vlastnosťami ako spoločnosť, asertivita, aktivita (energickosť), dobrodružnosť, nadšenie, pozitívne emócie a láskavosť (Pervin & John, 1999).

Extraverzia je charakterizovaná spoločnosťou, zhovorčivosťou, asertívnosťou a emočnou expresivitou. Ľudia, ktorí vykazujú vysoké hodnoty sú spoločenský, sebaistí, aktívni, výreční, energickí, veselí a optimistickí. Extroverti majú radi spoločnosť, sú radi súčasťou rôznych skupín a spoločenských udalostí, majú radi vzrušenie a udržiavajú si dobrú a veselú náladu. Sú radi stredobodom pozornosti a radi začínajú konverzáciu. Majú široký okruh priateľov a nemajú problém si nájsť nových. Naopak, charakterizovať typického introverta je náročnejšie. Introverzia by mala byť vnímaná skôr ako neprítomnosť extravenzie než ako jej protiklad. Introverti sú skôr zdržanliví ako nepriateľskí, sú nezávislí a samotárski a skôr vyrovnaní ako neistí. Introverti nemusia nutne trpieť sociálnou fóbiou, ale sú zdržanlivejší, pretože radi trávia čas sami a sú neradi stredobodom pozornosti. Hoci neprekypujú takým množstvom energie ako extroverti, nedá sa o nich povedať, že by boli nešťastní alebo pesimistickí.

Neurotizmus zisťuje rozdiely medzi emocionálnou stabilitou a labilitou. Popisuje ako ľudia prežívajú negatívne emócie ako napríklad strach, sklúčenosť, rozpaky a pod. Ľudia, ktorí dosahujú vysoké hodnoty majú tendenciu pociťovať zmeny nálad, podráždenosť, úzkosť, smútok a sú psychicky nestabilní. Je jednoduché ich priviesť do rozpakov, cítia sa zahanbení, neistí až nervózni, intenzívne prežívajú strach, obavy alebo smútok. Často sa nevedia kontrolovať, nezvládajú stresové situácie a je ľahké ich vyviesť z rovnováhy. Emocionálne stabilní jedinci takéto problémy nemajú, sú kľudní, uvoľnení, vyrovnaní, bezstarostní a nerozhodia ich ani stresové situácie. Sú spokojní sami so sebou a majú vysokú sebaúctu.

Otvorenosť (voči skúsenostiam) je faktor tvorený charakteristikami ako predstavivosť, pohľad na situáciu, cit na estetické podnety, vnímavosť k vnútorným pocitom, zvedavosť,

nezávislý úsudok a uprednostňovanie rozmanitosti. Ľudia, ktorí vykazujú vysoké hodnoty majú bohatú fantáziu a intenzívnejšie prežívajú pozitívne aj negatívne emócie. Majú tiež tendenciu mať široký rozsah záujmov. Sú zvedaví na svet a ostatných ľudí a túžia spoznávať nové veci a tešiť sa z nových zážitkov. Bývajú kreatívnejší a odvážnejší, sami o sebe tvrdia, že sú intelektuálmi, obdarení fantáziou, ochotní experimentovať a zaujímajú sa o umenie. Ľudia, ktorí v tejto charakteristike dosahujú nízke hodnoty bývajú skôr konzervatívni, uprednostňujú známe a osvedčené veci a postupy a často nevykazujú výrazné emocionálne reakcie. Ide skôr o praktických ľudí, preto je pre nich občas ťažké byť tvoriví a kreatívni.

Prívetivosť obsahuje atribúty ako dôvera, altruizmus, láskavosť, náklonnosť a ďalšie prosociálne správanie. Ľudia s vysokými hodnotami majú tendenciu viac spolupracovať, zatiaľ čo tí s nízkymi hodnotami majú tendenciu byť konkurencieschopnejší a niekedy dokonca manipulatívni. Vysoké hodnoty zabezpečujú u ľudí pochopenie a porozumenie, títo ľudia druhým prejavujú svoju priazeň, chovajú sa láskavo a vľúdne, sú empaticí. Sú vždy ochotní pomáhať druhým a vedia, že od nich môžu očakávať rovnaké správanie. Majú sklon dôverovať ľuďom a uprednostňujú spoluprácu. Ľudia s nízkymi hodnotami sú skôr nepriateľskí, egocentrickí a súťaživí. Nezaujímajú sa o pocity druhých ľudí ani o ich problémy.

Štandardné vlastnosti **svedomitosti** zahŕňajú vysokú úroveň premyslenosti, dobrú kontrolu impulzov a správanie zamerané na cieľ (Cherry, 2019). Vysoko svedomití ľudia majú tendenciu byť organizovaní a dbajú na detaily. Plánujú dopredu, premýšľajú o tom, ako ich správanie ovplyvňuje ostatných, a dodržiavajú termíny. Tieto osoby sú cieľavedomé, citlivosť, vytrvalé, systematické, disciplinované, spoľahlivé a majú pevnú vôľu. Dosahujú vysokých pracovných aj študijných výsledkov, avšak občas majú sklon byť prehnane poriadkumilovní, pedantní alebo workoholickí. Ľudia, ktorí dosahujú nízke hodnoty pri svedomitosti sú skôr nedbalí, ľahostajní a nestáli. Nemajú radi rozvrhy a harmonogramy, neudržiavajú si vo veciach poriadok. Často prokrastinujú a nedokončujú potrebné alebo pridelené úlohy.

McCrae a jeho kolegovia počas výskumu zistili, že faktory modelu Veľkej päťky sú univerzálne. Jedna štúdia, ktorá sa zamerala na ľudí z viac ako 50 rôznych kultúr zistila, že práve týchto päť faktorov je možné presne použiť na popísanie osobnosti ľudí (Cherry, 2019). Mnohí psychológovia sa domnievajú, že model a jeho faktory majú nielen univerzálny, ale aj biologický pôvod, a teda pri vývoji každého faktoru zohráva úlohu príroda aj výchova.

Štúdie tiež naznačujú, že týchto päť veľkých osobnostných rysov býva v priebehu dospelosti relatívne stabilných. Avšak ako ľudia starnú, majú tendenciu byť menej extravertní, menej neurotickí a menej otvorení zážitkom. Na druhej strane, keď ľudia starnú, prívetivosť a svedomitosť majú tendenciu stúpať.

Pri pozorovaní rozdielov v osobnostných charakteristikách medzi pohlaviami sa nezistili veľké rozdiely, resp. sa zistili menšie rozdiely medzi pohlaviami ako medzi jednotlivcami rovnakého pohlavia. Costa a jeho kolegovia (2001) skúmali rozdiely medzi mužmi a ženami v 26 krajinách. Ženy uvádzali, že majú v porovnaní s mužmi vyššiu úroveň neurotizmu, prívetivosti, láskavosti (čo je jeden z aspektov extravenzie) a otvorenosti voči pocitom. Muži naopak uvádzali vyššiu asertivitu (rovnako je to jeden z aspektov extravenzie) a vyššiu otvorenosť (Costa a kol., 2001).

Vyššie rozdiely medzi mužmi a ženami boli pozorované vo vyspelých krajinách, pretože ako sa predpokladalo, v menej rozvinutých krajinách bola osobnosť ovplyvnená súladom s normami rodových rolí (Lim, 2020).

Osobnosť ľudí je zložitá a rôznorodá a každý človek môže prejavovať rôzne kombinácie faktorov modelu Veľkej päťky.

V našej štúdii sa budeme venovať vplyvu jednotlivých osobnostných charakteristík na výber značky automobilu. Na zistenie vzťahov medzi jednotlivými hodnotami faktorov modelu

Veľkej päťky a preferovanej značky automobilu použijeme korešpondenčnú analýzu. Jej metodológia je popísaná v nasledujúcej kapitole.

3 Korešpondenčná analýza

Korešpondenčná analýza (*Correspondence analysis*) je nástroj na analýzu vzťahov medzi dvoma alebo viacerými kategoriálnymi premennými, ktoré sú usporiadané v kontingenčnej tabuľke. Rieši podobný problém ako analýza hlavných komponentov, v ktorej je závislosť pôvodných spojitéch premenných vysvetľovaná pomocou menšieho počtu latentných komponentov. Korešpondenčná analýza umožňuje skúmať asociáciu medzi jednotlivými kategóriami dvoch alebo viacerých kategoriálnych premenných. Cieľom je vysvetlenie štruktúry skúmanej závislosti a posúdenie vzájomného vzťahu medzi premennými. Výsledkom analýzy je grafické zobrazenie súvislostí prostredníctvom tzv. korešpondenčnej mapy, v ktorej sú graficky zobrazené jednotlivé kategórie premenných.

Vstupné premenné sú kategoriálne a dajú sa vyjadriť vo forme absolútnych alebo relatívnych početností. Premenné môžu byť nominálne aj ordinálne. Na základe počtu analyzovaných premenných rozlišujeme dva druhy korešpondenčnej analýzy, a to jednoduchú a viacnásobnú korešpondenčnú analýzu. Jednoduchá sa využíva pri analýze jednoduchej kontingenčnej tabuľky – keď sa skúmajú vzťahy medzi dvoma premennými. V prípade analýzy viac ako dvoch kategoriálnych premenných použijeme viacnásobnú korešpondenčnú analýzu.

Z viacrozmerných štatistických metód sa korešpondenčná analýza najviac približuje k metóde hlavných komponentov a faktorovej analýze, pri ktorých tvoria vstupné údaje kategoriálne premenné. Jej odlišnosť však spočíva v tom, že umožňuje spracovanie kategorizovaných nemetrických dát i nelineárnych vzťahov. Predstavuje obdobu faktorovej analýzy, miesto faktorov je však sledovaný vplyv jednotlivých kategórií, ich vzájomná podobnosť či asociácie s kategóriami ostatných premenných (Rencher, 2002).

Vstupné údaje môžeme zadať v rôznych podobách, napr. priamo z kontingenčnej tabuľky, čiže vytvoríme dvojrozmernú maticu \mathbf{X} združených absolútnych početností n_{ij} . V jednotlivých poliach kontingenčnej tabuľky sú početnosti výskytu premennej X , ktorá nadobúda hodnoty x_i pre $i = 1, 2, \dots, r$ a premennej Y s hodnotami y_j pre $j = 1, 2, \dots, c$. Celková početnosť je $n = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c n_{ij}$ a riadkové marginálne absolútne početnosti $n_{i+} = \sum_{j=1}^c n_{ij}$ výskytu znaku X a stĺpcové marginálne absolútne početnosti znaku Y $n_{+j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$. Korešpondenčnú maticu označíme \mathbf{P} a vypočítame ju ako podiel matice \mathbf{X} a celkového počtu pozorovaní n . Jednotlivé prvky matice \mathbf{P} tvoria relatívne početnosti p_{ij} , ktoré získame:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n} \quad (1)$$

Okrem nich vieme vypočítať aj marginálne relatívne početnosti, ktoré sa nazývajú záťaž. Získame ich ako podiel marginálnych absolútnych početností a celkového počtu n . Riadkové záťaž označíme ako p_{i+} a stĺpcové záťaž ako p_{+j} .

Vektor riadkových záťaží označíme ako \mathbf{r} a vektor stĺpcových záťaží označíme ako \mathbf{c} . Na zabezpečenie porovnateľnosti riadkových a stĺpcových kategórií musíme vyrátať tzv. profily. Riadkové profily $p_{j/i}$ sú podmienené relatívne početnosti, ktoré predstavujú štruktúru stĺpcovej premennej v prípade i -tej kategórie riadkovej premennej. Stĺpcové profily $p_{i/j}$ sú podmienené relatívne početnosti charakterizujúce štruktúru riadkovej premennej pri j -tej úrovni stĺpcovej premennej. Profily vyrátame podľa nasledujúcich vzťahov:

$$p_{j/i} = \frac{n_{ij}}{n_{i+}} = \frac{p_{ij}}{p_{i+}} \quad p_{i/j} = \frac{n_{ij}}{n_{+j}} = \frac{p_{ij}}{p_{+j}} \quad (2)$$

Zmenami v štruktúre riadkových a stĺpcových profilov sa prejavuje závislosť premenných.

Podľa Řezankovej (2011) je postup výpočtu korešpondenčnej analýzy taký, že najskôr označíme maticu riadkových profilov symbolom \mathbf{R} a maticu stĺpcových profilov \mathbf{C} . R-členný vektor riadkových záťaží sme označili ako \mathbf{r} a c-členný vektor stĺpcových záťaží ako \mathbf{c} . Korešpondenčnú maticu môžeme následne vyjadriť ako:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{r} \\ \mathbf{c}^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1s} & r_1 \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2s} & r_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{r1} & p_{r2} & \dots & p_{rs} & r_r \\ c_1 & c_2 & \dots & c_s & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Vektor riadkových záťaží \mathbf{r} a vektor stĺpcových záťaží \mathbf{c} vyrátame:

$$\mathbf{r} = \sum_{j=1}^c p_{+j} \mathbf{c}_j \quad \mathbf{c} = \sum_{i=1}^r p_{i+} \mathbf{r}_i \quad (4)$$

Pred spustením korešpondenčnej analýzy musíme posúdiť, či sú premenné vhodné na jej použitie, čiže posúdime vzájomný vzťah medzi premennými. Najčastejšie sa na otestovanie používa Chí-kvadrát test nezávislosti, ale môžeme použiť aj iné miery asociácie. Ak je závislosť medzi premennými štatisticky významná, dáta sú vhodné na použitie danej metódy.

Algoritmus výpočtu korešpondenčnej analýzy má dve najbežnejšie riešenia. Prvý prístup, obdobne ako pri analýze hlavných komponentov, spočíva vo výpočte pomocou vlastných čísel. Na rozdiel od analýzy hlavných komponentov, kde vypočítané vlastné čísla vyjadrujú vysvetlený rozptyl príslušných komponentov, v prípade korešpondenčnej analýzy predstavujú tzv. inerciu, teda vzťah medzi riadkovými a stĺpcovými kategóriami. Čím je väčšia jej hodnota, tým sú body v priestore viac rozptýlené. Inercia je definovaná ako vážený súčet štvorcov vzdialenosti bodov od ich centroidu.

Výsledkom korešpondenčnej analýzy je tzv. korešpondenčná mapa, v ktorej sú graficky zobrazené jednotlivé kategórie premenných. V korešpondenčnej mape môžeme interpretovať vzdialenosti medzi riadkovými kategóriami a vzdialenosti medzi stĺpcovými kategóriami, nie však vzdialenosti medzi riadkovými bodmi a stĺpcovými bodmi. Pre korešpondenčnú mapu všeobecne platí, že:

- blízkosť dvoch riadkových (resp. stĺpcových) kategórií, poukazuje na podobnosti v profiloch týchto riadkov (stĺpcov),
- ak sú od seba riadky a stĺpce vzdialené, nemajú podobné profily,
- blízkosť určitej kategórie riadka a určitej kategórie stĺpca naznačí, že táto kategória má dôležitú váhu v danom stĺpci,
- ak sú tieto dve kategórie vzdialené, znamená to, že v danom stĺpci a riadku sa nevyskytujú takmer žiadne pozorovania,
- ak sú nejaké body blízko stredu mapy (na pozícii v blízkosti nuly), nemajú výrazný profil, teda sú blízko ťažisku.

Korešpondenčná analýza neumožňuje otestovať štatistickú významnosť modelu ako celku. Ponúka však výpočet ukazovateľov, ktorých hodnoty naznačia, či je daný počet dimenzií postačuje na zobrazenie pôvodnej informácie z dát.

Najdôležitejším ukazovateľom je už spomínaná inercia. Keďže charakterizuje mieru rozptýlenia riadkových a stĺpcových kategórií, je v podstate analógiou rozptylu. V korešpondenčnej analýze je celková inercia (I) rovná váženému priemeru chí-kvadrát vzdialenosti riadkových profilov od svojho priemeru (vektoru **c**), rovnako ako váženému priemeru chí-kvadrát vzdialenosti stĺpcových profilov od svojho priemeru (vektoru **r**). Podstatnú časť celkovej inercie pôvodnej tabuľky vysvetľujú väčšinou dve alebo tri prvé osi. Je možné určiť presnejšie, koľko osí je rozumné interpretovať. Môžeme sa rozhodnúť dvoma spôsobmi. Buď zvolíme hraničnú hodnotu, napr. 80% a zistíme, koľko osí má kumulatívnu inerciu väčšiu, než je nami zvolená hraničná hodnota. Alebo interpretujeme osi, ktoré majú nadpriemerné vlastné čísla, t. j. väčšie než priemer všetkých vlastných čísiel.

Ďalším ukazovateľom sú príspevky riadkových bodov k inercii v príslušnej dimenzii. Vyjadrujú relatívnu mieru vplyvu danej kategórie na výslednú orientáciu jednotlivých osí. Získame z nich informáciu, ktoré riadkové (resp. stĺpcové) kategórie najviac prispievajú na orientáciu prvej osy a ktoré kategórie majú najvyšší vplyv na orientáciu druhej osi.

Poslednou skupinou ukazovateľov sú príspevky osí k reprodukcii riadkových (stĺpcových) kategórií. Určia nám príspevok jednotlivých osí na vysvetlení príslušnej riadkovej (stĺpcovej) kategórie. Môžeme ich interpretovať ako koreláciu riadkových (stĺpcových) profilov s jednotlivými osami.

4 Praktická aplikácia a výsledky korešpondenčnej analýzy

Dáta použité pri našej analýze pochádzajú z výskumnej agentúry Median SK, ktorá realizuje na Slovensku od roku 1996 prieskum spotreby, médií a životného štýlu. Tento prieskum sa nazýva Market & Media & Lifestyle – TGI (MML-TGI). Dáta obsahujú informácie o 8000 respondentoch a pochádzajú z roku 2019. Vstupné premenné:

- **Automobil** – respondenti uviedli, akú značku automobilu aktuálne vlastnia: *Audi, BMW, Citroën, Dacia, Fiat, Ford, Honda, Hyundai, Kia, Mazda, Mercedes-Benz, Nissan, Opel, Peugeot, Renault, Seat, Suzuki, Škoda, Toyota, Volkswagen, Volvo*;
- Faktor **Extraverzia**: *Nízky, Stredný, Vysoký*;
- Faktor **Neurotizmus**: *Nízky, Stredný, Vysoký*;
- Faktor **Otvorenosť**: *Nízky, Stredný, Vysoký*;
- Faktor **Prívetivosť**: *Nízky, Stredný, Vysoký*;
- Faktor **Svedomitosť**: *Nízky, Stredný, Vysoký*.

Pri našom výskume sme použili metódu jednoduchšej korešpondenčnej analýzy, kedy sme skúmali otázku preferencie automobilu v porovnaní s jednotlivými faktormi modelu Veľkej päťky. Celkovo bolo vytvorených 5 modelov korešpondenčnej analýzy.

Najskôr vytvoríme model korešpondenčnej analýzy pre premennú Automobil a Extraverzia. Vo výstupe dostávame tabuľku (Tab. 1), v ktorej sa nachádzajú výberové početnosti v tis. osôb (VP), očakávané početnosti v tis. osôb (OP), hodnoty prínosu k celkovej Chí-kvadrát štatistike (Chí-kv.), index afinity² (IA), príspevky riadkov k inercii dimenzií (Prisp. riadkov) a príspevky dimenzií k inercii riadkov (Prisp. dimenzií).

² Index afinity (*Affinity index*) - pomer sledovanej vlastnosti cieľovej skupiny a celkovej populácie – pokiaľ je index väčší ako 100, výskyt sledovanej vlastnosti v našej cieľovej skupine je väčší ako v celkovej populácii.

Tab. 1: Značka automobilu vs. Extraverzia

Značka automobilu	Extraverzia - Nízka				Extraverzia - Stredná				Extraverzia - Vysoká				Prisp. riadkov		Prisp. dimenzií	
	VP (tis.)	OP (tis.)	Chí-kv.	IA	VP (tis.)	OP (tis.)	Chí-kv.	IA	VP (tis.)	OP (tis.)	Chí-kv.	IA	1	2	1	2
Audi	8.2	6.1	0.8	136	55.7	56.0	0.0	99	14.9	16.7	0.2	89	0.00	0.02	0.14	0.86
BMW	7.0	6.5	0.0	108	51.2	59.7	1.2	86	25.8	17.8	3.6	145	0.09	0.00	0.99	0.01
Citroën	9.1	11.3	0.4	80	109.0	104.5	0.2	104	29.0	31.2	0.2	93	0.01	0.01	0.41	0.59
Dacia	3.3	6.6	1.6	50	52.0	60.8	1.3	85	30.3	18.2	8.1	167	0.17	0.05	0.84	0.16
Fiat	9.2	10.0	0.1	92	94.9	92.4	0.1	103	25.8	27.6	0.1	94	0.00	0.00	0.73	0.27
Ford	16.8	21.1	0.9	80	189.2	195.1	0.2	97	68.5	58.3	1.8	118	0.03	0.03	0.66	0.34
Honda	3.0	4.7	0.6	64	47.3	43.7	0.3	108	11.2	13.1	0.3	85	0.01	0.02	0.45	0.55
Hyundai	18.1	15.6	0.4	116	134.9	143.8	0.5	94	49.3	43.0	0.9	115	0.03	0.01	0.77	0.23
Kia	39.9	22.9	12.8	175	202.3	211.4	0.4	96	55.2	63.2	1.0	87	0.01	0.37	0.02	0.98
Mazda	6.6	7.8	0.2	85	79.5	71.9	0.8	111	15.0	21.5	1.9	70	0.05	0.01	0.93	0.07
Mercedes-Benz	1.2	3.3	1.4	35	26.0	30.4	0.6	86	15.6	9.1	4.6	172	0.10	0.04	0.77	0.23
Nissan	2.9	9.5	4.6	30	108.9	87.7	5.1	124	11.7	26.2	8.1	44	0.24	0.13	0.72	0.28
Opel	21.5	25.0	0.5	86	241.7	230.9	0.5	105	61.6	69.0	0.8	89	0.02	0.01	0.71	0.29
Peugeot	22.2	20.5	0.1	109	194.2	189.1	0.1	103	49.7	56.5	0.8	88	0.02	0.00	0.85	0.15
Renault	20.5	23.3	0.3	88	206.4	215.1	0.4	96	75.8	64.3	2.1	118	0.04	0.01	0.87	0.13
Seat	5.7	7.2	0.3	79	68.5	66.8	0.0	103	19.8	20.0	0.0	99	0.00	0.01	0.05	0.95
Suzuki	14.9	8.1	5.7	184	69.9	75.0	0.3	93	20.7	22.4	0.1	92	0.00	0.16	0.00	1.00
Škoda	89.7	89.2	0.0	101	819.3	825.0	0.0	99	251.9	246.6	0.1	102	0.00	0.00	0.98	0.02
Toyota	18.2	12.5	2.6	146	113.7	115.7	0.0	98	30.9	34.6	0.4	89	0.00	0.08	0.07	0.93
Volkswagen	25.0	31.3	1.3	80	290.6	289.3	0.0	100	91.5	86.5	0.3	106	0.00	0.04	0.12	0.88
Volvo	2.7	3.5	0.2	76	41.8	32.7	2.5	128	1.6	9.8	6.9	16	0.17	0.01	0.98	0.02

Zdroj: MML-TGI, vlastné spracovanie

Rovnakú tabuľku dostaneme aj pri ostatných korešpondenčných analýzach, avšak ukážeme a popíšeme ju len v prípade faktora Extraverzie.

Stĺpec výberových, resp. absolútnych početností obsahuje početností jednotlivých vlastných značiek automobilov podľa stupňa extraverzie. Stĺpec očakávaných početností slúži pri výpočte chí-kvadrát štatistiky. Zaujímavý je aj index afinity, ktorý hovorí o tom, či sa niektorí zo stupňov extraverzie vyskytuje častejšie pri značkách automobilov v porovnaní s celkovou populáciou pri týchto značkách. Príspevky riadkov k inercii dimenzií popisujú dôležitosť jednotlivých riadkových kategórií (značiek automobilov) pre 1. a 2. dimenziu.

Tab. 2: Inercia a počet dimenzií

Dimenzia	Singulárna hodnota	Inercia	% inercie	Kumulatívne %
1	0.1097	0.0120	58.99	58.99
2	0.0914	0.0084	41.01	100.00
Celkom	—	0.0204	100.00	100.00

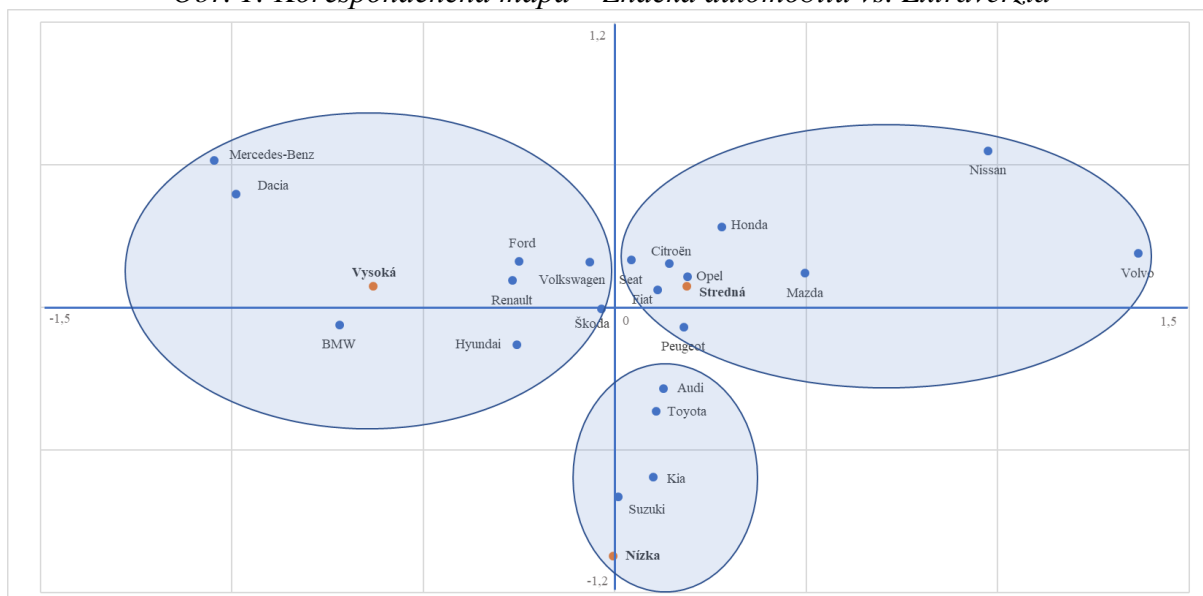
Zdroj: MML-TGI, vlastné spracovanie

V Tab. 2 vidíme, že riešenie je vypočítané pre 2 dimenzie. V druhom stĺpci sú singulárne hodnoty vypočítané pre jednotlivé dimenzie. V treťom stĺpci sú hlavné inercie, ktoré sú druhou mocninou príslušnej singulárnej hodnoty. Vyjadrujú mieru rozptýlenia bodov danej dimenzie

v zostupnom poradí. Sčítaním hlavných inercií dostaneme celkovú inerciu, teda 0,0204. Stĺpec % inercie a Kumulatívne % poskytujú informácie o vhodnom počte dimenzií na zakreslenie do mapy. Stĺpec % inercie vyjadruje množstvo vysvetlenej inercie (variability) danou dimenziou. Stĺpec Kumulatívne % vyjadruje kumulatívne percento vysvetlenej variability.

Najdôležitejšiu časť výstupu korešpondenčnej analýzy tvorí korešpondenčná mapa.

Obr. 1: Korešpondenčná mapa – Značka automobilu vs. Extraverzia



Zdroj: MML-TGI, vlastné spracovanie

Korešpondenčná mapa znázorňuje výsledky analýzy, čím nám umožňuje nájsť vhodnú interpretáciu vzťahov a štruktúry závislosti medzi kategóriami premenných v kontingenčnej tabuľke. Poloha riadkových a stĺpcových kategórií naznačuje, ktoré kategórie spolu súvisia.

Respondenti, ktorí vlastnia automobil značky BMW, Mercedes-Benz, Dacia, Hyundai, Renault, Ford, Škoda alebo Volkswagen vykazujú vysokú hodnotu extravenzie, čo znamená, že ich môžeme považovať za aktívnych, sebaistých, spoločenských. Majú radi vzrušenie a udržuju si dobrú náladu. Respondenti, ktorí vlastnia automobil značky Toyota, Audi, Kia alebo Suzuki, vykazujú nízke hodnoty extravenzie, čiže ich možno považovať za zdržanlivejších, skôr samotárskych a nezávislých. Ostatní respondenti vykazovali stredné hodnoty extravenzie.

Podobné výsledky dostaneme aj pri ostatných faktoroch modelu Veľkej päťky. Preto zhrnieme len tie najzaujímavejšie výsledky.

Nízke hodnoty pri faktore neurotizmus vykazujú respondenti vlastníaci automobil značky Mercedes-Benz, BMW, Kia alebo Volkswagen. Môžeme ich považovať za emocionálne stabilných jedincov, ktorí sú kľudní, uvoľnení a vyrovnaní. Naopak vysoké hodnoty, ktoré predstavujú emocionálnu labilitu a nestabilitu nálad, podráždenosť až strach či obavy, vykazujú respondenti vlastníaci automobil značky Toyota, Citroën, Audi alebo Seat.

Za ľudí najviac otvorených voči skúsenostiam, s vysokou predstavivosťou, ktorí uprednostňujú rozmanitosť, považujeme najmä majiteľov značiek Audi, Volkswagen alebo Toyota. Naopak konzervatívnejší respondenti, ktorí uprednostňujú známe a overené veci, sú vlastníckmi značiek Dacia, Seat alebo Kia.

Faktor prívetivosti dosahuje najvyššie hodnoty pri majiteľoch značiek Seat, Volvo, Fiat a Peugeot. Títo ľudia prejavujú druhým priazeň, chovajú sa k nim láskavo, sú vľúdni a empatickí. Ľudia s nízkymi hodnotami sú viac egocentrickí, súťaživí a nezaujímajú sa o pocity druhých. Sem patria majitelia značiek BMW, Suzuki alebo Audi.

Najviac svedomití respondenti, ktorých môžeme považovať za organizovaných, dbajúcich na detaily a plánujúcich dopredu, sú majitelia značiek Nissan, Volvo, Audi, Volkswagen a Mercedes-Benz. Naopak, respondenti, ktorí sú viac ľahostajní, nemajú radi harmonogramy ani rozvrhy a neudržiavajú si vo veciach poriadok, vlastnia automobily značiek Renault, Citroën, Kia alebo Dacia.

Keď sa zameriame na konkrétnu vybranú značku, tak majiteľ a Mercedesu-Benz by sme mohli opísať ako spoločenského, sebaistého, aktívneho, emocionálne stabilného človeka. Je ochotný experimentovať, ale vie byť aj konzervatívny, rád spolupracujú, je láskavý, ale občas ho môžeme považovať za súťaživého a mierne egocentrického. Jeho správanie je zamerané na cieľ, je organizovaný, rád plánuje veci a udržiava si v nich poriadok.

Majitelia automobilov značky Ford sú rovnako energickí, spoločenský, aktívni a optimistickí. Emocionálna stabilita je pri nich vyrovnaná, neprevláda ani jeden extrém. Občas pociťujú zmeny nálad, no sú aj vyrovnaní a bezstarostní. Patria skôr medzi konzervatívnych jedincov a uprednostňujú známe veci. K druhým ľuďom sa správajú láskavo a empaticky, sú ochotní spolupracovať a zaujímajú sa o iných. Svedomitosť nepreháňajú ani nezanedbávajú, aj pri tomto faktore idú strednou cestou – občas prokrastinujú a neudržiavajú vo veciach poriadok, ale vedia byť spoľahliví a dosahovať požadované výsledky.

5 Záver

V našom príspevku sme sa rozhodli zanalyzovať majiteľov vybraných značiek automobilov na základe modelu „Veľkej päťky“, ktorý sa v psychológii používa na popísanie charakteristiky osobnosti človeka. Na analýzu bola použitá korešpondenčná analýza. Dáta pochádzali z výskumnej agentúry Median SK, konkrétne z ich prieskumu Market & Media & Lifestyle – TGI (MML-TGI) a obsahovali informácie o 8000 respondentoch za rok 2019.

Prostredníctvom korešpondenčnej analýzy sme zistili, ako možno charakterizovať majiteľov automobilov pomocou piatich faktorov modelu Veľkej päťky: extravézia, neurotizmus, otvorenosť (voči skúsenostiam), prívetivosť a svedomitosť.

Vysoké hodnoty pri faktore extravézia, ktorý predstavuje vysokú mieru spoločenskosti, otvorenosti, sebaistoty a aktivity, možno pozorovať pri majiteľoch značiek BMW, Mercedes-Benz, Hyundai, Dacia, Renault, Volkswagen, Škoda a Ford. Naopak, nízku hodnotu faktora extravézia majú majitelia značiek Toyota, Audi, Kia a Suzuki. Títo ľudia sú skôr zdržanliví, radi trávajú čas sami a nechcú byť stredobodom pozornosti. Aj keď nepatria medzi extrovertov, nepovažujeme ich za pesimistických alebo nešťastných.

Neurotizmus popisuje emocionálnu stabilitu alebo labilitu človeka – ako ľudia prežívajú rozličné negatívne emócie či už ide o strach, sklúčenosť alebo rozpaky. K takýmto ľuďom, ktorí majú tendenciu pociťovať zmeny nálad, patria majitelia značky Toyota, Citroën, Audi alebo Seat. Naopak, emocionálne stabilní jedinci, ktorí sú uvoľnení, kľudní a bezstarostní, vlastnia automobil značky Mercedes-Benz, BMW, Kia alebo Volkswagen.

Ľudia najviac otvorení voči skúsenostiam, kreatívni, s veľkou predstavivosťou sú majitelia značky Audi, Volkswagen alebo Toyota. Konzervatívnejší jedinci, ktorí dávajú prednosť známym a overeným veciam, vlastnia automobil značky Dacia, Seat alebo Kia.

Prívetivosť sa spája s dôverou, altruizmom a láskavosťou. Majitelia značiek Seat, Volvo, Fiat alebo Peugeot radi spolupracujú, chovajú sa láskavo, vľúdne, sú empatickí. Naopak majitelia značiek BMW, Suzuki alebo Audi sú skôr egocentrickí, neradi spolupracujú a sú súťaživí.

Faktor svedomitosti popisuje kontrolu správania a impulzov. Vysoko svedomití ľudia dbajú na detaily a sú organizovaní, občas ich možno považovať až za workoholikov. Sem zahŕňame majiteľov automobilov značky Mercedes-Benz, Nissan, Volvo, Volkswagen a Audi. Nízke hodnoty svedomitosti možno pozorovať pri ľuďoch, ktorí sú ľahostajní, nestáli

a neudržiavajú si vo veciach poriadok. Podľa korešpondenčnej analýzy sem zaraďujeme majiteľov značky Renault, Citroën, Kia alebo Dacia.

Model Veľkej päťky možno využiť aj v kombinácii s inými faktormi, nielen pri majiteľoch automobilov a získať ďalšie zaujímavé výsledky.

Literatúra

1. Ackerman, C. (2017). Big Five Personality Traits: The OCEAN Model Explained [2019 Upd.]. Dostupné na: <https://positivepsychology.com/big-five-personality-theory/> [cit. 2020-10-02].
2. Coss, S. (2017). *Korešpondenčná analýza*. Dostupné na: <http://ei.fhi.sk/index.php/EAI/article/view/92/118> [cit. 2020-9-28].
3. Costa, P., Terracciano, A., & McCrae, R. (2001). Gender Differences in Personality Traits Across Cultures: Robust and Surprising Findings. *Journal of Personality and Social Psychology*, 81(2), 322-331. doi:<https://doi.org/10.1037/0022-3514.81.2.322>.
4. Cherry, K. (2019). *What Are the Big 5 Personality Traits?* Dostupné na: <https://www.verywellmind.com/the-big-five-personality-dimensions-2795422> [cit. 2020-10-02].
5. Lim, A. (2020). *The Big Five Personality Traits*. Dostupné na: <https://www.simplypsychology.org/big-five-personality.html> [cit. 2020-10-01].
6. Obtulovič, P. (2016). *Korešpondenčná analýza*. Dostupné na: <https://spu.fem.uniag.sk/cvicenia/ksov/obtulovic/Mana%C5%BE.%20%C5%A1tatistika%20a%20ekonometria/Dotaznik/CA.pptx> [cit. 2020-10-01].
7. Pervin, L. A., & John, O. P. (1999). *Handbook of personality: Theory and research*. New York: Guilford Press.
8. Rencher, A. C. (2002). *Methods of multivariate analysis*. New York: Wiley.
9. Řezanková, H. (2011). *Analýza dat z dotazníkových šetření*. Praha: Professional Publishing.

Odhad parametrov CoDe modelu úmrtnosti pre populáciu Slovenska

Estimation of CoDe mortality model parameters for the population of Slovakia

Tatiana Šoltésová¹

Abstrakt

Cieľom príspevku je predstaviť a aplikovať CoDe model úmrtnosti na modelovanie úmrtnosti žien a mužov na Slovensku v roku 2018. Model úmrtnosti je analyzovaný ako regresný model. Na model úmrtnosti teda nazeráme ako na štatistický (stochastický) model, pre ktorý je potrebné odhadnúť parametre nelineárnej regresnej funkcie na základe empirických údajov o pravdepodobnosti úmrtia v rôznom veku osôb (osobitne mužov a žien). Parametre vybraného modelu úmrtnosti budeme odhadovať iteračnými metódami nelineárnej regresnej analýzy v softvéri SAS, resp. prostredníctvom jeho aplikácie SAS Enterprise Guide.

Kľúčové slová

úmrtnosť, zákon úmrtnosti, CoDe model, iteračná metóda, regresná analýza

Abstract

The aim of the paper is to introduce and apply the CoDe model of mortality to modelling of male and female mortality in Slovakia in 2018. The mortality model is analysed as the regression model. We are looking at the mortality model as a statistical (stochastic) model for which it is necessary to estimate the parameters of the nonlinear regression function based on empirical data of age specific mortality rates (separately for men and women). The parameters of the selected mortality model will be estimated by iterative methods of nonlinear regression analysis in the SAS software, through its application SAS Enterprise Guide.

Key words

mortality, law of mortality, CoDe model, iterative method, regression analysis

JEL classification

C13; J11; G22

1 Úmrtnostné správanie populácie na Slovensku vo vzťahu k poisteniu

Všetky zmeny prebiehajúce v spoločnosti, teda aj demografické, sa priamo odrážajú v poisťovacích činnostiach. Z demografických ukazovateľov je pre životné poistenie dôležité sledovať v rámci populácie hlavne úmrtnosť. Podľa Šprochu (2016) úmrtnosť predstavuje demografický proces priamo vstupujúci do populačného vývoja a ovplyvňujúci nielen početnosť, ale aj štrukturálne zloženie predmetnej populácie.

Podľa Blehu et al. (2013) sa štandardné demografické prognózy (čiže aj vývoj úmrtnosti) na Slovensku spracovávajú každých 10 rokov v nadväznosti na výsledky sčítania obyvateľov, z ktorého sa získava východisková štruktúra obyvateľstva podľa pohlavia a veku, samozrejme po reibilancii na začiatok kalendárneho roku. Najnovšia prognóza vývoja obyvateľstva SR

¹ doc. Mgr. Tatiana Šoltésová, PhD., EU v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra matematiky a aktuárstva, Dolnozemska 1, 852 3 Bratislava, tatiana.soltesova@euba.sk.

vznikla na konci roku 2012 v nadväznosti na výsledky *Sčítania obyvateľov, domov a bytov 2011*. Prognóza je treťou v rade oficiálnych prognóz obyvateľstva, ktorá sa uskutočnila od vzniku Slovenskej republiky v roku 1993. V súčasnosti sa realizuje *Sčítanie domov a bytov* a v termíne od 15. 2. 2021 do 31. 3. 2021 sa uskutoční *Sčítanie obyvateľov*, ktoré bude prebiehať výlučne elektronicky.

V najbližších desaťročiach sa treba na Slovensku pripraviť na zníženie počtu obyvateľov a intenzívne populačné starnutie. Práve preto je problematika sledovania vplyvu očakávanej úmrtnosti, resp. dlhovekosti (nastáva pri poklese úmrtnosti) populácie na dôchodkový systém často diskutovanou témou a oba tieto javy predstavujú pre poisťovne isté riziko. Riziko dlhovekosti sa týka predovšetkým dôchodkových produktov, pri ktorých už malé zvýšenie očakávaného veku dožitia znamená výrazné zvýšenie očakávaných výdavkov poisťovne, keďže sa dôchodky najčastejšie vyplácajú doživotne. K minimalizácii rizika dlhovekosti sú potrebné čo najpresnejšie odhady úmrtnosti do budúcnosti. Preto je dôležité venovať náležitú pozornosť výberu vhodného postupu na modelovanie úmrtnosti. Gavrilova a Gavrilov (2011) uvádzajú na vedeckej a vzdelávacej webovej stránke štúdiu s názvom „*Stárnutí a dlouhověkost: Zákony a prognózy úmrtnosti pro stárnoucí populace*“. Tento článok sa zameriava na zmeny úrovne úmrtnosti vo vyššom veku, pretože práve tieto zmeny sú dnes rozhodujúcim faktorom stojacim ako za rastom strednej dĺžky života, tak aj za procesom starnutia populácie. Autori dospeli k záveru, že na základe faktorovej analýzy a niekoľkých základných predpokladov o vývoji úmrtnosti z hľadiska veku a času, je možné urobiť netriviálne, ale pravdepodobne celkom realistické odhady budúceho vývoja procesu. Nimi navrhovaný postup prognózovania úmrtnosti sa bude pre jednotlivé populácie líšiť, pretože každá krajina môže prechádzať špecifickým vývojom a štruktúrou faktorov, ktoré súvisia s poklesom úmrtnosti v čase. Konštatujú, že budúce predlžovanie dĺžky života nepovedie k výraznému nárastu celkovej veľkosti populácie, napriek tomu podstatne urýchli proces demografického starnutia.

Keďže oceňovanie produktov životného poistenia prebieha na základe súčasných očakávaní o budúcom vývoji úmrtnosti, zmenou očakávanej úmrtnosti sa poisťovne vystavujú riziku, že ich záväzky z poisťných produktov môžu výrazne prekročiť očakávanú hodnotu. Toto riziko vzniká pri poklese úmrtnosti v prípade dôchodkových produktov alebo pri zvýšení úmrtnosti v prípade produktov kryjúcich riziko smrti, a preto problematika vekového modelovania a analýzy úmrtnosti je a vždy bude dôležitou súčasťou práce aktára.

2 Parametrické modely úmrtnosti

Parametrické modely úmrtnosti (zákony úmrtnosti) patria k deterministickým modelom. Predpokladáme pri nich, že hodnoty (napr. vekové miery úmrtnosti, intenzity úmrtnosti) pozorované v danom roku môžu byť preložené nejakým trendom, teda opisované pomocou nejakej matematickej funkcie a môžeme tak predpokladať, že tento trend bude pokračovať aj v najbližších rokoch. Parametrické modely úmrtnosti sú použiteľné v populačných projekciách vďaka analýze historických trendov vývoja uvažovaných parametrov modelov. Napríklad v publikácii z roku 1979 sa v analýze historických zmien vývoja úmrtnosti švédskych mužov ukázalo, že v Gompertzovom-Makehamovom modeli úmrtnosti vykazovala zložka, ktorá je závislá od veku, historickú stabilitu, a to aj napriek rýchlemu poklesu zložky, ktorá je od veku nezávislá. Ďalšie analýzy v publikácii Gavrilov a Gavrilova (1991) potvrdili platnosť tohto javu a aj výskum historických časových radov zostavených z údajov o úmrtnosti v 17 krajinách potvrdil tieto závery. Podľa Gavrilovovej a Gavrilova (2011) predstavujú parametrické modely úmrtnosti užitočný nástroj v demografických i aktuárskych prognózach úmrtnosti.

2.1 CoDe model úmrtnosti

Názov *CoDe model* (2016) vychádza z anglických slov *Compression* (zhusťovanie) a *Delay* (oneskorenie). Model obsahuje desať parametrov, z ktorých päť sa v čase mení. Týchto päť interpretovateľných časovo závislých parametrov odráža oneskorenie úmrtnosti a zmeny v úmrtnosti v detstve, v dospievaní, v strednom veku a starobe.

CoDe model sa skladá z piatich členov, ktoré predstavujú úmrtnosť v po sebe nasledujúcich troch etapách života jedinca. Prvé dva členy modelujú úmrtnosť v mladšom veku a počas dospievania. Ostatné tri členy reprezentujú úmrtnosť v skorej dospelosti, neskorej dospelosti a v starobe. Mieru úmrtnosti q_x , ktorá určuje pravdepodobnosť, že x -ročná osoba sa nedožije nasledujúceho roka, vyjadríme v tvare

$$q_x = \frac{A}{x+B} + \frac{ae^{x-m}}{1+e^{x-m}} + I(x \leq M-h) \left[\frac{b_1 e^{b_1(x-M)}}{1 + \frac{b_1}{g} e^{b_1(x-M)}} \right] +$$

$$+ I(M-h < x \leq M) \left[\frac{b_2 e^{b_2(x-M)}}{1 + \frac{b_2}{g} e^{b_2(x-M)}} + c_1 \right] + I(x > M) \left[\frac{b_3 e^{b_3(x-M)}}{1 + \frac{b_3}{g} e^{b_3(x-M)}} + c_2 \right] \quad (1)$$

kde $I(*)$ je takzvaná indikátorová funkcia, čo znamená, že výraz v hranatej zátvorke za touto indikátorovou funkciou sa pri výpočte pravdepodobnosti q_x použije len vtedy, keď je splnená podmienka označená symbolom „*“ v indikátorovej funkcii $I(*)$ a pre parametre c_1 a c_2 platí

$$c_1 = \frac{b_1 e^{b_1(-h)}}{1 + \frac{b_1}{g} e^{b_1(-h)}} - \frac{b_2 e^{b_2(-h)}}{1 + \frac{b_2}{g} e^{b_2(-h)}} \quad (2)$$

$$c_2 = \frac{b_2}{1 + \frac{b_2}{g}} + c_1 - \frac{b_3}{1 + \frac{b_3}{g}} \quad (3)$$

Parametre c_1 a c_2 zabezpečujú, aby nevznikli „skoky“ pri vyrovnávaní hodnôt medzi vekmi $(M-h)$ a M , tzn. majú zabezpečiť spojitosť modelovanej funkcie.

Prvú etapu života v modeli reprezentujú prvé tri sčítance. Prvý sčítanec je lineárne lomená funkcia, kde parameter A reprezentuje úroveň detskej úmrtnosti a parameter B je ovplyvnený mierou poklesu úmrtnosti v detstve a reprezentuje v prvých rokoch života klesajúci trend úmrtnosti. Vzhľadom na to, že efekt zmien v hodnote B v priebehu času je relatívne malý, zmeny v úmrtnosti v mladšom veku môžeme pripísať najmä zmenám hodnoty parametra A . Interpretácia tohto parametra je potom triviálna – nižšia úmrtnosť detí zodpovedá menšej hodnote parametra A . V rokoch dospievania populácie rastie pravdepodobnosť úmrtia pomerne rýchlo, ustáli sa pred začiatkom dospelosti, a potom mierne klesne. Toto sa zvyčajne označuje pojmom „havarijný hrb“ úmrtnosti. V CoDe modeli je tento stav opísaný pomocou druhého člena, tzv. logistickej funkcie $\frac{ae^{x-m}}{1+e^{x-m}}$, kde m určuje vek, v ktorom je nárast pravdepodobnosti

úmrtia v rokoch dospievania viditeľne najprudší a parameter a predstavuje zvyšnú úmrtnosť spôsobenú ostatnými faktormi. V krajinách ako sú Japonsko, Francúzsko a Dánsko, na ktorých

bol tento model testovaný, dával najlepšie výsledky model pre $m = 16$ rokov, čo zodpovedá aj našim údajom o úmrtnosti mužov a žien v SR. Obdobie dospelosti je rozdelené do troch častí (skorá dospelosť, neskorá dospelosť a staroba). Prvá časť (skorá dospelosť) je súčasťou prvej etapy života a tvorí ju tretí sčítanec, ktorý sa aplikuje len do veku $(M - h)$ rokov.

Pre parameter h zvolíme hodnotu $h = 30$ rokov, pretože hodnota modálneho veku v našich dátach je okolo 80 rokov (parameter M) a chceme, aby parameter b_1 zaznamenával úmrtnosť okolo veku 50 rokov (skorá dospelosť), parameter b_2 ovplyvňoval úmrtnosť medzi 50 až 80 rokmi (neskorá dospelosť) a parameter b_3 vyjadroval úmrtnosť nad 80 rokov (staroba). Parameter g určuje pravdepodobnosť úmrtia osôb nad 110 rokov. Gampe (2010), ktorý študoval úmrtnosť v mnohých krajinách, pre ktoré sa údaje považujú za spoľahlivé, odhadol, že pravdepodobnosť úmrtia nad 110 rokov sa rovná 0,5. Na základe skúmania úmrtnosti De Beerom a Janssenom (2016) v rôznych populáciách a z dlhodobého hľadiska sa však zistilo, že hodnota 0,7 dáva do veku 100 rokov lepšie výsledky, a preto sme ju aj my takto stanovili.

CoDe model bude mať po dosadení hodnôt vstupných parametrov nasledujúci tvar vyjadrujúci mieru úmrtnosti

$$q_x = \frac{A}{x+B} + \frac{ae^{(x-16)}}{1+e^{(x-16)}} + I(x \leq 50) \left[\frac{b_1 e^{b_1(x-80)}}{1 + \frac{b_1}{0,7} e^{b_1(x-80)}} \right] +$$

$$+ I(50 < x \leq 80) \left[\frac{b_2 e^{b_2(x-80)}}{1 + \frac{b_2}{0,7} e^{b_2(x-80)}} + c_1 \right] + I(x > 80) \left[\frac{b_3 e^{b_3(x-80)}}{1 + \frac{b_3}{0,7} e^{b_3(x-80)}} + c_2 \right] \quad (4)$$

pričom pre parametre c_1 a c_2 sú konštanty, pre ktoré platí

$$c_1 = \frac{b_1 e^{b_1(-h)}}{1 + \frac{b_1}{g} e^{b_1(-h)}} - \frac{b_2 e^{b_2(-h)}}{1 + \frac{b_2}{g} e^{b_2(-h)}} \quad (5)$$

$$c_2 = \frac{b_2}{1 + \frac{b_2}{g}} + c_1 - \frac{b_3}{1 + \frac{b_3}{g}} \quad (6)$$

Uvedený model použijeme pri modelovaní úmrtnosti populácie mužov a žien na Slovensku na základe údajov z roku 2018.

3 Iteračné metódy odhadu parametrov CoDe modelu

Keďže zákony úmrtnosti sú vyjadrené ako nelineárne funkcie, ktoré obyčajne nie sú linearizovateľné (nedajú sa jednoduchými matematickými transformáciami previesť do lineárneho tvaru), na odhad parametrov týchto funkcií využívame nelineárnu regresnú analýzu. Nelineárna regresná analýza na rozdiel od lineárnej regresnej analýzy nevyužíva metódu najmenších štvorcov, ale iteračné metódy.

V aplikačnej časti príspevku využijeme tri iteračné metódy používané na odhad parametrov nelineárnych regresných modelov. Patria k nim:

- Gaussova-Newtonova metóda,
- gradientná metóda,

- Levenbergova-Marquardtova metóda.

Vo všetkých troch metódach sa uvažuje o nelineárnej regresnej funkcii s vektorom parametrov $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p)$. Cieľom je získať také odhady parametrov regresnej funkcie, pre ktoré je súčet štvorcov odchýlok regresnej funkcie od hodnôt vysvetľovanej premennej čo najmenší, čo zapíšeme takto:

$$S(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})]^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

Všetky metódy vychádzajú z počiatočných (vstupných) odhadov parametrov $\boldsymbol{\theta}^0 = (\theta_1^0 \ \theta_2^0 \ \dots \ \theta_p^0)$, ktoré sa v jednotlivých iteráciách vylepšujú. v -té vylepšené odhady získané vo v -tej iterácii, pričom $v = 0, 1, 2, \dots$, sa označujú takto $\boldsymbol{\theta}^v = (\theta_1^v \ \theta_2^v \ \dots \ \theta_p^v)$. V každej iterácii sa počíta hodnota funkcie $S(\boldsymbol{\theta}^v)$, pričom by malo platiť $S(\boldsymbol{\theta}^{v+1}) \leq S(\boldsymbol{\theta}^v)$, čo znamená, že regresná funkcia s parametrami odhadnutými v iterácii $(v+1)$ lepšie opisuje cieľovú premennú (vysvetľovanú premennú) ako regresná funkcia s parametrami odhadnutými vo v -tej iterácii. Podrobnosti o matematickom aparáte iteračných metód určených na odhad nelineárnych regresných modelov záujemcovia nájdu napríklad v (Gavin, 2019), (Goud et al., 2017), (Panik, 2009) alebo (Mondragon a Borchers, 2005).

Metódy aplikujeme v softvéri SAS Enterprise Guide. V SAS Enterprise Guide sú v ponuke len niektoré nelineárne funkcie, preto sme museli urobiť zásah do programovacieho kódu, kde sme požadované nelineárne funkcie zapísali v rámci procedúry nelineárnej regresie (*PROC NLIN*) v príkaze *MODEL*. Zároveň bolo potrebné definovať parametre funkcie a zadať vstupné odhady parametrov, čo sme realizovali vďaka príkazu *PARMS*. Naším cieľom bolo porovnať aj výsledky jednotlivých iteračných metód, a preto sme nevyužili len štandardne nastavenú Gaussovú-Newtonovu metódu, ale prostredníctvom príkazu *METHOD* sme aplikovali aj gradientnú metódu a Levenbergovu-Marquardtovu metódu.

4 Aplikácia CoDe modelu pre populáciu Slovenska

Budeme analyzovať úmrtnosť populácie žien a mužov na Slovensku vo veku od 1 roka po 90 rokov. CoDe model je vhodný pre celé vekové obdobie života osoby (1 až 90 rokov) a zachytáva špecifiká v troch etapách života, čo sa dá vyčítať aj zo vzťahu (1). Prvá etapa života je do veku $(M - h)$ rokov (vrátane) a jej špecifiká vyjadruje tretí sčítanec v predmetnom vzťahu. Druhá etapa sa vzťahuje na obdobie života vo veku, ktorý spadá do intervalu $(M - h; M)$ rokov a osobitosti pravdepodobností úmrtia v tomto období života vyjadruje štvrtý sčítanec v uvedenom vzťahu. Nakoniec, pre poslednú etapu života sa spolu s prvými dvomi sčítancami aplikuje aj posledný, teda piaty sčítanec, ktorý má zachytávať osobitosti úmrtnosti vo veku nad M rokov veku života. V príspevku sme použili tieto hodnoty vstupných parametrov: $M = 80$ a $h = 30$, teda uvažujeme s týmito tromi etapami života: do 50 rokov (vrátane), od 50 do 80 rokov (vrátane) a nad 80 rokov. Pri zápise regresnej funkcie v tvare CoDe modelu sme v kóde programu SAS použili príkaz *IF-THEN/ELSE*. Syntax tohto kódu v procedúre NLIN zachytáva obr. 1.

Obr. 1: Zápis programovacieho kódu v softvéri SAS pre účely odhadu parametrov CoDe modelu Levenbergovou-Marquardtovou metódou v procedúre nelineárnej regresie (PROC NLIN)

```

PROC NLIN DATA=WORK.SORTTempTableSorted
  MAXITER=100
  CONVERGE=1E-05
  SINGULAR=1E-08
  MAXSUBIT=30
  METHOD=marquardt;
MODEL P_umrtia = a / (Vek + b) +
c*exp (Vek-16) / (1+exp (Vek-16)) +
d*exp (d* (Vek-80)) / (1+(d/0.7)*exp (d* (Vek-80))) *
(if Vek LE 50 then 1 else 0) +
( (e*exp (e* (Vek-80)) / (1+(e/0.7)*exp (e* (Vek-80)))) +
(d*exp (d* (-30)) / (1+(d/0.7)*exp (d* (-30)))) -
(e*exp (e* (-30)) / (1+(e/0.7)*exp (e* (-30)))) ) *
if 50<Vek<=80 then 1 else 0) +
( (f*exp (f* (Vek-80)) / (1+(f/0.7)*exp (f* (Vek-80)))) +
e / (1+e/0.7) - f / (1+f/0.7) +
(d*exp (d* (-30)) / (1+(d/0.7)*exp (d* (-30)))) -
(e*exp (e* (-30)) / (1+(e/0.7)*exp (e* (-30)))) ) *
(if Vek>80 then 1 else 0;

PARMS
a=0.001
b=0.001
c=0.001
d=0.001
e=0.001
f=0.001;
RUN

```

Zdroj: vlastné spracovanie

Odhad parametrov CoDe modelu pre populáciu žien vo veku od 1 do 90 rokov a jeho analýzu poskytuje Tab. 1.

Tab. 2: Základná analýza regresnej funkcie pre CoDe model úmrtnosti žien vo veku 1 až 90 rokov v roku 2018

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	6	0.1740	0.0290	6197.87	<.0001
Error	84	0.000393	4.679E-6		
Uncorrected Total	90	0.1744			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a	2.6691	0.3892	1.8951	3.4430
b	41.4438	6.8740	27.7741	55.1136
c	-0.00080	0.00162	-0.00403	0.00243
d	-0.0159	0.00120	-0.0183	-0.0135
e	0.0651	0.00131	0.0625	0.0677
f	0.1193	0.000744	0.1178	0.1208

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Pre ženy dostaneme vyrovnávajúcu regresnú funkciu v tvare

$$\hat{q}_x = \frac{2,6691}{x + 41,4438} + \frac{-0,00080 \cdot e^{(x-16)}}{1 + e^{(x-16)}} + I(x \leq 50) \left[\frac{-0,0159 \cdot e^{-0,0159 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{-0,0159}{0,7} e^{-0,0159 \cdot (x-80)}} \right] + I(50 < x \leq 80) \left[\frac{0,0651 \cdot e^{0,0651 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{0,0651}{0,7} e^{0,0651 \cdot (x-80)}} - 0,0357 \right] + I(x > 80) \left[\frac{0,1193 \cdot e^{0,1193 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{0,1193}{0,7} e^{0,1193 \cdot (x-80)}} - 0,0781 \right] \quad (8)$$

Odhady parametrov tejto nelineárnej regresnej funkcie sme získali pri nastavení počiatočných odhadov na úrovni 0,001 po 73 iteráciách v prípade Gaussovej-Newtonovej metódy a po 78 iteráciách v prípade Levenbergovej-Marquardtovej metódy. Hodnotu funkcie $S(\theta)$ sa podarilo signifikantne znížiť z hodnoty $S(\theta^0) = 0,1679$ pre vstupné odhady parametrov na hodnotu $S(\theta^v) = 0,000393$ pre výsledné odhady parametrov.

Odhad parametrov CoDe modelu pre populáciu mužov vo veku od 1 do 90 rokov a jeho analýzu poskytuje Tab. 2.

Tab. 2: Základná analýza regresnej funkcie pre CoDe model úmrtnosti mužov vo veku 1 až 90 rokov v roku 2018

Source	DF	Sum of Squares	Mean	F Value	Approx
Model	6	0.2683	0.0447	7509.03	<.0001
Error	84	0.000500	5.954E-6		
Uncorrected Total	90	0.2688			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	
a	-0.00029	0.000817	-0.00191	0.00134
b	-7.4423	1.6312	-10.6860	-4.1985
c	0.00387	0.000792	0.00230	0.00545
d	-0.00007	0.000706	-0.00148	0.00133
e	0.0908	0.00120	0.0884	0.0932
f	0.1126	0.000895	0.1108	0.1144

Zdroj: vlastné spracovanie v SAS Enterprise Guide

Vyrovnávajúca regresná funkcia CoDe modelu pre populáciu mužov vo veku od 1 do 90 rokov má potom rovnicu

$$\hat{q}_x = \frac{-0,00029}{x-7,4423} + \frac{-0,00387 \cdot e^{(x-16)}}{1+e^{(x-16)}} +$$

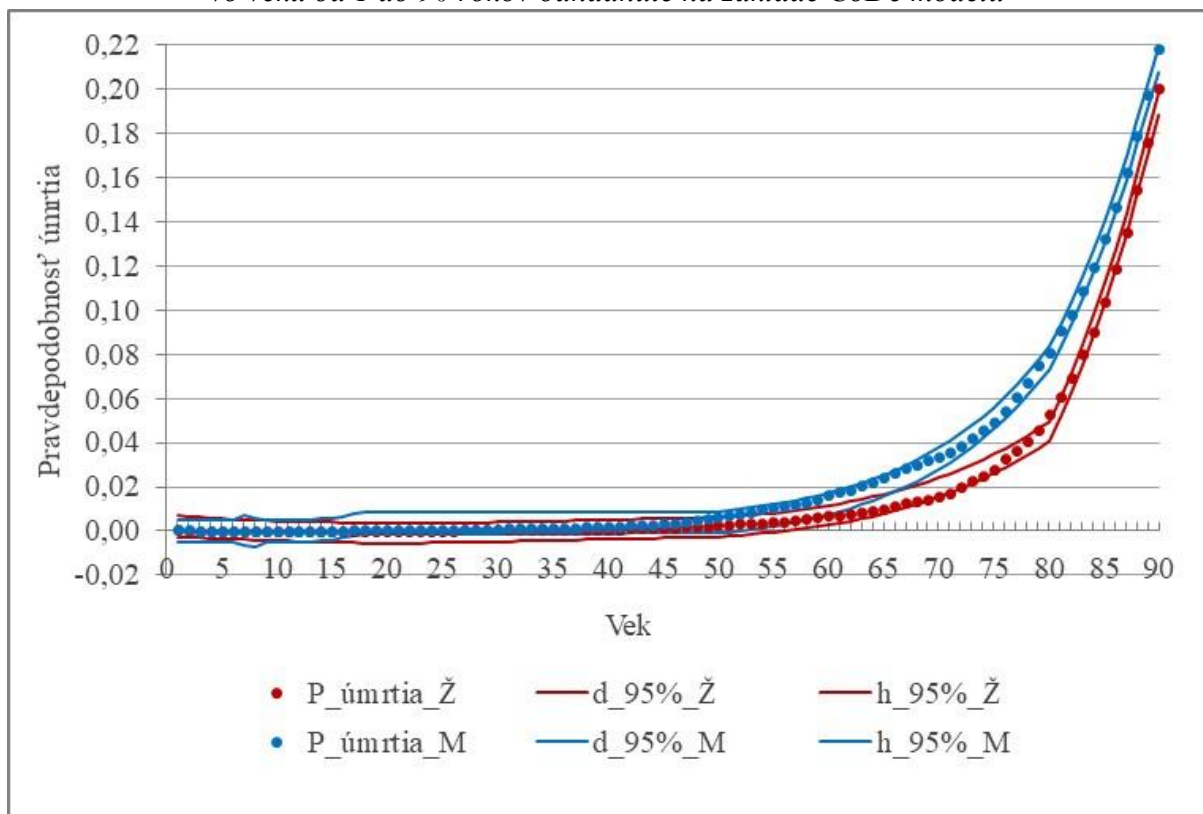
$$+ I(x \leq 50) \left[\frac{-0,00007 \cdot e^{-0,00007 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{-0,00007}{0,7} e^{-0,00007 \cdot (x-80)}} \right] +$$

$$+ I(50 < x \leq 80) \left[\frac{0,0908 \cdot e^{0,0908 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{0,0908}{0,7} e^{0,0908 \cdot (x-80)}} - 0,0060 \right] +$$

$$+ I(x > 80) \left[\frac{0,1126 \cdot e^{0,1126 \cdot (x-80)}}{1 + \frac{0,1126}{0,7} e^{0,1126 \cdot (x-80)}} - 0,0226 \right] \quad (9)$$

Na odhad tejto nelineárnej regresnej funkcie bolo pri nastavení počiatkových odhadov na úrovni 0,001 potrebných 19 iterácií Gaussovej-Newtonovej metódy, resp. 14 iterácií Levenbergovej-Marquardtovej metódy. Vyrovnanie empirických hodnôt v prípade populácie mužov bolo o čosi horšie ako v populácii žien, pretože hodnota funkcie $S(\theta)$ pre výsledné odhady parametrov bola v populácii mužov $[S(\theta^v) = 0,00050]$ vyššia ako v populácii žien $[S(\theta^v) = 0,000393]$. Toto zistenie sa dá pozorovať v grafe 1, a to najmä vo vyšších vekových kategóriách.

Graf 1: 95 % intervaly spoľahlivosti pre pravdepodobnosti úmrtia žien a mužov vo veku od 1 do 90 rokov odhadnuté na základe CoDe modelu



Zdroj: vlastné spracovanie na základe analýz v SAS Enterprise Guide

5 Záver

Parametrické modely (zákony úmrtnosti) môžu byť užitočné aj v súvislosti s prognózovaním úmrtnosti populácie na základe analýzy historických trendov vývoja uvažovaných parametrov modelov. Istým obmedzením týchto modelov je však ich závislosť na konkrétnom matematickom vzťahu, čo znemožňuje, aby model mohol reagovať na možné zmeny vo vývoji úmrtnosti v budúcnosti.

V príspevku sme odhadli parametre CoDe modelu úmrtnosti osobitne pre obe pohlavia tak, aby čo najvernejšie kopirovali empirické údaje o pravdepodobnostiach úmrtia v populácii žien a v populácii mužov v roku 2018 na Slovensku. Tento prístup môžeme samozrejme aplikovať aj na populáciu obyvateľstva členenú podľa iných faktorov ako je pohlavie. Modelovanie úmrtnosti nelineárnou regresiou nám umožňuje určiť bodový ako aj intervalový odhad parametrov CoDe modelu úmrtnosti. Obidva CoDe modely pre populáciu žien a mužov vo veku od 1 roka do 90 rokov dobre vystihovali empirické miery úmrtnosti, čo potvrdili nielen nízke hodnoty súčtov štvorcov rezíduí, ale aj pomerne úzke 95 % intervalové odhady pravdepodobností úmrtia prislúchajúce pre analyzované roky života.

Literatúra

1. Bleha, B., Šprocha, B., & Vaňo, B. (2013). Prognóza populačného vývoja Slovenskej republiky do roku 2060. *INFOSTAT–Inštitút informatiky a štatistiky, Výskumné demografické centrum*.
2. Forfar, D. O. (2014). Mortality laws. *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*, 1-11.
3. Gampe, J. (2010). Human mortality beyond age 110. In *Supercentenarians* (pp. 219-230). Springer, Berlin, Heidelberg.
4. Gavin, H. P. (2019). The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems. *Department of Civil and Environmental Engineering, Duke University* <http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/lm.pdf>, 1-19.
5. Gavrilov, L. A., Gavrilova, N. S. (1991). *The biology of life span: a quantitative approach*. New York: Harwood Academic Publisher.
6. Gavrilova, N. S., & Gavrilov, L. A. (2011). Stárnutí a dlouhověkost: zákony a prognózy úmrtnosti pro stárnoucí populace. *Demografie*, 53(2), 109.
7. Gould, N. I. M., Rees, T., & Scott, J. (2017). *A higher order method for solving nonlinear least-squares problems*. RAL Preprint RAL-P-2017-010, STFC Rutherford Appleton Laboratory.
8. Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
9. Mondragon, P. F., & Borchers, B. (2005). A comparison of nonlinear regression codes. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 4(1), 31.
10. Panik, M. (2009). *Regression modeling: Methods, theory, and computation with SAS*. CRC press.
11. Pitacco, E. (2016). *High age mortality and frailty. Some remarks and hints for actuarial modeling*. CEPAR Working Paper 2016/19. Available at: <http://www.cepar.edu.au/working-papers/working-papers-2016.aspx>.
12. Slud, E. V. Actuarial mathematics and life-table statistics (2006). *Lecture Notes*.
13. Šoltés, E. (2019). *Regresná a korelačná analýza: s aplikáciami v softvéri SAS*. Bratislava: Letra Edu, 238 s.
14. Šoltésová, T. (2016). Analýza úmrtnosti na Slovensku vo vzťahu k parametrickým modelom úmrtnosti. In: *Softvérová podpora v predmetoch študijného programu Aktuárstvo: vedecká konferencia*. Bratislava: EKONÓM, 76-81.

15. Šprocha, B., & Majo, J. (2016). Storočie populačného vývoja Slovenska I.: demografické procesy. Bratislava: *INFOSTAT, UK, CSPV SAV*.
16. DATAcube, Štatistický úrad SR [online] [cit. 11. 3. 2020]. Dostupné na: https://slovak.statistics.sk/wps/portal/ext/themes/demography/population/indicators!/ut/p/z1/jdBBDolwEAXQs3iCTkFpWRYMpWkDtFDAbgwr00TRhfH8GnRrYXaTvD-ZfOTQiNw8vfxlevr7PF0_-8k15141NMswg9rgAjSArCTthM4JGhagifgCmvURCFIZLLXm0hLktuRzzso9UQBU8QMIVlqT6jgGFm_Lw59hsC0fAC58fkBuIaEGFIC0TcTSPc-Ppi5AdHIEW5VEwJMVAPgHQiWtvfm4WWtH8MKz3Ru7ePyp/dz/d5/L2dJQSEvUUt3QS80TmxFL1o2X1E3SThCQjFBMDhCVjIwSTdOUjFLUVFHSTky/.

Zoznam účastníkov / Content of participants

1. sekcia / 1st section

Informačné technológie a informačné systémy Information technologies and information systems

Ing. Igor Bandurič, PhD.
Ing. Igor Košťál, PhD.
Ing. Jaroslav Kultán, PhD.
Ing. Anna Ondrejková, PhD.

RNDr. Eva Rakovská, PhD.
Ing. Mgr. Peter Schmidt, PhD.
Ing. Mária Szivósová, PhD.

2. sekcia / 2nd section

Aktuálne trendy vývoja teórie a praxe účtovníctva a audítorstva Current trends of development of accounting and auditing theories and practise

Ing. Mgr. Renáta Antalová, PhD.
Ing. Miriama Blahušiaková, PhD.
Ing. Milan Gedeon
Ing. Lea Jančíčková
doc. Ing. Mgr. Zuzana Juhászová, PhD.
Ing. Veronika Kňazková, PhD.
Ing. Alena Kordošová, PhD.
Ing. Zuzana Kubaščíková, PhD.
Ing. Anton Marci, PhD.

Ing. Martina Mateášová, PhD.
doc. Ing. Katarína Máziková, PhD.
doc. Ing. Jitka Meluchová, PhD.
doc. Ing. Mgr. Renáta Pakšiová, PhD.
Ing. Branislav Parajka, PhD.
Ing. Martina Podmanická, PhD.
Ing. Katarína Sigetová
prof. Ing. Miloš Tumpach, PhD.
Ing. Lenka Užíková

3. sekcia / 3rd section

Aplikácia štatistických a aktuárskych vied v sociálno-ekonomickej oblasti Application of statistics and actuarial sciences in social-economic areas

Ing. Ivana Faybíková
Ing. Helena Glaser-Opitzová
Ing. Ľubica Hurbánková, PhD.
Ing. Silvia Komara, PhD.
Ing. Martina Košíková
Ing. Jana Kútiková
doc. RNDr. Viera Labudová, PhD.
Ing. Patrik Mihalech

doc. Mgr. Vladimír Mucha, PhD.
prof. RNDr. Ľudovít Pinda, CSc.
prof. RNDr. Katarína Sakálová, CSc.
RNDr. Anna Strešňáková, PhD.
doc. Ing. Ľubica Šipková, PhD.
Ing. Romana Šipoldová
doc. Mgr. Tatiana Šoltéssová, PhD.
doc. Mgr. Erik Šoltés, PhD.

4. sekcia / 4th section

Aplikácia modelov a metód operačného výskumu a ekonometrie v ekonomickom rozhodovaní Application of operational research and econometrics models and methods in economic decision making

prof. Ing. Ivan Brezina, CSc.
doc. Ing. Zuzana Čičková, PhD.
Ing. Pavel Gežík, PhD.
Ing. Patrícia Holzerová
doc. Ing. Martin Lukáčik, PhD.
Ing. Adriana Lukáčiková, PhD.

prof. Mgr. Juraj Pekár, PhD.
Ing. Mário Pčolár
doc. Ing. Marian Reiff, PhD.
Ing. Allan Jose Sequeira Lopez
doc. Ing. Karol Szomolányi, PhD.

KONFERENCIU AIESA 2020 PODPORILI



**Fakulta hospodárskej informatiky
Ekonomická univerzita v Bratislave**

Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava
tel.: +421 2 6729 5723, e-mail:veda.fhi@euba.sk



VYDAVATEĽSTVO:



ISBN 978-80-89962-68-6 (print)

ISBN 978-80-89962-69-3 (pdf)

